

УДК 681.518

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТЫ ИМПУЛЬСНОГО СИГНАЛА С ПОСТОЯННЫМ ТАКТОМ ПОСРЕДСТВОМ РЕКУРРЕНТНОГО ПРИМЕНЕНИЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

Е.С. Ильина^{a,b}, С.В. Быстров^b, А.А. Блинные^a

^a ООО «Научно-Технический центр «Прибор», Санкт-Петербург, 199034, Российская Федерация

^b Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

Адрес для переписки: kateglebova@rambler.ru

Информация о статье

Поступила в редакцию 03.07.18, принята к печати 20.08.18

doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-5-905-909

Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Ильина Е.С., Быстров С.В., Блинные А.А. Определение частоты импульсного сигнала с постоянным тактом посредством рекуррентного применения преобразования Фурье // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2018. Т. 18. № 5. С. 905–909. doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-5-905-909

Аннотация

Предложен алгоритм оценки частоты импульсного сигнала с постоянным тактом в условиях существенных искажений с использованием методов спектрального анализа. Показана последовательная обработка сигнала на основе рекуррентного применения дискретного преобразования Фурье. Исходный импульсный сигнал представлен в виде фрагмента гребенки Дирака. Его фурье-спектр также содержит фрагмент гребенки Дирака. Для снижения влияния утечки вследствие применения преобразования Фурье к конечной последовательности использована свертка сигнала с весовым окном. Для увеличения отношения сигнал/шум и снижения уровня боковых лепестков спектр исходного сигнала принимается в качестве оригинала для преобразования Фурье с увеличенным числом спектральных линий. Необходимость рекуррентного применения преобразования обусловлена зашумленностью исходного сигнала и полученного спектра после первого применения преобразования Фурье. По сравнению с однократным применением преобразования такой подход позволяет распознать полезный сигнал как на фоне гауссовских и аperiodических импульсных помех, так и на фоне сигналов, содержащих такие помехи в фурье-образе. Приведен способ проверки локальных максимумов амплитуд полученного дискретного преобразования на периодичность. По индексу элемента с самым большим количеством выполнения условия периодичности определена частота импульсного сигнала с постоянным тактом.

Ключевые слова

рекуррентное применение преобразования Фурье, дельта-функция, преобразование Фурье, гребень Дирака, спектральный анализ, зашумленный сигнал, эффект утечки, фурье-образ, взвешенные окна, цифровая обработка сигналов

FREQUENCY DETERMINATION OF PULSE SIGNAL WITH CONSTANT BEAT BY DINT OF RECURRENT USAGE OF FOURIER TRANSFORM

E.S. Ilina^{a,b}, S.V. Bystrov^b, A.A. Blinnikov^a

^a NTC Pribor, Ltd., Saint Petersburg, 199034, Russian Federation

^b ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

Corresponding author: kateglebova@rambler.ru

Article info

Received 03.07.18, accepted 20.08.18

doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-5-905-909

Article in Russian

For citation: Ilina E.S., Bystrov S.V., Blinnikov A.A. Frequency determination of pulse signal with constant beat by dint of recurrent usage of Fourier transform. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2018, vol. 18, no. 5, pp. 905–909 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-5-905-909

Abstract

The paper proposes an algorithm for frequency estimation of a pulse signal with constant beat under significant distortion conditions with the use of spectral analysis methods. The sequential processing of the signal based on the recurrent usage of discrete Fourier transform is shown. The initial pulse signal is represented as a fragment of the Dirac comb. Its Fourier

spectrum also contains a fragment of the Dirac comb. To reduce the effect of leakage due to the application of Fourier transform to the finite sequence, a convolution of the signal with a weight window is used. To increase the signal-to-noise ratio and reduce the side lobe level, the spectrum of the initial signal is taken as the original for Fourier transform with an increased number of spectral lines. The necessity of recurrent transformation usage is brought about by the noise of the initial signal and the resulting spectrum after the first application of Fourier transform. In comparison with a single application of the transformation, this approach provides an opportunity to recognize a useful signal both against the background of Gaussian and aperiodic impulse noise, and against the background of signals containing such noise in the Fourier spectrum. We give a method for checking the local maxima of the amplitudes of the obtained discrete Fourier transform for periodicity. The frequency of a pulse signal with constant beat is determined by the element index with the largest number of fulfillment of the periodicity condition.

Keywords

Fourier transform recurrent usage, delta function, Fourier transform, Dirac comb, spectral analysis, noisy signal, leakage effect, Fourier spectrum, window function, digital signal processing

Исследование ориентировано на анализ и обработку сигналов, сформированных по кадрам видео-изображения объекта, содержащего предложенную в работе [1] маркировку, путем сведения изображения к двум одномерным сигналам, как показано в [2]. Один из них рассмотрен в данной работе для демонстрации предлагаемого способа определения частоты посредством рекуррентного применения преобразования Фурье (под рекуррентным применением преобразования Фурье понимается преобразование Фурье от преобразования Фурье).

Полученный сигнал может быть искажен одновременно гауссовским и аperiodическим импульсным возмущающим воздействием [3]. Для идентификации частоты импульсного сигнала с постоянным тактом, в описанных выше условиях, возможно использование методов спектрального анализа. В практическом применении этот метод весьма эффективен при обработке зашумленных сигналов, так как не требует априорной информации [4, 5]. В этом случае алгоритм поиска частот будет состоять из следующих этапов:

1. обработка коэффициентов разложения сигнала по фурье-базису с применением весовых окон;
2. рекуррентное применение дискретного преобразования Фурье с увеличенным числом спектральных линий;
3. проверка амплитуд полученного дискретного преобразования на периодичность и определение частоты.

Если сигнал имеет вид гребня Дирака (1), то соответствующий ему фурье-образ также имеет вид гребня Дирака (2) с периодами τ и $1/\tau$, соответственно.

$$L(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - n\tau), \tag{1}$$

$$S(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - n\tau) e^{-2i\pi fx} dx = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - n/\tau), \tag{2}$$

где $L(x)$ – сигнал (периодическая последовательность импульсов); x – дискретная переменная; δ – дельта-функция; n – отсчет; $S(f)$ – фурье-образ; f – частота.

Исследуемый полезный сигнал, показанный на рисунке, а, представляет собой фрагмент гребенки Дирака, взятый на ограниченном интервале. Это приводит к искажению вида фурье-образа боковыми лепестками относительно (2), однако сигнал все еще содержит видимую периодическую пульсацию (рисунк, б) [6–8].

При анализе конечных последовательностей с целью минимизации эффекта утечки [9], возникающего из-за разрывов на границах периодов, используется увеличенное число спектральных линий или свертка сигнала с оконными функциями [10]. Второй вариант ослабления эффекта предпочтительнее, так как при слишком сильном увеличении числа отсчетов, помимо полезного сигнала проявляется и паразитный. Выбор оптимальной оконной функции [11, 12] зависит от конкретной задачи и зачастую подбирается эмпирически, путем сравнения результата применения различных весовых окон, как показано на рисунке, в.

Из-за присутствия на графике низкочастотного шума полученный спектр сигнала $S_1[f_1]$ используется как оригинал для преобразования Фурье с увеличенным числом спектральных линий, с целью выделения полезного сигнала с одинаковым периодом следования и снижения уровня боковых лепестков по сравнению с однократным применением преобразования. Рекуррентное применение дискретного преобразования Фурье

$$S_n[f_n] = \begin{cases} F(L[x]), n = 1; \\ F(S_{n-1}[f_n]), n \geq 2, \end{cases} \tag{3}$$

где $n \in \mathbf{N}, n = \overline{1, l}$, \mathbf{N} – множество натуральных чисел, l – количество применений преобразования Фурье, позволяет идентифицировать сигнал не только на фоне гауссовских и апериодических импульсных помех, но и на фоне сигналов, содержащих такие помехи в фурье-образе.

Рисунок, г, иллюстрирует рекуррентное применение преобразования Фурье $S_2[f_2]$.

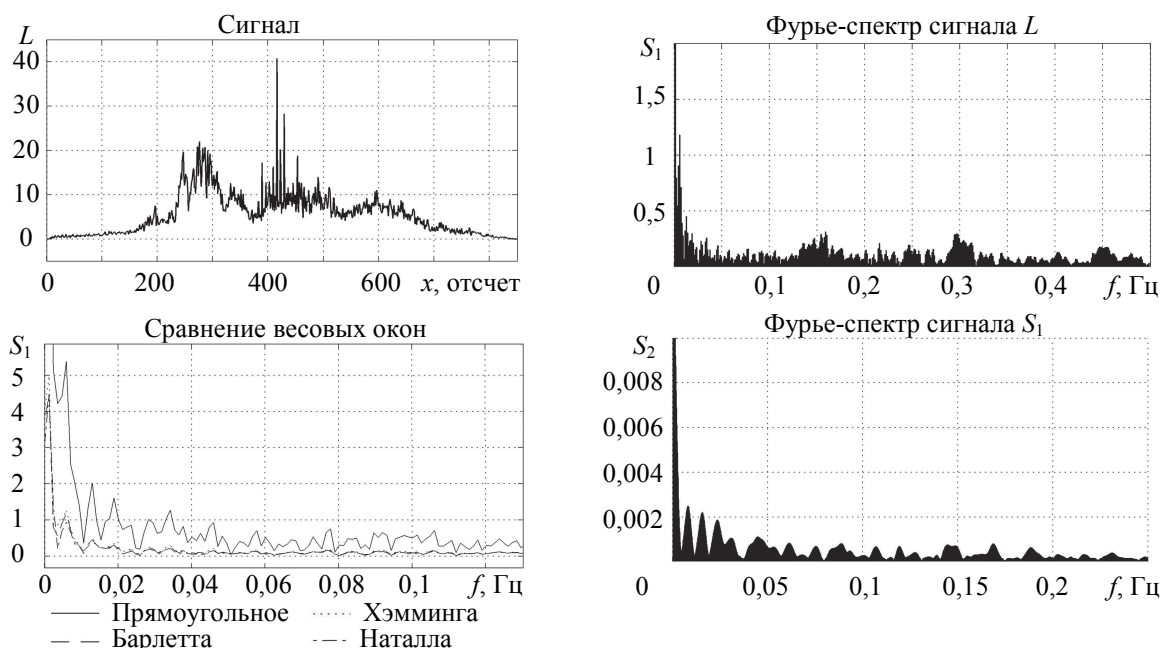


Рисунок. График сигнала $L(x)$ (а); фурье-спектр $S_1[f_1]$ сигнала $L(x)$ (б); сравнение графиков применения различных весовых окон (в); фурье-спектр $S_2[f_2]$ сигнала $S_1[f_1]$ (г)

Частота сигнала определяется из (4):

$$f_n = \begin{cases} \frac{f_d}{f_{n+1} \cdot a \cdot N_n}, & a \in \mathbf{N}, a = \begin{cases} 1, n = 1; \\ a \geq 2, n \in [2, l]; \end{cases} \\ \frac{i_n \cdot f_d}{a \cdot N_n}, & n = l, a \in \mathbf{N}, a \geq 2, \end{cases} \quad (4)$$

где $N_n = \frac{a \cdot N_{n-1}}{2}$. Для анализируемого сигнала (рисунок, а) $l = 2$. Тогда $S_2[f_2]$ определен на интервале

$\left[0, \frac{f_d}{2} - \frac{f_d}{N_2}\right]$, а дискретное представление имеет следующий вид:

$$S_2[f_2] = S_2(f_2[i_2]) = S_2\left(\frac{i_2 \cdot f_d}{a \cdot N_2}\right), i_2 = \overline{0, N_2}, \quad (5)$$

В свою очередь, $S_1[f_1]$ определен на интервале $\left[0, \frac{f_d}{2} - \frac{f_d}{N_1}\right]$, и

$$S_1[f_1] = S_1(f_1[i_1]) = S_1\left(\frac{f_d}{a \cdot f_2[i_2] \cdot N_1}\right), i_1 = \overline{0, N_1}. \quad (6)$$

В формулах (4)–(6) i_n – индекс спектрального отсчета; N_1, N_2, \dots, N_n – количество отсчетов для первого, второго, n -го преобразований Фурье соответственно (эти значения равны длинам сигналов в отсчетах); f_d – частота дискретизации; a (целое число больше 1) – коэффициент для дискретизации сигнала на более частой сетке частот.

Отклик на гребенку Дирака в первом и втором фурье-образах следует с постоянным интервалом. Следовательно, для выделения периодически повторяющихся импульсов нужно найти все локальные максимумы и отбросить не соответствующие условию периодичности, затем найти индекс первого пика и соответствующую ему частоту из выражения (3) для $S_2(f_2[i_2])$ и из выражения (4) для $S_1(f_1[i_1])$.

Для этого индексы локальных максимумов функции $S_2[f_2]$ определяются из условия (7):

$$\begin{cases} S_2(f_2[i_2]) > (Sp(f_2[i_2]) = \sum \frac{S_2(f_2[i_2])}{N_2} + 0,1 \cdot (\max(S_2(f_2[i_2])) - \sum \frac{S_2(f_2[i_2])}{N_2})); \\ S_2(f_2[i_2]) < S_2(f_2[i_2 + 1]); \\ S_2(f_2[i_2]) > S_2(f_2[i_2 - 1]), \quad i = \overline{2, N_2 - 1} \end{cases}, \quad (7)$$

и записываются в вектор-строку $\mathbf{Sk}(1 \times n)$. Далее проводится последовательная проверка элементов \mathbf{Sk} на периодичность. $\mathbf{Sk} \in \mathbf{R}^n$ поставлена в соответствие вектор-строка $\mathbf{K} \in \mathbf{R}^n$ (для фиксирования количества выполнений условия периодичности для j -го элемента). Тогда для $\forall \mathbf{Sk}[m]$, $m = \overline{1, n}$:

$$\mathbf{K}[m] = \sum_{j=m}^n \begin{cases} 1, & \mathbf{Sk}[j] \in [\mathbf{Sk}[m] \cdot T \pm \Delta] \\ 0, & \mathbf{Sk}[j] \notin [\mathbf{Sk}[m] \cdot T \pm \Delta] \end{cases}, \quad (8)$$

где $T \in \mathbf{N}$, Δ – допуск на определение локального максимума.

По индексу m элемента с самым большим ($\max(\mathbf{K}[m])$) количеством выполнения условия периодичности (8) определяется соответствующий ему индекс $\mathbf{Sk}[m] = i_n[m] = i_n$. Если в векторе \mathbf{K} имеют место элементы с одинаковым максимальным значением $\max(\mathbf{K}[m])$, то берется среднее значение для соответствующих индексов $i_n[m]$. Подстановкой полученного значения i_2 в выражение (3), найдено значение частоты сигнала с постоянным тактом для $S_2(f_2[i_2])$, и, следовательно, из выражения (4) для $S_1(f_1[i_1])$.

Таким образом, предложенный подход на основе использования рекуррентного преобразования Фурье позволяет идентифицировать сигнал с постоянным тактом на фоне помех. По сравнению с однократным применением преобразования заметно снижен уровень боковых лепестков и выделен полезный сигнал. С использованием приведенного алгоритма определена частота импульсного сигнала с постоянным тактом. Представленный подход применим для оценки частоты импульсного сигнала в условиях значительных искажений.

Литература

1. Глебова Е.С., Блиnnиков А.А. Модификация меток сталеразливочных ковшей в задаче автоматизации их оборота // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58. № 9. С. 765–769. doi: 10.17586/0021-3454-2015-58-9-765-769
2. Ильина Е.С., Быстров С.В. Определение частоты сигнала с постоянным тактом на изображении // Сборник тезисов докладов конгресса молодых ученых. Электронное издание [Электронный ресурс]. 2017. Режим доступа: http://kmu.ifmo.ru/collections_article/4959/opredelenie_chastoty_signala_s_postoyannym_taktom_na_izobrazhenii.htm, своб. (дата обращения: 10.06.2018).
3. Давыдов А.В. Цифровая обработка сигналов: Тематические лекции. Екатеринбург, 2005.
4. Воскобойников Ю.Е., Гочаков А.В., Колкер А.Б. Фильтрация сигналов и изображений: Фурье и вейвлет алгоритмы (с примерами в Mathcad). Новосибирск: НГАСУ, 2010. 188 с.
5. Смирнов С.А. Преобразования оптических сигналов. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2008. 113 с.
6. Пономарев Ю.В. Введение в спектральный, корреляционный и вейвлет-анализ. М.: МГУ, 2012. 284 с.
7. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 2005. 1072 с.
8. Котельников В.А. О пропускной способности "эфира" и проволоки в электросвязи. Всесоюзный энергетический комитет (Материалы к I Всесоюзному съезду по вопросам технической реконструкции дела связи и развития слаботочной промышленности, 1933) // УФН. 2006. Т. 176. Т. 7. С. 762–770. doi: 10.3367/UFN.0176.200607h.0762
9. Ильина Е.С., Быстров С.В. Методы цифровой обработки изображений для минимизации влияния утечки // Сборник тезисов докладов конгресса молодых ученых. Электронное издание [Электронный ресурс]. 2018. Режим доступа: http://kmu.ifmo.ru/collections_article/7128/metody_cifrovoy_obrabotki_izobrazheniy_dlya_minimizatsii_vliyaniya_utechki.htm, своб. (дата обращения: 10.06.2018).

References

1. Glebova E.S., Blinnikov A.A. Modification of steel ladles labels in the problem of automation of the ladles turnover. *Journal of Instrument Engineering*, 2015, vol. 58, no. 9, pp. 765–769. (in Russian) doi: 10.17586/0021-3454-2015-58-9-765-769
2. Il'ina E.S., Bystrov S.V. Determining the frequency of a signal with a constant tact in the image. *Proc. Congress of Young Scientists*. 2017. Available at: http://kmu.ifmo.ru/collections_article/4959/opredelenie_chastoty_signala_s_postoyannym_taktom_na_izobrazhenii.htm (accessed 10.06.2018).
3. Davydov A.V. *Digital Signal Processing. Thematic Lectures*. Ekaterinburg, 2005. (in Russian)
4. Voskoboynikov Yu.E., Gochakov A.V., Kolker A.B. *Signals and Images Filtering: Fourier and Wavelet Algorithms (with Examples in Mathcad)*. Novosibirsk, NSAU Publ., 2010, 188 p. (in Russian)
5. Smirnov S.A. *Transformations of Optical Signals*. St. Petersburg, SPbSU ITMO Publ., 2008, 113 p. (in Russian)
6. Ponomarev Yu.V. *Introduction to Spectral, Correlation and Wavelet Analysis*. Moscow, MSU Publ., 2012, 284 p. (in Russian)
7. Gonzales R.C., Woods R.E. *Digital Image Processing*. 2nd ed. Upper Saddle River, Prentice Hall, 2002, 793 p.
8. Kotel'nikov V.A. On the transmission capacity of 'ether' and wire in electric communications. *Physics Uspekhi*, 2006, vol. 49, pp. 736–744. doi: 10.1070/PU2006v049n07ABEH006160
9. Il'ina E.S., Bystrov S.V. Methods for digital image processing to minimize the effect of leakage. *Proc. Congress of Young Scientists*. 2018. Available at: http://kmu.ifmo.ru/collections_article/7128/metody_cifrovoy_obrabotki_izobrazheniy_dlya_minimizatsii_vliyaniya_utechki.htm (accessed 10.06.2018).
10. Lyons R.G. *Understandin Digital Signal Processing*. Prentice Hall, 2004.

10. Лайонс Ричард. Цифровая обработка сигналов. 2-е изд. М.: Бинум-Пресс, 2006. 656 с.
11. Хованова Н.А., Хованов И.А. Методы анализа временных рядов. Саратов: ГосУНЦ Колледж, 2001. 119 с.
12. Спектральный анализ на ограниченном интервале времени. Оконные функции [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.dsplib.ru/content/win/win.html>, своб. (дата обращения: 31.05.2018).
11. Khovanova N.A., Khovanov I.A. *Time Series Analysis Methods*. Saratov, GosUNTs Kolledzh Publ., 2001, 119 p. (in Russian)
12. *Spectral Analysis on a Limited Time Interval. Window Functions*. Available at: <http://www.dsplib.ru/content/win/win.html> (accessed 31.05.2018).

Авторы

Ильина Екатерина Сергеевна – инженер, ООО «Научно-Технический центр «Прибор», Санкт-Петербург, 199034, Российская Федерация; аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, Scopus ID: 57195514942, ORCID ID: 0000-0002-2213-4320, kateglebova@rambler.ru

Быстров Сергей Владимирович – кандидат технических наук, доцент, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, Scopus ID: 57195218699, ORCID ID: 0000-0002-6900-0506, sbystrov@mail.ru

Блинников Андрей Алексеевич – кандидат технических наук, руководитель департамента, ООО «Научно-Технический центр «Прибор», Санкт-Петербург, 199034, Российская Федерация, Scopus ID: 57112393800, ORCID ID: 0000-0003-0502-6739, goofinator@mail.ru

Authors

Ekaterina S. Iilina – engineer, NTC Pribor, Ltd., Saint Petersburg, 199034, Russian Federation; postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, Scopus ID: 57195514942, ORCID ID: 0000-0002-2213-4320, kateglebova@rambler.ru

Sergey V. Bystrov – PhD, Associate Professor, Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, Scopus ID: 57195218699, ORCID ID: 0000-0002-6900-0506, sbystrov@mail.ru

Andrew A. Blinnikov – PhD, Head of software department, NTC Pribor, Ltd., Saint Petersburg, 199034, Russian Federation, Scopus ID: 57112393800, ORCID ID: 0000-0003-0502-6739, goofinator@mail.ru