

УДК [517.938 + 519.713/.718]: 621.398

ФОРМИРОВАНИЕ РЕКУРРЕНТНОЙ АЛГОРИТМИЧЕСКОЙ СРЕДЫ КОРРЕКЦИИ МНОГОКРАТНЫХ ИСКАЖЕНИЙ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ КОДОВ НА ОСНОВЕ КВАЗИСИНДРОМОВ В ТЕМПЕ АППАРАТНОГО ВРЕМЕНИ

А.В. Ушаков, Е.С. Яицкая

Рассматривается проблема формирования сигналов коррекции искажений систематических помехозащищенных кодов с использованием квазисиндромов ошибок в алгоритмической среде рекуррентного декодирования для случая исправления ошибок повышенной кратности и в темпе аппаратного времени. Положения работы иллюстрируются примером.

Ключевые слова: рекуррентное декодирование, квазисиндром, темп аппаратного времени, многократные искажения.

Введение. Постановка задачи. Концепция канального и аппаратного времени

В задачах помехозащитного кодопреобразования встает проблема обмена аппаратного пространства на временные затраты [1]. Эта проблема возникает всякий раз, когда в составе аппаратуры (hardware) устройств дискретной автоматики есть функциональные компоненты, в которых процесс кодопреобразования носит векторный характер, не параметризованный дискретным временем. При этом с указанными компонентами соседствуют другие, в которых процессы кодопреобразования имеют скалярный характер, параметризованный дискретным временем.

При решении поставленной проблемы постулируются следующие положения.

Постулат 1. Помехозащищенный код (ПНЗК) может поступать на узел помехозащиты в скалярной параметризованной дискретным временем форме, т.е. в виде последовательного кода старшим разрядом вперед. □

Постулат 2. ПНЗК может подаваться на узел помехозащиты в векторной не параметризованной дискретным временем форме, т.е. в виде параллельного кода старшим разрядом вниз. □

Постулат 3. Двоичный канал связи (канальная среда) (КС) передачи помехозащищенного кода (ПЗК) от узла помехозащиты к узлу декодирования и коррекции кода при всех реализациях процесса помехозащитного кодирования и декодирования является скалярным параметризованным дискретным временем, и по нему передается последовательный двоичный код. □

Постулат 4. Процесс преобразования кода, представленного в форме двоичной кодовой последовательности, характеризуется канальным временем в фазе вывода его в КС и в фазе приема из КС. □

Постулат 5. Процесс преобразования кода в аппаратной среде приемной стороны в фазе, непосредственно не связанной с приемом кода из КС, может быть организован в темпе аппаратного времени, отличающегося от канального. □

Примерами процессов преобразования кода, осуществляемых в темпе канального времени, являются: помехозащитное кодирование; преобразование вектора ПЗК, сформированного матричным не параметризованным дискретным временем методом, в последовательный код; помехозащитное декодирование с целью формирования синдрома ошибок; размещение искаженного ПЗК, принятого из КС, в сдвиговом регистре хранения, и т.д.

Примерами процессов преобразования кода, осуществляемых в темпе аппаратного времени, являются: преобразование последовательного ПНЗК в параллельный при матричном методе формирования ПЗК; процесс деления в декодирующем устройстве при повторных циклах деления, и т.д.

Следует заметить, что канальное время определяется конкретным типом используемой телекоммуникационной аппаратуры (например, телемеханическим протоколом), пропускная способность которой определяет длительность элементарного сигнала кода, его формат, а, следовательно, число разрядов этого кода не может быть модифицируемо в силу требований используемого протокола канального уровня. Аппаратное время, напротив, является модифицируемым. При этом выбором делителей частоты генераторов тактовых импульсов можно реализовать такое соотношение между канальным и аппаратным временем, при котором процессы преобразования последовательного кода в параллельный при матричном методе помехозащитного кодирования можно осуществить за один такт канального времени; за один такт канального времени можно также осуществить каждый повторный цикл деления при декодировании.

Модифицируемость аппаратного времени является основным резервом сокращения временных затрат при помехозащитном кодировании и декодировании.

Временные потери при коррекции многократных искажений в рекуррентной алгоритмической среде на основе квазисиндромов в темпе канального времени

В работах [2, 3] рассматривается способ коррекции систематических кодов на основе использования квазисиндромов. Процесс систематического помехозащитного преобразования кодов [4–7] представляется векторно-матричным описанием, параметризованным дискретным временем k , выраженным в числе тактов длительности Δt в форме системы соотношений:

$$x_c(k+1) = Ax_c(k) + B_c a(k), k = \overline{1, h}; \quad (1)$$

$$y(k) = La(k);$$

$$\tilde{x}_c(k+1) = \tilde{A}\tilde{x}_c(k), k = \overline{1, m}; \tilde{x}_c(0) = x_c(h);$$

$$y(k) = C\tilde{x}_c(k);$$

$$f(k) = y(k) + \xi(k);$$

$$x_d(k+1) = Ax_d(k) + B_d f(k), k = \overline{1, n}; \quad (2)$$

$$E = x_d^T(n),$$

где $a(k)$ – (h) -элементарная информационная кодовая последовательность (код); $y(k)$ – (n, h) -элементарная последовательность ПЗК; $\xi(k)$ – (n) -элементарная последовательность помехи в КС; $f(k)$ – (n) -элементарная последовательность искаженного в КС ПЗК; E – код синдрома искажения (ошибки) ПЗК; $n - h = m$ – число проверочных разрядов ПЗК; x_c, \tilde{x}_c – вектор состояния кодирующего устройства (КУ) до и после коммутации его структуры, размерности $\dim x_c = \dim \tilde{x}_c = m$; B_c – $(m \times 1)$ - матрица входа КУ; $L = [1]$, $C = [1 \ O_{1 \times (m-1)}]$ – матрицы выхода КУ; \tilde{A} – нильпотентная матрица с индексом $\nu = m$; x_d – вектор состояния декодирующего устройства (ДКУ), размерности $\dim x_d = m$; A – $(m \times m)$ -матрица состояния КУ и ДКУ; B_d – $(m \times 1)$ -матрица входа ДКУ.

Строятся процедура и устройство коррекции, функционирующие в силу соотношения

$$\hat{y}(k) = f(k) + \hat{\xi}(k), \quad (3)$$

где $\hat{\xi}$ – код (сигнал) коррекции; \hat{y} – код, восстановленный в результате процедуры коррекции. Наличие сигнала коррекции, параметризованного дискретным временем k , позволяет провести процедуру коррекции кода следующим образом. Синхронно с формированием сигнала коррекции в дополнительном цикле деления необходимо организовать вывод из приемного регистра искаженного ПЗК и суммирование разрядов выводимого ПЗК с сигналом коррекции, чем обеспечивается поразрядная параметризованная дискретным временем коррекция принятого из КС кода f путем суммирования с вектором ошибки ξ , так что обеспечивается выполнение соотношения (3), результат которого размещается или в дополнительном регистре хранения, или в том же, если построить его по принципу кольцевого регистра.

Предложенная процедура коррекции искаженного систематического кода существенно уменьшает аппаратные затраты, но вносит задержку в работу канала за счет второго цикла деления в темпе канального времени. Встает проблема уменьшения обнаруженных временных затрат.

Основной результат. Минимизация временных потерь при коррекции многократных искажений в рекуррентной алгоритмической среде на основе квазисиндромов за счет перехода от канального к аппаратному времени

Основной результат представим в виде алгоритма формирования квазисиндромов как сигналов коррекции ошибок на примере кратности не более 3 в темпе аппаратного времени.

Алгоритм 1.

1. Получить от разработчика КУ:
 - 1.1 параметры помехозащищенного (n, h) – кода, который при кратности s исправляемой ошибки удовлетворяет требованиям допустимой вероятности ложного приема выбранной категории системы передачи информации;
 - 1.2 матрицу A состояния КУ (1), а также образующий многочлен $g(x)$ кода, гарантирующий исправление ошибок кратности s , для проверки правильности формирования матрицы A из условия $A = \arg \{ \det(\lambda I + A) = g(\lambda) \}$.
2. Выбрать матрицу B_d входа ДКУ (2) из множества матриц вида $(A^l \times [O_{1 \times (m-1)} \ 1]^T)$ для $l = \overline{0, n-1}$.
3. Сформировать конъюнктор вида

$$\tilde{E}_0 = \eta_0(k) = \&x_d(k)|_{x_d(k)=\mathbf{B}_d}, \quad (4)$$

реализующий матрицы-столбцы \mathbf{B}_d для получения квазисиндрома \tilde{E}_0 однократной ошибки. Если заданная кратность s исправляемой ошибки удовлетворяет равенству $s = 1$, то перейти к п. 6 алгоритма.

4. Сформировать $n - 1$ конъюнкторов вида

$$\tilde{E}_v = \eta_v(k) = \&x_d(k)|_{x_d(k)=(\mathbf{A}^v \mathbf{B}_d + \mathbf{B}_d)}, \quad v = \overline{1, n-1}, \quad (5)$$

реализующих матрицы-столбцы $(\mathbf{A}^v \mathbf{B}_d + \mathbf{B}_d)$ для получения квазисиндромов \tilde{E}_v двукратных ошибок. Если заданная кратность s исправляемой ошибки удовлетворяет равенству $s = 2$, то перейти к п. 6 алгоритма.

5. Сформировать $(n - 1)(n - 2)/2$ конъюнкторов вида

$$\tilde{E}_{r,v} = \eta_{r,v}(k) = \&x_d(k)|_{x_d(k)=(\mathbf{A}^r \mathbf{B}_d + \mathbf{A}^v \mathbf{B}_d + \mathbf{B}_d)}, \quad r = \overline{2, n-1}, v = \overline{1, n-2}, r > v,$$

реализующих матрицу-столбец $(\mathbf{A}^r \mathbf{B}_d + \mathbf{A}^v \mathbf{B}_d + \mathbf{B}_d)$ для получения квазисиндромов $\tilde{E}_{r,v}$ троекратных ошибок.

6. Модифицировать полученные в вышеизложенных пунктах алгоритма конъюнкторы за счет введения дополнительного входного сигнала управления процессом формирования квазисиндромов с тем, чтобы сигналы коррекции, сформированные конъюнкторами, не формировались на первом цикле деления.
 7. Сформировать устройство коррекции в виде сумматора (3) выходной кодовой последовательности и полученных сигналов с конъюнкторов.
 8. Проверить на конкретном примере корректирующую способность квазисиндромов ошибок.
 9. Разработать схемотехническую реализацию перехода на втором цикле деления устройства коррекции с канального времени на аппаратное так, чтобы затраты на второй цикл деления и формирование сигнала коррекции по длительности не превышали одного такта канального времени. ■

Пример

На основе алгоритма 1 построим устройство коррекции, исправляющее ошибки второй кратности в темпе аппаратного времени.

1. Пусть от разработчика КУ получены следующие данные:

1.1 $(n, h) = (15, 7)$ – формат помехозащищенного кода, обладающий способностью исправлять ошибки второй кратности;

1.2. образующий многочлен $g(x) = x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + 1$ и матрица \mathbf{A} ДКУ (2)

$$\mathbf{A} = \text{col}\{[11000000], [10100000], [00010000], [10001000], [00000100], [00000010], [00000001], [10000000]\}^T;$$

$$\det(\lambda \mathbf{I} + \mathbf{A}) = \lambda^8 + \lambda^7 + \lambda^6 + \lambda^4 + 1.$$

2. Выберем матрицу входа $\mathbf{B}_d = [00000001]^T$ и построим структурную реализацию ДКУ на паре матриц $(\mathbf{A}, \mathbf{B}_d)$ (рис. 1).

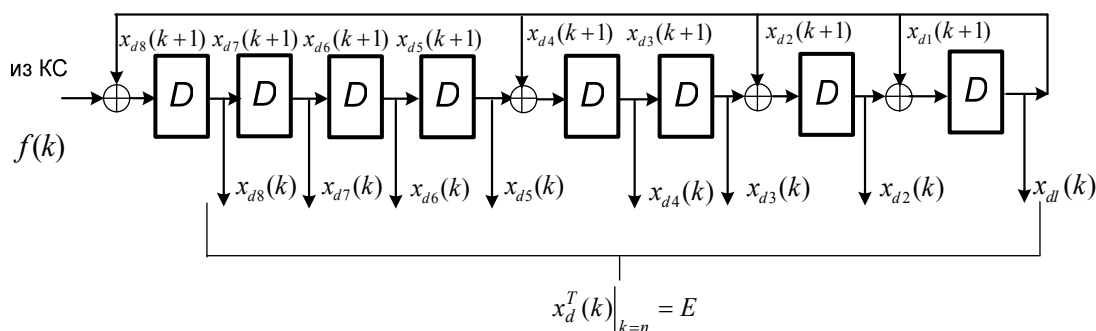


Рис. 1. Структурная реализация ДКУ: $D - D$ -триггер

- 3–7. Сформируем устройство коррекции в виде сумматора по модулю два, выводимого на втором цикле деления из регистра хранения искаженного кода $f_r(k)$, и сигналов коррекции $\eta_0(k), \eta_v(k)$, сформированных в форме конъюнкции переменных – элементов вектора состояния ДКУ

$[x_{d1}(k), x_{d2}(k), x_{d3}(k), x_{d4}(k), x_{d5}(k), x_{d6}(k), x_{d7}(k), x_{d8}(k)]$ и сигнала управления процессом формирования квазисиндрома $s_i(k)$ согласно (4)–(5). Для краткости записи воспользуемся десятичным представлением двоичных слов из переменных $x_i \in GF(2) = \{0, 1\}, i = \overline{1, m}$, параметризованных дискретным временем k , образующих m -мерные конъюнкции. При этом способ представления записи иллюстрируется на примере сигнала $\eta_0(k)$

$$\begin{aligned} \eta_0(k) &= \bar{x}_{d1}(k)\bar{x}_{d2}(k)\bar{x}_{d3}(k)\bar{x}_{d4}(k)\bar{x}_{d5}(k)\bar{x}_{d6}(k)\bar{x}_{d7}(k)x_{d8}(k)s_i(k) = (1)_2(k)s_i(k); \\ \eta_1(k) &= (3)_2(k)s_i(k); \eta_2(k) = (5)_2(k)s_i(k); \eta_3(k) = (9)_2(k)s_i(k); \\ \eta_4(k) &= (17)_2(k)s_i(k); \eta_5(k) = (33)_2(k)s_i(k); \eta_6(k) = (65)_2(k)s_i(k); \\ \eta_7(k) &= (129)_2(k)s_i(k); \eta_8(k) = (208)_2(k)s_i(k); \eta_9(k) = (114)_2(k)s_i(k); \\ \eta_{10}(k) &= (231)_2(k)s_i(k); \eta_{11}(k) = (28)_2(k)s_i(k); \eta_{12}(k) = (59)_2(k)s_i(k); \\ \eta_{13}(k) &= (117)_2(k)s_i(k); \eta_{14}(k) = (233)_2(k)s_i(k). \end{aligned}$$

8. Проверим полученное устройство коррекции на конкретном примере. Пусть дан помехозащищенный информационный код, который определяет входную последовательность КУ $a(k):1001011$. В силу полной блочной систематики формируемого ПЗК информационную часть кода можно записать в виде $y = [a|z] = [1001011y_8y_7y_6y_5y_4y_3y_2y_1]$.

Вычисление остатка с помощью рекуррентной процедуры (1) сведем в табл. 1 (при $\mathbf{B}_c^T = K\{x^m + g(x)\} \Big|_{m=8} = K\{x^8 + x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + 1\} = K\{x^7 + x^6 + x^4 + 1\} = [11010001]$ [2]).

k	0	1	2	3	4	5	6	7
$a(k)$	1	0	0	1	0	1	1	0
$x_c(k)$	$(0)_2$	$(209)_2$	$(115)_2$	$(230)_2$	$(204)_2$	$(73)_2$	$(67)_2$	$(87)_2$

Таблица 1. Проверка функционирования устройства кодирования помехозащищенного информационного кода $a(k):1001011$

Из табл. 1 видно, что на седьмом такте деления в КУ сформировался остаток, который через замкнутый ключ вслед за информационными разрядами будет передан в КС в составе ПЗК, который примет вид $y(k):100101101010111$.

Зададим искажение передаваемого ПЗК в первом и пятом разрядах с помощью помеховой последовательности $\xi(k):000000000010001$. На вход ДКУ из КС поступает искаженная двоичная кодовая последовательность $f(k):100101101000110$, она же размещается в приемном регистре хранения.

Проведем два цикла деления. Результат первого цикла деления, реализующего процедуру декодирования и получения синдрома, сведем в табл. 2.

k	0	1	2	3	4	5	6	7
$f(k)$	1	0	0	1	0	1	1	0
$x_d(k)$	$(0)_2$	$(1)_2$	$(2)_2$	$(4)_2$	$(9)_2$	$(18)_2$	$(37)_2$	$(75)_2$
$s_i(k)$	0	0	0	0	0	0	0	0
k	8	9	10	11	12	13	14	15
$f(k)$	1	0	0	0	1	1	0	0
$x_d(k)$	$(150)_2$	$(252)_2$	$(41)_2$	$(82)_2$	$(164)_2$	$(152)_2$	$(224)_2$	$(17)_2$
$s_i(k)$	0	0	0	0	0	0	0	0

Таблица 2. Проверка функционирования устройства декодирования искаженной двоичной кодовой последовательности $f(k):100101101000110$

Табл. 2 позволяет записать для синдрома ошибки

$$E = (\mathbf{A}^{j-1}\mathbf{B}_d)^T + (\mathbf{A}^{i-1}\mathbf{B}_d)^T \Big|_{i=1}^{j=5} = (\mathbf{A}^4\mathbf{B}_d)^T + (\mathbf{A}^0\mathbf{B}_d)^T = [00010000] + [00000001] = [00010001],$$

который является синдромом двукратной ошибки в пятом и первом разрядах.

Второй цикл деления реализует процедуру коррекции, результат которой приведен в табл. 3.

k	15	16	17	18	19	20	21	22
$f(k)$	0	0	0	0	0	0	0	0
$f_r(k)$	0	1	0	0	1	0	1	1
$x_d(k)$	$(17)_2$	$(34)_2$	$(68)_2$	$(136)_2$	$(193)_2$	$(83)_2$	$(166)_2$	$(157)_2$
$s_t(k)$	0	1	1	1	1	1	1	1
$\eta_0(k) = 1; \eta_{\nu}(k) = 1, \nu = \overline{1,14}$	-	-	-	-	-	-	-	-
$\hat{y}(k) = f_r(k) + \eta_0(k) + \sum_{\nu=1}^{14} \eta_{\nu}(k)$	0	1	0	0	1	0	1	1
k	23	24	25	26	27	28	29	30
$f(k)$	0	0	0	0	0	0	0	0
$f_r(k)$	0	1	0	0	0	1	1	0
$x_d(k)$	$(235)_2$	$(7)_2$	$(14)_2$	$(28)_2$	$(56)_2$	$(112)_2$	$(224)_2$	$(17)_2$
$s_t(k)$	1	1	1	1	1	1	1	1
$\eta_0(k) = 1; \eta_{\nu}(k) = 1, \nu = \overline{1,14}$	-	-	-	$\eta_{11}(k)$	-	-	-	$\eta_4(k)$
$\hat{y}(k) = f_r(k) + \eta_0(k) + \sum_{\nu=1}^{14} \eta_{\nu}(k)$	0	1	0	1	0	1	1	1

Таблица 3. Проверка функционирования устройства коррекции ошибок второй кратности

Код $\hat{y}(k)$, восстановленный в результате процедуры коррекции, совпадает с ПЗК $y(k)$.

- Разработаем схемотехническую реализацию перехода на втором цикле деления устройства коррекции с канального времени на аппаратное так, чтобы затраты на второй цикл деления и формирования сигнала коррекции по длительности не превышали одного такта канального времени. Полная схема устройства коррекции приведена на рис. 2.

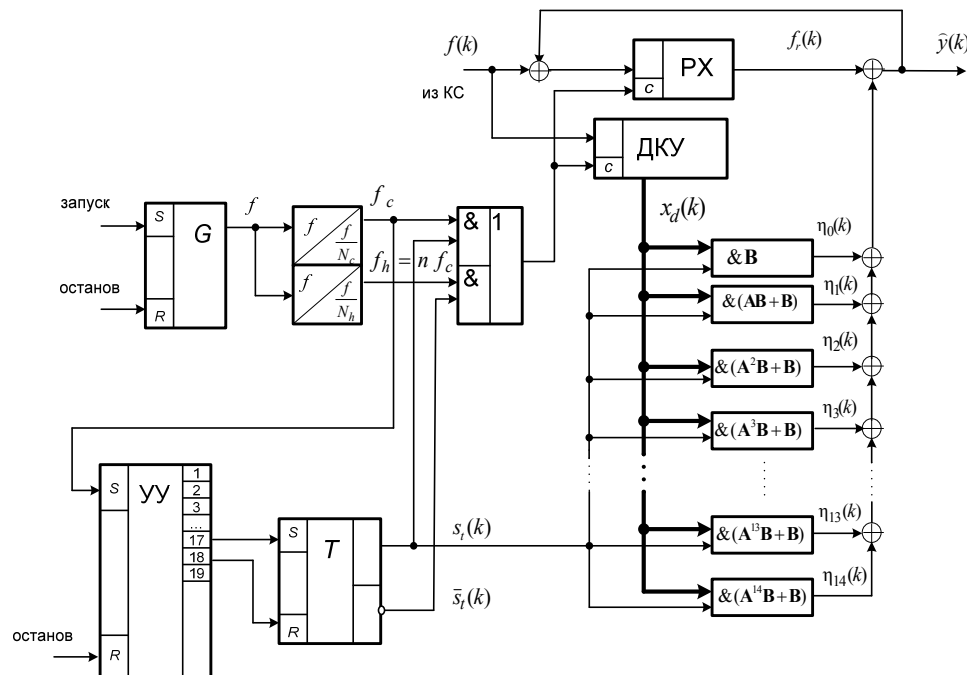


Рис. 2. Устройство коррекции искажений ошибок первой и второй кратности кода на основе использования квазисиндромов в темпе аппаратного времени: РХ – регистр хранения с выходным сигналом $f_r(k)$; УУ – устройство управления формированием квазисиндрома с выходным сигналом $s_t(k)$; Т – триггер; G – генератор тактовых импульсов частоты f ; $\frac{f}{N_c}$ – делитель частоты с выходным

сигналом частоты; f_c – частота канального времени; $\frac{f}{N_h}$ – делитель частоты с выходным сигналом

частоты; $f_h = n f_c$ – частота аппаратного времени

Заключение

Нетрудно видеть, что предложенная в работе алгоритмическая среда (software), по существу, позволяет одним и тем же системологическим приемом осуществлять исправление искажений любой кратности при условии, что эту кратность гарантирует характеристический неприводимый многочлен корректируемого систематического кода.

Предложенный способ коррекции существенно уменьшает аппаратные затраты по сравнению с реализацией псевдообратной матрицы \mathbf{H}^+ в булевом базисе при традиционной процедуре коррекции кода, а также позволяет сократить временные затраты, вносимые в работу канала за счет второго цикла деления в темпе аппаратного времени.

Литература

1. Мельников А.А., Ушаков А.В. Двоичные динамические системы дискретной автоматики / Под ред. А.В. Ушакова. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2005. – 214 с.
2. Ушаков А.В., Яицкая Е.С. Формирование сигнала коррекции искажений систематических кодов на основе квазисиндрома в алгоритмической среде рекуррентного декодирования в темпе канального времени: случай однократной ошибки // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики» (на рассмотрении).
3. Ушаков А.В., Яицкая Е.С. Формирование сигналов коррекции искажений систематических кодов на основе квазисиндромов в алгоритмической среде рекуррентного декодирования в темпе канального времени: случай многократных ошибок // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики» (на рассмотрении).
4. Ушаков А.В., Яицкая Е.С. Анализ структуры пространства состояний линейных двоичных динамических систем на основе их рекуррентного модельного представления // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2011. – № 4 (74). – С. 43–49.
5. Гилл А. Линейные последовательностные машины. – М.: Наука, 1974. – 288 с.
6. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. – М.: Мир, 1976. – 600 с.
7. Rosenthal J. Some interesting problems in systems theory which are of fundamental importance in coding theory // Proc. 36 Conf. Decision Control. – San Diego, CA, 1997. – V. 5. – P. 4574–4579.

Ушаков Анатолий Владимирович – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор технических наук, профессор, ushakov-AVG@yandex.ru

Яицкая Елена Сергеевна – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант, yait-skayaes@mail.ru