

УДК 004.738

## ОПТИМИЗАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАПРОСОВ МЕЖДУ КЛАСТЕРАМИ ОТКАЗОУСТОЙЧИВОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

В.А. Богатырев, А.В. Богатырев, И.Ю. Голубев, С.В. Богатырев

Предложена оценка надежности распределенных вычислительных систем, предусматривающих перераспределение запросов при изменениях потоков запросов, отказах и отключениях узлов системы, объединяемых в совокупность кластеров. Предложена и решена задача оптимизации процесса перераспределения запросов между кластерами с учетом его влияния на задержки обслуживания и надежность системы.

**Ключевые слова:** оптимизация, надежность, перераспределение запросов, кластер, отказоустойчивость.

### Введение

Повышение отказоустойчивости, надежности и производительности распределенных вычислительных систем, объединяющих в единую систему множество отдельных кластеров [1–3], достигается в результате динамического перераспределения запросов [4–7] между ними с учетом изменений загруженности кластеров, отказов и временных отключений их узлов.

В распределенной инфраструктуре [1–3], консолидирующей множество ресурсов, объединенных в кластеры, перераспределение запросов (нагрузки) может осуществляться между узлами как одного, так и различных кластеров, соединенных через сеть. При перераспределении запросов между кластерами увеличиваются издержки на взаимосвязь через сеть, но возрастают возможности балансировки загрузки и адаптации к отказам и отключениям узлов, что обуславливает актуальность оптимизации процесса распределения запросов [8, 9].

### Задача оптимизации системы

Объектом исследования является распределенная вычислительная система (рис. 1), включающая  $M$  локальных кластеров и общедоступный кластер, объединяющий  $m$  серверов.

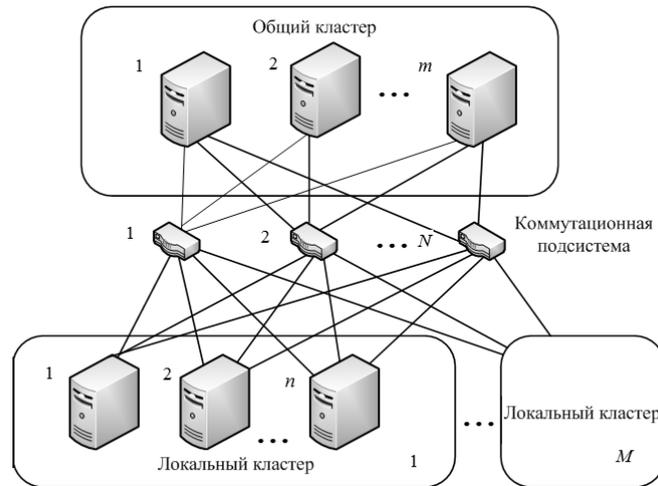


Рис. 1. Структура распределенной системы

В результате перераспределения запросов от локальных кластеров в общедоступный кластер обеспечивается сбалансированность нагрузки узлов системы и устойчивость системы к отказам и перегрузкам серверов локальных кластеров. Перераспределение запросов от некоторого локального кластера, содержащего в исходном (до отказов) состоянии  $n$  серверов, в общедоступный кластер осуществляется через  $N$  резервированных коммутационных узлов (маршрутизаторов или коммутаторов) [9].

При оптимизации структуры определяется число (кратность резервирования) серверов в локальных кластерах  $n$  и в общем кластере  $m$ , а также число коммутационных узлов  $N$ , обеспечивающие наибольшую надежность системы  $P$  при заданных ограничениях на стоимость построения системы  $s$ . При оценке надежности системы, в отличие от [9], где условие работоспособности системы сформулировано как требование сохранения в каждой подсистеме хотя бы одного узла, в предлагаемой работе учитываются нижние ограничения на число узлов в подсистемах, при которых не возникают перегрузки соответствующих кластеров.

При оптимизации процесса распределения запросов с учетом возможности отказов и отключений узлов общедоступного кластера будем считать заданными средние времена выполнения запросов в серверах кластеров и в коммутационных узлах  $v_0, v_1$ , их интенсивности отказов  $\lambda_0, \lambda_1$ , и восстановлений  $\mu_0, \mu_1$ . Будем считать известными вероятности  $r$  нахождения во включенном состоянии серверов общедоступного кластера. Оптимизация проводится при заданной интенсивности потока запросов  $\lambda$ , поступающего в локальный кластер и при необходимости перераспределяемого через сеть в общедоступный кластер, на который от других кластеров системы через сеть дополнительно направляется поток запросов с интенсивностью  $\Lambda = \beta\lambda$ .

При оптимизации структуры будем считать стоимости серверов локальных и общедоступного кластера, а также стоимость коммутационных узлов соответственно равными  $c_0, c_1, c_2$ .

В результате оптимизации процесса распределения потока запросов, поступающего в локальный кластер, ищется их доля, перераспределяемая через сеть в общедоступный кластер, при которой минимизируется среднее время пребывания запросов  $T$ .

Отличие предлагаемой задачи оптимизации распределения запросов от [9] заключается в учете возможностей отказов, восстановлений и отключений серверов общедоступного кластера в процессе функционирования. Учет возможности отключения серверов общедоступного кластера обусловлен тем, что предоставляемые им услуги по обслуживанию внешних для него запросов могут проводиться в фоновом режиме и поэтому могут отбрасываться при высокой нагрузке серверов, при решении важных для владельца кластера (сервера) задач, при профилактическом обслуживании или временных отключениях узлов по другим причинам.

### Оценка надежности системы

Определим вероятность работоспособности системы для локального кластера из  $n$  серверов с учетом возможности использования в качестве резерва ресурсов  $m$  серверов общедоступного кластера, связь с которым обеспечивается через  $N$  коммутационных узлов.

Предположим, что пропускная способность каждого коммутационного узла достаточна, чтобы не ограничивать возможности перераспределения запросов, т.е. если исправен хотя бы один коммутационный узел, то запросы могут перераспределяться в общедоступный кластер, но для реализации такого пе-

пераспределения в локальном кластере должен быть исправен хотя бы один вычислительный узел. С учетом этих условий вероятность работоспособности системы составляет

$$P = (1 - P_1) \left[ \sum_{i=a}^n C_n^i p_0^i (1 - p_0)^{n-i} \right] + P_1 \sum_{j=b}^{n+m} (C_{m+n}^j - d_j C_m^j) p_0^j (1 - p_0)^{n+m-j}, \quad (1)$$

где  $d_j = 1$ , если  $j \leq m$ , иначе  $j = 0$ ;  $P_1 = \sum_{i=1}^N C_N^i p_1^i (1 - p_1)^{N-i}$  – вероятность исправности коммутационной подсистемы, при этом из соображений отсутствия перегрузки кластеров значения  $a$  и  $b$  определяются как ближайшие целые, большие  $\lambda v_0$  и  $\lambda(1 + \beta)v_0$ .

Надежность узлов определим по коэффициентам готовности, вычисляемым для серверов и коммутационных узлов соответственно как [10, 11]

$$p_0 = \mu_0 / (\lambda_0 + \mu_0); \quad p_1 = \mu_1 / (\lambda_1 + \mu_1).$$

Формула (1) не учитывает возможность случайных временных отключений серверов общедоступного кластера, с учетом доступности серверов с вероятностью  $r$  имеем

$$P = (1 - P_1) \left[ \sum_{i=a}^n C_n^i p_0^i (1 - p_0)^{n-i} \right] + P_1 \left[ \sum_{i=1}^n C_n^i p_0^i (1 - p_0)^{n-i} \right] \sum_{j=b}^m C_m^j p_2^j (1 - p_2)^{m-j},$$

где  $p_2 = rp_0$ . Для систем критического применения, не допускающих наличие узлов, отказ которых может вызвать отказ системы, в качестве базовых средств вычислений используются резервированные вычислительные комплексы [12]. Простейшая структура дублированного вычислительного комплекса (ДВК), скомпонованная из двух связанных через адаптер сопряжения (АС) полукомплексов, включающих процессоры (П) и модули памяти (М), представлена на рис. 2, а. Модель надежности ДВК, допускающего возможность совместной работы процессора и модуля памяти разных полукомплексов, сводится к хорошо изученной в теории надежности модели мостиковой схемы [10, 11], приведенной на рис. 2, б.

Надежность (коэффициент готовности) ДВК, в соответствии с моделью по рис. 2, б, вычисляется как

$$P_0 = p_a (1 - (1 - p_p)^2) (1 - (1 - p_M)^2) + (1 - p_a) (1 - (1 - p_p p_M)^2),$$

где при заданных интенсивностях отказов  $\lambda_p, \lambda_M, \lambda_a$  и восстановлений  $\mu_p, \mu_M, \mu_a$  процессора, памяти и адаптера сопряжения соответственно имеем  $p_p = \mu_p / (\lambda_p + \mu_p)$ ,  $p_M = \mu_M / (\lambda_M + \mu_M)$ ,  $p_a = \mu_a / (\lambda_a + \mu_a)$ .

В случае невозможности совместной работы процессоров и модулей памяти разных полукомплексов надежность ДВК вычислим как

$$P_0 = (1 - (1 - p_p p_M)^2).$$

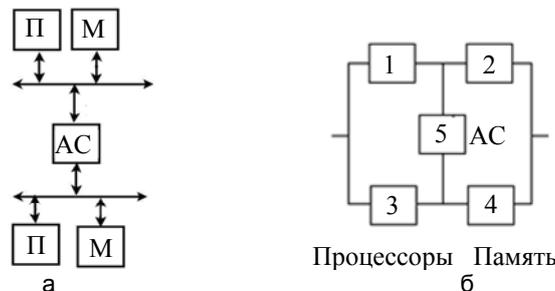


Рис. 2. Структура (а) и модель надежности (б) ДВК

Для ДВК с ограниченным восстановлением (одновременный ремонт нескольких узлов невозможен) коэффициент готовности определяется как сумма вероятностей работоспособных состояний, для нахождения которых процесс отказов и восстановлений представляется марковским процессом, при этом составляется граф переходов и уравнения Чепмена–Колмогорова, в результате решения которых и определяются искомые вероятности. При оценке вероятностей работоспособных состояний и коэффициента готовности ДВК по рис. 2, а, могут использоваться результаты, полученные в [13].

### Оптимизация структуры

При оптимизации структуры рассматриваемой вычислительной системы ищется число серверов  $n$  в локальных кластерах, число серверов  $m$  в общедоступном кластере и кратность резервирования  $N$  коммутационных узлов, обеспечивающие максимум надежности системы,  $P = \max_{m,n,N,g} P(m, n, N, g, \lambda)$ , при ограничении стоимости  $s$  ее реализации  $(Mc_0 n + c_1 N + c_2 m) \leq s$ , и условия стационарности функционирования узлов (отсутствия перегрузки узлов).

Поиск максимума  $P$  может основаться на переборе, реализуемом с использованием средств системы компьютерной математики Matchcad-15.

Целью оптимизации структуры может быть минимизация среднего времени пребывания запросов в системе [14] при ограничении средств  $s$  на ее построение,  $T = \min_{m,n,N,g} T(m,n,N,g,\lambda)$ , при этом среднее время пребывания запросов в системе вычисляется [9] как

$$T = g \left( \frac{v_0}{1 - g\lambda v_0} \right) + (1-g) \left( \frac{2v_1}{1 - \frac{((1-g)+\beta)2\lambda v_1}{N}} + \frac{v_0}{1 - \frac{((1-g)+\beta)\lambda v_0}{m}} \right), \quad (2)$$

где  $(1-g)$  – средняя доля запросов, перераспределяемых через сеть от локального кластера в общедоступный. При поиске оптимального  $g$  необходимо учитывать условие стационарного режима функционирования узлов (условие отсутствия перегрузки узлов) [9]:

$$\left( \frac{g\lambda v_0}{n} < 1 \right) \wedge \left( \frac{((1-g)+\beta)2\lambda v_1}{N} < 1 \right) \wedge \left( \frac{((1-g)+\beta)\lambda v_0}{m} < 1 \right). \quad (3)$$

При необходимости оптимизация может быть проведена по мультипликативному критерию  $r(m,n,N,g,\lambda) = \max_{m,n,N,g} (P(m,n,N) / T(m,n,N,g,\lambda))$ .

### Оптимизация процесса перераспределения запросов

При заданной структуре системы (сформированной при рассмотренной выше структурной оптимизации) проведем оптимизацию процесса распределения запросов с учетом возможности отказов и отключений исправных узлов общедоступного кластера с вероятностью  $(1-r)$ . Оптимизация проводится при заданной средней интенсивности потока запросов  $\lambda$ , поступающего в локальный кластер и при необходимости перераспределяемого через сеть в общедоступный кластер.

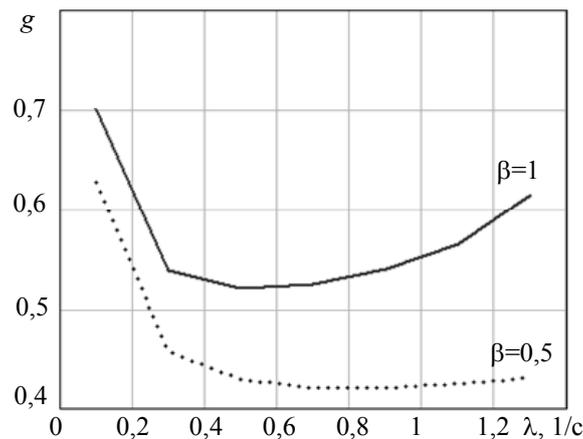


Рис. 3. Оптимальная доля запросов, перераспределяемых через сеть

В результате оптимизации процесса распределения потока запросов, поступающего в локальный кластер, ищется их доля, перераспределяемая через сеть в общедоступный кластер, при которой минимизируется среднее время пребывания запросов  $T$ .  $T = \min_g T(m,n,N,g,\lambda)$ , где при модернизации (2) и (3) имеем

$$T = g \left( \frac{v_0}{1 - g\lambda v_0} \right) + (1-g) \left( \frac{2v_1}{1 - \frac{((1-g)+\beta)2\lambda v_1}{N_c}} + \frac{v_0}{1 - \frac{((1-g)+\beta)\lambda v_0}{m_c}} \right),$$

$$\left( \frac{g\lambda v_0}{n} < 1 \right) \wedge \left( \frac{((1-g)+\beta)2\lambda v_1}{N_c} < 1 \right) \wedge \left( \frac{((1-g)+\beta)\lambda v_0}{m_c} < 1 \right)$$

при математических ожиданиях числа коммутационных узлов  $N_c$  и доступных исправных серверов общедоступного кластера, вычисляемых как

$$N_c = \sum_{i=1}^N i C_N^i p_1^i (1-p_1)^{N-i}, \quad m_c = \sum_{j=1}^m j C_m^j p_2^j (1-p_2)^{m-j},$$

$$\left( \frac{g\lambda v_0}{n} < 1 \right) \wedge \left( \frac{((1-g)+\beta)2\lambda v_1}{N_c} < 1 \right) \wedge \left( \frac{((1-g)+\beta)\lambda v_0}{m_c} < 1 \right).$$

Для примера проведем оптимизацию процесса распределения запросов при  $n = 8$  шт.,  $N = 5$  шт.,  $m = 23$  шт.;  $v_0 = 10$  с,  $v_1 = 1$  с,  $r = 0,8$ ;  $\lambda_0 = \lambda_2 = 10^{-4}$  1/ч,  $\lambda_1 = 0,5 \cdot 10^{-4}$  1/ч;  $\mu_0 = \mu_1 = \mu_2 = 1$  1/ч. Результаты поиска оптимальной доли  $(1-g)$ , распределяемых через сеть в общедоступный кластер запросов, в зависимости от интенсивности входного потока запросов  $\lambda$  1/с представлены на рис. 3 при  $\beta = 0,5$  и  $\beta = 1$ . Рост доли перераспределяемых запросов  $g$  при незначительной интенсивности  $\lambda$  потока запросов объясняется влиянием дополнительных задержек при передаче запросов через сеть, а при значительной интенсивности  $\lambda$  – перегрузкой общедоступного кластера.

### Заключение

Поставлены и решены задачи оптимизации структуры вычислительной системы и процесса перераспределения через сеть потока запросов от локальных кластеров в общедоступный кластер с учетом возможностей отказов, восстановлений и отключений серверов общедоступного кластера. Перераспределение запросов реализуется с целью минимизации среднего времени пребывания запросов при адаптации системы к отказам узлов и изменениям потока запросов.

Предложены модели надежности и массового обслуживания вычислительных систем динамического перераспределения запросов (нагрузки) между кластерами, которые могут быть использованы при оценке надежности и выборе рациональных вариантов организации перераспределения запросов в системах с объединением вычислительных ресурсов в локальные и общедоступные кластеры, связанные через сеть.

Работа выполнена на кафедре вычислительной техники НИУ ИТМО в рамках НИР «Разработка методов и средств системотехнического проектирования информационных и управляющих вычислительных систем распределенной архитектуры».

### Литература

1. Таненбаум Э., Ван Стеен М. Распределенные системы. Принципы и парадигмы. – СПб: Питер. – 2003. – 877 с.
2. Clark T. The New Data Center. New technologies are radically reshaping the data center. – Brocade Bookshelf. San Jose, 2010. – 156 p.
3. Кармановский Н.С., Гатчин Ю.А., Терентьев А.О., Федоров Д.Ю., Беккер М.Я. Информационная безопасность при облачных вычислениях: проблемы и перспективы // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2011. – № 1 (71). – С. 97–102.
4. Богатырев В.А. К повышению надежности вычислительных систем на основе динамического распределения функций // Изв. вузов. Приборостроение. – 1981. – № 8. – С. 62–65.
5. Богатырев В.А. Распределение заданий в многомашинных вычислительных системах // Изв. вузов. Приборостроение. – 1986. – № 5. – С. 43–47.
6. Богатырев В.А. Надежность функционально-распределенных резервированных структур с иерархической конфигурацией узлов // Изв. вузов. Приборостроение. – 2000. – № 4. – С. 67–70.
7. Богатырев В.А. Надежность вычислительных систем с функциональной реконфигурацией на основе перераспределения задач // Информационные технологии. – 2001. – № 7. – С. 22–27.
8. Богатырев В.А., Богатырев С.В. Объединение резервированных серверов в кластеры высоконадежной компьютерной системы // Информационные технологии. – 2009. – № 6. – С. 41–47.
9. Bogatyrev V.A., Golubev I.Y., Bogatyrev S.V. Optimization and the Process of Task Distribution between Computer System Clusters // Automatic Control and Computer Sciences. – 2012. – V. 46. – № 3. – P. 103–111.
10. Гуров С.В., Половко А.М. Основы теории надежности. – СПб: БХВ-Петербург, 2006. – 704 с.
11. Черкесов Г.Н. Надежность аппаратно-программных комплексов. – СПб: Питер, 2005. – 479 с.
12. Bogatyrev V.A. Exchange of Duplicated Computing Complexes in Fault tolerant Systems // Automatic Control and Computer Sciences. – 2011. – V. 46. – № 5. – P. 268–276.
13. Богатырев В.А., Башкова С.А., Беззубов В.Ф., Голубев И.Ю., Котельникова Е.Ю., Полякова А.В. Надежность дублированных вычислительных комплексов // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2011. – № 6. – С. 74–78.
14. Алиев Т.И. Основы моделирования дискретных систем. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2009. – 363 с.

- Богатырев Владимир Анатольевич* – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор технических наук, профессор, Vladimir.bogatyrev@gmail.com
- Богатырев Анатолий Владимирович* – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант, gangleon@gmail.com Vladimir.bogatyrev@gmail.com
- Голубев Иван Юрьевич* – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант, www.golubev@mail.ru
- Богатырев Станислав Владимирович* – ООО «Айти Хаус», главный инженер; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант, realloc@gmail.com Vladimir.bogatyrev@gmail.com