

УДК 532.529

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СКАЧКОВ УПЛОТНЕНИЯ ОДНОГО НАПРАВЛЕНИЯ

П.В. Булат^a, П.В. Денисенко^b

^a Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

^b Университет Уорвика, Ковентри, CV4 7AL, Великобритания

Адрес для переписки: pavelbulat@mail.ru

Информация о статье

Поступила в редакцию 03.04.15, принята к печати 14.04.15

doi:10.17586/2226-1494-2015-15-3-500-508

Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Булат П.В., Денисенко П.В. Интерференция скачков уплотнения одного направления // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015. Т. 15. № 3. С. 500–508.

Аннотация

Предмет исследования. Рассматривается интерференция скачков уплотнения одного направления или, как их еще называют, догоняющих скачков уплотнения. Цель работы – дать классификацию ударно-волновых структур, возникающих при такого рода взаимодействии ударных волн, и область их существования. В результате пересечения скачков уплотнения одного направления в точке пересечения возникает ударно-волновая структура, содержащая главный скачок уплотнения, тангенциальный разрыв и еще один отраженный газодинамический разрыв, тип которого заранее неизвестен. Задача об определении типа отраженного разрыва – это основная задача, которую приходится решать при изучении интерференции догоняющих скачков.

Основные результаты. Представлены качественные картины ударно-волновых структур, возникающих при взаимодействии догоняющих скачков уплотнения. Описаны области, в которых имеет место регулярное и нерегулярное взаимодействие догоняющих скачков. Наибольший интерес представляют характеристические ударно-волновые структуры, в которых отраженный разрыв вырождается в разрывную характеристику. Такие структуры обладают рядом экстремальных свойств. В работе найдены области существования таких ударно-волновых структур. Существуют также области, в которых стационарное решение отсутствует. Последнее определило возрождение интереса к теоретическому изучению рассматриваемой задачи, так как были обнаружены факты внезапного разрушения ударно-волновой структуры внутри воздухозаборника сверхзвуковых летательных аппаратов при больших числах Маха.

Практическая значимость. Теория интерференции скачков уплотнения одного направления и методика их расчета могут быть применены при проектировании сверхзвуковых воздухозаборников. Актуальным также является исследование возможности использования догоняющих косых ударных волн для создания пересжатой детонации в перспективных детонационных воздушно-реактивных и ракетных двигателях.

Ключевые слова

скачок уплотнения, ударная волна, интерференция скачков уплотнения, скачки уплотнения одного направления, догоняющие скачки уплотнения.

INTERFERENCE OF UNIDIRECTIONAL SHOCK WAVES

P.V. Bulat^a, P.V. Denissenko^b

^a ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

^b University of Warwick, Coventry, CV4 7AL, United Kingdom

Corresponding author: pavelbulat@mail.ru

Article info

Received 03.04.15, accepted 14.04.15

doi:10.17586/2226-1494-2015-15-3-500-508

Article in Russian

For citation: Bulat P.V., Denissenko P.V. Interference of unidirectional shock waves. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2015, vol.15, no. 3, pp. 500–508.

Abstract

Subject of study. We consider interference of unidirectional shock waves or, as they are called, catching up shock waves. The scope of work is to give a classification of the shock-wave structures that arise in this type of interaction of shock waves, and the area of their existence. Intersection of unidirectional shock waves results in arising of a shock-wave structure at the intersection point, which contains the main shock wave, tangential discontinuity and one more reflected gas-dynamic

discontinuity of unknown beforehand type. The problem of determining the type of reflected discontinuity is the main problem that one has to solve in the study of catching shock waves interference.

Main results. The paper presents the pictures of shock-wave structures arising at the interaction of catching up shock waves. The areas with a regular and irregular unidirectional interaction of shocks are described. Characteristic shock-wave structures are of greatest interest, where reflected gas-dynamic discontinuity degenerates into discontinuous characteristics. Such structures have a number of extreme properties. We have found the areas of existence for such shock-wave structures. There are also areas in which the steady-state solution is not available. The latter has determined revival of interest for the theoretical study of the problem, because the facts of sudden shock-wave structure destruction inside the air intake of supersonic aircrafts at high Mach numbers have been discovered.

Practical significance. The theory of interference for unidirectional shock waves and design procedure are usable in the design of supersonic air intakes. It is also relevant for application possibility investigation of catching up oblique shock waves to create overcompressed detonation in perspective detonation air-jet and rocket engines.

Keywords

discontinuity, shock wave, interference of shocks, unidirectional shocks, catching up shock waves.

Введение

Цель работы – дать классификацию ударно-волновых структур (УВС), возникающих при взаимодействии косых скачков уплотнения одного направления, выявить области существования УВС различного типа, сформулировать критерий для определения типа отраженного разрыва, описать качественные картины течения при регулярном и нерегулярном пересечении скачков.

Наиболее просто представить себе взаимодействие газодинамических разрывов (ГДР) одного направления в одномерном случае, когда одна ударная волна догоняет другую (рис. 1, а). По аналогии с одномерным случаем пересекающиеся косые скачки уплотнения одного направления, т.е. разворачивающие поток в одном и том же направлении, называются «догоняющими» (рис. 1, б). Таких скачков в УВС может быть несколько: чем их больше, тем ближе такая конфигурация к централизованной изоэнтропической волне сжатия (рис. 1, в), которая является идеальной структурой для сжатия сверхзвукового потока и широко используется при проектировании гиперзвуковых воздухозаборников [1, 2]. Первые работы по изучению догоняющих скачков уплотнения (ДСУ), появились в 50-е и 60-е годы XX века и были связаны с появлением двух- и трехскачковых регулируемых воздухозаборников сверхзвуковых самолетов [3–5].

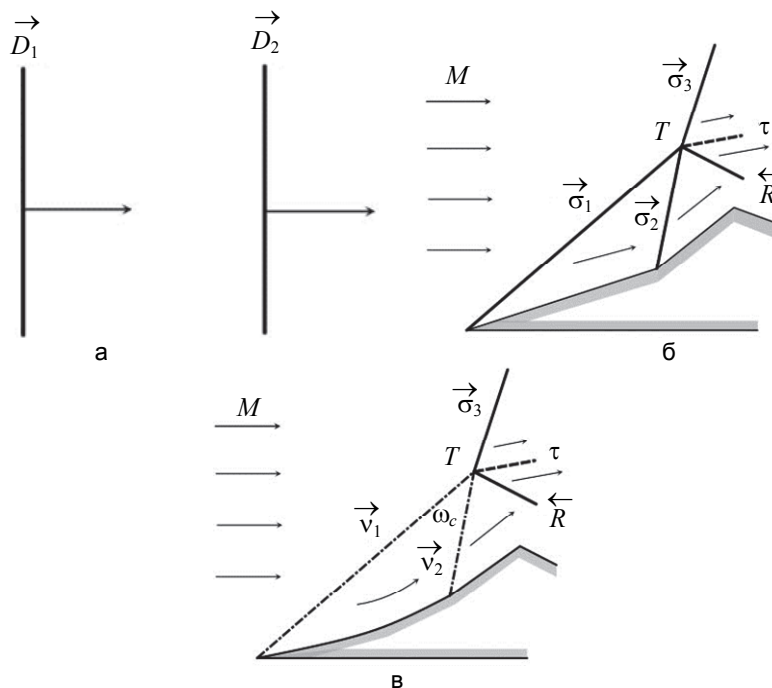


Рис. 1. Интерференция разрывов одного направления: догоняющие одномерные ударные волны D_1 и D_2 , стрелками показано направление движения (а); косые догоняющие скачки уплотнения (б); централизованная изоэнтропическая волна сжатия (в). M – число Маха; T – точка пересечения скачков уплотнения; R – отраженный разрыв; v_1, v_2 – разрывные характеристики, ограничивающие централизованную волну сжатия, σ_1, σ_2 – догоняющие скачки уплотнения; σ_3 – главный скачок уплотнения; τ – тангенциальный разрыв; ω_c – волна сжатия. Стрелками показаны линии тока – левая \leftarrow или правая \rightarrow стрелка над обозначением газодинамического разрыва означает соответственно левое или правое направление этого разрыва

Большой вклад в развитие теории ДСУ, в выявление областей существования различных ударно-волновых структур с их участием внесли В.Н. Усков [6] и А.Л. Старых [7]. А.В. Омельченко и В.Н. Усковым было исследовано на экстремум поведение газодинамических переменных за УВС с косыми ДСУ [8]. В.Н. Усковым в полном объеме решена задача о взаимодействии одномерных ударных волн одного направления [9], в том числе, отвечающих некоторому критерию оптимальности [10]. К началу 2000-х годов казалось, что данное явление изучено практически полностью. Однако многие сведения оставались фрагментарными, например, области существования различных случаев интерференции ДСУ были исследованы только для некоторых чисел Маха. Отсутствовала и теория перехода от УВС одного типа к другому. Вернуться к ДСУ заставило выявление нестационарных процессов при обтекании головных частей с выдвинутой в поток иглой (рис. 2, а), а также изучение так называемого парадокса Неймана [11]. Суть его состоит в том, что при числах Маха, близких к единице, тройные конфигурации ударных волн теоретически существовать не могут [12], но, тем не менее, они наблюдаются визуально (рис. 2, б).

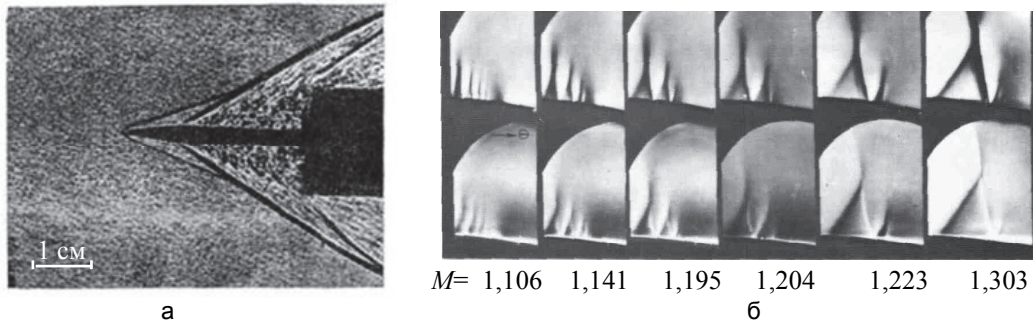


Рис. 2. Парадокс Неймана: догоняющие скачки при обтекании головной части летательного аппарата с выдвинутой в поток иглой (а); обтекание профиля трансзвуковым потоком (б)

Особенно остро данный вопрос встал при изучении истечения сверхзвуковых струй из сопел с числами Маха меньше 1,5 (рис. 3). Именно такие сопла используются сегодня на сверхзвуковых военных самолетах. Проблема заключается в том, что в данном случае отраженный скачок является, строго говоря, приходящим, а не исходящим. Следовательно, отражение от оси симметрии не может быть причиной его возникновения. Непонятны и механизмы трансформации УВС при изменении числа Маха в этом диапазоне. В то же время известно, что при небольших числах Маха сверхзвуковые струи характеризуются повышенным уровнем акустического излучения, что указывает на нестационарный характер течения. Все эти вопросы требуют детального изучения.

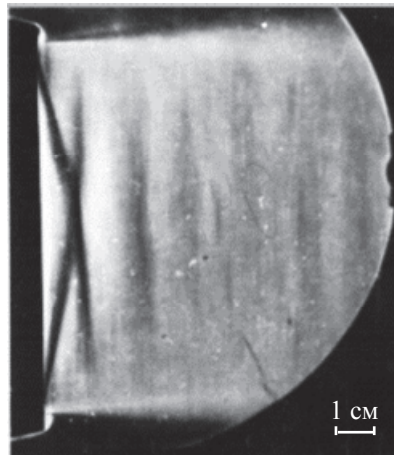


Рис. 3. Отражение скачков от оси симметрии сверхзвуковой струи, истекающей из сопла, с числом Маха, близким к единице

Математическая модель

Регулярная интерференция. Если интенсивность скачков 1, 2 (рис. 1) и число Маха M таковы, что течение за вторым скачком – сверхзвуковое, то интерференция ДСУ носит регулярный характер. Образуется одна из трех возможных УВС, показанных на рис. 4. Основная задача при изучении регулярного взаимодействия ДСУ – определение типа отраженного разрыва: скачок (рис. 4, а), разрывная характеристика (рис. 4, б), центрированная волна разрежения (рис. 4, в). Задача может быть решена геометрически на плоскости поляра. Исходная поляра соответствует числу Маха набегающего потока. Если на этой поляре выбрать точку 1 такую, что угол поворота потока β и интенсивность скачка J будут соответственно

равны углу разворота потока и интенсивности первого скачка, то ударная поляра, выпущенная из точки 1, будет описывать поток за этим скачком.

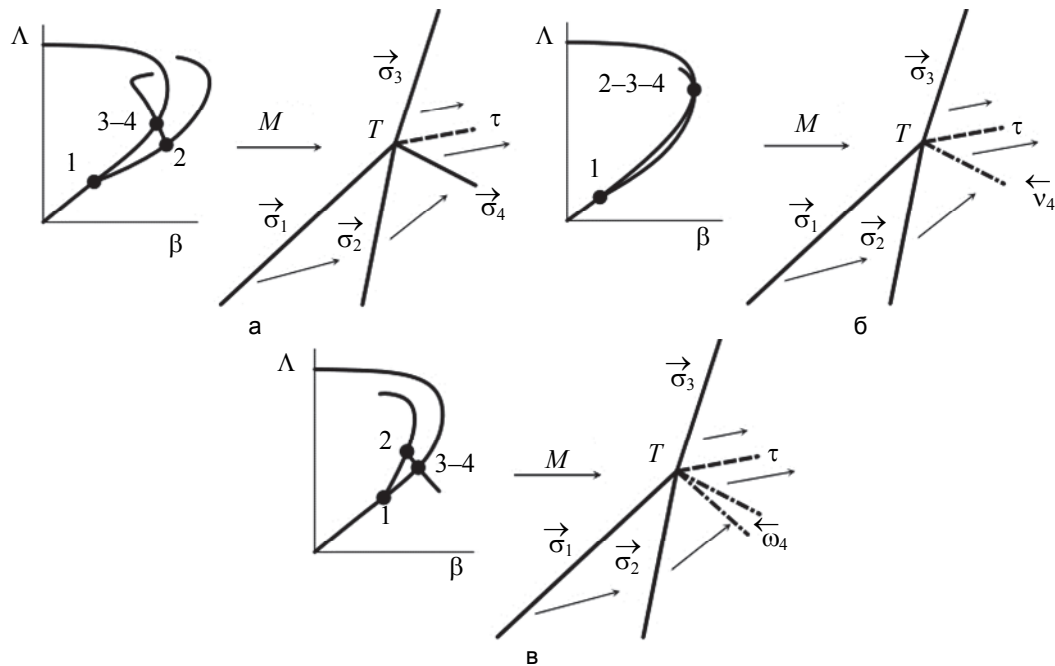


Рис. 4. Ударно-волновые структуры и решения на плоскости поляра при регулярном взаимодействии догоняющих скачков уплотнения: случай, когда отраженный разрыв – скачок уплотнения σ_4 (а); случай, когда отраженный скачок – разрывная характеристика v_4 (б); случай, когда отраженный разрыв – волна разрежения ω_4 (в). 1 – точка на поляре, построенной для числа Маха M набегающего потока, соответствующая интенсивности скачка σ_1 ; 2 – точка на поляре, построенной для числа Маха потока за скачком σ_1 , соответствующая интенсивности скачка σ_2 ; 3–4 – точка пересечения поляры, построенной по числу Маха потока за скачком σ_2 , с полярой, построенной по числу M , соответствующая интенсивности главного скачка σ_3 и интенсивности отраженного разрыва. $\Lambda = \ln J$ – натуральный логарифм интенсивности скачка

На этой вторичной поляре точка 2 определяет интенсивность и угол разворота потока на втором догоняющем скачке. Если вторая поляра расположена вне основной поляры, то отраженный разрыв будет скачком уплотнения, с параметрами в точке 3–4 на рис. 4, а. Если вторичная поляра проходит внутри основной, то отраженный разрыв – волна разрежения, интенсивность которой также определяется точкой 3–4 на плоскости поляр на рис. 4, в. Эти два случая разделяет характеристическая УВС (рис. 4, б), когда отраженный разрыв вырождается в разрывную характеристику. Эта УВС соответствует тройной конфигурации ударных волн типа ТК-3 [13].

Интенсивность отраженного разрыва J_4 определяется из следующих уравнений:

$$\text{при } \bar{\sigma}_3 : \beta_\sigma(M, J_4) + \beta_\sigma(\hat{M}_2, GJ_4) = \beta_\sigma(M, J_1) + \beta_\sigma(\hat{M}_1, J_2); \quad (1)$$

$$\text{при } \bar{\omega}_3 : \beta_\sigma(M, J_4) - \beta_\omega(\hat{M}_2, GJ_4) = \beta_\sigma(M, J_1) + \beta_\sigma(\hat{M}_1, J_2); \quad (2)$$

где $G = (J_1 J_2)^{-1}$; $J_1 \in [1; J_s]$; $J_2 \in [1; J_{2s}]$, \hat{M}_i – число Маха за i -м скачком уплотнения.

Характеристическая УВС. Найдем условия существования характеристической УВС, разделяющей случаи с отраженным разрывом – скачком уплотнения и отраженным разрывом – волной разрежения. Данная задача по технике решения напоминает анализ УВС, возникающих в центре волны сжатия [14].

Очевидно, что в точке на главной поляре, соответствующей характеристической УВС, главная и вторичные поляры должны иметь одинаковый угол наклона, т.е. порядок касания поляр – не ниже первого.

Найдем условия, при которых вторичная поляра располагается внутри основной поляры и вне ее. Вторичная поляра $P'_\sigma(\hat{M}_1)$ может находиться внутри поляры $P_\sigma(M)$ или вне ее, в зависимости от значений производных $\Lambda' = (\partial\Lambda / \partial\beta)$ в текущей точке 1 основной поляры и $\Lambda' = (\partial\Lambda / \partial\beta)_1$ в начале координат вторичной поляры, исходящей из этой точки. Так как

$$\Lambda'(\hat{M}_1) = \frac{(J + \varepsilon)[\gamma M^2 - (J - 1)] - (1 + \varepsilon J)(J - 1)}{[J(1 + \varepsilon J)[(J + \varepsilon)(M^2 - 1) - (J^2 - 1)]^{1/2}}, \quad (3)$$

где $\varepsilon = (\gamma - 1) / (\gamma + 1)$, γ – показатель адиабаты, а Λ' определяется формулой

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial \beta} = \left(J \frac{\partial \beta}{\partial J} \right)^{-1}, \quad (4)$$

то, приравнявая производные (3) и (4), получаем кубическое уравнение относительно технической переменной $x = J_f - \varepsilon$, где J_f – интенсивность скачка в точке на поляре, в которой отраженный разрыв 4 вырождается в характеристику (рис. 4, б), со следующими коэффициентами:

$$\sum_{n=0}^3 A_n x^n = 0: \quad (5)$$

$$A_3 = 1; \quad A_2 = [(\gamma - 1)^2 - 2]M^2 + 2\gamma - 3\varepsilon;$$

$$A_1 = (2 - \gamma)\gamma M^4 + 2[(\gamma - 1)\varepsilon - 1]M^2 + 1 + 4\varepsilon + 3\varepsilon^2;$$

$$A_0 = -\varepsilon(1 + \varepsilon + \gamma M^2)^2.$$

Такие точки называются характеристическими. На поляре может быть несколько характеристических точек. Уравнение (5), записанное относительно M^2 , является квадратным:

$$aM^4 + bM^2 + c = 0; \quad (6)$$

$$a = \gamma[(2 - \gamma)(J_f + \varepsilon) - \gamma\varepsilon];$$

$$b = [(\gamma - 1)^2 - 2](J_f + \varepsilon)^2 + 2[(\gamma - 1)\varepsilon - 1](J_f + \varepsilon) - 2\gamma\varepsilon(1 + \varepsilon);$$

$$c = (J_f + \varepsilon)^3 + (2\gamma - 3\varepsilon)(J_f + \varepsilon) + (2\varepsilon^2 + 4\varepsilon + 1)(1 + \varepsilon).$$

Дискриминант $\Delta(\gamma; M)$ уравнения (6) обращается в ноль при $M = M_\Delta(\gamma)$. Если $M < M_\Delta$, то на $P_c(M)$ может иметь место лишь одна характеристическая точка f_1 , если $M > M_\Delta$, то из трех действительных корней уравнения необходимо отбросить те, которые не удовлетворяют неравенствам $1 < J_f < J_m$. Полагая в (6) $J_f = 1$, получим граничные числа Маха, определяющие область существования характеристических точек на поляре:

$$(5 - 3\gamma)M^4 - 4(3 - \gamma)M^2 + 8 = 0. \quad (7)$$

Решая уравнение (7), получим два корня:

$$M_{f_1} = (a_1 - b_1)^{1/2}; \quad M_{f_2} = (a_1 + b_1)^{1/2}, \quad (8)$$

где

$$a_1 = \frac{2(3 - \gamma)}{5 - 3\gamma}; \quad b_1 = \frac{2\sqrt{\gamma^2 - 1}}{5 - 3\gamma}. \quad (9)$$

Приведенная математическая модель может быть использована для нахождения областей существования УВС с различными типами отраженных разрывов. С помощью (8)–(9) можно построить кривые $M_f(\gamma)$ и $J_f(M, \gamma)$, соответствующие характеристическим УВС, они будут разделять области с различными типами отраженного разрыва.

Результаты и анализ

Классификация УВС, возникающих при нерегулярном взаимодействии ДСУ. Алгоритм решения задачи об интерференции ДСУ в случае их регулярного взаимодействия достаточно очевиден. Нужно только проанализировать расположение на главной поляре точки, соответствующей вторичной поляре, относительно характеристических точек (рис. 4). Для этого используют уравнения (5)–(8). Гораздо сложнее обстоит дело, если решение уравнений (1)–(2) отсутствует. На подходящих скачках образуются тройные точки и интерференция становится нерегулярной. На рис. 5 рассмотрены случаи, когда течение за скачком 2 – дозвуковое. УВС, показанная на рис. 5, а, относится к тройным конфигурациям ТК-3. Точка 2, соответствующая второму скачку, расположена на вторичной поляре выше звуковой точки s , в которой число Маха за скачком равно 1, а интенсивность скачка $J = J_S$. Второй догоняющий скачок искривляется. Его интенсивность изменяется от параметров, соответствующих точке 2, до параметров в точке 3–4, в которой давление и направления векторов скорости по обе стороны тангенциального разрыва должны быть одинаковыми.

В зависимости от числа M и интенсивностей скачков 1 и 2 второй скачок может искривляться настолько сильно, что поменяет свое направление (рис. 5, б). В этом случае УВС относится к классу тройных конфигураций ТК-2, а точка 3–4, соответствующая параметрам в тройной точке T , лежит на левой ветви вторичной поляры. Если течение за скачком 4 в тройной точке T – сверхзвуковое, а за вторым подходящим скачком – дозвуковое, то образуется УВС, показанная на рис. 5, в. Механизм перехода от УВС,

изображенной на рис. 5, б, в УВС на рис. 5, в, и обратно, не изучен.

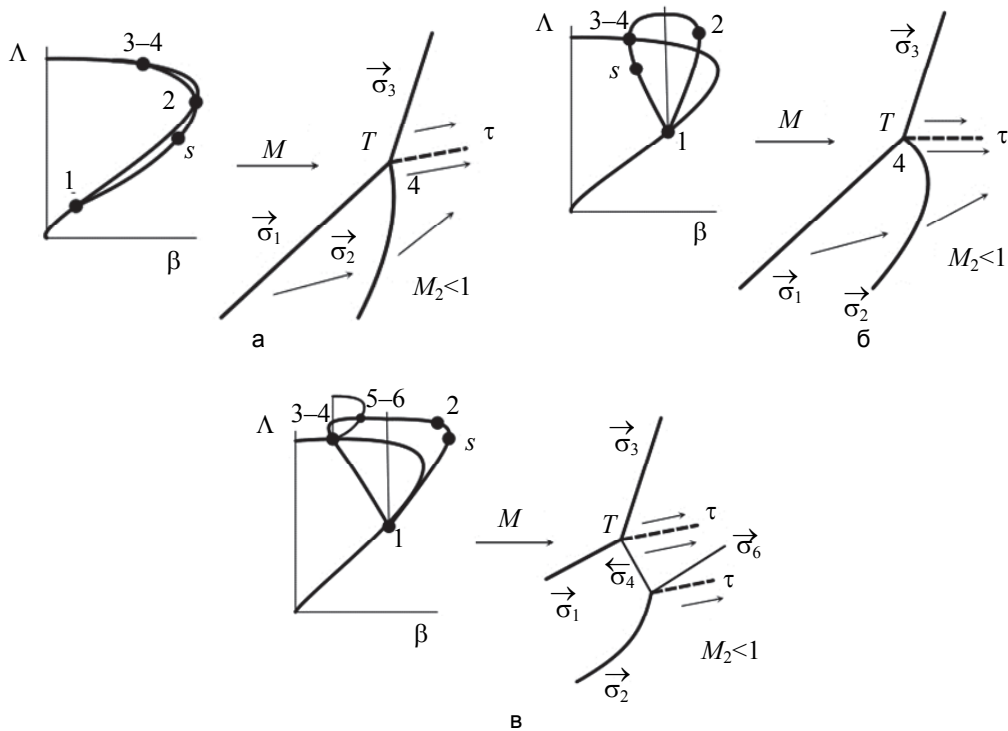


Рис. 5. Ударно-волновые структуры и решения на плоскости поляра при нерегулярном взаимодействии догоняющих скачков уплотнения при дозвуковом течении за вторым приходящим скачком: случай, соответствующий образованию ТК-3 (а); случай, когда скачок σ_2 искривляется настолько сильно, что меняет свое направление (б); маховское взаимодействие догоняющих скачков (в); s – звуковая точка на поляре, соответствующая $M=1$ за скачком σ_2

Если течение за вторым догоняющим скачком – сверхзвуковое, но решение уравнений (1) и (2) отсутствует, то могут образовываться УВС, показанные на рис. 6. Если течение за скачком 4 – дозвуковое (рис. 6, а), то образуется тройная точка 5, в которой пересекаются приходящий скачок 2 и отраженный скачок 6.

При увеличении числа M течение за скачком 4 может стать сверхзвуковым. Тогда для скачка 2 скачок 4 становится встречным, и образуется УВС, характерная для интерференции встречных скачков (рис. 6, б).

Исходящий из точки T скачок 4 является встречным для скачка 2 и приходящим для УВС, состоящей из двух тройных точек 5 и 8. При дальнейшем увеличении M взаимодействие скачков становится регулярным, точки 5 и 8 сливаются в одну.

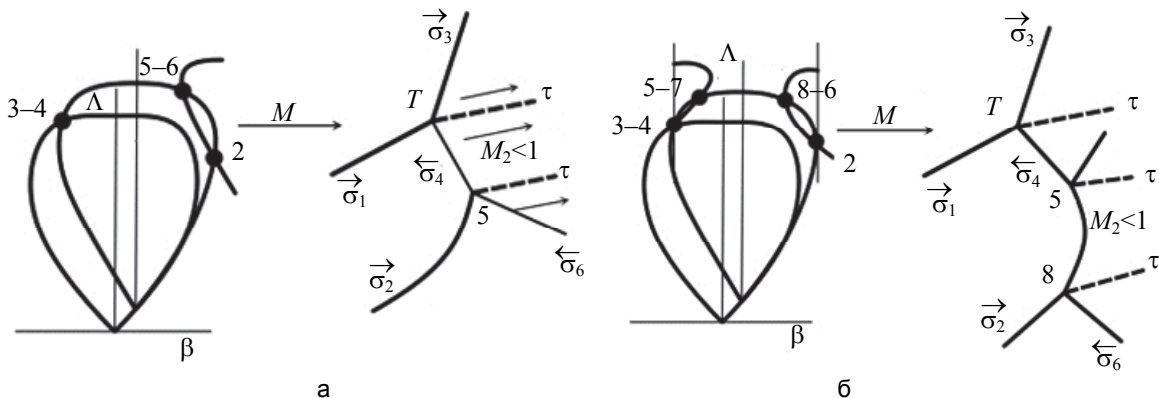


Рис. 6. Ударно-волновые структуры и решения на плоскости поляра при нерегулярном взаимодействии догоняющих скачков уплотнения при сверхзвуковом течении за вторым приходящим скачком

Области существования характеристических УВС. Анализ производных Λ' и Λ'_1 в различных областях существования характеристических точек f_i позволяет сделать вывод, что при

$$\begin{cases} \Lambda' > \Lambda_1' \\ J_1 \notin [J_{f_3}, J_{f_2}] \cup [J_{f_1}, J_s] \end{cases} \quad (10)$$

начало первой поляры $P_o(\hat{M}_1)$ проходит внутри $P_o(M)$ (рис. 4, в)

$$\begin{cases} \Lambda' < \Lambda_1' \\ J_1 \notin [1, J_{f_3}] \cup [J_{f_2}, J_{f_1}] \end{cases} \quad (11)$$

вне основной поляры (рис. 4, а). Таким образом, условия (10)–(11) определяют тип отраженного разрыва в УВС с ДСУ при интенсивностях приходящего скачка уплотнения, близких к характеристическим.

Для $\gamma=5/4$ в интервале $M \in [M_{f_1}, M_{f_2}]$ находится только одна характеристическая точка f_1 , а при $M > M_{f_2}$ – две: f_1 и f_2 . При $\gamma=5/4$ существует область $M_\Delta < M < M_{f_2}$, в которой поляры сжатия имеют все три характеристические точки (рис. 7).

В диапазоне $M > M_{f_2}$ нижние точки f_3 отсутствуют для любых значений γ . Особые числа Маха сведены в таблицу.

γ	1,1	1,25	1,4	1,67
M_Δ	1,62	2	2,46	4,125
M_{f_1}	1,302	1,265	1,245	1,224
M_{f_2}	1,666	2	2,54	∞

Таблица. Особые числа Маха при разных показателях адиабаты

График, отражающий область существования характеристических УВС, показан на рис. 7. Хорошо видно, что при различных числах Маха на ударной поляре может существовать от одной до трех характеристических точек.

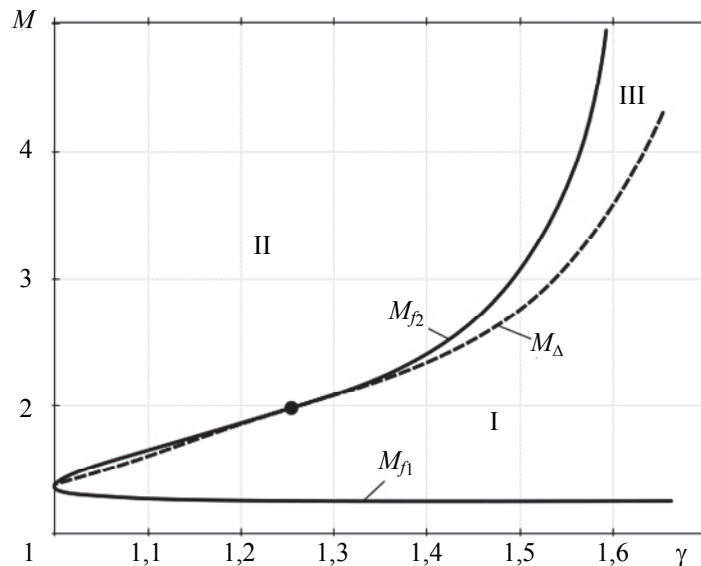


Рис. 7. Зависимость характерных чисел Маха от показателя адиабаты. I – одна характеристическая точка f_1 , II – две характеристические точки f_1 и f_2 , III – три характеристические точки f_1, f_2, f_3

На рис. 8 показаны зависимости от числа M интенсивности скачка 1 в системе догоняющих скачков, при которой образуются характеристические УВС. Именно такие УВС являются оптимальными по критерию степени восстановления полного давления. Во врезке «А» показаны в увеличенном масштабе кривые, соответствующие характеристическим точкам f_1 . Пунктирная дискриминантная кривая, соответствующая равенству нулю дискриминанта в уравнении (6), разделяет характеристические кривые на две ветви: верхнюю f_2 и нижнюю f_3 .

Числа Маха M_Δ ограничивают слева область существования характеристических УВС f_2 и f_3 . При $\gamma < 1,2$ дискриминантная кривая уходит в область $J < 1$, следовательно, существует только верхняя ветвь f_2 характеристической кривой. Таким образом, в зависимости от числа Маха и показателя адиабаты характеристические УВС могут возникать в одной, двух и трех точках на ударной поляре.

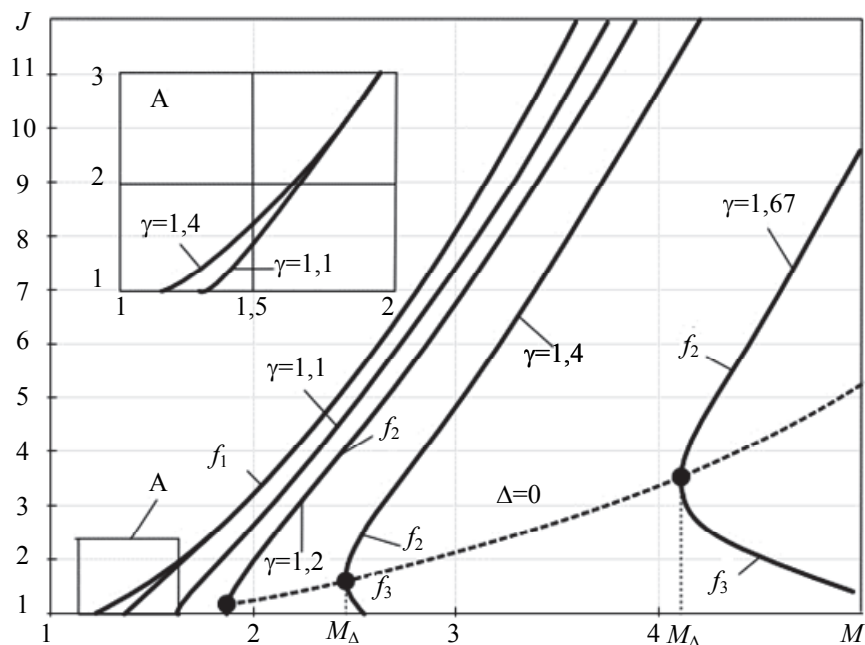


Рис. 8. Характеристические точки на ударной поляре.
Сплошные линии – характеристические кривые, соответствующие точкам f_1 , f_2 , f_3 ;
пунктирная линия – дискриминантная кривая, соответствующая условию $\Delta=0$

Заключение

Представлены результаты исследований качественных картин течения, возникающих при взаимодействии догоняющих скачков уплотнения. Данная проблема имеет существенное значение при изучении течения на срезе сопел с числом Маха не намного больше единицы, а также в сверхзвуковых воздухозаборниках и около головных частей летательных аппаратов с выдвинутой в поток иглой. Взаимодействие таких скачков может быть регулярным или нерегулярным с образованием тройных точек. Имеются области, в которых стационарное решение вообще отсутствует. Это серьезно осложняет работу сверхзвуковых воздухозаборников на определенных режимах. Закономерности трансформации ударно-волновых структур, возникающих при интерференции догоняющих скачков уплотнения, досконально не изучены. Требуется отдельные исследования для определения механизма превращения ударно-волновой структуры одного типа в другой при изменении параметров течения.

Наибольший интерес представляют характеристические ударно-волновые структуры, в которых отраженный разрыв вырождается в разрывную характеристику. Такие ударно-волновые структуры обладают рядом экстремальных свойств. В работе найдены области существования таких ударно-волновых структур.

References

1. Bulat M.P., Bulat P.V. The analysis centric isentropic compression waves. *World Applied Sciences Journal*, 2013, vol. 27, no. 8, pp. 1023–1026. doi: 10.5829/idosi.wasj.2013.27.08.13719
2. Uskov V.N., Bulat P.V. O zadache proektirovaniya ideal'nogo diffuzora dlya szhatiya sverkhzvukovogo potoka [On the problems of designing diffusers ideal compression supersonic flow]. *Fundamental'nye Issledovaniya*, 2012, no. 6–1, pp. 178–184.
3. Vust V. K teorii razvetvleniya skachkov uplotneniya. In: *Gazovaya Dinamika*. Moscow, Inostrannaya Literatura Publ., 1950, pp. 131–143.
4. Vekken F. Predel'nye polozheniya vilkoobraznykh skachkov uplotneniya. In: *Proc. of Mekhanika*, 1950, no. 4, pp. 24–34.
5. Roslyakov G.S. Vzaimodeistvie ploskikh skachkov uplotneniya odnogo napravleniya [The interaction of plane shock waves in one direction]. *Chislennyye Metody v Gazovoi Dinamike* [Computational methods in gas dynamics]. Moscow, MSU Publ., 1965, pp. 28–51.
6. Adrianov A.L., Starykh A.L., Uskov V.N. *Interferentsiya Statsionarnykh Gazodinamicheskikh Razryvov* [Interference Stationary Gasdynamic Discontinuities]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1995, 180 p.
7. Roslyakov G.S., Starykh A.L., Uskov V.N. Interference of steady shock waves traveling in the same direction. *Fluid Dynamics*, 1987, vol. 22, no. 4, pp. 614–622. doi: 10.1007/BF01051429
8. Omel'chenko A.V., Uskov V.N. Optimum overtaking compression shocks with restrictions imposed on the

- total flow-deflection angle. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1999, vol. 40, no. 4, pp. 638–646. doi: 10.1007/BF02468438
9. Uskov V.N. *Begushchie Odnomernye Volny* [Running One-Dimensional Waves]. St. Petersburg, BSTU "VOENMEH" Publ., 2000, 224 p.
 10. Uskov V.N. Optimal'nye begushchie po potoku gaza odnomernye volny [Optimal running on gas flow 1D-waves]. *XV Sessiya Mezhdunarodnoi Shkoly po Modelyam Mekhaniki Sploshnoi Sredy* [XV Session of the Int. School on Models of Continuum Mechanics], 2000, pp. 63–78.
 11. Vasilev E., Elperin T., Ben-Dor G. Analytical reconsideration of the von Neumann paradox in the reflection of a shock wave over a wedge. *Physics of Fluids*, 2008, vol. 20, no. 4, art. 046101. doi: 10.1063/1.2896286
 12. Uskov V.N., Chernyshov M.V. Special and extreme triple shock-wave configurations. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2006, vol. 47, no. 4, pp. 492–504. doi: 10.1007/s10808-006-0081-5
 13. Uskov V.N., Chernyshov M.V. Troinye konfiguratsii statsionarnykh udarnykh voln [Triple configuration of stationary shock waves]. *XII Vserossiiskaya Nauchno-Prakticheskaya Konferentsiya Aktual'nye Problemy Zashchity i Bezopasnosti* [XII All-Russian Scientific-Practical Conference on Actual Problems of Protection and Security]. St. Petersburg, 2009.
 14. Bulat P.V., Bulat M.P. Discontinuity of gas-dynamic variables in the center of the compression wave. *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, 2014, vol. 8, no. 23, pp. 2343–2349.

- | | |
|----------------------------------|---|
| Буллат Павел Викторович | – кандидат физико-математических наук, кандидат экономических наук, руководитель научной лаборатории, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, pavelbulat@mail.ru |
| Денисенко Петр Викторович | – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, Университет Уорвика, Ковентри, CV4 7AL, Великобритания, p.denissenko@gmail.com |
| Pavel V. Bulat | – PhD in physics and mathematics, PhD in economics, Scientific Supervisor of International Laboratory, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, pavelbulat@mail.ru |
| Petr V. Denissenko | – PhD, researcher, University of Warwick, Coventry, CV4 7AL, United Kingdom, p.denissenko@gmail.com |