

УДК 519.7

РОБАСТНОЕ СУБООПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ БОКОВЫМ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА В РЕЖИМЕ ЗАХОДА НА ПОСАДКУ¹

И.Б. Фуртат

Рассматривается робастное субоптимальное управление боковым движением летательного аппарата в режиме захода на посадку. Разработан алгоритм, обеспечивающий субминимизацию интегрального критерия качества в условиях параметрических возмущений, действующих на модель летательного аппарата. Приведены результаты моделирования, иллюстрирующие эффективность используемого алгоритма.

Ключевые слова: летательный аппарат, робастное управление, оптимальное управление.

Введение

В настоящее время в классе задач адаптивного и робастного управления существует большое количество решений. В основной части из них [1–3] целью управления является выполнение предельного целевого неравенства. Однако на практике, как правило, дополнительно предъявляются требования к обеспечению качества переходных процессов в системе управления.

В условиях определенности модели объекта на сегодняшний день в классической теории управления разработано большое количество методов и подходов [4–7]. Задача оптимального и субоптимального управления объектами, подверженными воздействию неизвестных внешних возмущений, рассмотрена в [8]. В работе [9] подробно рассматривается задача адаптивно-оптимального и субоптимального управления, где для параметрически неопределенных объектов предложены модификации метода динамического программирования, принципа максимума Понтрягина, вариационного метода и т.д.

Одним из наиболее распространенных подходов оптимального управления неопределенными объектами является метод H_∞ -оптимизации [5, 10]. Однако применение методов H_∞ -оптимизации приводят к регуляторам с высоким динамическим порядком, которые к тому же могут быть нереализуемыми. Как отмечено в [5], задача H_∞ -оптимизации существенно упрощается, если для объекта управления можно построить сверхстабилизирующий регулятор. Но класс таких объектов слишком узок. Метод H_∞ -оптимизации был применен в [10] для управления продольным движением самолета. В [10] также приведены результаты использования H_2 регулятора и анизотропного регулятора для управления самолетом.

Наиболее близкой по идее к настоящей работе является работа [11]. В [11] предполагалось, что неизвестные матрицы линейного объекта управления можно представить в виде суммы номинальных и неизвестных матриц. Схема управления включает в себя два контура: основной контур, предназначенный для оптимального управления номинальным объектом, и контур параллельной обратной связи, компенсирующей функциональную и параметрическую неопределенность объекта. Теоретические результаты были применены к управлению боковым движением самолета. В [12] с использованием подходов [3] и [11] решена задача субоптимального управления нестационарными динамическими объектами в условиях параметрических и внешних возмущений. Полученный в [12] алгоритм прост и имеет невысокий динамический порядок. Результат [12] был распространен для управления многосвязными объектами в [13].

В настоящей работе предлагается робастное субоптимальное управление боковым движением летательного аппарата в режиме захода на посадку. Динамическая модель объекта подвержена действию параметрических возмущений. Целью управления является субминимизация интегрального критерия качества с бесконечной верхней границей. Формирование управляющего сигнала и критерия качества осуществляется аналогично [11]. Компенсация неопределенностей основана на методе вспомогательного контура [3], развитого для решения задач субоптимального управления в [12, 13]. Приведены результаты численного моделирования, иллюстрирующие эффективность предложенной схемы.

Постановка задачи

Рассмотрим модель бокового движения летательного аппарата в режиме захода на посадку:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t), \quad (1)$$

где $\mathbf{x}(t) = [\Delta z(t), \Delta \psi(t), \Delta \gamma(t), \Delta \omega_x(t)]^T$, $u(t) = \delta_3(t)$ – вектор состояния и сигнал управления по линейри-

¹ Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, соглашение № 14.В37.21.0421 «Разработка автономной бортовой системы навигации и управления многофункциональными мультиротационными летательными аппаратами», а также в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009–2013 г.г.», соглашение № 8846, и гранта РФФИ № 12-01-31354.

зованной математической модели движения летательного аппарата без учета скольжения, $\Delta z(t)$ – величина бокового отклонения центра масс летательного аппарата от продольной оси взлетно-посадочной полосы, $\Delta\psi(t)$ – угол между продольной осью взлетно-посадочной полосы и горизонтальной проекцией вектора скорости летательного аппарата, $\Delta\gamma(t)$ – изменение угла крена летательного аппарата, $\Delta\omega_x(t)$ – изменение угловой скорости вращения летательного аппарата относительно его продольной оси, $\delta_3(t)$ – отклонение элеронов от балансировочного положения; $\mathbf{A}=\mathbf{A}_H+\Delta\mathbf{A}$; $\mathbf{B}=\mathbf{B}_H+\Delta\mathbf{B}$. Индексом «Н» будем обозначать номинальные матрицы, т.е. матрицы с известными элементами. Так, \mathbf{A}_H и вектор \mathbf{B}_H линеаризованной модели при скорости летательного аппарата 85 м/с характеризуются следующими числовыми значениями [14]:

$$\mathbf{A}_H = \begin{bmatrix} 0 & 85 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_H = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3,4 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Возмущения всех элементов матрицы \mathbf{A}_H и коэффициентов вектора \mathbf{B}_H должны быть согласованы между собой. Исходя из этого, параметрические возмущения зададим в виде [11]

$$\Delta\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho \end{bmatrix}, \quad \Delta\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vartheta \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где ρ – произвольное действительное число, ϑ – произвольное положительное действительное число.

Целью управления является синтез алгоритмической структуры управляющего устройства, обеспечивающей субминимизацию функционального критерия качества

$$J = \int_0^{\infty} [\mathbf{x}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{x}(t) + ru_0^2(t)] dt, \quad (4)$$

где весовая матрица и коэффициент целевого функционала выбраны в виде [11]

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 6,25 \cdot 10^{-6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 31 \end{bmatrix}, \quad r = 93, \quad (5)$$

$u_0(t)$ – сигнал оптимального управления. Аналогичная цель управления формируется в [11] для управления неопределенными объектами. Отличие данной работы состоит в формировании сигнала управления $u_k(t)$, необходимого для компенсации параметрических возмущений.

Метод решения

Принимая во внимание (2) и (3), преобразуем уравнение (1) к виду

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_H \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_H u(t) + \mathbf{B}_H \varphi(x, u), \quad (6)$$

где $\varphi(x, u) = [0 \ 0 \ 0 \ \rho] \mathbf{x}(t) + \vartheta u(t)$. Следуя [11], представим сигнал управления $u(t)$ в виде суммы

$$u(t) = u_0(t) + u_k(t)$$

и выделим в (6) номинальный объект управления

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_H \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_H u_0(t). \quad (7)$$

Решим для (7) задачу оптимального управления с минимизацией критерия качества (4). Согласно [4–7], для объекта (7) стационарный оптимальный закон управления определится в виде

$$u_0(t) = -\mathbf{K}_0 \mathbf{x}(t), \quad (8)$$

где $\mathbf{K}_0 = r^{-1} \mathbf{B}_H^T \mathbf{H}$, матрица $\mathbf{H} = \mathbf{H}^T > 0$ является решением матричного алгебраического уравнения Лурье–Риккати $\mathbf{A}_H^T \mathbf{H} + \mathbf{H} \mathbf{A}_H - \mathbf{H} \mathbf{B}_H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_H^T \mathbf{H} = -\mathbf{Q}$. Для матриц вида (2) и (5) матрицы \mathbf{H} и \mathbf{K}_0 определяются в виде

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0,0001 & 0,0647 & 0,0225 & 0,0071 \\ 0,0647 & 77,2913 & 31,7923 & 10,2230 \\ 0,0225 & 31,7923 & 26,6652 & 8,8020 \\ 0,0071 & 10,2230 & 8,8020 & 9,4033 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0,0003 \\ 0,3737 \\ 0,3218 \\ 0,3438 \end{bmatrix}.$$

С учетом оптимального управления (8) перепишем уравнение (6) в виде

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_0 \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_H u_k(t) + \mathbf{B}_H \varphi_1(\mathbf{x}, u), \quad (9)$$

где

$$\mathbf{A}_0 = \mathbf{A}_H - \mathbf{B}_H \mathbf{K}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 85 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0,0009 & -1,2707 & -1,0941 & -3,1688 \end{bmatrix}, \quad \varphi_1(\mathbf{x}, u) = \varphi(\mathbf{x}, u) + \mathbf{K}_0 \mathbf{x}(t).$$

Согласно [3], для выделения возмущений введем вспомогательный контур в виде [12, 13]

$$\dot{\mathbf{x}}_v(t) = \mathbf{A}_0 \mathbf{x}_v(t) + \mathbf{B}_H u_k(t), \quad \mathbf{x}_v(0) = \mathbf{x}(0), \quad (10)$$

где $\mathbf{x}_v(t) \in R^4$ – вектор состояния. Принимая во внимание (9) и (10), рассмотрим уравнение для рассогласования $\xi(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_v(t)$:

$$\dot{\xi}(t) = \mathbf{A}_0 \xi(t) + \mathbf{B}_H \varphi_1(\mathbf{x}, u). \quad (11)$$

Перепишем (11) в виде системы дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= 85 \xi_2, \\ \dot{\xi}_2 &= 0,12 \xi_3, \\ \dot{\xi}_3 &= \xi_4, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\dot{\xi}_4 = [-0,0009 \quad -1,2707 \quad -1,0941 \quad -3,1688]^T \xi + 3,4 \varphi_1(\mathbf{x}, u).$$

Из четвертого уравнения (12) сигнал $\varphi_1(\mathbf{x}, u)$ можно определить как

$$\varphi_1(\mathbf{x}, u) = 3,4^{-1} \left(\dot{\xi}_4(t) - [-0,0009 \quad -1,2707 \quad -1,0941 \quad -3,1688]^T \xi(t) \right).$$

Для оценки сигнала $\dot{\xi}_4(t)$ воспользуемся наблюдателем

$$\dot{\tilde{\xi}}_4(t) = \frac{p}{\mu p + 1} \xi_4(t), \quad (13)$$

где $\mu > 0$ – достаточно малое число. Тогда из (9) видно, что для компенсации $\varphi_1(\mathbf{x}, u)$ закон управления $u_k(t)$ можно сформировать в виде

$$u_k(t) = -3,4^{-1} \left(\dot{\tilde{\xi}}_4(t) - [-0,0009 \quad -1,2707 \quad -1,0941 \quad -3,1688]^T \xi(t) \right). \quad (14)$$

В результате сформирована система управления боковым движением летательного аппарата в режиме захода на посадку, представленная уравнениями (8), (10), (13), (14). Доказательство работоспособности системы управления (8), (10), (13), (14) в общем виде рассмотрено в [12], поэтому здесь не приводится.

Рассмотрим возмущения в (1), аналогичные [11]. Пусть в (3) $\rho = -4$ и $\vartheta = 1,7$. Последнее означает, что эффективность элеронов уменьшилась вдвое. Начальное отклонение $\Delta z(0) = 400$ м.

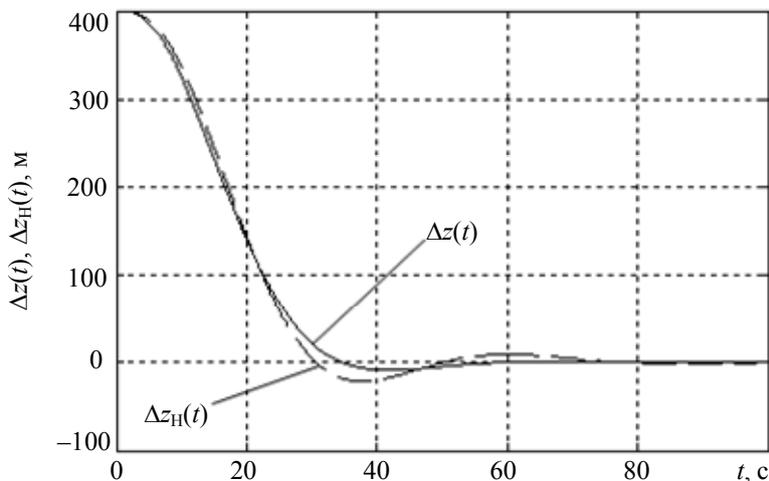


Рис. 1. Графики переходных процессов бокового отклонения центра масс летательного аппарата

Положим в (13) $\mu = 0,01$. На рис. 1 показан переходный процесс по величине бокового отклонения центра масс летательного аппарата от продольной оси взлетно-посадочной полосы $\Delta z(t)$ для возмущенной системы (1) и $\Delta z_H(t)$ для номинального объекта (7), на рис. 2 – переходный процесс по отклонению

элеронов от балансирующего положения $\delta_{\varepsilon}(t)$ для (1) и $\delta_{\varepsilon_{\text{опт}}}(t)$, где $\delta_{\varepsilon_{\text{опт}}}(t)$ – оптимальное управление для (7). Еще раз отметим, что при моделировании на возмущенную систему (1) подана сумма сигналов (8) и (14), на номинальный объект (7) подан только сигнал (8).

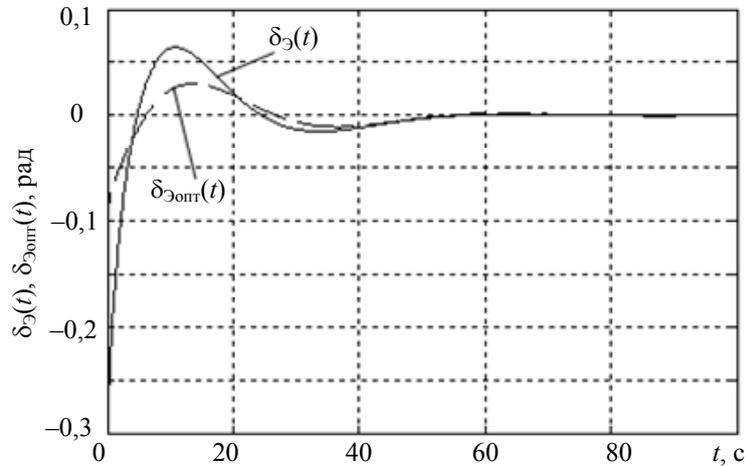


Рис. 2. Графики расходов рулей

Рис. 2 показывает, что из-за наличия параметрической неопределенности увеличивается расход рулей. По результатам моделирования также можно сказать, что для неопределенного объекта (1) значение интегрального критерия качества (4) равно 18,377. Для номинального объекта (7) значение критерия качества равно 18,998. Абсолютная погрешность равна 0,621. Другими словами, предложенный алгоритм робастен к наличию параметрических возмущений. Сравнительный анализ полученных результатов и данных [11, 15] показал, что предложенная в работе система управления проста в расчете и реализации, а погрешность при минимизации интегрального критерия качества может быть уменьшена за счет уменьшения параметра μ в (13).

Заключение

В работе предложен синтез робастного субоптимального закона управления боковым движением летательного аппарата в режиме захода на посадку. Полагается, что модель летательного аппарата описывается параметрически неопределенным линейным дифференциальным уравнением четвертого порядка. Для оптимального управления неопределенным объектом, в соответствии с [11], предложено закон регулирования рассматривать как сумму сигнала оптимального управления номинальным объектом и сигнала компенсации неопределенностей в исходном объекте. В свою очередь, формирование сигнала компенсации основано на идее подхода [3]. Численное моделирование показало хорошую робастность по отношению к параметрическим возмущениям.

Литература

1. Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. – СПб: Наука, 2000. – 549 с.
2. Фуртат И.Б. Алгоритм субинвариантного управления по выходу линейным структурно неопределенным динамическим объектом // Изв. вузов. Приборостроение. – 2011. – № 9 (54). – С. 22–27.
3. Цыкунов А.М. Алгоритмы робастного управления с компенсацией ограниченных возмущений // Автоматика и телемеханика. – 2007. – № 7. – С. 103–115.
4. Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления. – М.: Высшая школа, 2003. – 614 с.
5. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. – М.: Наука, 2002. – 303 с.
6. Методы классической и современной теории автоматического управления. Теория оптимизации автоматического управления / Под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – Т. 4. – 744 с.
7. Воронов А.А., Ким Д.П., Лохин В.М. и др. Теория автоматического управления. Теория нелинейных и специальных систем автоматического управления. – М.: Высшая школа, 1986. – Ч. 2. – 504 с.
8. Сиван Р., Квакернаак Х. Линейные оптимальные системы управления. – М.: Мир, 1977. – 653 с.
9. Тертычный-Даури В.Ю. Адаптивная механика. – М.: Факториал Пресс, 2003. – 464 с.
10. Методы классической и современной теории автоматического управления. Синтез регуляторов систем автоматического управления / Под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2004. – Т. 3. – 616 с.

11. Буков В.Н. Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем. – Калуга: Изд-во научной литературы Н.Ф. Бочкаревой, 2006. – 720 с.
12. Фуртат И.Б. Робастное субоптимальное управление линейными нестационарными объектами по выходу // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2009. – № 7. – С. 7–12.
13. Фуртат И.Б. Децентрализованное субоптимальное управление по быстродействию многосвязными объектами с запаздыванием по состоянию в системах АСУ // Промышленные АСУ и контроллеры. 2010. – № 3. – С. 16–19.
14. Летов А.М. Динамика полета и управление. – М.: Наука, 1969. – 360 с.
15. Клебан В.О., Шалыто А.А. Разработка системы управления малоразмерным вертолетом // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2011. – № 2 (72). – С. 12–15.

Фуртат Игорь Борисович – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат технических наук, доцент; Институт проблем машиноведения РАН, ст. научный сотрудник, cainenash@mail.ru