1 СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ТЕОРИИ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

ОТ РЕДАКЦИИ

В марте 2013 года исполняется 50 лет проректору НИУ ИТМО, главному редактору журнала «Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики», доктору технических наук, профессору Владимиру Олеговичу Никифорову. Коллеги Владимира Олеговича и редакция журнала поздравляют его с юбилеем и желают дальнейших творческих успехов! В данной рубрике журнала собраны научные работы, любезно предоставленные редакции коллегами и учениками Владимира Олеговича.

УДК 681.5.015

УПРАВЛЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫМ ПАРАМЕТРИЧЕСКИ НЕ ОПРЕДЕЛЕННЫМ ОБЪЕКТОМ С ВХОДНЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ [1]

А.А. Бобцов, А.А. Пыркин

Рассматривается задача стабилизации неустойчивого нелинейного параметрически не определенного объекта с входным запаздыванием. Предложен подход, позволяющий провести идентификацию параметров объекта и построить алгоритм стабилизации с предиктором переменных состояния.

Ключевые слова: управление в условиях запаздывания, нелинейные системы, идентификация, предиктор.

Введение. Постановка задачи

Работа посвящена анализу и синтезу методов управления нелинейными параметрически не определенными системами, содержащими запаздывание в управляющем сигнале. Данную проблему можно отнести к фундаментальным задачам теории систем, которые до сих пор не нашли универсальных методов решения. Большое количество результатов получено на сегодняшний день для различного типа систем [1–12]. В частности, для линейных устойчивых систем с неизвестными параметрами решена задача слежения за эталонным сигналом [11]. Найдены изящные решения стабилизации неустойчивых линейных объектов [1], а также получено расширение этой задачи на случай неопределенного синусоидального возмущающего воздействия [12]. Однако, насколько известно авторам, разработка методов управления для параметрически не определенных нелинейных систем представляет существенные трудности. В этой работе будем рассматривать нелинейный стационарный объект управления вида

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t-D) + \mathbf{\Psi}(y), \quad y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t), \tag{1}$$

где $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ – измеряемый вектор переменных состояния; $u(t)$ – скалярная входная переменная; $y(t)$ – скалярная выходная переменная; $D \geq 0$ – известное постоянное запаздывание; $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ – матрицы соответствующих размерностей, содержащие неизвестные параметры; $\mathbf{\Psi}(y) = col\{\psi_1(y(t-\tau_1)), \psi_2(y(t-\tau_2)),..., \psi_n(y(t-\tau_n))\}$ – известная нелинейная функция; τ_i – положительные константы, причем $\tau_i \geq D$ для всех $i = \overline{1,n}$. Здесь и далее будем полагать, что $u(t-D) = 0$ при $t < D$. Допуская, что нелинейность $\mathbf{\Psi}(y)$ дифференцируема по аргументу $y(\cdot)$ с соответствующим смещением по времени хотя бы $(n-1)$ раз, зададимся вопросом поиска такой функции $u(t)$, чтобы было выполнено условие $\lim\limits_{t\to\infty} y(t) = 0$.

В качестве инструментария для решения указанной задачи будем использовать так называемый предиктор Смита [4] и его расширение на неустойчивые системы, предложенное, в том числе, в [1, 13–15]. В [1] была доказана экспоненциальная устойчивость замкнутой системы с предиктором с помощью аппарата функций Ляпунова, что является крайне полезным при решении поставленной в этой работе задачи.

Предварительные результаты

Из классической теории управления известно, что для системы вида (1) в случае выполнения условий управляемости и при известных параметрах, а также для $\mathbf{\Psi}(y) = 0$ и $D = 0$, можно синтезировать закон управления вида

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007–2013 годы» (государственный контракт № 11.519.11.4007).

$$u(t) = \mathbf{Kx}(t)\,, \tag{2}$$

где вектор $\mathbf{K}$ таков, что матрица состояния замкнутой системы $\mathbf{A}+\mathbf{BK}$ является гурвицевой, т.е. все ее собственные числа имеют отрицательную вещественную часть.

Для случая $D>0$ закон управления (2) можно переписать в виде

$$u(t) = \mathbf{Kx}(t+D)\,, \tag{3}$$

где $\mathbf{x}(t+D)$ – значение вектора $\mathbf{x}(t)$ через временной интервал D .

Закон управления вида (3) нереализуем в явном виде, так как вектор $\mathbf{x}(t+D)$ недоступен для прямого измерения. Однако, следуя [1], вектор $\mathbf{x}(t+D)$ можно рассчитать следующим образом:

$$\mathbf{x}(t+D) = e^{\mathbf{A}(t+D)}\mathbf{x}(0) + \int_0^{t+D} \mathrm{e}^{\mathbf{A}(t+D-\tau)}\mathbf{B}u(\tau-D)d\tau =$$

$$= e^{\mathbf{A}D}e^{\mathbf{A}t}\mathbf{x}(0) + e^{\mathbf{A}D}\int_0^{t} e^{\mathbf{A}(t-\tau)}\mathbf{B}u(\tau-D)d\tau + \int_t^{t+D} e^{\mathbf{A}(t+D-\tau)}\mathbf{B}u(\tau-D)d\tau = e^{\mathbf{A}D}\mathbf{x}(t) + \int_{t-D}^{t} e^{\mathbf{A}(t-\tau)}\mathbf{B}u(\tau)d\tau\,.$$

Тогда алгоритм управления, обеспечивающий стабилизацию неустойчивых систем с запаздыванием в канале управления, примет вид

$$u(t) = \mathbf{K}e^{\mathbf{A}D}\mathbf{x}(t) + \mathbf{K}\int_{t-D}^{t} e^{\mathbf{A}(t-\tau)}\mathbf{B}u(\tau)d\tau\,. \tag{4}$$

Теперь, базируясь на результатах данного раздела, рассмотрим решение задачи стабилизации объекта (1).

Основной результат

Будем полагать, что объект управления (1) записан в виде системы дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} &\dot{x}_1(t) = x_2(t) + \psi_1(y(t-\tau_1)) + \theta_1 y(t),\\ &\ldots\\ &\dot{x}_n(t) = u(t-D) + \psi_n(y(t-\tau_n)) + \theta_n y(t),\\ &y(t) = x_1(t), \end{aligned} \tag{5}$$

где θ_i – неизвестные постоянные параметры.

Введем в рассмотрение n линейных фильтров первого порядка для каждой переменной состояния и один фильтр для запаздывающего сигнала управления:

$$\dot{\xi}_i(t) = -\lambda\,\xi_i(t) + \lambda\,x_i(t), \quad i=\overline{1,n}\,, \tag{6}$$

$$\dot{\varphi}_i(y(t-\tau_i)) = -\lambda\,\varphi_i(y(t-\tau_i)) + \lambda\,\psi_i(y(t-\tau_i)), \quad i=\overline{1,n}\,, \tag{7}$$

$$\dot{\xi}_u(t-D) = -\lambda\,\xi_u(t-D) + \lambda\,u(t-D)\,, \tag{8}$$

где $\lambda>0$ – положительный параметр фильтров.

После прямого и обратного преобразования Лапласа в (5) с учетом (6)–(8) получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} &\dot{\xi}_1(t) = \xi_2(t) + \varphi_1(y(t-\tau_1)) + \theta_1\xi_1(t) + \varepsilon_1(t),\\ &\ldots\\ &\dot{\xi}_n(t) = \xi_u(t-D) + \varphi_n(y(t-\tau_n)) + \theta_n\xi_1(t) + \varepsilon_n(t), \end{aligned} \tag{9}$$

где $\varepsilon_i(t)$ – экспоненциально затухающие функции времени.

На основе (9) несложно построить алгоритм идентификации неизвестных параметров:

$$\dot{\hat{\theta}}_i(t) = k_i\xi_1(t)\left(\dot{\xi}_i(t) - \xi_{i+1}(t) - \varphi_i(t-\tau_i) - \hat{\theta}_i(t)\,\xi_1(t)\right),\ i=\overline{1,n}-1\,,\ k_i>0\,, \tag{10}$$

$$\dot{\hat{\theta}}_n(t) = k_n\xi_1(t)\left(\dot{\xi}_n(t) - \xi_u(t-D) - \varphi_n(t-\tau_n) - \hat{\theta}_n(t)\,\xi_1(t)\right),\ k_n>0\,. \tag{11}$$

Утверждение. Алгоритм адаптации (10), (11) обеспечивает сходимость оценок параметров $\hat{\theta}_i$ к истинным значениям θ_i .

Доказательство. Рассмотрим ошибки оценивания параметров

$$\tilde{\theta}_i = \theta_i - \hat{\theta}_i\,.$$

Дифференцируя $\tilde{\theta}_i$ и подставляя уравнения (9)–(11), получим

$$\dot{\tilde{\theta}}_i = -k_i\xi_1{}^2\tilde{\theta}_i + k_i\xi_1\varepsilon_i\,,\ i=\overline{1,n}\,,\ k_i>0\,. \tag{12}$$

Из (12) нетрудно показать, что все ошибки оценивания $\tilde{\theta}_i$ стремятся к нулю, что гарантирует сходимость оценок $\hat{\theta}_i$ к истинным значениям параметров объекта управления θ_i, что и требовалось доказать.

Замечание 1. Следует отметить, что за счет увеличения коэффициентов $\lambda > 0$ и $k_i > 0$ можно увеличивать скорость параметрической сходимости.

Теперь продифференцируем переменную $y(t) = x_1(t)$ n раз, последовательно проводя замены переменных:

$$\begin{aligned}
&\dot{y}(t) = \varsigma_1(t) = \varsigma_2(t),\\
&\dot{\varsigma}_2(t) = \varsigma_3(t),\\
&\ldots\\
&\dot{\varsigma}_n(t) = u(t-D) + \frac{\partial^{n-1}\psi_1(y(t-\tau_1))}{\partial y(t-\tau_1)^{n-1}} y^{(n-1)}(t-\tau_1) + \\
&\ldots + \psi_n(y(t-\tau_n)) + \theta_1 y^{(n-1)}(t) + \ldots + \theta_n y(t).
\end{aligned} \tag{13}$$

Выберем управление следующим образом:

$$u(t) = u_1(t) - \left(\frac{\partial^{n-1}\psi_1(y(t+D-\tau_1))}{\partial y(t+D-\tau_1)^{n-1}} y^{(n-1)}(t+D-\tau_1) + \ldots + \psi_n(y(t+D-\tau_n)) \right). \tag{14}$$

Подставляя (14) в уравнение (13), получаем

$$\begin{aligned}
&\dot{\varsigma}_1(t) = \varsigma_2(t),\\
&\dot{\varsigma}_2(t) = \varsigma_3(t),\\
&\ldots\\
&\dot{\varsigma}_n(t) = u_1(t-D) + \theta_1 y^{(n-1)}(t) + \ldots \theta_n y(t).
\end{aligned} \tag{15}$$

Таким образом, получаем линейную стационарную систему. Теперь перепишем (15) в матричном виде:

$$\dot{\varsigma}(t) = \mathbf{G}\varsigma(t) + \mathbf{q}u_1(t-D),$$

$$y(t) = \mathbf{h}^T\varsigma(t),$$

где $\varsigma(t) = \begin{bmatrix} \varsigma_1(t) \\ \varsigma_2(t) \\ \vdots \\ \varsigma_n(t) \end{bmatrix}$, $\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta_n & \theta_{n-1} & \ldots & \theta_1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{q} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{h}^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$.

Закон управления $u_1(t)$ построим на основе алгоритма (4)

$$u_1(t) = \hat{\mathbf{K}}(t) e^{\hat{\mathbf{G}}(t)D}\varsigma(t) + \hat{\mathbf{K}}(t) \int_{t-D}^{t} e^{\hat{\mathbf{G}}(t)(t-\tau)}\mathbf{q}u(\tau)d\tau, \tag{16}$$

где вектор-строка $\hat{\mathbf{K}}(t)$ определяется из условия гурвицевости матрицы $\mathbf{F} = \hat{\mathbf{G}}(t) + \mathbf{q}\hat{\mathbf{K}}(t)$ в каждый момент времени.

Поскольку оценки $\hat{\theta}_i$ сходятся к истинным значениям, то для матрицы $\hat{\mathbf{G}}(t)$ справедливо $\lim\limits_{t\to\infty}(\mathbf{G} - \hat{\mathbf{G}}(t)) = 0$; следовательно, закон управления (16) обеспечивает стабилизацию системы (13) и достижение цели $\lim\limits_{t\to\infty} y(t) = 0$. Таким образом, получен алгоритм стабилизирующего управления (6)–(8), (14), (16) для параметрически не определенного нелинейного объекта управления (1) с постоянным входным запаздыванием.

Замечание 2. Для понимания процедуры настройки вектора $\hat{\mathbf{K}}$, обеспечивающего гурвицевость матрицы $\mathbf{F} = \hat{\mathbf{G}} + \mathbf{q}\hat{\mathbf{K}}$, рассмотрим следующий частный случай. Пусть динамический порядок объекта управления равен трем, тогда вектор-строка $\hat{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \hat{K}_1 & \hat{K}_2 & \hat{K}_3 \end{bmatrix}$. Рассмотрим характеристический полином $Q(p)$ матрицы $\mathbf{F} = \hat{\mathbf{G}} + \mathbf{q}\hat{\mathbf{K}}$

$$Q(p) = \det\left[p\mathbf{I} - (\hat{\mathbf{G}} + \mathbf{q}\hat{\mathbf{K}})\right]^{-1} = \det\left(\begin{bmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hat{\theta}_3 + \hat{K}_1 & \hat{\theta}_2 + \hat{K}_2 & \hat{\theta}_1 + \hat{K}_3 \end{bmatrix}\right) =$$

$$= p^3 - (\hat{\theta}_1 + \hat{K}_3) p^2 - (\hat{\theta}_2 + \hat{K}_2) p - (\hat{\theta}_3 + \hat{K}_1),$$

где p – комплексная переменная.

Назначим желаемый характеристический полином вида

$$Q^*(p) = p^3 + 3\omega p^2 + 3\omega^2 p + \omega^3,$$

где $\omega > 0$ – положительный параметр, который определяет быстродействие системы.

Тогда параметры закона управления $\hat{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \hat{K}_1 & \hat{K}_2 & \hat{K}_3 \end{bmatrix}$ найдем, приравняв коэффициенты полиномов $Q(p)$ и $Q^*(p)$:

$$\hat{K}_3 = -(3\omega + \hat{\theta}_1), \ \hat{K}_2 = -(3\omega^2 + \hat{\theta}_2), \ \hat{K}_1 = -(\omega^3 + \hat{\theta}_3).$$

Очевидно, что подобную процедуру без труда можно проделать для любого динамического порядка объекта управления.

Заключение

В работе рассмотрено решение задачи управления в условиях постоянного запаздывания в управляющем сигнале для класса параметрически не определенных нелинейных систем, описываемых дифференциальными уравнениями вида (1), (5). Получен алгоритм управления вида (6)–(8), (14), (16), позволяющий достигать целевого условия $\lim\limits_{t\to\infty} y(t) = 0$. Развитие данного подхода видится как расширение для случая управления исключительно по выходной переменной $y(t)$, а также для парирования возмущающих воздействий.

Литература

1. Krstic M. Delay compensation for nonlinear, adaptive, and PDE systems. – Birkhauser, 2009. – 466 p.
2. Резван В. Абсолютная устойчивость автоматических систем с запаздыванием. – М.: Наука, 1997. – 216 с.
3. Цыкунов А.М. Адаптивное управление объектами с последействием. – М.: Наука, 1984. – 245 с.
4. Smith O.J.M. A controller to overcome dead time // ISA. – 1959. – V. 6. – P. 28–33.
5. Niculescu S.I., Annaswamy A.M. An adaptive Smith-controller for time-delay systems with relative degree $n \le 2$ // Systems & Control Letters. – 2003. – V. 49. – P. 347–358.
6. Цыпкин Я.З. Устойчивость систем с запаздывающей обратной связью // Автоматика и телемеханика. – 1947. – Т. 7. – № 2, 3. – С. 107–129.
7. Цыкунов А.М. Управление объектами с последействием. – Фрунзе: Илим, 1985. – 108 с.
8. Цыкунов А.М. Адаптивное и робастное управление динамическими объектами по выходу. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 268 с.
9. Солодовников В.В., Филимонов А.Б. Конструирование регуляторов для объектов с запаздыванием // Техническая кибернетика. – 1979. – № 1. – С. 168–177.
10. Солодовников В.В., Филимонов А.Б. Упреждающее управление линейными стационарными объектами с запаздыванием // Автоматика и телемеханика. – 1982. – № 11. – С. 57–60.
11. Паршева Е.А., Цыкунов А.М. Адаптивное управление объектом с запаздывающим управлением со скалярным входом-выходом // Автоматика и телемеханика. – 2001. – № 1. – С. 142–149.
12. Anton Pyrkin, Andrey Smyshlyaev, Nikolaos Bekiaris-Liberis, Miroslav Krstic, Rejection of Sinusoidal Disturbance of Unknown Frequency for Linear System with Input Delay // American Control Conference. – Baltimore, 2010. – P. 5688–5693.
13. Manitius A.Z., Olbrot A.W. Finite spectrum assignment for systems with delays // IEEE Trans. Autom. Control. – 1979. – V. 24. – P. 541–553.
14. Kwon W.H., Pearson A.E. Feedback stabilization of linear systems with delayed control // IEEE Trans. Autom. Control. – 1980. – V. 25. – P. 266–269.
15. Arstein Z. Linear systems with delayed controls: A reduction // IEEE Trans. Autom. Control. – 1982. – V. 27. – P. 869–879.

Бобцов Алексей Алексеевич – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой, bobtsov@mail.ifmo.ru

Пыркин Антон Александрович – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат технических наук, доцент, a.pyrkin@gmail.com