

УДК 681.51

ВЛИЯНИЕ НАПРАВЛЕНИЯ ОРТОТРОПИИ НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРНО-ВОЗМУЩЕННОГО ЧУВСТВИТЕЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА МИКРОМЕХАНИЧЕСКОГО АКСЕЛЕРОМЕТРА

С.А. Галкина^а, М.А. Барулина^а

^а Институт проблем точной механики и управления РАН, Саратов, 410028, Российская Федерация
Адрес для переписки: leokox@yandex.ru

Информация о статье

Поступила в редакцию 16.11.17, принята к печати 17.12.17

doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-1-147-152

Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Галкина С.А., Барулина М.А. Влияние направления ортотропии на напряженно-деформированное состояние температурно-возмущенного чувствительного элемента микромеханического акселерометра // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2018. Т. 18. № 1. С. 147–152. doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-1-147-152

Аннотация

Представлены результаты исследований влияния направления осей ортотропии материала чувствительного элемента микромеханического акселерометра на его деформированное состояние в условиях присутствия тепловых возмущений. Предложена математическая модель тонкой ортотропной температурно-возмущенной пластины для случая несовпадения координатных осей с направлением ортотропии материала чувствительного элемента датчика. Разработано программное обеспечение для изучения влияния рассогласования координатных осей и направления ортотропии на напряженно-деформированное состояние чувствительного элемента, которое по точности результатов моделирования сопоставимо с программным комплексом ANSYS. С помощью разработанного программного обеспечения проведено компьютерное моделирование, получены зависимости поля перемещений однородно нагретого чувствительного элемента от угла рассогласования координатных осей и направления ортотропии. В результате компьютерного моделирования выявлено наличие рассогласования направления осей ортотропии и координатных осей, приводящих к нарушению симметрии в деформации пластины при равномерном нагреве. В ходе исследований определен нелинейный характер зависимости напряженно-деформированного состояния температурно-возмущенного датчика от угла рассогласования направления осей ортотропии и координатных осей. Показано, что изменение величины максимального прогиба при различных значениях угла рассогласования не превышает 3,2% от номинального. Однако в условиях внешних динамических, тепловых и механических воздействий кумулятивный эффект от изменения величины максимального прогиба может оказать значительное влияние на характеристики микромеханического акселерометра, поэтому представляется целесообразным дальнейшее исследование влияния рассогласования направления осей ортотропии и координатных осей на параметры датчиков инерциальной информации.

Ключевые слова

микромеханический датчик, микромеханический акселерометр, чувствительный элемент, ортотропность, напряженно-деформированное состояние

Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 16-19-10290.

ORTHOTROPIC DIRECTION EFFECT ON STRESS-STRAIN STATE OF TEMPERATURE-PERTURBED SENSING ELEMENT OF MICROMECHANICAL ACCELEROMETER

S.A. Galkina^а, M.A. Barulina^а

^а Institute of Problems of Precise Mechanics and Control RAS, Saratov, 410028, Russian Federation
Corresponding author: leokox@yandex.ru

Article info

Received 16.11.17, accepted 17.12.17

doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-1-147-152

Article in Russian

For citation: Galkina S.A., Barulina M.A. Orthotropic direction effect on stress-strain state of temperature-perturbed sensing element of micromechanical accelerometer. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2018, vol. 18, no. 1, pp. 147–152 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-1-147-152

Abstract

The paper presents research results on effect of the orthotropic axis directions of orthotropic silicon on the stress-strain state of sensing micromechanical accelerometer element within the conditions of thermal agitations. We proposed a mathematical model of orthotropic thin plate for the case of disalignment of the coordinate axes and the material orthotropic direction of sensor sensitive element. We developed and verified software for studying the effect of misalignment of the coordinate axes and the orthotropic direction on the stress-strain state of the sensing element. The software is comparable with ANSYS software package with respect to accuracy of the simulation results. The developed software was used for computer simulation; the displacement field dependences of a uniformly heated sensing element on misalignment angle of coordinate axes and orthotropic direction were obtained. Computer simulation revealed the presence of direction misalignment of orthotropic axes and the coordinate axes, resulting in symmetry disruption in the plate deformation under uniform heating. As part of the study, we have shown a nonlinear character of the stress-strain state dependence of the temperature-perturbed sensor on the misalignment angle of orthotropic axis directions. It was demonstrated that the maximum deflection change for different misalignment angle values does not exceed 3.2% of the nominal value. However, under the conditions of external dynamic, thermal and mechanical exposures, the cumulative effect of the maximum deflection value change can have a significant impact on the characteristics of the micromechanical accelerometer. Therefore, it seems advisable to perform future research of the effect of misalignment of orthotropic axis directions on the parameters of the inertial information sensors.

Keywords

micromechanical sensor, micromechanical accelerometer, sensitive element, orthotropy, stress-strain state

Acknowledgements

The work is financially supported by the RSF grant 16-19-10290.

Введение

Микромеханические акселерометры (ММА) относятся к классу современных микроэлектромеханических датчиков (MEMS-датчиков) инерциальной информации [1, 2]. Для улучшения характеристик ММА необходимо детальное изучение динамических процессов, которые обусловлены специфическими свойствами материала чувствительного элемента (ЧЭ) датчика, например, его ортотропностью [3, 4]. К настоящему времени некоторые вопросы влияния направления ортотропии материала на напряженно-деформированное состояние пластин уже исследованы [5, 6]. В работе [5] было показано, что в зависимости от материала изготовления и направления его осей ортотропности ожидаемые и реально измеряемые резонансные частоты MEMS-резонатора могут отличаться на 30%, поэтому при расчетах и изготовлении MEMS-датчиков необходимо учитывать направление осей ортотропии материала. Еще одним вопросом, который возникает при эксплуатации датчиков и который к настоящему времени изучен в недостаточной мере, является вопрос влияния ортотропии на деформацию чувствительного элемента ММА при наличии тепловых воздействий.

Целью настоящей работы является исследование влияния направления ортотропии материала ЧЭ на его деформированное состояние в условиях присутствия тепловых возмущений.

Для достижения поставленной цели были сформулированы и решены следующие задачи:

- разработана математическая модель тонкой ортотропной температурно возмущенной пластины при условии несовпадения координатных осей и направления ортотропии;
- разработано программное обеспечение для изучения влияния рассогласования координатных осей и направления ортотропии на напряженно-деформированное состояние;
- проведено компьютерное моделирование, в ходе которого получена кривая зависимости напряженно-деформированного состояния от величины угла рассогласования координатных осей и направления ортотропии.

Математическая модель

Чувствительный элемент акселерометра представляет собой тонкую пластину из кристаллического кремния [2, 7, 8], которая может быть заменена на прямоугольную пластину при решении ряда задач [9]. Решетка кристаллического кремния обладает кубической симметрией [4], поэтому направления и плоскости, повернутые относительно друг друга на 90° , эквивалентны (рис. 1, а).

Предположим, что ось Z является нормалью к плоскости тонкой пластины ($\sigma_{33} = 0$ [6]) и совпадает с направлением ортотропии $[001]$, оси X и Y находятся в плоскости пластины и угол расхождения между ними и направлениями $[100]$, $[010]$ равен γ (рис. 1, б). Тогда тензор \tilde{Q} модулей упругости и вектор $\tilde{\alpha}$ имеют следующий вид [6]:

$$\tilde{\mathbf{Q}}(\gamma) = \begin{bmatrix} \tilde{Q}_{11} & \tilde{Q}_{12} & 0 & 0 & \tilde{Q}_{16} \\ \tilde{Q}_{12} & \tilde{Q}_{22} & 0 & 0 & \tilde{Q}_{26} \\ 0 & 0 & \tilde{Q}_{44} & \tilde{Q}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{Q}_{45} & \tilde{Q}_{55} & 0 \\ \tilde{Q}_{61} & \tilde{Q}_{62} & 0 & 0 & \tilde{Q}_{66} \end{bmatrix}; \tilde{\boldsymbol{\alpha}}(\gamma) = \begin{bmatrix} \tilde{\alpha}_{xx} \\ \tilde{\alpha}_{yy} \\ 0 \\ 0 \\ 2\tilde{\alpha}_{xy} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где компоненты $\tilde{\mathbf{Q}}$ и $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}$ будут функциями γ [6]. Например:

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_{11} &= Q_{11} \cos^4 \gamma + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \gamma \cos^2 \gamma + Q_{22} \sin^4 \gamma, \\ \tilde{\alpha}_{xx} &= \alpha_1 \cos^2 \gamma + \alpha_2 \sin^2 \gamma; \tilde{\alpha}_{yy} = \alpha_1 \sin^2 \gamma + \alpha_2 \cos^2 \gamma; 2\tilde{\alpha}_{xy} = 2(\alpha_1 - \alpha_2) \sin \gamma \cos \gamma, \end{aligned}$$

где $Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$, $Q_{11} = Q_{21} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$, $Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$, $Q_{22} = G_{12}$, $Q_{44} = G_{23}$, $Q_{55} = G_{13}$, $E_i, \nu_{ij}, G_{ij}, \alpha_i$ – модули упругости, коэффициенты Пуассона, модуль сдвига и коэффициенты линейного теплового расширения, заданные по соответствующим направлениям ортотропии. Индекс 1 соответствует направлению ортотропии [100], индекс 2 – [010], индекс 3 – [001].

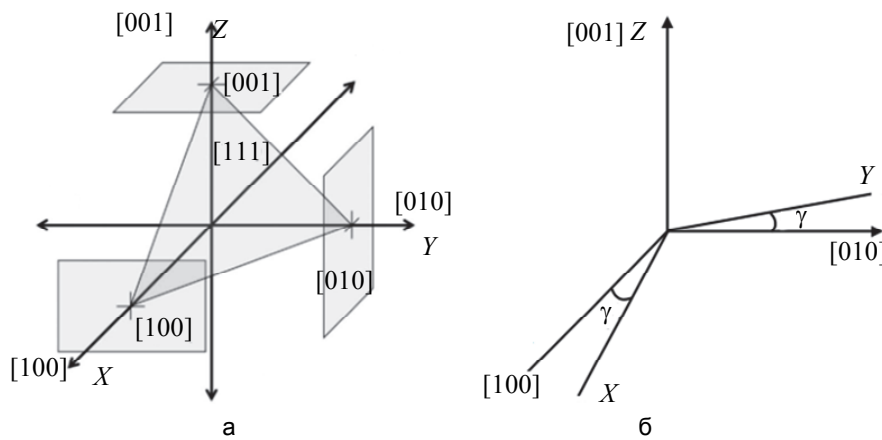


Рис. 1. Стандартные направления ортотропии кристалла кремния (а), поворот осей ортотропии (б)

Так как упругие константы и коэффициенты теплового расширения нелинейно зависят от угла γ рассогласования координатных осей и направлений ортотропии, то этот угол влияет и на напряженно-деформированное состояние пластины.

Аналитическое уравнение рассматриваемой ортотропной пластины, позволяющее учитывать температурные напряжения и деформации, довольно сложное и не имеет аналитического решения. Для определения формы этого влияния предлагается построить четырехузловой конечный элемент (рис. 2) с пятью степенями свободы в каждом узле [10–14].

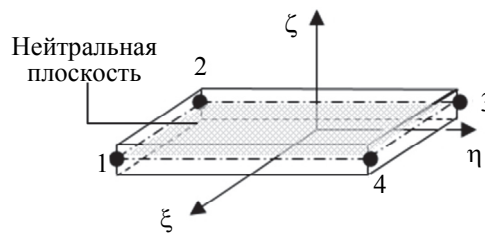


Рис. 2. Четырехузловой конечный элемент с локальной системой координат (ξ, η, ζ)

Узлы элемента находятся на нейтральной поверхности (рис. 2) и имеют следующие координаты в локальной системе координат (ξ, η, ζ) :

$$1: (1, -1); 2: (-1, -1); 3: (-1, 1); 4: (1, 1). \quad (2)$$

Отметим, что к единичному квадратному элементу с помощью элементарных преобразований может быть приведен любой конечный элемент.

В соответствии с теорией Тимошенко–Миндлина перемещение $\mathbf{v} = (\nu_\xi \nu_\eta \nu_\zeta)^T$ произвольной точки конечного элемента можно выразить через перемещения его нейтральной плоскости [4]:

$$\mathbf{v}(\xi, \eta, t) = \mathbf{u}(\xi, \eta, t) + \zeta \Phi(\xi, \eta, t), \quad (3)$$

где $\mathbf{u} = (u_\xi u_\eta u_\zeta)^T$ – вектор поступательных перемещений точек нейтральной поверхности; $\Phi = (\varphi_\xi \varphi_\eta \varphi_\zeta)^T$ – вектор углов поворота относительно соответствующих осей.

Аппроксимация радиус-вектора точки конечного элемента осуществлялась с помощью соотношения [10]:

$$\rho(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{m=1}^4 N_m(\xi, \eta) \left[r^{(m)} + \frac{h}{2} \zeta \mathbf{n}^{(m)} \right], \quad (4)$$

где $r^{(m)} = (x^{(m)} y^{(m)} z^{(m)})^T$ – координаты узла m в системе координат конечно-элементной модели; $\mathbf{n}^{(m)} = (0\ 0\ 1)^T$ – вектор нормали к узлу m ; $N_m(\xi, \eta)$ – функции форм, представляющие собой билинейные полиномы Лагранжа [10]:

$$N_m(\xi, \eta) = \frac{1}{4} (1 + \xi^{(m)} \xi) (1 + \eta^{(m)} \eta), \quad (5)$$

где $\xi^{(m)}, \eta^{(m)}$ – локальные координаты узлов.

Используя функции форм (5) и соотношения для деформаций и напряжений (1), с учетом выражений для тензора модулей упругости и вектора коэффициентов теплового линейного расширения (1)–(4), разрабатывается программное обеспечение для компьютерного моделирования влияния направления ортотропии на напряженно-деформированное состояние пластины [10, 14].

Разработка программного обеспечения и компьютерное моделирование

Учитывая приведенные выше зависимости, на основе принципов и методов, описанных в [10], на языке программирования C# было разработано программное обеспечение OrtoPlate1, которое позволяет осуществлять компьютерное моделирование влияния направления ортотропии на напряженно-деформированное состояние пластины. OrtoPlate1 может использоваться как альтернатива ANSYS [15] при решении задач рассматриваемого типа вследствие таких достоинств, как легкость варьирования угла между координатными осями и направлениями ортотропии материала, прозрачность реализованного в нем математического и алгоритмического аппарата.

В ходе экспериментального моделирования рассматривалась пластина со следующими параметрами [4]: $E_1 = E_2 = 169$ ГПа, $E_3 = 130$ ГПа, $\nu_{23} = 0,36$, $\nu_{31} = 0,28$, $\nu_{12} = 0,064$, $G_{23} = G_{31} = 79,6$ ГПа, $E_{12} = 50,9$ ГПа, толщина 2 мкм, длина 160 мкм, ширина 80 мкм. Коэффициент теплового расширения $5,1 \cdot 10^{-6}$ град $^{-1}$. Одна сторона пластины жестко закреплена. Температура нагрева пластины составила 40°C. Значения максимального прогиба $v_{z,max}$ срединной плоскости пластины при различных значениях угла γ показаны на рис. 3.

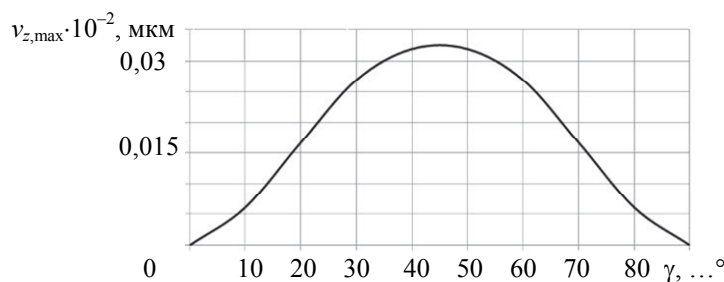


Рис. 3. Зависимость максимального прогиба $v_{z,max}$ срединной плоскости пластины от угла γ рассогласования координатных осей и направления ортотропии

Как известно, при однородном нагревании пластины происходит ее объемное расширение, при этом срединная плоскость пластины не деформируется в поперечном направлении. Из рис. 3 следует, что при рассогласовании между координатными осями и направлением ортотропии появляется дополнительная деформация срединной плоскости в поперечном направлении, что оказывает непосредственное влияние на точность ММА. Как видно из рис. 3, зависимость дополнительного прогиба $v_{z,max}$ от γ носит нелинейный характер. При этом, если при $\gamma = 0$ равномерное нагревание пластины приводит к ее равномерному расширению, то при $0 < \gamma < 90^\circ$ имеет место дополнительная неравномерная деформация пластины (рис. 4), что оказывает непосредственное влияние на точность ММА.

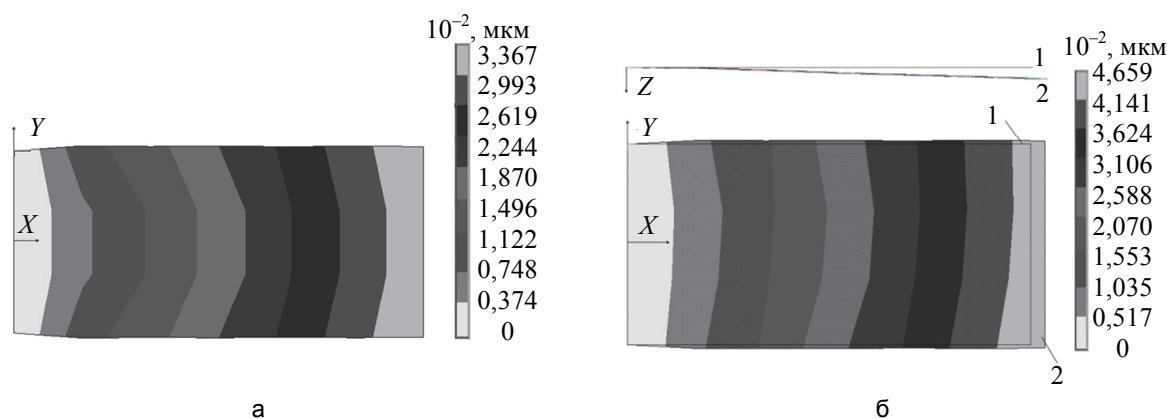


Рис. 4. Поле перемещений пластины при нагревании: $\gamma = 0^\circ$ (а); $\gamma = 40^\circ$ (б):

1 – недеформированная пластина; 2 – деформированная пластина

Как видно из рис. 4, наличие рассогласования направления осей ортотропии и координатных осей привело к нарушению симметричной картины деформации пластины при равномерном нагреве. По этой причине, несмотря на то, что изменение величины максимального прогиба при различных значениях γ не превышает 3,2% от номинального, при динамических тепловых и механических воздействиях кумулятивный эффект от изменения величины максимального прогиба и нарушения ожидаемой картины деформации чувствительного элемента может оказать значительное влияние на характеристики ММА.

Заключение

Методом компьютерного моделирования исследовано влияние направления осей ортотропии материала чувствительного элемента микромеханического акселерометра на его деформированное состояние в условиях однородного нагрева чувствительного элемента от угла рассогласования направления осей ортотропии и координатных осей. Установлено возникновение дополнительной деформации в поперечном направлении к плоскости чувствительного элемента. Несмотря на то, что величина возникающих прогибов срединной плоскости мала, при динамических тепловых и механических воздействиях кумулятивный эффект от изменения величины максимального прогиба и нарушения ожидаемой картины деформации чувствительного элемента может оказать значительное влияние на характеристики микромеханического акселерометра. Поэтому представляется целесообразным дальнейшее исследование влияния рассогласования направления осей ортотропии и координатных осей на параметры микромеханических датчиков.

Литература

1. Пешехонов В.Г. Современное состояние и перспективы развития гироскопических систем // Гироскопия и навигация. 2011. № 1 (72). С. 3–16.
2. Джашитов В.Э., Панкратов В.М. Датчики, приборы и системы авиакосмического и морского приборостроения в условиях тепловых воздействий. СПб: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2005. 404 с.
3. Расповов В.Я. Микромеханические приборы. Учебное пособие. Тула: Тул. гос. университет, 2002. 392 с.
4. Hopcroft M.A., Nix W.D., Kenny T.W. What is the young's modulus of silicon? // Journal of Microelectromechanical Systems. 2010. V. 19. N 2. P. 229–238. doi: 10.1109/jmems.2009.2039697
5. Reddy J.N. Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells. Theory and Analysis. 2nd ed. CRC Press, 2004. 831 p.
6. Beeby S., Ensell G., Kraft M., White N. MEMS Mechanical Sensors. Norwood: Artech House, 2004. 281 p.
7. Барулина М.А., Джашитов В.Э., Панкратов В.М., Калинин М.А., Папко А.А. Математическая модель микромеханического акселерометра с учетом температурных воздействий, термоупругого напряженно-деформированного состояния и динамических эффектов // Гироскопия и навигация. 2008. № 1. С. 55–70.
8. Connely I., Barbour N. et al. Manufacturing micromachined inertial sensor systems // Proc. 4th Int. Conf. on Integrated Navigation Systems. St. Petersburg, CSRI Elektropribor, 1997. Part 1. P. 362–370.
9. Christensen R.M. Mechanics of cellular and other low-density

References

1. Peshekhonov V.G. Gyroscopic systems: current status and prospects. *Gyroscopy and Navigation*, 2011, vol. 2, no. 3, pp. 111–118. doi: 10.1134/S2075108711030096
2. Dzhashitov V.E., Pankratov V.M. *Sensors, Instruments and Systems of Aerospace and Marine Instrumentmaking in Terms of Thermal Effects*. St. Petersburg, CNII Elektropribor Publ., 2005, 404 p. (In Russian)
3. Raspopov V.Ya. *Micromechanical Devices*. Tula, TuISU Publ., 2002, 392 p. (In Russian)
4. Hopcroft M.A., Nix W.D., Kenny T.W. What is the young's modulus of silicon? *Journal of Microelectromechanical Systems*, 2010, vol. 19, no. 2, pp. 229–238. doi: 10.1109/jmems.2009.2039697
5. Reddy J.N. *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells. Theory and Analysis*. 2nd ed. CRC Press, 2004, 831 p.
6. Beeby S., Ensell G., Kraft M., White N. *MEMS Mechanical Sensors*. Norwood, Artech House, 2004, 281 p.
7. Bandina M.A., Dzhashitov V.E., Pankratov V.M., Kalinin M.A., Papko A.A. Mathematical model of micromechanical accelerometer with consideration for temperature effects, thermoelastic deflected mode and dynamic effects. *Gyroscopy and Navigation*, 2008, no. 1, pp. 55–70. (In Russian)
8. Connely I., Barbour N. et al. Manufacturing micromachined inertial sensor systems. *Proc. 4th Int. Conf. on Integrated Navigation Systems*. St. Petersburg, CSRI Elektropribor, 1997, part 1, pp. 362–370.
9. Christensen R.M. Mechanics of cellular and other low-density

- materials // *International Journal of Solids and Structures*. 2000. V. 37. N 1-2. P. 93–104. doi: 10.1016/S0020-7683(99)00080-3
10. Голованов А.П., Тюленева О.Н., Шигабутдинов А.Ф. Метод конечных элементов в статике и динамике тонкостенных конструкций. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. 392 с.
 11. Cheng X., Xue W. Linear finite element approximations for the Timoshenko beam and the shallow arch problems // *Journal of Computational Mathematics*. 2002. V. 20. N 1. P. 15–22.
 12. Berzeri M., Shabana A.A. A Finite Element Study of the Geometric Centrifugal Stiffening Effect. Technical Report #MBS99-5-UIC. Chicago, University of Illinois, 1999.
 13. Rades M. Finite Element Analysis. Printech, 2006. 274 p.
 14. Greening P.D. Dynamic Finite Element Modelling and Updating of Loaded Structures. PhD Thesis. University of Bristol, UK, 1999.
 15. Alawadhi E.M. Finite Element Simulations Using ANSYS. CRC Press, 2010. 408 p.
10. Golovanov A.P., Tyuleneva O.N., Shigabutdinov A.F. *Finite Elements Method in Static and Dynamics of Thin-Walled Structures*. Moscow, Fizmatlit Publ., 2009, 392 p. (In Russian)
 11. Cheng X., Xue W. Linear finite element approximations for the Timoshenko beam and the shallow arch problems. *Journal of Computational Mathematics*, 2002, vol. 20, no. 1, pp. 15–22.
 12. Berzeri M., Shabana A.A. A Finite Element Study of the Geometric Centrifugal Stiffening Effect. *Technical Report #MBS99-5-UIC*. Chicago, University of Illinois, 1999.
 13. Rades M. *Finite Element Analysis*. Printech, 2006, 274 p.
 14. Greening P.D. *Dynamic Finite Element Modelling and Updating of Loaded Structures*. PhD Thesis. University of Bristol, UK, 1999.
 15. Alawadhi E.M. *Finite Element Simulations Using ANSYS*. CRC Press, 2010, 408 p.

Авторы

Галкина Софья Алексеевна – аспирант, Институт проблем точной механики и управления РАН, Саратов, 410028, Российская Федерация, ORCID ID: 0000-0003-0313-1586, leokox@yandex.ru

Барулина Марина Александровна – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Институт проблем точной механики и управления РАН, Саратов, 410028, Российская Федерация, Scopus ID: 51161080800, ORCID ID: 0000-0003-3867-648X, marina@barulina.ru

Authors

Sofia A. Galkina – postgraduate, Institute of Problems of Precise Mechanics and Control RAS, Saratov, 410028, Russian Federation, ORCID ID: 0000-0003-0313-1586, leokox@yandex.ru

Marina A. Barulina – D.Sc., Leading scientific researcher, Institute of Problems of Precise Mechanics and Control RAS, Saratov, 410028, Russian Federation, Scopus ID: 51161080800, ORCID ID: 0000-0003-3867-648X, marina@barulina.ru