УДК 519.7

УПРАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ГЕНЕРАТОРОМ В УСЛОВИЯХ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ПОМЕХ ИЗМЕРЕНИЯ

И.Б. Фуртат[a,b], А.Н. Нехороших[a,b]

[a] Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, 199178, Российская Федерация
[b] Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация
Адрес для переписки: becks94@mail.ru

Информация о статье
Поступила в редакцию 18.01.18, принята к печати 25.02.18
doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-2-228-235
Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Фуртат И.Б., Нехороших А.Н. Управление электрическим генератором в условиях высокочастотных помех измерения // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2018. Т. 18. № 2. С. 228–235. doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-2-228-235

Аннотация
Рассмотрена задача робастного управления электрическим генератором с априорно неизвестными параметрами при воздействии внешних ограниченных возмущений и наличии высокочастотных помех измерения. Предполагается, что измерению доступен только угол нагрузки, но не частота вращения ротора. Модель электрического генератора описана системой дифференциальных уравнений третьего порядка с алгебраическими уравнениями связи. Для решения задачи использован подход, основанный на разделении фильтрующих и оценивающих свойств системы управления в виде двух алгоритмов. Данная схема, в отличие от существующих аналогов, позволяет независимо управлять качеством фильтрации помехи и качеством стабилизации выходной переменной, а также компенсировать параметрические неопределенности и внешние возмущения с точностью, которая может быть уменьшена за счет выбора параметров алгоритма. Предложенный алгоритм прост в реализации и выборе настраиваемых параметров.

Ключевые слова
электрический генератор, помеха измерения, возмущение, фильтр, компенсация возмущений

Благодарности
Утверждение получено при поддержке гранта РНФ № 14-29-00142 в ИПМаш РАН. Другие работы проводились при поддержке грантов РФФИ (16-08-00282, 16-08-00686, 17-08-01266), гранта Министерства образования и науки РФ (проект 14.Z50.31.0031) и гранта Правительства РФ (074-U01).

ELECTRIC GENERATOR CONTROL UNDER HIGH-FREQUENCY MEASUREMENT NOISES

I.B. Furtat[a,b], A.N. Nekhoroshikh[a,b]

[a] Institute of Problems of Mechanical Engineering RAS, Saint Petersburg, 199178, Russian Federation
[b] ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation
Corresponding author: becks94@mail.ru

Article info
Received 18.01.18, accepted 25.02.18
doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-2-228-235
Article in Russian

For citation: Furtat I.B., Nekhoroshikh A.N. Electric generator control under high-frequency measurement noises. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2018, vol. 18, no. 2, pp. 228–235 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-2-228-235

Abstract
The paper considers the problem of robust control of an electric generator with unknown parameters under the effect of external bounded disturbances and the presence of high-frequency measurement noises. It is assumed that only the load angle is available for measurement, but not the rotor speed. The electric generator model is described by a system of third-order differential equations with algebraic coupling equations. The proposed approach based on the separation of the filtering and estimating properties of the control system is used to solve the problem. Unlike existing analogs this scheme gives the possibility to control independently the quality of filtering and the quality of output stabilization. Also it compensates parametric uncertainties and external disturbances with required accuracy that can be reduced by selecting algorithm parameters. The proposed algorithm is easy in implementation and selection of design parameters.

Keywords
electric generator, measurement noise, disturbance, filter, disturbance compensation

Acknowledgements
The theorem was developed under support of the Russian Science Foundation (grant 14-29-00142) in IPME RAS. The other researches were partially supported by grants of the Russian Foundation for Basic Research No. 16-08-00282, 16-08-00686, 17-08-01266, the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (Project 14.Z50.31.0031) and the Government of the Russian Federation, Grant 074-U01.

Введение

Одной из основных прикладных задач теории управления является качественное и эффективное управление процессами генерации электроэнергии. Необходимым условием качественного функционирования энергосистем является создание простых и надежных регуляторов для управления электрическими генераторами. На сегодняшний день предложено уже достаточное количество решений этой задачи. Так, на базе нелинейной модели [1–3] в [4, 5] рассмотрено управление электрическим генератором, подключенным к шине бесконечной мощности (single machine infinite bus), при кратковременных аварийных ситуациях, связанных со значительным изменением реактивного сопротивления линии электропередачи. Для решения задачи предлагается использовать метод линеаризации обратной связью. Однако для применения данного метода необходимо знать параметры генератора, которые могут меняться в процессе его функционирования.

В [6] для управления электрическим генератором авторы представляют его модель через гамильтониан системы. Очевидно, что для такого представления необходимо точное знание всех параметров модели и измерение всех функций. В [7] предложен нелинейный адаптивный закон управления генератором, математическая модель которого расширена до системы дифференциальных уравнений седьмого порядка [8], при условии измерения вектора состояния.

Из вышеперечисленного видно, что по-прежнему остается актуальным вопрос управления генератором в условиях его параметрической и функциональной неопределенности. К тому же возникает интерес решить задачу управления генератором, где измерению был бы доступен только угол нагрузки ротора.

Одним из распространенных способов решения задачи управления в условиях неопределенностей является синтез регуляторов с использованием оценок производных регулируемой переменной на базе наблюдателя с большим коэффициентом усиления (high-gain observer). Впервые наблюдатель с большим коэффициентом усиления был предложен в [9, 10] для минимально-фазовых объектов. Данный наблюдатель имеет размерность $\gamma - 1$, где γ – относительная степень объекта управления. Однако при наличии высокочастотных помех измерений применение наблюдателя с большим коэффициентом усиления может привести к неудовлетворительным результатам. Проблема заключается в том, что оценка производной регулируемой переменной может существенно превышать ее истинное значение.

В [11, 12] предложен новый наблюдатель, который является расширением наблюдателя с большим коэффициентом усиления [9] на случай высокочастотных помех измерения. При этом размерность нового наблюдателя равна $2\gamma - 2$. Увеличение размерности наблюдателя [11, 12] в два раза по сравнению с наблюдателем [9] связано с введением дополнительных дифференциальных уравнений, компенсирующих влияние высокочастотной помехи измерения.

В настоящей работе рассматривается модель генератора, предложенная в [1–3]. Предполагается, что начальные условия и параметры генератора неизвестны. Ставится задача робастного управления при условии измерения только угла нагрузки генератора при наличии высокочастотных помех измерения. Цель управления состоит в стабилизации угла нагрузки генератора с заданной точностью в номинальном режиме и при кратковременных аварийных ситуациях. В отличие от [11, 12], для решения задачи предлагается использовать подход, основанный на разделении фильтрующих и оценивающих свойств системы управления в виде двух независимых алгоритмов.

Постановка задачи

Рассмотрим электрический генератор, модель которого описывается следующими дифференциально-алгебраическими уравнениями [1–3].

1. Уравнения движения ротора генератора

$$\Delta\dot{\delta}(t) = \Delta\omega(t), \tag{1}$$

$$\Delta\dot{\omega}(t) = -\frac{D}{2H}\Delta\omega(t) - \frac{\omega_0}{2H}\Delta P_e(t), \tag{2}$$

где $\Delta\delta(t) = \delta(t) - \delta_0$; $\delta(t)$ – угол поворота ротора относительно синхронной оси вращения, рад; δ_0 – угол нагрузки в рабочем режиме, рад; $\Delta\omega(t)$ – относительная скорость вращения ротора, рад/с; ω_0 – скорость вращения ротора в синхронном режиме, рад/с; $\Delta P_e(t) = P_e(t) - P_m$; $P_e(t)$ – активная электрическая мощность, вырабатываемая генератором, о.е. (относительные единицы); P_m – механическая мощность, вращающая ротор, о.е.; D – коэффициент демпфирования, о.е.; H – коэффициент инерции, с.

2. Уравнение электродинамики генератора

$$\dot{E}'_q(t) = \frac{1}{T'_{d0}}\left(E_f(t) - E'_q(t) - \Delta x_d I_d(t)\right), \tag{3}$$

где $E'_q(t)$ – переходная ЭДС вдоль квадратурной оси, о.е.; $E_f(t)$ – эквивалентная ЭДС обмотки возбуждения, о.е.; T'_{d0} – переходная постоянная времени вдоль продольной оси при коротком замыкании, с; $I_d(t)$ – сила тока вдоль продольной оси, о.е.; $\Delta x_d = x_d - x'_d$; x_d – реактивное сопротивление вдоль продольной оси, о.е.; x'_d – переходное реактивное сопротивление вдоль продольной оси, о.е.

3. Электрические уравнения генератора

$$E_f(t) = k_c u_f(t), \tag{4}$$

$$I_d(t) = \frac{E'_q(t)}{x'_{ds}} - \frac{V_s}{x'_{ds}}\cos\delta(t), \tag{5}$$

$$I_q(t) = \frac{V_s}{x'_{ds}}\sin\delta(t), \tag{6}$$

$$P_e(t) = \frac{V_s E'_q(t)}{x'_{ds}}\sin\delta(t), \tag{7}$$

где $u_f(t)$ – сигнал управления напряжением возбуждения, о.е.; k_c – коэффициент усиления напряжения возбуждения; $I_q(t)$ – сила тока вдоль квадратурной оси, о.е.; V_s – напряжение на шинах бесконечной мощности, о.е.; $x_{ds} = x_T + 0{,}5x_L + x_d$, $x'_{ds} = x_T + 0{,}5x_L + x'_d$; x_T – реактивное сопротивление трансформатора, о.е.; x_L – реактивное сопротивление одной из линий электропередач, о.е.

Введем следующие предположения.

1. Неизвестные параметры D, H, T'_{d0}, k_c, x_T, x_L, x_d, x'_d модели (1)–(7) образуют вектор $\upsilon \in \Xi$, где Ξ – заданное ограниченное множество.
2. В процессе функционирования генератора могут произойти кратковременные аварийные ситуации, связанные с внезапным изменением реактивного сопротивления линии электропередачи x_L. Параметры D, H, T'_{d0}, k_c, x_T, x_d, x'_d остаются постоянными в течение всего функционирования системы.
3. Измерению доступен сигнал, представляющий собой показания угла ротора $\delta(t)$ с аддитивной ограниченной по амплитуде помехой $w(t)$. Предполагается, что частотный диапазон помехи достаточно сильно отделен от собственной частоты объекта и находится в области высоких частот.

Требуется спроектировать непрерывную систему управления, обеспечивающую выполнение целевого условия

$$\overline{\lim_{t\to\infty}}\left|\Delta\delta(t)\right| < \varepsilon, \tag{8}$$

где $\varepsilon > 0$ – точность регулирования.

Метод решения

Перепишем уравнение (2) с учетом (7):

$$\Delta\dot{\omega}(t) = -\frac{D}{2H}\Delta\omega(t) - \frac{\omega_0 V_s}{2Hx'_{ds}}\sin\delta(t)E'_q(t) + \frac{\omega_0}{2H}P_m. \tag{9}$$

Перепишем уравнение (3) с учетом (4) и (5):

$$\dot{E}'_q(t) = -\frac{x_{ds}}{T'_{d0}x'_{ds}}E'_q(t) + \frac{k_c}{T'_{d0}}\left[u_f(t) + \frac{\Delta x_d V_s}{k_c x'_{ds}}\cos\delta(t)\right]. \tag{10}$$

Введем следующие обозначения:

$$\mathbf{z}(t) = \left[\Delta\delta(t),\quad \Delta\omega(t),\quad E'_q(t)\right]^T; \quad f(t) = \frac{\Delta x_d V_s}{k_c x'_{ds}}\cos\delta(t);$$

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\dfrac{D}{2H} & -\dfrac{\omega_0 V_s}{2Hx'_{ds}}\sin\delta(t) \\ 0 & 0 & -\dfrac{x_{ds}}{T'_{d0}x'_{ds}} \end{bmatrix}; \ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dfrac{k_c}{T'_{d0}} \end{bmatrix}; \ \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \ \mathbf{C} = \left[1,\quad 0,\quad 0\right]. \tag{11}$$

Перепишем уравнения (1), (9), (10) с учетом обозначений (11):

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}\left(u_f(t) + f(t)\right) + \mathbf{D}\frac{\omega_0 P_m}{2H}; \qquad \Delta\delta(t) = \mathbf{C}\mathbf{z}(t). \tag{12}$$

Согласно предположению 3, показания угла нагрузки $\delta(t)$ содержат высокочастотную помеху $w(t)$. Преобразуем уравнение (12) к форме вход–выход с учетом данного замечания:

$$Q(p)\Delta\delta(t) = -k\sin\delta(t)\big(u_f(t) + f(t)\big) + \frac{\omega_0 P_m x_{ds}}{2HT'_{d0}x'_{ds}}; \qquad y(t) = \Delta\delta(t) + w(t), \tag{13}$$

где

$$Q(p) = p\left(p + \frac{D}{2H}\right)\left(p + \frac{x_{ds}}{T'_{d0}x'_{ds}}\right),$$

$$k = \frac{\omega_0 V_s k_c}{2Hx'_{ds}T'_{d0}} > 0;$$

$p = d/dt$ – оператор дифференцирования.

Перепишем (13) в виде

$$Q(p)\Delta\delta(t) = -k\sin\delta(t)u_f(t) + \phi(t); \qquad y(t) = \Delta\delta(t) + w(t), \tag{14}$$

где $\varphi(t) = -k\sin\delta(t)f(t) + \dfrac{\omega_0 P_m x_{ds}}{2HT'_{d0}x'_{ds}} = -\dfrac{\omega_0 V_s^2 \Delta x_d}{4Hx'^2_{ds}T'_{d0}}\sin[2\delta(t)] + \dfrac{\omega_0 P_m x_{ds}}{2HT'_{d0}x'_{ds}}$ – ограниченная по амплитуде функция, содержащая в себе неопределенности объекта.

Для выделения сигнала $\Delta\delta(t)$ из сигнала $y(t)$ рассмотрим следующий фильтр низких частот:

$$\Delta\hat{\delta}(t) = \frac{1}{\prod\limits_{i=1}^{r}(\mu\sigma_i p + 1)} y(t), \tag{15}$$

где $\sigma_i > 0$; $\mu > 0$ – малый параметр; $r \geq 1$ – порядок фильтра; $\Delta\hat{\delta}(t)$ – оценка сигнала $\Delta\delta(t)$.

Замечание. Величина $1/(\mu\sigma_i)$ является сопрягающей частотой для частотной характеристики фильтра низких частот (15). Для того чтобы отфильтровать высокочастотную помеху $w(t)$, необходимо выбирать параметры μ и σ_i так, чтобы частотный диапазон помехи оказался правее сопрягающей частоты. Однако, согласно предположению 3, выбором малых значений параметров μ и σ_i можно одновременно обеспечить фильтрацию помехи и не внести искажений в исходную частотную характеристику самого объекта.

Для дальнейшего синтеза системы управления воспользуемся алгоритмом [13, 14]. Из постановки задачи следует, что производные $y(t)$ не доступны измерению (предположение 3). Тогда зададим закон управления в форме

$$u_f(t) = \alpha\,\mathrm{sgn}\big[\sin\hat{\delta}(t)\big]\sum_{i=0}^{2} d_i \Delta\bar{\delta}^{(i)}(t), \tag{16}$$

где $\alpha > 0$; коэффициенты d_0, d_1, d_2 выбираются так, чтобы полином $D(\lambda) = d_2\lambda^2 + d_1\lambda + d_0$ был гурвицевым; $\hat{\delta}(t) = \Delta\hat{\delta}(t) + \delta_0$ – оценка угла нагрузки ротора $\delta(t)$; $\Delta\bar{\delta}^{(i)}(t)$ – оценка i-ой производной сигнала $\Delta\hat{\delta}(t)$, $i = 0, 1, 2$.

Подставив (16) в (14), получим

$$F(p,t)\Delta\delta(t) = \alpha k\,\mathrm{sgn}\big[\sin\hat{\delta}(t)\big]\sin\delta(t)g(t) + \alpha k\,\mathrm{sgn}\big[\sin\hat{\delta}(t)\big]\sin\delta(t)D(p)\psi(t) + \varphi(t), \tag{17}$$

где $F(p,t) = Q(p) + \alpha k\,\mathrm{sgn}\big[\sin\hat{\delta}(t)\big]\sin\delta(t)D(p)$; $g(t) = D(p)\Delta\hat{\delta}(t) - \sum\limits_{i=0}^{2} d_i \Delta\bar{\delta}^{(i)}(t)$; $\psi(t) = \Delta\delta(t) - \Delta\hat{\delta}(t)$.

Значение функции $g(t)$ зависит от точности оценивания производных сигнала $\Delta\hat{\delta}(t)$, значение функции $\psi(t)$ – от выбора параметров фильтра (15). Поскольку известно множество Ξ (предположение 1), то всегда существуют число α и полином $D(\lambda)$ такие, что полином $F(\lambda,t)$ будет гурвицевым в каждый момент времени t.

Для реализации закона управления (16) воспользуемся наблюдателем, заданным уравнениями

$$\Delta\bar{\delta}(t) = \Delta\hat{\delta}(t), \;\; \Delta\bar{\delta}^{(1)}(t) = \frac{\Delta\bar{\delta}(t) - \Delta\bar{\delta}(t-h)}{h}, \;\; \Delta\bar{\delta}^{(2)}(t) = \frac{\Delta\bar{\delta}^{(1)}(t) - \Delta\bar{\delta}^{(1)}(t-h)}{h}, \tag{18}$$

где h – время задержки, с.

Подставив (18) в (16), перепишем закон управления (16) в виде

$$u_f(t) = \alpha\,\mathrm{sgn}\big[\sin\hat{\delta}(t)\big]\sum_{i=0}^{2}\left[\frac{d_i}{h^i}\sum_{j=0}^{i}(-1)^j C_i^j \Delta\hat{\delta}(t - jh)\right], \tag{19}$$

где $C_i^j = \dfrac{i!}{j!(i-j)!}$.

В результате предложенная система управления включает два независимых алгоритма: алгоритм фильтрации высокочастотной помехи (15) и закон управления (19). Сформулируем утверждение, выполнение условий которого гарантирует достижение целевого условия (8).

Утверждение. *Пусть выполнены условия предположений* 1–3, *помеха* $w(t)$ *ограничена по амплитуде*, *если* $r \ge 2$, *и ограничена вместе с ее производной*, *если* $r = 1$. *Тогда существуют числа* $\alpha > 0$ *и* $h > 0$ *такие*, *что система управления*, *состоящая из объекта управления* (1)–(7), *фильтра* (15) *и закона управления* (19), *обеспечивает выполнение целевого условия* (8) *и ограниченность всех сигналов в замкнутой системе.*

Доказательство утверждения **[15].** Преобразуем уравнение (17) к следующей форме

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(t) = \mathbf{A}(t)\boldsymbol{\varepsilon}(t) + \alpha k \mathbf{B_1}(t) g(t) + \alpha k \mathbf{B_2}(t)\psi(t) + \mathbf{B_3}(t)\varphi(t), \quad \Delta\delta(t) = \mathbf{J_3}\boldsymbol{\varepsilon}(t), \tag{20}$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}(t) = [\varepsilon_1(t),\ \varepsilon_2(t),\ \varepsilon_3(t)]^{\mathrm{T}}$, $\Delta\delta^{(i)}(t) = \varepsilon_{i+1}(t)$, $i = 0, 1, 2$, матрицы $\mathbf{A}(t)$, $\mathbf{B_1}(t)$, $\mathbf{B_2}(t)$, $\mathbf{B_3}(t)$, $\mathbf{J_3} = [1, 0, 0]$ получены при переходе от (17) к (20).

Преобразуем фильтр (15) к следующему виду:

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) = \mathbf{M}\boldsymbol{\theta}(t) + \mathbf{N}y(t), \quad \Delta\hat{\delta}(t) = \mathbf{J_r}\boldsymbol{\theta}(t), \tag{21}$$

где $\boldsymbol{\theta}(t) = [\theta_1(t), \ldots, \theta_r(t)]^{\mathrm{T}}$, $\Delta\hat{\delta}(t) = \theta_{i+1}(t)$, $i = 0, .., r-1$, матрицы $\mathbf{M}$, $\mathbf{N}$, $\mathbf{J_r} = [1, 0, \ldots, 0]$ получены при переходе от (15) к (21).

Рассмотрим три случая, которые зависят от размерности фильтра (15).

1. Пусть $r = 1$. Принимая во внимание (17) и (18), перепишем функцию $g(t)$ в виде

$$g(t) = d_2\ddot{\boldsymbol{\theta}}(t) + d_1\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) - \sum_{i=1}^{2}\frac{d_i}{h^i}\boldsymbol{\theta}(t) - \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{i}(-1)^j\frac{d_i}{h^i}C_i^j\boldsymbol{\theta}(t-jh). \tag{22}$$

Принимая во внимание (21), найдем вторую производную от $\theta(t)$ в виде

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}}(t) = \mathbf{M}\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) + \mathbf{N}\dot{y}(t) = \mathbf{M}^2\boldsymbol{\theta}(t) + \mathbf{MN}y(t) + \mathbf{N}\dot{y}(t) = \mathbf{M}^2\boldsymbol{\theta}(t) + [\mathbf{MN}\varepsilon_1(t) + \mathbf{N}\varepsilon_2(t)] + [\mathbf{MN}w(t) + \mathbf{N}\dot{w}(t)]. \tag{23}$$

Подставив (21) и (23) в (22), получим

$$\begin{gathered} g(t) = [d_2\mathbf{MNJ_3} + d_2\mathbf{NK_3} + d_1\mathbf{NJ_3}]\boldsymbol{\varepsilon}(t) + \left[d_2\mathbf{M}^2 + d_1\mathbf{M} - \sum_{i=1}^{2}\frac{d_i}{h^i}\right]\boldsymbol{\theta}(t) - \\ - \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{i}(-1)^j\frac{d_i}{h^i}C_i^j\boldsymbol{\theta}(t-jh) + [d_2\mathbf{MN} + d_1\mathbf{N}]w(t) + d_2\mathbf{N}\dot{w}(t), \end{gathered} \tag{24}$$

где $\mathbf{K_3} = [0, 1, 0]$.

С учетом (24) преобразуем уравнение (20) к виду

$$\begin{gathered} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(t) = \{\mathbf{A}(t) + \alpha k\mathbf{B_1}(t)[d_2\mathbf{MNJ_3} + d_2\mathbf{NK_3} + d_1\mathbf{NJ_3}] + \alpha k\mathbf{B_2}(t)\mathbf{J_3}\}\boldsymbol{\varepsilon}(t) + \mathbf{B_3}(t)\phi(t) + \\ + \left\{\alpha k\mathbf{B_1}(t)\left[d_2\mathbf{M}^2 + d_1\mathbf{M} - \sum_{i=1}^{2}\frac{d_i}{h^i}\right] - \alpha k\mathbf{B_2}(t)\right\}\boldsymbol{\theta}(t) + \alpha k\mathbf{B_1}(t)d_2\mathbf{N}\dot{w}(t) - \\ - \alpha k\mathbf{B_1}(t)\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{i}(-1)^j\frac{d_i}{h^i}C_i^j\boldsymbol{\theta}(t-jh) + \alpha k\mathbf{B_1}(t)[d_2\mathbf{MN} + d_1\mathbf{N}]w(t). \end{gathered} \tag{25}$$

Введем следующие обозначения:

$$\begin{gathered} \boldsymbol{\varepsilon_p}(t) = \left[\boldsymbol{\varepsilon}^T(t),\ \ \boldsymbol{\theta}^T(t)\right]^T, \\ \mathbf{A_{11}}(t) = \mathbf{A}(t) + \alpha k\mathbf{B_1}(t)[d_2\mathbf{MNJ_3} + d_2\mathbf{NK_3} + d_1\mathbf{NJ_3}] + \alpha k\mathbf{B_2}(t)\mathbf{J_3}, \\ \mathbf{A_{12}}(t) = \alpha k\mathbf{B_1}(t)\left[d_2\mathbf{M}^2 + d_1\mathbf{M} - \sum_{i=1}^{2}\frac{d_i}{h^i}\right] - \alpha k\mathbf{B_2}(t), \\ \mathbf{A_p}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{A_{11}}(t) & \mathbf{A_{12}}(t) \\ \mathbf{NJ_3} & \mathbf{M} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F_{ij}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{O_{3\times3}} & (-1)^{j+1}\alpha k\dfrac{d_i}{h^i}C_i^j\mathbf{B_1}(t) \\ \mathbf{O_{1\times3}} & \mathbf{O_{1\times1}} \end{bmatrix}, \quad j = 1,\ldots,i, \\ \boldsymbol{\varphi}(t) = \begin{bmatrix} \alpha k\mathbf{B_1}(t)(d_2\mathbf{MN} + d_1\mathbf{N}) \\ \mathbf{N} \end{bmatrix} w(t) + \begin{bmatrix} \alpha k d_2\mathbf{B_1}(t)\mathbf{N} \\ \mathbf{O_{1\times1}} \end{bmatrix}\dot{w}(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{B_3}(t) \\ \mathbf{O_{1\times1}} \end{bmatrix}\varphi(t). \end{gathered} \tag{26}$$

где $\mathbf{O_{m\times n}}$ – нулевая матрица размерности $m \times n$.

С учетом обозначений (26) перепишем системы (21) и (25) в виде

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathbf{p}}(t)=\mathbf{A}_{\mathbf{p}}(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}(t)+\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{i}\mathbf{F_{ij}}(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}(t-jh)+\boldsymbol{\varphi}(t). \qquad (27)$$

Рассмотрим функционал Ляпунова–Красовского вида

$$V=\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}^{T}(t)\mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}(t)+\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{i}\int_{-jh}^{0}\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}^{T}(t+s)\mathbf{N_{ij}}\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}(t+s)ds, \qquad (28)$$

где $\mathbf{P}=\mathbf{P}^{T}>0$ – решение линейного матричного неравенства $\mathbf{A}_{\mathbf{p}}^{T}(t)\mathbf{P}+\mathbf{P}\mathbf{A}_{\mathbf{p}}(t)\le-\mathbf{Q}$, $\mathbf{Q}=\mathbf{Q}^{T}>0$, $\mathbf{N_{ij}}=\mathbf{N}_{\mathbf{ij}}^{T}>0$. Взяв от функционала (28) производную по времени вдоль траекторий системы (27), получим

$$\begin{gathered}\dot{V}\le-\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}^{T}(t)\mathbf{Q}\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}(t)+2\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}^{T}(t)\mathbf{P}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{i}\mathbf{F_{ij}}(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}(t-jh)+2\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}^{T}(t)\mathbf{P}\boldsymbol{\varphi}(t)+\\+\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{i}\left(\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}^{T}(t)\mathbf{N_{ij}}\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}(t)-\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}^{T}(t-jh)\mathbf{N_{ij}}\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}(t-jh)\right).\end{gathered} \qquad (29)$$

Оценим сверху слагаемые в (29)

$$\begin{gathered}2\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}^{T}(t)\mathbf{P}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{i}\mathbf{F_{ij}}(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}(t-jh)\le3\chi\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}^{T}(t)\mathbf{P}^{2}\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}(t)+\chi^{-1}\sum_{l=1}^{2}\sum_{j=1}^{l}\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}^{T}(t-jh)\mathbf{F}_{\mathbf{ij}}^{T}(t)\mathbf{F_{ij}}(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}(t-jh),\\2\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}^{T}(t)\mathbf{P}\boldsymbol{\varphi}(t)\le\chi\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}^{T}(t)\mathbf{P}^{2}\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}(t)+\chi^{-1}|\boldsymbol{\varphi}(t)|^{2},\end{gathered} \qquad (30)$$

где $\chi>0$ – малое число.

С учетом оценок (30) перепишем (29) в виде

$$\dot{V}\le-\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}^{T}(t)\mathbf{W}\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}(t)-\sum_{l=1}^{2}\sum_{j=1}^{l}\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}^{T}(t-jh)\mathbf{R_{ij}}\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}(t-jh)+\tau, \qquad (31)$$

где

$$\mathbf{W}=\mathbf{Q}-4\chi\mathbf{P}^{2}-\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{i}\mathbf{N_{ij}},\quad \mathbf{R_{ij}}\ge\mathbf{N_{ij}}-\chi^{-1}\mathbf{F}_{\mathbf{ij}}^{T}(t)\mathbf{F_{ij}}(t),\quad \tau=\sup_{t}\chi^{-1}|\boldsymbol{\varphi}(t)|^{2}.$$

Очевидно, что существуют α и χ такие, что $\mathbf{W}>0$ и $\mathbf{R_{ij}}>0$. Оценим (31) в виде

$$\dot{V}\le-\lambda_{\min}(\mathbf{W})\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}^{T}(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}}(t)+\tau. \qquad (32)$$

В (32) $\lambda_{\min}(\mathbf{W})$ – наименьшее собственное число матрицы $\mathbf{W}$. Следовательно, выбором α, χ, $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{N_{ij}}$ такими, что $\mathbf{W}>0$ и $\mathbf{R_{ij}}>0$, можно обеспечить выполнение целевого условия (8).

2. Пусть $r=2$. Принимая во внимание (17) и (18), перепишем функцию $g(t)$ в виде

$$g(t)=\rho^{T}\dot{\boldsymbol{\theta}}(t)-\sum_{i=1}^{2}\frac{d_i}{h^i}\mathbf{J_2}\boldsymbol{\theta}(t)-\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{i}(-1)^{j}C_i^j\frac{d_i}{h^i}\mathbf{J_2}\boldsymbol{\theta}(t-jh), \qquad (33)$$

где $\rho^{T}=[d_1,d_2]$.

Подставив (21) в (33), получим

$$\begin{gathered}g(t)=\boldsymbol{\rho}^{T}\mathbf{M}\boldsymbol{\theta}(t)+\boldsymbol{\rho}^{T}\mathbf{N}y(t)-\sum_{i=1}^{2}\frac{d_i}{h^i}\mathbf{J_2}\boldsymbol{\theta}(t)-\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{i}(-1)^{j}C_i^j\frac{d_i}{h^i}\mathbf{J_2}\boldsymbol{\theta}(t-jh)=\\=\boldsymbol{\rho}^{T}\mathbf{N}\mathbf{J_3}\boldsymbol{\varepsilon}(t)+\left[\boldsymbol{\rho}^{T}\mathbf{M}-\sum_{i=1}^{2}\frac{d_i}{h^i}\mathbf{J_2}\right]\boldsymbol{\theta}(t)-\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{i}(-1)^{j}C_i^j\frac{d_i}{h^i}\mathbf{J_2}\boldsymbol{\theta}(t-jh)+\boldsymbol{\rho}^{T}\mathbf{N}w(t).\end{gathered} \qquad (34)$$

С учетом (34) преобразуем уравнение (20) к виду

$$\begin{gathered}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(t)=\left\{\mathbf{A}(t)+\alpha k\mathbf{B_1}(t)\boldsymbol{\rho}^{T}\mathbf{N}\mathbf{J_3}+\alpha k\mathbf{B_2}(t)\mathbf{J_3}\right\}\boldsymbol{\varepsilon}(t)-\alpha k\mathbf{B_1}(t)\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{i}(-1)^{j}\frac{d_i}{h^i}C_i^j\mathbf{J_2}\boldsymbol{\theta}(t-jh)+\\+\left\{\alpha k\mathbf{B_1}(t)\left[\boldsymbol{\rho}^{T}\mathbf{M}-\sum_{i=1}^{2}\frac{d_i}{h^i}\mathbf{J_2}\right]-\alpha k\mathbf{B_2}(t)\mathbf{J_2}\right\}\boldsymbol{\theta}(t)+\alpha k\mathbf{B_1}(t)\boldsymbol{\rho}^{T}\mathbf{N}w(t)+\mathbf{B_3}(t)\varphi(t).\end{gathered} \qquad (35)$$

Введем следующие обозначения:

$$
\mathbf{A_p}(t)=\begin{bmatrix} \mathbf{A}(t)+\alpha k\mathbf{B_1}(t)\boldsymbol{\rho}^T\mathbf{NJ_3}+\alpha k\mathbf{B_2}(t)\mathbf{J_3} & \alpha k\mathbf{B_1}(t)\left[\boldsymbol{\rho}^T\mathbf{M}-\sum_{i=1}^{2}\frac{d_i}{h^i}\mathbf{J_2}\right]-\alpha k\mathbf{B_2}(t)\mathbf{J_2}, \\ \mathbf{NJ_3} & \mathbf{M} \end{bmatrix},
$$

$$
\mathbf{F_{ij}}(t)=\begin{bmatrix} \mathbf{O_{3\times3}} & (-1)^{j+1}\alpha k\frac{d_i}{h^i}C_i^j\mathbf{B_1}(t)\mathbf{J_2} \\ \mathbf{O_{2\times3}} & \mathbf{O_{2\times2}} \end{bmatrix},\quad j=1,...,i, \tag{36}
$$

$$
\boldsymbol{\varphi}(t)=\begin{bmatrix} \alpha k\mathbf{B_1}(t)\boldsymbol{\rho}^T\mathbf{N} \\ \mathbf{N} \end{bmatrix}w(t)+\begin{bmatrix} \mathbf{B_3}(t) \\ \mathbf{O_{2\times1}} \end{bmatrix}\varphi(t).
$$

С учетом обозначений (36) перепишем системы (21) и (35) в виде (27). Дальнейшее доказательство сводится к первому случаю.

3. Пусть $r \geq 3$. Принимая во внимание (17) и (18), перепишем функцию $g(t)$ в виде

$$
g(t)=\boldsymbol{\rho}^T\boldsymbol{\theta}(t)-\sum_{i=1}^{2}\frac{d_i}{h^i}\mathbf{J_r}\boldsymbol{\theta}(t)-\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{i}(-1)^j C_i^j\frac{d_i}{h^i}\mathbf{J_r}\boldsymbol{\theta}(t-jh), \tag{37}
$$

где $\rho^T = [0, d_1, d_2, 0, \ldots, 0]$.

С учетом (37) преобразуем уравнение (20) к виду

$$
\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(t)=\{\mathbf{A}(t)+\alpha k\mathbf{B_2}(t)\mathbf{J_3}\}\boldsymbol{\varepsilon}(t)+\left\{\alpha k\mathbf{B_1}(t)\left[\boldsymbol{\rho}^T-\sum_{i=1}^{2}\frac{d_i}{h^i}\mathbf{J_r}\right]-\alpha k\mathbf{B_2}(t)\mathbf{J_r}\right\}\boldsymbol{\theta}(t)-
$$

$$
-\alpha k\mathbf{B_1}(t)\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{i}(-1)^j\frac{d_i}{h^i}C_i^j\mathbf{J_r}\boldsymbol{\theta}(t-jh)+\mathbf{B_3}(t)\varphi(t). \tag{38}
$$

Введем следующие обозначения:

$$
\mathbf{A_p}(t)=\begin{bmatrix} \mathbf{A}(t)+\alpha k\mathbf{B_2}(t)\mathbf{J_3} & \alpha k\mathbf{B_1}(t)\left[\boldsymbol{\rho}^T-\sum_{i=1}^{2}\frac{d_i}{h^i}\mathbf{J_r}\right]-\alpha k\mathbf{B_2}(t)\mathbf{J_r}, \\ \mathbf{NJ_3} & \mathbf{M} \end{bmatrix},
$$

$$
\mathbf{F_{ij}}(t)=\begin{bmatrix} \mathbf{O_{3\times3}} & (-1)^{j+1}\alpha k\frac{d_i}{h^i}C_i^j\mathbf{B_1}(t)\mathbf{J_r} \\ \mathbf{O_{r\times3}} & \mathbf{O_{r\times r}} \end{bmatrix},\quad j=1,...,i, \tag{39}
$$

$$
\boldsymbol{\varphi}(t)=\begin{bmatrix} \mathbf{O_{3\times1}} \\ \mathbf{N} \end{bmatrix}w(t)+\begin{bmatrix} \mathbf{B_3}(t) \\ \mathbf{O_{r\times1}} \end{bmatrix}\phi(t).
$$

С учетом обозначений (39) перепишем системы (21) и (38) в виде (27). Дальнейшее доказательство сводится к первому случаю. Утверждение доказано.

Заключение

На базе модели [1–3] предложен алгоритм робастного управления электрогенератором по углу нагрузки ротора в условиях параметрической и функциональной неопределенности при кратковременных аварийных ситуациях и наличии высокочастотных помех измерения. Для синтеза системы управления используется подход, позволяющий независимо управлять качеством фильтрации помехи и качеством стабилизации выходной переменной. Приведенный алгоритм прост в реализации, выборе параметров и позволяет компенсировать неопределенности модели генератора с заданной точностью.

К преимуществам предложенной схемы можно отнести:

1. возможность повышения качества фильтрации по сравнению с [11, 12];
2. простой выбор параметров фильтра и наблюдателя: уменьшение параметров σ_i, μ и увеличение порядка фильтра r ведет к улучшению качества фильтрации, а уменьшение времени задержки h – к более точной оценке производных;
3. невысокий динамический порядок системы управления.

Литература

1. Anderson P.M., Fouad A.A. Power System Control and Stability. Iowa: Iowa State University Press, 1977. 658 p.
2. Bergan A.R. Power Systems Analysis. New Jersey: Prentice Hall, 1986. 529 p.
3. Pai M.A. Power System Stability. NY: North Holland Publ., 1981. 251 p.

References

1. Anderson P.M., Fouad A.A. *Power System Control and Stability*. Iowa, Iowa State University Press, 1977, 658 p.
2. Bergan A.R. *Power Systems Analysis*. New Jersey, Prentice Hall, 1986, 529 p.
3. Pai M.A. *Power System Stability*. NY, North Holland Publ.,

4. Guo Y., Hill D.J., Wang Y. Global transient stability and voltage regulation for power systems // IEEE Transactions on Power Systems. 2001. V. 16. N 4. P. 678–688. doi: 10.1109/59.962413
5. Wang Y., Xie L., Hill D.J., Middleton R.H. Robust nonlinear controller design for transient stability enhancement of power systems // Proc. 31st IEEE Conf. on Decision and Control. Tucson, USA, 1992. P. 1117–1122. doi: 10.1109/cdc.1992.371542
6. Ortega R., Galaz M., Astolfi A., Sun Y., Shen T. Transient stabilization of multimachine power systems with nontrivial transfer conductance // IEEE Transactions on Automatic Control. 2005. V. 50. N 1. P. 60–75. doi: 10.1109/TAC.2004.840477
7. Кузьменко А.А. Нелинейное адаптивное управление турбогенератором // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2008. № 1. С. 112–119.
8. Козлов В.Н., Шашихин В.Н. Синтез координирующего робастного управления взаимосвязанными синхронными генераторами // Электричество. 2009. № 9. С. 20–26.
9. Esfandiari F., Khalil H.K. Output feedback stabilization of fully linearizable systems // International Journal of Control. 1992. V. 56. N 5. P. 1007–1037. doi: 10.1080/00207179208934355
10. Gauthier J., Hammouri H., Othman S. A simple observer for nonlinear systems application to bioreactors // IEEE Transactions on Automatic Control. 1992. V. 37. N 6. P. 875–880. doi: 10.1109/9.256352
11. Astolfi D., Marconi L. A high-gain nonlinear observer with limited gain power // IEEE Transactions on Automatic Control. 2015. V. 60. N 11. P. 3059–3064. doi: 10.1109/TAC.2015.2408554
12. Wang L., Astolfi D., Su H.Y., Marconi L., Isidori A. Output stabilization for a class of nonlinear systems via high-gain observer with limited gain power // IFAC-PapersOnLine. V. 48. N 11. P. 730–735. doi: 10.1016/j.ifacol.2015.09.276
13. Furtat I.B., Tsykunov A.M. Output adaptive control for plants using time delay // IFAC Proceedings Volumes. 2007. V. 9. P. 281–286.
14. Фуртат И.Б. Робастный статический алгоритм управления линейными объектами // Автоматика и телемеханика. 2015. № 3. С. 94–107.
15. Furtat I.B., Nekhoroshikh A. Robust stabilization of linear plants under uncertainties and high-frequency measurement noises // Proc. 25th Mediterranean Conference on Control and Automation. Valletta, Malta, 2017. P. 1275–1280. doi: 10.1109/MED.2017.7984293.

1981, 251 p.

4. Guo Y., Hill D.J., Wang Y. Global transient stability and voltage regulation for power systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2001, vol. 16, no. 4, pp. 678–688. doi: 10.1109/59.962413
5. Wang Y., Xie L., Hill D.J., Middleton R.H. Robust nonlinear controller design for transient stability enhancement of power systems. *Proc. 31st IEEE Conf. on Decision and Control*. Tucson, USA, 1992, pp. 1117–1122. doi: 10.1109/cdc.1992.371542
6. Ortega R., Galaz M., Astolfi A., Sun Y., Shen T. Transient stabilization of multimachine power systems with nontrivial transfer conductance. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, vol. 50, no. 1, pp. 60–75. doi: 10.1109/TAC.2004.840477
7. Kuz'menko A.A. Nonlinear adaptive control of a turbogenerator. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2008, vol. 47, no. 1, pp. 103–110.
8. Kozlov V.N., Shashikhin V.N. Design of a coordinating robust control for interrelated synchronous generators. *Elektrichestvo*, 2009, no. 9, pp. 20–26. (in Russian)
9. Esfandiari F., Khalil H.K. Output feedback stabilization of fully linearizable systems. *International Journal of Control*, 1992, vol. 56, no. 5, pp. 1007–1037. doi: 10.1080/00207179208934355
10. Gauthier J., Hammouri H., Othman S. A simple observer for nonlinear systems application to bioreactors. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1992, vol. 37, no. 6, pp. 875–880. doi: 10.1109/9.256352
11. Astolfi D., Marconi L. A high-gain nonlinear observer with limited gain power. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, vol. 60, no. 11, pp. 3059–3064. doi: 10.1109/TAC.2015.2408554
12. Wang L., Astolfi D., Su H.Y., Marconi L., Isidori A. Output stabilization for a class of nonlinear systems via high-gain observer with limited gain power. *IFAC-PapersOnLine*, vol. 48, no. 11, pp. 730–735. doi: 10.1016/j.ifacol.2015.09.276
13. Furtat I.B., Tsykunov A.M. Output adaptive control for plants using time delay. *IFAC Proceedings Volumes*, 2007, vol. 9, pp. 281–286.
14. Furtat I.B. Robust static control algorithm for linear objects. *Automation and Remote Control*, 2015, vol. 76, no. 3, pp. 446–457. doi: 10.1134/S000511791503008X
15. Furtat I.B., Nekhoroshikh A. Robust stabilization of linear plants under uncertainties and high-frequency measurement noises. *Proc. 25th Mediterranean Conference on Control and Automation*. Valletta, Malta, 2017, pp. 1275–1280. doi: 10.1109/MED.2017.7984293

Авторы

Фуртат Игорь Борисович – доктор технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник, Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, 199178, Российская Федерация; профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, Scopus ID: 36349158600, ORCID ID: 0000-0003-4679-5884, cainenash@mail.ru

Нехороших Артём Николаевич – инженер, Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, 199178, Российская Федерация; инженер, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, Scopus ID: 57191500410, ORCID ID: 0000-0003-1573-7083, becks94@mail.ru

Authors

Igor B. Furtat – D.Sc., Associate Professor, Leading scientific researcher, Institute of Problems of Mechanical Engineering Russian Academy of Sciences (IPME RAS), Saint Petersburg, 199178, Russian Federation; Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, Scopus ID: 36349158600, ORCID ID: 0000-0003-4679-5884, cainenash@mail.ru

Artem N. Nekhoroshikh – engineer, Institute of Problems of Mechanical Engineering Russian Academy of Sciences (IPME RAS), Saint Petersburg, 199178, Russian Federation; engineer, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, Scopus ID: 57191500410, ORCID ID: 0000-0003-1573-7083, becks94@mail.ru