

УДК 538.566

ОСНОВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ СТРУКТУРЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ, СОЗДАВАЕМЫХ В НИЖНЕЙ ИОНОСФЕРЕ НИЗКОЧАСТОТНЫМИ ПРИЗЕМНЫМИ АНТЕННАМИ

С.Т. Рыбачек, М.А. Белянский

Рассматривается проблема определения электромагнитных полей, создаваемых в нижней ионосфере (50–500 км) приземными низкочастотными антеннами. Решение строится методом нормальных волн в рамках моделей сферического волновода Земля–ионосфера, радиально неоднородной анизотропной ионосферы, произвольной ориентации геомагнитного поля и электрических и магнитных диполей. Определение полей в ионосфере на больших высотах в области неустойчивости решения сводится к интегрированию системы дифференциальных уравнений для касательных компонент полей проникающей собственной волны. На меньших высотах интегрируется комбинация дифференциальных уравнений для адмитанса и для касательных компонент собственных волн. Начальные условия задаются в приближении ВКБ (Вентцеля–Крамерса–Бриллюэна). С помощью обобщенных теорем взаимности получена связь между компонентами полей, возбуждаемыми в ионосфере различными приземными излучателями.

Ключевые слова: электромагнитные поля, анизотропная ионосфера, низкочастотные антенны.

Введение

Проблема распространения низкочастотных (НЧ) радиоволн 0,3–30 кГц в ионосфере Земли относится к ряду сравнительно новых. Впервые возможность просачивания волн этого диапазона в ионосферу и магнитосферу Земли отметил Т.Л. Эккерслеи [1] в 1935 г. Исследования свистящих атмосфериков позволили предложить [2] и развить [3] механизм распространения НЧ волн по траекториям, близким к силовым линиям геомагнитного поля, который до сих пор широко используется для интерпретаций экспериментальных данных наряду с другими [4]. Однако возможности исследования структуры ионосферных полей с помощью НЧ источников естественного происхождения ограничены. Более перспективными для диагностики ионосферной плазмы оказались эксперименты по регистрации сигналов наземных НЧ радиостанций с помощью аппаратуры, установленной на борту искусственных спутников Земли (ИСЗ) [5], а также проводимые в течение последних десятилетий в ряде стран эксперименты по регистрации наземными станциями электромагнитных полей, возбуждаемых НЧ антеннами, расположенными на ИСЗ. Эксперименты, выполненные в г. Горьком в 1973–1974 г.г., показали, что при воздействии на нижнюю ионосферу мощным высокочастотным модулированным по амплитуде излучением возникает НЧ излучение на частоте модуляции. Это открытие привлекло внимание исследователей к более низким, по сравнению со спутниковыми, высотам расположения излучателей.

К настоящему времени опубликованы многочисленные теоретические исследования по разработке моделей сред распространения и методов расчета полей. Большая часть из них посвящена распространению радиоволн либо в ионосфере [6, 7], либо в приземном волноводе [8, 9]. Значительное число работ посвящено также комплексной проблеме излучения антенн в плазме с последующим распространением до земной поверхности [10, 11]. Гораздо меньше публикаций имеется по второй комплексной проблеме излучения наземных антенн с последующим распространением в ионосфере [12]. Как правило, в работах по обеим комплексным проблемам используется модель плоского волновода и рассматриваются частные случаи ориентации геомагнитного поля и диполей, моделирующих антенны.

Вторая комплексная проблема рассматривалась авторами в [12–13] как вспомогательная задача при исследовании возбуждения приземного волновода антеннами, расположенными на ИСЗ, и в работе [14], связанной с возможностью предсказания землетрясений. Публикации по этой теме имеют пробелы, связанные с изучением ионосферных полей на высотах ~ 50–120 км, а также по охвату значений параметров, влияющих на НЧ поля на больших высотах. Вследствие этого возникает необходимость более полного изучения структуры радиополей, создаваемых приземными НЧ излучателями в нижней ионосфере.

Постановка задачи

Обсуждаемая проблема сводится к ряду волноводных задач и к интегрированию уравнений Максвелла для анизотропной ионосферы. Волновод Земля – ионосфера моделируется сферической полостью со свойствами свободного пространства (вводится сферическая система координат r, θ, φ с началом в центре Земли). Ионосфера описывается уравнениями для полей в приближении холодной плазмы, нелинейные эффекты не учитываются. Свойства ионосферы полагаются зависящими лишь от радиальной координаты, вектор геомагнитного поля имеет произвольную ориентацию. Антенны моделируются элементарными электрическими и магнитными диполями произвольной ориентации, расположенными в полости волновода при $r = b, \theta = 0$. В работе используется система СИ и зависимость от времени $\exp(-i\omega t)$.

Волноводные задачи сводятся к уравнениям Максвелла для полости волновода

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = ik\mathcal{H}, \quad \operatorname{rot} \mathcal{H} = -ik(\mathbf{E} + \mathbf{p}_e / \varepsilon_0), \quad (1)$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -ik(\mathcal{H} + z_0 \mathbf{p}_m / \mu_0), \quad \text{rot } \mathcal{H} = -ik\mathbf{E}. \quad (2)$$

В уравнениях (1) и (2) \mathbf{p}_e и \mathbf{p}_m – объемные плотности дипольных моментов электрического и магнитного диполей, $\mathcal{H} = z_0 \mathbf{H}$, а k, ε_0, μ_0 и z_0 – волновое число, диэлектрическая и магнитная проницаемости и характеристический импеданс вакуума соответственно. Граничные условия на нижней стенке волновода ($r = a$) описываются матрицей импеданса Земли, а на верхней стенке ($r = d$) – матрицей адмитанса ионосферы [15]:

$$\begin{pmatrix} E_\theta \\ E_\phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\delta \\ \delta & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_\theta \\ H_\phi \end{pmatrix}, \quad r = a; \quad \begin{pmatrix} H_\theta \\ H_\phi \end{pmatrix} = \hat{a} \begin{pmatrix} E_\theta \\ E_\phi \end{pmatrix}, \quad r = d. \quad (3)$$

Здесь δ – приближенный поверхностный импеданс Земли. Кроме того, должны быть выполнены условия ограниченности полей \mathbf{E} и \mathcal{H} при $\theta = 0, \pi$ и условия их убывания при $r \rightarrow \infty$. Общее решение уравнений Максвелла дается суперпозицией двух фундаментальных решений. Поперечно-магнитное поле описывается электрическим $\mathbf{\Pi}_e = \Pi_e \mathbf{e}_r$, а поперечно-электрическое магнитным $\mathbf{\Pi}_m = \Pi_m \mathbf{e}_r$ потенциалами Герца. В области вне источников связь полей с потенциалами имеет следующий вид:

$$\mathcal{H}_e = -ik \text{rot } \mathbf{\Pi}_e, \quad \mathbf{E}_e = \text{rot rot } \mathbf{\Pi}_e, \quad \mathbf{E}_m = ik \text{rot } \mathbf{\Pi}_m, \quad \mathcal{H}_m = \text{rot rot } \mathbf{\Pi}_m. \quad (4)$$

Волноводные задачи

Основной является задача для радиального электрического диполя. Решение строится методом нормальных волн в виде разложения по собственным функциям радиального оператора, который определяется дифференциальными уравнениями и граничными условиями, вытекающими из (3):

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + k^2 \right) \begin{pmatrix} R_{v-1/2}^{(e)}(kr) \\ R_{v-1/2}^{(m)}(kr) \end{pmatrix} = \frac{v^2 - 1/4}{r^2} \begin{pmatrix} R_{v-1/2}^{(e)}(kr) \\ R_{v-1/2}^{(m)}(kr) \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$R_{v-1/2}^{(e)'}(kr) = -i\delta R_{v-1/2}^{(e)}(kr), \quad R_{v-1/2}^{(m)'}(kr) = -iR_{v-1/2}^{(m)}(kr)/\delta, \quad r = a \quad (6)$$

(граничные условия при $r = d$ не выписываются). В (6) штрих обозначает производную по аргументу. Спектральная задача (5), (6) позволяет найти собственные функции и уравнение для собственных значений v_s ($s=1, 2, \dots$). В результате для потенциалов получаем следующие ряды нормальных волн:

$$\begin{pmatrix} \Pi_e \\ \Pi_m \end{pmatrix} = -\frac{P_e}{4\varepsilon_0 k b^2} \sum_{v=v_s} R_{v-1/2}^{(e)}(kb) \begin{pmatrix} R_{v-1/2}^{(e)}(kr) \\ \chi_{v-1/2} R_{v-1/2}^{(m)}(kr) \end{pmatrix} \frac{P_{v-1/2}(-\cos\theta)}{N_{v-1/2} \cos(v\pi)}. \quad (7)$$

Здесь P_e – величина дипольного момента электрического диполя, а v ; $R_{v-1/2}^{(i)}(kr)$, ($i=e,m$); $\chi_{v-1/2}$; $N_{v-1/2}$ при $v=v_s$ – собственные значения и функции, коэффициент поляризации и норма оператора. Использование асимптотик функций Лежандра [16]

$$P_{v-1/2}(\cos\theta) = [2/(\pi v \sin\theta)]^{1/2} \sin(v\theta + \pi/4), \quad |v|\theta \gg 1, \quad |v|(\pi - \theta) \gg 1, \quad (8)$$

и замена функции $[\cos(v\pi)]^{-1}$ геометрической прогрессией позволяют пренебречь в (7) кругосветными и антиподными волнами и ограничиться рассмотрением прямой волны, пришедшей от источника в точку наблюдения по кратчайшему расстоянию. При этом зависимость потенциалов от угла θ принимает вид

$$(\sin\theta)^{-1/2} \exp(iv\theta). \quad (9)$$

Касательные компоненты полей в полости волновода в области вне источников можно определить, дифференцируя потенциалы (7) в соответствии с (4). Радиальные компоненты удобно найти, используя связь спектральных задач для поперечного и продольного операторов:

$$\begin{pmatrix} E_r \\ H_r \end{pmatrix} = \frac{1}{r^2} \sum_{v=v_s} (v^2 - 1/4) \begin{pmatrix} \Pi_{es} \\ \Pi_{ms} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Здесь Π_{es} , Π_{ms} – отдельные члены рядов (7). Решение волноводных задач для других излучателей опирается на решение для радиального электрического диполя. В случае радиального магнитного диполя используется принцип перестановочной двойственности для анизотропных сред [12], который позволяет построить решение с помощью перестановок компонент полей и параметров в формулах, описывающих решение для радиального электрического диполя. Поля касательного к границам раздела электрического диполя можно найти, применяя обобщенную теорему взаимности для анизотропных сред [17]:

$$E_\xi^{e\zeta}(1, \mathbf{H}_0) = E_\xi^{e\zeta}(2, -\mathbf{H}_0), \quad H_\xi^{e\zeta}(1, \mathbf{H}_0) = -g E_\xi^{m\zeta}(2, -\mathbf{H}_0), \quad (11)$$

$$g E_\xi^{m\zeta}(1, \mathbf{H}_0) = -H_\xi^{e\zeta}(2, -\mathbf{H}_0), \quad H_\xi^{m\zeta}(1, \mathbf{H}_0) = H_\xi^{m\zeta}(2, -\mathbf{H}_0), \quad g = z_0 P_e P_m^{-1}.$$

Абсолютные значения дипольных моментов в теореме взаимности для двух электрических диполей полагаются одинаковыми и обозначаются P_e . Аналогичные значения для магнитных диполей обо-

значены P_m . В (11) 1 и 2 – две пространственные точки. Индексы e и m у компонент полей относятся к электрическому и магнитным диполям соответственно, так что $E_{\xi}^{e\zeta}(1, \mathbf{H}_0)$ и $H_{\xi}^{e\zeta}(1, \mathbf{H}_0)$, например, – ξ – компоненты полей, создаваемые в точке 2 расположенным в точке 1 электрическим диполем с дипольным моментом \mathbf{P}_e , ориентированным вдоль орта $e_{\zeta}(\xi, \zeta = r, \theta, \varphi)$, при этом геомагнитное поле есть \mathbf{H}_0 . Радиальные компоненты электрического (магнитного) поля горизонтального электрического (магнитного) диполя можно найти, используя теоремы взаимности для такого диполя и вспомогательного радиального электрического (магнитного) диполя. Далее с помощью (10) определяются потенциалы, дифференцируя которые по координатам в соответствии с формулами (4), можно найти касательные компоненты электрического и магнитного полей. Аналогично находятся поля горизонтального магнитного диполя.

Поля в ионосфере

Уравнения Максвелла в анизотропной ионосфере имеют вид

$$\text{rot } \mathbf{E} = ik \hat{\boldsymbol{\epsilon}} \mathbf{H}, \quad \text{rot } \mathbf{H} = -ik \hat{\boldsymbol{\epsilon}}'_m \mathbf{E}, \quad (12)$$

где $\hat{\boldsymbol{\epsilon}}'_m$ – тензор относительной комплексной диэлектрической проницаемости среды. Асимптотическое разделение переменных в уравнениях (12), базирующееся на использовании асимптотик (8), позволяет, учитывая (9) и опуская индекс s у собственного значения, представить поля нормальной волны в ионосфере в виде

$$\mathbf{e}^{(v)} \exp(iv\theta)(\sin \theta)^{-1/2}, \quad \mathbf{e}^{(v)} = r \boldsymbol{\epsilon}^{(v)}, \quad \boldsymbol{\epsilon}^{(v)} \equiv \{E_0^{(v)}, E_{\varphi}^{(v)}, H_0^{(v)}, H_{\varphi}^{(v)}\}, \quad (13)$$

где $\boldsymbol{\epsilon}^{(v)}$ – матрица-столбец 4×1 с компонентами, указанными в фигурных скобках. Вектор $\mathbf{e}^{(v)}$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$d\mathbf{e}^{(v)} / dx = ik \hat{T}_v \mathbf{e}^{(v)}, \quad x = kr. \quad (14)$$

Здесь \hat{T}_v – матрица 4×4 , элементы которой имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} T_{11} &= -S_v \varepsilon_{r\theta} / \varepsilon_{rr}, \quad T_{12} = -S_v \varepsilon_{r\varphi} / \varepsilon_{rr}, \quad T_{14} = 1 - S_v^2 / \varepsilon_{rr}, \quad T_{23} = -1, \\ T_{31} &= -\sigma_{\varphi\theta} / \varepsilon_{rr}, \quad T_{32} = S_v^2 - \sigma_{\varphi\varphi} / \varepsilon_{rr}, \quad T_{34} = S_v \varepsilon_{\varphi r} / \varepsilon_{rr}, \quad T_{41} = \sigma_{\theta\theta} / \varepsilon_{rr}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} T_{42} &= \sigma_{\theta\varphi} / \varepsilon_{rr}, \quad T_{44} = -S_v \varepsilon_{\theta r} / \varepsilon_{rr}, \quad T_{13} = T_{21} = T_{22} = T_{24} = T_{33} = T_{43} = 0. \\ S_v &= \sin \alpha(v, r) = v(kr)^{-1}. \end{aligned} \quad (16)$$

В формулах (15) и (16) значения σ_{in} ($i, n = r, \theta, \varphi$) определяются элементами ε_{in} тензора $\hat{\boldsymbol{\epsilon}}'_m$, а $\alpha(v, r)$ – комплексный угол падения нормальной волны на ионосферу. Уравнение (14) по форме совпадает с уравнением, описывающим прохождение плоских волн в однородной анизотропной плазме [15]. Отличие состоит в том, что в рассматриваемой нами задаче свойства среды зависят от радиальной координаты, а элементы тензора \hat{T}_v зависят от r и спектрального параметра v . Из четырех линейно независимых решений системы (14) граничным условиям, состоящим в требовании убывания поля при $r \rightarrow \infty$, удовлетворяют два, $\mathbf{e}_1^{(v)}$ и $\mathbf{e}_2^{(v)}$ ($\boldsymbol{\epsilon}_1^{(v)}$ и $\boldsymbol{\epsilon}_2^{(v)}$). На произвольной высоте в ионосфере поле нормальной волны номера s можно представить суммой собственных волн,

$$\boldsymbol{\epsilon}^{(v_s)} = C_{1s} \boldsymbol{\epsilon}_1^{(v_s)} + C_{2s} \boldsymbol{\epsilon}_2^{(v_s)}, \quad (17)$$

где $\boldsymbol{\epsilon}_p^{(v_s)}$ ($p = 1, 2$) – матрица-столбец вида (13),

$$\boldsymbol{\epsilon}_p^{(v_s)} = (r \sqrt{\sin \theta})^{-1} \exp(iv_s \theta) \mathbf{e}_p^{(v_s)}. \quad (18)$$

Постоянные C_{1s} и C_{2s} в (17) определяются из условий сшивания при $r = d$ тангенциальных компонент электрического и магнитного полей нормальной волны номера s , найденных в волноводе и ионосфере. Касательные составляющие полных полей в ионосфере представляются рядами нормальных волн $\boldsymbol{\epsilon} = \sum_{s=1} \boldsymbol{\epsilon}^{(v_s)}$, радиальные находятся из уравнений Максвелла:

$$E_r = -(\varepsilon_{rr})^{-1} \left[\varepsilon_{r\theta} E_{\theta} + \varepsilon_{r\varphi} E_{\varphi} + \sum_{s=1} \frac{v_s}{kr} H_{\varphi}^{(v_s)} \right], \quad H_r = \sum_{s=1} \frac{v_s}{kr} E_{\varphi}^{(v_s)}, \quad (19)$$

(формулы (19) получаются из уравнений Максвелла).

С помощью волн $\boldsymbol{\epsilon}_1^{(v_s)}$ и $\boldsymbol{\epsilon}_2^{(v_s)}$ (18) можно ввести адмитанс ионосферы $\hat{a}^{(v)}$ [15]

$$\begin{pmatrix} H_{10}^{(v)} & H_{20}^{(v)} \\ H_{1\phi}^{(v)} & H_{2\phi}^{(v)} \end{pmatrix} = \hat{a}^{(v)} \begin{pmatrix} E_{10}^{(v)} & E_{20}^{(v)} \\ E_{1\phi}^{(v)} & E_{2\phi}^{(v)} \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Адмитанс $\hat{a}^{(v)}$ удовлетворяет матричному дифференциальному уравнению $d\hat{a}^{(v)} / dx = i(-\hat{a}^{(v)} B_{12} \hat{a}^{(v)} + B_{21} - \hat{a}^{(v)} B_{11} + B_{22} \hat{a}^{(v)})$, (21)

где значения B_{in} определяются элементами матрицы T_{in} (15):

$$B_{11} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B_{12} = \begin{pmatrix} T_{13} & T_{14} \\ T_{23} & 0 \end{pmatrix}, B_{21} = \begin{pmatrix} T_{31} & T_{32} \\ T_{41} & T_{42} \end{pmatrix}, B_{22} = \begin{pmatrix} 0 & T_{34} \\ 0 & T_{44} \end{pmatrix}.$$

В волноводных задачах адмитанс $\hat{a}^{(v)}$ можно определить, интегрируя уравнения (21) для элементов матрицы адмитанса. Задавая в качестве начальных условий решения ВКБ [15] при некотором значении $r = r_0$, можно найти адмитанс $\hat{a} = \hat{a}(v)$ при $r = d$, который используется в граничном условии (3). Значение r_0 соответствует верхней границе области, существенной для распространения волн в волноводе [18], и определяется параметрами задачи и заданной точностью расчета полей. Уравнения интегрируются при вычислении корня v_s характеристического уравнения при каждой итерации, при этом в соответствии с формулой (20) адмитанс несет в себе информацию об обоих решениях, $\mathcal{E}_1^{(v_s)}$ и $\mathcal{E}_2^{(v_s)}$.

Матрица адмитанса может быть рассчитана на любых высотах $H = r - a$ в ионосфере без возникновения численных неустойчивостей, однако для определения компонент ионосферных полей необходимо дополнительное интегрирование. Использование уравнений (14) на больших высотах H (порядка сотен километров) приводит к появлению таких нестабильностей, так как из двух собственных решений только одно является существенно распространяющимся. Второе быстро затухает по мере распространения в ионосфере и на больших высотах приводит к потере линейности решений и неустойчивости распространяющейся (проникающей) волны [7]. Однако на высотах $H > H_1$ сильно затухающее решение пренебрежимо мало по сравнению с распространяющейся волной, которая в этом случае описывает полное поле. Значение H_1 зависит от параметров задачи и заданной точности решения (см. ниже). На высотах $H < H_1$ ионосферные поля можно найти, интегрируя уравнения для компонент полей (14) или комбинированную систему уравнений для матрицы адмитанса (21) и компонент полей.

Соотношения между компонентами ионосферных полей различных излучателей

Зависимость потенциалов (7) от координат для каждой отдельной нормальной волны с учетом выражений (9) описывается функциями

$$\Pi_e \sim R_{v-1/2}^{(e)}(kr) \exp(i\nu\theta)(\sin\theta)^{-1/2}, \quad \Pi_m \sim R_{v-1/2}^{(m)}(kr) \exp(i\nu\theta)(\sin\theta)^{-1/2}. \quad (22)$$

Из формул (4) и (10), опуская индексы e и m у компонент полей, можно получить

$$\begin{pmatrix} E_\theta \\ H_\theta \end{pmatrix} = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} \begin{pmatrix} \Pi_e \\ \Pi_m \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} E_\phi \\ H_\phi \end{pmatrix} = \frac{ik}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \begin{pmatrix} -\Pi_m \\ \Pi_e \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} E_r \\ H_r \end{pmatrix} = \frac{v^2 - 1/4}{r^2} \begin{pmatrix} \Pi_e \\ \Pi_m \end{pmatrix}. \quad (23)$$

Используя выражения (22), (23), полагая функцию $(\sin\theta)^{-1/2}$ медленно меняющейся по сравнению с $\exp(i\nu\theta)$ и считая, что $|\nu| \gg 1$, найдем отношения компонент полей в полости волновода

$$\begin{aligned} E_\theta / E_r &= ikr R_{v-1/2}^{(e)'}(kr) / [v R_{v-1/2}^{(e)}(kr)], \\ H_r / H_\theta &= v R_{v-1/2}^{(m)}(kr) / [ikr R_{v-1/2}^{(m)'}(kr)], \\ E_\theta / H_\phi &= R_{v-1/2}^{(e)'}(kr) / [i R_{v-1/2}^{(e)}(kr)], \quad E_\phi / H_\theta = -i R_{v-1/2}^{(m)}(kr) / [R_{v-1/2}^{(m)'}(kr)]. \end{aligned} \quad (24)$$

Если точка наблюдения располагается на поверхности Земли, то в силу граничных условий (6) отношения (24) принимают следующий вид:

$$E_\theta / E_r = ka\delta / \nu, \quad H_r / H_\theta = \nu\delta / (ka), \quad E_\theta / H_\phi = -\delta, \quad E_\phi / H_\theta = \delta.$$

Теоремы взаимности (11) позволяют получить отношения какой-либо (одной и той же) компоненты полей, возбуждаемых в ионосфере в точке 2 с координатами (r, θ) различными излучателями, расположенными в полости волновода в точке 1 $(b, 0)$. Эти отношения с учетом выражений (24) можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}^{e\theta} &= ([ikb R_{v-1/2}^{(e)'}(kb)] / [v R_{v-1/2}^{(e)}(kb)]) \mathbf{B}^{er}, \quad \mathbf{B}^{m\theta} = -([i R_{v-1/2}^{(m)}(kb)] / [g R_{v-1/2}^{(m)}(kb)]) \mathbf{B}^{e\phi}, \\ \mathbf{B}^{m\theta} &= ([ikb R_{v-1/2}^{(m)'}(kb)] / [v R_{v-1/2}^{(m)}(kb)]) \mathbf{B}^{mr}, \quad \mathbf{B}^{e\theta} = ([ig R_{v-1/2}^{(e)'}(kb)] / [R_{v-1/2}^{(e)}(kb)]) \mathbf{B}^{m\phi}. \end{aligned} \quad (25)$$

Здесь вектор $\mathbf{V}^{q\xi}$ ($q = e, m; \xi = r, \theta, \varphi$) – матрица-столбец 6×1 , элементами которой являются компоненты напряженностей электрического \mathbf{E} и магнитного \mathbf{H} полей. При расположении излучателя на поверхности Земли ($b = a$) из выражений (25) с учетом (6) вытекает, что

$$\mathbf{V}^{e0} = g\delta \mathbf{V}^{m\varphi}, \mathbf{V}^{e\varphi} = -g\delta \mathbf{V}^{m0}, \mathbf{V}^{e\theta} = (ka\delta / v)\mathbf{V}^{er}, \mathbf{V}^{mr} = [v\delta / (ka)]\mathbf{V}^{m0}. \quad (26)$$

Из приближенных выражений (26) вытекает, что при анализе структуры ионосферных полей достаточно ограничиться рассмотрением лишь двух ионосферных излучателей. Результаты численных расчетов компонент полей рассмотрим в последующих работах.

Заключение

В работе изложена теория распространения в ионосфере электромагнитных волн, излучаемых источниками, расположенными вблизи поверхности Земли. В рамках моделей анизотропной, неоднородной по радиальной координате ионосферы, сферического регулярного приземного волновода, а также электрических и магнитных диполей различной ориентации она сводится к двум проблемам.

Первая проблема связана с волноводными задачами для электрических и магнитных диполей, которые решаются с помощью принципа перестановочной двойственности и обобщенных теорем взаимности для анизотропных сред.

Вторая проблема связана с нахождением полей в ионосферной плазме. Дифференциальные уравнения для матричного адмитанса и касательных компонент полей интегрируются в области ионосферных высот $H_1 - H_0$, где H_0 – начало ионосферного слоя. В области, расположенной выше H_1 , интегрируются лишь уравнения для касательных компонент одной «проникающей» собственной ионосферной волны, которая и описывает полное поле.

С помощью обобщенных теорем взаимности получена связь между компонентами полей, создаваемых в ионосфере электрическими и магнитными приземными диполями различных ориентаций.

Полученные теоретические результаты легли в основу алгоритмов, которые позволили провести численное исследование особенностей структуры электромагнитных полей, возбуждаемых низкочастотными антеннами, расположенными вблизи поверхности Земли. Результаты численных расчетов анализируются во второй части работы.

Литература

1. Eckersley T.L. Musical atmospherics // Nature. – 1935. – V. 135. – P. 104–123.
2. Storey L.R.O. An investigation of whistling atmospherics // Phil. Trans. Roy. Soc. – 1953. – V. 246A. – № 908. – P. 113–141.
3. Helliwell R.A. Whistlers and Related Ionospheric Phenomena. – Stan. Univ. Pr. – 1965. – 365 p.
4. Мальцева О.А., Молчанов О.А. Распространение низкочастотных волн в магнитосфере Земли. – М.: Наука, 1987. – 117 с.
5. Laaspere T., Johnson W.C. Additional results from an OGO 6 experiment concerning ionospheric electric and electromagnetic fields in the range 20 Hz to 540 kHz // J. Geophys. Res. – 1973. – V. 78. – № 16. – P. 2926–2944.
6. Galejs J. Stable solution of ionospheric fields in propagation of ELF and VLF waves // Radio Sci. – 1972. – V. 7. – № 5. – P. 549–561.
7. Budden K.G. The theory of coupling of characteristic radio waves in the ionosphere // J. Atmos. Terr. Phys. – 1972. – V. 34. – № 11. – P. 1909–1921.
8. Galejs J. Terrestrial Propagation of Long Electromagnetic Waves. – New York: Pergamon. Press, 1972. – 362 p.
9. Макаров Г.И., Новиков В.В., Рыбачек С.Т. Распространение радиоволн в волноводном канале Земля–ионосфера и в ионосфере. – М.: Наука, 1994. – 150 с.
10. Pappert R.A. Excitation of the Earth-ionosphere waveguide by point dipoles at satellite heights // Radio sci. – 1973. – V. 8. – № 6. – P. 535–545.
11. Котик Д.С., Поляков С.В., Яшнов В.А. Возбуждение волновода Земля–ионосфера низкочастотными источниками, расположенными в неоднородной ионосфере // Изв. вузов. Радиофизика. – 1978. – Т. 21. – № 7. – С. 938–944.
12. Рыбачек С.Т. Электромагнитные поля точечных диполей в волноводе Земля–ионосфера // Изв. вузов. Радиофизика. – 1985. – Т. 28. – № 4. – С. 406–415.
13. Рыбачек С.Т. Электромагнитные поля ионосферных точечных диполей в волноводе Земля–ионосфера. // Ibid № 6. – С. 703–711.
14. Borisov N., Chmyrev V., Rybachek S. A new ionospheric mechanism of electromagnetic ELF precursors to Earthquakes // Geomagn. Aeron. – 2001. – V. 63. – № 1. – P. 3–10.
15. Budden K.G. Radiowaves in the ionosphere. – Cambridge Univ. Press, 1961. – 542 p.

16. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. – М.: Наука, 1966. – 295 с.
17. Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. – М.: Наука, 1967. – 683 с.
18. Рыбачек С.Т. О влиянии существенной области ионосферного слоя на характеристики распространения СДВ // Изв. вузов. Радиофизика. – 1972. – Т. 15. – № 9. – С. 1300–1303.

Рыбачек Светлана Тимофеевна – Санкт-Петербургский государственный университет, кандидат физ.-мат. наук, доцент, rybachek_st@mail.ru
Белянский Максим Анатольевич – Санкт-Петербургский государственный университет, аспирант, maxim_belyansky@mail.ru