

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq b_i \Rightarrow \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - s_i + l_i = b_i, \quad (i=1,2,\dots,m), \\ \sum_{h=1}^k a_{ih}y_h \geq b_i \Rightarrow \sum_{j=1}^n a_{ij}y_j - s_i + l_i = b_i, \quad (i=m+1,m+2,\dots,m+t), \\ \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_i \Rightarrow \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + l_i = b_i, \quad (i=1,2,\dots,m), \\ \sum_{h=1}^k a_{ih}y_h = b_i \Rightarrow \sum_{j=1}^n a_{ij}y_j + l_i = b_i, \quad (i=m+1,m+2,\dots,m+t), \\ f = \sum_{j=1}^n c_j x_j + \sum_{j=n+1, h=1}^{n+k, k} c_j y_h + C_x + C_y \rightarrow \max \Rightarrow \\ f = \sum_{j=1}^n c_j x_j + \sum_{j=n+1, h=1}^{n+k, k} c_j y_h + C_x + C_y - \sum_{i=1}^{m+t} M s_i \rightarrow \max, \end{array} \right. \quad (14)$$

где $M \gg 1$; l – вспомогательные переменные.

2. Составляется симплекс-таблица. Правила составления симплекс-таблицы аналогичны (5), за исключением дополнительно вводимой $(m+2)$ -ой строки. Правила заполнения $(m+2)$ -ой строки симплекс-таблицы имеют вид

$$\left\{ \begin{array}{l} z_{ij} = d_j, \quad i = m+t+2, \quad j = 1, 2, \dots, n+m, \\ z_{ij} = G, \quad i = m+t+2, \quad j = n+m+1, \end{array} \right. \quad (15)$$

где $d_j = \sum_{v=1}^{m+t} a_{vj}$, $j = 1, 2, \dots, n+m$ – сумма коэффициентов системы ограничений, содержащих искус-

ственные переменные; $G = -\sum_{v=1}^{m+t} b_v$ – сумма всех свободных членов системы ограничений, содер-

жащих искусственные переменные, взятая с обратным знаком.

3. Условия оптимальности проектного решения определяются по критериям

$$\forall d_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n+m, \quad (16)$$

$$\forall -c_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n+m. \quad (17)$$

4. Переменная, вводимая в базис (разрешающий столбец симплекс-таблицы) определяется как

$$\max(|d_j|), \quad j = 1, 2, \dots, n+m. \quad (18)$$

Значение (18) достигается при $j = r$, где r – номер разрешающего столбца.

5. Достаточное условие получения проектного решения при условии выполнения критериев (16) и (17) имеет вид

$$\exists a_{ir} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m+t. \quad (19)$$

6. Для генерации кортежа проектных решений определяется переменная, исключаемая из базиса (разрешающая строка симплекс-таблицы):

$$\min(b_i / a_{ir}), \quad a_{ir} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m+t. \quad (20)$$

Минимум (20) достигается при $i = p$, где p – номер разрешающей строки.

7. Переменная, вводимая в базис (разрешающий столбец симплекс-таблицы), определяется как

$$\max(|-c_j|), \quad j = 1, 2, \dots, n+m. \quad (21)$$

Значение (21) достигается при $j = r$, где r – номер разрешающего столбца.

8. Достаточное условие получения проектного решения при условии выполнения критериев (4) и (5) имеет вид

$$\exists a_{ir} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m+t. \quad (22)$$

9. Для генерации кортежа проектных решений определяется переменная, исключаемая из базиса (разрешающая строка симплекс-таблицы):

$$\min(b_i / a_{ir}), \quad a_{ir} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m+t. \quad (23)$$

Минимум (23) достигается при $i = p$, где p – номер разрешающей строки.

$$d'_j = d_j - \frac{a_{pj}d_r}{a_{pr}}, \quad G' = G - \frac{c_r b_p}{a_{pr}}, \quad j = 1, 2, \dots, n+m, \quad (24)$$

где d'_j, G' – новые значения пересчитываемых элементов; d_j, G – старые значения пересчитываемых элементов. Блок-схема алгоритма определения параметров y_1, y_2, \dots, y_k проектируемого устройства методом искусственного базиса приведен на рис. 1, б.

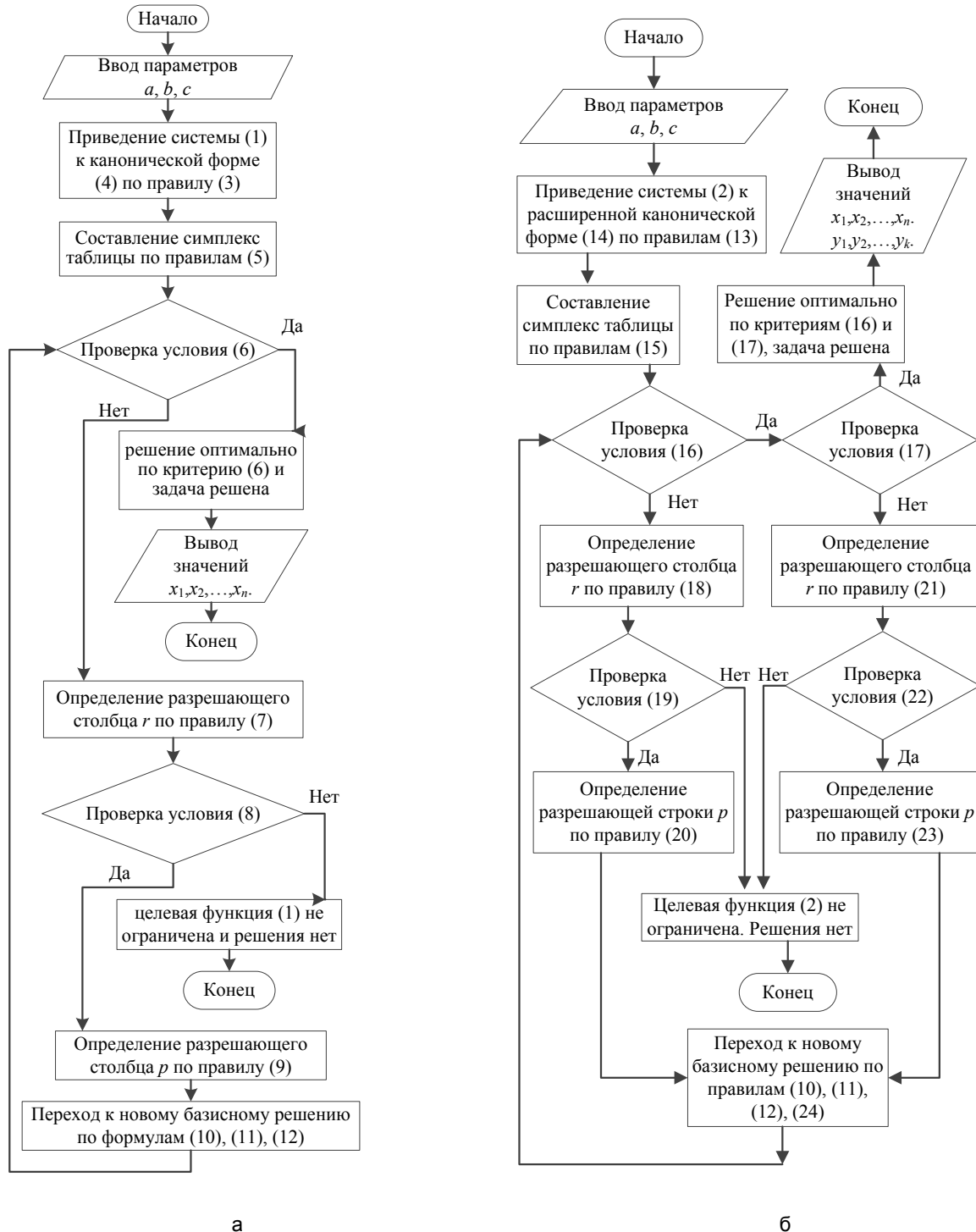


Рис. 1. Блок-схема алгоритмов для задачи проектирования бортового приборного оборудования: симплекс-метода (а); метода искусственного базиса (б)

10. Переход к новому базисному решению (пересчет элементов симплекс-таблицы) осуществляется последовательно по правилам (10)–(12) и по правилу:

$$d'_j = d_j - \frac{a_{pj}d_r}{a_{pr}}, \quad G' = G - \frac{c_r b_p}{a_{pr}}, \quad j = 1, 2, \dots, n + m, \quad (24)$$

где d'_j, G' – новые значения пересчитываемых элементов; d_j, G – старые значения пересчитываемых элементов. Блок-схема алгоритма определения параметров y_1, y_2, \dots, y_k проектируемого устройства методом искусственного базиса приведен на рис. 1, б.

Заключение

Симплекс-метод и метод искусственного базиса были применены на практике в ФГУП «СПб ОКБ «Электроавтоматика» им П.А. Ефимова» в процессе проектирования бортового пульта управления и индикации, входящего в состав информационно-управляющего поля кабины пилота летательного аппарата. В результате решения системы уравнений (1) симплекс-методом и системы уравнений (2) методом искусственного базиса определены значения рабочих параметров проектирования прибора (рис. 2): $x_1=5$ мм; $x_2=4$ мм; $y_1=8$ мм; $y_2=14$ мм; $y_3=12$ мм.

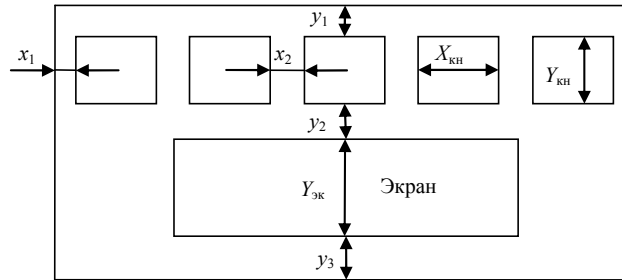


Рис. 2. Фрагмент лицевой панели пульта управления и индикации информационно-управляющего поля кабины пилота ($X_{кн}$ – горизонтальный размер кнопки; $Y_{кн}$ – вертикальный размер кнопки; $Y_{эк}$ – вертикальный размер экрана)

Проанализировав приведенные методы оптимизации и результаты расчетов на их основе, можно сказать, что они применяются при различных вариантах граничных условиях. Симплекс-метод применяется, когда в условиях проектной задачи в системе уравнений (1) содержится только отношение предпочтения вида « \leq ». Метод искусственного базиса используется, когда в условиях системы уравнений (2) присутствуют отношения предпочтения « \geq » и « $=$ » между левой и правой частями уравнений.

Литература

1. Гатчин Ю.А., Жаринов И.О. Основы проектирования вычислительных систем интегрированной модульной авионики: монография. – М.: Машиностроение, 2010. – 224 с.
2. Экономико-математические методы. Линейное программирование [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://emm.ostu.ru/lect/lect2_2.html, свободный. Яз. рус. (дата обращения 14.05.2012).
3. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. – М.: Высшая школа, 1986. – 319 с.
4. Ермаков В.И. Общий курс высшей математики для экономистов. – М.: ИНФРА-М, 2007. – 656 с.

Дейко Михаил Сергеевич – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, магистрант, MadCat_MKП@mail.ru

Жаринов Игорь Олегович – ФГУП «СПб ОКБ «Электроавтоматика» имени П.А. Ефимова», доктор технических наук, доцент, руководитель учебно-научного центра, igor_rabota@pisem.net