



УДК 681.51

РОБАСТНЫЙ АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ МНОГОСВЯЗНЫМИ СИСТЕМАМИ С КВАНТОВАННЫМ ВЫХОДОМ

А.А. Маргун^a, И.Б. Фуртат^{a,b}^a Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация^b Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, 199178, Российская Федерация

Адрес для переписки: alexeimargun@gmail.com

Информация о статье

Поступила в редакцию 03.11.16, принята к печати 15.12.16

doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-1-31-38

Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Маргун А.А., Фуртат И.Б. Робастный алгоритм управления многосвязными системами с квантованным выходом // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2017. Т. 17. № 1. С. 31–38. doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-1-31-38

Аннотация

Представлен робастный алгоритм управления по выходу многосвязными системами в условиях внешних возмущающих воздействий. Объект управления описывается системой линейных дифференциальных уравнений с известными относительными степенями. Параметры объекта управления неизвестны, но принадлежат известному ограниченному замкнутому множеству. Вектор состояния объекта управления неизмерим, а его выход измеряется посредством статического квантователя. Синтез алгоритма управления основан на методе «сильной» обратной связи. Разработанный регулятор обеспечивает экспоненциальную сходимости ошибки слежения в ограниченную область, размеры которой зависят от параметров квантователя и величины возмущающих воздействий. Проведена экспериментальная апробация разработанного алгоритма управления на лабораторном стенде Twin Rotor MIMO System. Данный стенд представляет собой модель вертолета с двумя степенями свободы (тангаж и рысканье). В качестве исполнительных устройств используются двигатели постоянного тока. Выходные сигналы измеряются посредством оптических энкодеров. Получена математическая модель лабораторного стенда. Проведено сравнение алгоритма с пропорционально-интегрально-дифференциальным регулятором в условиях квантования выходного сигнала. Полученные результаты подтверждают эффективность предложенного регулятора.

Ключевые слова

робастное управление, квантование, параметрические неопределенности, многосвязные системы, возмущения

Благодарности

Исследование было проведено при поддержке Правительства Российской Федерации (Грант 074-U01), поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (14.Z50.31.0031), грантов Президента Российской Федерации (№14.Y31.16.9281-НШ и № 14.W01.16.6325-МД (МД-6325.2016.8)).

ROBUST CONTROL ALGORITHM FOR MULTIVARIABLE PLANTS WITH QUANTIZED OUTPUT

А.А. Margun^a, I.B. Furtat^{a,b}^a ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation^b Institut of Problems of Mechanical Engineering RAS, Saint Petersburg, 199178, Russian Federation

Corresponding author: alexeimargun@gmail.com

Article info

Received 03.11.16, accepted 15.12.16

doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-1-31-38

Article in Russian

For citation: Margun A.A., Furtat I.B. Robust control algorithm for multivariable plants with quantized output. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2017, vol. 17, no. 1, pp. 31–38. doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-1-31-38

Abstract

The paper deals with robust output control algorithm for multivariable plants under disturbances. A plant is described by the system of linear differential equations with known relative degrees. Plant parameters are unknown but belong to the known closed bounded set. Plant state vector is unmeasured. Plant output is measured only via static quantizer. Control system algorithm is based on the high gain feedback method. Developed controller provides exponential convergence of tracking error to the bounded area. The area bounds depend on quantizer parameters and the value of external disturbances. Experimental approbation of the proposed control algorithm is performed with the use of Twin Rotor MIMO System laboratory bench. This bench is a helicopter like model with two degrees of freedom (pitch and yaw). DC motors are used as

actuators. The output signals are measured via optical encoders. Mathematical model of laboratory bench is obtained. Proposed algorithm was compared with proportional - integral – differential controller in conditions of output quantization. Obtained results have confirmed the efficiency of proposed controller.

Keywords

robust control, quantization, parametric uncertainties, multivariable systems, disturbances

Acknowledgements

This work was partially financially supported by the Government of the Russian Federation (Grant 074-U01), the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (Project 14.Z50.31.0031), the Russian Federation President Grants (No. 14.Y31.16.9281-НШ and No. 14.W01.16.6325-МД (МД-6325.2016.8)).

Введение

Развитие современных вычислительных устройств привело к широкому распространению цифровых технологий. Их широкое применение обусловлено высокой точностью и робастностью по отношению к шумам [1–3]. Однако цифровые технологии имеют ряд особенностей при обработке и передаче сигналов, например, потери информации при квантовании по времени и по уровню. Как правило, проблеме квантования по времени решают с помощью высокопроизводительного вычислительного оборудования. Проблема квантования по уровню – более сложная, так как применение датчиков с быстрым откликом и высокой разрешающей способностью требует значительных финансовых затрат [4, 5]. Данная проблема значительно усложняется, если рассматривается не одна система, а множество взаимосвязанных объектов управления. Настоящая работа посвящена управлению многосвязными системами в условиях квантования по уровню выходного сигнала.

Для управления многосвязными системами в настоящее время предложено немало решений. Так, в [6] использован метод пассивации для управления многосвязными объектами, но с обеспечением только полуглобальной асимптотической устойчивости замкнутой системы. Проблема глобальной устойчивости решена в [7] с применением метода скользящих режимов. Однако результат [7] не получил широкого распространения на практике из-за чувствительности по отношению к шумам. В [8] предложена модификация метода [7], обеспечивающая робастность по отношению к шумам.

Следует отметить, что методы [6–8] требуют громоздких вычислений в режиме реального времени, обладают достаточной сложностью синтеза регулятора и не гарантируют устойчивость при наличии неучтенной динамики. Первые работы по синтезу простых систем управления в условиях неучтенной динамики представлены в [9, 10]. В [11–13] представлен синтез простых регуляторов для управления многосвязными объектами. Результат [11] обобщен в [2] для многосвязных систем в условиях квантованного по уровню выходного сигнала. Однако в [14] для реализации системы управления синтезировался дискретный регулятор, так как на выходе квантователя содержится недифференцируемый сигнал. Применение непрерывного робастного регулятора в условиях квантования по уровню для многосвязных объектов до сих пор не рассматривалась. Настоящая работа посвящена решению данной проблемы.

В работе предложено развитие результатов [12, 13] для построения непрерывной системы управления многосвязными объектами в условиях неучтенной динамики и квантованного по уровню выходного сигнала. Дополнительно полагается, что неизвестны значения параметров модели объекта управления и недоступно измерению внешнее воздействие. Работоспособность разработанной системы управления проверяется путем экспериментального исследования на модели вертолета с двумя степенями свободы и управлением по рысканью и тангажу.

Постановка задачи

Рассмотрим многосвязный объект управления, описываемый дифференциальными уравнениями

$$Q_i(p)y_i(t) = R_i(p)u_i(t) + \tilde{f}_i(t) + \sum_{i=1, i \neq j}^N c_{ij}(p)y_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^M \gamma_{ij}(p)u_j(t), \quad i = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, M}, \quad (1)$$

где $Q_i(p), R_i(p)$ – линейные дифференциальные операторы с неизвестными коэффициентами и размерностями n_i и m_i соответственно; $y_i(t) \in R$ – выходной сигнал; $u_i(t) \in R$ – сигнал управления; $\tilde{f}_i(t)$ – ограниченное внешнее возмущающее воздействие; $c_{ij}(p)$ и $\gamma_{ij}(p)$ – линейные дифференциальные операторы входных и выходных перекрестных связей; N и M – количество выходных и входных перекрестных связей; $p = d/dt$ – оператор дифференцирования; $\rho_i = n_i - m_i \geq 1$ – относительная степень подсистемы.

Номинальная модель описывается следующими уравнениями:

$$Q_{mi}(p)y_{mi}(t) = R_{mi}(p)r_i(t), \quad i = \overline{1, N}, \quad (2)$$

где $Q_{mi}(p)$ и $R_{mi}(p)$ – линейные дифференциальные операторы с известными коэффициентами; $y_{mi}(t) \in R$ – выходной сигнал номинальной модели; $r_i(t)$ – кусочно-гладкое ограниченное входное воздействие номинальной модели.

Предположим, что выход объекта управления (1) измеряется только посредством квантователя [5]:

$$q_i(y_i(t)) = \begin{cases} \tilde{q}_i(y_i(t)), & |y_i(t)| \leq \bar{y}_i, \\ \bar{y}_i \text{sign}(y_i(t)), & |y_i(t)| > \bar{y}_i, \end{cases} \quad (3)$$

где $\bar{y}_i > 0$ – насыщение квантователя; $\tilde{q}_i(y_i) = \frac{1}{\chi p + 1} \bar{q}_i(y_i)$; $\bar{q}_i(y_i)$ – функция квантования (рис. 1); $\chi > 0$ – некоторое положительное число. Отметим, что оператор $\frac{1}{\chi p + 1}$ необходим для сглаживания сигнала $\bar{q}_i(y_i)$, так как при синтезе системы управления потребуется наличие первой производной от $\tilde{q}_i(y_i)$. Число χ выбирается минимальным, технически реализуемым в системе управления.

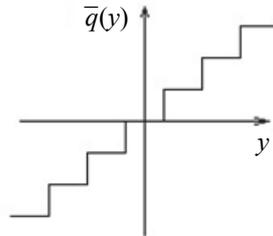


Рис. 1. Выходная характеристика квантователя

Предположим, что объект управления (1) с квантователем (3) удовлетворяют следующим предположениям:

1. квантователь удовлетворяет условиям $|\tilde{q}_i(y_i(t)) - y_i(t)| \leq \Delta_i$, где Δ_i – шаг квантования;
2. неизвестные коэффициенты операторов $Q_i(p)$ и $R_i(p)$ принадлежат известному компактному множеству Ξ ;
3. объект управления (1) – минимально-фазовый;
4. начальные условия объекта управления удовлетворяют неравенству $|y_i(0), \dot{y}_i(0), \dots, y_i^{n-1}(0)| \leq \bar{y}_i$.

Необходимо разработать закон управления, обеспечивающий сходимость ошибки слежения в ограниченную область:

$$|q_i(y_i(t)) - y_{mi}(t)| < \delta, \forall t > T,$$

где $\delta > 0$ – требуемая точность; $T > 0$ – время переходного процесса.

Закон управления

Применим метод последовательного компенсатора для многосвязных систем [12, 13] к системе (1). Аналогично [12, 13] введем закон управления:

$$u_i(t) = -(\alpha_i + \beta_i) D_i(p) \hat{e}_i(t), \quad (4)$$

где α_i и β_i – положительные числа; $D_i(\lambda)$ – гурвицев полином порядка $(\rho_i - 1)$, такой, что полином $M_i(\lambda) = Q_i(\lambda) + \alpha_i R_i(\lambda) D_i(\lambda)$ – гурвицев (согласно [12, 13], при достаточно большом α_i условие гурвицевости полинома $M_i(\lambda)$ реализуемо); λ – комплексная переменная; $\hat{e}_i(t)$ – оценка ошибки слежения $e_i(t) = q_i(y_i) - y_{mi}(t)$.

С учетом (1), (2) и (4) уравнение динамики ошибки замкнутой системы имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} (Q_i(p) + \alpha_i R_i(p) D_i(p)) e_i(t) &= R_i(p) D_i(p) ((\alpha_i + \beta_i)(e_i(t) - \hat{e}_i(t)) - \beta_i e_i(t)) + f_i(t) + \\ Q_{1i}(p)(q_i(t) - y_i(t)) + Q_{2i}(p)(\dot{q}_i(t) - \dot{y}_i(t)) + \sum_{i=1, i \neq j}^N c_{ij}(p) e_i(t) - \sum_{i=1, i \neq j}^N c_{ij}(p)(q_i(t) - y_i(t)) - \\ & (\alpha_i + \beta_i) R_i(p) D_i(p) \sum_{j=1, j \neq i}^M \gamma_{ij}(p) \hat{e}_j(t), \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$f_i(t) = \tilde{f}_i(t) - \frac{Q_i(p)}{R_i(p) D_i(p)} y_{mi}(t) + \sum_{i=1, i \neq j}^N c_{ij}(p) y_{mi}(t),$$

$$Q_i(p) = Q_{1i}(p) + p Q_{2i}(p), \text{deg} Q_{2i}(p) = n - 1, \text{deg} Q_{1i}(p) < n - 1.$$

Представим модель (5) в матричной форме:

$$(\mathbf{Q} + \alpha \mathbf{R}\mathbf{D})\mathbf{e}(t) = \mathbf{R}\mathbf{D}((\alpha + \beta)(\mathbf{e}(t) - \hat{\mathbf{e}}(t)) - \beta \mathbf{e}(t)) + \mathbf{f}(t) + (\mathbf{Q}_1 - \mathbf{C})(\mathbf{q}(t) - \mathbf{y}(t)) + \mathbf{Q}_2(\dot{\mathbf{q}}(t) - \dot{\mathbf{y}}(t)) + \mathbf{C}\mathbf{e}(t) - (\alpha + \beta)\mathbf{R}\mathbf{D}\Gamma\hat{\mathbf{e}}(t), \quad (6)$$

где $\mathbf{e}(t) = \text{col}\{e_i(t)\}$; $\hat{\mathbf{e}}(t) = \text{col}\{\hat{e}_i(t)\}$; $\mathbf{Q} = \text{diag}\{Q_i\}$; $R = \text{diag}\{R_i(p)\}$; $\mathbf{Q}_1 = \text{diag}\{Q_{1i}(p)\}$; $\mathbf{Q}_2 = \text{diag}\{Q_{2i}(p)\}$; $\mathbf{D} = \text{diag}\{D_i(p)\}$; $\alpha = \text{diag}\{\alpha_i\}$; $\beta = \text{diag}\{\beta_i\}$; $\mathbf{f}(t) = \text{col}\{f_i(t)\}$;

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & c_{1j}(p) \\ & \ddots \\ c_{ji}(p) & 0 \end{pmatrix}; \quad \Gamma = \begin{pmatrix} 0 & \gamma_{1j}(p) \\ & \ddots \\ \gamma_{ji}(p) & 0 \end{pmatrix}.$$

Для реализации закона управления (4) воспользуемся наблюдателем вида

$$\begin{cases} \dot{\xi}_i(t) = \sigma_i \mathbf{H}_i \xi_i(t) + \sigma_i \mathbf{G}_i e_i(t), \\ \hat{e}_i(t) = \mathbf{L}_i \xi_i(t), \end{cases} \quad (7)$$

где $\xi_i(t) \in R^{p_i-1}$ – вектор состояния наблюдателя; $\mathbf{H}_i = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{I}_{p_i-2} \\ -k_{z_1} & \dots & -k_{z_{p_i-1}} \end{pmatrix}$ – гурвицева матрица;

$\mathbf{G}_i = [0 \dots 0 \ k_i]^T$; \mathbf{I}_{p_i-2} – единичная матрица размерности $p_i - 2$, $k_{z_z}, z = \overline{1, p_i - 1}$ – положительные числа; $\mathbf{L}_i = [1 \ 0 \dots 0]$; $\sigma_i > \alpha_i + \beta_i$. Преимуществом используемого наблюдателя является отсутствие необходимости точного знания параметров модели объекта управления. Робастность наблюдателя по отношению к данным неопределенностям достигается за счет введения большого коэффициента σ_i [12, 13].

Представим наблюдатель (7) для многосвязной системы (1) в следующей форме:

$$\begin{cases} \dot{\xi}(t) = \sigma \mathbf{H} \xi(t) + \sigma \mathbf{G} \mathbf{e}(t), \\ \hat{\mathbf{e}}(t) = \mathbf{L} \xi(t), \end{cases} \quad (8)$$

где $\xi(t) = \text{col}\{\xi_i(t)\}$, $\sigma = \text{diag}\{\sigma_i\}$, $\mathbf{H} = \text{diag}\{\mathbf{H}_i\}$, $\mathbf{G} = \text{diag}\{\mathbf{G}_i\}$, $\mathbf{L} = \text{diag}\{\mathbf{L}_i\}$.

Рассмотрим ошибку оценки наблюдателя:

$$\boldsymbol{\eta}(t) = \bar{\mathbf{L}}^T \mathbf{e}(t) - \boldsymbol{\xi}(t),$$

где $\bar{\mathbf{L}} = \text{diag}\{\bar{\mathbf{L}}_i\}$, $\bar{\mathbf{L}}_i = [1 \ 0 \dots 0]$, $\boldsymbol{\eta}(t) = \text{col}\{\eta_i(t)\}$.

Для анализа динамики наблюдателя получим производную ошибки оценки:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}(t) = \sigma \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(t) + \bar{\mathbf{L}}^T \dot{\mathbf{e}}(t).$$

С учетом (6), (8) замкнутая система примет следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{e}(t) - (\beta \mathbf{V} - (\alpha + \beta)\mathbf{D})\mathbf{e}(t) + (\alpha + \beta)(\mathbf{B} + \mathbf{I})\bar{\mathbf{L}}\boldsymbol{\eta} + \mathbf{B}_1(\mathbf{q}(t) - \mathbf{y}(t)) + \mathbf{B}_2(\dot{\mathbf{q}}(t) - \dot{\mathbf{y}}(t)) + \mathbf{B}_3\boldsymbol{\varphi}(t), \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}(t) = \sigma \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(t) + \bar{\mathbf{L}}^T \dot{\mathbf{e}}(t). \end{cases}$$

Теорема. Существуют такие $\alpha_i, \beta_i, \sigma_i$ и $D_i(p)$, что закон управления (4) с наблюдателем (8) обеспечивает слежение выхода объекта управления за номинальным сигналом с точностью

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\lambda_{\min}(\mathbf{P}_1)} \left[\left(V(0) - \frac{\theta}{\varsigma} \right) e^{-\varsigma T} + \frac{\theta}{\varsigma} \right]},$$

где $V = \varepsilon^T \mathbf{P}_1 \varepsilon + \eta^T \mathbf{P}_2 \eta$ – функция Ляпунова; \mathbf{P}_1 и \mathbf{P}_2 – решения уравнений $\mathbf{A}^T \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1 \mathbf{A} = -\mathbf{Q}_1$ и $\mathbf{H}^T \mathbf{P}_2 + \mathbf{P}_2 \mathbf{H} = -\mathbf{Q}_2$ соответственно; \mathbf{Q}_1 и \mathbf{Q}_2 – симметричные, положительно определенные матрицы; $\theta = \sup \frac{\varphi^2(t)}{\nu} + \frac{\Delta^2}{\nu}$, ν – некоторое положительное число; ς – положительное число, зависящее от параметров объекта управления.

Доказательство данной теоремы и робастности замкнутой системы подобно доказательствам для объектов со скалярным входом–выходом в работе [15] и для многосвязных объектов в работе [16].

Экспериментальный стенд

Для исследования и испытаний разработанных законов управления используем мехатронный стенд Twin Rotor MIMO System (TRMS). Данная установка представляет собой модель вертолета с двумя степенями свободы и управлением по рысканью и тангажу (рис. 2) с помощью двигателей постоянного тока.

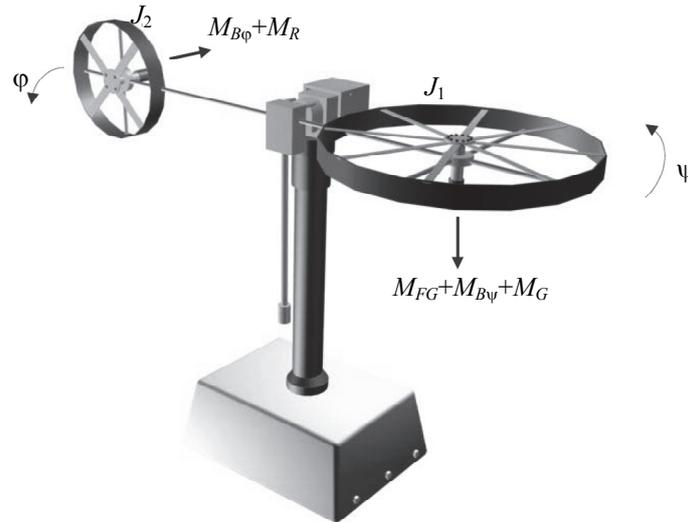


Рис. 2. Лабораторный стенд Twin Rotor MIMO System

Рассмотрим динамику стенда при движении в вертикальной плоскости на основе второго закона Ньютона для вращательного движения:

$$J_1 \ddot{\psi} = M_1 - M_{FG} - M_{B\psi} - M_G,$$

где J_1 – момент инерции; ψ – угол тангажа; M_1 – момент, создаваемый тягой пропеллера, приводимого в движение двигателем; M_{FG} – момент силы тяжести; $M_{B\psi}$ – момент силы трения; M_G – гироскопический момент.

Силы, действующие в вертикальной плоскости, описываются следующими уравнениями:

$$M_{FG} = M_{g1} \sin \psi - M_{g2} \cos \psi,$$

$$M_G = K_{gy} M_1 \phi \cos \psi,$$

$$M_{B\psi} = B_{1\psi} \dot{\psi} + B_{2\psi} \text{sign} \dot{\psi},$$

$$M_1 = a_1 \tau_1^2 + b_1 \tau_1,$$

где ϕ – угол рысканья; τ_1 – момент силы, создаваемый двигателем; M_{g1} , M_{g2} , K_{gy} , M_1 , $B_{1\psi}$, $B_{2\psi}$, a_1 , b_1 – константы, физический смысл и значения которых приведены в [17].

Моменты сил, создаваемые двигателями, аппроксимируем передаточной функцией первого порядка:

$$\tau_1 = \frac{k_1}{T_{11}p + T_{10}} u_1,$$

$$\tau_2 = \frac{k_2}{T_{21}p + T_{20}} u_2,$$

где u_1 и u_2 – входные напряжения.

Таким образом, динамика TRMS в вертикальной плоскости описывается дифференциальным уравнением

$$\psi^{(3)} + B_{1\psi} \ddot{\psi} = \theta_{1\psi} k_1 u_1 + f_\psi,$$

$$f_\psi = \theta_{2\psi} k_1 u_1 - \frac{M_{g1}}{J_1} \cos \psi - \frac{M_{g2}}{J_1} \sin \psi + K_{gy} M_1 \phi \cos \psi + B_{1\psi} \text{sign} \dot{\psi},$$

где $\theta_{1\psi}$, $\theta_{2\psi}$, $B_{1\psi}$ – коэффициенты, полученные при вычислении математической модели; f_ψ – возмущающее воздействие, содержащее все нелинейные члены.

Динамика TRMS в горизонтальной плоскости описывается уравнением

$$J_2 \ddot{\phi} = M_2 - M_{B\phi} - M_R,$$

где J_2 – момент инерции; M_2 – момент, создаваемый двигателем; M_R – момент кросс-реакции.

Силы, действующие в вертикальной плоскости, описываются уравнениями

$$M_R = \frac{k_c(T_0 p + 1)}{T_p p + 1} \tau_1,$$

$$M_{B\varphi} = B_{1\varphi} \dot{\varphi} + B_{2\varphi} \text{sign} \dot{\varphi},$$

$$M_2 = a_2 \tau_2^2 + b_2 \tau_2,$$

где k_c , T_0 , T_p , $B_{2\varphi}$, $B_{1\varphi}$, a_2 , b_2 – константы, физический смысл и значения которых приведены в [17].

Таким образом, динамика TRMS в горизонтальной плоскости описывается дифференциальным уравнением вида

$$\varphi^{(3)} + B_{1\varphi} \ddot{\varphi} = \theta_{1\varphi} k_2 u_2 + f_\varphi,$$

$$f_\varphi = \theta_{2\varphi} + B_{2\varphi} \text{sign} \dot{\varphi} + \rho(\tau_1),$$

где $B_{1\varphi}$, $B_{2\varphi}$, $\theta_{1\varphi}$ – коэффициенты, полученные при вычислении математической модели; $\rho(\tau_1)$ – ограниченная нелинейная функция; f_φ – возмущающее воздействие.

Экспериментальные исследования

На основании полученной математической модели представим TRMS в виде двух независимых подсистем в форме вход–состояние–выход, на которые действуют возмущающие воздействия, включающие в себя нелинейности моделей:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_\psi = \mathbf{A}_\psi \mathbf{x}_\psi + \mathbf{B}_\psi (u_1 + f_\psi), \\ \psi = \mathbf{C}_\psi \mathbf{x}_\psi, \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_\varphi = \mathbf{A}_\varphi \mathbf{x}_\varphi + \mathbf{B}_\varphi (u_2 + f_\varphi), \\ \varphi = \mathbf{C}_\varphi \mathbf{x}_\varphi, \end{cases}$$

где

$$\mathbf{A}_\psi = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -6 \cdot 10^{-2} & 1,51 \\ 0 & 0 & -0,91 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_\psi = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C}_\psi^T = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{A}_\varphi = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -6 \cdot 10^{-3} & 4,5 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_\varphi = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,8 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C}_\varphi^T = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Зададим параметры регулятора следующим образом:

$$\alpha_{\psi,\varphi} = 0,4, \quad \beta_{\psi,\varphi} = 0,1, \quad \sigma_{\psi,\varphi} = 1, \quad D(p)_{\psi,\varphi} = 50p^2 + 200p + 500, \quad \mathbf{H}_{\psi,\varphi} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0,01 & -100 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G}_{\psi,\varphi} = (0 \quad 1)^T.$$

Согласно (8), запишем наблюдатель по контуру тангажа ψ и контуру рыскания φ в виде

$$\begin{pmatrix} \dot{\xi}_{1\psi} \\ \dot{\xi}_{2\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0,01 & -100 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_{1\psi} \\ \xi_{2\psi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e_\psi, \quad \begin{pmatrix} \dot{\xi}_{1\varphi} \\ \dot{\xi}_{2\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0,01 & -100 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_{1\varphi} \\ \xi_{2\varphi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e_\varphi,$$

где $e_\psi = \psi - \psi^*$; $e_\varphi = \varphi - \varphi^*$; ψ^* и φ^* – желаемые траектории по углам тангажа и рыскания.

Принимая во внимание (4), сформируем законы управления следующим образом:

$$u_\psi = -0,5(50\dot{\xi}_{2\psi} + 200\xi_{2\psi} + 500\xi_{1\psi}), \quad u_\varphi = -0,5(50\dot{\xi}_{2\varphi} + 200\xi_{2\varphi} + 500\xi_{1\varphi}).$$

Целью управления было поддержание угла тангажа в положении 0,4 рад, угла рыскания – 0,6 рад. Шаг квантования был задан 0,05 рад. Предложенный алгоритм был сравнен с пропорционально-интегрально-дифференциальным (ПИД)-регулятором, настроенным производителями TRMS. Переходные процессы изображены на рис. 3, 4. Индекс «*» означает желаемую траекторию, «с» – выход при использовании предложенного алгоритма, «PID» – выход при использовании ПИД-регулятора.

Результаты экспериментов показали, что ошибка слежения по углу рыскания и по углу тангажа для робастного регулятора не превышает 0,05 рад после 15 с с начала работы системы. Ошибка слежения ПИД-регулятора по углу рыскания и по углу тангажа не превышает 0,4 рад и 0,15 рад соответственно после 13 с с начала работы системы. В ходе проведения ряда других экспериментов, связанных с изменением массы и центра масс системы, не наблюдалось значительного изменения качества переходных процессов при использовании робастного регулятора. Ошибка слежения в установившемся режиме пропорциональна шагу квантования. Также результаты моделирования и эксперимента показали, что отсутствие апериодического звена после функции квантования (т.е. $\tilde{q}_i(y_i) = \bar{q}_i(y_i)$) не оказывает существенного влияния на качество переходных процессов в замкнутой системе.

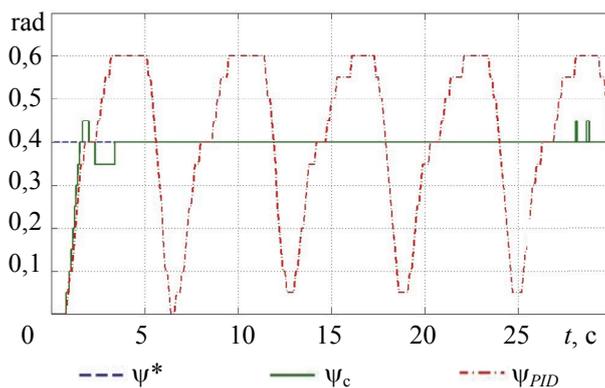


Рис. 3. Выход квантователя тангажа

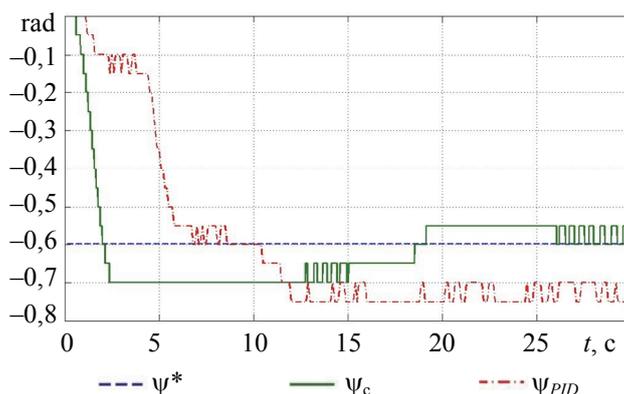


Рис. 4. Выход квантователя рысканья

Заключение

В работе был рассмотрен робастный алгоритм управления по выходу линейными системами в условиях параметрической неопределенности, квантования выходного сигнала и возмущающих воздействий. Предложенный алгоритм обеспечивает сходимость ошибки слежения в ограниченную область за конечное время. Границы области сходимости зависят от величины возмущений и шага квантования. Были проведены экспериментальные исследования алгоритма. Результаты исследований подтвердили его работоспособность и высокую эффективность.

Литература

1. Widrow B. Statistical analysis of amplitude-quantized sampled-data systems // *IEEE Transactions*. 1961. V. 79. N 6. P. 555–568. doi: 10.1109/tai.1961.6371702
2. Liu B., Kaneko T. Error analysis of digital filters with floating-point arithmetic // *Proc. IEEE*. 1969. V. 57. P. 1735–1747.
3. Curry R.E. *Estimation and Control with Quantized Measurements*. MIT Press, 1970. 141 p.
4. Delchamps D.F. Stabilizing a linear system with quantized state feedback // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1990. V. 35. N 8. P. 916–924. doi: 10.1109/9.58500
5. Brockett R., Liberzon D. Quantized feedback stabilization of linear systems // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2000. V. 45. N 7. P. 1279–1289. doi: 10.1109/9.867021
6. Ortega R., Spong M. Adaptive motion control of rigid robots: a tutorial // *Proc. 27th IEEE Conf. on Decision and Control*. 1988. V. 2. P. 1575–1584. doi: 10.1109/cdc.1988.194594
7. Slotine J.J., Li W. *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, 1991. 461 p.
8. Berghuis H., Ortega R., Nijmeijer H. A robust adaptive robot controller // *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. V. 9. N 6. P. 825–830. doi: 10.1109/70.265925
9. Фуртат И.Б., Цыкунов А.М. Робастное управление нестационарными нелинейными структурно неопределенными объектами // *Проблемы управления*. 2008. № 5. С. 2–7.
10. Бобцов А.А., Шаветов С.В. Управление по выходу линейным параметрически неопределенным объектом в

References

1. Widrow B. Statistical analysis of amplitude-quantized sampled-data systems. *IEEE Transactions*, 1961, vol. 79, no. 6, pp. 555–568. doi: 10.1109/tai.1961.6371702
2. Liu B., Kaneko T. Error analysis of digital filters with floating-point arithmetic. *Proc. IEEE*, 1969, vol. 57, pp. 1735–1747.
3. Curry R.E. *Estimation and Control with Quantized Measurements*. MIT Press, 1970, 141 p.
4. Delchamps D.F. Stabilizing a linear system with quantized state feedback. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1990, vol. 35, no. 8, pp. 916–924. doi: 10.1109/9.58500
5. Brockett R., Liberzon D. Quantized feedback stabilization of linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, vol. 45, no. 7, pp. 1279–1289. doi: 10.1109/9.867021
6. Ortega R., Spong M. Adaptive motion control of rigid robots: a tutorial. *Proc. 27th IEEE Conf. on Decision and Control*, 1988, vol. 2, pp. 1575–1584. doi: 10.1109/cdc.1988.194594
7. Slotine J.J., Li W. *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, 1991, 461 p.
8. Berghuis H., Ortega R., Nijmeijer H. A robust adaptive robot controller. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 9, no. 6, pp. 825–830. doi: 10.1109/70.265925
9. Furtat I.B., Tsykunov A.M. Robust control of unsteady-state nonlinear structurally undefined objects. *Control Sciences*, 2008, no. 5, pp. 2–7. (In Russian)
10. Bobtsov A.A., Shavetov S.V. Output control of linear parametrically uncertain object in conditions of disturbances and neglected dynamics. *Scientific and Technical Journal of*

- условиях возмущающих воздействий и неучтенной динамики // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. 2011. № 1(71). С. 33–39.
11. Цыкунов А.М. Робастное управление с компенсацией возмущений. М.: Физматлит, 2012. 298 с.
 12. Бобцов А.А., Фаронов М.В., Фуртат И.Б., Пыркин А.А., Цзянь В. Адаптивное управление по выходу многоканальными линейными стационарными параметрически неопределенными системами // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2014. № 6. С. 63–70.
 13. Bobtsov A.A., Faronov M.V., Furtat I.B., Pyrkin A.A., Arustamov S.A. Adaptive control of linear MIMO systems // Proc. 6th Int. Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops, ICUMT. St. Petersburg, Russia, 2014. P. 584–589. doi: 10.1109/icumt.2014.7002166
 14. Furtat I.B., Fradkov A.L., Liberzon D. Robust control with compensation of disturbances for systems with quantized output // IFAC Proceedings. 2014. V. 47. N 3. P. 730–735. doi: 10.3182/20140824-6-za-1003.00531
 15. Margun A., Furtat I. Robust control of uncertain linear systems in conditions of output quantization // IFAC Proceedings. 2015. V. 48. N 11. P. 843–847. doi: 10.5220/0005981405140520
 16. Margun A., Furtat I. Robust control of linear MIMO systems in conditions of parametric uncertainties, external disturbances and signal quantization // Proc. 20th Int. Conf. on Methods and Models in Automation and Robotics. 2015. P. 341–346.
 17. Twin Rotor MIMO System Experiment. Feedback Instruments Ltd., 1998.
 11. Tsykunov A.M. *Robustnoe Upravlenie s Kompensatsiei Vozmushchenii* [Robust Control with Compensation of Perturbations]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2012, 298 p.
 12. Bobtsov A.A., Faronov M.V., Furtat I.B., Pyrkin A.A., Wang J. Adaptive output control of multichannel linear stationary systems under parametric uncertainty. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2014, no. 6, pp. 63–70. (In Russian)
 13. Bobtsov A.A., Faronov M.V., Furtat I.B., Pyrkin A.A., Arustamov S.A. Adaptive control of linear MIMO systems. *Proc. 6th Int. Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops, ICUMT*. St. Petersburg, Russia, 2014, pp. 584–589. doi: 10.1109/icumt.2014.7002166
 14. Furtat I.B., Fradkov A.L., Liberzon D. Robust control with compensation of disturbances for systems with quantized output. *IFAC Proceedings*, 2014, vol. 47, no. 3, pp. 730–735. doi: 10.3182/20140824-6-za-1003.00531
 15. Margun A., Furtat I. Robust control of uncertain linear systems in conditions of output quantization. *IFAC Proceedings*, 2015, vol. 48, no. 11, pp. 843–847. doi: 10.5220/0005981405140520
 16. Margun A., Furtat I. Robust control of linear MIMO systems in conditions of parametric uncertainties, external disturbances and signal quantization. *Proc. 20th Int. Conf. on Methods and Models in Automation and Robotics*, 2015, pp. 341–346.
 17. *Twin Rotor MIMO System Experiment*. Feedback Instruments Ltd., 1998.

Авторы

Маргун Алексей Анатольевич – аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, alexeimargun@gmail.com

Фуртат Игорь Борисович – доктор технических наук, доцент, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация; старший научный сотрудник, Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, 199178, Российская Федерация, cainenash@mail.ru

Authors

Alexey A. Margun – postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, alexeimargun@gmail.com

Igor B. Furtat – D.Sc., Associate professor, Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation; senior researcher, IPME RAS, Saint Petersburg, 199178, Russian Federation, cainenash@mail.ru