УДК 681.7.06; 681.7.068.4

РАСЧЕТ КАНАЛЬНОГО ОПТИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА С ПРОИЗВОЛЬНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ ЭРМИТОВОГО НАБОРА В-СПЛАЙНОВ

Г.Б. Дейнека, В.С. Серебрякова

Приведена универсальная методика расчета параметров канальных волноводов с произвольным распределением показателя преломления из первых принципов. В качестве алгоритма предложен метод конечных элементов с использованием эрмитового набора В-сплайнов. Приведены результаты расчета предлагаемым методом полоскового оптического волновода с заданным профилем показателя преломления различной геометрической конфигурации. Произведено сравнение полученных результатов с результатами расчетов известными численными методиками.

Ключевые слова: канальные оптические волноводы, профиль показателя преломления, метод конечных элементов, В-сплайны, компьютерное моделирование.

Введение

Канальные оптические волноводы лежат в основе большинства современных устройств интегральной оптики (переключатели, разветвители, модуляторы, поляризаторы, мультиплексоры и др.). Расчет параметров таких волноводных структур является ключевым при проектироании и создании интегрально-оптических элементов с заданными свойствами (геометрическая конфигурация, профиль показателя преломления, размер поля моды, потери, коэффициент деления для ветвителей, количество мод, поддерживаемых волноводом, и т.д.). Существуют различные методы численного моделирования распространения излучения в канальных волноводах, такие как метод конечных элементов [1–7], метод конечных разностей [8–9], метод лучевого распространения [10], ВКБ метод [11], метод эффективного показателя преломления [12], векторные методы [13–14] и др. [15–16], но каждый из них имеет свои ограничения в области применения в зависимости от постановки задачи. Программные платформы, реализующие в виде компьютерного моделирования эти методы, в основном используют весьма трудоемкий и неоднозначный способ построения неравномерных сеток с триангулярными элементами.

В настоящей работе предлагается метод расчета канальных оптических волноводов, использующий равномерную сетку финитных элементов. Физическая модель основана на решении уравнения Гельмгольца и является универсальным средством для расчета волноводов различной конфигурации. Эта методика позволяет рассчитывать такие параметры, как количество мод, интеграл перекрытия полей, а также визуализировать поля в сечении волновода.

Теоретическая часть

В работе использован эрмитовый базис В-сплайнов [17–18]. Эрмитовый набор функций представляет собой кусочно-гладкие функции, образованные из полиномов третьего порядка. Набор состоит из двух функций f_0 и f_1 , центрированных на каждом узле в одном измерении. Одним из важнейших свойств этого базиса является возможность применения его для аппроксимации различных функций без решения различного рода матричных задач. В одномерном случае набор B-сплайнов $f(x)$ состоит из двух функций, центрированных на каждом узле:

$$f^0(x)=\begin{cases}0,\ \text{при}\ |x|>1,\\(x-1)(x-1)(1+2x),\ \text{при}\ x\geq 0,\\(1+x)(1+x)(1+2x),\ \text{при}\ x<0,\end{cases}\qquad f^1(x)=\begin{cases}0,\ \text{при}\ |x|>1,\\(1-x)(1-x)x,\ \text{при}\ x\geq 0,\\(1+x)(1+x)x,\ \text{при}\ x<0.\end{cases}$$

Так, если во всех узлах j известны значения некоторой функции $F(j)$ и ее производной $F'(j)$, то эти величины и являются коэффициентами разложения функции f по эрмитовому базису B-сплайнов:

$$F(x)\approx\sum_j F_j f^0(x-j)+\sum_j F_j^{'} f^1(x-j)$$

Вид функций эрмитового набора f^0 и f^1 и их расположение по узлам представлены на рис. 1.

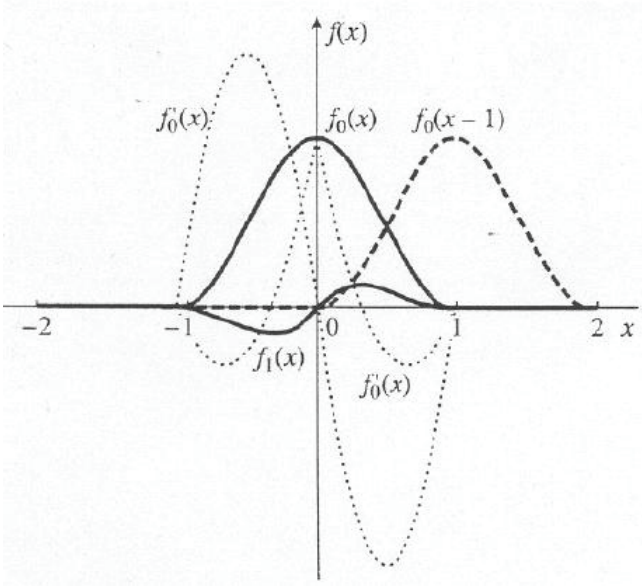

Рис. 1. Общий вид функций эрмитового набора B-сплайнов и их производных

Аппроксимационные свойства этих базисных функций исследованы на широком спектре одно- и двумерных задач квантовой механики [18, 19] и показали хорошие результаты как при прямых аппроксимациях, так и при использовании различных вариационных принципов. Упоминание квантовой механики не случайно, так как уравнение Гемгольца в оптике, которое является основой моделирования оптических волноводов, полностью аналогично уравнению Шредингера в квантовой механике. Использование описанных выше сплайнов возможно как в аналитическом (в основном при интегрировании со степенными функциями), так и в численном виде. В последнем случае для интегрирования используется семиточечная формула [20], которая дает точные результаты при интегрировании полиномов до седьмой степени включительно. Особенно эффективно применение базиса B-сплайнов при решении двумерных задач. Обычная практика применения триангулярных квадратичных элементов [1–3, 8, 9, 13, 14] в качестве финитных функций связана с весьма неоднозначным процессом разбиения пространства на треугольные области. Конструирование финитных элементов более высокого порядка, чем линейные, требует владения весьма трудоемкой техникой. Применение в качестве базиса гладких B-сплайнов избавляет от необходимости построения на каждом узле индивидуальной базисной функции и сводится к построению равномерной сетки, в каждом узле которой находится произведение функций типа [19]

$$f_i^{h1}(x)f_i^{h2}(y)=\psi_{i,j}^{h1,h2}=\psi_k,$$

где k – обобщенный индекс ($h1$, $h2$, i, j). Общий вид двумерных B-сплайнов приведен на рис. 2. В двумерном случае в одном узле находятся четыре сплайна.

Как уже было отмечено, с развитием техники оптической связи большое распространение получили волноводные оптические элементы, связанные с разветвлением, модуляцией, изменением поляризации, фазы и других параметров оптического сигнала. Основой для изготовления таких интегрально-оптических элементов служат канальные (или полосковые) волноводы, когда показатель преломления волноводного слоя полоски превышает показатель преломления подложки. Важной задачей является определение модового состава и формы распределения поля в основных модах. Последнее особенно важно для определения потерь при стыковке различных оптических элементов между собой или с оптическими волокнами. Пример канального оптического волновода показан на рис. 3.

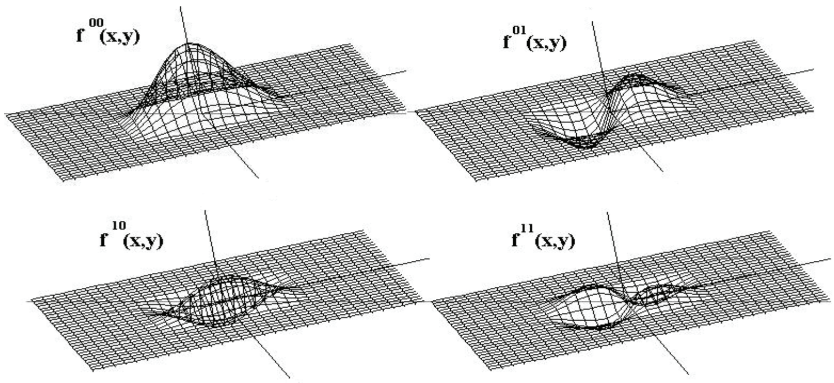

Рис. 2. Набор двумерных B-сплайнов

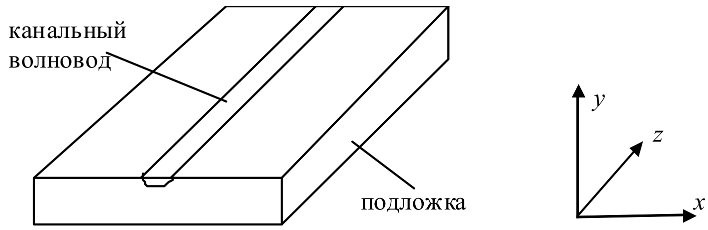

Рис. 3. Простейший вид канального волновода на подложке

Рассмотрим световую волну, распространяющуюся по оптическому волноводу с произвольным показателем преломления в направлении z, а вектор напряженности электрического поля лежит в плоскости (x,y):

$$E(x,y,z) = E_m(x,y)\exp(i(k_z - \omega t)),$$

где $k_z = n_{eff}k_0$ – постоянная распространения, $k_0 = 2\pi/\lambda$ – волновое число в свободном пространстве. При этом $E_m = (x,y)$ является решением уравнения Гельмгольца [21]

$$HE = \gamma E,$$

где $H = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_0 n(x,y)^2$, $\gamma = k_0 n_{eff}^2$, $n = n(x,y)$ – профиль показателя преломления в плоскости XOY, n_{eff} – эффективный показатель преломления. Представление $E(x,y)$ в виде $E(x,y) = \sum_k C_k \psi_k(x,y)$ и ведет к матричной обобщенной задаче на собственные значения и собственные функции [19]:

$$\sum_{k=0}^{M} C_k H_{n,k} = \gamma S_{n,k} C_n,$$

где $H_{n,k} = \int\limits_{x_{\min},\, y_{\min}}^{x_{\max},\, y_{\max}} \psi_n(x,y) H \psi_k(x,y)dydx$, $S_{n,k} = \int\limits_{x_{\min},\, y_{\min}}^{x_{\max},\, y_{\max}} \psi_n(x,y)\psi_k(x,y)dydx$, M – число базисных функций.

Результаты моделирования

На рис. 4 приведен тестовый пример распределения показателя преломления канального волновода для оценки точности применяемого метода вычисления размера модовых полей и распределений интенсивности светового поля [3].

Пусть показатель преломления подложки n_s =3,40, волновода – n_f = 3,44, а показатель преломления покровного слоя воздуха n_c = 1, длина волны λ = 1,55 мкм; W = 3,0, h+t = 1, X_s = 3,0, Y_s=5, Y_c = 1 – линейные размеры в микрометрах. В таблице приведено сравнение результатов наших расчетов эффективного показателя преломления n_{eff} с результатами тестовых расчетов, полученных различными численными методами. В таблице приняты следующие обозначения: VFEM (Vector-H finite element method) – векторный метод конечных элементов с триангулярной неравномерной сеткой [14]; SDFM (Semivectorial polarized finite difference method) – векторный метод конечных разностей [13]; SFEM (Scalar finite element method) – скалярный метод конечных элементов с триангулярной неравномерной сеткой [3], в котором число триангулярных элементов Ne =240, число искомых параметров Nc=519; B-spline – метод конечных элементов с равномерной сеткой на базисе двумерных B-сплайнов (рис. 2), где число базисных функций (искомых параметров) Ne=480, число узлов Nc=120. Сравнение показывает, что B-сплайны позволяют использовать равномерную сетку с точностью не хуже, чем в случае специального подбора триангулярной неравномерной сетки. При этом увеличение точности определяется только одним параметром – количеством узлов, а трудоемкость задачи, которая определяется числом искомых параметров, гораздо меньше, чем в случае специально подобранной сетки.

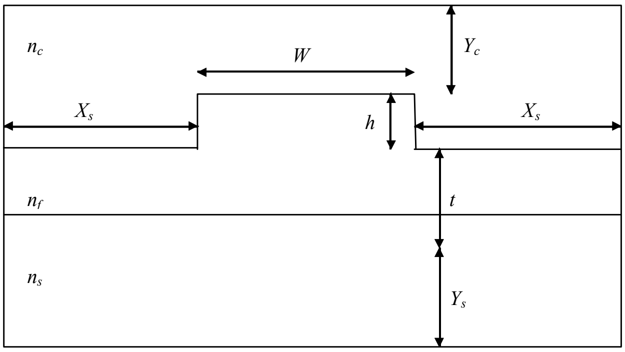

Рис. 4. Тестовый пример распределения $n(x,y)$

t, мкм	n_{eff}			
	VFEM	SFDM	SFEM	**B-spline**
0	3,4121	3,41188	3,41204	**3,411988**
0,1	3,4122	3,41200	3,41214	**3,419209**
0,2	3,41235	3,41217	3,41229	**3,412254**
0,3	3,41255	3,41240	3,41249	**3,412470**
0,4	3,41285	3,41271	3,41276	**3,412761**
0,5	3,41315	3,41310	3,41311	**3,413136**
0,6	3,41365	3,41358	3,41353	**3,413572**
0,7	3,4141	3,41415	3,41404	**3,414028**
0,8	3,41475	3,41485	3,41468	**3,414670**
0,9	3,4156	3,41568	3,41553	**3,415409**

Таблица. Значения эффективного показателя преломления для основной моды тестового распределения показателя преломления $n(x,y)$, рассчитанные различными методами

На рис. 5 приведено рассчитанное с помощью методики B-сплайнов распределение интенсивностей поля в канальных волноводах с различными профилями показателя преломления (рис. 4).

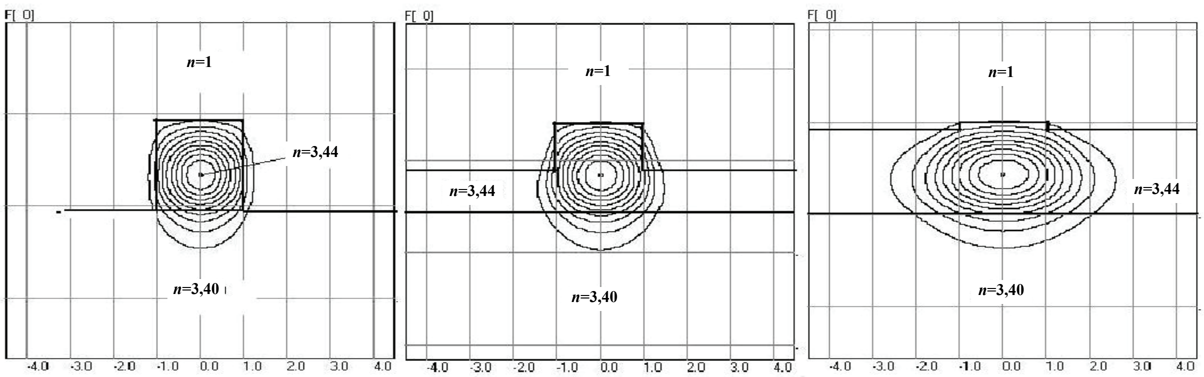

Рис. 5. Распределение интенсивности поля для различных профилей показателя преломления полоскового волновода

Заключение

Методика B-сплайнов позволяет рассчитывать волноводы с произвольным профилем показателя преломления и произвольной геометрией построения световодной структуры. Точность расчетов методом B-сплайнов сопоставима с точностью результатов известных проверенных методик (векторный/скалярный метод конечных элементов, метод конечных разностей и др.), а в некоторых случаях даже превосходит их.

Основным достоинством предлагаемой методики является применение в качестве базиса эрмитового набора гладких В-сплайнов, аппроксимирующие свойства которых позволяют использовать равномерную сетку, где в каждом узле находятся одномерные базисные функции. Это, на наш взгляд, имеет преимущество перед обычной практикой применения триангулярных квадратичных элементов в качестве финитных функций, связанной с весьма неоднозначным процессом разбиения пространства на треугольные области. Таким образом, метод В-сплайнов является универсальным средством для расчета волноводов с произвольным распределением показателя преломления, это высокоточный и производительный метод.

Литература

1. Koshiba M., Hayata K., Suzuki M. Approximate scalar finite-element analysis of anisotropic optical waveguides // Electronics Lett. – 1982. – V. 18. – № 10. – P. 411–412.
2. Koshiba M., Hayata K., Suzuki M. Improved finite-element formulation in terms of the magnetic field vector for dielectric waveguide // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 1985. – V. MTT-33. – № 3. – P. 227–232.
3. Koshiba M., Saitoh H., Eguchi M., Hirayama K. Simple scalar finite element approach to optical rib waveguide // IEEE Proc.-J. – 1992. – V.139. – № 2. – P. 166–171.
4. Rahman B.M.A., Davies J.B. Finite-Element Solution of Integrated Optical Waveguides // J. of lightwave technology. – 1984. – V. LT-2. – № 5. – P. 682–687.
5. Franco M. A. R., Passaro A., Neto F.S. Modal Analysis of Anisotropic Diffused-Channel Waveguide by a Scalar Finite Element Method // IEEE Transactions on Magnetics. – 1998. – V. 34. – № 5. – P. 2783–2786.
6. Mabaya N., Lagasse P.E., Vandenbulcke P. Finite element analysis of optical waveguide // IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques. – 1981. – V. MTT-29. – № 6. – P. 600–605.
7. Popescu V.A. Determination of propagation constants in a $TiLiNbO_3$ optical waveguide by using finite element and variational methods // Optical Communications. – 2005. – V. 250. – P. 274–279.
8. Vassallo C. Improvement of finite difference methods for step-index optical waveguide. // IEEE Proc.-J. – 1992.– V.139. – № 2. – P. 137–142.
9. Chaudhuri P.R., Ghatak A.K., Pal B.P., Lu C. Fast convergence and higher-order mode calculation of optical waveguide: perturbation method with finite difference algorithm // Optics and Laser technology. – 2004. – V. 37. – P. 61–67.
10. Wachter C., Palme M., Schreiber P. Applications of standard BPM algorithms // SPIE. – 1997. – V. 2997. – P. 220–231.
11. Zh. Cao, Li Zhan, Y. Chen. Improved WKB method // SPIE. – 1996. – V. 2891. – P. 289–295.
12. Chakraborty R., Biswas J.C., Lahiri S.K. Analysis of directional coupler electro-optic switches using effective-index-based matrix method // Optics Communications. – 2003. – V. 219. – P. 157–163.
13. Stern M.S. Semivectorial polarized finite difference method for optical waveguide with arbitrary index profile // IEE Proc.-J, Optoelectron. – 1988. – V. 135. – P. 56–63.
14. Rahman B.M.A., Davies J.B. Vector-H finite elemet solution of GaAs/GaAlAs rib waveguide// IEE Proc.-J, Optoelectron. – 1985. – V. 132. – P. 349–353.
15. Sharma A., Meunier J.-P. On the modal analysis of optical waveguides using approximate methods // Optics Communications. – 2007. – V. 281. – P. 592–599.
16. Lo K.-M., Li E.H. Cutoff frecuency of quasi-vector mode of optical waveguide with arbitrary refractive index profile // SPIE. – 1998. – V. 3283. – P. 921–929.
17. Марчук Г.И., Агошков В.И. Введение в проекционно-сеточные методы. – М: Наука, 1981.
18. Дейнека Г.Б. Применение эрмитового базиса В-сплайнов для решения двухатомных молекулярных задач методом Хартри–Фока–Дирака // Оптика и спектроскопия. – 1998. – Т. 84. – № 2. – С. 198–203.
19. Deineka G.B. 2D model of H^+ and H(1s) collision: application to charge transfer // International Journal of Quantum Chemistry. – 2006. – V. 106. – № 10. – P. 2262–2267.
20. Корн Г.А., Корн Т.М. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1973. – 831 с.
21. Тамир Т. Волноводная оптоэлектроника. – М: Мир, 1999. – 574 с.

Дейнека Геннадий Борисович – Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат физ.-мат. наук, доцент, gdeineka@yahoo.com

Серебрякова Владлена Сергеевна – Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант, vlladllena@mail.ru