

УДК 681.5.11

АНАЛИЗ РОБАСТНОСТИ НЕАДАПТИВНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДА С ВАРИАЦИЯМИ СТРУКТУРЫ И ПАРАМЕТРОВ

А.А. Абдуллин, В.Н. Дроздов

Рассматриваются численные методы анализа робастности свойства устойчивости линейной неадаптивной системы управления электроприводов при заданных количественных оценках вариаций модели объекта. Описывается алгоритм процедуры оценки, иллюстрированный примером. Предложенный метод анализа робастности гарантирует работоспособность реальной системы.

Ключевые слова: электропривод, неадаптивная система управления, робастность, свойство устойчивости.

Введение

В практике электропривода адаптивное управление не получило широкого распространения. Как правило, используются системы управления с фиксированными параметрами и структурой, настройка которых если и производится, то эпизодически усилиями операторов [1–3]. В качестве исходных данных для проектирования регулятора с фиксированными параметрами и структурой используются математическая модель объекта управления (ОУ), модель внешних воздействий и требования определенного качества системы. Математические модели физических объектов, естественно, отличаются от идеальных моделей, применяемых в качестве исходных данных для синтеза регулятора. Возникает вопрос о сохранении некоторых желаемых свойств, прежде всего, свойства устойчивости, при вариациях модели ОУ в системе с рассчитанным регулятором [4]. В развитие положений работы [4] в [5] определяется робастность системы как способность сохранять некоторое свойство системы при известных количественных оценках вариаций математической модели. В практике проектирования регуляторов систем управления электроприводом обычно пренебрегают известными малыми постоянными времени. Пределы изменения параметров физических объектов, как правило, также известны. В связи с этим вполне правомерно ставить вопрос об исследовании робастности систем управления электроприводом. В настоящее время нет единой теории исследования робастности систем [6], по этой причине, на взгляд авторов, можно рассматривать любые подходы к проблеме. В настоящей работе предлагаются легко реализуемые численные методы исследования робастности систем управления электроприводом с фиксированным регулятором.

Постановка задачи

Линейная модель состояния электропривода с нагрузкой, в том числе упругой, имеет стандартный вид:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\mathbf{q})\mathbf{x} + \mathbf{B}(\mathbf{q})u, \quad (1)$$

здесь $\mathbf{x} \in R^n$ – вектор состояния, включающий в общем случае переменные состояния модели внешнего воздействия при реализации изодромного (грубого) управления; u – скалярное управляющее воздействие; $\mathbf{q} \in R^r$, $\mathbf{q} = \mathbf{q}_0 \pm \Delta\mathbf{q}$ – вектор параметров, претерпевающий вариацию $\Delta\mathbf{q}$; $\mathbf{A}(\mathbf{q})$ – матрица состояния $n \times n$; $\mathbf{B}(\mathbf{q})$ – матрица управления $n \times 1$.

Выделим медленные, $\mathbf{x}_M \in R^{n_1}$, и быстрые, $\mathbf{x}_B \in R^{n_2}$, переменные вектора состояния \mathbf{x} , $n_1 + n_2 = n$, и преобразуем (1) к виду

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_M &= \mathbf{A}_M(\mathbf{q})\mathbf{x}_M + \mathbf{A}_{12}(\mathbf{q})\mathbf{x}_B + \mathbf{B}_M(\mathbf{q})u, \\ \dot{\mathbf{x}}_B &= \mathbf{A}_{21}(\mathbf{q})\mathbf{x}_M + \mathbf{A}_B(\mathbf{q})\mathbf{x}_B + \mathbf{B}_B(\mathbf{q})u. \end{aligned} \quad (2)$$

Медленная и быстрая составляющие вектора \mathbf{x} представляются в виде

$$\mathbf{x}_M = \mathbf{C}_M \mathbf{x}, \quad \mathbf{x}_B = \mathbf{C}_B \mathbf{x}, \quad (3)$$

где матрица \mathbf{C}_M имеет размерность $n_1 \times n$, а матрица \mathbf{C}_B – размерность $n_2 \times n$. В общем случае управляющее воздействие может воздействовать как на быстрые, так и на медленные составляющие, как это отмечено в (2). Такая ситуация характерна для векторного управляющего воздействия.

Множество собственных чисел $\{\lambda_{B_i}, i = \overline{1, n_2}\}$ матрицы $\mathbf{A}_B(\mathbf{q})$ лежит значительно левее множества собственных чисел $\{\lambda_{M_j}, j = \overline{1, n_1}\}$ матрицы $\mathbf{A}_M(\mathbf{q})$ на комплексной плоскости, так что выполняется неравенство

$$\min(\text{mod}(\text{Re}(\lambda_{B_i}))) \geq 10 \max(\text{mod}(\text{Re}(\lambda_{M_j}))). \quad (4)$$

Коэффициент 10 в последнем неравенстве принят из следующих соображений. В инженерной практике принято считать, что если значения каких-либо величин различаются не менее чем на порядок, то это различие существенное.

В этом случае быстрые движения x_B после любого возмущения затухают за короткие промежутки времени, так что в течение основных промежутков времени можно считать $\dot{x}_B = 0$, при этом второе уравнение в (2) преобразуется к виду

$$0 = A_{21}(q)x_M + A_B(q)x_B + B_B(q)u. \quad (5)$$

Матрица $A_B(q)$ является гурвицевой, поэтому она обратима, тогда из (5) находим

$$x_B = -A_B^{-1}(q)(A_{21}(q)x_M + B_B(q)u). \quad (6)$$

Подставив (6) в первое уравнение (2), получим редуцированную модель ОУ в виде

$$\dot{x}_M = A_R(q)x_M + B_R(q)u,$$

где

$$A_R(q) = A_M(q) - A_{12}(q)A_B^{-1}(q)A_{21}(q), B_R(q) = B_M(q) - A_{12}(q)A_B^{-1}(q)B_B(q).$$

В пользу редуцирования моделей объектов можно привести следующие соображения [5, 6]. Во-первых, в распоряжении проектировщика никогда нет модели, абсолютно точно описывающей поведение объекта. При получении модели всегда, вольно или невольно, приходится принимать какие-то допущения, в том числе, пренебрегать быстрыми, с точки зрения разработчика, процессами в объекте, и надо быть уверенным, что подобные допущения не приведут к значительным неприятностям. Синтез регулятора для редуцированной модели с последующей проверкой свойств системы с полной моделью дает уверенность в том, что спроектированный регулятор обеспечит желаемые свойства системы при управлении реальным объектом. Вторая причина заключается в том, что параметры регулятора, синтезированного для модели, с существенно различающимися темпами собственных движений могут отличаться на несколько порядков. Цифровая реализация таких регуляторов может встретить определенные трудности. Кроме того, с упрощенными моделями работать значительно легче, чем с моделями высокого порядка.

Положив в редуцированной модели номинальное (медианное) значение вектора параметров $q = q_0$, получим идеализированную расчетную модель ОУ

$$\dot{x}_M = A_R x_M + B_R u, \quad (7)$$

где $A_R = A_R(q)|_{q=q_0}$; $B_R = B_R(q)|_{q=q_0}$.

Для линейного стационарного объекта (7) синтезируется регулятор, например, реализующий алгоритм модального управления

$$u = -Kx_M. \quad (8)$$

Матрица K выбирается таким образом, чтобы обеспечить желаемые собственные числа матрице состояния F замкнутой системы:

$$\dot{x}_M = F_M x_M, \quad (9)$$

где $F_M = A_M - B_M K$.

Желаемые собственные числа задаются обычно в виде корней характеристического уравнения какого-либо эталонного фильтра. В качестве такого фильтра часто выбирают фильтр Бесселя соответствующего порядка с полосой пропускания ω . Заметим, что полоса пропускания эталонного фильтра определяет быстродействие системы (9).

В действительности закон управления (8) используется для управления объектом (1), отличающимся от объекта (7), для которого проектировался этот закон. Возникает задача оценки отличия свойств объекта (1), замкнутого регулятором (8), от свойств объекта (7), замкнутого регулятором (8). Насколько оправдываются наши надежды на сохранение свойств в первой системе, заложенные при проектировании второй системы?

Исследование робастности замкнутой системы

Замкнем объект (1) регулятором (8), в результате получим

$$\dot{x} = A(q)x - B(q)Kx_M$$

или, учитывая (3),

$$\dot{x} = A(q)x - B(q)KC_M x. \quad (10)$$

Обозначим

$$F(q) = A(q) - B(q)KC_M.$$

Ожидается, что спектр $\sigma\{F(q_0)\} = \{\lambda_i(q_0) : \det[\lambda_i(q_0)I - F(q_0)] = 0, i = \overline{1, n}\}$ собственных значений матрицы $F(q_0)$ является объединением спектров матриц $A_B(q_0)$ и F_M

$$\sigma\{\mathbf{F}(\mathbf{q}_0)\} = \sigma\{\mathbf{A}_B(\mathbf{q}_0)\} \cup \sigma\{\mathbf{F}_M\}. \quad (11)$$

В действительности эти ожидания не оправдываются, и возникают два вопроса. Во-первых, оценить степень искажения (11) и выявить условия, при которых сохраняется допущение о разделении движений в системе (10) на быстрые и медленные. Во-вторых, выяснить, сохраняется ли свойство устойчивости системы (10) при изменении параметров \mathbf{q} в заданных пределах, и оценить изменение степени устойчивости в этих условиях.

Предлагается следующая процедура исследования робастности свойства устойчивости в системе (10). Строятся траектории собственных чисел матрицы \mathbf{F}_M системы (9) при изменении полосы пропускания ω эталонного фильтра, с ростом ω собственные числа перемещаются влево на комплексной плоскости, удаляясь от границы устойчивости. При тех же условиях строятся траектории собственных чисел матрицы $\mathbf{F}(\mathbf{q}_0)$ системы (10). Очевидно, подмножества $\{\lambda_{Mj}, j = \overline{1, n_1}\}$ и $\{\lambda_{Bi}, i = \overline{1, n_2}\}$ множества собственных чисел матрицы $\mathbf{F}(\mathbf{q}_0)$ с ростом ω сближаются. Определяется такое максимальное значение ω_{\max} , при котором еще выполняется условие (4), т.е. остается справедливым разделение переменных состояния системы на быстрые и медленные. Наложение траекторий собственных чисел матрицы \mathbf{F}_M на траектории подмножества $\{\lambda_{Mj}, j = \overline{1, n_1}\}$ множества собственных чисел матрицы $\mathbf{F}(\mathbf{q}_0)$ позволяет оценить эволюцию степени устойчивости сингулярно возмущенной системы (10) при изменениях полосы пропускания эталонного фильтра, задающего динамические свойства проектируемой системы.

После установления значения ω_{\max} выбирается полоса пропускания ω_0 эталонного фильтра, например, из условий обеспечения заданного быстродействия системы, при выполнении неравенства

$$\omega_0 \leq \omega_{\max}.$$

В этом случае обеспечивается робастность относительно свойства устойчивости сингулярно возмущенной системы (10) с номинальными значениями параметров.

Теперь можно обратиться к исследованию робастности относительно свойства устойчивости системы (10) при изменении параметров \mathbf{q} в известных пределах. Здесь также можно воспользоваться построением траекторий собственных чисел матрицы $\mathbf{F}(\mathbf{q})$ при изменении отдельных переменных вектора \mathbf{q} . Однако быстрый и надежный результат дает применение теоремы Харитоновой [6, 7]. Согласно этой теореме, в пространстве R^r параметров строится прямоугольный параллелепипед, ограничивающий область изменения параметров. Координаты центра параллелепипеда задаются номинальными значениями параметров, координаты углов параллелепипеда определяются заданными пределами изменения параметров [6, 7]. Координаты углов этого параллелепипеда называются угловой реализацией вектора параметров. Вычисляются собственные числа матрицы $\mathbf{F}(\mathbf{q})$ при всех угловых реализациях вектора параметров. Если все эти собственные числа лежат в левой полуплоскости плоскости корней, то система (10) робастна относительно свойства устойчивости. Нанеся собственные числа матрицы $\mathbf{F}(\mathbf{q})$ на комплексную плоскость при всех угловых реализациях вектора параметров, можем оценить степень устойчивости системы (10) при вариациях ее параметров.

В случае невыполнения условий теоремы Харитоновой необходимо рассчитывать новые параметры закона управления (9). Единственным переменным параметром в исходных данных на расчет матрицы \mathbf{K} в рассматриваемой постановке задачи является полоса пропускания эталонного фильтра.

Закон управления (8) предполагает наличие датчиков для всех медленных переменных вектора состояния объекта. Использование стационарного наблюдателя неизмеряемых переменных в законе управления не вносит принципиальных изменений в процедуру анализа робастности параметрически и сингулярно возмущенного объекта.

Пример

Анализ робастности неадаптивной системы управления электропривода рассмотрим на примере электромеханической системы (ЭМС), которая функционально содержит три основных узла: механизм (Мх), представленный двухмассовой расчетной схемой; электромеханический преобразователь энергии (ЭМП или электрическая машина); управляемый преобразователь (УП) электрической энергии. Структурная схема такой системы представлена на рис. 1.

Вектор состояния ЭМС, представленной на рис. 1, имеет вид

$$\mathbf{x} = [\Omega_0 \quad M \quad \Omega_1 \quad M_{12} \quad \Omega_2 \quad \alpha_2].$$

Учитывая значения моментов инерции механизма, можно предположить, что постоянная времени УП и электрическая постоянная времени ЭМП незначительны по отношению к постоянной времени механизма. Следовательно, векторы быстрых и медленных переменных состояния принимают вид

$$x_B = [\Omega_0 \quad M],$$

$$x_M = [\Omega_1 \quad M_{12} \quad \Omega_2 \quad \alpha_2].$$

Полагая равными нулю малые постоянные времени, получим упрощенную ЭМС, структурная схема которой представлена на рис. 2.

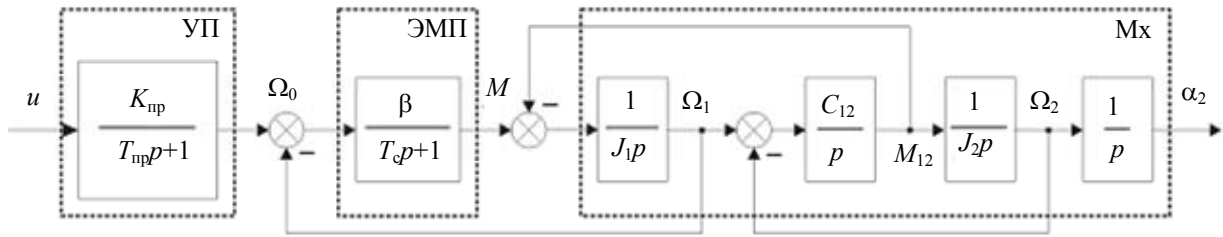


Рис. 1. Структурная схема ЭМС: $J_1=6600 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ – момент инерции первой массы; $J_2=197300 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ – момент инерции второй массы; $C_{12}=8,62 \cdot 10^8 \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{рад}$ – коэффициент упругости; $\beta=2,9 \cdot 10^4 \text{ Н}\cdot\text{с}/\text{рад}$ – жесткость механической характеристики ЭМП; $T_e=1,6 \cdot 10^{-4} \text{ с}$ – электрическая постоянная времени фазной обмотки ЭМП; $K_{пр}=0,026 \text{ рад}/(\text{В}\cdot\text{с})$ – пропорциональный коэффициент УП; $T_{пр}=2 \cdot 10^{-4} \text{ с}$ – постоянная времени УП

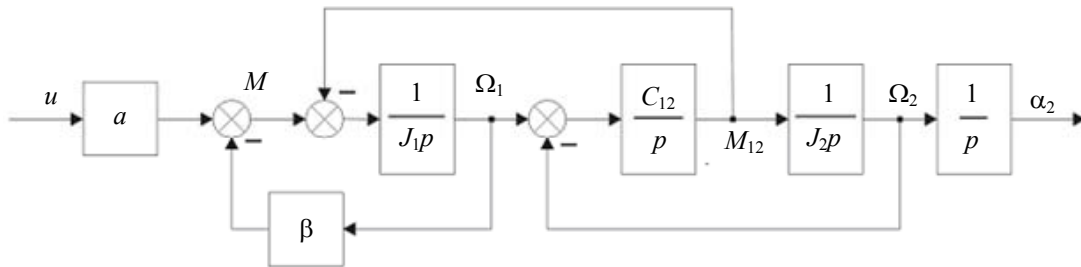


Рис. 2. Структурная схема упрощенной ЭМС

При синтезе регулятора, реализующего алгоритм модального управления (8) упрощенной ЭМС, для расчета коэффициентов матрицы **K** использовался эталонный фильтр Бесселя четвертого порядка.

На рис. 3 представлены корни матрицы состояния упрощенной и исходной замкнутых систем.

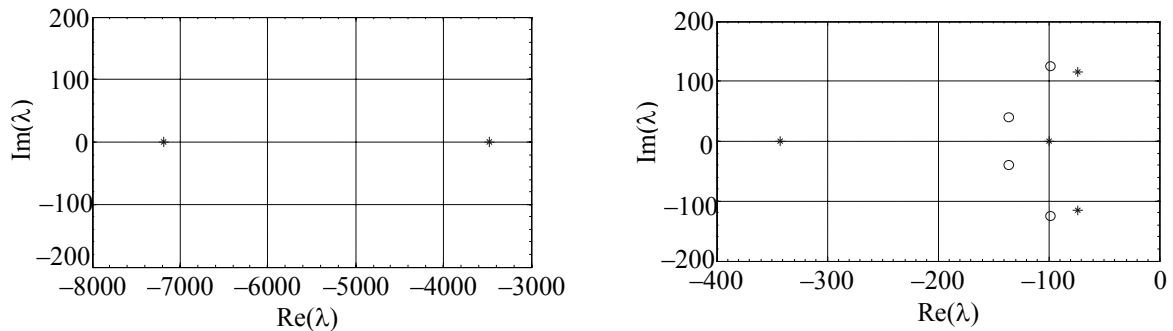


Рис. 3. Корни матрицы состояния упрощенной (о) и исходной (*) замкнутых систем

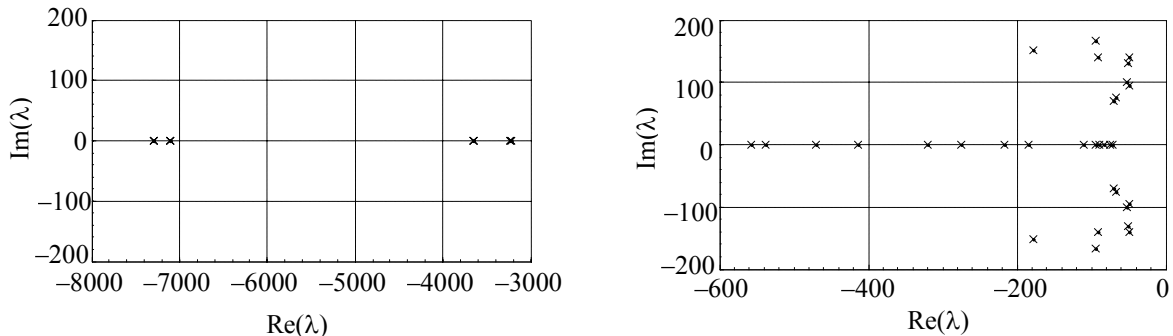


Рис. 4. Корни матрицы состояния замкнутой системы с измененными параметрами

Здесь полоса пропускания эталонного фильтра Бесселя принимает значение 150 рад/с, при этом выполняется условие (4). Дальнейшее увеличение полосы пропускания нарушает это условие. Из рис. 3 можно заключить, что упрощение структуры ОУ за счет принятых допущений не сказывается на работоспособности исходной (реальной) системы. При этом значение степени устойчивости составляет $\eta=74 \text{ с}^{-1}$.

При анализе параметрической чувствительности значения моментов инерции J_1, J_2 и коэффициента упругости C_{12} отклонялись на величину $\pm 15\%$. Следовательно, имеем восемь угловых состояний прямоугольного параллелепипеда, ограничивающего область изменения параметров. На рис. 4 представлены корни матрицы состояния замкнутой системы в восьми угловых состояниях, т.е. 48 корней для системы шестого порядка. По корням, представленным на рис. 4, можно сделать вывод, что система робастна относительно свойства устойчивости, при этом значение степени устойчивости составляет $\eta=48 \text{ с}^{-1}$.

Заключение

Предлагаемая процедура исследования робастности неадаптивных систем управления электроприводом, без затруднений реализуемая с использованием современных средств вычислительной математики, доступна, на взгляд авторов, широкому кругу инженеров.

Вне поля зрения в работе остался вопрос исследования робастности системы при функциональных возмущениях, основной составной частью которых в системах управления электроприводом является момент сухого трения. Этот вопрос требует отдельного рассмотрения.

Литература

1. Балковой А.П., Цаценкин В.К. Прецизионный электропривод с вентильными двигателями. – М.: МЭИ, 2010. – 322 с.
2. Толмачев В.А., Антипова И.В., Фомин С.Г. Математическая модель следящего электропривода оси опорно-поворотного устройства // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2007. – № 44. – С. 142–146.
3. Терехов В.М., Осипов О.И. Системы управления электроприводов. – М.: Академия, 2005. – 300 с.
4. Красовский Н.Н. Некоторые задачи теории устойчивости движения. – М.: Физматгиз, 1959. – 211 с.
5. Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. – СПб: Наука, 2000. – 549 с.
6. Никифоров В.О., Ушаков А.В. Управление в условиях неопределенности: чувствительность, адаптация, робастность. – СПб: СПб ГИТМО (ТУ), 2002. – 232 с.
7. Харитонов В.Л. Устойчивость вложенных семейств полиномов // Автоматика и телемеханика. – 1995. № 5. – С. 170–178.

Абдуллин Артур Александрович – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант, artur.abdullin@gmail.com

Дроздов Валентин Нилович – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор технических наук, профессор, drozdovuprint@rambler.ru