

УДК 371.26

**АВТОМАТИЗАЦИЯ СОСТАВЛЕНИЯ ЗАДАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ  
МЕТОДОМ ВАРИАЦИИ ПАРАМЕТРОВ**

Е.В. Костюченко

В работе освещены методические аспекты автоматического выбора параметров при составлении типовых заданий по математике. Как следствие, сформулированы необходимые с точки зрения математика-методиста требования к обеспечивающей автоматизацию технической системе. Рассмотренный подход может использоваться в других дисциплинах, допускающих аналогичную формализацию контрольно-измерительных материалов.

**Ключевые слова:** генерация заданий, метод вариации параметров, система генерации вариантов.

**Введение**

Современное образование все быстрее движется по пути оптимизации затрат квалифицированного труда преподавателей. Это с неизбежностью влияет на контролирующий процесс, где меньше времени отводится традиционным формам контроля при увеличении доли самостоятельно выполняемых работ и применении электронных систем тестирования. Одновременно совершенствуется коммуникативное поле студентов и учащихся школ, в силу чего многократное использование одних и тех же контрольно-измерительных материалов искажает результаты контроля. Составление заданий вручную – трудоемкий и высокочувствительный к ошибкам составителя процесс, результаты которого требуют дополнительных затрат на переформатирование при использовании в разных условиях. Применение средств автоматизации позволяет разрабатывать не задание в отдельности, а его шаблон с переменными параметрами. Задача машины – перебрать значения параметров и дать на выходе комплект однотипных, но отличающихся друг от друга заданий. Преимуществами подхода становятся высокая производительность и хорошая защищенность от рутинных ошибок. Недостаток – информационный барьер, состоящий в необходимости предварительного освоения среды разработки (системы генерации вариантов).

Задача построения системы генерации вариантов (СГВ) не нова. Первые из известных автору решений, опубликованных в нашей стране, получены приблизительно двадцать лет назад. Большая часть разработок делалась применительно к школьной программе, хотя прогресс последних лет не обошел математические дисциплины в вузах. Краткий обзор современных достижений дан в [1]. Различные подходы к проблеме отражены в [2–5]. Тем не менее, львиная доля существующих СГВ не выходит из сферы своего локального применения, не отражена в публикациях, и судить о размерах этого айсберга можно лишь по косвенным упоминаниям. Из-за недостаточного обмена опытом и множества частных решений более или менее универсальный подход к построению СГВ на сегодняшний день не сформирован. Настоящая работа призвана сделать шаг в этом направлении.

**Метод вариации параметров**

Разнообразие генерируемых из одного шаблона вариантов задания достигается путем автоматической вариации указанных в нем целочисленных параметров. Это не значит, что итоговые задания могут различаться только числовыми данными. Меняться в зависимости от значений параметров могут символичные строки и даже формулировки задания в целом. Ярко выраженная однотипность получается при изменении в условиях только числовых данных, но не является следствием метода вариации как такового. Один хорошо методически проработанный шаблон может порождать различные по структуре задания, а чередование нескольких шаблонов позволяет получать варианты, уже практически неотличимые от составленных вручную.

Параметризация заданий по математике является сложной методической задачей со специфическими особенностями. Прежде всего, необходимо в некотором принятом за основу задании определить допускающие изменения составляющие. Ими могут быть как числовые данные, так и структурные элементы, вплоть до перечня близких по смыслу формулировок. Переменным составляющим следует сопоставить набор числовых параметров так, чтобы каждый из наборов их значений однозначно соответствовал одной из допустимых модификаций задания. Тем самым предварительно очерчивается область допустимых значений параметров.

Рассмотрим пример из курса математического анализа, в котором требуется найти предел функции:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x}}{x}$ . Студентам могут быть известны несколько способов решения, но ответом является число, что удобно как для ручной, так и для автоматической проверки (контрольные задания в большинстве разделов математики допускают постановку, приводящую к числовому ответу). Заметим, что смысл

задания сохраняется при любом целом значении параметра  $a$ , натуральном  $c$  и  $b=c^2-a$ , если их подставить в выражения  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x+b}-c}{x-a}$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x-a}{\sqrt{x+b}-c}$  и  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{c-\sqrt{x+b}}{x-a}$ . Разумеется, не следует брать громоздкие числа. Здесь вполне достаточно менять  $a$  от  $-9$  до  $9$  и  $c$  от  $1$  до  $10$ . Можно исключить  $a=0$  и ограничить  $b$  по абсолютной величине (или уменьшить диапазон изменения  $c$ ), затем добавить формулу для ответа, и шаблон готов к внесению в СГВ.

Шаблоны с двумя параметрами очень просты и используются редко. Рассмотренный пример можно продолжить: варьировать количество слагаемых и корней, квадратные корни заменить переменными дробными степенями и т.д. При этом необходимо:

- контролировать сочетания значений, приводящие к вырожденным или некорректным ситуациям;
- сохранять единый уровень трудоемкости типовых заданий;
- следить за тем, чтобы разные наборы параметров не давали практически одинаковые результаты.

Последние два пункта хорошо иллюстрируются обычными трудностями с едва ли не самым пространственным объектом генерации в математике – системами линейных алгебраических уравнений. Если предполагается решение методом Гаусса, то наличие «хороших» коэффициентов и ответов (т.е. целых и небольших по абсолютной величине) вовсе не гарантирует отсутствия трехзначных чисел в промежуточных выкладках даже для системы из трех уравнений. При этом в некоторых вариантах система может решаться буквально на первом шаге. Далее, разные наборы параметров без специального контроля могут давать системы, отличающиеся друг от друга перестановкой строк, или обозначением неизвестных, и т.п. Множество всевозможных нюансов учитывается путем тщательного отбора допустимых значений параметров при создании шаблона и посредством дополнительных тестовых условий при его отладке. Базовые возможности СГВ, позволяющей методисту выполнять эту работу, рассмотрены в следующем разделе.

### Требования к СГВ

СГВ – это совокупность программных средств, обеспечивающих обработку введенного составителем шаблона с получением на выходе различных вариантов задания. В состав СГВ включаются также средства ввода и хранения шаблонов, комплектования контрольно-измерительных материалов и выдачи их в требуемом формате. Выбор вспомогательных технологий зависит от контекста использования системы и часто так же неоднозначен, как выбор между визуальной средой редактирования, наподобие MS Word, и TeX-нотацией.

По принципу работы СГВ условно делятся на два класса. Первый класс – простейшие – генерируют шаблонные задания независимо, без учета меры их различия. Значения параметров в таких СГВ обычно подбираются с помощью датчика псевдослучайных чисел. СГВ второго класса позволяют создавать комплекты с максимально различающимися заданиями. Оценка различий выполняется соответственно принятой в системе метрике и специальными указаниям методиста. СГВ второго класса не генерируют «на лету», а создают базу всевозможных заданий для каждого шаблона и формируют комплекты путем извлечения из нее выборки на основе оценок разнообразия. Однократность обработки дает преимущество в возможности составления ресурсоемких шаблонов.

Перспективной является разработка СГВ второго класса, позволяющих методисту вне зависимости от условностей инструментальной среды выполнять следующие действия:

- указывать диапазон изменения целочисленных параметров;
- использовать переменные (целочисленные, с плавающей точкой и символьные строки);
- работать с одномерными и двумерными массивами;
- вводить функции, зависящие от параметров и переменных, и использовать возвращаемые ими значения наравне с параметрами;
- задавать условия допустимости набора значений параметров;
- задавать специальную числовую характеристику (вес) параметров и переменных, чьи значения критичны для определения меры различия наборов значений;
- разбивать параметры на группы, проверять допустимость их значений по условиям для каждой группы в отдельности, а затем проверять условия на параметры в совокупности (этот пункт важен при большом количестве параметров, сплошной перебор по диапазону которых нецелесообразен, а подчас и невыполним);
- оформлять текст заданий с формулами, таблицами и графиками, включая в него ссылки на подлежащие генерации данные;
- давать несколько формулировок задания на базе одного набора параметров с указанием режима обращения к ним: либо чередовать в разных вариантах, либо обращаться адресно, как, например, к ответам и проверочным материалам;
- получать перечень сгенерированных заданий и сопутствующую техническую информацию (максимально возможное количество вариантов, частоты принимаемых параметрами значений и пр.).

Как видно из требований, в основе СГВ лежит адаптированный язык программирования, который по возможностям математических расчетов сравним с языком программирования общего назначения. Необходимость программирования резко ограничивает круг методистов, потенциально заинтересованных в возможностях автоматизации. В полной мере этот барьер непреодолим, но сделать его минимальным – основная задача разработчиков СГВ.

#### **Заключение**

Данное в работе описание характеристик технической системы, обеспечивающей генерацию типовых вариантов, может быть использовано при разработке таких систем применительно к конкретным условиям. Одним из результатов автора в этой области является интегрированная вычислительная среда «Математический практикум» (свидетельство о регистрации № 2005610503 от 24.02.2005 г.). С ее помощью были созданы тесты по математике для системы дистанционного обучения НИУ ИТМО. Опыт подтвердил эффективность метода вариации параметров и показал возможность его использования при составлении высококачественных контрольно-измерительных материалов, в которых различие вариантов не исчерпывается только числовыми значениями. Вопрос создания доступных и понятных широкому кругу пользователей системы генерации вариантов на сегодняшний день остается открытым.

#### **Литература**

1. Гинко В.И., Гинко М.С. Автоматизация обучения и контроля знаний с использованием скриптовых технологий для генерации задач (в АСУ образовательного назначения) // Научный поиск. – 2012. – № 3 (5). – С. 48–51.
2. Посов И.А., Рукшин С.Е. Генерируемые задачи в системе для организации удаленной работы с задачами // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2010. – № 5 (69). – С. 130.
3. Братчиков И.Л. Генерация тестовых заданий в экспертно-обучающих системах // Вестник РУДН. – 2012. – № 2 – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://imp.rudn.ru/vestnik.aspx?id=2012\\_2/](http://imp.rudn.ru/vestnik.aspx?id=2012_2/), свободный. Яз. рус. (дата обращения 24.03.2013).
4. Кручинин В.В., Магазинников Л.И., Морозова Ю.В. Модели и алгоритмы компьютерных самостоятельных работ на основе генерации тестовых заданий // Известия ТПУ. – 2006. – № 8 – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://cyberleninka.ru/article/n/modeli-i-algoritmy-kompyuternyh-samostoyatelnyh-rabot-na-osnove-generatsii-testovyh-zadaniy/>, свободный. Яз. рус. (дата обращения 24.03.2013).
5. Кулик А.С., Чухрай А.Г., Вагин Е.С., Педан С. И. Формализация генерации заданий для комплекса интерактивных web-тестов по математике // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2010. – № 7 (48). – С. 86–89.

*Костюченко Евгений Викторович* – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат физ.-мат. наук, доцент, [ev28@yandex.ru](mailto:ev28@yandex.ru)