

УДК 681.324

ОЦЕНКА СВОЕВРЕМЕННОСТИ ВЫПОЛНЕНИЯ КРИТИЧЕСКИХ ЗАПРОСОВ  
В ДВУХУРОВНЕВЫХ КЛАСТЕРАХВ.А. Богатырев<sup>а</sup>, А.В. Богатырев<sup>а</sup>, С.В. Богатырев<sup>б</sup><sup>а</sup> Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики (Университет ИТМО), Санкт-Петербург, Россия, Vladimir.bogatyrev@gmail.com<sup>б</sup> Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия, Vladimir.bogatyrev@gmail.com

Для систем реального времени предложена оценка вероятности своевременного обслуживания запросов за время, меньшее предельной допустимой величины, в двухуровневом кластере, в котором каждый поступающий запрос обслуживается сначала одним из узлов нижнего, а затем одним из узлов верхнего уровня. Для определения вероятности того, что время пребывания запросов в двухуровневой кластерной системе меньше допустимой величины, это время разбивается на равные интервалы. Определяются вероятности не превышения задержки на первом уровне различного числа интервалов, вычисляя при этом вероятности того, что задержка на втором уровне не превысит оставшийся запас допустимого времени пребывания запросов в системе. Предложенная оценка может использоваться при комплексной оценке надежности вычислительных процессов двухуровневых систем кластерной архитектуры, работающих в реальном времени.

**Ключевые слова:** своевременность, надежность, реальное время, запросы, кластер.

## TIMELINESS ASSESSMENT FOR IMPLEMENTATION OF THE CRITICAL REQUESTS IN TWO-LEVEL CLUSTERS

V.A. Bogatyrev<sup>а</sup>, A.V. Bogatyrev<sup>а</sup>, S.V. Bogatyrev<sup>б</sup><sup>а</sup> Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics (ITMO University), Saint Petersburg, Russia, Vladimir.bogatyrev@gmail.com<sup>б</sup> Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Saint Petersburg, Russia, Vladimir.bogatyrev@gmail.com

The paper deals with probability evaluation for timely service of requests in real-time systems at the time less than permitted limit in a two-level cluster where each incoming request is served first, in one of the bottom-level nodes and then in one of the top-level nodes. To determine the probability that the stay of queries in a two-level cluster system is less than the permissible value, we break this time at equal intervals. We define the probability of not exceeding the delay on the first level, different number of intervals, calculating the probability that a delay on the second level will not exceed the remaining float for valid residence time of the query in the system. The proposed assessment can be used in the comprehensive reliability estimation of computational processes in two-level systems of cluster architecture, operating in real time.

**Keywords:** timeliness, reliability, real-time, queries, cluster

Для управляющих вычислительных систем, работающих в реальном времени, при оценке надежности необходимо исходить из требования исправности совокупности ресурсов, обеспечивающих не только правильность, но и своевременность выполнения функциональных запросов. Для комплексной оценки надежности управляющих систем используется коэффициент оперативной готовности, включающий оценку вероятности работоспособности системы в момент поступления запроса и ее безотказности во время его ожидания и обслуживания [1]. Однако коэффициент готовности не учитывает требований к системам реального времени по выполнению запросов за ограниченное время (своевременность обслуживания). Своевременность обслуживания запросов в вычислительных системах оценивается по вероятности их выполнения за время, меньшее предельно допустимого значения  $t_0$  [2].

Для комплексной оценки надежности функционирования системы реального времени предлагается показатель, включающий оценку вероятности готовности системы при поступлении запроса, вероятности безотказности ресурсов, задействованных во время ожидания и обслуживания запроса, и вероятности его выполнения (пребывания в системе) за время, меньшее предельно допустимого значения  $t_0$  [3].

Оценка вероятности  $r(t_0)$  того, что время пребывания запросов в системе меньше, чем предельно допустимое  $t_0$  для систем, представимых системами массового обслуживания типа М/М/1, известна из [4]:  $r(t_0) = 1 - \Lambda v \exp(-t_0(v^{-1} - \Lambda))$ , где  $\Lambda$  и  $v$  – интенсивность потока запросов и среднее время их выполнения. В случае объединения  $n$  компьютеров в кластер при балансировке их загрузки приведенная формула может быть модифицирована:  $r(t_0) = 1 - (\Lambda/n)v \exp(-t_0(v^{-1} - \Lambda/n))$ .

В современных компьютерных системах все большее распространение находят многоуровневые кластеры, в которых один уровень представлен, например, серверами приложения, а второй – серверами данных (системами обработки и системами хранения данных). Рассмотрим двухуровневую кластерную систему, содержащую  $n$  узлов (серверов) нижнего уровня и  $m$  узлов верхнего уровня, причем каждый поступающий в систему запрос обслуживается сначала одним из  $n$  узлов нижнего, а затем одним из  $m$  узлов верхнего уровня. Будем считать, что между узлами верхнего и нижнего уровней имеются непосредственные связи. Требуется оценить вероятности того, что время пребывания запросов в двухуровневой кластерной системе меньше предельно допустимой величины  $t_0$ . Решение такой задачи в настоящее время в литературе не описано. При решении поставленной задачи необходимо учитывать суммарную задержку последовательного выполнения запроса на узлах верхнего и нижнего уровня, причем в зависимо-

сти от задержки на узле первого уровня запас времени допустимого пребывания запроса на узле второго уровня меняется.

Для определения вероятности того, что время пребывания запросов в двухуровневой кластерной системе меньше критической (предельной) величины  $t_0$ , разобьем это время на  $N$  равных интервалов, длительности которых равны  $t=t_0/N$ . Определяя вероятности задержки на узле первого уровня, относящиеся к первому, второму и к остальным интервалам, можно найти условную вероятность того, что задержка на втором уровне не превысит суммарное ограничение времени пребывания в двухуровневой системе  $t_0$ .

Вероятность того, что время пребывания запросов в первом узле находится в  $i$ -м интервале, т.е. в диапазоне от  $t_0(i-1)$  до  $it$ , найдем как

$$B_i = 1 - \frac{\Lambda}{n} \nu \exp(-ti(\nu^{-1} - \frac{\Lambda}{n}) - b_i), \quad b_i = \begin{cases} 1 - \frac{\Lambda}{n} \nu \exp(-t(i-1)(\nu^{-1} - \frac{\Lambda}{n})), & \text{if } i > 1, \\ 0, & \text{if } i = 1. \end{cases}$$

Вероятность того, что время совместного пребывания запросов в первом и во втором узлах меньше предельно допустимого значения  $t_0$ , вычислим как

$$r(t_0) = \sum_{i=1}^{N-1} B_i \left( 1 - \frac{\Lambda}{m} \nu e^{-\left(\frac{1-\Lambda}{\nu m}\right)(t_0-it)} \right).$$

Число  $N$  градации времени  $t_0$  можно определить, исходя из тактовой частоты системы, или задать некоторое достаточно большое значение  $N$  и затем увеличивать его до тех пор, пока изменения не будут влиять на результаты вычислений.

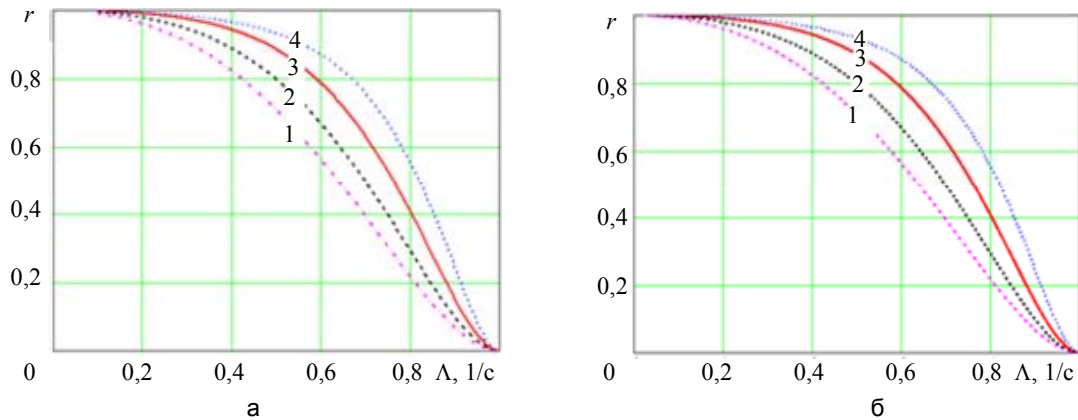


Рис. 1. Зависимость вероятности своевременного выполнения запросов от их интенсивности: при  $n=m=1$  (а); при  $n=m=5$  (б)

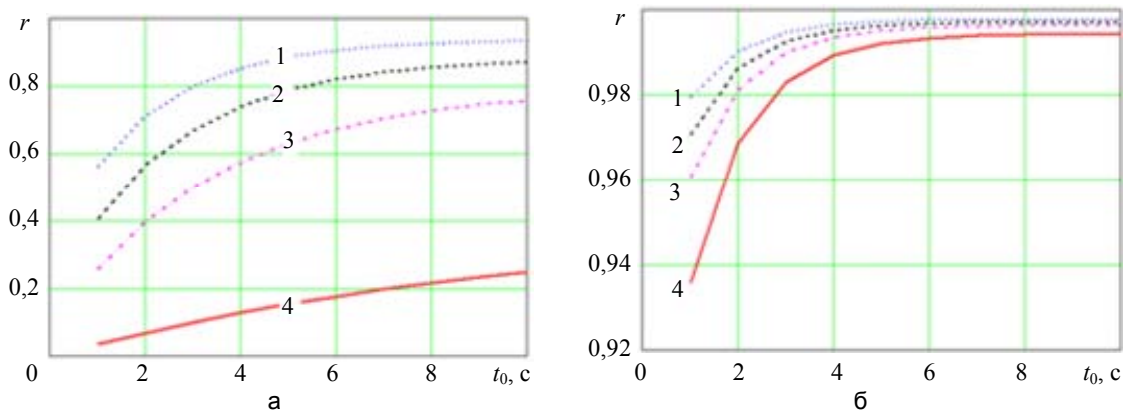


Рис. 2. Зависимость вероятности своевременного выполнения запросов от значения предельно допустимого времени пребывания запросов в системе: при  $n=m=1$  (а); при  $n=m=5$  (б)

Представленные зависимости получены в предположении непосредственной связанности узлов различных уровней. При связанности узлов через коммутаторы предложенные формулы применимы, если задержками в коммутаторах можно пренебречь по сравнению со временем обработки запросов в компьютерных узлах. Предложенные формулы также применимы, если задержки в коммутаторах постоянны, в этом случае их учет возможен при уменьшении ограничений времени пребывания запросов в системе  $t_0$  на соответствующую задержку. В качестве направлений дальнейших исследований выделим построение моделей с учетом задержек в коммутационной подсистеме и организации распределения запросов в кла-

стере, в том числе при функциональной разнородности запросов [5–12]. Зависимость вероятности своевременного выполнения критических запросов от интенсивности их поступления  $\Lambda$  для  $t_0=2, 3, 5, 10$  с при  $n=m=1$  представлена на рис. 1, а, кривыми 1–4, а при  $n=m=5$  – кривыми 1–4 на рис. 1, б. Зависимость вероятности своевременного выполнения критических запросов от  $t_0$  для  $\Lambda=0,5, 0,6, 0,7, 0,9$  1/с представлена кривыми 1–4 на рис. 2, а, б, при  $n=m=1$  и  $n=m=5$  соответственно. Расчеты проведены при  $\nu=1$  с и  $N=100$  шт. в системе компьютерной математики Mathcad 15.

Таким образом, для двухуровневых вычислительных систем кластерной архитектуры при последовательном двухэтапном обслуживании запросов двумя узлами разных уровней кластера предложена оценка вероятности превышения времени пребывания запросов предельной допустимой величины  $t_0$ . Предложенная оценка может быть использована для анализа своевременности обслуживания запросов и соответственно надежности вычислительного процесса двухуровневых кластерных систем, функционирующих в реальном масштабе времени.

1. Polovko A.M., Gurov S.V. *Osnovy teorii nadezhnosti* [Fundamentals of the theory of reliability]. St. Petersburg, BKhV-Peterburg Publ., 2006, 704 p.
2. Maiorov S.A., Novikov G.I., Aliev T.I. et. al. *Osnovy teorii vychislitel'nykh sistem* [Fundamentals of theory of computer system] Ed. S.A. Maiorov. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1978, 408 p.
3. Bogatyrev V.A., Bogatyrev A.V. Funktsional'naya nadezhnost' system real'nogo vremeni [Functional reliability of real-time systems]. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2013, no. 4 (86), pp. 150–151.
4. Khinchin A.Ya. *Raboty po matematicheskoi teorii massovogo obsluzhivaniya* [Work on the mathematical theory of queuing]. Moscow, Gosudarstvennoe izdatel'stvo fiziko-matematicheskoi literatury Publ., 1963, 236 p.
5. Bogatyrev V.A. Exchange of duplicated computing complexes in fault tolerant systems. *Automatic Control and Computer Sciences*, 2011. vol. 45, no. 5, pp. 268–276. doi: 10.3103/S014641161105004X
6. Bogatyrev V.A., Bogatyrev S.V., Bogatyrev A.V. Funktsional'naya nadezhnost' vychislitel'nykh sistem s pereraspredeleniem zaprosov [Functional reliability of computing systems with redistribution of inquiries]. *Izv. vuzov. Priborostroenie*, 2012, no. 10, pp. 53–56.
7. Bogatyrev V.A. Otsenka koeffitsienta sokhraneniya effektivnosti otkazoustoichivyykh sistem iz mnogofunktsional'nykh modulei [Efficiency conservation estimation for the fault-safe systems of multifunctional modules]. *Metody menedzhmenta kachestva*, 2001, no. 9, pp. 29–33.
8. Bogatyrev V.A. Organizatsiya otkazoustoichivyykh vychislitel'nykh sistem na osnove dinamicheskogo raspredeleniya zaprosov s uchetom chastichnoi funktsional'noi rabotosposobnosti vychislitel'nykh modulei [Fault-tolerance computing systems organization based on dynamic allocation of requests taking into account the partial functional performance computing modules]. *Informatsionnye tekhnologii*, 2002, no. 6, pp. 10–14.
9. Bogatyrev V.A. Effektivnost' obespecheniya otkazoustoichivosti vychislitel'nykh sistem na osnove dinamicheskogo raspredeleniya zaprosov [Effectiveness of fault-tolerance computer systems based on dynamic allocation of requests]. *Informatsionnye tekhnologii*, 2002, no. 4, pp. 42–48.
10. Bogatyrev V.A. Otkazoustoichivost' komputernyykh sistem pri mnogofunktsional'nosti modulei [Failure-tolerance of computer systems with multi-function module]. *Informatsionnye tekhnologii*, 2002, no. 12, pp. 2–6.
11. Bogatyrev V.A. Fault tolerance of clusters configurations with direct connection of storage devices. *Automatic Control and Computer Sciences*, 2011, vol. 45, no. 6, pp. 330–337.
12. Bogatyrev V.A. K otsenke effektivnosti dinamicheskogo raspredeleniya zaprosov v otkazoustoichivyykh upravlyayushchikh vychislitel'nykh sistemakh [By evaluating the effectiveness of the dynamic allocation requests in fault-tolerance control computer systems]. *Pribory i sistemy. Upravlenie, kontrol', diagnostika*, 2002, no. 9, pp. 10–12.

**Богатырев Владимир Анатольевич** – доктор технических наук, профессор, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики (Университет ИТМО), Санкт-Петербург, Россия, Vladimir.bogatyrev@gmail.com

**Богатырев Анатолий Владимирович** – аспирант, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики (Университет ИТМО), Санкт-Петербург, Россия, Vladimir.bogatyrev@gmail.com

**Богатырев Станислав Владимирович** – младший научный сотрудник, Санкт-Петербургский Государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия, Vladimir.bogatyrev@gmail.com

**Vladimir A. Bogatyrev** – D.Sc., Professor, Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics (ITMO University), Saint Petersburg, Russia. Vladimir.bogatyrev@gmail.com

**Anatoly V. Bogatyrev** – postgraduate, Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics (ITMO University), Saint Petersburg, Russia. Vladimir.bogatyrev@gmail.com

**Stanislav V. Bogatyrev** – junior scientific researcher, Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Saint Petersburg, Russia, Vladimir.bogatyrev@gmail.com

Принято к печати 12.12.13

Accepted 12.12.13