

5. Kalitkin N.N. *Chislennyye metody* [Numerical methods]. Moscow, Nauka Publ., 1978, 512 p.
6. Luk'yanenko S.O. *Adaptivni obchislnyval'ni metodi modelyuvannya ob'ektiv z rozpodilennimi parametrami* [Adaptive computational methods of modeling objects with distributed parameters]. Kiev, Politekhnik Publ., 2004, 236 p. (In Ukr.)
7. Marchuk G.I. *Metody vychislitel'noi matematiki* [Methods of computational mathematics]. Moscow, Nauka Publ., 1977, 456 p.
8. Tikhonov A.N., Samarskii A.A. *Uravneniya matematicheskoi fiziki* [Mathematical physics equation]. Moscow, Nauka Publ., 1977, 735 p.
9. *65G – stal' konstruktсионnaya resorno-pruzhinnaya. Marochnik stali i splavov* [65G - structural steel spring-spring. Grade guide of Steel and Alloys]. Available at: http://www.splav.kharkov.com/mat_start.php?name_id=265 (accessed 07.11.2013).
10. Mikhaилоva I.Yu. Sposib funktsional'nogo testuvannya tochnosti rezul'tativ, otrimanikh z vikoristannyam adaptivnoi sitki [Method of functional testing of the accuracy of the results obtained by using adaptive grids]. *Matematichne ta komp'yuterne modelyuvannya. Ser. Tekhnichni nauki*, 2012, no.7, pp. 124–132. (In Ukr.)

- Лукьяненко Святослав Алексеевич** – доктор технических наук, профессор, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Киев, Украина, lukian@aprodos.kpi.ua
- Михайлова Ирина Юрьевна** – ассистент, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Киев, Украина, imikh@aprodos.kpi.ua
- Svyatoslav Luk'yanenko** – D.Sc., Professor, National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine, lukian@aprodos.kpi.ua
- Irina Mykhailova** – assistant, National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine, imikh@aprodos.kpi.ua

УДК 532.542.4:533.6.011.32:612.215.41

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКА ВОЗДУХА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ОТСОЕДИНЕННЫХ ВИХРЕЙ

А.А. Воронин^а, Г.Н. Лукьянов^а, Е.В. Фролов^а

^а Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург, Россия, ale_vor@rambler.ru

Приведен краткий обзор основных математических моделей описания потоков жидкостей и газов, от модели пути смешения Прандтля до одно- и двухпараметрических дифференциальных RANS-моделей, а также нестационарных моделей крупных LES- и отсоединенных DES-вихрей. Последний тип моделей, впервые предложенный П. Спалартом в 1997 г., позволил объединить преимущества моделей LES и RANS, что впоследствии расширило область применения нестационарных математических моделей к описанию потоков жидкостей и газов. Авторы исследования приводят математическую формулировку моделей DES, подробно останавливаясь на принципиальных отличиях данных методов от моделей RANS.

Также приведен вид трехмерной геометрической модели носовой полости человека, полученной на основе данных компьютерной томографии с использованием программного пакета Mercury Amiga. После сегментации данной модели с помощью программного пакета Altair Hypermesh была построена объемная нерегулярная сетка из $1,5 \times 10^7$ конечных элементов, на основе которой произведен нестационарный расчет параметров потока (программный пакет Ansys Fluent). Приведены полученные в результате расчета поля скоростей потока для вдоха и выдоха. Использование подробной расчетной сетки и нестационарной модели DES позволило выделить внутри потока отдельные мелкомасштабные вихревые структуры.

Авторами разработана твердотельная модель носовой полости, на основе которой были проведены экспериментальные исследования процесса дыхания. Измеренные значения перепада давления потока в преддверии носа показали удовлетворительное согласие с соответствующими расчетными данными, и был сделан вывод о возможности применения моделей DES для моделирования течений жидкостей и газов в каналах нерегулярной формы.

Ключевые слова: численное моделирование воздушных потоков, метод отсоединенных вихрей, турбулентность.

DETACHED-EDDY SIMULATION OF TURBULENT AIRFLOW

A. Voronin^а, G. Luk'yanov^а, E. Frolov^а

^а Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, postgraduate, Saint Petersburg, Russia, ale_vor@rambler.ru

A brief survey of the most significant mathematical models of the air and fluid flows from Prandtl's mixing length layer theory to RANS models with one and two differential equations, as well as unsteady LES and DES models is given. Detached-eddy simulation was first proposed by P. Spalart in 1997 and combined the main advantages of LES and RANS methods which gave the researchers the possibility to widen the sphere of such models application. The authors give the basic mathematical description of DES models paying special attention to the most important differences between DES and RANS models. The 3D geometrical model of human nasal cavities obtained from computer-aided tomography data using Mercury Amira program is also given. The 3D unstructured mesh with $1,5 \times 10^7$ finite elements was constructed after the segmentation using Altair Hypermesh software had been finished. The mesh was used to set up an unsteady simulation of airflow inside the obtained geometrical model. Application of DES method on the mesh of a good quality made it possible to distinguish the

small-scale turbulent swirls inside the flow. A solid-state model of human nasal cavities for experimental investigation of the breathing process was designed. The measured values of the pressure drops inside the model during breathing simulation showed good correlation with results obtained from the numerical calculations using Ansys software. The conclusion was made that DES models may be used for flows simulation of liquids and gases in non-regular shaped channels.

Keywords: airflow computational modeling, detached-eddy simulation, turbulence.

Введение

Численное моделирование турбулентных течений жидкостей и газов представляет собой весьма сложную и одновременно актуальную задачу, возникающую в различных областях науки и техники. Разработка и последующее внедрение в научно-техническую практику различных математических моделей турбулентности происходило в ответ на возникновение новых, принципиально более сложных задач расчета турбулентных течений, связанных с моделированием высокоскоростных потоков воздуха в аэрокосмических приложениях, определением параметров атмосферных циркуляционных вихрей и др.

С 1925 г., когда Л. Прандтлем была предложена первая математическая модель, позволяющая осуществлять расчет осредненных уравнений Навье–Стокса для движения жидкости посредством моделирования турбулентной вязкости через параметр пути смешения, различными исследователями было предложено множество моделей турбулентности, широко используемых в различных инженерных приложениях: алгебраические модели, RANS (Reinolds Averaged Navier-Stokes) модели с одним и двумя дифференциальными уравнениями для определения турбулентной вязкости, RSM (Reinolds Stress Modeling) модели рейнольдсовых напряжений, а также более совершенные модели LES (Large Eddy Simulation – модели крупных вихрей) и многие другие. При этом, несмотря на то, что разработка моделей RANS и LES происходила фактически одновременно, использование последних для расчета широкого спектра течений на сегодняшний день не представляется возможным по причине недостаточного уровня развития имеющихся в распоряжении исследователей вычислительных мощностей.

Указанная сложность была во многом преодолена, когда в 1997 г. П. Спаларт [1] предложил метод DES (Detached Eddy Simulation – моделирование отсоединенных вихрей), представляющий собой численное решение трехмерных нестационарных уравнений с использованием единой модели турбулентности, которая действует как подсеточная модель в областях с высоким сеточным разрешением и как модель URANS (Unsteady RANS – формулировка моделей RANS для расчета нестационарных задач) в областях, где сеточное разрешение недостаточно [2]. Основная концепция метода DES состоит в использовании модели LES для области свободного течения и моделей RANS для пограничных слоев, а также в качестве подсеточных функций. Это позволяет избежать чрезмерного дробления расчетной сетки в пристеночных областях и, таким образом, получать достаточно точное нестационарное решение гидродинамической задачи при сохранении приемлемого уровня затрат вычислительных ресурсов.

При этом, если в первоначальной формулировке, данной П. Спалартом, в качестве RANS-модели использовалась однопараметрическая модель SA (Spalart-Allmarès – модель Спаларта–Аллмареса), то в модели DES, представленной в работах [2, 3], предполагалось использование двухпараметрической RANS-модели SST (Shear Stress Transport – модель сдвиговых напряжений Ментера [4]).

В последующие годы были предложены усовершенствованные модификации модели DES – DDES (Delayed Detached Eddy Simulation) [5] и IDDES [6] (Improved Delayed Detached Eddy Simulation), позволившие распространить использование методов DES на моделирование широкого круга безотрывных течений. Такая универсализация открывает ряд новых возможностей для приложения методов DES к нестационарному моделированию турбулентных потоков.

В настоящем исследовании было осуществлено моделирование турбулентных течений в областях нерегулярной формы при помощи метода DES-SST, произведен сравнительный анализ полученных результатов и соответствующих экспериментальных данных.

Математическое описание модели отсоединенных вихрей

Для описания движения жидкости как сплошной среды используется система уравнений Навье–Стокса, включающая в себя уравнение неразрывности, а также уравнения для трех компонент скорости потока [7].

Уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} = 0. \quad (1)$$

Уравнения движения:

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho u_j u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}, \quad (2)$$

где u_i , u_j – компоненты скорости, ρ – плотность, P – давление, а τ_{ij} – компоненты тензора сдвиговых напряжений.

Основное отличие методов отсоединенных вихрей от RANS-моделей турбулентности состоит в том, что уравнения (1) и (2) могут быть отфильтрованы по области пространства с сохранением полного объема информации о высокочастотных пульсациях исследуемых величин. Иными словами, фильтрация уравнений движения по времени заменяется осреднением по области пространства.

Математическая формулировка фильтрации векторного поля скорости $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ выглядит следующим образом:

$$\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = \int \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{x}) \mathbf{u}(\mathbf{x} - \mathbf{r}, t) d\mathbf{r}, \quad (3)$$

где $\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{x})$ – фильтрующая функция. При этом ширина фильтра, определяющая функцию $\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{x})$, может быть задана априорно либо определенным образом соотнесена с размером расчетной сетки конечных элементов. Отфильтрованные в соответствии с выражением (3) уравнения движения (1) и (2) могут быть приведены к следующему виду:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\bar{p} + \frac{2}{3} \mu \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \rho \tau_{ij}^r \right), \quad (4)$$

где $\tau_{ij}^r = \bar{u}_j \bar{u}_i - \bar{u}_j \bar{u}_i$ – тензор остаточных напряжений.

Моделирование тензора остаточных напряжений, определение которого оказывается необходимым для замыкания системы уравнений (4), производится с помощью так называемых моделей подсеточной вязкости, наиболее известная из которых – модель Смагоринского – содержит в своей основе гипотезу о пропорциональности тензора остаточных напряжений тензору скоростей деформаций отфильтрованного поля (соотношение, по виду аналогичное гипотезе Буссинеска).

Формулировка метода DES состоит в замене линейного масштаба l_{DES} , входящего в используемую RANS-модель, на следующее соотношение:

$$l_{DES} = \min \{ l_{RANS}, C_{DES} \Delta \},$$

где l_{DES} – линейный масштаб DES, $C_{DES} = \text{const}$, Δ – размер фильтра, определяемый как

$$\Delta = \max \{ \Delta_x, \Delta_y, \Delta_z \},$$

где $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ – размеры расчетной сетки в данной точке.

В результате такой замены в случае, если размер фильтра (расчетной сетки) Δ оказывается слишком грубым, и $C_{DES} \Delta > l_{RANS}$, то $l_{DES} = l_{RANS}$, и модель DES функционирует как модель RANS. В ином случае модель DES преобразуется к виду модели LES и выполняется решение отфильтрованных уравнений (4), что позволяет получить существенно нестационарное решение задачи.

Геометрическая модель внутренних носовых каналов

Построение геометрической модели внутренних носовых каналов человека осуществлялось на основе данных компьютерной томографии черепной коробки пациентов отоларингологического отделения медицинского центра «Адмиралтейские верфи» (Санкт-Петербург) при помощи специализированного программного пакета Mercury Amira. Вид трехмерной геометрической модели носовой полости человека приведен на рис. 1.

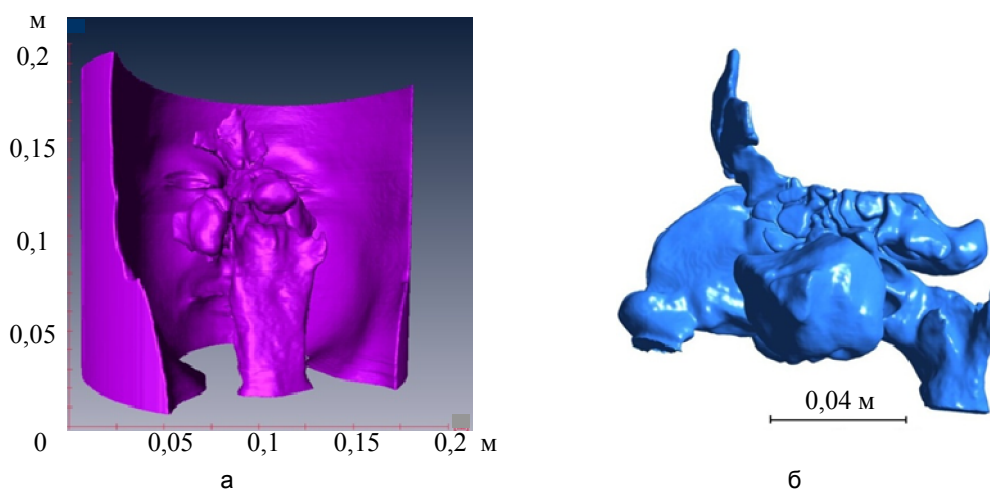


Рис. 1. Геометрическая модель внутренних носовых каналов человека: исходная модель (а); отредактированная модель (б)

Сегментация модели, приведенной на рис. 1 (выделение границ «вход», «выход», «стенка»), осуществлялась при помощи программного пакета Altair Hypermesh, построение расчетной сетки конечных элементов – с использованием программного пакета Ansys Icem CFD.

Численное моделирование воздушного потока в носовой полости человека

Результаты численного расчета нестационарного поля скоростей потока воздуха для геометрической модели внутренних носовых каналов (вдох и выдох), представленной на рис. 1, приведены на рис. 2. Моделирование осуществлялось с использованием метода DES-SST (программный пакет Ansys Fluent) на основе объемной нерегулярной сетки из $1,5 \times 10^7$ тетраэдрических конечных элементов со следующими граничными условиями: $p = 0$ – давление на входе в носовую полость; $u_1 = u_2 = u_3 = 0$ – компоненты скорости потока на стенке; $P = 50 \times \cos(\pi \times (0,869\tau - 0,47828)) + 50$ – давление в носоглотке при вдохе; $P = 50 \times \sin(\pi \times (1,17647\tau + 0,5)) - 50$ – давление в носоглотке при выдохе.

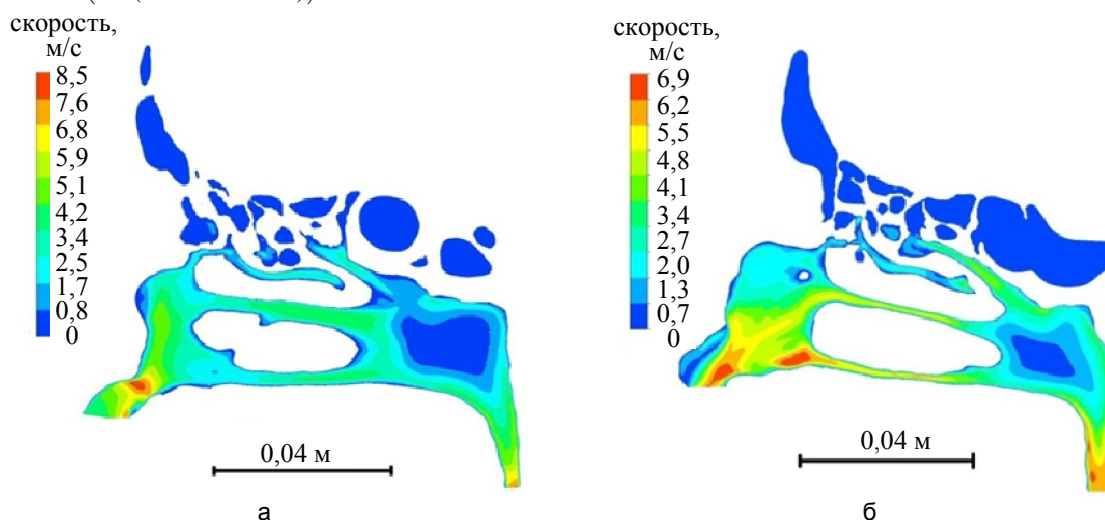


Рис. 2. Моделирование потока воздуха в носовой полости человека. Метод DES-SST. Поле скоростей: вдох (а); выдох (б)

В результате моделирования были получены пространственные поля скоростей и давлений потока, а также траектории движения малых объемов воздушной струи, визуализация которых способствовала выявлению в общей структуре потока воздуха отдельных вихревых структур различных масштабов. На рис. 3 приведен результат моделирования траекторий движения воздушного потока внутри гайморовой пазухи до (рис. 3, а) и после операции (рис. 3, б) по удалению новообразования (кисты). Вентиляция пазухи производится через естественное соустье. Удаление кисты осуществлялось через искусственное соустье, сформированное в ходе операции.

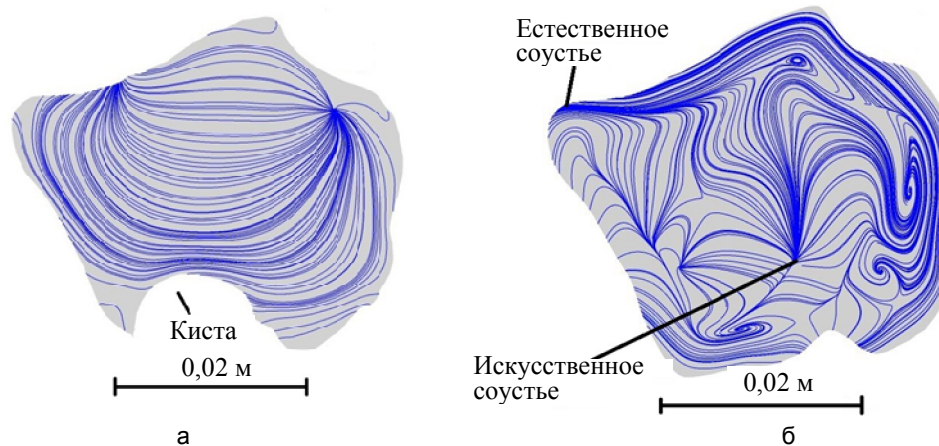


Рис. 3. Траектории потока воздуха в гайморовой пазухе носовой полости человека: до операции по удалению новообразования (кисты) (а); после операции (б)

Использование нестационарной модели отсоединенных вихрей применительно к мелкомасштабной сетке конечных элементов позволило также смоделировать процессы преобразования и перемещения

данных структур в пространстве с течением времени. Возможность моделирования таких вихревых структур малых размеров, формирующих высокочастотные компоненты колебания динамических характеристик турбулентного потока, при сохранении приемлемого уровня затрат вычислительных ресурсов представляет собой важное преимущество использованной в ходе настоящего исследования нестационарной модели отсоединенных вихрей. Моделирование потока воздуха внутри гайморовой пазухи с использованием метода DES для моделей, полученных из данных компьютерной томографии пациентов до и после операции по удалению новообразования, позволило сделать вывод о важности качественного воспроизведения таких вихревых структур, анализ положения которых внутри турбулентного потока может стать важным инструментом адекватной оценки параметров моделируемого течения и рассматриваемой геометрической модели.

Экспериментальное моделирование воздушного потока в каналах нерегулярной формы на примере носовой полости человека

На основе данных компьютерной томографии была создана твердотельная модель носовой полости (рис. 4), с использованием которой было осуществлено экспериментальное моделирование процесса дыхания. Имитация движения воздуха при дыхании производилась через трубку, прикрепленную к модели в области носоглотки. В различных точках модели были установлены пьезорезистивные датчики давления, позволяющие фиксировать изменение перепада давления потока внутри воздушной струи с течением времени.

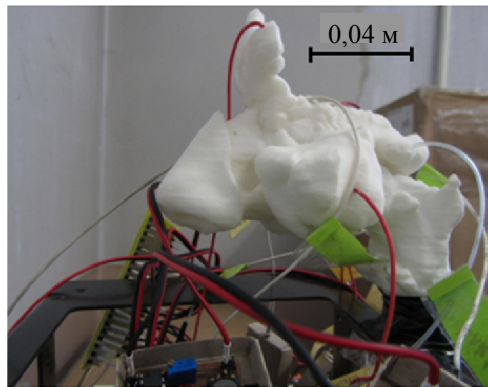


Рис. 4. Твердотельная модель носовой полости человека

Результаты экспериментального измерения перепада давления для твердотельной модели носовой полости, а также численного моделирования для соответствующей компьютерной модели внутренних носовых каналов (преддверие носа) приведены на рис. 5. Из рис. 5 видно, что результаты численного моделирования находятся в удовлетворительном согласии с данными эксперимента. Учитывая, что нестационарные граничные условия для изменения давления потока при численном расчете были заданы для выхода (область носоглотки), установленный факт сходства значений амплитуд колебаний давления на входе (преддверие носа) для твердотельной и компьютерной моделей позволил сделать вывод об адекватности использованной компьютерной модели носовых каналов, а также метода расчета применительно к решению гидродинамической задачи.

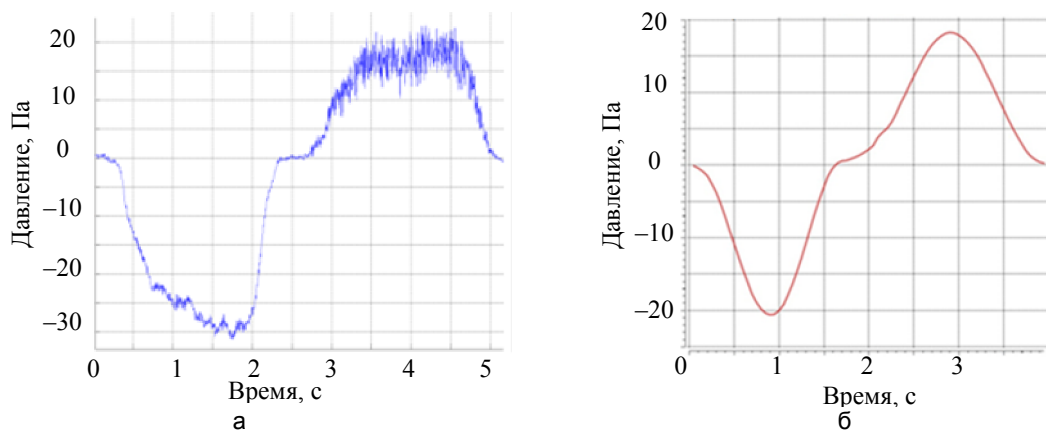


Рис. 5. Результаты моделирования изменения перепада давления в преддверии носа в процессе дыхания: твердотельная модель (а); численный расчет (б)

Заключение

В ходе настоящей работы были исследованы возможности применения нестационарной математической модели отсоединенных вихрей Спаларта к решению задач, связанных с моделированием движения воздушного потока в областях нерегулярной формы на примере внутренних носовых каналов человека. Полученные результаты численного расчета показали удовлетворительное согласие с соответствующими опытными данными.

Использование мелкомасштабной сетки конечных элементов ($1,5 \times 10^7$ тетраэдрических элементов) позволило воспроизвести пространственные распределения скоростей и давлений потока воздуха с достаточно высоким разрешением. Визуализация траекторий движения малых объемов воздуха в общей структуре воздушной струи позволила идентифицировать отдельные вихревые компоненты турбулентного потока. Возможность выявления таких структур является несомненным достоинством методов DES, которые могут быть использованы в задачах моделирования широкого круга течений в областях как регулярной, так и нерегулярной геометрии.

References

1. Spalart P.R., Jou W.-H., Strelets M., Allmaras S.R. Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach. *Proc. of First AFOSR International Conference on DNS/LES*. Ruston, Louisiana, Greyden Press, 1997, pp. 137-147.
2. Travin A., Shur M., Strelets M., Spalart P. Detached-eddy simulations past a circular cylinder. *Flow, Turbulence and Combustion*, 1999, vol. 63, no. 1-4, pp. 293-313.
3. Travin A., Shur M., Strelets M., Spalart P.R. Physical and numerical upgrades in the detached-eddy simulation of complex turbulent flows. *412 Euromech Colloquium on LES of complex transitional and turbulent flows. Abstracts*. Munich, Germany, 2000, pp. 87-93.
4. Menter F.R. Zonal two equation $k-\omega$ turbulence models for aerodynamic flows. *AIAA Paper*, 1993, vol. 93-2906, 21 p.
5. Spalart P.R., Deck S., Shur M.L., Squires K.D., Strelets M.Kh., Travin A. A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 2006, vol. 20, no. 3,
6. Shur M.L., Spalart P.R., Strelets M.Kh., Travin A.K. A hybrid RANS-LES approach with delayed-DES and wall-modelled LES capabilities. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2008, vol. 29, no. 6, pp. 1638-1649.
7. Voronin A.A., Luk'yanov G.N., Neronov R.V. Modelirovanie vozdušnogo potoka v kanalakh neregulyarnoi formy [Computational modeling of airflow in nonregular shaped channels]. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2013, no. 3 (85), pp. 113-118.

- Воронин Алексей Анатольевич** – аспирант, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург, Россия, ale_vor@rambler.ru
- Лукьянов Геннадий Николаевич** – доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург, Россия, Gen-lukjanow@yandex.ru
- Фролов Евгений Викторович** – ассистент, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург, Россия, Frolov_ev.g.v@mail.ru
- Aleksei Voronin** – postgraduate, Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Saint Petersburg, Russia, ale_vor@rambler.ru
- Gennadiy Luk'yanov** – D.Sc., Professor, Department head, Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Saint Petersburg, Russia, Gen-lukjanow@yandex.ru
- Evgeny Frolov** – assistant, Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Saint Petersburg, Russia, Frolov_ev.g.v@mail.ru