



УДК 531.231

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ РОТОРОВ ШАРОВЫХ ГИРОСКОПОВ

О.С. Юльметова<sup>a,b</sup>, А.Г. Щербак<sup>a</sup><sup>a</sup> АО «Концерн «ЦНИИ «Электрон», Санкт-Петербург, 197046, Российская Федерация<sup>b</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская ФедерацияАдрес для переписки: [olga@yulmetova.ru](mailto:olga@yulmetova.ru)

### Информация о статье

Поступила в редакцию 22.03.18, принята к печати 14.05.18

doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-4-677-685

Язык статьи – русский

**Ссылка для цитирования:** Юльметова О.С., Щербак А.Г. Моделирование процесса формирования моментов инерции роторов шаровых гироскопов // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2018. Т. 18. № 4. С. 677–685. doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-4-677-685

### Аннотация

**Предмет исследования.** Предложены принципы, условия и технические решения процесса создания моментов инерции сферических роторов, основанные на перераспределении массы формируемых на поверхности заготовки ротора функциональных покрытий. Исследована технология формирования требуемых величин и соотношения осевого и экваториального моментов инерции сферического узла, являющегося ротором шарового гироскопа. Традиционные методы формирования моментов инерции сплошных роторов основаны на размещении армирующих элементов, выполненных из материалов, имеющих плотность, отличающуюся от плотности основы, в теле ротора. Это осуществляется запрессовкой проволочных отрезков или диффузионной сваркой сборочных единиц ротора. В этом случае ротор состоит из нескольких составных частей, а сами армирующие элементы, внедренные в тело ротора, создают неоднородности и анизотропию свойств узла, что снижает точность ротора и негативно влияет на динамику ротора в подвесе. Кроме того, существующие методы имеют ограничения в части возможности использования неметаллических материалов для изготовления ротора. **Метод.** Предложен альтернативный метод формирования момента инерции ротора, который может быть использован как для металлических, так и неметаллических сферических заготовок. Суть метода заключается в формировании моментов инерции сферического узла за счет перераспределения массы формируемого на поверхности заготовки ротора функционального покрытия заданной конфигурации. Представлены математические модели для реализации предложенного метода. **Основные результаты.** Разработанные математические модели определяют зависимость моментов инерции от геометрических параметров заготовок ротора, а также позволяют выявить значимые факторы, позволяющие управлять процессом формирования моментов инерции. Приведены технические решения по конструктивному оформлению заготовок роторов: эллипсоид вращения, шар, у которого в зоне сферического пояса производится сьем материала в виде кольцевого фрагмента, и шар с экваториальной канавкой, в котором последующее формирование сферической формы ротора осуществляется путем напыления покрытия. **Практическая значимость.** Представлен сравнительный анализ эффективности использования разработанных конфигураций заготовок и данных их практического использования при изготовлении реальных роторов, выполненных из различных материалов. Разработаны средства математического обеспечения, определяющие области варьирования геометрических параметров роторов и расширяющие технологические возможности процесса формирования моментов инерции за счет использования моделей для различных альтернативных вариантов изготовления роторов.

### Ключевые слова

шаровой гироскоп, ротор, функциональное покрытие, армирующий элемент, момент инерции, эллипсоид вращения

## MODELING OF INERTIA MOMENTS FORMATION FOR ELECTROSTATIC GYROSCOPE ROTORS

O.S. Yulmetova<sup>a,b</sup>, A.G. Scherbak<sup>a</sup><sup>a</sup>АО Concern "CSRI Elektropribor", Saint Petersburg 197046, Russian Federation<sup>b</sup>ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian FederationCorresponding author: [olga@yulmetova.ru](mailto:olga@yulmetova.ru)

**Article info**

Received 22.03.18, accepted 14.05.18

doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-4-677-685

Article in Russian

**For citation:** Yulmetova O.S., Scherbak A.G. Modeling of inertia moments formation for electrostatic gyroscope rotors. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2018, vol. 18, no. 4, pp. 677–685 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-4-677-685**Abstract**

**Subject of Research.** The paper proposes principles, conditions and technical solutions of the creation process for moments of inertia of spherical rotors based on the mass redistribution of functional coatings formed on the rotor surface. We study the formation technology of the required values and the ratio of the axial and equatorial moments of inertia of the spherical rotor that is a main constructive element of electrostatic gyro. Traditional forming methods of the moments of inertia of solid spherical rotors are based on embedding reinforcing elements made of materials with higher density than the substrate in the body of the rotor. It can be realized by pressing the wire segments or by diffusion welding of the rotor assembly units. In this case the rotor consists of several components, and reinforcing elements, embedded in the body of the rotor create inhomogeneities and anisotropy of the assembly properties. This fact reduces the accuracy and negatively affects the dynamics of the rotor in the suspension. Existing methods also have limitations in terms of the possibility of nonmetallic material application for production of the rotor. **Method.** We propose an alternative method for formation of rotor moment of inertia based on the mass redistribution of thin-film functional coatings formed on rotor surface. It can be used for metals and nonmetallic materials. Mathematical models for realization of the proposed method are presented. **Main Results.** The developed mathematical models determine the dependence of moments of inertia on the geometric parameters of rotor elements and reveal significant factors controlling the process of formation of moments of inertia. Technical solutions for different rotor configurations are considered. A rotor can be realized as an ellipsoid of rotation, a ball with removed material in the shape of a spherical belt and a ball with an equatorial groove, with the following spherical-shape recovery during coating deposition. **Practical Relevance.** We present comparative analysis of the application efficiency for considered configurations and practical data, received from the production of rotors made of various materials. The mathematical models are developed that determine the variation ranges of the rotor geometric parameters and expand the technological capabilities of the formation process for moments of inertia through the use of various alternative versions of the manufacture of rotors.

**Keywords**

electrostatic gyro, rotor, functional coating, reinforcing element, moment of inertia, ellipsoid of rotation

**Введение**

Перспективы дальнейшего развития и совершенствования шаровых гироскопов с неконтактным подвесом ротора – электростатический, криогенный и т.д. – связаны в первую очередь с повышением качества изготовления их основного конструктивного элемента – сферического ротора, точность и уровень технологического обеспечения процесса изготовления которого во многом определяют эксплуатационные характеристики изделия. Принцип работы шарового гироскопа основан на сохранении постоянства направления вектора кинетического момента ротора, вращаемого силами электромагнитного поля в вакуумированной камере [1, 2]. В технологии изготовления сферических роторов актуальной является задача формирования требуемых величин и соотношения осевого и экваториального моментов инерции [3–5] ротора, что обеспечивается соответствующим распределением масс элементов ротора относительно его динамической оси. При этом, чем больше отношение величины моментов инерции, тем легче осуществляется демпфирование колебаний ротора и уменьшается время готовности прибора при одинаковых параметрах привода. Следует отметить, что точности изготовления роторов современных и перспективных гироскопов находятся в пределах десятых и сотых долей микрометра [6], что необходимо учитывать на стадии формирования моментов инерции. Традиционные методы формирования моментов инерции сплошных сферических роторов основаны на размещении армирующих элементов, выполненных из материалов, имеющих плотность, отличающуюся от плотности основы, в теле ротора. Это осуществляется запрессовкой проволочных отрезков, напылением кольцевого фрагмента, диффузионной сваркой сборочных единиц ротора [7, 8] и т.д. В данном случае ротор состоит из нескольких составных частей, а сами армирующие элементы, внедренные в тело ротора, создают неоднородности и анизотропию свойств узла, что снижает точность ротора и может сказываться на динамике ротора в подвесе. Кроме того, вызывает сложности использование неметаллических сферических заготовок, что ограничивает возможности технологии изготовления роторов.

Это определяет актуальность и важность разработки новых методов и средств технологического обеспечения для формирования моментов инерции сплошных сферических роторов шаровых гироскопов.

**Объект исследований, цель и постановка задач**

Объектом исследований являлся сплошной ротор шарового гироскопа, выполненный в виде сферической основы из материала, имеющего низкую плотность, и нанесенного на нее функционального покрытия, обладающего заданными свойствами – механическими, электрофизическими, оптическими и т.д. [9, 10].

Целью работы являлось выявление технических решений, обеспечивающих расширение технологических возможностей процесса формирования моментов инерции сплошных сферических роторов.

Для достижения поставленной цели необходимо решение следующих задач:

- определение исходных положений и условий процесса изготовления ротора на стадии формирования моментов инерции;
- разработка математической модели процесса формирования моментов инерции;
- выявление зависимости параметров ротора от конфигурации заготовки и определение значимых факторов, позволяющих управлять процессом формирования моментов инерции ротора.

### Выявление технических решений формирования моментов инерции

В качестве исходного принципа формирования одного из основных параметров ротора, каким является необходимое соотношение моментов инерции, было принято использование технических решений, основанных на перераспределении массы формируемых на поверхности ротора функциональных покрытий, выполненных из материала, плотность которого превышает плотность заготовки ротора, за счет выполнения соответствующей конфигурации этой заготовки.

Это согласуется с существующими технологиями изготовления ротора криогенного гироскопа (КГ) [11, 12], в котором на основе из углесталла формируется сверхпроводящее ниобиевое покрытие, и сплошного ротора бескарданного электростатического гироскопа (БЭСГ) [1], где на поверхность бериллиевой заготовки наносится износостойкое покрытие нитрида титана. В данном случае можно осуществлять формообразование заготовки ротора таким образом, чтобы покрытие, у которого конечная наружная поверхность представляет собой сферу требуемого диаметра, имело переменную толщину, изменяющуюся относительно динамической оси ротора по заданному закону. В этом случае формируемое покрытие выполняет функцию армирующего элемента и обеспечивает создание разности моментов инерции вдоль двух взаимно перпендикулярных осей сферического ротора. Таким образом, решается многоцелевая задача образования функциональных элементов на поверхности ротора и формирования его гироскопических параметров.

На рис. 1 представлены наиболее перспективные варианты технических решений по конструктивному оформлению изготавливаемых роторов.

Заготовка ротора 1 из сферической основы радиусом  $R_1$  может быть изготовлена:

- в виде эллипсоида вращения с полуосями  $a$  и  $b$  (рис. 1, а), когда часть материала покрытия 2, занимая объем между поверхностью эллипсоида вращения и сферой радиуса  $R_2$ , выполняет функцию армирующего элемента; при этом толщина покрытия 2 монотонно изменяется от максимальной величины  $(R_1 - b)$  в экваториальной плоскости ротора до нуля в зоне полюсов;
- посредством съема в зоне сферического пояса, определяемого широтным углом  $\varphi$ , кольцевого фрагмента (рис. 1, б), имеющего в средней части максимальную толщину  $l$  (толщина среза), что обеспечивает локализацию армирующего элемента в этой зоне при заполнении объема фрагмента материалом покрытия 2;
- выполнением в экваториальной зоне ротора кольцевой канавки (рис. 1, в) заданной конфигурации, определяемой шириной  $h$  и глубиной  $(R_1 - r)$ , что обеспечивает локализацию армирующего элемента в экваториальной зоне ротора при заполнении материалом покрытия 2 этой канавки.

Предполагается, что заготовка имеет плотность  $\rho_1$ , а покрытие – некую большую плотность  $\rho_2$ .

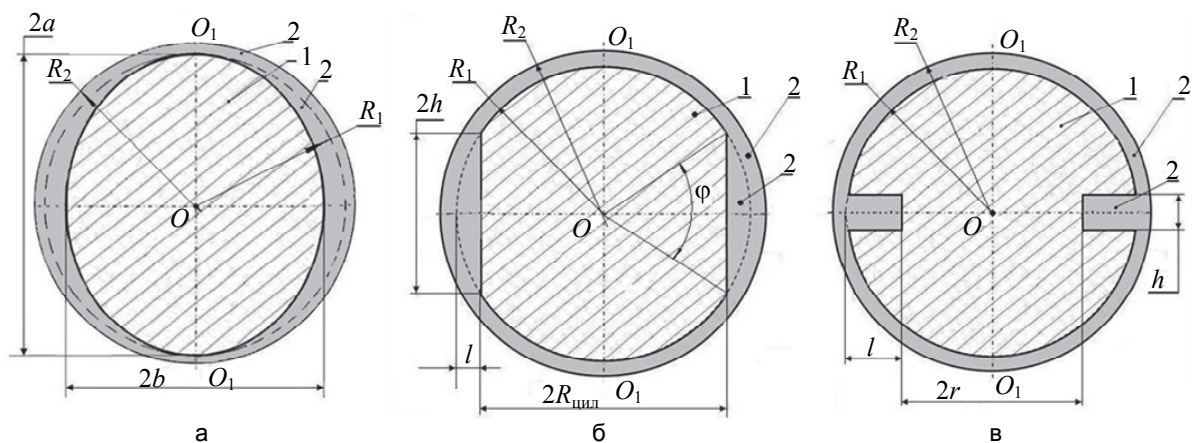


Рис. 1. Ротор шарового гироскопа: заготовка ротора в виде эллипсоида вращения (а); заготовка ротора в виде шара, у которого в зоне сферического пояса производится сьем материала в виде кольцевого фрагмента (б); заготовка ротора в виде шара с экваториальной канавкой (в).

1 – основа, 2 – покрытие, образующее армирующий элемент

Предложенная схема решает проблему формирования моментов инерции на заготовках из неметаллического материала, например, углеситалла, тогда как известные методы запрессовки и сварки преимущественно применимы только к металлическим конструкциям. При этом фактически решаются многоцелевые задачи, когда функциональное покрытие, сформированное на поверхности ротора, дополнительно выполняет функцию армирующего элемента, создавая моменты инерции.

**Математическое моделирование процессов формирования моментов инерции**

**Моменты инерции для заготовки в виде эллипсоида вращения (рис. 1, а).** Из аддитивности момента инерции  $I$ , определяющего, что момент инерции системы равен сумме моментов инерции ее элементов [13, 14], для ротора, представленного на рис. 1, а, в общем виде можно записать:

$$I = I_{\text{элл.}}^{(1)} + I_{\text{покр.}}^{(2)} = I_{\text{элл.}}^{(1)} + I_{\text{шар}}^{(2)} - I_{\text{элл.}}^{(2)}$$

где  $I_{\text{элл.}}$  – момент инерции эллипса с полуосями  $R_1, R_2$ ;  $I_{\text{шар}}$  – момент инерции шара радиусом  $R_2$ ;  $I_{\text{покр.}}$  – момент инерции покрытия. Верхние индексы (1) и (2) показывают материал: (1) – материал заготовки, (2) – материал покрытия. Используя известные выражения для моментов инерции [13, 14]:

$$I_{\text{шар}} = \frac{8}{15} \cdot \pi r a^5, \quad I_{\text{шар.оболочка}} = \frac{8}{3} \cdot \pi r a^4 (R_2 - a),$$

$$I_{\text{элл.}}^{so} = \frac{8}{15} \cdot \pi r a b^4, \quad I_{\text{элл.}}^{se} = \frac{4}{15} \cdot \pi r a b^2 (a^2 + b^2),$$

получаем зависимости для моментов инерции вдоль  $I_{so}$  и поперек  $I_{se}$  динамической оси вращения  $O_1O_1$  ротора или осевого и радиального моментов инерции:

$$I_{so} = \frac{8}{15} \cdot \pi a (\rho_1 b^4 + \rho_2 a^4 - \rho_2 b^4) + \frac{8}{3} \cdot \pi \rho_2 a^4 (R_2 - a);$$

$$I_{se} = \frac{4}{15} \cdot \pi a (\rho_1 b^2 (a^2 + b^2) + \rho_2 (2a^4 - b^2 (a^2 + b^2))) + \frac{8}{3} \cdot \pi \rho_2 a^4 (R_2 - a),$$

где  $a$  и  $b$  – размеры большой и малой полуосей эллипсоида.

Отметим, что слагаемое  $\frac{8}{3} \cdot \pi \rho_2 a^4 (R_2 - a)$ , выражающее момент инерции внешней части покрытия 2, вынесено отдельно в обоих выражениях, чтобы подчеркнуть, что оно не дает вклада в разность моментов.

Из этих выражений можно определить зависимость для относительной разности моментов инерции  $\delta I = \frac{I_{se} - I_{so}}{I_{se}}$ , которая является важным гироскопическим параметром ротора:

$$\delta I = \frac{I_{so} - I_{se}}{I_{so}} = \frac{\frac{8}{15} \cdot \pi \cdot a \cdot [\rho_1 b^4 + \rho_2 (a^4 - b^4)] - \frac{4}{15} \cdot \pi a (\rho_1 b^2 (a^2 + b^2) + \rho_2 (2a^4 - b^2 (a^2 + b^2)))}{\frac{8}{15} \cdot \pi \cdot a \cdot [\rho_1 b^4 + \rho_2 (a^4 - b^4)] + \frac{8}{3} \cdot \pi \rho_2 a^4 (R_2 - a)}$$

На рис. 2 представлены зависимости  $\delta I$  от разности полуосей  $(a-b)$  для сплошного ротора КГ, где  $R_2 = 5$  мм,  $\rho_1 = 1,95$  г/см<sup>3</sup> (углеситалл) и  $\rho_2 = 8,5$  г/см<sup>3</sup> (ниобий), для всего диапазона возможных значений разности полуосей. Эти зависимости приведены для различных значений  $R_1$ , равных 9,7; 9,8 и 9,9 мм, что для покрытия 2 соответствует толщинам 0,15; 0,10 и 0,05 мм.

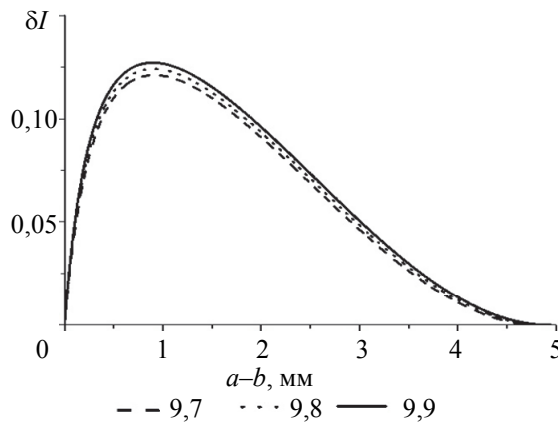


Рис. 2. Зависимость  $\delta I$  от  $(a-b)$

Характерной особенностью зависимости  $\delta I$  от разности полуосей  $(a-b)$  основы 1 в виде эллипсоида вращения (рис. 1, а) является то, что при  $(a-b) \approx 0,75-0,80$  мм  $\delta I$  достигает максимума, составляющего  $0,11-0,13$ , после чего величина  $\delta I$  убывает, очевидным образом достигая нуля при  $b=0$ . При этом увеличение  $R_1$  от  $9,7$  мм до  $9,9$  мм или толщины покрытия 2 от  $0,05$  мм до  $0,15$  мм незначительно повышает  $\delta I$  для всего диапазона разности полуосей  $(a-b)$ . Для максимального значения  $\delta I$  это повышение лежит в пределах  $0,11-0,13$ . Следует отметить, что указанный максимум  $0,11-0,13$  соответствует соотношению  $b/a=0,7$ . Таким образом, для основы 1 ротора в виде эллипсоида вращения (рис. 1, а) значимым параметром процесса формирования моментов инерции является величина малой полуоси  $b$  эллипсоида.

**Моменты инерции для бочкообразной заготовки (рис. 1, б).** В данном случае, как указано выше, часть формируемого покрытия 2 заполняет объем удаленного кольцевого фрагмента и выполняет функцию армирующего элемента. Объем заготовки 1 определяется как сумма объема цилиндра радиуса  $R_{\text{цил}}$  и высоты  $2h$  и двух одинаковых шаровых сегментов высоты  $R_1-h$ . Осевой момент инерции  $I_o$  бочкообразной заготовки 1 ротора, цилиндрическая часть которой определяется широтным углом  $\varphi$ , складывается из момента инерции цилиндра и момента инерции двух одинаковых шаровых сегментов:

$$I_o = I_{\text{цил}} + 2I_{\text{шар.сегм.}} \quad (1)$$

Момент инерции цилиндра вычисляется по известной формуле [13, 14]:

$$I_{\text{цил}} = \frac{1}{2} m R_{\text{цил}}^2 = \frac{1}{2} (\rho_1 2h \pi R_{\text{цил}}^2) R_{\text{цил}}^2 = \rho_1 \pi R_1^5 \cos^4(\varphi/2) \sin(\varphi/2). \quad (2)$$

Выражение для определения осевого момента инерции шарового сегмента можно представить в следующем виде:

$$I_{\text{шар.сегм.}} = \frac{1}{2} \rho_1 \pi R_1^5 \left[ \frac{8}{15} - \sin(\varphi/2) + \frac{2}{3} \sin^3(\varphi/2) - \frac{1}{5} \sin^5(\varphi/2) \right]. \quad (3)$$

Подставляя выражения (2) и (3) в выражение (1), получаем осевой момент инерции заготовки 1:

$$I_o = \rho_1 \pi R_1^5 \left[ \cos^4(\varphi/2) \sin(\varphi/2) + \frac{8}{15} - \sin(\varphi/2) + \frac{2}{3} \sin^3(\varphi/2) - \frac{1}{5} \sin^5(\varphi/2) \right]. \quad (4)$$

Осевой момент инерции  $I_{so}$  всей структуры складывается из осевого момента инерции указанной заготовки ротора 1 и момента инерции покрытия:

$$I_{so} = I_o + I_{\text{покр.}} \quad (5)$$

При этом  $I_{\text{покр.}} = I_{\text{шар}} - I'_o$ , где  $I_{\text{шар}} = \frac{8}{15} \pi \rho_2 R_2^5$ , а  $I'_o$  вычисляется по формуле (4) для  $I_o$  только при плотности  $\rho_2$ . Подставляя выражения для  $I_o$ ,  $I'_o$  и  $I_{\text{шар}}$  в выражение (5), получаем выражение для осевого момента инерции структуры:

$$I_{so} = \frac{8}{15} \pi \rho_2 R_2^5 - (\rho_2 - \rho_1) \pi R_1^5 \left[ \cos^4(\varphi/2) \sin(\varphi/2) + \frac{8}{15} - \sin(\varphi/2) + \frac{2}{3} \sin^3(\varphi/2) - \frac{1}{5} \sin^5(\varphi/2) \right].$$

При вычислении экваториального момента инерции  $I_{se}$  структуры выражения (1) и (5), отражающие аддитивность момента инерции, остаются справедливыми, а меняется конкретный вид выражений для значений  $I_{\text{шар.сегм.}}$  и  $I_{\text{цил}}$ .

Выражение для экваториального момента инерции цилиндра  $I_{\text{цил}}$  следует из табличной формулы:

$$I_{\text{цил}} = \frac{1}{6} \rho_1 \pi R_1^5 \cos^2(\varphi/2) \sin(\varphi/2) (3 + \sin^2(\varphi/2)).$$

Экваториальный момент инерции шаровых сегментов заготовки 1 имеет следующий вид:

$$I_{\text{шар.сегм.}} = \frac{\rho_1 \pi}{4} R_1^5 \left[ \frac{16}{15} - \sin(\varphi/2) - \frac{2}{3} \sin^3(\varphi/2) + \frac{3}{5} \sin^5(\varphi/2) \right]. \quad (6)$$

Отметим, что формулы (3) и (6) можно вывести, разбив шаровой сегмент на совокупность очень тонких дисков и просуммировав их моменты инерции, определяемые известными формулами.

Таким образом, экваториальный момент инерции заготовки 1 определяется следующим образом:

$$I_e = I_{\text{цил}} + 2I_{\text{шар.сегм.}} = \rho_1 \pi R_1^5 \left[ \frac{1}{2} \cos^2(\varphi/2) \sin(\varphi/2) + \frac{1}{6} \cos^2(\varphi/2) \sin^3(\varphi/2) + \frac{8}{15} - \frac{1}{2} \sin(\varphi/2) - \frac{1}{3} \sin^3(\varphi/2) + \frac{3}{10} \sin^5(\varphi/2) \right].$$

Тогда экваториальный момент инерции всей структуры имеет следующий вид:

$$I_{se} = \frac{8}{15} \pi \rho_2 R_2^5 - (\rho_2 - \rho_1) \pi R_1^5 \left[ \frac{1}{2} \cos^2(\varphi/2) \sin(\varphi/2) + \frac{1}{6} \cos^2(\varphi/2) \sin^3(\varphi/2) + \frac{8}{15} \frac{1}{2} \sin(\varphi/2) - \frac{1}{3} \sin^3(\varphi/2) + \frac{3}{10} \sin^5(\varphi/2) \right]$$

Относительная разность моментов инерции  $\delta I$  определяется выражением

$$\delta I = \frac{(\rho_2 - \rho_1) \pi R_1^5 \left[ \frac{1}{2} \cos^2(\varphi/2) \sin(\varphi/2) + \frac{1}{6} \cos^2(\varphi/2) \sin^3(\varphi/2) + \frac{1}{2} \sin(\varphi/2) - \sin^3(\varphi/2) + \frac{1}{2} \sin^5(\varphi/2) - \cos^4(\varphi/2) \sin(\varphi/2) \right]}{\frac{8}{15} \pi \rho_2 R_2^5 - (\rho_2 - \rho_1) \pi R_1^5 \left[ \cos^4(\varphi/2) \sin(\varphi/2) + \frac{8}{15} \sin(\varphi/2) + \frac{2}{3} \sin^3(\varphi/2) - \frac{1}{5} \sin^5(\varphi/2) \right]}$$

В данном случае представляет интерес характер изменения  $\delta I$  от толщины среза  $l = R_1(1 - \cos \varphi/2)$ , или толщины кольцевого фрагмента. На рис. 3 приведены эти зависимости для углесталловой заготовки ( $\rho_1 = 1,95 \text{ г/см}^3$ ) различного диаметра  $2R_1$  (9,7, 9,8 и 9,9 мм) и ниобиевого покрытия ( $\rho_2 = 8,5 \text{ г/см}^3$ ) с наружным диаметром  $2R_2 = 10$  мм. Видно, что при определенных значениях  $l$  эти зависимости имеют максимум, который для соотношения плотностей  $\rho_1/\rho_2 = 4,36$  соответствует широтному углу  $\varphi \sim 82^\circ$  и значению  $l \approx 1,2 - 1,3$ . Указанный максимум  $\delta I$  находится в пределах от 0,19 при  $2R_1 = 9,7$  мм до 0,23 при  $2R_1 = 9,9$  мм.

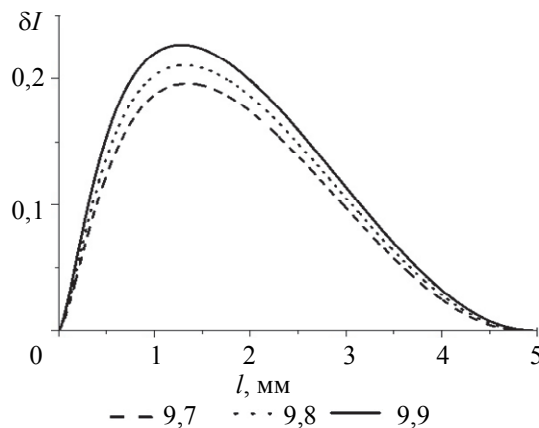


Рис. 3. Зависимости  $\delta I$  от толщины среза

Таким образом, если для заготовки в виде эллипсоида (рис. 1, а) максимально возможная величина  $\delta I$  составляет 0,13, то для бочкообразной заготовки (рис. 1, б) максимальное значение  $\delta I$  существенно выше и может достигать значения 0,23. При этом сохраняется закономерность увеличения  $\delta I$  с ростом толщины среза  $l$ , которую в данном случае можно рассматривать как значимый параметр процесса формирования моментов инерции. Из сравнения графиков на рис. 2 и рис. 3 видно, что вариант бочкообразной заготовки более эффективен для управления процессом создания моментов инерции ротора. Кроме того, формообразование точной конфигурации эллипсоида вращения является более сложным процессом, чем выполнение заготовки ротора с удалением кольцевого фрагмента. А точность выполняемой заготовки – на уровне десятых долей микрометра – позволяет осуществлять ее балансировку, обеспечивая минимизацию дисбаланса конечного ротора.

**Момент инерции для заготовки с кольцевой канавкой (рис. 1, в).** В данном случае по аналогии с уже представленными расчетами можно привести математические выражения, позволяющие определить корреляцию моментов инерции ротора и геометрических параметров формируемой в зоне экватора кольцевой канавки, которая заполняется в процессе напыления материалом покрытия:

$$I_{se} = \frac{8}{15} \pi \rho_1 R_1^5 + \frac{1}{2} \pi (\rho_2 - \rho_1) h (R_1^4 - r^4) + \frac{8}{3} \pi \rho_2 R_1^4 (R_2 - R_1),$$

$$I_{so} = \frac{8}{15} \pi \rho_1 R_1^5 + \frac{1}{2} \pi (\rho_2 - \rho_1) h (R_1^2 - r^2) (3(R_1^2 + r^2) + h^2) + \frac{8}{3} \pi \rho_2 R_1^4 (R_2 - R_1), \quad (7)$$

где  $r$  – радиус, характеризующий глубину канавки.

По этим выражениям можно построить зависимости изменения относительной разности моментов инерции  $\delta I$  от разности  $l = (R_1 - r)$  и  $h$  при заданных значениях  $R_2$ . Наиболее наглядно выглядит зависимость, представленная кривой равных значений  $\delta I$  для различных сочетаний ширины  $l$  и глубины  $h$  экваториальной канавки (рис. 4).

Учитывая, что  $l = (R_1 - r) \ll R_1, r$ , в выражениях для  $I_{so}$  и  $I_{se}$  можно оставить только слагаемые, линейные по  $l$ . При этом используется разложение  $R_1^4 - r^4 \approx 4R_1^3 l$ . Кроме этого, считаем малой ве-

личину  $h^2$  по сравнению с  $3(R_1^2 + r^2)$  в выражении (7), а также можно пренебречь разницей  $R_2$  и  $R_1$ . В результате, для относительной разности моментов получаем следующее выражение:

$$\delta I = \frac{lh\Delta\rho}{\frac{8}{15}\rho_1 R_1^2 + 2lh\Delta\rho}, \text{ где } \Delta\rho = (\rho_2 - \rho_1),$$

или

$$lh = \frac{\delta I}{1 - 2\delta I} \frac{8}{15} \frac{\rho_1}{\Delta\rho} R_1^2. \tag{8}$$

По приведенной зависимости (8) в координатах ширины  $l$  канавки и ее глубины  $h$  можно построить кривые для одинаковых значений относительной разницы моментов инерции, выбирая значения  $\delta I$  равными, например, 0,015; 0,025 и 0,035 (рис. 4, а), а также 0,10; 0,15 и 0,20 (рис. 4, б).

Эти кривые позволяют технически объективно выбирать значения ширины  $l$  канавки и ее глубины  $h$ . В этом случае значимыми факторами, позволяющими управлять формированием моментов инерции ротора при его изготовлении, являются значения  $l$  и  $h$ , что расширяет технологические возможности процесса. При этом из графиков следует, что, например, для сравнительно небольшого роста  $\delta I$  при фиксированном значении  $h$  необходимо значительно увеличивать величину  $l$ . Однако при выборе величин  $l$  и  $h$  следует учитывать возможные ограничения по конфигурации основы, связанные с предельно возможными величинами геометрических параметров канавки, которые позволяют использовать конкретный способ формирования покрытия. Например, и при электролитическом методе, и при магнетронном напылении имеют место ограничения, связанные с заполнением формируемым материалом узких пазов, что связано с чрезмерно малой скоростью осаждения или обусловлено неоднородностью формируемой структуры. Исходя из этого, наиболее приемлемым вариантом для формирования моментов инерции можно считать бочкообразную конфигурацию заготовки ротора, представленную на рис. 1, б.

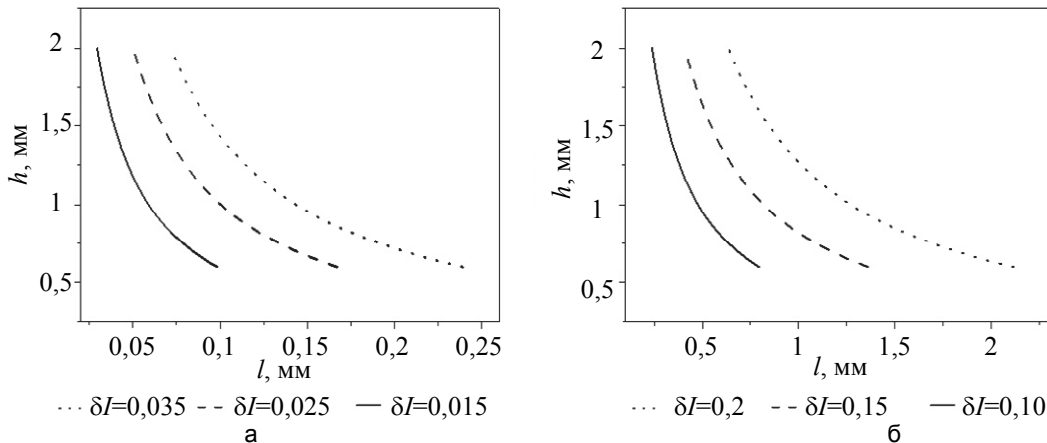


Рис. 4. Кривые равных значений  $\delta I$ : величина  $\delta I$  в пределах от 0,015 до 0,035 (а); величина  $\delta I$  в пределах от 0,1 до 0,2 (б)

Помимо указанных выше для каждого из рассмотренных вариантов формирования моментов инерции ротора значимых факторов, очевидно, что на этот процесс оказывает существенное влияние соотношение плотностей материалов заготовки ротора и армирующего элемента  $\rho_1/\rho_2$ . На рис. 5 для варианта с бочкообразной заготовкой (рис. 1, б) представлены зависимости  $\delta I$  от толщины среза  $b$  при  $2R_1=9,9$  мм и  $2R_2=10$  мм. На графике приведены зависимости для ротора БЭСГ, где используется соответственно сочетание материалов бериллий-нитрид титана. Кроме того, приведены зависимости для экспериментальных роторов КГ, для которых в качестве основы использовались заготовки из углеситалла, кварца и корундовой керамики [10], и перспективных конструкций, где для бериллиевого ротора в качестве армирующего элемента рассматриваются ниобий и молибден. Из рис. 5 следует, что чем больше величина отношения  $\rho_2/\rho_1$ , тем меньше значение толщины среза (или толщины кольцевого фрагмента)  $b$ , при которой достигается максимум значения  $\delta I$ . При этом и большему отношению  $\rho_2/\rho_1$  соответствует более высокое значение этого максимума.

Таким образом, выбирая материалы основы и армирующего элемента ротора и варьируя соотношением  $\rho_2/\rho_1$ , можно дополнительно управлять процессом формирования моментов инерции ротора.

Предлагаемая схема была апробирована при изготовлении ротора КГ, где на бочкообразную заготовку из углеситалла с  $2R_1=9,8$  мм и  $l=0,08$  мм электролитическим методом наносилось покрытие ниобия до получения сферы диаметром  $R_2+\Delta$ , где  $\Delta$  – припуск на финишную обработку и балансировку ротора,

составлявший величину 0,2–0,25 мм. Получаемая при этом относительная разница моментов инерции  $\delta I$  составила 0,015, что соответствовало техническим требованиям.

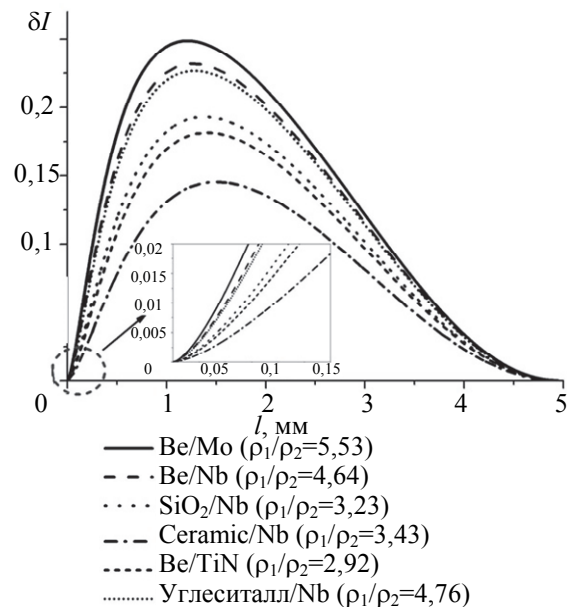


Рис. 5. Зависимости  $\delta I$  от  $l$  для различных  $\rho_2/\rho_1$

#### Заключение

Предложены принципы, условия и технические решения процесса создания моментов инерции сферических роторов, основанные на перераспределении массы формируемых на поверхности заготовки ротора функциональных покрытий. Разработанные решения позволяют на качественно новом уровне решать проблемы изготовления современных изделий точного приборостроения, а также использовать новые конструкционные материалы для сферических роторов, в том числе и на неметаллической основе.

Разработаны средства математического обеспечения, определяющие области варьирования геометрических параметров роторов и расширяющие технологические возможности процесса формирования моментов инерции за счет использования моделей для различных альтернативных вариантов изготовления роторов.

Выявлены зависимости моментов инерции от конфигурации заготовки ротора, определены значимые факторы, позволяющие управлять процессом формирования моментов инерции сферических роторов шаровых гироскопов.

#### Литература

1. Egorov A.V., Landau B.E., Levin S.L., Romanenko S.G. Rotor motion in a strapdown electrostatic gyro onboard an orbiting spacecraft // *Gyroscopy and Navigation*. 2012. N 3. P. 144–151. doi: 10.1134/S2075108712020034
2. Peshekhonov V.G. Gyroscopic navigation systems: current status and prospects // *Gyroscopy and Navigation*. 2011. V. 2. N 3. P. 111–118. doi: 10.1134/S2075108711030096
3. Гормаков А.Н., Вьюнг С.Ч. Автоматизированная установка для определения моментов инерции деталей и узлов приборов // *Вестник науки Сибири*. 2014. №2 (12). С. 94–100.
4. Zhang J., Chao Q., Xu B. Analysis of the cylinder block tilting inertia moment and its effect on the performance of high-speed electro-hydrostatic actuator pumps of aircraft // *Chinese Journal of Aeronautics*. 2018. V. 3. N 1. P. 169–177. doi: 10.1016/j.cja.2017.02.010
5. Юлметова О.С., Ландау Б.Е., Щербак А.Г. Системный анализ процесса создания ротора шарового гироскопа на основе использования ионно-плазменных технологий // *Фундаментальные исследования*. 2017. № 12-1. С. 163–168.
6. Юлметова О.С., Туманова М.А., Щербак А.Г. Исследование процесса корректировки дисбаланса сферического ротора на стадии напыления тонкопленочного покрытия // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2017. Т. 17. № 6. С. 1045–1051. doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-6-1045-1051

#### References

1. Egorov A.V., Landau B.E., Levin S.L., Romanenko S.G. Rotor motion in a strapdown electrostatic gyro onboard an orbiting spacecraft. *Gyroscopy and Navigation*, 2012, no. 3, pp. 144–151. doi: 10.1134/S2075108712020034
2. Peshekhonov V.G. Gyroscopic navigation systems: current status and prospects. *Gyroscopy and Navigation*, 2011, vol. 2, no. 3, pp. 111–118. doi: 10.1134/S2075108711030096
3. Gormakov A.N., Vuong X.C. Automatic installation to define inertia moments of components and nodes of devices. *Siberian Journal of Science*, 2014, no. 2, pp. 94–100. (in Russian)
4. Zhang J., Chao Q., Xu B. Analysis of the cylinder block tilting inertia moment and its effect on the performance of high-speed electro-hydrostatic actuator pumps of aircraft. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2018, vol. 3, no. 1, pp. 169–177. doi: 10.1016/j.cja.2017.02.010
5. Yulmetova O.S., Landau B.E., Scherbak A.G. Systemic analysis for the process of electrostatic gyro rotor manufacture based on applying ion-plasma and laser technologies. *Fundamental Research*, 2017, no. 12-1, pp. 163–168. (in Russian)
6. Yulmetova O.S., Tumanova M.A., Scherbak A.G. Investigation on correcting process of spherical rotor imbalance at thin film deposition stage. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2017, vol. 17, no. 6, pp. 1045–1051 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-6-1045-1051



7. Щербак А.Г., Кедров В.Г. Технология прецизионной диффузионной сварки в точном приборостроении. СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 1996. 166 с.
8. Ландау Б.Е., Буцык А.Я., Беляев С.Н., Буравлев А.П., Щербак А.Г. Способ изготовления ротора шарового гироскопа // Патент РФ № 2286535. Бюл. № 30, 27.10.2006.
9. Yulmetova O.S., Tumanova M.A. Laser marking of contrast images for optical read-out systems // *Journal of Physics: Conference Series*. 2017. V. 917. N 3. doi: 10.1088/1742-6596/917/5/052007
10. Scherbak A., Yulmetova O. Contrast image formation based on thermodynamic approach and surface laser oxidation process for optoelectronic read-out system // *Optics and Laser Technology*. 2018. V. 101. P. 242–247. doi: 10.1016/j.optlastec.2017.11.030
11. Махаев Е.А., Рябова Л.П., Чесноков П.А. и др. Разработка конструкции и технологии изготовления ротора криогироскопа // *Материалы XXX конференции памяти Н.Н. Острякова*. Санкт-Петербург, 2016. С. 116–123.
12. Everitt C.W.F. et al. Gravity probe B: final results of a space experiment to test general relativity // *Physical Review Letters*. 2011. V. 106. N 22. doi: 10.1103/PhysRevLett.106.221101
13. Фаворин М.В. Моменты инерции тел. Справочник. М.: Машиностроение, 1970. 312 с.
14. Ram H.D., Chauhan A.K. *Foundations and Applications of Engineering Mechanics*. Cambridge University Press, 2015. 646 p.
7. Shcherbak A.G., Kedrov V.G. *Precision Diffusion Welding Technology in Precise Instrumentation*. St. Petersburg, Elektropribor Publ., 1996, 166 p.
8. Landau B.E., Butsyk A.J., Beljaev S.N., Buravlev A.P., Scherbak A.G. Method for making a rotor of spherical gyroscope. *Patent RU2286535*, 2006.
9. Yulmetova O.S., Tumanova M.A. Laser marking of contrast images for optical read-out systems. *Journal of Physics: Conference Series*, 2017, vol. 917, no. 3. doi: 10.1088/1742-6596/917/5/052007
10. Scherbak A., Yulmetova O. Contrast image formation based on thermodynamic approach and surface laser oxidation process for optoelectronic read-out system. *Optics and Laser Technology*, 2018, vol. 101, pp. 242–247. doi: 10.1016/j.optlastec.2017.11.030
11. Makhaev E.A., Ryabova L.P., Chesnokov P.A. et al. Development of a construction and manufacturing technology for the cryogyroscope rotor. *Proc. 30<sup>th</sup> Conf. of memory N.N. Ostryakov*. St. Petersburg, 2016, pp. 116–123. (in Russian)
12. Everitt C.W.F. et al. Gravity probe B: final results of a space experiment to test general relativity. *Physical Review Letters*, 2011, vol. 106, no. 22. doi: 10.1103/PhysRevLett.106.221101
13. Favorin M.V. *Moments of Inertia of Solid. Handbook*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1970, 312 p.
14. Ram H.D., Chauhan A.K. *Foundations and Applications of Engineering Mechanics*. Cambridge University Press, 2015, 646 p.

#### Авторы

**Юльметова Ольга Сергеевна** – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург, 197046, Российская Федерация; доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, Scopus ID: 37068364500, ORCID ID: 0000-0001-9899-5939, olga@yulmetova.ru

**Щербак Александр Григорьевич** – доктор технических наук, ведущий научный сотрудник, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург, 197046, Российская Федерация, Scopus ID: 57197817003, ORCID ID: 0000-0002-5133-7637, ascherbak1946@gmail.com

#### Authors

**Olga S. Yulmetova** – PhD, senior researcher, AO Concern "CSRI Elektropribor", Saint Petersburg 197046, Russian Federation; Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, Scopus ID: 37068364500, ORCID ID: 0000-0001-9899-5939, olga@yulmetova.ru

**Alexander G. Scherbak** – D.Sc., leading scientific researcher, AO Concern "CSRI Elektropribor", Saint Petersburg 197046, Russian Federation, Scopus ID: 57197817003, ORCID ID: 0000-0002-5133-7637, ascherbak1946@gmail.com