

УДК 535.3, 535.42

КОЛЛИМАЦИЯ И ФОКУСИРОВКА ПАРАКСИАЛЬНОГО ВОЛНОВОГО ПАКЕТА, ПОЛУЧАЕМОГО ПРИ ДИФРАКЦИИ В ДАЛЬНОЙ ЗОНЕ ИСХОДНО ОДНОПЕРИОДНОЙ ВОЛНЫ

А.А. Дроздов, С.А. Козлов

Показано, что при коллимации параксиального волнового пакета, получаемого при дифракции в дальней зоне исходно однопериодной волны, формируется «Ж-образная» полупериодная пространственно-временная структура, длительность которой пропорциональна расстоянию от оси пучка, а центральная ее часть движется быстрее периферийной. С увеличением пройденного коллимированным излучением расстояния от коллимирующего до фокусирующего зеркала волновой пакет в фокусе последнего меняется от полупериодной волны до однопериодной и снова до полупериодной, максимум спектра которой на оси пучка смещается сначала в область высоких частот, а затем обратно в область низких частот. Однопериодная волна в фокусе зеркала получается идентичной исходной для коллимирующего и фокусирующего зеркал с равными фокусными расстояниями при удвоенном фокусном расстоянии между ними.

Ключевые слова: однопериодные волны, параксиальные волновые пакеты, дальняя зона дифракции, коллимация и фокусировка излучения.

Введение

С развитием фемтосекундной лазерной техники и микроэлектроники стало возможным получать предельно короткие по числу колебаний однопериодные электромагнитные волны со спектром в диапазоне 0,1–10 ТГц [1]. Такое терагерцовое излучение находит широкое применение в системах обнаружения наркотических и взрывчатых веществ, других скрываемых объектов за преградами, непрозрачными, например, в оптическом спектральном диапазоне, для медицинской диагностики и в других приложениях [2]. Важной задачей является оптимизация систем испускающих, коллимирующих и фокусирующих подобных однопериодных электромагнитных волн. Закономерности дифракции волн, испущенных источниками однопериодного излучения, к настоящему времени уже хорошо изучены (см. [3] и обзор в ней). В дальней зоне они становятся полупериодными. Однако работ по целенаправленному теоретическому изучению особенностей их дальнейшей динамики после коллимирования и последующей фокусировки не было. В настоящей работе теоретически изучены особенности коллимации и фокусировки сложной пространственно-временной полевой структуры, которая получается при дифракции в дальней зоне (зоне дифракции Фраунгофера) параксиального волнового пакета, испущенного исходно однопериодным источником. Показано, что коллимированное излучение имеет «Ж-образную» полупериодную структуру, центральная часть которой движется быстрее периферийной. Показано, что фокусирующее зеркало, поставленное сразу за коллимирующим, в своем фокусе полупериодное поле излучения не меняет. С увеличением пройденного коллимированным излучением расстояния от коллимирующего до фокусирующего зеркала волновой пакет в фокусе последнего меняется от полупериодной волны до однопериодной и снова до полупериодной, максимум спектра которой на оси пучка смещается сначала в область высоких частот, а затем обратно в область низких частот. При равных фокусных расстояниях коллимирующего и фокусирующего зеркал однопериодная волна в фокусе последнего получается иден-

точной исходной однопериодной волне (которая испускается источником, а затем трансформируется при дифракции, коллимации и фокусировке) с точностью до фазового сдвига в π при расстоянии между зеркалами, равном их удвоенному фокусному расстоянию.

Математическая модель дифракционной динамики поля

Будем рассматривать электрическое поле, испускаемое источником, в виде однопериодной волны с гауссовым поперечным распределением вида [3]

$$E(x, y, t) = E_0 \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\rho^2}\right) \frac{t}{\tau} \exp\left(-\frac{t^2}{\tau^2}\right), \tag{1}$$

где E_0 – амплитуда входного поля, а ρ и τ – исходные поперечный размер волнового пакета и его длительность. Поле (1) проиллюстрировано на рис. 1, а. Светло-серым участкам плоскостных изображений соответствуют максимальные положительные значения поля, а темно-серым – максимальные отрицательные. На иллюстрации $\rho/\lambda_0 = 10$, где $\lambda_0 = \sqrt{2\pi c\tau}$ [4] – длина волны излучения, соответствующая максимуму спектра исходного волнового пакета; c – скорость света в вакууме.

Параксиальная однонаправленная динамика электрического поля E в прозрачной оптической среде, дисперсией которой можно пренебречь (например, в воздухе), может быть описана уравнением [5, 6]

$$\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{N_0}{c} \cdot \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{c}{2N_0} \Delta_{\perp} \int_{-\infty}^t E dt', \tag{2}$$

где z – направление, вдоль которого распространяется волновой пакет; N_0 – линейный показатель преломления среды; $\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ – поперечный лапласиан; t – время.

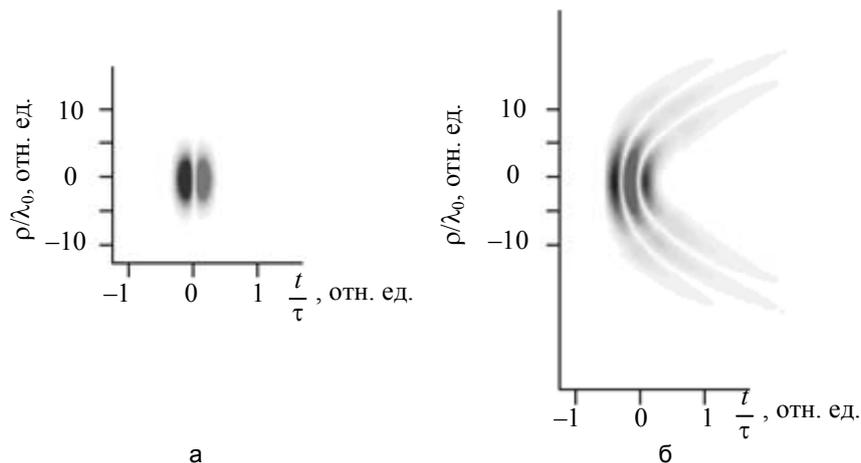


Рис. 1. Пространственно-временная структура распределения электрического поля на входе в среду (1) (а), а также ее структура в дальней зоне дифракции [3] (б)

В дальней зоне дифракции (при $z \gg \frac{\pi\rho^2 N_0}{\{\lambda\}_{\min}}$, где $\{\lambda\}_{\min}$ – минимальная длина волны из диапазона длин волн, в котором находится практическая часть энергии исходного излучения [3]), пространственно-временное распределение поля из исходного (1) принимает вид [3]

$$E(t', x, y, z) = E_0 A^3(x, y, z) \frac{T(z)}{\tau} \left[1 - 2 \left(A(x, y, z) \frac{t'}{\tau} \right)^2 \right] \exp\left(- \left(A(x, y, z) \frac{t'}{\tau} \right)^2 \right), \tag{3}$$

где $A(x, y, z) = \left(1 + \left(\frac{2T(z)}{\tau} \right)^2 \frac{x^2 + y^2}{\rho^2} \right)^{-\frac{1}{2}}$, $T(z) = \frac{\rho^2 N_0}{2cz}$ и «запаздывающее», в том числе вследствие кри-

визны волнового фронта, время $t' = t - \frac{N_0}{c} \left(z + \frac{x^2 + y^2}{2z} \right)$. Поле (3) иллюстрировано на рис. 1, б. Полагали

$z = z_0 = 2 \frac{\pi\rho^2 N_0}{\lambda_0}$. Исходя из этого, например, при характерных для терагерцовых импульсов начальных параметрах $\rho = 3$ мм и $\lambda_0 = 0,3$ мм, поле на рис. 1, б, иллюстрировано для расстояния от источника

$z_0 = 20$ см. Как видно из рисунка, волна исходного вида (1) в дальней зоне дифракции становится полупериодной по всему волновому пакету. Длинноволновая часть излучения на периферии пучка распространяется медленнее, чем коротковолновая на оси пучка.

Рассмотрим теперь, как волновой пакет (3), получаемый при дифракции в дальней зоне исходно однопериодной волны (1), будет эволюционировать после коллимирующего зеркала с фокусным расстоянием $f_{\text{кол.}}$.

Динамика коллимированного параксиального волнового пакета

Поставим в дальней зоне дифракции излучения на расстоянии z_0 от источника коллимирующее зеркало с фокусным расстоянием $f_{\text{кол.}} = z_0$ и функцией отражения $R(x, y) = \exp(-ik(x^2 + y^2)/2f_{\text{кол.}})$ [7], где $k = N_0\omega/c$. Тогда поле волнового пакета сразу за коллимирующим зеркалом примет вид

$$E_{\text{кол.}}(t'', x, y, z_0) = \frac{N_0\rho^2}{2cz_0} E_0 \frac{\tau^2}{\tau_{\text{кол.}}^3} \left(1 - 2\frac{t''^2}{\tau_{\text{кол.}}^2}\right) \exp\left(-\frac{t''^2}{\tau_{\text{кол.}}^2}\right), \tag{4}$$

где $t'' = t - \frac{N_0z_0}{c}$; $\tau_{\text{кол.}}^2 = \tau^2 + \left(\frac{\rho N_0}{c}\right)^2 \frac{x^2 + y^2}{z_0^2}$. Это поле иллюстрировано на рис. 2, а. Как следует из формулы (4) и видно из рисунка, сразу за зеркалом формируется «Ж-образная» полупериодная пространственно-временная полевая структура, длительность которой $\tau_{\text{кол.}}$ увеличивается с расстоянием от оси пучка.

Будем теперь рассматривать выражение (4) как новое граничное условие динамики коллимированного поля излучения. На рис. 2, б–д, приведены результаты численного расчета по уравнению (2) с граничным условием (4) эволюции пространственно-временной полевой структуры волнового пакета на разных расстояниях от коллимирующего зеркала в оптической среде. Из рисунка видно, что из-за дифракции центральная часть «Ж-образного» волнового пакета движется быстрее периферийной.

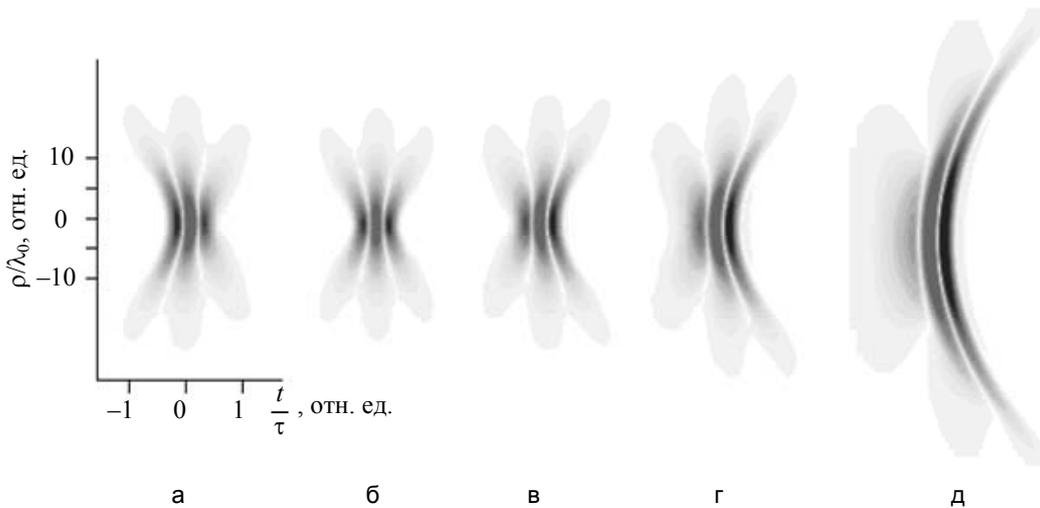


Рис. 2. Пространственно-временная структура распределения электрического поля коллимированной волны (4) на расстоянии $z_0 = 0$ от коллимирующего зеркала (а) и ее дальнейшая эволюция в оптической среде на расстояниях: $f_{\text{кол.}}$ (б); $2f_{\text{кол.}}$ (в); $3f_{\text{кол.}}$ (г); $6f_{\text{кол.}}$ (д)

Теперь рассмотрим особенности фокусировки коллимированного излучения, представленного на рис. 2, фокусирующим зеркалом с фокусным расстоянием $f_{\text{фок.}} = f_{\text{кол.}}$.

Динамика сфокусированного волнового пакета

На рис. 3 представлены пространственно-временные распределения электрического поля излучения в фокусе зеркала в зависимости от пройденного коллимированным волновым пакетом расстояния от коллимирующего до фокусирующего зеркала. Из рис. 3, а, видно, что при фокусировке полупериодной «Ж-образной» полевой структуры, полученной сразу за коллимирующим зеркалом, в фокусе зеркала число колебаний полученного волнового пакета не меняется. Из рис. 3, б–д, видно, что с увеличением пройденного коллимированным излучением расстояния от коллимирующего до фокусирующего зеркала волновой пакет в фокусе последнего меняется от полупериодной волны до однопериодной и снова до полупериодной.

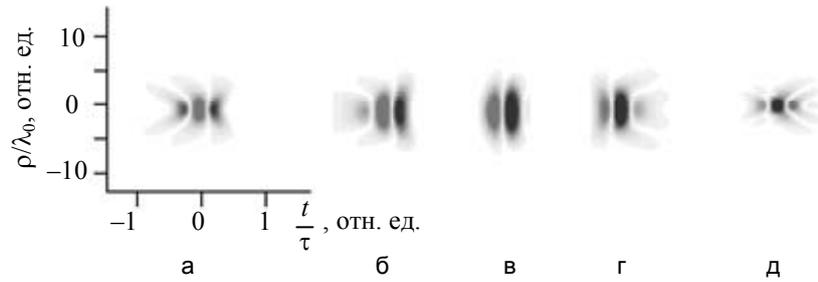


Рис. 3. Пространственно-временные структуры распределения электрического поля излучения в фокусе зеркала при фокусировке волнового пакета, полученного сразу за коллимирующим зеркалом (а), и на расстояниях до него $f_{\text{фок.}}$ (б); $2f_{\text{фок.}}$ (в); $3f_{\text{фок.}}$ (г); $6f_{\text{фок.}}$ (д)

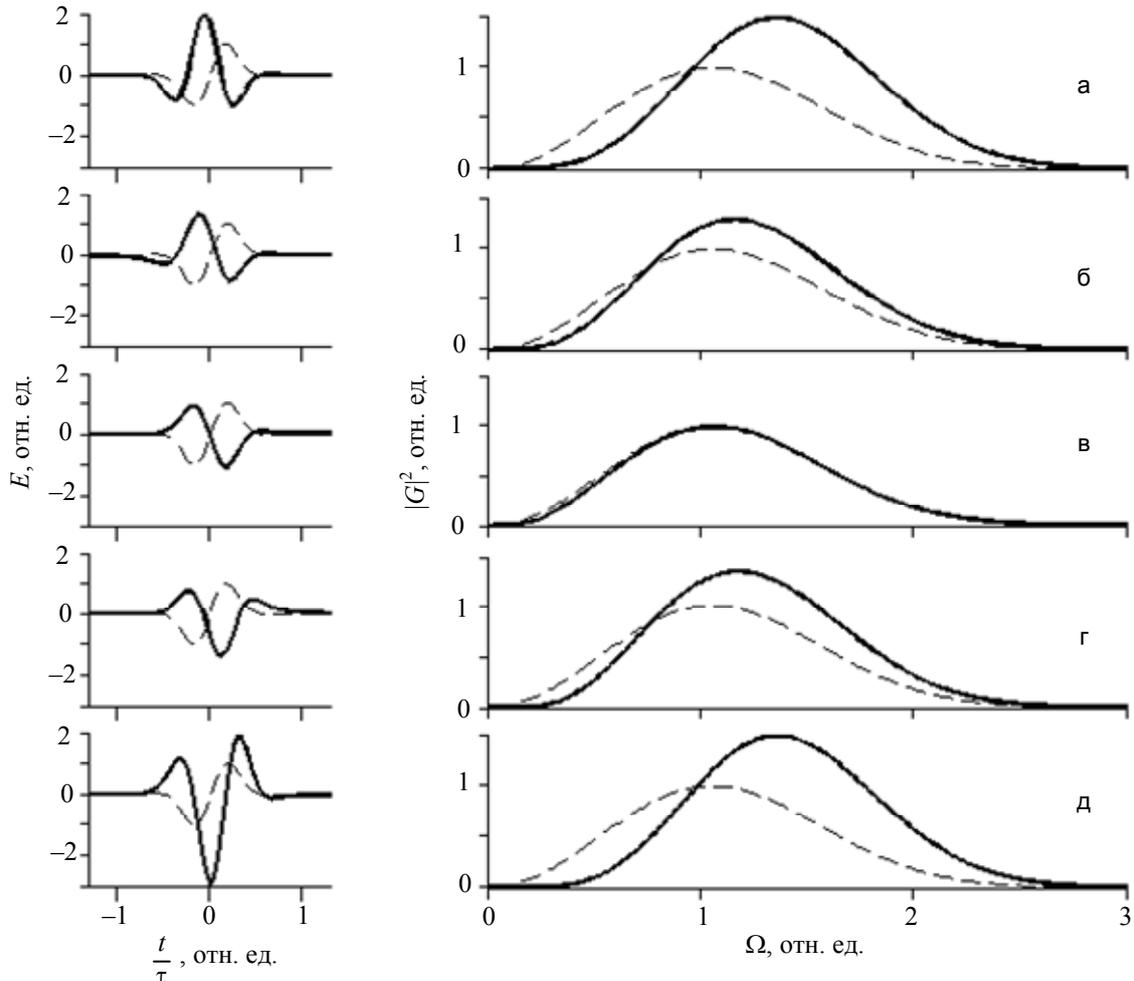


Рис. 4. Нормированные профили электрического поля (слева) и квадраты модулей спектральной плотности (справа) на оси пучка в фокусе (жирные линии) при фокусировке волнового пакета, полученного сразу за коллимирующим зеркалом (а), и на расстояниях от него: $f_{\text{фок.}}$ (б); $2f_{\text{фок.}}$ (в); $3f_{\text{фок.}}$ (г); $6f_{\text{фок.}}$ (д). Временной профиль электрического поля однопериодной волны источника (1) и квадрат модуля ее спектра показаны пунктирными линиями

На рис. 4 дополнительно проиллюстрированы временные профили электрических полей (нормированные на максимум напряженности электрического поля источника E_0) и квадраты модулей спектров (нормированные на максимум квадрата модуля спектральной плотности источника $|G_0|^2$) в фокусе на оси волнового пакета. На рисунке частота $\Omega = \omega/\omega_{\text{max}}$ нормирована на частоту $\omega_{\text{max}} = \sqrt{2}/\tau$ [4, 8], соответствующую максимуму квадрата модуля спектра исходной однопериодной волны источника. Из рисунка видно, что при расстоянии между коллимирующим и фокусирующим зеркалом, равном их двойному фокусному расстоянию, поле с точностью до фазового сдвига в π и его спектр совпадают с полем и спек-

тром однопериодной волны, исходно испущенной источником излучения. При меньших или больших расстояниях между зеркалами сфокусированная волна становится при малых отклонениях слабо выраженной, а при больших – ярко выраженной полупериодной со спектром, смещенным в высокочастотную область. Максимумы поля и спектра при этом растут, что обусловлено более глубокой фокусировкой излучения (см. также рис. 3).

Заключение

В работе теоретически изучены особенности коллимации и фокусировки сложной пространственно-временной полевой структуры, получаемой при дифракции в дальней зоне параксиального исходно однопериодного волнового пакета. Показано, что при коллимации такого пакета формируется «Ж-образная» полупериодная волна, длительность которой пропорциональна расстоянию от оси пучка, а центральная ее часть движется быстрее периферийной. С увеличением пройденного коллимированным излучением расстояния от коллимирующего до фокусирующего зеркала волновой пакет в фокусе последнего меняется от полупериодной волны до однопериодной и снова до полупериодной, максимум спектра которой на оси пучка смещается сначала в область высоких частот, а затем обратно в область низких частот.

При равных фокусных расстояниях коллимирующего и фокусирующего зеркал однопериодная волна в фокусе последнего получается идентичной исходной однопериодной волне источника с точностью до фазового сдвига в π при расстоянии между зеркалами, равном их удвоенному фокусному расстоянию.

Работа поддержана грантом РФФИ 11-02-01346-а и ГК № 14.512.11.0020.

Литература

1. Беспалов В.Г., Городецкий А.А., Денисюк И.Ю., Козлов С.А., Крылов В.Н., Лукомский Г.В., Петров Н.В., Путилин С.Э. Методы генерации сверхширокополосных ТГц импульсов фемтосекундными лазерами // Оптический журнал. – 2008. – Т. 75. – № 10. – С. 34–41.
2. Lee Y.S. Principles of Terahertz Science and Technology. – Corvallis: Springer Science+Business Media, 2009. – 347 p.
3. Ezerskaya A.A., Ivanov D.V., Kozlov S.A., Kivshar Yu.S. Spectral Approach in the Analysis of Pulsed Terahertz Radiation // J. Infrared Milli. Terahz. Waves. – 2012. – V. 33. – № 9. – P. 926–942.
4. Drozdov A.A., Kozlov S.A., Sukhorukov A.A., Kivshar Yu.S. Self-phase modulation and frequency generation with few-cycle optical pulses in nonlinear dispersive media // Phys. Rev. A. – 2012. – V. 86. – № 5. – P. 053822–10.
5. Беленов Э.М., Назаркин А.В. О некоторых решениях уравнений нелинейной оптики без приближения медленно меняющихся амплитуд и фаз // Письма в ЖЭТФ. – 1990. – Т. 51. – № 5. – С. 252–255.
6. Козлов С.А., Сазонов С.В. Нелинейное распространение импульсов длительностью в несколько колебаний светового поля в диэлектрических средах // ЖЭТФ. – 1997. – Т. 111. – № 2. – С. 404–418.
7. Папулис А. Теория систем и преобразований в оптике. – М.: Мир, 1971. – 495 с.
8. Дроздов А.А., Козлов С.А. Фазовая самомодуляция однопериодных оптических волн // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2011. – № 2 (72). – С. 99–105.

Дроздов Аркадий Анатольевич – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант, arkadiy.drozdov@gmail.com

Козлов Сергей Аркадьевич – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор физ.-мат. наук, профессор, декан, заведующий кафедрой, kozlov@mail.ifmo.ru