УДК 621.3.085.42

ПСЕВДОРЕГУЛЯРНЫЕ КОДОВЫЕ ШКАЛЫ ДЛЯ ЦИФРОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ УГЛА

А.А. Ожиганов, П.А. Прибыткин

Предложен новый тип кодовых шкал для цифровых преобразователей угла (ЦПУ) – псевдорегулярные кодовые шкалы. Рассмотрен метод их построения, основанный на использовании композиции нелинейных рекуррентных последовательностей и регулярных двоичных кодовых шкал. Приведен пример построения псевдорегулярной кодовой шкалы.

Ключевые слова: преобразователь угол–код, цифровой преобразователь угла, кодовая шкала, считывающие элементы, рекуррентная последовательность, псевдорегулярная кодовая шкала, последовательность де Брейна, нелинейная кодовая шкала.

Введение

ЦПУ являются измерительными преобразователями, служащими для ввода аналоговой информации об объекте в различные цифровые системы автоматического управления. Среди ЦПУ особое место занимают преобразователи абсолютного типа, основанные на методе считывания с пространственным кодированием [1, 2]. Основные требования к таким преобразователям – точность преобразования, быстродействие, надежность, стойкость к внешним воздействующим факторам и др. Достаточно хорошо изучены основные способы получения высокой точности и разрешающей способности ЦПУ, если нет ограничений в габаритах преобразователей. Но в ряде применений ЦПУ актуальна задача увеличения точности и разрешающей способности при одновременном уменьшении их габаритов [3].

Достижение этих технических требований во многом зависит от применяемой в ЦПУ кодовой шкалы (КШ), которая определяет число кодовых дорожек (КД), а также число и размещение считывающих элементов (СЭ). Среди разных типов построения кодовых шкал для ЦПУ [2] наибольшее распространение получили КШ, выполненные в обыкновенном двоичном коде – регулярные КШ, в циклическом коде – обычно в коде Грея, и в специальном коде. Наиболее перспективными являются кодовые шкалы с применением теории рекуррентных последовательностей – рекурсивные кодовые шкалы (РКШ) [4], позволяющие строить однодорожечные ЦПУ [5], двухдорожечные нереверсивные ЦПУ с двумя СЭ и реверсивные ЦПУ с подготовительными квантами [6], встречающиеся в литературе как «квазиабсолютные», а также КШ с возможностью формирования корректирующих кодов [7].

Различают КШ на основе линейных рекуррентных последовательностей (РП) и КШ на основе нелинейных РП в зависимости от свойства линейности или нелинейности (по отношению к оператору суммирования по модулю 2) рекуррентного соотношения, используемого для построения РП. Особенностью КШ на основе линейных РП является то, что они имеют информационную емкость $2^n - 1,\ n = 1, 2, 3, \ldots$ значений кода, не совместимую со многими техническими системами, в которые встраивается ЦПУ. В свою очередь, КШ на основе нелинейных РП позволяют осуществлять размещение СЭ вдоль КД шкалы единственным образом – с шагом в один квант. При конечных размерах СЭ (например, фотоприемников в фотоэлектрических ЦПУ) такое их размещение существенно ограничивает разрядность КШ.

С практической точки зрения применение РКШ для построения высокоразрядных малогабаритных ЦПУ связано с рядом ограничений конструктивного и особенно технологического характера, накладываемых минимальным размером градации кодовой шкалы, чувствительностью и размерами СЭ.

В связи с этим актуальной задачей является разработка кодовых шкал с учетом обозначенных ограничений, которые позволят создавать высокоразрядные малогабаритные ЦПУ. Такие кодовые шкалы в сравнении с классическими КШ должны иметь высокую информационную емкость при малом числе кодовых дорожек.

Теоретические основы построения псевдорегулярных кодовых шкал

Известны сдвигающие регистры, или регистры сдвига с обратной связью – электронные переключательные схемы специального вида, перерабатывающие информацию, заданную в форме соответствующим образом представленных элементов поля Галуа $GF(2)$ [8]. В общем виде n-позиционный регистр сдвига состоит из n последовательно соединенных триггерных ячеек. В результате действия $k+1$ тактовых импульсов, где k – целое неотрицательное число; состояние каждой ячейки $(a_k, a_{k+1}, \ldots, a_{k+n-1}) \in \{0,1\}$ сдвигается в соседнюю ячейку. При введении обратной связи

$$f(x_0, x_1, \ldots, x_{n-1}) = c_0 x_0 + c_1 x_1 + \ldots + c_{n-1} x_{n-1}\,, \tag{1}$$

где $c_i \in GF(2)$, сдвигающий регистр оказывается в режиме непрерывной смены состояний.

С помощью булевой функции обратной связи (1) определяется n-е состояние регистра (после n тактов работы) как $a_n = f(a_0, a_1, \ldots, a_{n-1})$.

Таким образом, символы двоичной последовательности на выходе регистра сдвига удовлетворяют рекуррентному соотношению [9]

$$a_{n+j} = h_{n-1} a_{n-1+j} + h_{n-2} a_{n-2+j} + \ldots + h_1 a_{j+1} + a_j\,, \tag{2}$$

где $h_i \in GF(2),\ j = 0, 1, \ldots$.

Для работы регистра необходимо задать начальное состояние триггерных ячеек $(a_0, a_1, \ldots, a_{n-1})$, причем нулевая комбинация является запрещенной, так как порождает последовательность из одних нулей. Функцию обратной связи (1) можно представить также в форме полинома порядка n с коэффициентами из поля Галуа $GF(2)$, называемого характеристическим полиномом,

$$h(x) = h_n x^n + h_{n-1} x^{n-1} + \ldots + h_1 x + h_0\,, \tag{3}$$

где $h_0 = h_n = 1$, , $h_i \in GF(2)$.

Рекуррентная последовательность с линейной функцией обратной связи вида (1) может иметь максимальный период $2^n - 1$, т.е. 2^n возможных состояний регистра, за исключением нулевой комбинации. Такую последовательность называют псевдослучайной последовательностью максимальной длины над полем $GF(2)$ (ПСПМД), или M-последовательностью. Для ее построения необходимо и достаточно, чтобы характеристический полином являлся примитивным полиномом [8] над полем $GF(2)$, а начальное состояние – отличным от нулевого. Кодовые шкалы на основе ПСПМД имеют информационную емкость $2^n - 1$ и носят название псевдослучайные кодовые шкалы (ПСКШ).

M -последовательности относятся к классу циклических кодов и могут задаваться с помощью порождающего полинома [8]

$$g(x) = \frac{x^{2^n-1}+1}{h(x)},$$

где $h(x)$ – характеристический полином, задаваемый (3).

Для каждой ПСПМД длиной $M = 2^n - 1$ существует ровно $2^n - 1$ различных циклических сдвигов, которые могут быть получены путем умножения порождающего полинома $g(x)$ на x^I, где $I = 0, 1, \ldots, M-1$. Порядок размещения на ПСКШ n считывающих элементов определяется через запись циклических сдвигов, т.е. СЭ с номером m ($m = 1, 2, \ldots, n$) ставит в соответствие с I_m циклический сдвиг $x^{I_m} g(x)$ M -последовательности. Тогда полином, определяющий порядок размещения на шкале n СЭ, имеет вид [4]

$$r(x) = x^{I_1} + x^{I_2} + \ldots + x^{I_n}, \quad I_m \in 0, 1, \ldots, M-1. \tag{4}$$

Между тем псевдослучайные последовательности с нулевой комбинацией получаются с помощью регистра сдвига с нелинейной функцией обратной связи

$$\tilde{f}(x_0, x_1, \ldots, x_{n-1}) = c_0 x_0 + c_1 x_1 + \ldots + c_{n-1} x_{n-1} + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \ldots \bar{x}_{n-1}, \tag{5}$$

где $\bar{x}$ является дополнением x; $c_i \in GF(2)$. Такие последовательности имеют период 2^n и являются частным случаем последовательностей де Брейна.

Символы нелинейной последовательности удовлетворяют рекуррентному соотношению

$$b_{n+j} = h_{n-1} b_{n-1+j} + h_{n-2} b_{n-2+j} + \ldots + h_1 b_{j+1} + b_j + \bar{b}_{n-1+j} \bar{b}_{n-2+j} \ldots \bar{b}_{j+1}, \tag{6}$$

где $j = 0, 1, \ldots$. Начальные символы последовательности $b_0 b_1 \ldots b_{n-1}$ выбираются произвольно. Рекуррентное соотношение (6) отличается от соотношения для линейных псевдослучайных последовательностей (2) только наличием последнего слагаемого – произведения значений $n-1$ символов.

Кодовые шкалы на основе нелинейных рекуррентных последовательностей имеют разрешающую способность $q = 360°/2^n$ и носят название нелинейные кодовые шкалы (НКШ). Для их построения характеристический полином вида (3), как и в случае ПСКШ, должен быть примитивным над полем $GF(2)$.

Размещение СЭ на НКШ, в отличие от ПСКШ, в силу нелинейных свойств применяемых последовательностей может осуществляться только единственным образом, причем с шагом, равным одному кванту, т.е. в соответствии с полиномом размещения

$$\tilde{r}(x) = 1 + x + x^2 + \ldots + x^{n-1}. \tag{7}$$

Единственность такого размещения отражает существенный недостаток НКШ, ограничивающий их применение для построения малогабаритных высокоразрядных ЦПУ.

Принцип композиции рекурсивных кодовых шкал

Преобразователи считывания представляют собой систему из l параллельно работающих N_1-разрядных преобразователей угла. Такой подход позволяет комбинировать КД, основанные на разных базовых методах пространственного кодирования, на каждой из которых происходит преобразование перемещения в соответствующую группу разрядов выходного кода [3, 10].

Пусть ЦПУ имеет p КД в порядке от старшей дорожки, с которой считывается старший по весу разряд, до младшей дорожки, с которой считывается младший по весу разряд. Период функции преобразования каждой КД – Ψ_l, где $l = \overline{1, p}$. В случае однооборотного ЦПУ с диапазоном изменения угла от 0° до 360° для первой КД $\Psi_1 = 360°$, а для каждой последующей –

$$\Psi_{l+1} = \frac{1}{N_l} \Psi_l,$$

где N_l – число уровней квантования l -й кодовой дорожки.

В общем случае информационная емкость преобразователя равна

$$N = \prod_{l=1}^{p} N_l,$$

а период функции преобразования каждой дорожки составляет

$$\Psi_{l+1} = \frac{360°}{\prod_{i=1}^{l} N_i}.$$

Пусть старшая КД строится в соответствии с символами РП длиной D_1. Пусть следующая за старшей КД также строится в соответствии с символами РП длиной D_2, причем в угловом секторе, соответствующем одному символу последовательности старшей КД, укладывается один период последовательности младшей КД, т.е. последовательность длиной D_2 на младшей дорожке имеет D_1 периодов $\Psi_2 = \Psi_1/N_1 = 360°/D_1$. Такое построение аналогично структуре регулярных двоичных КШ, в которых одному символу из $\{0,1\}$ старшей дорожки соответствует последовательность 01 младшей дорожки.

Кодовую шкалу, представляющую собой композицию РКШ и регулярных КШ, в которой одному символу старшей КД ставится в соответствие один период РП на следующей КД, будем называть псевдорегулярной кодовой шкалой (ПРКШ).

Метод построения ПРКШ на основе нелинейных последовательностей

Основные этапы метода заключаются в следующем.

1. Для построения старшей КД выбирается характеристический полином вида (3), который должен являться примитивным над полем $GF(2)$. Информационная емкость старшей КД N_1 будет определяться порядком полинома n_1.
2. Строится один период последовательности длиной $D_1 = 2^{n_1}$. Для этого произвольным образом выбираются начальные значения n_1 символов последовательности. Остальные $2^{n_1} - n_1$ символов генерируется в соответствии с рекуррентным соотношением (6) при $j = 0, 1, \ldots, 2^{n_1} - n_1 - 1$.
3. Градации старшей КД выполняются в соответствии с символами полученной последовательности.
4. Производится размещение на КД n_1 считывающих элементов в соответствии с полиномом размещения (7), т.е. с шагом в один квант $q_1 = \Psi_2$.
5. Для построения младшей КД выбирается характеристический полином вида (3), который также должен являться примитивным над полем $GF(2)$. Информационная емкость младшей КД N_2 будет определяться порядком полинома n_2.
6. Строятся D_1 периодов последовательности длиной $D_2 = 2^{n_2}$. Для этого произвольно выбираются начальные значения n_2 символов последовательности. Остальные $D_1 \cdot 2^{n_2} - n_2$ символов генерируются в соответствии с рекуррентным соотношением (6) при $j = 0, 1, \ldots, D_1 \cdot 2^{n_2} - n_2 - 1$.
7. Градации младшей КД выполняются в соответствии с символами полученной последовательности. Квант младшей дорожки $q_2 = \Psi_3 = 360°/N_1 N_2$.
8. Производится размещение на КД n_2 считывающих элементов в соответствии с полиномом размещения (7). В отличие от старшей КД размещение каждого СЭ может осуществляться не единственным образом, а в соответствии с соотношением $\alpha\Psi_2 + \Psi_3$, $\alpha \in \{0, 1, \ldots, 2^{n_1} - 1\}$. Коэффициент α выбирается при проектировании ЦПУ из конструктивных соображений и позволяет наиболее рационально и технологично осуществить компоновку СЭ вдоль кодовой шкалы преобразователя.

Информационная емкость ЦПУ с такой ПРКШ, состоящей из двух дорожек, составит $N = N_1 N_2$. Заметим, что число КД в общем случае не ограничено двумя.

Пример построения ПРКШ

Рассмотрим нелинейную РП длиной $2^3 (n_1 = 3)$, для построения которой будем использовать примитивный полином $h(x) = x^3 + x + 1$, начальные значения $b_0 b_1 b_2$ зададим как 000. Рекуррентное соотношение последовательности, согласно (6), примет вид

$$b_{3+j} = b_j + b_{1+j} + \bar{b}_{1+j} \bar{b}_{2+j}.$$

Сгенерированную таким образом последовательность 00010111 используем для построения кодовой дорожки ЦПУ. При размещении трех считывающих элементов вдоль этой дорожки с шагом в один квант получим $2^3 = 8$ значений кода. Эту трехразрядную дорожку возьмем в качестве старшей дорожки T_1 ЦПУ, тогда период второй дорожки будет $\Psi_2 = 360°/8 = 45°$. Это же значение Ψ_2 является дискретностью преобразования (квантом) первой дорожки.

Вторую дорожку большего диаметра также выполним в соответствии с символами приведенной выше последовательности. Дорожка T_2 будет содержать 8 периодов последовательности 00010111, т.е. примет вид

0001011100010111000101110001011100010111000101110001011100010111.

При этом каждый период геометрически будет заполнять дугу окружности диаметра второй дорожки с центральным углом Ψ_2, который соответствует одному символу старшей дорожки T_1. Тогда шаг размещения считывающих элементов вдоль второй дорожки, благодаря тому, что она содержит 8 периодов последовательности, составит $\alpha 360°/8 + 360°/64$, где $\alpha \in \{0, 1, \ldots, 2^3 - 1\}$. Коэффициент α выбирается при проектировании ЦПУ.

Линейная развертка рассматриваемой в примере КШ приведена на рис. 1. ЦПУ с такой кодовой шкалой, состоящей из двух дорожек, обладает разрешающей способностью $q_2 = 360°/2^6$, т.е. имеет 64 значения кода угла. На рис. 2 показана круговая КШ с одним из вариантов размещения считывающих элементов.

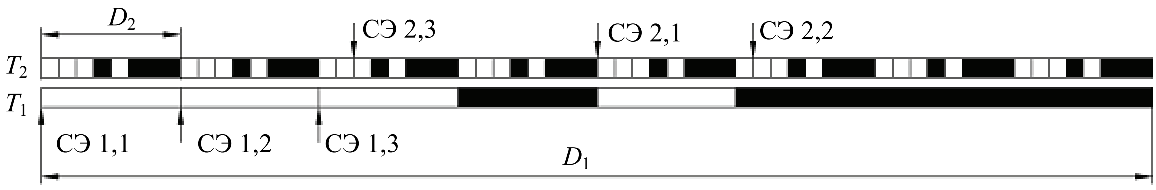

Рис. 1. Линейная развертка шестиразрядной ПРКШ

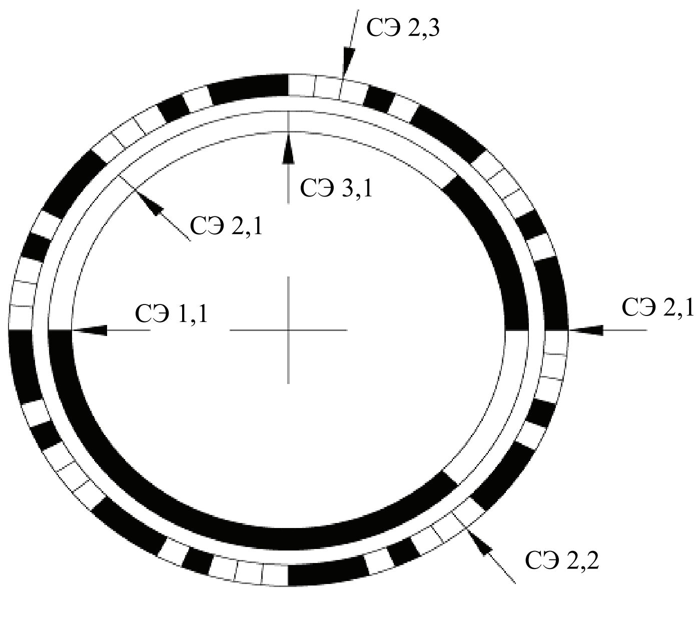

Рис. 2. Шестиразрядная ПРКШ

Заключение

Предлагаемый принцип построения ПРКШ позволяет строить высокоразрядные цифровые преобразователи угла в уменьшенных габаритах с учетом технологических и конструктивных ограничений, таких как минимальная ширина градации и шаг размещения считывающих элементов. Преодоление этих ограничений особенно актуально при построении фотоэлектрических цифровых преобразователей угла, которым присущи высокая точность, технологичность, бесконтактность и ряд других преимуществ. Так, построенные по разработанному методу кодовые шкалы позволили создать в ОАО «Авангард» 18- и 20-разрядные фотоэлектрические ЦПУ с диаметрами всего 80 мм и 120 мм соответственно.

Литература

1. Преснухин Л.Н. Фотоэлектрические преобразователи информации / Л.Н. Преснухин, В.Ф. Шаньгин, С.А. Майоров, С.А. Меськин. – М.: Машиностроение, 1974. – 376 с.
2. Домрачев В.Г., Мейко Б.С. Цифровые преобразователи угла: принципы построения, теория точности, методы контроля. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 328 с.
3. Асиновский Э.Н. и др. Высокоточные преобразователи угловых перемещений / Под ред. А.А. Ахметжанова. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 128 с.
4. Азов А.К., Ожиганов А.А., Тарасюк М.В. Рекурсивные кодовые шкалы // Информационные технологии. – 1998. – № 6. – С. 39–43.
5. Ожиганов А.А., Прибыткин П.А. Кодовые шкалы на основе нелинейных последовательностей для преобразователей угловых перемещений // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2010. – Вып. 4. – С. 81–84.
6. Ожиганов А.А., Прибыткин П.А. Использование нелинейных последовательностей при построении двухдорожечных кодовых шкал для преобразователей угловых перемещений // Изв. вузов. Приборостроение. – 2010. – Т. 53. – № 7. – С. 39–44.
7. Ожиганов А.А., Прибыткин П.А. Анализ возможностей применения корректирующих кодов в рекурсивных кодовых шкалах // Сб. научных трудов аспирантов, соискателей и студентов магистерской подготовки ОАО «Авангард». – 2010. – Вып. 2. – С. 70–77.
8. Лидл Р., Нидеррайтер Г. Конечные поля. В 2-х т. Т. 2. / Пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 822 с.
9. Macwilliams J., Sloane N. Pseudo-random sequences and arrays // Proceedings of the IEEE. – 1976. – V. 64. – № 12.
10. Габидулин М.А. Фотоэлектрические цифровые преобразователи перемещений пространственного кодирования // Искусственный интеллект. – 2008. – № 3. – С. 272–281.

Ожиганов Александр Аркадьевич – Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, доктор технических наук, профессор, ojiganov@mail.ifmo.ru

Прибыткин Павел Александрович – ОАО «Авангард», начальник научно-исследовательского сектора, pavel.pribitkin@gmail.com