

УДК 535.2

**ОПТИЧЕСКИЕ СОЛИТОНЫ В СРЕДАХ ИЗ ДВУХУРОВНЕВЫХ АТОМОВ**

С.В. Сазонов



**Сазонов Сергей Владимирович**, доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник Национального исследовательского центра «Курчатовский институт», профессор физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова и Московского авиационного института. Области научных интересов – нелинейная и когерентная оптика, физическая акустика твердого тела, физика плазмы, физика сложных нелинейных систем. Автор около 200 научных работ в центральных и международных изданиях. Лауреат премии Европейской академии 1996 года за работы в области фемтосекундной нелинейной оптики и пикосекундной акустики. Член докторского диссертационного совета при НИЦ «Курчатовский институт» по специальности «физическая электроника». Постоянный член программных комитетов симпозиума «Фотонное эхо и когерентная спектроскопия», «Чтений по квантовой оптике» и конференции «Фундаментальные проблемы оптики». Научный руководитель восьми кандидатских и консультант одной докторской диссертации.

Представлен вывод нелинейных уравнений, описывающих взаимодействие лазерных импульсов с системой двухуровневых атомов и обладающих решениями в виде оптических солитонов. Рассмотрены ситуации распространения резонансных и квазирезонансных солитонов огибающей, а также солитонов типа предельно коротких импульсов длительностью от нано- до фемтосекунд. Обзор адресуется студентам, аспирантам и научным работникам, специализирующимся в различных областях современной физической науки.

**Ключевые слова:** оптический солитон, двухуровневый атом, нелинейность, дисперсия, резонанс, квазирезонанс, интегрируемость.

**Введение**

Оптический солитон (от английского «solitary») представляет собой уединенный лазерный импульс определенной длительности (от нано- до фемтосекунд), обладающий несущей частотой видимого или ближнего инфракрасного диапазона и способный распространяться в нелинейной диспергирующей среде без изменения своей формы на большие расстояния. Важным представляется также и то обстоятельство, что солитоны обладают свойством упругого взаимодействия друг с другом, т.е. после столкновения солитоны восстанавливают свою первоначальную форму. Все это происходит в нелинейной среде, поэтому принцип суперпозиции, как он понимается в линейных средах, несправедлив. В связи с этим свойством на солитоны возлагаются большие надежды для их использования в системах оптической связи. С укорочением длительности солитона растет пропускная способность соответствующих информационных систем.

С математической точки зрения солитон представляет собой решение нелинейного уравнения (или системы уравнений) в частных производных. Рассматриваемое уравнение при этом является интегрируемым, т.е. можно, используя аналитические подходы, найти решение соответствующей задачи Коши или граничной задачи. Свойство упругого взаимодействия солитонов друг с другом обусловлено именно интегрируемостью рассматриваемого уравнения. Помимо нелинейности, для существования солитона должна присутствовать дисперсия. На языке взаимодействия светового поля с атомами это означает наличие временного запаздывания поляризационного отклика среды на полевое воздействие. Взаимная компенсация нелинейного укручения профиля волнового пакета и его дисперсионного расплывания приводит к формированию солитона.

Двухуровневый атом – простейшая квантовая модель, используемая во многих задачах, где рассматривается взаимодействие света с веществом. Особую популярность данная модель приобрела в 60-е годы прошлого столетия, после изобретения лазеров – источников когерентного светового излучения. Если частота света  $\omega$  близка к частоте  $\omega_0$  перехода между какими-либо двумя квантовыми уровнями в атоме (случай резонанса), то с хорошей точностью рассмотрением этих двух уровней можно и ограничиться [1].

При взаимодействии двухуровневого атома с коротким световым импульсом в общем случае изменяются населенности квантовых уровней первого, что влияет на его поляризационный отклик. Населенностями уровней определяется запасенная в атоме энергия. Изменение данной энергии должно сопровождаться изменением энергии поля светового импульса, пропорциональной квадрату напряженности его электрического поля  $E$ . Таким образом, изменение населенностей квантовых уровней – эффект сугубо нелинейный по напряженности поля импульса.

Интуитивно понятно, что чем короче длительность импульса, тем отчетливее должно проявляться запаздывание отклика двухуровневого атома на воздействие данного импульса. Данная временная нелокальная связь между поляризацией  $\mathbf{P}$  среды из двухуровневых атомов и  $\mathbf{E}$  есть та самая дисперсия, наличие которой наряду с отмеченной выше нелинейностью необходимо для формирования оптического солитона.

Целью настоящей работы является обзор тех физических условий, что порождают различные оптические солитоны в системе двухуровневых атомов. Список литературы, данный в работе, далеко не полон, а основной акцент делается на выводе соответствующих нелинейных волновых уравнений и кратком описании свойств их солитонных решений. Автор надеется, что обзором могут заинтересоваться студенты, знакомые с общим курсом физики, включая атомную физику и электромагнетизм, аспиранты, приступающие к изучению вопросов взаимодействия лазерных импульсов с веществом, а также научные работники, специализирующиеся в других областях. В этой связи вывод системы базовых волновых и материальных уравнений представлен достаточно подробно и в простой форме. Также, по возможности, детально иллюстрируется использование различных приближений, приводящих от базовой системы к уравнениям, порождающим солитонные решения. При этом после вывода таких уравнений не делается их исследование на интегрируемость, а просто констатируется сам факт интегрируемости со ссылками на оригинальные работы или монографии. Дело в том, что вопрос интегрируемости сам по себе достаточно сложен, и вряд ли целесообразно его строгое обсуждение в данном обзоре, преследующем прежде всего цели физического анализа условий справедливости тех или иных приближений, которые приводят к уравнениям, порождающим солитоны. Помимо прочего, обзор содержит анализ различной терминологии, часто употребляющейся в оригинальных научных статьях. Это, на взгляд автора, должно помочь начинающим исследователям ориентироваться в «море» часто отпугивающих новых терминов. Автор также выражает надежду на то, что после прочтения настоящего обзора начинающий исследователь и опытный научный работник – неспециалист в данной области смогут постепенно выйти на уровень, позволяющий читать оригинальные статьи, а также, всерьез заинтересовавшись обозначенной областью, принять участие в ее дальнейшем развитии.

### Волновые и материальные уравнения

Для теоретического исследования взаимодействия мощных световых импульсов с веществом обычно используется хорошо зарекомендовавший себя полуклассический подход: электромагнитное поле импульса описывается уравнениями Максвелла, а отклик вещества на воздействие импульса – уравнениями квантовой механики.

Из уравнений Максвелла легко получается волновое уравнение вида [2]

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{n_m^2}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где  $c$  – скорость света в вакууме,  $n_m$  – показатель преломления изотропной матрицы, в которую помещены двухуровневые атомы,  $\nabla^2$  – оператор Лапласа,  $t$  – время.

Теперь необходимо связать вектор  $\mathbf{P}$  с полем светового импульса и с характеристиками двухуровневых атомов. Для этого перейдем к выводу материальных уравнений с помощью квантово-механического подхода.

Пусть  $\hat{H}_0$  – оператор Гамильтона двухуровневого атома, свободного от воздействия светового импульса. Данный оператор описывает кинетическую энергию внешнего (оптического) электрона атома и потенциальную энергию его взаимодействия с атомным остовом, который включает в себя атомное ядро и все внутренние электроны. Понятно, что  $\hat{H}_0$  зависит от координат  $\mathbf{r}$  оптического электрона относительно неподвижного атомного остова и производных по данным координатам.

Будем считать, что для этого случая решено стационарное уравнение Шредингера

$$\hat{H}_0 \varphi_k(\mathbf{r}) = \varepsilon_k \varphi_k(\mathbf{r}), \quad (2)$$

где  $k$  принимает два значения, 1 и 2,  $\varepsilon_k$  – значения энергии оптического электрона в стационарных состояниях,  $\varphi_k(\mathbf{r})$  – соответствующие собственные волновые функции.

В силу эрмитовости  $\hat{H}_0$  значения  $\varepsilon_k$  вещественны, а  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  образуют ортонормированную систему:  $\int \varphi_1^*(\mathbf{r}) \varphi_1(\mathbf{r}) d^3 \mathbf{r} = \int \varphi_2^*(\mathbf{r}) \varphi_2(\mathbf{r}) d^3 \mathbf{r} = 1$ ,  $\int \varphi_1^*(\mathbf{r}) \varphi_2(\mathbf{r}) d^3 \mathbf{r} = 0$ , где интегрирование ведется по объему атома, определяемому областью локализации волновых функций  $\varphi_k(\mathbf{r})$ .

Пусть теперь на атом воздействует световой импульс. Основное воздействие приходится на электронную оболочку атома, так как она значительно легче атомного ядра. В общем случае на электрон с зарядом  $-e$  действуют как электрическое, так и магнитное поле светового импульса. При скоростях электрона, значительно меньших, чем  $c$ , основное влияние на оптический электрон оказывает электри-

ческое поле импульса. Оно сдвигает центр масс внешней электронной оболочки против своего направления, создавая таким образом индуцированный дипольный момент  $\mathbf{d} = -e\mathbf{r}$ . Пусть при отсутствии внешнего поля центр масс отрицательного заряда в атоме находится в точке, характеризуемой радиус-вектором  $\mathbf{r}_0$ . Приложение же внешнего электрического поля  $\mathbf{E}$  деформирует электронную оболочку, смещая ее центр масс из  $\mathbf{r}_0$  в  $\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}$ , антипараллельно  $\mathbf{E}$ . Тогда, работа электрического поля при этом

смещении  $A = -e \int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}} \mathbf{E}(\mathbf{r}', t) \cdot d\mathbf{r}'$ . В видимом диапазоне частот характерной несущей частоте импульса

$\omega \sim 10^{15} \text{ c}^{-1}$  соответствует длина волны  $\lambda \sim 10^{-4}$  см, что на четыре порядка превышает характерный размер атома, равный по порядку величины боровскому радиусу  $a_B \sim 10^{-8}$  см. В этих условиях можно пренебречь изменением  $\mathbf{E}$  на масштабе одного атома, положить  $\mathbf{E}(\mathbf{r}', t) \approx \mathbf{E}(\mathbf{r}_0, t)$  и вынести данную векторную функцию из-под интеграла. Тогда получим  $A = \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}$ . Известно, что работа внешней силы по перемещению тела равна уменьшению соответствующей потенциальной энергии  $V$ . Полагая данную энергию равной нулю при  $\mathbf{r} = 0$ , найдем  $V = -\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}$ . Приближение, в котором получено данное выражение для  $V$ , называется электродипольным.

Так как поле импульса  $\mathbf{E}$  зависит от времени, для описания его взаимодействия с атомом применяем нестационарное уравнение Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = (\hat{H}_0 - \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}) \psi, \quad (3)$$

где новая волновая функция  $\psi$  зависит как от координат оптического электрона относительно центра масс атомного остова, так и от времени. Разложим данную функцию по базису собственных функций оператора  $\hat{H}_0$ :

$$\psi(\mathbf{r}, t) = a_1(t)\varphi_1(\mathbf{r}) + a_2(t)\varphi_2(\mathbf{r}), \quad (4)$$

где  $a_1$  и  $a_2$  – амплитуды основного и возбужденного атомных состояний. Подставим (4) в (3):

$$i\hbar \left( \frac{\partial a_1}{\partial t} \varphi_1(\mathbf{r}) + \frac{\partial a_2}{\partial t} \varphi_2(\mathbf{r}) \right) = (\hat{H}_0 - \mathbf{d} \cdot \mathbf{E})(a_1\varphi_1(\mathbf{r}) + a_2\varphi_2(\mathbf{r})). \quad (5)$$

Так как оператор  $\hat{H}_0$  зависит только от координат оптического электрона и соответствующих пространственных производных, а амплитуды  $a_1$  и  $a_2$  – от времени, то  $\hat{H}_0 a_{1,2} \varphi_{1,2} = a_{1,2} \hat{H}_0 \varphi_{1,2} = a_{1,2} \varepsilon_{1,2} \varphi_{1,2}$  (см. (2)).

С учетом этого и ортонормированности собственных функций оператора  $\hat{H}_0$  умножим (5) сначала на  $\varphi_1^*$  и проинтегрируем получившееся выражение по объему атома, а затем на  $\varphi_2^*$  с тем же последующим интегрированием. Тогда получим:

$$\frac{\partial a_1}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_1 - J_{11})a_1 + \frac{i}{\hbar}J_{12}a_2, \quad (6)$$

$$\frac{\partial a_2}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_2 - J_{22})a_2 + \frac{i}{\hbar}J_{12}^*a_1. \quad (7)$$

Здесь  $J_{11} = \int \mathbf{d} \cdot \mathbf{E} |\varphi_1|^2 d^3\mathbf{r}$ ,  $J_{22} = \int \mathbf{d} \cdot \mathbf{E} |\varphi_2|^2 d^3\mathbf{r}$ ,  $J_{12} = \int \mathbf{d} \cdot \mathbf{E} \varphi_1^* \varphi_2 d^3\mathbf{r}$ ; очевидно, что интеграл  $J_{12}$  описывает переход между стационарными состояниями 1 и 2,  $J_{11}$  и  $J_{22}$  – динамические сдвиги энергий этих состояний.

Волновые функции в последних интегралах локализованы на масштабе порядка боровского радиуса, а характерный масштаб неоднородности поля  $\mathbf{E}$  составляет длину волны. Как было сказано выше, для видимого диапазона  $a_B / \lambda \sim 10^{-4}$ . Это означает, что на масштабе атома поле  $\mathbf{E}$  можно считать однородным и вынести его из выписанных выше интегральных выражений. Тогда

$$J_{11} \approx \mathbf{E} \cdot \int \mathbf{d} |\varphi_1|^2 d^3\mathbf{r} = -e\mathbf{E} \cdot \int \mathbf{r} |\varphi_1|^2 d^3\mathbf{r} = \mathbf{D}_{11} \cdot \mathbf{E},$$

$$J_{22} \approx \mathbf{E} \cdot \int \mathbf{d} |\varphi_2|^2 d^3\mathbf{r} = -e\mathbf{E} \cdot \int \mathbf{r} |\varphi_2|^2 d^3\mathbf{r} = \mathbf{D}_{22} \cdot \mathbf{E},$$

$$J_{12} \approx \mathbf{E} \cdot \int \mathbf{d} \varphi_1^* \varphi_2 d^3\mathbf{r} = -e\mathbf{E} \cdot \int \mathbf{r} \varphi_1^* \varphi_2 d^3\mathbf{r} = \mathbf{d}_{21} \cdot \mathbf{E}.$$

Если гамильтониан свободного атома  $\hat{H}_0$  инвариантен относительно пространственной инверсии  $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$ , то порождаемые им стационарные квантовые состояния обладают определенной четностью. При положительной четности  $\varphi_k(-\mathbf{r}) = \varphi_k(\mathbf{r})$ , а при отрицательной  $\varphi_k(-\mathbf{r}) = -\varphi_k(\mathbf{r})$ . Тогда легко видеть, что интеграл  $J_{12}$  отличен от нуля, если основное и возбужденное состояния обладают различной четно-

стью. Таким образом, в электродипольном приближении под действием светового импульса разрешены квантовые переходы между состояниями противоположных четностей. Тогда очевидно, что  $\mathbf{D}_{11} = \mathbf{D}_{22} = 0$ . Если же инвариантность  $\hat{H}_0$  относительно операции  $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$  отсутствует (это возможно, например, в случае пространственно несимметричных молекул), стационарные состояния не обладают определенной четностью. В этом случае все три матричных элемента оператора дипольного момента атома  $\mathbf{D}_{11}$ ,  $\mathbf{D}_{22}$  и  $\mathbf{d}_{21}$  отличны от нуля. Тогда система (6), (7) примет вид

$$\frac{\partial a_1}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_1 - \mathbf{D}_{11} \cdot \mathbf{E})a_1 + \frac{i}{\hbar} \mathbf{d}_{21} \cdot \mathbf{E}a_2, \quad (6a)$$

$$\frac{\partial a_2}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_2 - \mathbf{D}_{22} \cdot \mathbf{E})a_2 + \frac{i}{\hbar} \mathbf{d}_{21}^* \cdot \mathbf{E}a_1. \quad (7a)$$

Выразим дипольный момент  $\boldsymbol{\mu}$  рассматриваемого атома через амплитуды основного и возбужденного состояний. Согласно правилам квантовой механики,  $\boldsymbol{\mu} = \int \psi^* \mathbf{d} \psi d^3 \mathbf{r}$ . Используя разложение (4) и свойство ортонормированности стационарных состояний, получим  $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{D}_{11} |a_1|^2 + \mathbf{D}_{22} |a_2|^2 + \mathbf{d}_{21} a_1^* a_2 + \mathbf{d}_{21}^* a_2^* a_1$ . Ниже будем считать матричный элемент  $\mathbf{d}_{21}$  вещественным. В этом случае вектор  $\mathbf{E}$  поля импульса всегда остается лежать в одной плоскости, т.е. импульс является плоско поляризованным. Из условия нормировки  $\int |\psi|^2 d^3 \mathbf{r} = 1$  и свойства ортонормированности стационарных состояний находим  $|a_1|^2 + |a_2|^2 = 1$ . Тогда  $\boldsymbol{\mu} = \bar{\mathbf{D}} + \mathbf{D}W + 2\mathbf{d}U$ , а для вектора поляризации, создаваемого двухуровневыми атомами, будем иметь

$$\mathbf{P} = n\boldsymbol{\mu} = n(\bar{\mathbf{D}} + \mathbf{D}W + 2\mathbf{d}U), \quad (8)$$

где  $\bar{\mathbf{D}} = (\mathbf{D}_{22} + \mathbf{D}_{11})/2$ ,  $\mathbf{D} = \mathbf{D}_{22} - \mathbf{D}_{11}$ ,  $\mathbf{d} = \mathbf{d}_{21}$ ,  $n$  – концентрация двухуровневых атомов,  $W = (|a_2|^2 - |a_1|^2)/2$ ,  $U = (a_2^* a_1 + a_1^* a_2)/2$ .

Установим физический смысл различных слагаемых, входящих в (8). При отсутствии светового импульса  $U = 0$ , так как до его воздействия атомы обнаруживаются либо в основном ( $a_2 = 0$ ), либо в возбужденном ( $a_1 = 0$ ) состоянии. В суперпозиционном состоянии, когда одновременно  $a_{1,2} \neq 0$  и определены фазы обеих амплитуд, атом переводится уже полем импульса. Таким образом, первые два слагаемых в скобках (8) дают вклад в дипольный момент атома, которым тот обладает при отсутствии светового импульса в силу того, что из-за асимметрии центры масс положительного и отрицательного зарядов находятся в его разных точках. Последнее слагаемое в скобках (8) есть дипольный момент, индуцированный полем светового сигнала. По этой причине безразмерный динамический параметр  $U$  называют индуцированным дипольным моментом атома. Величина  $\mathbf{D}$  получила название постоянного дипольного момента (ПДМ), а  $\mathbf{d}$  – дипольного момента перехода.

Представляется естественным перейти от (6a), (7a) к системе уравнений для имеющих ясный физический смысл параметров  $U$  и  $W$ .

Пусть векторы всех атомов  $\mathbf{D}_{11}$ ,  $\mathbf{D}_{22}$  и  $\mathbf{d}_{21}$  направлены вдоль одной оси  $x$ , имеющей смысл оси оптической анизотропии. Тогда при отсутствии светового импульса среда является поляризованной вдоль этой оси, образуя одноосный кристалл. Пусть световой импульс распространяется перпендикулярно к этой оси, вдоль которой направлен вектор  $\mathbf{E}$  импульса. В этих условиях векторы  $\mathbf{D}_{11}$ ,  $\mathbf{D}_{22}$ ,  $\mathbf{d}_{21}$  и  $\mathbf{E}$  в (6a), (7a) можно переписать в виде скаляров. Тогда, используя (6a), (7a), легко прийти к замкнутой системе материальных уравнений, описывающих динамику двухуровневого атома в поле светового импульса (предлагается это сделать читателю в качестве упражнения):

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\left(\omega_0 - \frac{DE}{\hbar}\right)V, \quad (9)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \left(\omega_0 - \frac{DE}{\hbar}\right)U + 2\frac{dE}{\hbar}W, \quad (10)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -2\frac{dE}{\hbar}V. \quad (11)$$

Здесь  $\omega_0 = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/\hbar$  – собственная частота рассматриваемого перехода, а также введен новый динамический параметр  $V = (a_2^* a_1 - a_1^* a_2)/2i$ , пропорциональный скорости центра масс электронной оболочки атома, приобретаемой под действием светового импульса. Из (9)–(11) следует, что при наличии

ПДМ электрическое поле импульса выполняет две функции: вызывает квантовый переход между двумя рассматриваемыми уровнями и динамическим образом сдвигает частоту данного перехода.

Волновое уравнение (1) с учетом (8), соответствующее рассматриваемому случаю, имеет вид

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{n_m^2}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{4\pi n}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (2dU + DW) = -\frac{8\pi dn\omega_0}{c^2} \frac{\partial V}{\partial t}. \quad (12)$$

При преобразовании правой части (12) использовались уравнения (9) и (11). Здесь и ниже мы рассматриваем одномерное распространение импульса вдоль оси  $z$ , поэтому лапласиан в (1) представляется как  $\nabla^2 = \partial^2 / \partial z^2$ .

Еще раз следует подчеркнуть, что используемое при выводе системы (9)–(12) приближение электродипольного взаимодействия между световым полем и атомами накладывает ограничения на данную систему. Понятно, что с ее помощью нельзя описывать распространение в двухуровневой среде рентгеновского, а тем более гамма-излучения, так как в этих случаях импульсные поля заметно изменяются на атомных масштабах. В то же время заметим, что область использования системы (9)–(12) достаточно широка. Она способна описывать распространения импульсов, в спектре которых содержатся частоты от терагерцового до ультрафиолетового диапазонов, а их длительность лежит в интервале от нано- до фемтосекунд.

### Система Максвелла–Блоха

В настоящем разделе рассмотрим ситуации, когда в средах из двухуровневых атомов без ПДМ ( $D = 0$ ) формируются квазимонохроматические солитоны. Волна является монохроматической в предельном случае, когда она представлена бесконечной синусоидой. Понятно, что световые импульсы не могут быть монохроматическими, так как их длительность всегда конечна. Если длительность  $\tau_p$  импульса такова, что он содержит большое число ( $N \gg 1$ ) световых колебаний, его называют квазимонохроматическим. Обычно для таких импульсов  $N > 10$ . Пусть  $T_p$  – период оптических колебаний, содержащихся в импульсе. Тогда  $N \sim \tau_p / T_p \sim \omega \tau_p$  и условие квазимонохроматичности можно записать, введя малый параметр

$$\mu_1 \equiv (\omega \tau_p)^{-1} \ll 1. \quad (13)$$

При  $D = 0$  (9)–(11) удобно записать в комплексной форме, введя динамическую переменную  $S \equiv U = iV$ :

$$\frac{\partial S}{\partial t} = i\omega_0 S + i\Omega W, \quad \frac{\partial W}{\partial t} = \frac{i}{2} \Omega (S - S^*), \quad (9a)$$

где  $\Omega = 2dE / \hbar$ . Считая здесь и ниже квазимонохроматический импульс одномерным и распространяющимся вдоль оси  $z$ , представим его поле в виде

$$\Omega = \psi(z, t) e^{i(\omega t - kz)} + \psi^*(z, t) e^{-i(\omega t - kz)}, \quad (14)$$

где  $k$  – волновое число,  $\psi(z, t)$  – комплексная медленно меняющаяся огибающая (ММО), в том смысле, что ее временной масштаб  $\tau_p$  значительно превосходит период  $T_p$ , а пространственный  $l_p \sim c\tau_p$  – длину волны  $\lambda = 2\pi / k$ .

Легко видеть, что введение ММО согласуется с условием квазимонохроматичности (13), которое теперь можно переписать в виде неравенств

$$\left| \frac{\partial \psi}{\partial t} \right| \ll \omega |\psi|, \quad \left| \frac{\partial \psi}{\partial z} \right| \ll k |\psi|. \quad (13a)$$

Так как  $|\partial \psi / \partial t| \sim |\psi| / \tau_p$ ,  $|\partial \psi / \partial z| \sim |\psi| / l_p$ , то отношения левых частей в неравенствах (13a) к их правым частям – порядка  $\mu_1$ . Вообще говоря, каждая последующая производная от огибающей точно так же по абсолютной величине относится к предыдущей производной. Тогда можно приближенно записать

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial t^2} = \left( 2i\omega \frac{\partial \psi}{\partial t} - \omega^2 \psi \right) e^{i(\omega t - kz)} + \text{к.с.}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2} = \left( -2ik \frac{\partial \psi}{\partial t} - k^2 \psi \right) e^{i(\omega t - kz)} + \text{к.с.}, \quad (16)$$

где аббревиатура «к.с.» обозначает комплексное сопряжение от предыдущих выражений в левых частях; в (15) и (16) мы пренебрегли вторыми производными от огибающей по  $t$  и  $z$  соответственно.

Обратимся теперь к системе материальных уравнений (9a). При отсутствии поля светового импульса ( $\Omega = 0$ ) первое уравнение описывает движение свободного комплексного осциллятора, собствен-

ная частота которого равна  $\omega_0$ . В этом случае имеем  $S \sim \exp(i\omega_0 t)$ . Очевидно, это соответствует тому, что дипольный момент возбужденного двухуровневого атома колеблется на частоте его квантового перехода. Последнее слагаемое в правой части (9а) можно рассматривать как внешнюю вынуждающую силу, частота которой равна несущей частоте  $\omega$  светового импульса. Понятно, что установившиеся колебания осциллятора происходят именно на этой частоте. Поэтому запишем

$$S(z, t) = R(z, t)e^{i(\omega t - kz)}, \quad (17)$$

где  $R(z, t)$  – комплексная ММО дипольного момента атома.

Представляя переменную  $V$  в виде

$$V = \frac{S - S^*}{2i} = -\frac{i}{2} \left( R e^{i(\omega t - kz)} - R^* e^{-i(\omega t - kz)} \right) \quad (18)$$

и пренебрегая производной от огибающей  $R$ , будем иметь

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\omega}{2} \left( R e^{i(\omega t - kz)} + R^* e^{-i(\omega t - kz)} \right).$$

Подставляя данное выражение, а также (15) и (16) в (12), после приравнивания друг другу в левой и правой частях отдельно слагаемых при  $e^{i(\omega t - kz)}$  и  $e^{-i(\omega t - kz)}$  получим

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{n_m}{c} \frac{\partial \psi}{\partial t} = -i\beta R, \quad (19)$$

где  $\beta = \frac{4\pi d^2 n \omega_0}{\hbar c n_m}$ .

При получении (19) мы обратили в ноль коэффициент при свободном члене  $\psi$  (и при  $\psi^*$ ), что позволило найти дисперсионное уравнение  $k = \omega n_m / c$ .

Таким образом, использование приближения ММО позволило волновое уравнение (12) редуцировать от второго порядка к первому относительно производных.

Теперь преобразуем материальные уравнения (9а). Подставляя (14) и (17) в первое уравнение (9а), будем иметь

$$\frac{\partial R}{\partial t} = i(\omega_0 - \omega)R + i(\psi + \psi^* e^{-2i(\omega t - kz)})W.$$

Здесь слагаемым, содержащим мнимую экспоненту, которая осциллирует на частоте  $2\omega$ , можно пренебречь по сравнению с  $\psi$ . Действительно, характерный временной масштаб изменения  $\psi$  соответствует длительности  $\tau_p$  импульса, что, в силу (13), значительно больше периода осцилляций мнимой экспоненты, среднее от которой на масштабе  $\tau_p$  равно нулю. Содержание настоящего абзаца составляет суть приближения вращающейся волны, с более подробным изложением которого можно познакомиться, например, в [1]. Тогда с хорошей точностью

$$\frac{\partial R}{\partial t} = i\Delta R + i\psi W, \quad (20)$$

где  $\Delta = \omega_0 - \omega$  – частотная отстройка поля от резонансного перехода.

Подставляя теперь (14) и (17) во второе уравнение (9а) и также отбрасывая слагаемые с мнимыми экспонентами, осциллирующими на частоте  $2\omega$ , получим

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{i}{2} (\psi^* R - \psi R^*). \quad (21)$$

Уравнения (19)–(21) хорошо известны и носят название системы Максвелла–Блоха (МБ). Она явила собой первую интегрируемую систему, порождающую решения в виде оптических солитонов [3].

Систему МБ можно переписать через вещественные переменные, используя для поля представление вида  $\psi = Q e^{i\varphi}$ ,  $Q$  и  $\varphi$  – вещественные функции, имеющие смысл амплитуды поля и его фазы соответственно. Дипольный момент атома не мгновенно откликается на поле импульса, а обладает некоторым запаздыванием. Поэтому огибающую комплексного дипольного момента запишем в виде  $R = (u + iv) e^{i\varphi}$ , где вещественные переменные  $u$  и  $v$  получили название соответственно синфазной и квадратурной компонент дипольного момента. Подставляя выписанные здесь представления огибающих поля и дипольного момента в (19)–(21), после отделения действительных и мнимых частей получим

$$\frac{\partial Q}{\partial z} + \frac{n_m}{c} \frac{\partial Q}{\partial t} = \beta v, \quad Q \left( \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{n_m}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) = -\beta u, \quad (22)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\left(\Delta - \frac{\partial \varphi}{\partial t}\right)v, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = \left(\Delta - \frac{\partial \varphi}{\partial t}\right)u + QW, \quad \frac{\partial W}{\partial t} = -Qv. \quad (23)$$

Зависимость фазы  $\varphi$  от времени и координат порождает в общем случае фазовую модуляцию оптического импульса. Так как комплексная огибающая  $\psi$  является медленно меняющейся на протяжении периода колебаний, то  $\partial \varphi / \partial t \ll \omega$ . Поэтому фазовой модуляцией поля зачастую (если не рассматривать каких-либо особых ситуаций) можно пренебречь. Тогда второе уравнение (22) можно не рассматривать вообще, а в первых двух уравнениях (23) следует положить  $\partial \varphi / \partial t = 0$ . Интересно отметить, что в таком виде система МБ также оказывается интегрируемой, порождая солитонные решения.

### Резонансные и квазирезонансные солитоны в изотропной среде

**Уравнение синус–Гордона для огибающей.** Рассмотрим случай точного резонанса, когда  $\Delta = 0$ . Предположим, что до воздействия импульса на среду разность населенностей атомных состояний определяется значением  $W_\infty$ . Если все атомы находятся в основном состоянии, то  $W_\infty = -1/2$ , а если в инвертированном, то  $W_\infty = 1/2$ . При этом в обоих случаях  $U = V = 0$ , так как или  $|a_1| = 1, |a_2| = 0$  (первый случай) или  $|a_1| = 0, |a_2| = 1$  (второй случай). Следовательно, до импульсного воздействия  $R = u = v = 0$ , что соответствует отсутствию у атома индуцированного дипольного момента. Учитывая это и полагая в (22), (23)  $\Delta = \partial \varphi / \partial t = 0$ , найдем, что  $u = 0$  и при воздействии импульса. Таким образом, при точном резонансе синфазная компонента индуцированного дипольного момента у атома отсутствует. Тогда два последних материальных уравнения (23) примут вид  $\partial v / \partial t = QW, \partial W / \partial t = -Qv$ . Введя комплексную функцию  $G = W + iv$ , перепишем их в виде  $\partial G / \partial t = iQG$ . Относя начальный момент времени к  $-\infty$  и учитывая, что при этом  $W = W_\infty, v = 0$ , запишем решение  $G = W_\infty e^{i\theta}$ , где

$$\theta = \int_{-\infty}^t Q dt'. \quad (24)$$

После отделения в решении для  $G$  действительной и мнимой частей найдем

$$W = W_\infty \cos \theta, \quad v = W_\infty \sin \theta. \quad (25)$$

Подставляя второе выражение (25) в первое уравнение (22) и учитывая (24), получим замкнутое нелинейное уравнение

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial z \partial t} + \frac{n_m}{c} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = \beta W_\infty \sin \theta.$$

Введя «локальное» время  $\tau = t - n_m z / c$ , перепишем его в виде

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial z \partial \tau} = -\sigma \sin \theta, \quad (26)$$

где  $\sigma = -\beta W_\infty$ .

Уравнение (26) получило название уравнения синус–Гордона (СГ), относящегося к классу интегрируемых и обладающего солитонными решениями [3].

Продemonстрируем простейший способ нахождения односолитонного решения, который годится для всех остальных уравнений, встречающихся ниже. Будем искать решение в виде уединенной волны, бегущей вдоль оси  $z$  со скоростью  $v$ . Итак, пусть  $\theta$  зависит от  $t$  и  $z$  как  $\theta = \theta(t - z/v) = \theta(\tau - \eta z)$ , где  $\eta = 1/v - n_m/c$ . Тогда  $\partial \theta / \partial \tau = \dot{\theta}$ ,  $\partial \theta / \partial z = -\eta \dot{\theta}$ , где точка сверху обозначает производную по переменной  $\tau - \eta z$ . После этого (26) примет вид обыкновенного дифференциального уравнения

$$\ddot{\theta} = \frac{\sigma}{\eta} \sin \theta.$$

Умножая обе части на  $\dot{\theta}$ , будем иметь после интегрирования

$$\frac{\dot{\theta}^2}{2} = -\frac{\sigma}{\eta} \cos \theta + C.$$

Постоянную интегрирования  $C$  определим, исходя из того, что при  $t = \tau = -\infty$  (нет пробела) поле импульса со всеми его производными обращается в ноль. Из (24) видно, что  $\theta = 0$  при  $t = -\infty$ . В то же время  $\dot{\theta} = \Omega$  также обращается в ноль. Отсюда находим, что  $C = \sigma / \eta$ . Таким образом,

$$\dot{\theta} = \frac{2}{\tau_p} \sin \frac{\theta}{2}, \quad (27)$$

где  $\tau_p = \sqrt{\eta/\sigma}$  – длительность импульса. Разделяя переменные и интегрируя, найдем

$$\int \frac{d\chi}{\sin \chi} = \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}} (\tau - \eta z) = \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}} \left( t - \frac{z}{v} \right),$$

где  $\chi = \theta/2$ .

Вторую переменную интегрирования можно всегда обратить в ноль выбором системы координат. Учитывая, что  $\int \frac{d\chi}{\sin \chi} = \ln \left| \operatorname{tg} \frac{\chi}{2} \right| = \ln \left| \operatorname{tg} \frac{\theta}{4} \right|$ ,

$$\theta = 4 \operatorname{arctg} \left[ \exp \left( \frac{t - z/v}{\tau_p} \right) \right]. \quad (28)$$

Из определения параметра  $\eta$  и выражения для  $\tau_p$  получаем связь между скоростью распространения солитона и его длительностью:

$$\frac{1}{v} = \frac{n_m}{c} + \sigma \tau_p^2. \quad (29)$$

Для огибающей импульса из (28) и (24) легко находим

$$Q = \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{2}{\tau_p} \operatorname{sech} \left( \frac{t - z/v}{\tau_p} \right). \quad (30)$$

Используя (28) и первое выражение (25), имеем для разности населенностей при  $W_\infty = -1/2$

$$W = -\frac{1}{2} + \operatorname{sech}^2 \left( \frac{t - z/v}{\tau_p} \right). \quad (31)$$

Из сопоставления (30) и (31) отчетливо виден физический механизм формирования рассматриваемого солитона. В центральной части солитона, соответствующей  $t = z/v$ , где его амплитуда  $Q$  максимальна, разность населенностей  $W$  равна  $+1/2$ , т.е. здесь атомы переведены в инвертированное состояние, а при  $t = \mp\infty$   $W = -1/2$ . Таким образом, передним фронтом оптический импульс переводит атомы из основного состояния в возбужденное, а задним фронтом индуцированно возвращает их в исходное основное состояние. В результате периодического обмена энергией между световым импульсом и средой формируется оптический солитон огибающей. Понятно, что на такой периодический процесс затрачивается время, поэтому скорость распространения солитона, определяемая согласно (29), оказывается значительно меньшей линейной скорости  $c/n_m$ . В этом состоит суть эффекта самоиндуцированной прозрачности (СИП), обнаруженного экспериментально еще в работе [4]. В различных экспериментах наблюдались скорости  $v$  на два–четыре порядка меньшие скорости света в вакууме [5] для пико- и наносекундных импульсов.

Солитон (29), (30) является однопараметрическим, т.е. данное решение характеризуется одним свободным параметром, в качестве которого здесь выбрана длительность  $\tau_p$ . Свободным выделенный параметр является в том смысле, что его значение не строго фиксировано параметрами среды, а может изменяться в широких пределах, удовлетворяющим физической корректности выбранной модели.

Из (29) и (30) видно, что с укорочением длительности солитона возрастают его амплитуда и скорость. Это правило является достаточно общим для всех солитонов (одно важное исключение будет приведено ниже). Для его усвоения достаточно запомнить шутливую фразу: «высокий и худой бежит быстрее, чем низенький и толстый».

Солитон СИП часто называют также  $2\pi$ -импульсом. Причина этого заключается в том, что «площадь» данного солитона, определяемая как  $A \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} Q dt$ , равна  $2\pi$ .

Резонансный солитон СИП был первым обнаруженным экспериментально в 1967 году оптическим солитоном [4]. Интересно заметить, что в том же 1967 году вышла знаменитая теоретическая работа [6], в которой был развит систематический метод нахождения аналитических солитонных решений не имеющего в то время к оптике никакого отношения уравнения Кортевега–де Вриза (КдВ). Данный подход получил название метода обратной задачи рассеяния (МОЗР) и был впоследствии применен ко многим другим нелинейным уравнениям в частных производных и их системам. Отмеченное совпадение настолько же удивительно, насколько оно является случайным. Обе совершенно независимые друг от друга работы [4] и [6], вышедшие в одном и том же году, явились в результате мощным стимулом разви-

тия теории солитонов вообще, а также экспериментальных и теоретических исследований оптических солитонов.

Односолитонное решение типа (29), (30) было получено в уже отмеченной здесь экспериментально-теоретической работе [4]. Несколько позже выяснилось, что система МБ и уравнение СГ интегрируемы с помощью МОЗР [7]. С помощью так называемых преобразований Бэклунда были построены многосолитонные решения МБ и СГ, анализ которых показал, что  $2\pi$ -импульсы действительно упруго взаимодействуют между собой, восстанавливая после столкновений свои исходные профили. Таким образом, было показано, что  $2\pi$ -импульсы СИП являются солитонами в строгом смысле этого слова, а не просто уединенными волнами.

**Уравнение Хироты.** Рассмотрим теперь случай, когда частотная отстройка оптического импульса от резонанса с ансамблем двухуровневых атомов отлична от нуля. Более конкретно, пусть выполняется неравенство

$$\mu_2 \equiv (\Delta\tau_p)^{-1} \ll 1, \quad (32)$$

называемое условием квазирезонанса [8].

Выясним физический смысл условия (32). Спектральная ширина  $\delta\omega$  импульса длительности  $\tau_p$  может быть оценена как  $\delta\omega \sim 1/\tau_p$ . Тогда (32) можно переписать в виде  $\delta\omega/\Delta \ll 1$ . Таким образом, спектральная ширина импульса значительно меньше частотной отстройки от резонанса. В этих условиях, когда в спектре импульса практически отсутствуют фотоны, находящиеся в резонансе с атомным переходом, взаимодействие между импульсом и средой является слабым. В то же время заметим, что в условиях квазирезонанса величина отстройки  $|\Delta| \ll \omega$ . Если, например,  $\omega$  лежит в видимом диапазоне, то отстройка может принадлежать терагерцовому диапазону, т.е. быть на три порядка меньше, чем  $\omega$ .

В случае (32) из системы (19)–(21), как и при точном резонансе, можно исключить материальные переменные, выразив из (20), (21)  $R$  и  $W$  через огибающую  $\psi$  электрического поля импульса с помощью малого параметра  $\mu_2$ . Для этого перепишем (20) в виде

$$R = -\frac{\Psi}{\Delta}W - \frac{i}{\Delta} \frac{\partial R}{\partial t}. \quad (20a)$$

Так как  $\partial R/\partial t \sim R/\tau_p$ , то второе слагаемое в правой части (20a) относится по величине к левой части как  $\sim \mu_2 \ll 1$ . Поэтому можно использовать метод последовательных приближений по второму слагаемому в правой части (20a). В нулевом приближении имеем  $R = -\Psi W/\Delta$ . Подставляя это выражение в упомянутое малое слагаемое, найдем уже в первом приближении  $R = -\frac{\Psi}{\Delta}W + \frac{i}{\Delta^2} \frac{\partial}{\partial t}(\Psi W)$ . Поступая так и далее, приходим к разложению

$$R = -\frac{\Psi}{\Delta}W + \frac{i}{\Delta^2} \frac{\partial}{\partial t}(\Psi W) + \frac{1}{\Delta^3} \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\Psi W) - \frac{i}{\Delta^4} \frac{\partial^3}{\partial t^3}(\Psi W) + \dots, \quad (33)$$

известному как разложение Криспа [9].

Примем теперь к сведению, что взаимодействие импульса со средой в условиях квазирезонанса является слабым. Поэтому в третьем и четвертом слагаемых правой части (33) пренебрежем изменением разности населенностей, полагая в них  $W = W_\infty$ . Тогда, ограничиваясь четырьмя слагаемыми разложения, запишем

$$R = -\frac{\Psi}{\Delta}W + \frac{i}{\Delta^2} \frac{\partial}{\partial t}(\Psi W) + \frac{W_\infty}{\Delta^3} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - \frac{iW_\infty}{\Delta^4} \frac{\partial^3 \Psi}{\partial t^3}. \quad (33a)$$

Так как разность населенностей квантовых уровней атома в условиях квазирезонанса изменяется незначительно, подставим (33a) в (21), ограничиваясь первыми тремя слагаемыми разложения. Тогда

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{W_\infty}{2\Delta^2} \left( \Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial t} \right) + \frac{iW_\infty}{2\Delta^3} \left( \Psi^* \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - \Psi \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial t^2} \right).$$

Интегрируя данное выражение, получим

$$W = W_\infty \left[ 1 - \frac{|\Psi|^2}{2\Delta^2} + \frac{i}{2\Delta^3} \left( \Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial t} - \Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial t} \right) \right]. \quad (34)$$

После подстановки (34) в (33a) и простых алгебраических преобразований найдем

$$R = -\frac{W_\infty}{\Delta} \left( \Psi - \frac{|\Psi|^2}{2\Delta^2} \Psi + \frac{3i}{2\Delta^3} |\Psi|^2 \frac{\partial \Psi}{\partial t} - \frac{i}{\Delta} \frac{\partial \Psi}{\partial t} - \frac{1}{\Delta^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} + \frac{i}{\Delta^3} \frac{\partial^3 \Psi}{\partial t^3} \right). \quad (35)$$

Выражение (35) представляет собой разложение комплексной огибающей индуцированного дипольного момента атома по степеням нелинейности и дисперсии. Первое слагаемое в скобках (35) определяет линейный отклик, а коэффициент перед  $\psi$  пропорционален линейной восприимчивости  $\chi$  среды. Второе слагаемое в этих же скобках определяет локальную нелинейную добавку к отклику – керровскую нелинейность, а коэффициент перед  $|\psi|^2 \psi$  пропорционален нелинейной восприимчивости  $\chi^{(3)}$ . Если  $\chi^{(3)} > 0$ , говорят о фокусирующей керровской нелинейности, в противном случае – о дефокусирующей. Как видно, в нашем случае знак  $\chi^{(3)} > 0$  зависит от знаков  $W_\infty$  и отстройки  $\Delta$ . Последние два слагаемых характеризуют разные порядки дисперсии (см. ниже), третье слагаемое соответствует дисперсии нелинейности, а четвертое определяет линейную добавку к групповой скорости, связанную с двухуровневыми атомами.

Подставляя (35) в (19), будем иметь

$$i \frac{\partial \Phi}{\partial z} = -\frac{k_2}{2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \tau^2} + i \frac{k_3}{6} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial \tau^3} - a |\Phi|^2 \Phi + ib |\Phi|^2 \frac{\partial \Phi}{\partial \tau}, \quad (36)$$

где  $\Phi = \psi \exp(-i\beta W_\infty z / \Delta)$ ,  $\tau = t - z / v_g$ ,  $k_2 = -2\beta W_\infty / \Delta^3$ ,  $k_3 = -6\beta W_\infty / \Delta^4$  – параметры дисперсии групповой скорости (ДГС) второго и третьего порядка соответственно, линейная групповая скорость  $v_g$  определяется выражением  $\frac{1}{v_g} = \frac{n_m}{c} - \frac{\beta W_\infty}{\Delta^2}$ ,  $a = -\beta W_\infty / 2\Delta^3$ ,  $b = -3\beta W_\infty / 2\Delta^4$ .

Уравнение (36) известно как уравнение Хироты [10]. Именно при имеющем здесь место условии  $k_2 b = k_3 a$  (37)

уравнение (36) оказывается интегрируемым и обладает солитонными решениями [11].

**Нелинейное уравнение Шредингера.** Если в правой части (36) удержать лишь слагаемые порядка  $\mu_2^2$ , а слагаемые порядка  $\mu_3^2$  отбросить, т.е. положить приближенно  $k_3 = b = 0$ , то приходим к нелинейному уравнению Шредингера (НУШ)

$$i \frac{\partial \Phi}{\partial z} = -\frac{k_2}{2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \tau^2} - a |\Phi|^2 \Phi, \quad (38)$$

также интегрируемому с помощью МОЗР [3].

В общем случае НУШ описывает распространение оптических солитонов в изотропных нерезонансных диэлектриках, обладающих кубической (керровской) нелинейностью, которая характеризуется вторым слагаемым в правой части (38). Принятая здесь модель двухуровневой среды является лишь иллюстрацией этого факта.

Если  $k_2 a > 0$ , что выполняется в нашем случае, НУШ обладает решениями типа «светлых» (спадающих до нуля на бесконечности) солитонов, которые в «лабораторной» системе отсчета имеют вид

$$\Phi = \frac{1}{\tau_p} \sqrt{\frac{k_2}{a}} \exp\left(i \frac{k_2 z}{2\tau_p^2}\right) \operatorname{sech}\left(\frac{t - z / v_g}{\tau_p}\right). \quad (39)$$

Отличительной особенностью солитона (39) является то, что его скорость никак не связана с его амплитудой и длительностью  $\tau_p$ , а равна линейной групповой скорости  $v_g$ , отвечающей несущей частоте. Это тот самый случай, когда нарушается предложенное в предыдущем разделе правило «высокий и худой бежит быстрее, чем низенький и толстый». Данное обстоятельство позволяет использовать солитоны НУШ в волоконных линиях оптической связи. Пусть, например, на вход волокна подается серия из следующих друг за другом различных по длительности и амплитуде солитонов на одной и той же несущей частоте. Пусть в этой последовательности зашифрована некоторая информация. Тогда в такой же последовательности данные солитоны будут приняты на выходе из оптического волокна. Таким образом, информация, зашифрованная на входе, не исказится на выходе. По этой причине солитоны НУШ еще называют фундаментальными солитонами [12]. Разным несущим частотам солитонов НУШ в оптическом волокне могут соответствовать различные каналы оптической связи. Читателям, интересующимся прикладными аспектами, касающимися солитонов НУШ, можно порекомендовать обратиться к обзорным монографиям [12, 13].

**Модифицированное уравнение Кортевега–де Вриза для огибающей.** С укорочением длительности оптических импульсов необходимо в (36) учитывать слагаемые в правой части  $\mu_2^3$  и тем самым отходить от приближения НУШ. Поэтому займемся теперь более детально уравнением Хироты (36). Его правая часть содержит только разложения по степеням малого параметра  $\mu_2$ . Если ее обнулить, то решением уравнения будет произвольная вещественная функция, зависящая от  $t - z / v_g$ . Нетривиальная фаза

$\varphi$  у решения появляется только в результате появления правой части в (36). Так как все ее слагаемые малы, то ниже пренебрежем зависимостью  $\varphi$  от  $\tau$ . Тогда, полагая  $\Phi = Qe^{i\varphi}$ , после отделения друг от друга действительной и мнимой частей будем иметь из (36)

$$\frac{\partial Q}{\partial z} = \frac{k_3}{6} \frac{\partial^3 Q}{\partial \tau^3} + bQ^2 \frac{\partial Q}{\partial \tau}, \quad (40)$$

$$Q \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{k_2}{2} \frac{\partial^2 Q}{\partial \tau^2} + aQ^3. \quad (41)$$

Уравнение (40) получило название модифицированного уравнения Кортевега–де Вриза (МКдВ). Оно оказывается интегрируемым с помощью МОЗР и имеет солитонные решения [3, 14]. Найти его односолитонное решение не составляет труда, подобно тому, как это было сделано в предыдущем разделе при поиске односолитонного решения уравнения СГ. В результате получим

$$Q = \frac{1}{\tau_p} \sqrt{\frac{k_3}{b}} \operatorname{sech} \left( \frac{t - z/v}{\tau_p} \right), \quad (42)$$

где зависимость скорости  $v$  солитона от его длительности  $\tau_p$  определяется выражением

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{v_g} - \frac{k_3}{6\tau_p^2}. \quad (43)$$

Легко видеть, что после подстановки (42) в (41), последнее уравнение при условии (37) обращается в тождество. Кроме того, из (42) и (41) имеем  $\varphi = k_2 z / 2\tau_p^2$ . Так как  $\varphi$  здесь зависит только от  $z$  и не зависит от  $\tau$ , то выражение

$$\Phi = \frac{1}{\tau_p} \sqrt{\frac{k_3}{b}} \exp \left( \frac{k_2 z}{2\tau_p^2} \right) \operatorname{sech} \left( \frac{t - z/v}{\tau_p} \right) \quad (44)$$

вкуче с (43) является точным солитонным решением уравнения (36) при условии (37).

Из (43) и (44) легко видеть, что здесь, как и для солитонов уравнения СГ, выполняется правило «высокий и худой бежит быстрее, чем низенький и толстый». Поэтому теперь последовательности солитонов из какой-либо серии, задающей информацию, на входе и выходе оптического волокна могут быть различны. Тем самым посланная на вход информация может быть на выходе принята в искаженном виде. Таким образом, с одной стороны, укорочение длительности приводит к увеличению пропускной способности информационных оптических систем в единицу времени, с другой стороны, это создает проблемы с качеством приема передаваемой информации. В то же время изменение последовательности солитонов на выходе из волокна не должно приводить к искажению каждого солитона в последовательности в силу упругого взаимодействия солитонов между собой. Поэтому поправки на изменения в солитонных последовательностях на выходе из волокна могут быть в принципе учтены, что позволит восстанавливать переданную информацию. Разумеется, здесь возникает еще множество проблем, связанных, например, с затуханием оптических импульсов, обусловленным необратимыми потерями, с поперечной и продольной неоднородностью оптических волокон и т.д. Эти вопросы достаточно ясно обсуждены в монографии [12].

**Уравнение Конно–Камеямы–Сануки.** В заключение настоящего раздела рассмотрим случай двухкомпонентной среды из двухуровневых атомов, взаимодействующих с полем светового импульса. Причем одна компонента находится в точном резонансе с лазерным импульсом ( $\Delta = 0$ ), а для другой выполнено условие квазирезонанса (32). Такая ситуация может возникнуть в газовой смеси изотопов какого-либо химического элемента. Вследствие изотопического сдвига [15] частоты квантовых переходов разных изотопов несколько отличаются друг от друга. Причиной изотопического сдвига для атомов легких элементов является различие масс ядер разных изотопов, а для тяжелых элементов – различие в размерах и в оболочечной структуре ядер. Более подробно данная ситуация в приложении к рассматриваемой здесь оптической задаче обсуждена в работе [16].

Выше, в настоящем разделе, было показано, что в случае точного резонанса  $R = ive^{i\varphi}$ , а динамика квадратурной компоненты  $v$  определяется выражениями (25) и (24). При этом фазовая модуляция отсутствует. Тогда, как легко видеть, наличие резонансной изотопической компоненты приводит к тому, что к правой части (40) добавляется слагаемое  $-\sigma \sin \theta$ , а уравнение (41) остается без изменений. Учитывая, что  $Q = \partial \theta / \partial \tau$ , будем иметь вместо (40) в рассматриваемом случае

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial z \partial \tau} = -\sigma \sin \theta + b \left( \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \right)^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tau^2} + \frac{k_3}{6} \frac{\partial^4 \theta}{\partial \tau^4}. \quad (45)$$

Здесь коэффициенты  $\sigma$ ,  $b$  и  $k_3$  определяются, как и выше. Только в  $\sigma$  под  $n$  следует понимать концентрацию резонансных атомов, а в  $b$  и  $k_3$  – квазирезонансных.

Уравнение (45) носит имя Конно–Камеямы–Сануки (ККС) и является интегрируемым, если  $k_3/b = 4$  [17, 18]. Именно такое соотношение выполняется в нашем случае (см. выражения для коэффициентов уравнения (36) сразу после него). Получить солитонное решение уравнения ККС можно, если, как и в случае солитона СГ, искать его в виде бегущей волны и использовать *анзатцу* вида (27). Тогда  $\ddot{\theta} = \frac{1}{\tau_p} \cos \frac{\theta}{2} \dot{\theta} = \frac{2}{\tau_p^2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{\tau_p^2} \sin \theta$ . Аналогично легко показать, что  $\ddot{\theta} = -\frac{2}{\tau_p^4} \sin \theta + \frac{3}{2\tau_p^4} \sin 2\theta$ . Подставляя данные выражения и (27) в (45), убедимся в том, что при условии  $k_3/b = 4$  слагаемые в правой части, содержащие  $\sin 2\theta$ , взаимно уничтожатся, а приравнивание в левой и правой части коэффициентов при  $\sin \theta$  даст выражение для скорости солитона уравнения ККС:

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{v_g} + \sigma \tau_p^2 - \frac{k_3}{6\tau_p^2}. \quad (46)$$

При этом  $\theta$  и  $Q$  определяются выражениями (28) и (30) соответственно.

Из (28), (25), а также из (30) и (34) легко получить законы изменения разности населенностей двухуровневых атомов при прохождении через среду солитона ККС. Легко видеть, что для резонансных переходов при  $W_\infty = -1/2$  имеем выражение (31), а для квазирезонансных – выражение

$$W = -\frac{1}{2} + \left( \frac{1}{\Delta \tau_p} \right)^2 \operatorname{sech} \left( \frac{t-z/v}{\tau_p} \right). \quad (47)$$

Из (47) и из (32) видно, что квазирезонансные атомы, в отличие от резонансных, испытывают незначительное возбуждение. Выражение же (46) показывает, что для солитона уравнения ККС выполняется введенное выше правило «высокий и худой бежит быстрее, чем низенький и толстый».

Оговоримся, что данное решение является простейшим, однопараметрическим, решением уравнения (45). В силу его интегрируемости при условии  $k_3/b = 4$  оно обладает и значительно более сложными (например, многосолитонными) решениями [17].

### Редуцированные системы типа Максвелла–Блоха

Система (9)–(12) является неинтегрируемой. Дальнейшее применение к ней в приближения ММО выявило интегрируемые варианты в изотропном случае, когда  $D = 0$ .

Одной из основных тенденций развития лазерной физики является создание в лабораторных условиях световых импульсов все более коротких длительностей. В настоящее время можно говорить о фемто- и даже аттосекундной оптике. Импульс длительностью порядка 1 фс может содержать один или несколько периодов световых колебаний. По сложившейся к настоящему времени терминологии такие сигналы называют предельно короткими импульсами (ПККИ). В англоязычной литературе закрепился термин «few cycle pulses» [19]. В этом случае параметр  $\mu_1$  (см. (13)) перестает быть малым, и его значение становится порядка единицы. Понятно, что в таких условиях уже нельзя говорить об огибающей импульса. Здесь необходимо искать другие методы и подходы. Строго говоря, в такой ситуации стоит поставить под сомнение также и модель двухуровневой среды. Действительно, спектральная ширина импульса  $\delta\omega \sim 1/\tau_p$ , а так как в рассматриваемом случае  $\omega\tau_p \sim 1$ , то  $\delta\omega \sim \omega$ . Таким образом, спектральная ширина импульса становится порядка  $\omega$ , имеющей теперь смысл не несущей частоты, а центральной частоты импульсного спектра. В двух предыдущих разделах использовалась модель двухуровневых атомов из-за того, что несущая частота импульса  $\omega \approx \omega_0$ . Теперь же выходит, что  $\delta\omega \sim \omega_0$ , и поэтому с большой вероятностью спектром импульса должны захватываться и вовлекаться в динамику и другие, кроме рассматриваемого одного, квантовые переходы. С другой стороны, иногда встречаются ситуации достаточной удаленности по частотной шкале этих других квантовых переходов по отношению к рассматриваемому, и модель двухуровневых атомов остается справедливой. Кроме того, данная модель является достаточно привлекательной с методической точки зрения своей относительной простотой и в то же время своей неисчерпаемостью.

В 1973 году, задолго до создания ПККИ в лабораторных условиях, авторами работы [20] был предложен альтернативный к ММО подход для описания явления СИП. Для этого использовалось приближение среды малой концентрации двухуровневых атомов, которое в нашем случае формально можно представить в виде

$$\mu_3 \equiv \frac{8\pi d^2 n}{\hbar\omega_0} \ll 1. \quad (48)$$

Взяв типичные значения  $d \sim ea_B$ ,  $\omega_0 \sim 10^{15} \text{ c}^{-1}$ , будем иметь из (48), что  $n \ll 10^{23} \text{ см}^{-3}$ .

Правая часть (12) пропорциональна параметру  $\mu_3$ , а потому ее можно считать малой. В такой ситуации к рассматриваемым волновым уравнениям можно применить метод однонаправленного распространения (ОР), суть которого раскрывается ниже. Если правую часть (12) положить равной нулю, то имеем известное решение, состоящее из суперпозиции двух волн, бегущих соответственно вдоль и против оси  $z$  со скоростью  $c/n_m$ . В приближении (48) малой концентрации атомов рассеиваемая назад, против оси  $z$ , часть поля импульса  $E(z,t)$  пренебрежимо мала. Поэтому можно считать, что импульс распространяется лишь вдоль оси  $z$ , т.е. при нулевой правой части имеем решение  $E = E(t - n_m z / c)$ . Принятое допущение позволяет понизить порядок волнового уравнения (12). Для учета правой части (12) введем «локальное» время  $\tau$  и «медленную» координату  $\zeta$ , используя соотношения  $\tau = t - n_m z / c$ ,  $\zeta = \mu_3 z$ . При отличной от нуля правой части в (12) будем считать, что  $E = E(\tau, \zeta)$ . Тогда

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial \tau}{\partial z} \frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} \frac{\partial}{\partial \zeta} = -\frac{n_m}{c} \frac{\partial}{\partial \tau} + \mu_3 \frac{\partial}{\partial \zeta}, \quad \frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial \tau}{\partial t} \frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{\partial \zeta}{\partial t} \frac{\partial}{\partial \zeta} = \frac{\partial}{\partial \tau}.$$

Соответствующие вторые производные получим, возводя в квадрат правые части данных выражений. Пренебрегая малым слагаемым, пропорциональным  $\mu_3^2$ , запишем

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \approx \frac{n_m^2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} - 2\mu_3 \frac{n_m}{c} \frac{\partial^2}{\partial \tau \partial \zeta}, \quad \frac{\partial^2}{\partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial \tau^2}.$$

В результате (12) запишем в виде

$$\mu_3 \frac{\partial^2 E}{\partial \zeta \partial \tau} = \frac{4\pi d n \omega_0}{c n_m} \frac{\partial V}{\partial \tau}.$$

Учитывая, что на бесконечности переменные  $V$  и  $E$  со всеми своими производными обращаются в нуль, после интегрирования по  $\tau$  будем иметь

$$\mu_3 \frac{\partial E}{\partial \zeta} = \frac{4\pi d n \omega_0}{c n_m} V.$$

Теперь осуществим обратный переход к исходным независимым переменным. Для этого выразим их через новые переменные  $\zeta$  и  $\tau$ :  $z = \zeta / \mu_3$ ,  $t = \tau + n_m \zeta / (\mu_3 c)$ . Тогда

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} = \frac{\partial z}{\partial \zeta} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial t}{\partial \zeta} \frac{\partial}{\partial t} = \frac{1}{\mu_3} \left( \frac{\partial}{\partial z} + \frac{n_m}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right),$$

и последнее уравнение примет вид

$$\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{n_m}{c} \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{4\pi d n \omega_0}{c n_m} V. \tag{49}$$

Процедура редукции уравнения (12) к виду (49) здесь приведена подробно, чтобы было ясно, что данная редукция не имеет ни малейшего намека на то, сколько колебаний светового поля может содержаться в импульсе. Их может быть как сколь угодно много, так и сколь угодно мало в физических рамках справедливости уравнений (9)–(12). Этим приближение ОР выгодно отличается от приближения ММО, приводящего к системе МБ. С другой стороны, из проведенной выше процедуры редукции волнового уравнения (12) от второго порядка к первому следует, что скорость оптического импульса незначительно отличается от линейной скорости  $c/n_m$ . Поэтому в приближении ОР невозможно описать присущее СИП замедление скорости распространения импульса в сотни и тысячи раз.

Система (9)–(11), (49) при  $D=0$  носит название редуцированной системы Максвелла–Блоха (РМБ). Как показано в [20], данная система является интегрируемой, обладая решениями в виде упруго взаимодействующих между собой солитонов. На интегрируемость системы РМБ указывает, в частности, ее формальное сходство с системой МБ (22), (23) при  $\partial \phi / \partial t = 0$ . Кроме того, данная система (как и многие другие интегрируемые уравнения и системы) обладает так называемым бризерным решением (англ. «breather» – «дышать»). Такое решение отличается от рассмотренных выше солитонных решений типа бегущих волн тем, что профиль бризера в сопутствующей системе отсчета постоянно деформируется, периодически повторяя свою форму. Бризерное решение РМБ имеет вид (подробности см. в [21])

$$E = 2 \frac{\hbar}{d} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \arctg \left[ \frac{1}{\omega \tau_p} \operatorname{sech} \left( \frac{t - z / v_g}{\tau_p} \right) \sin \left( \omega (t - z / v_{ph}) \right) \right] \right\}, \tag{50}$$

где нелинейные групповая  $v_g$  и фазовая  $v_{ph}$  скорости определяются соответственно выражениями

$$\frac{1}{v_g} = \frac{n_m}{c} + 2\sigma\tau_p^2 \frac{(\omega_0^2 + \omega^2)\tau_p^2 + 1}{\left[(\omega_0^2 - \omega^2)\tau_p^2 + 1\right]^2 + 4\omega^2\tau_p^2}, \quad (51)$$

$$\frac{1}{v_{ph}} = \frac{n_m}{c} + 2\sigma\tau_p^2 \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)\tau_p^2 - 1}{\left[(\omega_0^2 - \omega^2)\tau_p^2 + 1\right]^2 + 4\omega^2\tau_p^2}, \quad (52)$$

а  $\sigma$  определена сразу после уравнения (26).

Данное решение является двухпараметрическим, так как содержит два свободных параметра, в качестве которых взяты длительность  $\tau_p$  бризера и центральная частота  $\omega$  его спектра. Благодаря разности между групповой и фазовой скоростями профиль бризера не является стационарным.

Как видно из (50), площадь данного бризера  $A = (2d / \hbar) \int_{-\infty}^{+\infty} Edt = 0$ . В этой связи такой бризер иногда называют  $0\pi$ -импульсом, и его можно рассматривать как связанное состояние солитонов с  $E > 0$  и антисолитонов с  $E < 0$ . Такая интерпретация возникает вследствие того, что система РМБ инвариантна относительно инверсионных замен вида  $E \rightarrow -E$ ,  $U \rightarrow -U$ ,  $V \rightarrow -V$ ,  $W \rightarrow W$ . Разность населенностей здесь не меняет знака из-за того, что является энергетической характеристикой вещества, а потому может изменяться квадратом поля.

Если  $\omega\tau_p \sim 1$ , решение (50)–(52) описывает распространение ПКИ. Если же  $\omega\tau_p \gg 1$ , оно переходит в солитон огибающей системы МБ. Тогда в (50) арктангенс можно заменить его аргументом и учесть производную по времени только от косинуса. При близости  $\omega$  к  $\omega_0$  из (50)–(52) имеем в этом случае

$$E = 2 \frac{\hbar}{d\tau_p} \operatorname{sech}\left(\frac{t - z/v_g}{\tau_p}\right) \cos\left(\omega(t - z/v_{ph})\right),$$

$$\frac{1}{v_g} = \frac{n_m}{c} + \frac{\sigma\tau_p^2}{1 + (\Delta\tau_p)^2}, \quad \frac{1}{v_{ph}} = \frac{n_m}{c}.$$

При нулевой отстройке ( $\Delta = 0$ ) выражение для групповой скорости переходит в соответствующее выражение (29) для солитона уравнения СГ.

Опять-таки оговоримся, чтобы не возникало ложной иллюзии, что бризерное решение РМБ содержит в себе как частный случай солитон огибающей системы МБ и уравнения СГ. Связано это с тем, что групповая скорость бризера РМБ, в отличие от солитонов МБ и СГ, не может сильно отличаться от линейной скорости  $c/n_m$ . В то же время бризерное решение РМБ описывает распространение как квазимонохроматических импульсов, так и ПКИ. В этом заключается важное преимущество системы РМБ.

В работе [22] было показано, что система (9)–(11), (49) является интегрируемой и при  $D \neq 0$ . В таком виде данная система получила название «РМБ с ПДМ». Соответствующие солитонные решения достаточно громоздки, поэтому мы не можем их здесь обсуждать. Отметим только одну важную деталь: система РМБ с ПДМ обладает решением в виде бризера с отличной от нуля площадью. Этот результат представляется нетривиальным, так система РМБ с ПДМ не инвариантна относительно приведенных выше инверсионных замен из-за нарушения симметрии за счет выделенного направления ПДМ. Поэтому антисолитон здесь не получается из солитона простой заменой  $E \rightarrow -E$ . Отсюда получается ненулевая площадь бризера как связанного солитон-антисолитонного состояния. Решение типа ненулевого бризера было найдено численно в работе [23]. Соответствующее аналитическое решение получено в [24]. Его получение и детальный анализ выходят за рамки настоящего обзора.

### Приближение оптической прозрачности

**Модифицированное уравнение Кортевега–де Вриза для поля импульса.** В работах [25, 26] было предложено приближение к описанию нелинейного распространения ПКИ, отличающееся от приближения малой концентрации двухуровневых атомов, рассмотренного в предыдущем разделе. Формально его можно записать в виде

$$\mu_4 \equiv (\omega_0\tau_p)^{-2} \ll 1. \quad (53)$$

Физический смысл этого неравенства раскрывается просто, если, как и выше, учесть, что спектральная ширина импульса  $\delta\omega \sim 1/\tau_p$ . Отсюда и из (53) имеем  $(\delta\omega/\omega_0)^2 \ll 1$ . Если центральная частота  $\omega$  спектра импульса отстоит далеко от  $\omega_0$ , то столь же далек от резонанса будет и весь спектр импульса. Поэтому условие (53) соответствует оптической прозрачности (ОП) среды, и можно далее использовать соответствующее приближение. В таких условиях взаимодействие импульса со средой является относительно слабым. В условии (53) есть нечто общее с условием квазирезонанса (32). Подчеркнем, однако,

что здесь, в отличие от (32), речь идет о ПКИ, для которых в принципе неприменимо понятие огибающей и несущей частоты.

Обычно условию (53) удовлетворяют электронно-оптические переходы, для которых  $\omega_0 \sim 10^{15} - 10^{16} \text{ c}^{-1}$ . Тогда длительность импульса  $\tau_p \sim 10^{-14} \text{ c} \sim 10 \text{ фс}$ .

Рассмотрим вначале изотропный случай, когда  $D = 0$ . Тогда из (9)–(11) легко исключить переменную  $V$ :

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \omega_0^2 U = -\omega_0 \Omega W, \quad \frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\Omega}{\omega_0} \frac{\partial U}{\partial t}, \quad (54)$$

где, как и выше,  $\Omega = 2dE / \hbar$ .

В первом уравнении, в случае слабых полей, когда можно пренебречь изменением разности населенностей  $W$  квантовых уровней, легко узнается классическая модель Лоренца, используемая в курсе оптики для описания дисперсии света. В нашем же случае взаимодействие света с веществом хоть и относительно слабо, но не настолько, чтобы вовсе пренебречь изменением  $W$ .

Для удобства использования условия (53) перепишем первое уравнение (54) в виде

$$U = -\frac{\Omega}{\omega_0} W - \frac{1}{\omega_0^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}.$$

Согласно (53), второе слагаемое здесь в правой части значительно меньше первого. Поэтому, как и в случае квазирезонанса, здесь можно применить метод последовательных приближений относительно второго слагаемого. Учитывая слабое изменение  $W$ , будем иметь во втором порядке

$$U = -\frac{\Omega}{\omega_0} W + \frac{W_\infty}{\omega_0^3} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial t^2}. \quad (55)$$

Чтобы найти зависимость  $W$  от поля импульса, подставим (55) во второе уравнение (54), ограничиваясь в (55) лишь первым слагаемым в правой части с заменой  $W \rightarrow W_\infty$ . Тогда  $\frac{\partial W}{\partial t} = -W_\infty \frac{\Omega}{\omega_0^2} \frac{\partial \Omega}{\partial t}$ . Интегрируя данное уравнение с учетом того, что  $W = W_\infty$  при  $\Omega = 0$ , получим

$$W = W_\infty \left( 1 - \frac{\Omega^2}{2\omega_0^2} \right). \quad (56)$$

Подставляя (56) в (55), приходим к выражению

$$U = -W_\infty \left( \frac{\Omega}{\omega_0} - \frac{\Omega^3}{2\omega_0^3} - \frac{1}{\omega_0^3} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial t^2} \right). \quad (57)$$

Здесь первое слагаемое в скобках правой части соответствует линейному по полю вкладу в дипольный момент, характеризуя удельную поляризуемость атома, второе слагаемое описывает нелинейную кубическую добавку к дипольному моменту, а последнее слагаемое определяет временную нелокальность (дисперсию) атомного отклика относительно поля.

Из (57) и (9) при  $D = 0$  находим

$$V = \frac{W_\infty}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\Omega}{\omega_0} - \frac{\Omega^3}{2\omega_0^3} - \frac{1}{\omega_0^3} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial t^2} \right). \quad (58)$$

После подстановки (58) в (12) будем иметь

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2} - \frac{n_0^2}{c^2} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial t^2} = \frac{16\pi d^2 n W_\infty}{\hbar c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\Omega^3}{2\omega_0^3} + \frac{1}{\omega_0^3} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial t^2} \right), \quad (59)$$

где введен безынерционный показатель преломления  $n_0 = \sqrt{n_m^2 - \frac{16\pi d^2 n W_\infty}{\hbar \omega_0}}$ .

Правая часть (59) содержит малые (порядка  $\mu_4$ ) слагаемые, соответствующие нелинейности и дисперсии, обсужденные после выражения (57). Поэтому здесь уместно использовать приближение ОР, введя «локальное время»  $\tau = t - n_0 z / c$  и «медленную» координату  $\zeta = \mu_4 z$ . Проводя далее процедуру, аналогичную использованной в предыдущем разделе, приходим из (59) к уравнению МКдВ

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \zeta} - \frac{3}{2} g \Omega^2 \frac{\partial \Omega}{\partial \tau} - g \frac{\partial^3 \Omega}{\partial \tau^3} = 0, \quad (60)$$

где  $g = -\frac{8\pi d^2 n W_\infty}{\hbar c n_0 \omega_0^3}$ .

Выше мы уже встречались с уравнением МКдВ (см. (40)). Однако эти два уравнения имеют принципиальное физическое отличие друг от друга. Уравнение (40) записано для огибающей поля импульса, а (60) – для самого электрического поля. Солитонное решение уравнения (60) без труда можно записать, используя (42), (43) и введя соответствующие переобозначения.

Уравнение (60) с одинаковым успехом описывает распространение как квазимонохроматических сигналов, так и ПКИ. Оба этих случая охватываются бризерным решением вида (50), где групповая и фазовая скорости определяются соответственно выражениями [27]

$$\frac{1}{v_g} = \frac{n_0}{c} + g(3\omega^2 - \tau_p^{-2}), \quad \frac{1}{v_{ph}} = \frac{n_0}{c} + g(\omega^2 - 3\tau_p^{-2}). \quad (61)$$

Предлагаем читателю провести анализ данного решения, подобно тому, как это было сделано при анализе (50)–(52). Так как приближение ОП предполагает удаленность спектра импульса от резонансной частоты  $\omega_0$ , то взаимодействие со средой является нерезонансным. При условии  $\omega\tau_p \gg 1$  из бризерного решения получаем солитон огибающей с несущей частотой  $\omega \ll \omega_0$ . Очевидно, огибающая в обозначенных условиях должна описываться с помощью НУШ вида (38) и соответствовать решению (39). При этом, как следует из (61), групповая скорость  $v_g$  солитона огибающей равна линейной групповой скорости, определяемой соотношением  $1/v_g = n_0/c + 3g\omega^2$ . Можно предложить читателю в качестве упражнения получить приближенно из (60), используя представление (14) для поля и приближение ММО, уравнение (38). Оговоримся сразу, что такая процедура проведена в работе [28].

**Уравнение Кортевега–де Вриза.** Теперь для исключения материальных переменных из системы (9)–(11) используем приближение ОП в анизотропном случае, когда  $D \neq 0$ . Введя, как и выше, переменную  $S = U + iV$ , получим вместо (9а):

$$\frac{\partial S}{\partial t} = i\left(\omega_0 - \frac{D}{2d}\Omega\right)S + i\Omega W, \quad \frac{\partial W}{\partial t} = \frac{i}{2}\Omega(S - S^*). \quad (9б)$$

Если считать анизотропию сильной, когда  $D \gg d$ , можно вовсе пренебречь изменением  $W$  и считать, что основной вклад в нелинейность вносит ПДМ атома. Полагая в то же время, что  $DE/\hbar = D\Omega/2d \ll \omega_0$ , перепишем первое уравнение (9б) приближенно в виде

$$S = -W_\infty \frac{\Omega}{\omega_0} \left(1 + \frac{D}{2d} \frac{\Omega}{\omega_0}\right) - \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial S}{\partial t}.$$

Используя далее метод последовательных приближений по последнему слагаемому в правой части, приходим к разложению

$$S = -W_\infty \frac{\Omega}{\omega_0} \left(1 + \frac{D}{2d} \frac{\Omega}{\omega_0}\right) + \frac{W_\infty}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\Omega}{\omega_0} \left(1 + \frac{D}{2d} \frac{\Omega}{\omega_0}\right) \right] + \frac{W_\infty}{\omega_0^3} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial t^2} - i \frac{W_\infty}{\omega_0^4} \frac{\partial^3 \Omega}{\partial t^3}.$$

Выделяя отсюда мнимую часть, найдем

$$V = \frac{W_\infty}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\Omega}{\omega_0} \left(1 + \frac{D}{2d} \frac{\Omega}{\omega_0}\right) \right] - \frac{W_\infty}{\omega_0^4} \frac{\partial^3 \Omega}{\partial t^3}.$$

Подстановка данного выражения в правую часть (12) и использование после этого приближения ОП приводит для поля импульса к уравнению КдВ:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial z} + q\Omega \frac{\partial \Omega}{\partial \tau} - g \frac{\partial^3 \Omega}{\partial \tau^3} = 0, \quad (62)$$

где  $q = -\frac{8\pi D d n W_\infty}{\hbar c \omega_0^2}$ , а переменные  $\tau$  и  $g$  определены так же, как и в (60).

Как было сказано выше, данное уравнение знаменито тем, что именно оно в 1967 году явилось прародителем МОЗР – мощной процедуры, позволяющей находить решения задач Коши для нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных [6]. Уравнение КдВ впервые появилось в гидродинамике еще в 1895 году [29]. Там оно описывало распространение нелинейных поверхностных волн на мелкой воде. Затем оно было выведено в акустике, теории упругости, физике плазмы [3], других областях.

Солитонное решение уравнения (62) имеет вид

$$\Omega = -\frac{3g}{q\tau_p^2} \operatorname{sech}^2 \left( \frac{t - z/v}{2\tau_p} \right), \quad (63)$$

где скорость  $v$  определяется соотношением

$$\frac{1}{v} = \frac{n_0}{c} - \frac{g}{\tau_p^2}.$$

Взяв явные выражения для  $g$  и  $q$ , найдем из (63), что максимальное значение  $E_m$  электрического поля импульса удовлетворяет равенству  $DE_m / (\hbar\omega_0) = 3 / (\omega_0\tau_p)^2 \sim \mu_4 \ll 1$ , как это и предполагалось выше, при выводе (63).

Для оптики объект, описываемый (63), является достаточно экзотичным, представляя собой электромагнитную «полуволну» или однополярный электромагнитный всплеск на нулевом фоне. Это говорит о том, что спектр данного сигнала имеет максимум на нулевой частоте. Поэтому вопрос о том, может ли в оптике реализоваться такой объект, остается дискуссионным. Отметим, с другой стороны, что уравнение (63), кроме солитонного, обладает так называемым автомодельным решением (подробности см. в [3, 14]). Такое решение описывает фазомодулированный сигнал, спектр которого представляет собой суперконтинуум. В таком спектре невозможно выделить центральную частоту, и он является достаточно широким. Отметим, что задачи исследования и генерации спектральных суперконтинуумов оптического диапазона на сегодня в высокой степени актуальны [30].

**Система Ядзимы–Ойкавы.** Перейдем к рассмотрению оптического способа генерации терагерцового излучения, основываясь на модели среды двухуровневых атомов. На языке теории нелинейных волн такой процесс называется длинно-коротковолновым взаимодействием. Заметим, что в настоящее время тематика, связанная с генерацией терагерцового излучения, весьма актуальна. Это излучение используется в спектроскопии, системах безопасности, восстановления изображений и т.д.

Итак, пусть поле состоит из оптической (коротковолновой) и генерируемой терагерцовой (длинноволновой) компонент. При этом оптическая компонента обладает несущей частотой, а терагерцовая представляет собой ПКИ. Тогда запишем

$$\Omega = \Omega_T + \psi e^{i(\omega t - kz)} + \psi^* e^{-i(\omega t - kz)}, \quad (64)$$

где  $\Omega_T = 2dE_T / \hbar$ ,  $E_T$  – электрическое поле терагерцовой компоненты.

Огибающая  $\psi$  оптической составляющей подчиняется уравнению (19) и находится в квазирезонансе с атомной подсистемой. Для терагерцовой компоненты будем считать справедливым уравнение (49), которое можно здесь переписать в виде

$$\frac{\partial \Omega_T}{\partial z} + \frac{n_T}{c} \frac{\partial \Omega_T}{\partial t} = -i \frac{4\pi d^2 n \omega_0}{\hbar c n_T} (S - S^*). \quad (49a)$$

Здесь введен терагерцовый показатель преломления  $n_T$  матрицы, в которую помещены двухуровневые атомы.

Для описания динамики среды будем использовать систему (9б) в сделанном выше предположении о практической неизменности  $W$ . В соответствии с двухкомпонентным характером поля комплексный дипольный момент  $S$  атомов также будем считать двухкомпонентным:

$$S = S_T + R e^{i(\omega t - kz)}, \quad (65)$$

где  $S_T$  – его терагерцовая (длинноволновая) часть.

Подставляя (65) в первое уравнение (9б) и приближенно расцепляя его оптическую и терагерцовую части, в предположении, что  $W = W_\infty$ , найдем

$$\frac{\partial R}{\partial t} = i \left( \Delta - \frac{D}{2d} \Omega_T \right) R - i \frac{D}{2d} \psi S_T + i W_\infty \psi, \quad (66)$$

$$\frac{\partial S_T}{\partial t} = i \left( \omega_0 - \frac{D}{2d} \Omega_T \right) S_T - i \frac{D}{2d} \psi^* R + i W_\infty \Omega_T. \quad (67)$$

Применяя к (66) разложение по параметру  $\mu_2$  (см. (32)), а к (67) – по параметру  $\mu_4$  при условии  $DE / \hbar = D\Omega / 2d \ll \omega_0, |\Delta|$ , получим

$$R = -W_\infty \left( \frac{\psi}{\Delta} + \frac{D}{2d} \frac{\Omega_T \psi}{\Delta^2} - \frac{i}{\Delta^2} \frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{1}{\Delta^3} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \right), \quad (68)$$

$$S - S^* = 2i \frac{W_\infty}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\Omega_T}{\omega_0} + \frac{D}{2d} \frac{\Omega_T^2}{\omega_0^2} + \frac{D|\psi|^2}{2d\omega_0\Delta} \right) \approx 2i \frac{W_\infty}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\Omega_T}{\omega_0} + \frac{D|\psi|^2}{2d\omega_0\Delta} \right). \quad (69)$$

Здесь пренебрегли вторым слагаемым в скобках (69) в силу того, что величина отстройки  $\Delta$  значительно (на два–три порядка) меньше собственной частоты  $\omega_0$ .

Подставим (68) и (69) соответственно в (19) и (49a), считая выполненным условие

$$v_g = v_{ph}^T, \quad (70)$$

где  $v_g$  – групповая скорость оптического импульса, определенная сразу после (36),  $v_{ph}^T$  – фазовая скорость терагерцовой компоненты, определяемая выражением

$$\frac{1}{v_{ph}^T} = \frac{1}{c} \left( n_T - \frac{8\pi d^2 n W_\infty}{\hbar \omega_0 n_T} \right).$$

Тогда придем к системе Ядзимы–Ойкавы (ЯО):

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial z} = -\frac{k_2}{2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \tau^2} + b_1 \Omega_T \Psi, \quad (71)$$

$$\frac{\partial \Omega_T}{\partial z} = -b_2 \frac{\partial}{\partial \tau} (|\Psi|^2), \quad (72)$$

где  $\tau = t - z/v_g$ ,  $b_1 = -\frac{2\pi d D n \omega_0 W_\infty}{\hbar c \Delta^2}$ ,  $b_2 = -\frac{4\pi d D n W_\infty}{\hbar c \omega_0 \Delta}$ , а выражение для параметра  $k_2$  ДГС записано сразу после (36).

Система ЯО оказалась интегрируемой с помощью МОЗР [31]. Заметим, что для вывода данной системы из (9)–(12) потребовалось использование всех приближений, применявшихся выше для вывода других интегрируемых уравнений. Для оптической составляющей были использованы приближения ММО (20а) и квазирезонанса (32), а для терагерцовой компоненты – приближения ОР и ОП. Если бы к последней не было применено приближение ОР, то вместо (72) мы бы имели уравнение не первого, а второго порядка относительно производных. В таком виде найденная система носит название уравнений Захарова [32], не интегрируемых с помощью МОЗР.

Солитонное решение системы (71), (72) имеет вид

$$\Psi = \frac{|k_2|}{\tau_p} \sqrt{\frac{\varepsilon}{b_1 b_2}} \exp \left\{ i \left[ \frac{k_2}{2} \left( \frac{1}{\tau_p^2} - \varepsilon^2 \right) z - \varepsilon \tau \right] \right\} \operatorname{sech} \left( \frac{t - z/v}{\tau_p} \right), \quad (73)$$

$$\Omega_T = -\frac{k_2}{b_1 \tau_p^2} \operatorname{sech}^2 \left( \frac{t - z/v}{\tau_p} \right), \quad (74)$$

где скорость  $v$  распространения двухкомпонентного солитона определяется выражением

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{v_g} - \kappa_2 \varepsilon. \quad (75)$$

Солитонное решение (73)–(75) является двухпараметрическим. В качестве свободных параметров здесь выступают длительность  $\tau_p$  солитона и коэффициент  $\varepsilon$ , характеризующий сдвиг несущей частоты оптического импульса. Так как  $b_1 b_2 > 0$ , то из (73) вытекает, что  $\varepsilon > 0$ . Сопоставляя (73) с (64), легко видеть, что  $\varepsilon$  определяет сдвиг частоты в красную область. Таким образом, несущая частота оптического импульса после формирования оптико-терагерцового солитона уменьшается. Это можно интерпретировать как распад оптического фотона в нелинейной среде на другой оптический и терагерцовый фотоны. В результате смещения частоты из-за ДГС изменяется скорость оптического импульса (см. (75)). Из (73) видно, что величина  $\varepsilon$  пропорциональна квадрату амплитуды или интенсивности оптического импульса. Данный сдвиг частоты, а также его увеличение с ростом входной интенсивности оптического импульса были зарегистрированы экспериментально [33].

Из (72) следует, что если на вход в среду послать оптический сигнал, то он способен породить терагерцовый импульс. Очень важным для эффективности такой генерации представляется выполнение условия (70). Данное условие обеспечивает генерацию терагерцового излучения при его синхронном распространении с оптическим импульсом. Отклонение от него значительно снижает эффективность генерации. В теории нелинейных волн условие (70) часто называют резонансом Захарова–Бенни или условием резонанса длинных и коротких волн [20].

Таким образом, рассмотренный пример показывает, как теория солитонов способна служить решению практически важных задач, связанных, например, с генерацией терагерцового излучения.

### Приближение спектрального перекрытия

В настоящем разделе для вывода солитонных уравнений для ПКИ будет использовано приближение спектрального перекрытия (СП), противоположное приближению ОП [25, 26]:

$$\mu_\varepsilon \equiv (\omega_0 \tau_p)^2 \ll 1. \quad (76)$$

Данное условие может выполняться для колебательных и туннельных квантовых переходов, где  $\omega_0 \sim 10^{12} \text{ c}^{-1}$ . Тогда  $\tau_p \sim 10^{-13} \text{ c}$ .

**Уравнение синус–Гордона для поля импульса.** Рассмотрим сначала изотропный случай  $D = 0$  и вернемся к системе (54). Пренебрегая, согласно (76), вторым слагаемым в левой части первого уравнения и возвращаясь к переменной  $V = -\omega_0^{-1} \partial U / \partial t$ , перепишем (54) в виде

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \Omega W, \quad \frac{\partial W}{\partial t} = -\Omega V. \quad (54a)$$

Похожая с математической точки зрения система решалась выше при выводе уравнения СГ для огибающей квазимонохроматического импульса. Решение (54a) имеет вид

$$W = W_\infty \cos \theta, \quad V = W_\infty \sin \theta, \quad (77)$$

где  $\theta = \int_{-\infty}^t \Omega dt'$ .

Подставляя второе выражение (77) в (12), приходим после интегрирования по времени к уравнению СГ

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} - \frac{n_m^2}{c^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = a \sin \theta, \quad (78)$$

где  $a = -\frac{16\pi d^2 n \omega_0}{\hbar c n_m} W_\infty$ .

Заметим, что здесь не требуется переходить далее к приближению ОР. К каноническому виду (26) уравнение (78) может быть приведено переходом к «конусным» переменным  $\xi = z + (c/n_m)t$ ,  $\tau = t - n_m z / c$ . С другой стороны, как легко видеть, правая часть (78) пропорциональна малому параметру  $\mu_5$ . Поэтому, переходя в (78) к приближению ОР, приведем его к виду

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial z \partial \tau} = -a_2 \sin \theta, \quad (78a)$$

где  $a_2 = ca / 2n_m$ .

Помимо солитонного, уравнение (78a) обладает еще и бризерным решением вида (50), где групповая и фазовая скорости определяются соответственно выражениями [20]

$$\frac{1}{v_g} = \frac{n_m}{c} + \frac{a_2}{\omega^2 + \tau_p^{-2}}, \quad \frac{1}{v_{ph}} = \frac{n_m}{c} - \frac{a_2}{\omega^2 + \tau_p^{-2}}. \quad (79)$$

Как и бризеры МБ, МКДВ, бризер уравнения СГ (78a) при  $\omega \tau_p \gg 1$  переходит в солитон огибающей НУШ, для которого несущая частота теперь уже  $\omega \gg \omega_0$ . Так как в этих условиях взаимодействие импульса со средой относительно слабо, можно положить  $\sin \theta \approx \theta - \theta^3 / 6$ . Остальная часть процедуры перехода от (78a) к НУШ детально описана в работе [28].

**Уравнение Шефера–Уэйна.** Предположим теперь, что среда состоит из двухуровневых атомов двух сортов. Первый сорт атомов с дипольным моментом перехода  $d_1$  и концентрацией  $n_1$  удовлетворяет условию ОП (53), а второй сорт с дипольным моментом перехода  $d_2$  и концентрацией  $n_2$  – условию СП (76). Тогда, как легко видеть, комбинация (60) и (78a) приводит к уравнению

$$\frac{\partial E}{\partial z} = 3g_1 E^2 \frac{\partial E}{\partial \tau} + g \frac{\partial^3 E}{\partial \tau^3} - \frac{\hbar}{2d_1} a_2 \sin \left( \frac{2d_2}{\hbar} \int_{-\infty}^{\tau} E d\tau' \right), \quad (80)$$

где  $g_1 = 2d_1^2 g / \hbar^2$ , в выражении для  $g$ , определенном после (60), следует совершить замены  $d \rightarrow d_1$ ,  $n \rightarrow n_1$ , а в выражении для  $a_2$  (см. (78a)) – замены  $d \rightarrow d_2$ ,  $n \rightarrow n_2$ .

Легко видеть, что при  $d_1 = d_2$  уравнение (80) переходит в интегрируемый вариант уравнения ККС (45), но уже не для огибающей, а для самого электрического поля импульса [34, 35]. Однако такое ограничение представляется весьма искусственным, так как накладывает жесткие ограничения на параметры атомной среды. Поэтому имеет смысл рассмотреть (80) в некоторых приближениях.

Введем динамический параметр  $\Omega_2 = 2d_2 E / \hbar$  и положим, что  $(\Omega_2 / \omega)^2 \ll 1$ , где  $\omega$  – некоторая характерная частота импульсного спектра. Тогда синус в (80) можно заменить его аргументом. В этом случае имеем уравнение

$$\frac{\partial E}{\partial z} = 3g_1 E^2 \frac{\partial E}{\partial \tau} + g \frac{\partial^3 E}{\partial \tau^3} - b_2 \int_{-\infty}^{\tau} E d\tau', \quad (81)$$

где  $b_2 = (d_2 / d_1) a_2$ . Это уравнение было получено в [36] при использовании модели среды, не сводящейся к двухуровневым атомам. По этой причине в [36]  $g_1 < 0$ , а  $g > 0$ , т.е. нелинейность и дисперсия, создаваемые электронно-оптическими квантовыми переходами, имеют, в отличие от рассмотренного здесь случая, разные знаки.

Пусть теперь характерная частота  $\omega$  импульсного спектра удовлетворяет условию  $\omega^4 \ll \omega_c^4$ , где  $\omega_c = (b_2 / 3g)^{1/4}$  – характерная частота, разделяющая спектральные области положительной ( $\omega > \omega_c$ ) и отрицательной ( $\omega < \omega_c$ ) ДГС [36]. Тогда в (81) можно пренебречь вторым слагаемым в правой части, и после дифференцирования по  $\tau$  придем к уравнению Шефера–Уэйна [37]

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z \partial \tau} = g_1 \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} (E^3) - b_2 E. \quad (82)$$

Данное уравнение хорошо описывает распространение в прозрачных диэлектриках ПКИ, спектр которого принадлежит ближнему инфракрасному диапазону.

Как показано в [38], уравнение (82) интегрируемо с помощью МОЗР и имеет решения бризерного типа. Получение и анализ решений (82) весьма нетривиальны, а интересующиеся читатели могут познакомиться с соответствующим материалом по оригинальным работам [37–39].

Любопытно заметить, что в рамках принятой здесь модели нелинейность в (82) создается атомами первого сорта, а дисперсия – атомами второго сорта. Полагая начальное состояние атомов первого сорта инвертированным, получим отрицательное значение  $g_1$ , как это имеет место в твердых диэлектриках, где кубическая (керровская) нелинейность имеет в области прозрачности фокусирующий характер. Заметим, правда, что отрицательной при этом в нашем случае становится и линейная восприимчивость. В этом, кстати, состоит один из принципиальных недостатков попытки описать нелинейную восприимчивость, основываясь на модели двухуровневых атомов. Заметим, что в работе [40] предложена эмпирическая модель, адекватно описывающая нелинейный отклик прозрачной среды в широком диапазоне частот.

### Заключение

Рассмотренные выше различные примеры указывают на обилие солитонных уравнений и систем, порождаемых средой из двухуровневых атомов, взаимодействующих с оптическим полем. При этом рассмотренными системами не исчерпывается список интегрируемых моделей. В особенности это касается обобщений на ситуации, когда электрическое поле имеет векторный характер, разбиваясь на обыкновенную и необыкновенную составляющие в системе двухуровневых атомов, обладающих ПДМ. В этих ситуациях среди интегрируемых моделей можно выделить системы типа «векторной РМБ с ПДМ», «МБ – РМБ с ПДМ», а также модифицированное уравнение СГ. Познакомиться с выводом этих уравнений и их солитонными решениями читатель сможет, прочитав, например, оригинальные работы [41–44]. Для понимания соответствующего материала достаточно овладеть математическим аппаратом и разобратся в физических приближениях, представленных в настоящем обзоре.

Проведенный выше беглый экскурс в оптическую солитонную тематику удивительным образом обнаружил, что очень многие процессы распространения импульсов различных длительностей в двухуровневой среде описываются интегрируемыми уравнениями или их системами. На самом деле «в жизни», как это обычно бывает, все значительно сложнее и запутаннее, чем «на бумаге». Мы здесь намеренно рассмотрели лишь одномерные случаи, когда параметры импульса зависят только от одной пространственной переменной  $z$ . В реальных же ситуациях поперечные размеры импульсов конечны и составляют обычно порядка миллиметра. Теоретические модели, в которых учитывается поперечная динамика оптических импульсов, значительно сложнее и не так красивы, как одномерные интегрируемые модели. Однако все не так плохо, если заметить, что продольные размеры рассмотренных выше солитонов значительно меньше соответствующих поперечных размеров. В этих случаях поперечную динамику можно учесть приближенно, отталкиваясь от красивых и имеющих глубокий физический смысл одномерных солитонных решений. Здесь, пожалуй, нелишне удивиться тому, как столь различные физические ситуации для распространения оптических импульсов в системе двухуровневых атомов от нано- до фемтосекундных длительностей описываются столь же различными, но все же интегрируемыми уравнениями. Может быть, это случайно? Вряд ли. Скорее, здесь присутствует глубокий смысл. Попытка раскрыть его в более широком смысле, чем в настоящем обзоре, содержится в очень глубокой по физико-математическому содержанию работе [45], которую следовало бы порекомендовать заинтересовавшемуся читателю. Современные обзоры по оптическим солитонам различных временных длительностей, включая ПКИ, содержатся в работах [46, 47].

Есть веские основания полагать, что простая модель двухуровневого атома еще не исчерпала себя в дальнейшей способности порождать новые интегрируемые системы, обладающие решениями в виде оптических солитонов.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 13 – 02 – 00199а).

### Литература

1. Аллен Л., Эберли Дж. Оптический резонанс и двухуровневые атомы. – М.: Мир, 1978. – 224 с.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 3. Электричество. – М.: Наука, 1983. – 688 с.
3. Лэм Дж. Введение в теорию солитонов. – М.: Мир, 1983. – 294 с.
4. McCall S.L. and Hahn E.L. Self-induced transparency by pulsed coherent light // *Phys. Rev. Lett.* – 1967. – V. 18. – P. 908–911.
5. Альперин М.М., Клубис Я.Д., Хижняк А.И. Введение в физику двухуровневых систем. – Киев: Наук. думка, 1987. – 220 с.
6. Gardner C.S., Greene J.M., Kruskal M.D., and Miura R.M. Method for solving the Korteweg – de Vries equation // *Phys. Rev. Lett.* – 1967. – V. 19. – P. 1095–1097.
7. Lamb G.L. Analytical descriptions of ultrashort optical pulse propagation in a resonant medium // *Rev. Mod. Phys.* – 1971. – V. 43. – P. 99–124.
8. Башаров А.М., Маймистов А.И. О распространении электромагнитных импульсов в условиях квазирезонанса // *Опт. и спектр.* – 2000. – Т. 88. – № 3. – С. 428–434.
9. Crisp M.D. Adiabatic-following approximation // *Phys. Rev. A.* – 1973. – V. 8. – P. 2128–2135.
10. Hirota R. Exact envelope-soliton solutions of a nonlinear wave equation // *J. Math. Phys.* – 1973. – V. 14. – P. 805–809.
11. Скотт Э. Волны в активных и нелинейных средах в приложении к электронике. – М.: Сов. радио, 1977. – 368 с.
12. Агравал Г. Нелинейная волоконная оптика. – М.: Мир, 1996. – 304 с.
13. Кившарь Ю.С., Агравал Г.П. Оптические солитоны. – М.: Физматлит, 2005. – 645 с.
14. Захаров В.Е., Манаков С.В., Новиков С.П., Питаевский Л.П. Теория солитонов: метод обратной задачи. – М.: Наука, 1980. – 320 с.
15. Стриганов А.Р., Донцов Ю.П. Изотопический эффект в атомных спектрах // *УФН.* – 1955. – Т. 55. – № 3 – С. 315–390.
16. Сазонов С.В. Самоиндуцированная прозрачность в гетерогенной смеси изотопов // *Квант. электрон.* – 2007. – Т. 37. – № 1. – С. 29–35.
17. Konno K., Kameyama W., Sanuki H.J. Effect of weak dislocation dislocation potential on nonlinear wave propagation in anharmonic crystal // *Phys. Soc. Jpn.* – 1974. – V. 37. – P. 171–176.
18. Kosevich A.M. and Kovalev A.S. The supersonic motion of a crowdion. The one-dimensional model with nonlinear interaction between the nearest neighbours // *Solid. State Commun.* – 1973 – V. 12. – № 8. – P. 763–765.
19. Brabec T. and Krausz F. Intense few-cycle laser fields: frontiers of nonlinear optics // *Rev. Mod. Phys.* – 2000. – V. 72. – P. 545–591.
20. Eilbeck J.C., Gibbon J.D., Caudrey P.J., and Bullough R.K. Solitons of nonlinear optics. I. A more accurate description of the  $2\pi$  pulse in self-induced transparency // *J. Phys. A.* – 1973. – V. 6. – P. 1337–1347.
21. Додд Р., Эйлбек Дж., Гиббон Дж., Моррис Х. Солитоны и нелинейные волновые уравнения. – М.: Мир, 1988. – 696 с.
22. Agrotis M., Ercolani N.M., Glasgow, and Moloney J.V. Complete integrability of the reduced Maxwell – Bloch equations with permanent dipole // *Physica D.* – 2000. – V. 138. – № 1, 2. – P. 134–162.
23. Елютин С.О. Динамика предельно коротких импульсов в штарковской среде // *ЖЭТФ.* – 2005. – Т. 128. – № 1 (7). – С. 17–29.
24. Сазонов С.В., Устинов Н.В. Импульсная прозрачность анизотропных сред со штарковским расщеплением уровней // *Квант. электрон.* – 2005. – Т. 35. – № 8. – С. 701–704.
25. Беленов Э.М., Назаркин А.В. О некоторых решениях уравнений нелинейной оптики без приближения медленно меняющихся амплитуд и фаз // *Письма в ЖЭТФ.* – 1990. – Т. 51. – № 5. – С. 252–255.
26. Беленов Э.М., Назаркин А.В., Ущаповский В.А. Динамика распространения и взаимодействия сгустков электромагнитного поля в двухуровневых средах // *ЖЭТФ.* – 1991. – Т. 100. – № 3 (9). – С. 762–775.
27. Косевич А.М., Ковалев А.С. Введение в нелинейную физическую механику. – Киев: Наук. думка, 1989. – 304 с.
28. Сазонов С.В. Сверхсветовые электромагнитные солитоны в неравновесных средах // *УФН.* – 2001. – Т. 171. – № 6. – С. 663–677.
29. Korteweg D.J. and de Vries G. On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves // *Phil. Mag.* – 1895. – V. 39. – № 5. – P. 422–443.
30. Козлов С.А., Самарцев В.В. Оптика фемтосекундных лазеров. – СПб: ИТМО, 2007. – 218 с.

31. Yajima N. and Oikawa M. Formation and interaction of sonic – Langmuir solitons – Inverse scattering method // Prog. Theor. Phys. – 1976. – V. 56. – № 6. – P. 1719–1739.
32. Захаров В.Е. Коллапс ленгмюровских волн // ЖЭТФ. – 1972. – Т. 62. – № 5. – С. 1745–1759.
33. Степанов А.Г., Мельников А.А., Компанец В.О., Чекалин С.В. Модификация спектра фемтосекундного лазерного импульса при высокоэффективной генерации терагерцового излучения методом оптического выпрямления // Письма в ЖЭТФ. – 2007. – Т. 85. – № 5. – С. 279–282.
34. Сазонов С.В. О предельно коротких и квазимонохроматических электромагнитных солитонах в двухкомпонентной среде // ЖЭТФ. – 2001. – Т. 119. – № 3. – С. 419–433.
35. Leblond H., Sazonov S.V., Mel'nikov I.V., Mihalache D., and Sanchez F. Few-cycle nonlinear optics of multicomponent media // Phys. Rev. A. – 2006. – V. 74. – № 6. – P. 063815-1–063815-8.
36. Козлов С.А., Сазонов С.В. Нелинейное распространение импульсов длительностью в несколько периодов колебаний светового поля в диэлектрических средах // ЖЭТФ. – 1997. – Т. 111. – № 2. – С. 404–418.
37. Schäfer T. and Wayne C.E. Propagation of ultra-short optical pulses in cubic nonlinear media // Physica D. – 2004. – V. 196. – P. 90–105.
38. Sakovich A. and Sakovich S. Solitary wave solutions of the short pulse equation // J. Phys. A. – 2006. – V. 39. – P. L361–L367.
39. Matsuno Yo. A novel multi-component generalization of the short pulse equation and its multisoliton solutions // J. Math. Phys. – 2011. – V. 52. – P. 123702-1–123702-22.
40. Козлов С.А. О классической теории дисперсии высокоинтенсивного света // Опт. и спектр. – 1995. – Т. 79. – № 2. – С. 290–292.
41. Сазонов С.В. Эффекты резонансной прозрачности в анизотропной среде с постоянным дипольным моментом // ЖЭТФ. – 2003. – Т. 124. – № 4 (10). – С. 803–819.
42. Заболотский А.А. Динамика продольно-поперечной акустической волны в кристалле с парамагнитными примесями // Письма в ЖЭТФ. – 2002. – Т. 76. – № 10. – С. 709–713.
43. Сазонов С.В., Устинов Н.В. Режимы резонансной прозрачности в условиях синхронизма длинных и коротких волн // ЖЭТФ. – 2005. – Т. 127. – № 2. – С. 289–307.
44. Сазонов С.В., Устинов Н.В. Новый класс предельно коротких электромагнитных солитонов // Письма в ЖЭТФ. – 2006. – Т. 83. – № 11. – С. 573–578.
45. Калоджеро Ф. Почему некоторые системы уравнений с частными производными одновременно широко применимы и интегрируемы? // В кн. Интегрируемость и кинетические уравнения для солитонов. – Киев: Наук. думка, 1990. – С. 65–116.
46. Маймистов А.И. Солитоны в нелинейной оптике // Квант. электрон. – 2010. – Т. 40. – № 9. – С. 756–781.
47. Leblond H. and Mihalache D. Models of few optical cycle solitons beyond the slowly varying envelope approximation // Phys. Reports. – 2013. – V. 523. – P. 61–126.

**Сазонов Сергей Владимирович** – Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт», доктор физ.-мат. наук, профессор, ведущий научный сотрудник; МГУ им. М.В. Ломоносова, профессор; sazonov.sergey@gmail.com

УДК 535

**ОПТИЧЕСКИЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ НАНОАНТЕННЫ**

А.Е. Краснок, П.А. Белов, Ю.С. Кившарь

Работа посвящена обзору нового и альтернативного плазмонике подхода к разработке оптических наноантенн. Этот подход состоит в замене металлических структурных компонентов известных плазмонных наноантенн на нанозлементы, выполненные из материала с большим и положительным значением диэлектрической проницаемости. В силу этой замены наноантенны приобретают новые и уникальные свойства, такие как магнитный отклик и сверхнаправленность. Особое внимание уделено оптическим антеннам Яги–Уда и сверхнаправленным наноантеннам на основе диэлектрических наночастиц.

**Ключевые слова:** наноантенна, квантовый источник, коэффициент направленности.

**Введение**

Традиционно в области оптических длин волн управление электромагнитным полем происходит посредством линз, оптических волноводов, дифракционных элементов, т.е. приборов, размеры которых гораздо больше длины волны управляемого излучения. С другой стороны, управление электромагнитным излучением в радио- и СВЧ диапазонах с помощью антенн, т.е. приборов, сравнимых с длиной волны, является устоявшейся техникой. Несмотря на важность оптического диапазона частот, конкретные конструкции наноантенн и их практическая реализация стали обсуждаться совсем недавно. Это обусловлено тем, что характерные размеры оптической антенны определяются рабочей длиной волны излучения, что составляет сотни нанометров, поэтому возникает технологическая проблема воспроизведения объекта такого размера с нанометровой точностью.

Приемной наноантенной называют устройство, которое способно эффективно преобразовывать падающий свет (излучение оптических частот) в сильно локализованное эванесцентное поле [1]. Передающая наноантенна, наоборот, преобразует сильно локализованное поле оптических частот, созданное некоторым слабоизлучающим источником, в свободное излучение. Под сильно локализованным полем подразумевается электромагнитное поле, сконцентрированное в области малого по сравнению с длиной волны размера. Область, в которой сконцентрировано сильно локализованное поле, может быть субволновой во всех трех измерениях. В этом случае говорят о сильно локализованном ближнем поле, причем энергия такого поля является запасенной и не распространяется.

Важной проблемой, которую должны решить оптические наноантенны, является организация беспроводной системы передачи данных на поверхности и в объеме оптического чипа. Создание таких полностью оптических чипов является одной из основных задач нанофотоники [2]. Использование оптических чипов позволит создать оптические компьютеры и иные устройства передачи, хранения и обработки информации с революционно расширенными возможностями, скоростью функционирования, а также сделает их более компактными и менее энергоемкими. Использование в таких системах более привычных волноводных структур, когда сигналы передаются по плазмонным волноводам, наталкивается на непреодолимые сложности, связанные с быстрой диссипацией энергии плазмонной волны. Наноантенны способны передавать оптические сигналы между различными частями оптических чипов по пустому пространству или слабо поглощающему материалу диэлектрической матрицы и поэтому в значительной мере лишены этого недостатка [3].

Однако металлические наноантенны, ввиду своей плазмонной природы, являются сильно диссипативными устройствами, что мешает их широкому применению. В то же время в литературе стали появляться работы по наноантеннам на основе диэлектрических наночастиц. Такие наноантенны сразу стали рассматриваться как более энергоэффективные, а потому более перспективные для различных практических приложений. Настоящая работа посвящена обзору публикаций по оптическим антеннам Яги–Уда и сверхнаправленным наноантеннам на основе диэлектрических наночастиц.

**Наноантенна Яги–Уда на основе диэлектрических наночастиц**

Для перспективных систем беспроводной оптической передачи данных на оптическом чипе наноантенны должны быть высоконаправленными и компактными [3]. В области нанофотоники высокая направленность была достигнута теоретически и экспериментально путем использования упорядоченных в виде геометрии Яги–Уда плазмонных наноантенн [1, 4, 5] и больших апертурных антенн [6] с плазмонными нанозелентами. Однако, как уже говорилось выше, такие наноантенны обладают существенными диссипативными потерями энергии на нагрев металлических нанозелентов. По этой причине в литературе начали появляться работы, посвященные разработке наноантенн Яги–Уда на основе диэлектриче-

ских наночастиц. Далее излагаются результаты первых работ [7, 8], посвященных разработке диэлектрических наноантенн Яги–Уда.

Наноантенна Яги–Уда обычно состоит из нескольких наночастиц, расположенных в виде прямой периодической цепочки, называемой массивом директоров, и одной частицы несколько большего размера, называемой рефлектором. Размеры наночастиц директоров и рефлектора выбираются исходя из условия обеспечения конструктивной и деструктивной интерференции поля излучения в выбранном направлении. Рассмотрим систему, состоящую из нескольких диэлектрических наночастиц, расположенных в виде прямой периодической цепочки, как показано на рис. 1, а. Такая структура соответствует геометрии наноантенны Яги–Уда. Частица большего радиуса выполняет роль рефлектора, а малого – роль директора. Радиус большой сферы (рефлектор) равен  $R_{s1} = 75$  нм, а малых (директоры) –  $R_{s2-s5} = 70$  нм. Взаимные расстояния между соседними частицами равны  $G$ .

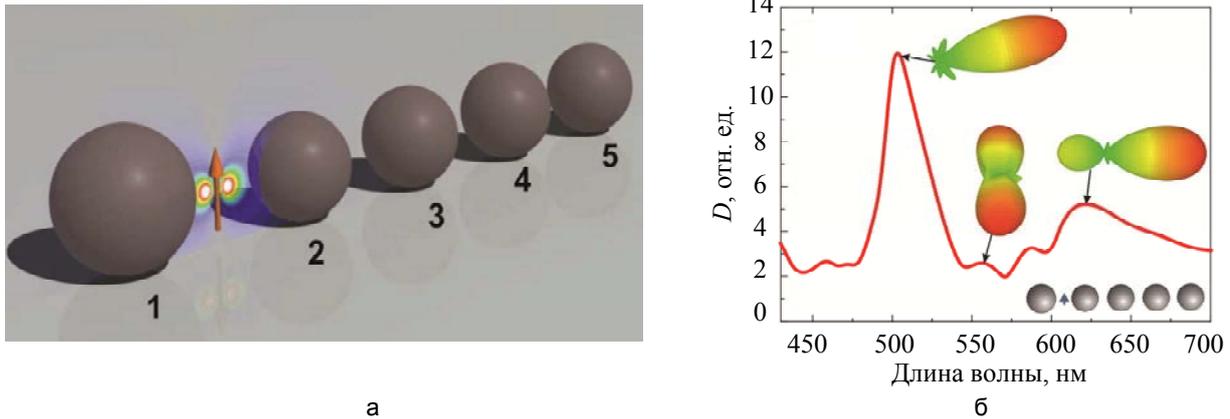


Рис. 1. Геометрия оптической наноантенны Яги–Уда. Радиус большой сферы (рефлектор) равен  $R_{s1} = 75$  нм, а малых (директоры) –  $R_{s2-s5} = 70$  нм (а). Зависимость коэффициента направленности от длины волны для диэлектрической наноантенны Яги–Уда, параметр  $G$  равен 70 нм (б). Вставками изображены трехмерные диаграммы направленности на соответствующих частотах

Начнем с исследования зависимости коэффициента направленности и эффективности излучения системы (рис. 1, а) от длины волны. На рис. 1, б, приведена зависимость от длины волны коэффициента направленности наноантенны Яги–Уда с параметром  $G$ , равным 70 нм. Вставками изображены трехмерные диаграммы направленности на соответствующих частотах. Видно, что эта зависимость имеет резкий максимум на длине волны 500 нм. Излучение в обратном направлении практически отсутствует. Угловая ширина главного лепестка примерно равна  $40^\circ$ . Именно благодаря наличию в каждой из наночастиц одновременно электрического и магнитного отклика и обеспечивается достижение высокого значения коэффициента направленности. На длине волны 630 нм, т.е. в районе частот магнитного отклика каждой из частиц, есть второй максимум коэффициента направленности. Для рассматриваемого случая ( $G = 70$  нм) направленность антенны на этом максимуме уступает направленности первого максимума в области существенного электрического отклика составляющих частиц наноантенны.

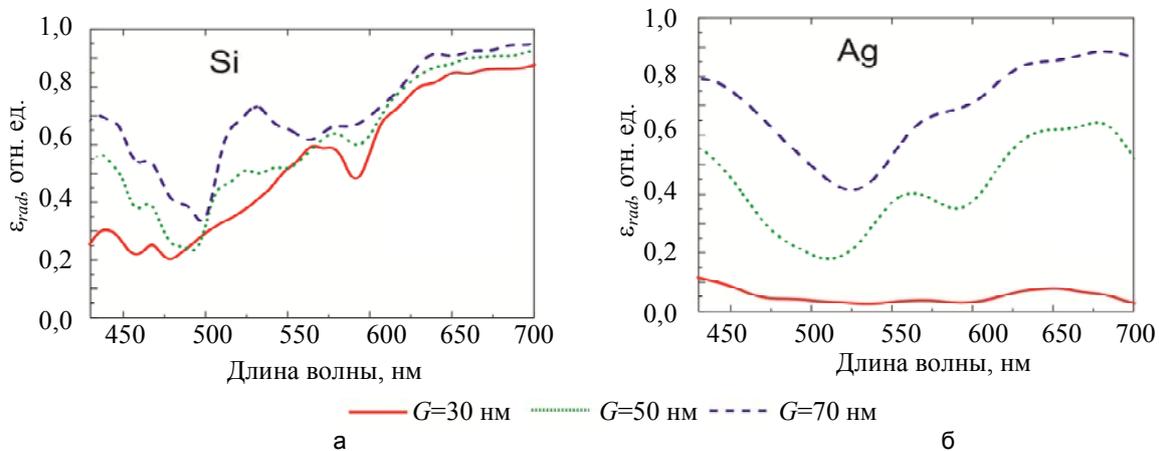


Рис. 2. Зависимости коэффициента эффективности излучения ( $\epsilon_{rad}$ ) для диэлектрической наноантенны (а) и металлической наноантенны (б) Яги–Уда точно такой же геометрии. Графики представлены для разных значений параметра  $G$

Представляют интерес влияние взаимного расстояния между элементами диэлектрической наноантенны Яги–Уда на величину эффективности излучения и сравнение ее с эффективностью излучения металлической наноантенны такой же конструкции. При этом величина коэффициента направленности металлической наноантенны примерно равна 12. Другими словами, направляющие свойства диэлектрической наноантенны Яги–Уда примерно такие же, как и металлической наноантенны Яги–Уда такой же геометрии. Величины эффективности излучения в случаях плазмонной и диэлектрической наноантенн при  $G = 70$  нм на пиках коэффициента направленности примерно одинаковы (рис. 2). Это связано с тем, что, хотя величина мнимой части диэлектрической проницаемости у Si меньше, чем у Ag, поглощение на дипольном резонансе происходит в объеме частицы. В то же время плазмонная наночастица большого размера на дипольном плазмонном резонансе поглощает в ее поверхностном слое, т.е. в областях максимумов напряженности ближнего поля частицы. Как следует из рис. 2, а, эффективность излучения диэлектрической наноантенны Яги–Уда с уменьшением расстояния между элементами падает медленно, а на длинах волн, приходящихся на максимумы коэффициента направленности, практически не меняется. У плазмонной наноантенны, напротив, эффективность излучения с уменьшением расстояния между частицами падает быстро (рис. 2, б). Особенно это проявляется, когда расстояние между поверхностями становится меньше радиуса частиц. Это связано с возбуждением высших плазмонных мод в металлических частицах, так как в этих модах происходит сильная диссипация энергии.

Таким образом, наноантенна Яги–Уда на основе диэлектрических наночастиц с высоким значением диэлектрической проницаемости имеет высокий коэффициент направленности, достаточный для разработки беспроводных оптических линий передачи информации на чипе. Именно благодаря наличию электрического и магнитного отклика в каждой из диэлектрических сфер обеспечивается такой эффект направленности. Показано, что эффективность излучения такой наноантенны существенно выше эффективности плазмонной наноантенны схожей геометрии.

### Сверхнаправленные диэлектрические наноантенны

Как указывалось ранее, подобно радиочастотным антеннам, наноантенны преобразуют локализованные в субволновых областях электромагнитные поля в свободно распространяющиеся поля и наоборот [1]. Хотя отдельные элементы наноантенн Яги–Уда [1, 4, 5] являются оптически малыми, общий размер этих систем больше, чем длина волны излучения  $\lambda$ . В то же время небольшие плазмонные наноантенны обладают малым коэффициентом направленности, близким к 1,5, т.е. направленности точечного диполя [1].

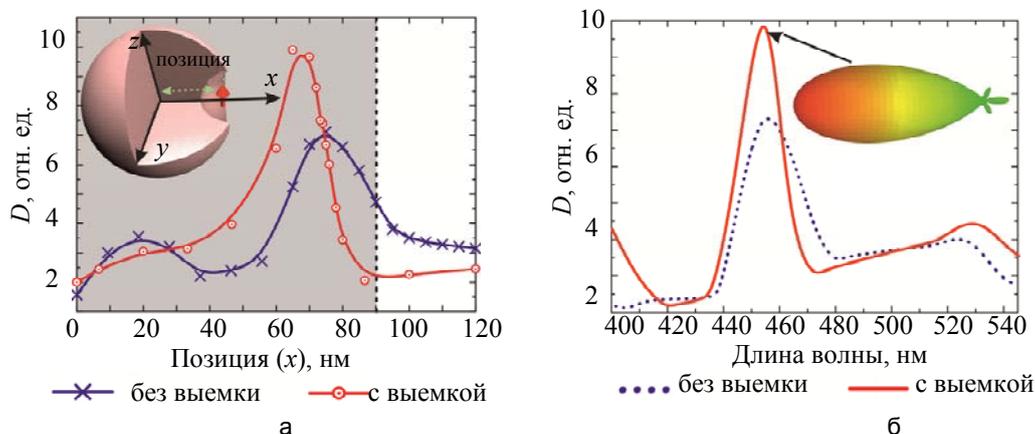


Рис. 3. Коэффициент направленности (в зависимости от положения источника ( $\lambda = 455$  нм) в случае частицы без выемки и в случае с выемкой. Вертикальная штриховая линия ограничивает радиус частицы, центр которой помещен в начало координат (а). Зависимость коэффициента направленности от длины волны излучения (б). Рисунок-вставка показывает трехмерную диаграмму направленности наноантенны ( $R_s = 90$  нм и  $R_n = 40$  нм)

Недавно было предложено использовать материалы с высоким положительным значением диэлектрической проницаемости для повышения направленности излучения наноантенн [7–10]. Наночастицы с высоким значением диэлектрической проницаемости могут иметь резонансные электрический и магнитный отклики, которые описываются электрическим и магнитным дипольными моментами [7–11]. Такая система электрического и магнитного дипольных моментов, колеблющихся с одинаковой фазой, называется источником Гюйгенса. Эта элементарная система обладает более высоким коэффициентом направленности по сравнению с направленностью точечного источника, а диаграмма направленности соответствует кардиоиде [12]. Коэффициент направленности такого элемента равен 3,5. Существенно, что направленность элемента Гюйгенса выше, чем у диполя, хотя его размеры гораздо меньше длины волны.

Другими словами, в этом случае появление магнитного момента в системе приводит к увеличению коэффициента направленности излучения без существенного увеличения ее размеров.

В радиочастотном диапазоне известен эффект сверхнаправленности. Антенны, которые имеют коэффициент направленности, существенно больший (по крайней мере, в 3–5 раз) по сравнению с направленностью точечного источника, называются сверхнаправленными [12]. Элемент Гюйгенса по этой причине еще не является сверхнаправленной антенной. Эффект сверхнаправленности теоретически можно достичь путем создания сильно пространственно осциллирующих токов в антенне субволновых размеров. В свою очередь, это приводит к появлению высших мультипольных составляющих поля такой антенны. В литературе (например, в [12]) обычно утверждается, что эффект сверхнаправленности можно достичь в сложных антенных решетках путем настройки фазового сдвига каждого отдельного элемента в решетке. По этой причине эффект сверхнаправленности проявляется в очень узком диапазоне частот и крайне неустойчив. В связи с этим сверхнаправленные антенны, хотя и являются крайне желательными с точки зрения практических применений, например, для космической связи или астрономии, все же практически не используются.

Далее демонстрируется теоретически и исследуется эффект сверхнаправленности диэлектрической наноантенны с выемкой. При этом важно, что эффект сверхнаправленности достигается без использования сложных массивов наноантенн. Рассмотрим кремниевую наночастицу, беря во внимание реальную дисперсию диэлектрической проницаемости кремния и его потери [13]. Радиус кремниевой наночастицы выберем равным  $R_s = 90$  нм. Для кремниевой наночастицы такого размера при возбуждении однородным полем наиболее существенный вклад в оптический отклик вносят электрический и магнитный дипольные моменты, в то время как мультиполи высшего порядка пренебрежимо малы [8]. При наличии выемки на поверхности частицы происходит некоторое видоизменение поля, которое, однако, не приводит к сильному изменению его модового состава. Однако при помещении дипольного источника (например, квантовой точки) внутрь этой выемки, как показано на рис. 3, а, ситуация меняется кардинально. В этом случае неоднородность ближнего поля дипольного источника приводит к возбуждению высших мультипольных мод частицы.

Рассмотрим сначала частицу без выемки, но возбуждаемую неоднородным полем дипольного источника. Для численного изучения проблемы используется коммерческий программный пакет CST Microwave Studio. Рис. 3, а, показывает зависимость максимального значения коэффициента направленности  $D$  от положения точечного дипольного источника в случае сферы радиуса  $R_s = 90$  нм без выемки, на длине волны  $\lambda = 455$  нм. Эта зависимость имеет максимум, когда источник помещен внутри частицы на расстоянии 20 нм от ее поверхности. Анализ показывает, что в этом случае электрическое и магнитное поля внутри частицы сильно неоднородны. Это соответствует возбуждению мультипольных моментов высших порядков, которые обычно очень малы при однородном возбуждении.

Эффективность возбуждения мультипольных моментов высшего порядка можно усилить, изготавливая на поверхности частицы небольшую выемку и помещая источник в эту выемку, как показано на рис. 3, а. В этом примере центр выемки расположен на поверхности наночастицы. Оптимальный радиус выемки (для достижения максимального значения коэффициента направленности) равен  $R_n = 40$  нм. На рис. 3, а, экстраполированной красной кривой изображена зависимость коэффициента направленности от положения дипольного источника, излучающего на длине волны  $\lambda = 455$  нм. Максимум коэффициента направленности  $D = 10$  соответствует случаю расположения источника посередине выемки. Зависимость направленности наноантенны от длины волны для этого расположения источника приведена на рис. 3, б. Рисунок-вставка показывает трехмерную диаграмму направленности наноантенны на длине волны  $\lambda = 455$  нм.

Амплитуды и фазы электрических и магнитных мультипольных моментов для этого распределения поля показаны на рис. 4. Мы отмечаем сильное увеличение амплитуды мультиполя электрического  $a_E(1,0)$  (рис. 4, а) типа и амплитуд мультиполей магнитного  $a_M(1,\pm 1)$ ,  $a_M(2,\pm 2)$ ,  $a_M(3,\pm 3)$ ,  $a_M(4,\pm 2)$ ,  $a_M(4,\pm 4)$  (рис. 4, б) типов. Эти мультипольные коэффициенты определяют угловое распределение излучения наноантенны. Все остальные мультипольные коэффициенты пренебрежимо малы, и их можно не учитывать. Отметим, что абсолютные значения всех магнитных мультипольных коэффициентов превышают коэффициенты электрической природы соответствующего порядка. Спектр возбужденных мультипольных коэффициентов значительно шире спектра возбужденных коэффициентов электрического типа. Исходя из этого, можно сказать, что в сверхнаправленном режиме наноантенна имеет магнитный характер работы. Абсолютные значения коэффициентов  $a_M(l,\pm |m|)$  одинакового порядка ( $l$ ) практически эквивалентны, фазы этих коэффициентов различны. Такое различие в фазах мод с  $+|m|$  и  $-|m|$  определяет сильную пространственную анизотропию поля излучения.

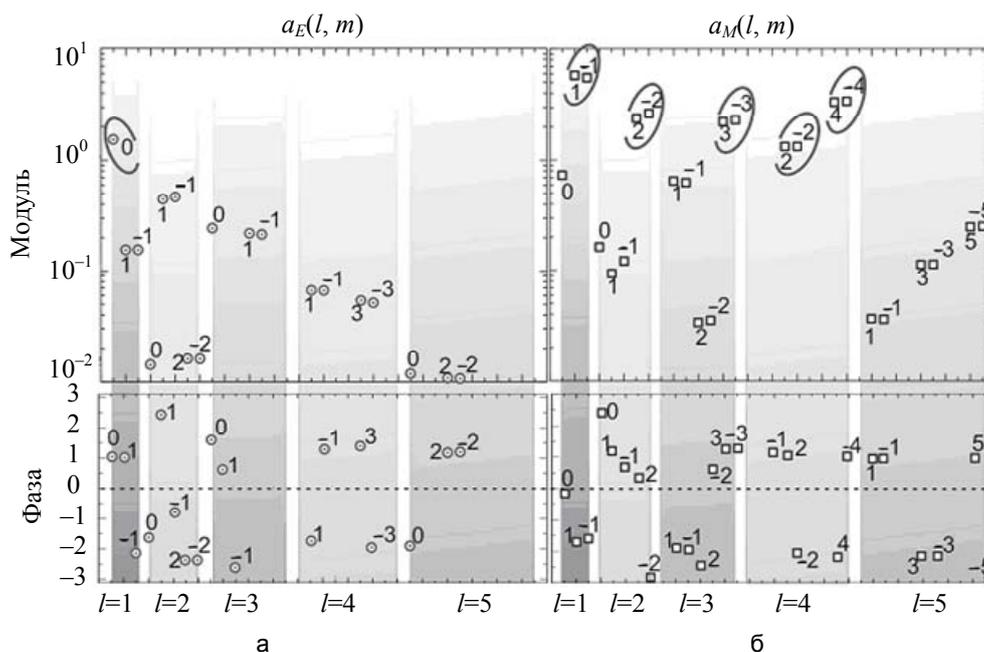


Рис. 4. Абсолютные значения и фазы электрических (а) и магнитных (б) мультипольных моментов, которые обеспечивают максимальный вклад в коэффициент направленности диэлектрической сверхнаправленной наноантенны. Длина волны излучения  $\lambda = 455$  нм. Мультипольные моменты, обеспечивающие основной вклад, для наглядности обведены кружками

#### Заключение

Представлены результаты работ по сверхнаправленным наноантеннам и наноантеннам Яги–Уда, выполненным на основе диэлектрических наночастиц с высоким значением диэлектрической проницаемости. Показано, что такие оптические антенны являются более энергоэффективной альтернативой плазмонным наноантеннам.

Работа выполнена в рамках гранта Правительства Российской Федерации по государственной поддержке научных исследований, проводимых под руководством ведущих ученых в российских образовательных учреждениях высшего профессионального образования (договор № 11.G34.31.0020 от 28 ноября 2010 г.), при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (соглашения № 11.519.11.2037, № 14.V37.21.0303, № 14.132.21.1678), грантов Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 13-02-00411 А, 13-02-00623 А, 13-02-01331 А), государственного задания высшим учебным заведениям (№ 01201259765), а также фонда «Династия».

#### Литература

1. Novotny L., Hulst N. Antennas for light // Nature Photonics. – 2011. – V. 5. – P. 83–90.
2. Klimov V. Nanoplasmonics. – Pan Stanford Publishing, 2011. – 480 p.
3. Alu A., Engheta N. Wireless at the nanoscale: Optical interconnects using matched nanoantennas // Phys. Rev. Lett. – 2010. – V. 104. – P. 213902.
4. Coenen T., Vesseur R., Polman A., Koenderink F. Directional Emission from Plasmonic Yagi-Uda Antennas Probed by Angle-Resolved Cathodoluminescence Spectroscopy // Nano Letters. – 2011. – № 11. – P. 3779–3784.
5. Dregely D., Taubert R., Dorfmüller J., Vogelgesang R., Kern K., Giessen H. 3D optical Yagi-Uda nanoantenna array // Nature Communications. – 2011. – № 2. – P. 1–7.
6. Devilez A., Stout B., Bonod N. Compact metallo-dielectric optical antenna for ultra directional and enhanced radiative emission // ACS Nano. – 2010. – V. 4. – P. 3390–3396.
7. Krasnok A.E., Miroshnichenko A.E., Belov P.A., Kivshar Y.S. Huygens optical elements and yagi-uda nanoantennas based on dielectric nanoparticles // JETP Letters. – 2011. – V. 94. – № 8. – P. 635–640.
8. Krasnok A.E., Miroshnichenko A.E., Belov P.A., Kivshar Y.S. All-dielectric optical nanoantennas // Opt. Express. – 2012. – V. 20. – № 18. – P. 20599–20604.
9. Краснок А.Е., Максимов И.С., Денисюк А.И., Белов П.А., Мирошниченко А.Е., Симовский К.Р., Кившарь Ю.С. Оптические наноантенны // Успехи физических наук. – 2013. – Т. 183. – № 6. – С. 561–589.
10. Filonov D.S., Krasnok A.E., Slobozhanyuk A.P. et al. Experimental verification of the concept of all-dielectric nanoantennas // Appl. Phys. Lett. – 2012. – V. 100. – № 20. – P. 201113–201116.

11. Evlyukhin A., Reinhardt C., Seidel A., Luk'yanchuk B., Chichkov B. Optical response features of Si-nanoparticle arrays // Phys. Rev. B. – 2010. – V. 82. – № 4. – P. 045404.
12. Balanis C. Antenna theory: analysis and design. – New York: J. Wiley, 1982. – 55 p.
13. Palik E. Handbook of Optical Constant of Solids. – San Diego: Academic, 1985. – 160 p.

- Краснок Александр Евгеньевич** – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант, krasnokfiz@mail.ru
- Белов Павел Александрович** – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор физ.-мат. наук, главный научный сотрудник, belov@phoi.ifmo.ru
- Кившарь Юрий Семенович** – Канберра, Австралия, Центр нелинейной физики, Исследовательская школа физических наук и инжиниринга, Австралийский национальный университет, ведущий учёный, научный руководитель лаборатории, ysk@internode.on.net

УДК 537.8

## УПРАВЛЕНИЕ МОДАМИ СИСТЕМЫ СВЯЗАННЫХ КОЛЬЦЕВЫХ РЕЗОНАТОРОВ ПРИ ПОМОЩИ СВЕТА

П.В. Капитанова, П.А. Белов

Развивается подход к реализации магнитных метаматериалов микроволнового диапазона частот с характеристиками, перестраиваемыми при помощи света. Исследуются характеристики разомкнутого кольцевого резонатора, в который интегрированы варикап (для обеспечения частотной перестройки) и фотодиод (для подачи постоянного смещения, зависящего от освещенности). Показано, что изменение освещенности сдвигает резонансный отклик единичного резонатора вверх или вниз по частоте в зависимости от полярности включения фотодиода. Рассмотрена система связанных кольцевых резонаторов, продемонстрировано расщепление отклика системы на четную (яркую) и нечетную (темную) моду при помощи света.

**Ключевые слова:** метаматериал, кольцевой резонатор, управление светом, СВЧ.

### Введение

Последние 10 лет активно развивается новая область знаний – физика метаматериалов. Метаматериалы – это искусственно созданные электромагнитные структуры, которые обладают уникальными свойствами, не наблюдаемыми в природе. К числу таких свойств можно отнести искусственный магнетизм в оптическом диапазоне [1], отрицательный индекс преломления [2], увеличенную хиральность [3] и многое другое. Метаматериалы находят широкое применение, в частности, для создания суперлинз со сверхразрешением или для устройств, работающих на принципах трансформационной оптики [4, 5]. Большинство разработанных метаматериалов имеют постоянные свойства, растет интерес к созданию перестраиваемых метаматериалов с возможностью плавного изменения их свойств при помощи определенного внешнего воздействия [6].

В диапазоне сверхвысоких частот (СВЧ) элементарная ячейка перестраиваемого метаматериала может быть представлена как кольцевой резонатор, нагруженный на варикап [7]. Было показано, что добиться частотной перестройки характеристик такого кольцевого резонатора можно как прикладывая постоянное смещение к варикапу, так и увеличивая мощность падающей волны. Позднее была предложена новая конструкция кольцевого резонатора, чьи характеристики перестраиваются светом [8]. Так, в состав резонатора параллельно варикапу был включен фотодиод, работающий в фотовольтаическом режиме, который создает обратное постоянное смещение на варикапе при изменении освещенности.

В настоящей работе развивается подход к созданию электромагнитных материалов, управляемых при помощи света. Экспериментально продемонстрировано, что магнитный резонанс кольцевых резонаторов, перестраиваемых светом, может сдвигаться вверх или вниз по частоте в зависимости от полярности фотодиода при изменении интенсивности источника света. Экспериментально изучена модовая структура системы связанных кольцевых резонаторов, перестраиваемых светом. Показано, что возможно добиться расщепления отклика системы на четную и нечетную моды при помощи света.

### Структура кольцевого резонатора, управляемого светом

В этом разделе мы изучаем свойства единичного кольцевого резонатора, управляемого светом, схематическое изображение которого представлено на рис. 1, а. Кольцевой резонатор представляет собой два разомкнутых кольца, вложенных друг в друга. Для обеспечения частотной перестройки в дополнительный разрыв во внешнем кольце включен варикап ( $D1$ ). Постоянное смещение на варикап поступает от фотодиодов ( $D2$ ,  $D3$ ), которые работают в фотовольтаическом режиме. Для предотвращения шунтирования варикапа большой собственной емкостью фотодиодов используются индуктивности ( $L$ ), подклю-

ченные последовательно по отношению к фотодиодам. Так как величина фотоЭДС, возникающая на обкладках фотодиодов, зависит от величины освещенности, то мы получаем зависимость емкости варикапа от этой величины. В свою очередь, емкость варикапа включена последовательно с собственной емкостью кольцевого резонатора. Изменение емкости варикапа приводит к изменению суммарной емкости и обуславливает сдвиг резонансной частоты. Таким образом, резонансная частота кольцевого резонатора зависит от величины освещенности.

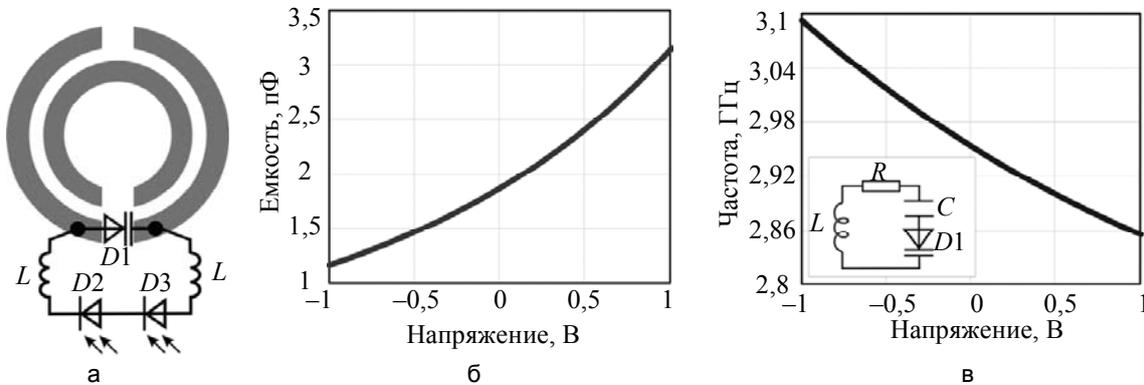


Рис. 1. Схематическое изображение кольцевого резонатора, управляемого светом (а). Зависимость емкости варикапа от напряжения (б). Зависимость резонансной частоты кольцевого резонатора от напряжения (в). Вставка на рисунке (в) показывает упрощенную эквивалентную схему кольцевого резонатора

В работе мы исследуем частотный сдвиг отклика кольцевого резонатора в зависимости от полярности включения фотодиодов. Были изготовлены два тестовых образца кольцевого резонатора, в одном из которых фотодиоды обеспечивали обратное смещение на варикапе, а в другом – прямое смещение. Кольцевые резонаторы были изготовлены на диэлектрической подложке FR4 с относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 4,4$  и толщиной 1,5 мм. Геометрические размеры резонаторов составили: радиус внутреннего кольца 2,5 мм; радиус внешнего кольца 4,1 мм; ширина кольца 1 мм; зазор между внутренним и внешним кольцами и разрывы в кольцах 0,6 мм. Мы использовали варикапы Skyworks<sup>TM</sup> SMV1231, фотодиоды BPW-34-S от Opto Semiconductors<sup>TM</sup> и индуктивности LQG18HN22NJ00D фирмы Murata. Варикап монтировался в разрыв внешнего кольца, в то время как для индуктивностей и фотодиодов были сделаны специальные контактные площадки, которые не влияют на характеристики в целом.

Рассматриваемый кольцевой резонатор можно представить в виде параллельного колебательного контура (см. вставку рис. 1, в), где  $R$  характеризует потери в кольцевом резонаторе;  $L = 9,6$  нГн и  $C = 0,3$  пФ – собственные индуктивность и емкость кольцевого резонатора, которые были оценены по формулам из [9]. Варикап  $D1$  характеризуется нелинейной емкостью  $C(V)$ , которая определяется отношением заряда  $Q$  к изменению напряжения  $V$  или  $C(V) = dQ/dV$ . Типичная зависимость нелинейной емкости варикапа от напряжения хорошо аппроксимируется выражением

$$C(V) = C_0 \left( 1 - \frac{V}{V_f} \right)^{-M}, \tag{1}$$

где  $C_0 = 1,88$  пФ;  $V_f = 10,13$  В и  $M = 4,99$  – параметры, указанные в спецификации варикапа SMV1231. График изменения емкости варикапа от напряжения, построенный по формуле (1), представлен на рис. 1, б. С увеличением прямого напряжения емкость варикапа увеличивается, а при увеличении обратного смещения – уменьшается.

Зная зависимость емкости варикапа от напряжения и собственные индуктивность и емкость кольцевого резонатора, можно оценить перестройку резонансной частоты колебательного контура в зависимости от приложенного напряжения:

$$f_0(V) = \frac{1}{2\pi \sqrt{L \cdot \frac{C(V) \cdot C}{C(V) + C}}}. \tag{2}$$

График зависимости резонансной частоты от напряжения, построенный по формуле (2), представлен на рис. 1, в. При нулевом смещении резонансная частота кольцевого резонатора составляет  $f_0 = 2,95$  ГГц. При увеличении обратного смещения до  $V = -0,5$  В емкость варикапа уменьшается, что приводит к увеличению резонансной частоты до  $f_0 = 3,02$  ГГц. При увеличении прямого смещения до  $V = 0,5$  В емкость варикапа увеличивается, вызывая уменьшение резонансной частоты до  $f_0 = 2,9$  ГГц. Для проверки аналитических предположений были выполнены экспериментальные исследования коэффициента отражения двух тестовых образцов кольцевых резонаторов, управляемых светом. Для измере-

ния магнитного резонансного отклика кольцевого резонатора необходимо возбудить его внешним магнитным полем. Специально для этого была изготовлена симметричная микрополосковая кольцевая антенна, которая располагалась на расстоянии 5 мм над исследуемым образцом. Антенна подсоединялась к векторному анализатору цепей (Agilent PNA E8362C) при помощи кабеля. Для разного уровня освещенности фотодиодов измерялся коэффициент отражения  $S_{11}$  в кабеле, когда кольцевая антенна была связана с перестраиваемым резонатором. Минимум коэффициента отражения соответствует максимуму мощности, которая поступает в резонатор из антенны, что происходит на резонансной частоте. Измеренные коэффициенты отражения тестовых образцов резонаторов для уровней освещенности 0 лк и 17 клк показаны на рис. 2. Из результатов можно видеть, что для первого тестового образца, в котором фотодиоды обеспечивают обратное смещение на варикапе, при увеличении освещенности резонансная частота сдвигается с 2,95 ГГц до 3,01 ГГц (рис. 2, а). Для второго тестового образца, в котором фотодиоды обеспечивают прямое смещение на варикапе, при увеличении освещенности резонансная частота сдвигается с 2,957 ГГц до 2,91 ГГц (рис. 2, б). Стоит отметить, что ширина полученного сдвига соответствует ширине резонанса. Напряжение на обкладках фотодиодов, измеренное при уровне освещенности 17 клк, составляет 0,52 В. Измеренные данные хорошо повторяют результаты, полученные в ходе аналитической оценки.

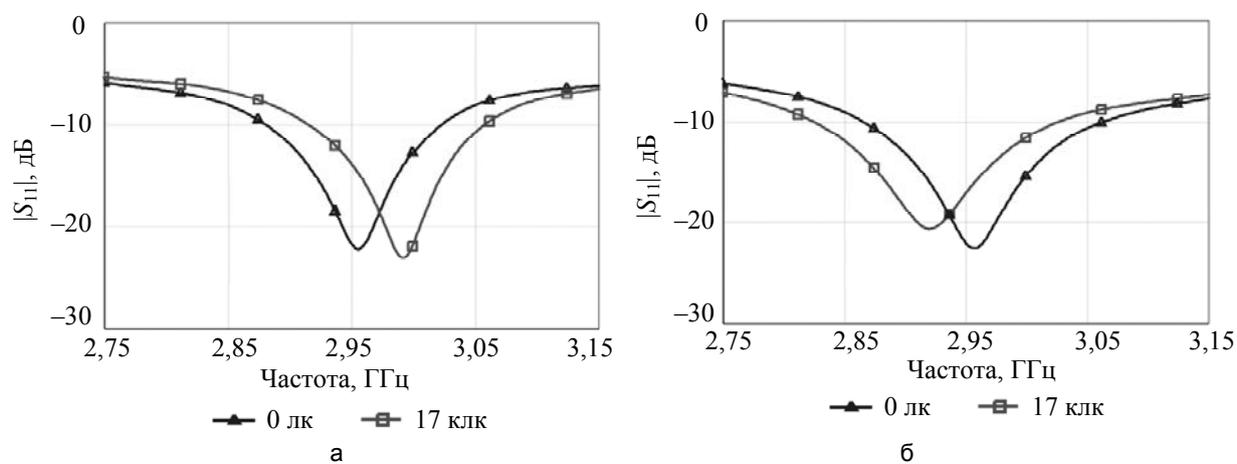


Рис. 2. Измеренные коэффициенты отражения тестовых образцов кольцевых резонаторов для случая обратного постоянного смещения (а) и прямого постоянного смещения (б) на варикапе для уровней освещенности 0 лк и 17 клк

Можно сделать вывод, что включение фотодиодов в состав кольцевого резонатора позволяет добиться частотной перестройки резонансного отклика при помощи света. В зависимости от полярности включения фотодиодов происходит частотная перестройка отклика вверх или вниз по частоте.

#### Управление модами системы связанных кольцевых резонаторов при помощи света

Для того чтобы увеличить чувствительность исследуемых резонаторов к величине освещенности, можно использовать другой подход. Вместо рассмотрения единичного кольцевого резонатора можно рассматривать несколько связанных идентичных кольцевых резонаторов. Известно, что когда два или более резонаторов объединяют в одну систему, то общий отклик системы расщепляется на несколько резонансов. Такие резонансы известны как нормальные моды, каждой из которых соответствует различное распределение амплитуды и фазы сигнала.

Рассмотрим систему двух идентичных связанных кольцевых резонаторов, расположенных друг над другом так, что их оси совпадают (рис. 3). В этом случае в общем отклике системы возникают две моды. На одной моде токи, возбуждаемые в резонаторах, сонаправлены (четная мода), а на другой моде токи направлены встречно по отношению друг к другу (нечетная мода). Если такая система помещена в однородное магнитное поле, то четная мода имеет сильную связь с внешним полем, а нечетная мода не взаимодействует с внешним полем. Исходя из этого, четную моду еще принято называть яркой модой, так как она ассоциируется с сильным суммарным магнитным моментом, сильным рассеянием, и низкой частотой, а нечетную моду называют темной модой, так как она ассоциируется с отсутствием магнитного момента, рассеяния и высокой частотой.

Возникает вопрос, насколько сильно должны быть связаны резонаторы для расщепления отклика системы на две моды? Понятно, что в данном случае связь между резонаторами зависит от расстояния между ними. В связи с этим было проведено экспериментальное исследование отклика системы для разных значений расстояния между резонаторами. Два тестовых образца кольцевых резонаторов, управляемых светом, были помещены друг над другом. Для возбуждения структуры использовалась симметричная микрополосковая антенна, которая располагалась на расстоянии 5 мм над верхним резонатором. В

отсутствии света проводились измерения коэффициента отражения для разных значений расстояний между кольцевыми резонаторами (рис. 4, а). Видно, что когда расстояние между кольцевыми резонаторами велико (10 мм), связь между ними слабая, и наблюдается только один резонансный пик. По мере уменьшения расстояния между кольцевыми резонаторами (7 мм) связь между ними усиливается, что приводит к расщеплению отклика на две моды. Чем меньше расстояние (5 мм, 3 мм), тем больше частотное расщепление мод. Получается, что, меняя расстояние между резонаторами, можно контролировать частотное положение мод без использования света.

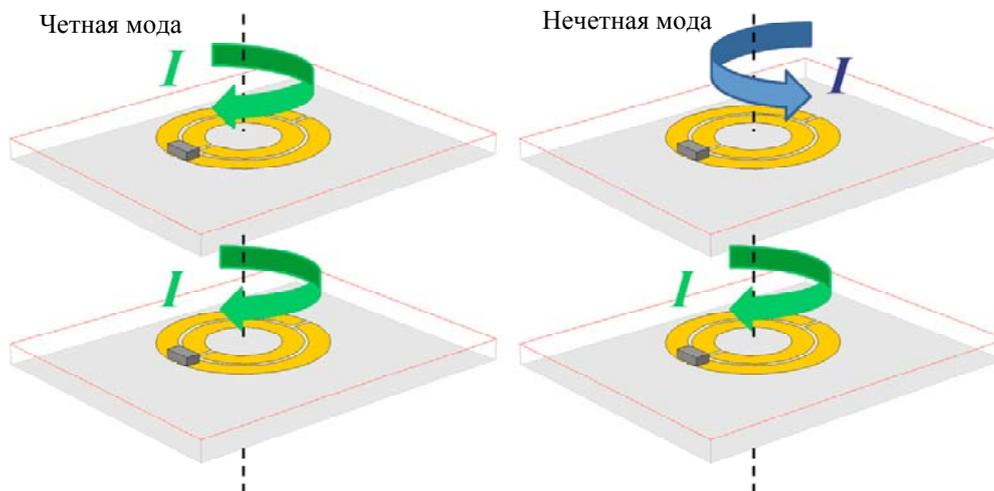


Рис. 3. Принцип возникновения четной (яркой) и нечетной (темной) моды в системе двух связанных кольцевых резонаторов

Расположим резонаторы на расстоянии 8 мм друг от друга, когда в отклике системы в отсутствие света наблюдается один резонансный пик (рис. 4, б). Увеличив освещенность, получим расщепление отклика системы на яркую и темную моды. Это объясняется тем, что при увеличении освещенности резонансная частота одного резонатора смещается вверх по шкале частот, а резонансная частота второго резонатора смещается вниз. Иными словами, можно управлять модами системы двух связанных резонаторов при помощи света. В результате, если в отсутствие света отклик системы характеризуется только одним резонансом, то при увеличении освещенности свойства связанных кольцевых резонаторов изменятся так, что наблюдаются уже два резонансных пика. При этом в зависимости от рабочей частоты волна взаимодействует с яркой модой, которая обладает сильным суммарным магнитным моментом, или с темной модой, когда магнитный момент равен нулю.

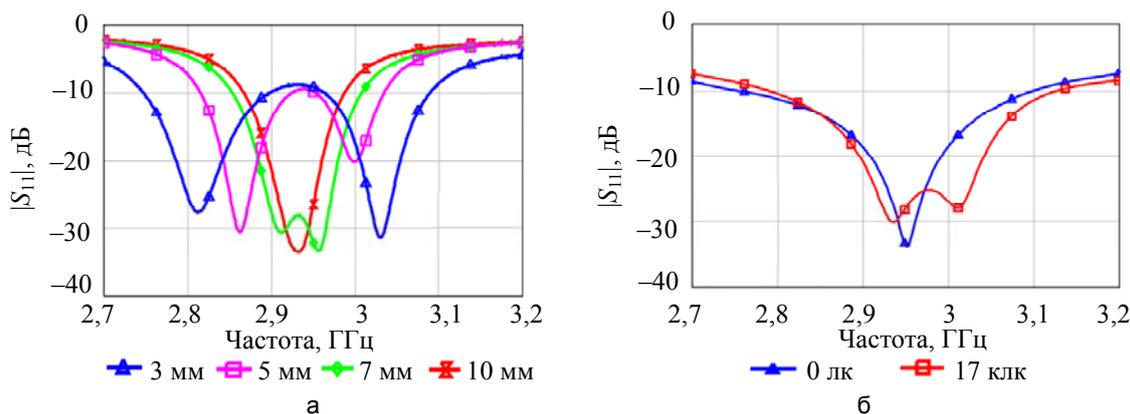


Рис. 4. Измеренный коэффициент отражения системы двух связанных кольцевых резонаторов для разных расстояний между резонаторами в отсутствие света (а). Частотное расщепление отклика системы связанных резонаторов на темную и яркую моды при помощи света для расстояния 8 мм между резонаторами (б)

### Заключение

В работе развит подход к созданию перестраиваемых магнитных метаматериалов, в которых частотная перестройка отклика происходит при помощи света. Разработаны и экспериментально исследованы два тестовых образца кольцевых резонаторов, управляемых светом.

Показано, что в зависимости от полярности включения фотодиодов в состав резонатора происходит частотный сдвиг отклика вверх или вниз по частоте при увеличении освещенности. Предложено использовать систему связанных кольцевых резонаторов для увеличения чувствительности исследуемых резонаторов к величине освещенности. Продемонстрировано, что для фиксированного расстояния между связанными резонаторами происходит частотное расщепление отклика системы на четную (яркую) и нечетную (темную) моды при помощи света. Мы уверены, что предложенный метод создания перестраиваемых кольцевых резонаторов позволит создать новый класс метаматериалов, управляемых светом.

Работа поддержана Министерством образования Российской Федерации (соглашения № 14.В37.21.1176 и № 14.В37.21.1283), Фондом «Династия», Фондом РФФИ (проект № 13-02-00411), стипендией Президента Российской Федерации молодым ученым и аспирантам 2012.

#### Литература

1. Linden S., Enkrich C., Wegener M., Zhou J., Koschny T., Soukoulis C.M. Magnetic Response of Metamaterials at 100 Terahertz // *Science*. – 2004. – V. 306. – P. 1351–1353.
2. Shelby R., Smith D.R. and Schultz S. Experimental Verification of a Negative Index of Refraction // *Science*. – 2001. – V. 292. – P. 77–79.
3. Gansel J.K., Thiel M., Rill M.S., Decker M., Bade K., Saile V., von Freymann G., Linden S., Wegener M. Gold Helix Photonic Metamaterial as Broadband Circular Polarizer // *Science*. – 2009. – V. 325. – P. 1513–1515.
4. Belov P.A., Hao Y. Subwavelength imaging at optical frequencies using a transmission device formed by a periodic layered metal-dielectric structure operating in the canalization regime // *Physical Review B*. – 2006. – V. 73. – P. 113110.
5. Leonhardt U. Optical conformal mapping // *Science*. – 2006. – V. 312. – P. 1777–1780.
6. Кившарь Ю.С., Орлов А.А. Перестраиваемые и нелинейные метаматериалы // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. – 2012. – № 3 (79). – С. 1–10.
7. Shadrivov I.V., Morrison S.K. and Kivshar Yu.S. Tunable split-ring resonators for nonlinear negative-index metamaterials // *Opt. Express*. – 2006. – V. 14. – P. 9344–9349.
8. Kapitanova P.V., Maslovski S.I., Shadrivov I.V., Voroshilov P.M., Filonov D.S., Belov P.A. and Kivshar Y.S. Controlling split-ring resonators with light // *Applied Physics Letters*. – V. 99. – P. 251914 (1–3).
9. Marques R., Martin F. and Sorolla M. *Metamaterials with Negative Parameters: Theory, Design and Microwave Applications*. – NJ: Wiley&Sons, Inc., Hoboken, 2008. – 315 p.

**Капитанова Полина Вячеславовна** – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат технических наук, научный сотрудник, Kapitanova.poli@phoi.ifmo.ru, Kapitanova\_poli@mail.ru

**Белов Павел Александрович** – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор физ.-мат. наук, главный научный сотрудник, belov@phoi.ifmo.ru

УДК 537.862

## АНАЛИЗ ЗОННОЙ СТРУКТУРЫ ФОТОННОГО КРИСТАЛЛА С КРАТНЫМИ ОПТИЧЕСКИМИ ДЛИНАМИ СЛОЕВ ДЛЯ ТЕРАГЕРЦОВОГО ДИАПАЗОНА ЧАСТОТ

А.Х. Денисултанов, М.К. Ходзицкий

Из дисперсионного уравнения для бесконечного фотонного кристалла выведены формулы для точного расчета границ запрещенных зон, ширины запрещенных зон и точного положения центров запрещенных зон фотонных кристаллов с кратными оптическими длинами слоев в двухслойной ячейке для терагерцового диапазона частот от 0,1 до 1 ТГц. Формулы проверены при численном моделировании фотонных кристаллов методом матриц передачи и методом конечных разностей временной области для первой, второй и третьей кратностей оптических длин в двухслойной ячейке фотонного кристалла. Формулы для второй кратности подтверждены экспериментально.

**Ключевые слова:** фотонный кристалл, запрещенная зона, граничные частоты, кратные оптические длины, матрица передачи, метаматериал.

#### Введение

В последние годы исследование искусственных сред с необычными свойствами («метаматериалов») привлекает интерес достаточно большого круга ученых и инженеров, что обусловливается перспективным использованием этих сред в промышленной и военной индустрии при разработке новых типов фильтров, фазосдвигателей, суперлинз, маскирующих покрытий и т.д. [1–3]. Одним из видов метаматериалов является фотонный кристалл, который представляет собой слоистую структуру с периодиче-

ски изменяющимся показателем преломления [4]. Фотонные кристаллы (ФК) активно используются в лазерных технологиях, средствах коммуникации, фильтрации, благодаря таким уникальным свойствам, как наличие зонной структуры в спектре, сверхразрешение, эффект суперпризмы и т.д. [5–7]. Особый интерес проявляется к исследованию фотонных кристаллов в терагерцовом (ТГц) диапазоне для спектроскопических, томографических исследований новых типов материалов и биообъектов [8]. Исследователями уже разработаны двумерные и трехмерные ФК для ТГц диапазона частот и изучены их характеристики [9, 10], но, к сожалению, на данный момент нет точных формул для расчета характеристик зонной структуры фотонного кристалла, таких как ширина запрещенной зоны, центр запрещенной зоны, границы запрещенной зоны [11]. Целью настоящей работы является получение формул для расчета характеристик одномерного фотонного кристалла для первой, второй и третьей кратностей оптических длин в двухслойной ячейке ФК и проверка этих формул с помощью численного моделирования методом матриц передачи и методом конечных разностей во временной области, а также эксперимента в ТГц диапазоне частот.

### Аналитическое и численное моделирование

Рассмотрим бесконечный фотонный кристалл с показателями преломления слоев в двухслойной ячейке  $n_1$  и  $n_2$  и толщинами слоев  $d_1$  и  $d_2$  соответственно. Данная структура возбуждается линейно-поляризованной поперечной электрической волной (ТЕ-волной). Волновой вектор  $\mathbf{k}$  направлен перпендикулярно слоям ФК (рис. 1). Дисперсионное уравнение для такого ФК, полученное с использованием теоремы Флоке и условия непрерывности тангенциальных компонент поля на границе слоев, имеет следующий вид [12]:

$$\cos[k_B(d_1 + d_2)] = \cos[k_{z_1}d_1] \times \cos[k_{z_2}d_2] - 0,5 \times \left( \frac{k_{z_1}}{k_{z_2}} + \frac{k_{z_2}}{k_{z_1}} \right) \times \sin[k_{z_1}d_1] \times \sin[k_{z_2}d_2],$$

где  $k_B$  – блоховское волновое число;  $k_{z_1} = \frac{2\pi \times f \times n_1}{c}$ ;  $k_{z_2} = \frac{2\pi \times f \times n_2}{c}$ ;  $f$  – частота;  $n_1, n_2$  – показатели преломления;  $d_1, d_2$  – толщины слоев.

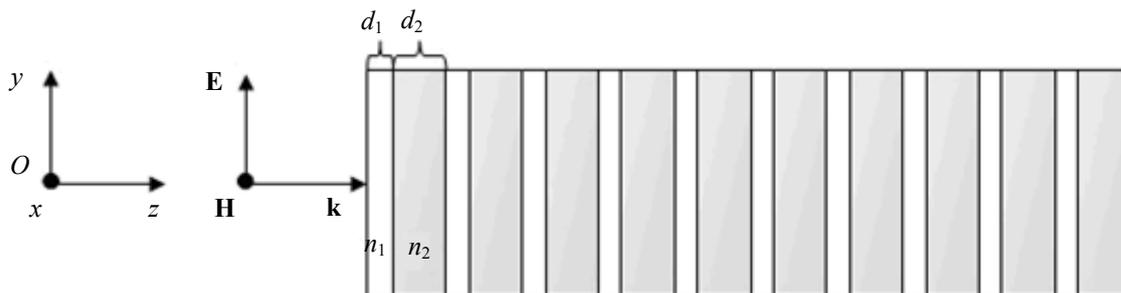


Рис. 1. Рассматриваемая слоисто-периодическая структура

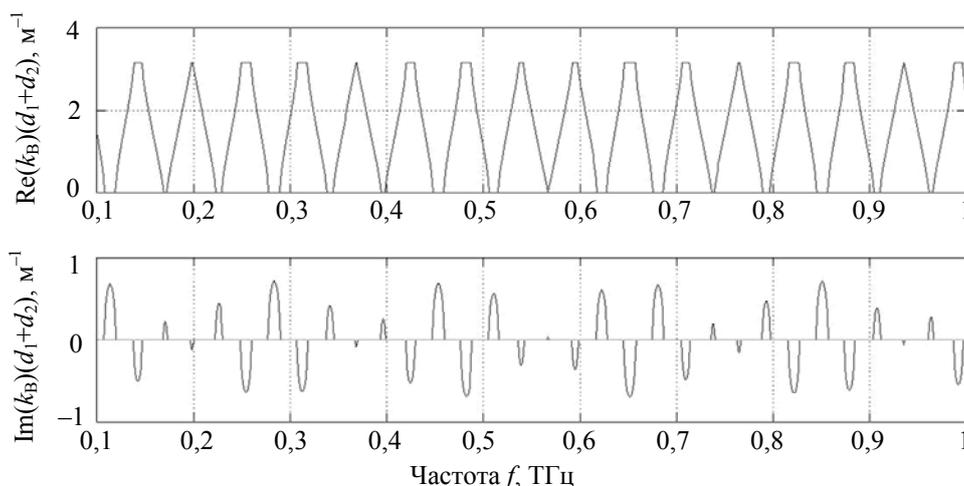


Рис. 2. Частотная дисперсия комплексного блоховского волнового числа

Дисперсия комплексного блоховского волнового числа, полученная с использованием уравнения (1), показана на рис. 2. Как видно из рис. 2, на границах запрещенных зон аргумент косинуса  $k_B(d_1 + d_2)$  будет принимать значения либо 0, либо  $\pi$  [12]. Следовательно, исходя из этого условия, можно рассчи-

тать значения граничных частот, ширины запрещенных зон и центры запрещенных зон фотонного кристалла. Однако для фотонного кристалла с некратными оптическими длинами слоев внутри двухслойной ячейки данные формулы могут быть получены только в неявном виде. Для получения формул в явном виде нужно использовать кратные оптические длины:  $n_1 d_1 = n_2 d_2$ ;  $n_1 d_1 = 2 \times n_2 d_2$ ;  $n_1 d_1 = 3 \times n_2 d_2 \dots$ . В работе были рассмотрены формулы для 1-й, 2-й и 3-й кратности.

Для фотонного кристалла первой кратности ( $n_1 d_1 = n_2 d_2$ ) формулы граничных частот, ширины запрещенной зоны и центра запрещенной зоны имеют следующий вид:

$$f_1 = \left( \arccos \left( \frac{0,25\beta - 1,5}{0,25\beta + 0,5} \right) + 2\pi m \right) / 2\alpha; \quad f_2 = \left( -\arccos \left( \frac{0,25\beta - 1,5}{0,25\beta + 0,5} \right) + 2\pi(m+1) \right) / 2\alpha;$$

$$\Delta f = f_1 - f_2; \quad f_{33} = \frac{f_1 + f_2}{2}; \quad f_{\text{пр}} = \frac{\pi(m+1)}{\alpha},$$

где  $f_1$  и  $f_2$  – низкочастотная и высокочастотная границы запрещенной зоны соответственно;  $\Delta f$  – ширина запрещенной зоны;  $f_{33}$  – центр запрещенной зоны;  $c$  – скорость света;  $f_{\text{пр}}$  – центр разрешенной зоны  $\beta = \frac{n_1}{n_2} + \frac{n_2}{n_1}$ ;  $\alpha = \frac{2\pi \times n_2 d_2}{c}$ ;  $m = 0, 1, 2, \dots$

Для ФК с параметрами слоев  $n_1 = 2,9$ ;  $n_2 = 1,445$ ;  $d_1 = 540$  мкм;  $d_2 = 1084$  мкм для второй запрещенной зоны в диапазоне 0,1–1 ТГц имеют место следующие параметры зонной структуры:  $f_1 = 0,1332$  ТГц;  $f_2 = 0,1541$  ТГц;  $\Delta f = 0,0209$  ТГц;  $f_{33} = 0,1437$  ТГц.

Для ФК, оптические длины слоев которого связаны равенством  $n_1 d_1 = 2n_2 d_2$ , получены следующие формулы для параметров зонной структуры:

$$f_1 = \frac{\left( \arccos \left( \frac{4 + \beta + \sqrt{\beta^2 - 4}}{6 + 3\beta - \sqrt{\beta^2 - 4}} \right) + 2\pi m \right) \times c}{\pi n_2 d_2}; \quad f_1^1 = \frac{\left( \arccos \left( \frac{4 + \beta - \sqrt{\beta^2 - 4}}{6 + 3\beta + \sqrt{\beta^2 - 4}} \right) + 2\pi m \right) \times c}{\pi n_2 d_2};$$

$$f_2 = \frac{\left( \arccos \left( \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 - 4}}{2 + \beta - \sqrt{\beta^2 - 4}} \right) + 2\pi m \right) \times c}{\pi n_2 d_2}; \quad f_2^1 = \frac{\left( \arccos \left( \frac{-\beta - \sqrt{\beta^2 - 4}}{2 + \beta + \sqrt{\beta^2 - 4}} \right) + 2\pi m \right) \times c}{\pi n_2 d_2};$$

$$f_3 = \frac{\left( -\arccos \left( \frac{-\beta - \sqrt{\beta^2 - 4}}{2 + \beta + \sqrt{\beta^2 - 4}} \right) + 2\pi(m+1) \right) \times c}{\pi n_2 d_2}; \quad f_3^1 = \frac{\left( -\arccos \left( \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 - 4}}{2 + \beta - \sqrt{\beta^2 - 4}} \right) + 2\pi(m+1) \right) \times c}{\pi n_2 d_2};$$

$$f_4 = \frac{\left( -\arccos \left( \frac{4 + \beta - \sqrt{\beta^2 - 4}}{6 + 3\beta + \sqrt{\beta^2 - 4}} \right) + 2\pi(m+1) \right) \times c}{\pi n_2 d_2}; \quad f_4^1 = \frac{\left( -\arccos \left( \frac{4 + \beta + \sqrt{\beta^2 - 4}}{6 + 3\beta - \sqrt{\beta^2 - 4}} \right) + 2\pi(m+1) \right) \times c}{\pi n_2 d_2};$$

$$f_{\text{пр}} = \frac{(m+1) \times c}{2n_2 d_2},$$

где  $(f_1$  и  $f_1^1)$ ,  $(f_2$  и  $f_2^1)$ ,  $(f_3$  и  $f_3^1)$ ,  $(f_4$  и  $f_4^1)$  – низкочастотная и высокочастотная границы запрещенных зон с номерами  $(4m+1)$ ,  $(4m+2)$ ,  $(4m+3)$ ,  $(4m+4)$  соответственно;  $c$  – скорость света;  $\beta = \frac{n_1}{n_2} + \frac{n_2}{n_1}$ ;

$m = 0, 1, 2, \dots$ . Ширина запрещенной зоны рассчитывается как  $\Delta f = f - f^1$ ; центр запрещенной зоны  $f_{33} = \frac{f + f^1}{2}$ ;  $f_{\text{пр}}$  – центр разрешенной зоны.

Для ФК с параметрами  $n_1 = 2,9$ ;  $n_2 = 1,445$ ;  $d_1 = 540$  мкм;  $d_2 = 541,87$  мкм для второй запрещенной зоны в диапазоне 0,1–1 ТГц имеем

$$f_2 = 0,116 \text{ ТГц}; \quad f_2^1 = 0,14 \text{ ТГц}; \quad \Delta f = 0,024 \text{ ТГц}; \quad f_{33} = 0,128 \text{ ТГц}.$$

Для фотонного кристалла, оптические длины которого связаны равенством  $n_1 d_1 = 3n_2 d_2$ , получены следующие формулы для параметров зонной структуры:

$$f_1 = \frac{\left( \arccos \left( \frac{1 - 0,5\beta + \sqrt{2,25\beta^2 - \beta - 7}}{3 + 2,5\beta - \sqrt{2,25\beta^2 - \beta - 7}} \right) + 2\pi m \right) \times c}{4\pi n_2 d_2}; \quad f_1^1 = \frac{\left( \arccos \left( \frac{1 - 0,5\beta - \sqrt{2,25\beta^2 - \beta - 7}}{3 + 2,5\beta + \sqrt{2,25\beta^2 - \beta - 7}} \right) + 2\pi m \right) \times c}{4\pi n_2 d_2};$$

$$f_2 = \frac{\left( \arccos \left( \frac{3 + 0,5\beta}{-2 - \beta} \right) + 2\pi m \right) \times c}{4\pi n_2 d_2}; \quad f_2^1 = \frac{\left( -\arccos \left( \frac{3 + 0,5\beta}{-2 - \beta} \right) + 2\pi(m + 1) \right) \times c}{4\pi n_2 d_2};$$

$$f_3 = \frac{\left( -\arccos \left( \frac{1 - 0,5\beta - \sqrt{2,25\beta^2 - \beta - 7}}{3 + 2,5\beta + \sqrt{2,25\beta^2 - \beta - 7}} \right) + 2\pi(m + 1) \right) \times c}{4\pi n_2 d_2};$$

$$f_3^1 = \frac{\left( -\arccos \left( \frac{1 - 0,5\beta + \sqrt{2,25\beta^2 - \beta - 7}}{3 + 2,5\beta - \sqrt{2,25\beta^2 - \beta - 7}} \right) + 2\pi(m + 1) \right) \times c}{4\pi n_2 d_2};$$

$$f_{\text{пз}} = \frac{m \times c}{2n_2 d_2},$$

где  $(f_1$  и  $f_1^1)$ ,  $(f_2$  и  $f_2^1)$ ,  $(f_3$  и  $f_3^1)$  – низкочастотная и высокочастотная границы запрещенных зон с номерами  $(3m+1)$ ,  $(3m+2)$ ,  $(3m+3)$  соответственно;  $c$  – скорость света;  $\beta = \frac{n_1}{n_2} + \frac{n_2}{n_1}$ ;  $m = 0, 1, 2, \dots$ . Ширина запрещенной зоны рассчитывается как  $\Delta f = f - f^1$ ; центр запрещенной зоны  $f_{\text{зз}} = \frac{f + f^1}{2}$ ;  $f_{\text{пз}}$  – центр разрешенной зоны.

Для ФК с параметрами  $n_1 = 2,9$ ;  $n_2 = 1,445$ ;  $d_1 = 540$  мкм;  $d_2 = 361,24$  мкм для второй запрещенной зоны в диапазоне 0,1–1 ТГц имеем

$$f_2 = 0,1283 \text{ ТГц}; \quad f_2^1 = 0,1591 \text{ ТГц}; \quad \Delta f = 0,0308 \text{ ТГц}; \quad f_{\text{зз}} = 0,1437 \text{ ТГц}.$$

Для моделирования ФК конечной длины нужно использовать метод матриц передачи [13], который позволяет рассчитать значение электромагнитного поля волны, проходящей через фотонный кристалл, в произвольной точке  $z$  слоя. Матрица передачи для одного слоя имеет следующий вид:

$$\mathbf{M}(z) = \begin{bmatrix} \cos(k_0 \times n \times z \times \cos \theta) & (-i/p) \times \sin(k_0 \times n \times z \times \cos \theta) \\ -i \times p \times \sin(k_0 \times n \times z \times \cos \theta) & \cos(k_0 \times n \times z \times \cos \theta) \end{bmatrix},$$

где  $k_0 = \frac{\omega}{c}$ ;  $p = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \cos \theta$ ;  $n = \sqrt{\epsilon \mu}$ ;  $z$  – координата на оси  $Oz$ ;  $\theta$  – угол падения волны на первый слой.

Используя метод матриц передачи, в математическом пакете MATLAB была построена зонная структура фотонного кристалла для оптических длин слоев в двухслойной ячейке 1-й, 2-й и 3-й кратностей), в ТГц диапазоне частот (для  $\theta=0$ ) с 10 элементарными ячейками с параметрами слоев, указанными выше (рис. 3).

Как видно из рис. 3, в спектре пропускания ФК 1-й, 2-й и 3-й кратности выпадают запрещенные зоны, кратные двум, трем, четырем соответственно, по сравнению с зонной структурой ФК с некрatными оптическими длинами слоев внутри элементарной ячейки. Для всех трех случаев кратности относительная погрешность вычислений параметров зонной структуры конечного ФК не превышает 1% по сравнению с формулами для бесконечного ФК (ширина запрещенной зоны рассчитывалась на уровне 0,5 коэффициента пропускания для конечного ФК).

Также структура одномерного ФК была рассчитана методом конечных разностей во временной области с помощью программного пакета трехмерного моделирования CST Microwave Studio (рис. 4). Видно такое же поведение зонной структуры конечного ФК, что и для спектров пропускания, полученного методом матриц передачи. Относительная погрешность вычислений параметров зонной структуры конечного ФК в данном пакете моделирования не превышает 3% по сравнению с формулами для бесконечного ФК.

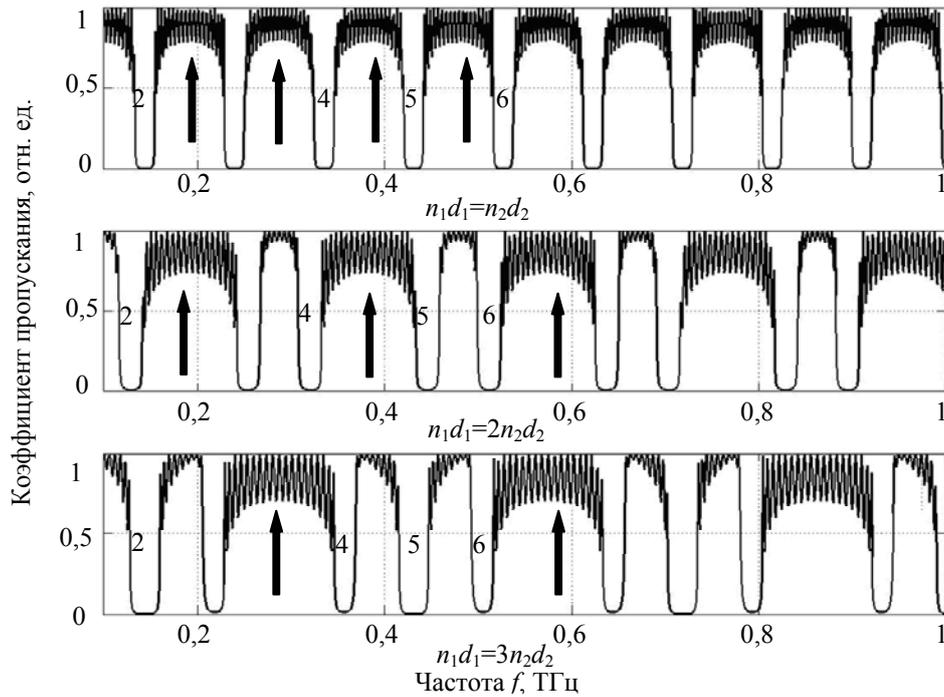
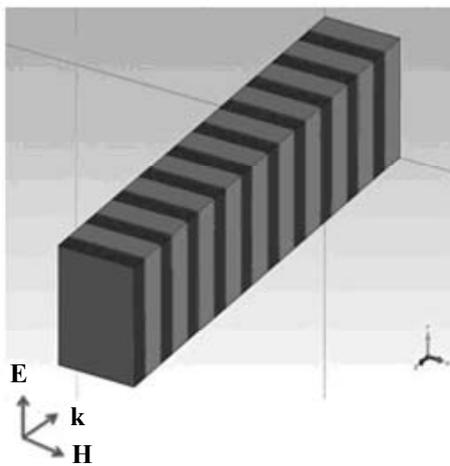
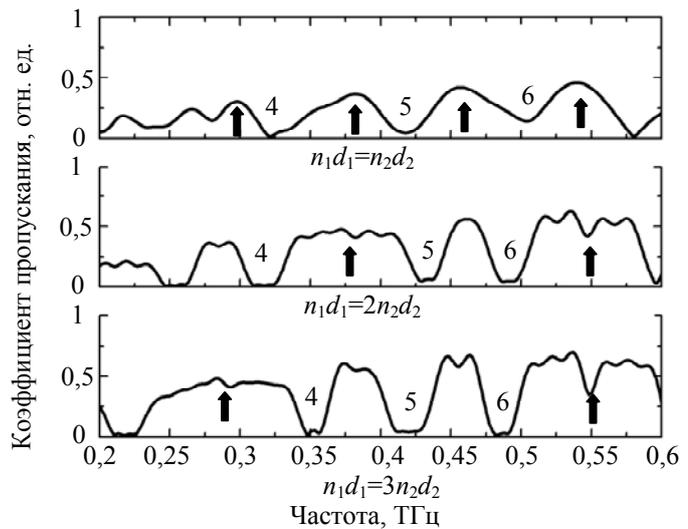


Рис. 3. Зонная структура фотонного кристалла для трех кратностей, оптических длин слоев в двухслойной ячейке в ТГц диапазоне частот (цифры указывают номер запрещенной зоны, стрелки – выпадающие запрещенные зоны)



а



б

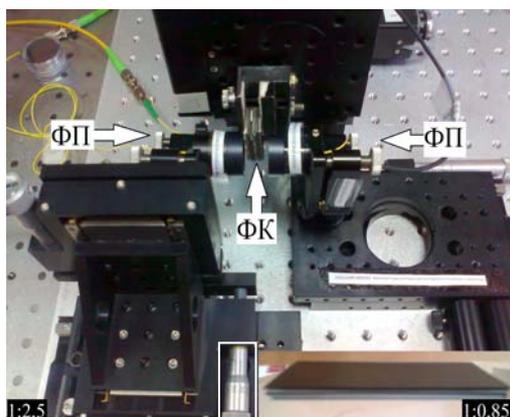
Рис. 4. Трехмерная модель ФК в CST (а) и коэффициент пропускания ФК для трех кратностей (б)

### Экспериментальная часть

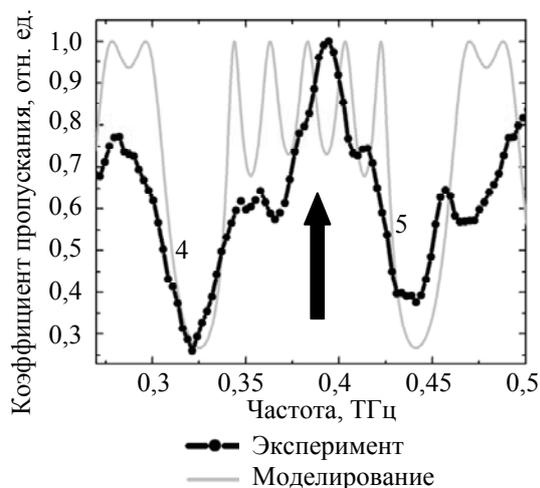
Случай 2-й кратности был проверен экспериментально методом непрерывной ТГц спектроскопии в диапазоне 0,1–1 ТГц [14]. Был использован метод смешения частот инфракрасного излучения на фотопроводящей (ФП) антенне для генерации ТГц излучения. Вторая ФП антенна была использована в качестве приемника. Между излучающей и принимающей ФП антенной устанавливался собранный ФК (рис. 5).

Исследованный фотонный кристалл имеет следующие параметры: количество бислойных ячеек – 3; показатели преломления слоев –  $n_1 = 2,9$  и  $n_2 = 1,445$ ; толщины слоев –  $d_1 = 540$  мкм и  $d_2 = 520$  мкм ( $d_2$  на 21 мкм меньше, чем для случая идеальной 2-й кратности). На рис. 5 показано сравнение экспериментального и теоретического спектра для 4 и 5 запрещенных зон. Как видно из экспериментального графика, так же как и для моделирования, наблюдается выпадение запрещенной зоны, кратной трем, по сравнению с зонной структурой ФК с некратными оптическими длинами слоев внутри элементарной ячейки. Небольшое несоответствие положения центров запрещенных зон в экспериментальном и теоре-

тическом спектре связано с отличием толщины слоев тефлона в эксперименте от идеальной 2-й кратности.



а



б

Рис. 5. Фотография установки, фотография макета фотонного кристалла (а) и сравнительный график экспериментального и теоретического коэффициента пропускания ФК с тремя элементарными ячейками (б)

### Заключение

Таким образом, были получены точные формулы для расчета параметров зонной структуры (ширина запрещенной зоны, границы запрещенной зоны и центр запрещенной зоны) одномерных фотонных кристаллов с кратными оптическими длинами слоев внутри двухслойной элементарной ячейки для случая ТЕ-волны с волновым вектором, перпендикулярным плоскостям слоев фотонного кристалла. Было продемонстрировано для фотонного кристалла 1-й, 2-й и 3-й кратности исчезновение запрещенных зон, кратным двум, трем, четырем соответственно, по сравнению с зонной структурой фотонных кристаллов с некрatными оптическими длинами слоев внутри элементарной ячейки. Формулы для 1-й, 2-й и 3-й кратностей были проверены с помощью метода матриц передачи и трехмерного численного моделирования методом конечных разностей во временной области. Случай 2-й кратности был проверен в эксперименте в ТГц диапазоне частот от 0,1 до 1 ТГц. Полученные формулы могут быть использованы для разработки широкополосных фильтров на основе фотонных кристаллов для промышленного, военного и медицинского применения без необходимости моделирования зонной структуры фотонного кристалла в различных математических пакетах.

Работа была частично поддержана грантом № 14.132.21.1421 в рамках реализации Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг.

### Литература

1. Вендик И.Б., Вендик О.Г. Метаматериалы и их применение в технике сверхвысоких частот (Обзор) // Журнал технической физики. – СПбГЭТУ «ЛЭТИ». – 2013. – Т. 83. – Вып. 1. – С. 3–26.
2. Возианова А.В., Ходзицкий М.К. Маскирующее покрытие на основе спиральных резонаторов // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2012. – № 4 (80). – С. 28–34.
3. Терехов Ю.Е., Ходзицкий М.К., Белокопытов Г.В. Характеристики метапленок для терагерцового диапазона частот при масштабировании геометрических параметров // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2013. – № 1 (83). – С. 55–60.
4. Yablonovitch E. Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics // Physical Review Letters. – 1987. – V. 58. – № 20. – P. 2059–2062.
5. Figotin A., Kuchment P. Band-Gap Structure of Spectra of Periodic Dielectric and Acoustic Media. II. Two-Dimensional Photonic Crystals // SIAM Journal on Applied Mathematics. – 1996. – V. 56. – № 6. – P. 1561–1620.
6. Smolyaninov Igor I., Davis Christopher C. Super-resolution optical microscopy based on photonic crystal materials // Physical review B. – 2005. – V. 72. – P. 085442.
7. Kosaka Hideo, Kawashima Takayuki, Tomita Akihisa. Superprism phenomena in photonic crystals // Physical review B. – 1998. – V. 58. – № 16. – P. 10096–10099.

8. Kurt Hamza, Erim Muhammed Necip, Erim Nur. Various photonic crystal bio-sensor configurations based on optical surface modes // Department of Electrical and Electronics Engineering. – 2012. – V. 165. – № 1. – P. 68–75.
9. Ozbay E., Michel E., Tuttle G., Biswas R., Sigalas M., and Ho K.M. Micromachined millimeter-wave photonic band-gap crystals // Appl. Phys. Lett. – 1994. – V. 64. – № 16. – P. 2059–2061.
10. Jin C., Cheng B., Li Z., Zhang D., Li L.M., Zhang Z.Q. Two dimensional metallic photonic crystal in the THz range // Opt. Commun. – 1999. – V. 166. – № 9. – P. 9–13.
11. Nusinsky Inna and Hardy Amos A. Band-gap analysis of one-dimensional photonic crystals and conditions for gap closing // Physical review B. – 2006. – V. 73. – P. 125104.
12. Басс Ф.Г., Булгаков А.А., Тетервов А.П. Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 288 с.
13. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1973. – 733 с.
14. Gregory I.S., Tribe W.R., Baker C. Continuous-wave terahertz system with a 60 dB dynamic range // Applied Physics Letters. – 2005. – V. 86. – P. 204104.

- Денисултанов Алауди Хожбаудиевич* – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, студент, [alaudi2991@mail.ru](mailto:alaudi2991@mail.ru)
- Ходзицкий Михаил Константинович* – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат физ.-мат. наук, ассистент, [khodzitskiy@yandex.ru](mailto:khodzitskiy@yandex.ru)

УДК 53.082.53

## ЛАБОРАТОРНЫЙ СПЕКТРОФОТОМЕТР ДЛЯ ВИДИМОЙ ОБЛАСТИ СПЕКТРА

К.А. Акмаров, Н.П. Белов, Ю.Ю. Смирнов, А.С. Шерстобитова, Е.Ю. Щербакова, А.Д. Яськов

Рассмотрены конструктивные особенности и основные технико-эксплуатационные характеристики лабораторного спектрофотометра для видимой области спектра ( $\lambda = 380\text{--}760$  нм). Приводятся результаты калибровки прибора. Рассматриваются возможности его использования для контроля технологий фотооптического отбеливания, тонирования и окрашивания бумаги.

**Ключевые слова:** спектрофотометрия, оптические материалы, фотооптическое отбеливание, тонирование, окрашивание бумаги.

## Введение

Спектральные исследования в видимом диапазоне спектра широко применяются в научных и заводских лабораториях, в биологии и медицине [1], химии и химических технологиях [2], колориметрии [3] и др. Используемые до настоящего времени в лабораторной практике отечественные спектрофотометры, которые построены по классической схеме с поворотом плоской дифракционной решетки (СФ-26, СФ-46), устарели морально и выработали свой ресурс. Относительно новые разработки (СФ-56) так же, как и их зарубежные аналоги [4–6] (в том числе на базе полихроматоров), зачастую остаются недоступными отечественным пользователям из-за достаточно высокой стоимости.

Поэтому нами был разработан лабораторный спектрофотометр для видимой области длин волн, который при невысокой стоимости является достаточно универсальным и при незначительной переналадке может обеспечить измерение спектров пропускания  $T(\lambda)$  твердотельных или жидкофазных проб или же спектров отражения  $R(\lambda)$  различных объектов (в том числе диффузно отражающих), определение их колориметрических параметров и др.

## Конструктивные особенности

Структурная схема спектрофотометра показана на рис. 1. В приборе использован полихроматор с вогнутой дифракционной решеткой классического типа ( $r = 125$  мм;  $N = 600$  штр./мм). Входная щель полихроматора (выходной торец полимерного оптоволокна диаметром  $d = 0,6$  мм), дифракционная решетка и фотоприемник (линейка ПЗС) располагаются на круге Роуланда (диаметр  $d = 125$  мм). При этом линейный размер на фотоприемнике участка спектра  $\lambda = 380\text{--}760$  нм составляет 26,2 мм, что позволяет применять ПЗС-линейку SONY ILX511.

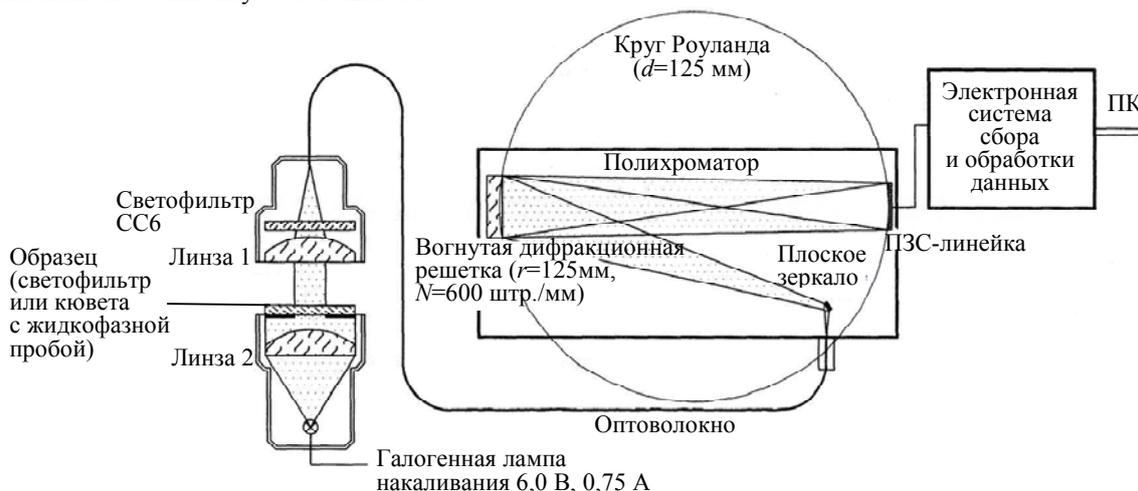


Рис. 1. Структурная схема спектрофотометра

В спектрофотометре может быть установлен один из двух сменных осветителей: для исследования коэффициента пропускания  $T(\lambda)$  прозрачных или рассеивающих объектов (рис. 1); для исследования спектров диффузного отражения твердотельных образцов на основе интегрирующей сферы с внутренним экраном [7, 8]. Оба осветителя используют одно и то же оптоволокно для подключения к полихроматору, так что какой-либо дополнительной настройки прибора при замене осветителя не требуется.

Электронная система сбора и обработки данных и специально разработанная программа обеспечивают вывод и хранение результатов измерений в виде графиков и числовых массивов в области спектра  $\lambda = 380\text{--}760$  нм с шагом  $\lambda = 2$  нм. Для выравнивания распределения потока излучения по длинам волн, а также для снижения уровня рассеянного излучения в полихроматоре в обоих сменных осветителях прибора использован оптический фильтр на основе цветного стекла СС6, существенно подавляющий длинноволновую составляющую светового потока при  $\lambda \geq 600$  нм.

Распределение сигнала аналого-цифрового преобразователя (АЦП)  $S_{\text{ADC}}$  по спектру представлено на рис. 2 при экранировании (уровень «0» – рис. 2, а) и полной засветке (уровень «1» – рис. 2, б) измерительного канала; отношение этих уровней не хуже 0,8 при  $\lambda = 400\text{--}760$  нм. Периодическая структура в распределении (рис. 2, б) предположительно вызвана интерференцией на входном окне ПЗС-линейки.

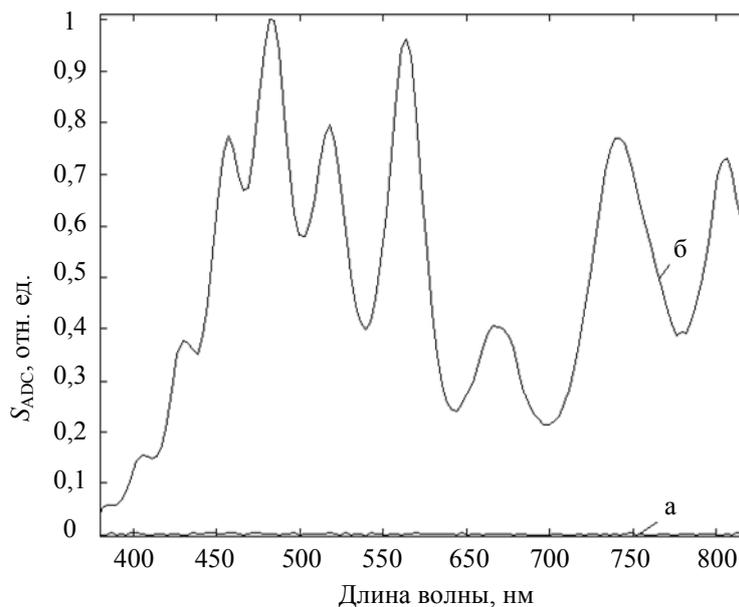


Рис. 2. Спектральное распределение сигнала АЦП при экранировании (а) и полной засветке (б) канала измерений

### Калибровка и проверка прибора

Калибровка шкалы длин волн проводилась по нормированным линиям излучения ртутно-гелиевой лампы ДРГС-12 [9]. Калибровочные зависимости  $S_{\text{ADC}} = f(\lambda)$  были линейными. В интересующем спектральном диапазоне  $\lambda = 380\text{--}760$  нм результирующая погрешность калибровки шкалы длин волн не превышала  $\Delta\lambda = 0,520$  нм.

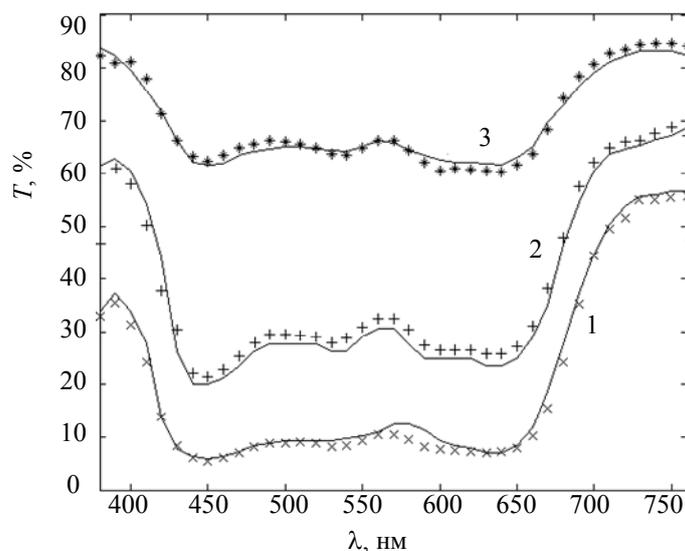


Рис. 3. Спектры пропускания нейтральных стекол: 1 – НС 3; 2 – НС 2; 3 – НС 1. Точки – экспериментальные данные, сплошная линия – расчет по [10]

Линейность и фотометрическая погрешность шкалы пропускания  $T(\lambda)$  определялись сопоставлением измеренных в конфигурации (рис. 1) и рассчитанных по [10] спектров пропускания цветных стекол. При исследовании спектров диффузного отражения  $R(\lambda)$  с использованием осветителя на основе интегрирующей сферы [7, 8] для этого применялись стандарты «серого», поверенные в Федеральном государственном учреждении (ФГУ) «Тест-С.-Петербург». При калибровке шкалы  $R(\lambda)$  уровень «0» определялся по сигналу имитатора абсолютно черного тела конической формы; для калибровки уровня «100%» применялся эталонный образец, изготовленный из молочного стекла МС22 и сертифицированный в ФГУ «Тест-С.-Петербург».

В качестве наиболее показательного примера, подтверждающего линейность шкалы пропускания и позволяющего оценить фотометрическую погрешность, на рис. 3 сопоставлены измеренные и рассчитанные по [10] спектры  $T(\lambda)$  для цветных стекол серии НС. Зависимость измеренных коэффициентов пропускания от нормативных значений, рассчитанных по [10],  $T_{и} = f(T_{н})$ , была близка к линейной. Сходимость линейной интерполяции ( $T_{и} = 1,0071T_{н} + 0,55217$ ) с результатами расчетов не превышала  $\Delta T = (T_{н} - T_{и}) \leq 0,49\%$ . Анализ данных по отражению эталонов «серого» позволил заключить, что линейность и фотометрическая погрешность шкалы  $R(\lambda)$  при исследовании диффузно отражающих объектов находилась в пределах  $\Delta R \leq 1\%$ .

### **Применение спектрофотометра для контроля технологий фотооптического отбеливания, тонирования и окрашивания бумаги**

Одним из значимых в практическом отношении применений спектрофотометрии в области  $\lambda = 380\text{--}760$  нм является выходной контроль параметров белизны (яркости)  $B$  [11] и цветности бумаги в производствах, использующих фотооптические отбеливатели, тонирующие добавки и непрерывное окрашивание. Главным поставщиком в отечественную целлюлозно-бумажную промышленность химических реагентов, необходимых для таких производств, является концерн Ciba AG (Company for Chemical Industry Basel) [12], который рекомендует для выходного контроля приборы Datascolor [13]. Кроме высокой стоимости, данные приборы не обеспечены надлежащими техническим сопровождением и поддержкой, в связи с чем многие заводские лаборатории предприятий целлюлозно-бумажной промышленности были вынуждены отказаться от их использования. Таким образом, рассматриваемый прибор здесь может представлять интерес.

### **Влияние фотооптического отбеливания и тонирования на коэффициент диффузного отражения бумаги**

Фотооптический отбеливатель в бумаге (Tinopal ABP) поглощает излучение в ультрафиолетовой области спектра и переизлучает его в виде люминесцентной добавки к отражению в фиолетово-синей части спектра. Тонирующие добавки (Irgalith Violet M) подавляют отражение в основной части видимого спектра, что совместно с отбеливателем улучшает эстетическое восприятие качества белой бумаги.

Для исследования спектров диффузного отражения использовались образцы белой бумаги, предоставленные концерном Ciba AG и аттестованные на приборе Datascolor по параметру белизны  $B$  и координатам цвета в колориметрической системе XYZ. В качестве отбеливателя применялся Tinopal ABP с концентрацией в исходной массе до 1%. Тонирующей добавкой во всех образцах являлся Irgalith Violet M с концентрацией до 400 г/т.

Измеренные спектры отражения  $R(\lambda)$  для трех образцов из восемнадцати, предоставленных для поверки прибора, показаны на рис. 4. Как видно, эти спектры качественно воспроизводят все особенности, обусловленные отбеливанием и тонированием исходной целлюлозной массы. Фотооптический отбеливатель формирует коротковолновую полосу поглощения при  $\lambda \leq 420$  нм и дает люминесцентную добавку к отраженному потоку излучения в синей области спектра  $\lambda \approx 430\text{--}480$  нм. Тонирующая добавка снижает коэффициент отражения в средней области видимого диапазона при  $\lambda \approx 500\text{--}640$  нм. Количественное сопоставление параметра белизны  $B$ , определенного из спектров  $R(\lambda)$  (рис. 4), и его референтное значение, измеренное на приборе Datascolor [13], представлено на рис. 5.

По сравнению с референтными данными  $B_r$  результаты проведенных измерений  $B_e$  занижены, что связано с различием ультрафиолетовой составляющей в спектре использованной здесь галогенной лампы накаливания по сравнению с импульсной ксеноновой лампой прибора Datascolor. Это подтверждается также измерениями цветовых параметров. Если координаты  $X, Y$  с погрешностью  $\delta X, Y \leq 0,3\%$  совпадали, то координата  $Z$  (близкая к параметру белизны  $B$ ) была занижена по сравнению с референтной величиной. Вместе с тем, как показывают данные рис. 5 по параметру белизны  $B$  белой бумаги, результаты измерений  $B_e$  могут быть приведены к референтному значению  $B_r$  линейной интерполяцией. Интерполяционное выражение приводится на поле рис. 5. Погрешность интерполяции не превышает  $\delta B \leq 1\%$ , что удовлетворяет требованиям лабораторного контроля технологических процессов тонирования и фотооптического отбеливателя.

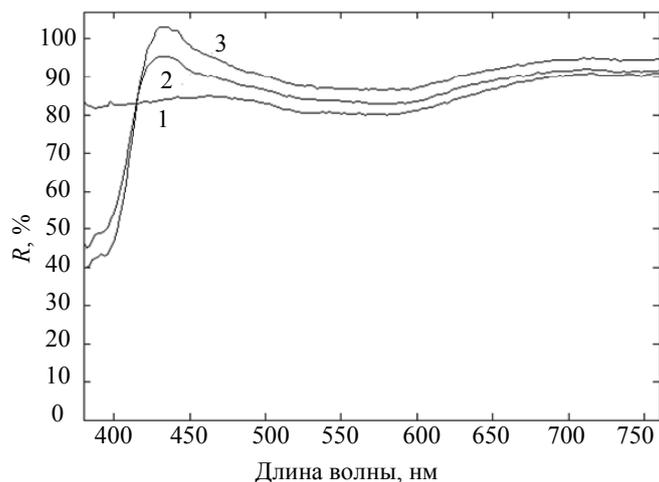


Рис. 4. Влияние фотооптического отбеливателя Tinopal ABP на спектры диффузного отражения белой бумаги при использовании тонирующей добавки Irgalith Violet M с концентрацией 200 г/т. Концентрация отбеливателя, (%): 1 – 0; 2 – 0,5; 3 – 1,0

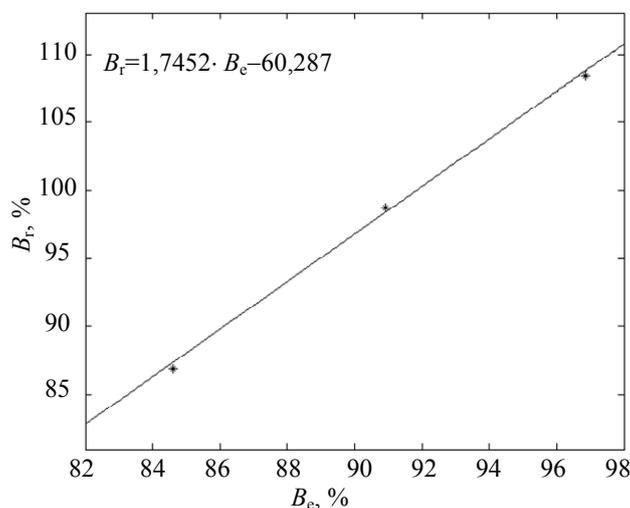


Рис. 5. Сходимость измеренного параметра белизны  $B_e$  и его референтного значения  $B_r$ . Точки – экспериментальные данные (рис. 4), сплошная линия – результат линейной интерполяции

### Диффузное отражение и колориметрические параметры окрашенной бумаги

Примеры влияния окрашивания на спектры диффузного отражения бумаги даны на рис. 6.

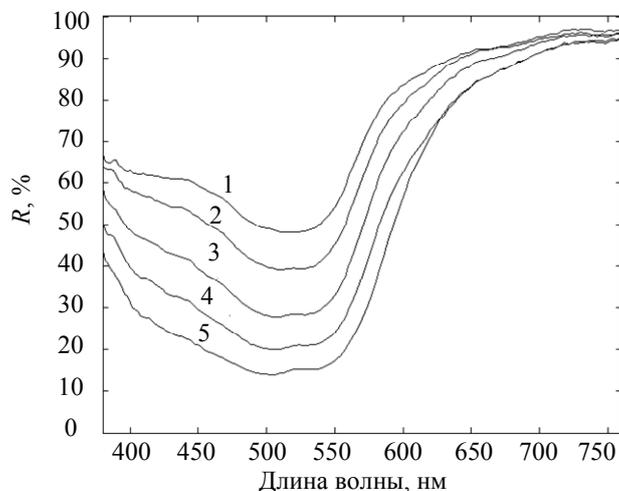


Рис. 6. Спектры отражения образцов бумаги, окрашенной жидким красителем Pergasol Rot 2G FI с концентрацией (%): 1 – 0,15; 2 – 0,30; 3 – 0,60; 4 – 1,20; 5 – 2,40

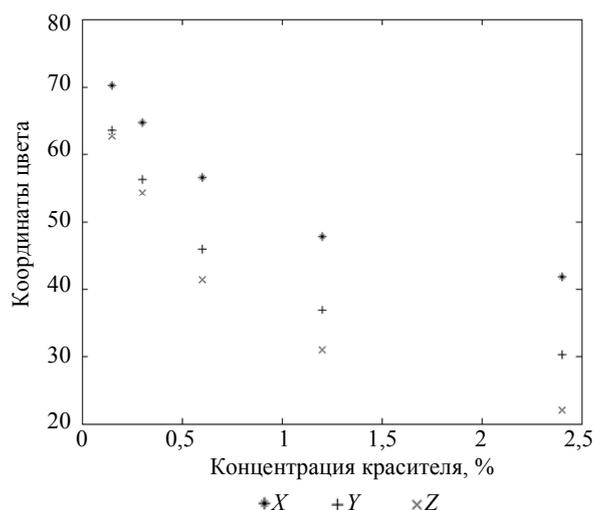


Рис. 7. Зависимость координат цвета от концентрации красителя Pergasol Rot 2G FI

Для проверки прибора использовались образцы (всего 40 образцов), также предоставленные концерном Ciba вместе с референтными координатами цвета. Применялся краситель Pergasol различных оттенков с концентрацией 0,15; 0,30; 0,60; 1,20; 2,40%. Референтные данные по координатам цвета X, Y, Z были получены на приборе Datascolor [13].

Зависимости этих координат от концентрации красителя, полученные в настоящей работе, практически точно соответствовали референтным данным ( $\Delta X, Y, Z \leq 0,7$ ). Для образцов, окрашенных Pergasol Rot 2G FI (рис. 6), эти зависимости приведены на рис. 7.

#### Заключение

Таким образом, представляемый спектрофотометр нами полностью удовлетворяет требованиям целлюлозно-бумажной промышленности при лабораторном контроле процессов окрашивания бумаги. Он может быть также использован для контроля тонирования и (при соответствующей перекалибровке) фотооптического отбеливания белой бумаги. Представляет интерес разработка на основе представляемого прибора промышленного спектрофотометра, устанавливаемого непосредственно на накат бумагоделательной машины и обеспечивающего мониторинг процессов отбели, тонирования и окрашивания бумаги.

#### Литература

1. Непомнящих В.А., Рукин Е.М., Мигунов С.А., Творогова А.В. Применение спектральной фототерапии и экспресс-анализа микроэлементов в медицине // *Фундаментальные исследования*. – 2009. – № 9. – С. 89–91.
2. Руденко М.Ф., Сурков М.И., Надиров Н.К. Исследования по флуоресцентному анализу нефтепродуктов // *Вестник Астраханского государственного технического университета*. – 2008. – № 6. – С. 153–157.
3. Джадд Д., Вышецкий Г. Цвет в науке и технике. – М.: Мир, 1978. – 592 с.
4. Konica Minolta Sensing Europe B.V.: Spectrophotometers [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.konicaminolta.eu/>, свободный. – Яз. англ. (дата обращения 05.05.2013).
5. Thermo Fisher Scientific Inc.: NanoDrop Products [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.nanodrop.com/> <http://www.nanodrop.com/>, свободный. – Яз. англ. (дата обращения 05.05.2013).
6. Beckman Coulter, Inc.: Spectrophotometers [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.beckmancoulter.com/wsrportal/wsr/index.htm>, свободный. – Яз. англ. (дата обращения 05.05.2013).
7. Шерстобитова А.С. Влияние конфигурации интегрирующей сферы на фотометрическую погрешность измерения коэффициентов отражения // *Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО*. – 2011. – № 4 (74). – С. 16–19.
8. Белов Н.П., Грисимов В.Н., Шерстобитова А.С., Яськов А.Д. Моделирование интегрирующей сферы с экраном // *Изв. вузов. Приборостроение*. – 2013. – Т. 56. – № 5. – С. 25–30.
9. Лампа ДРГС-12: технический паспорт. – М., 2013.
10. Петровский Г.Т. Цветное оптическое стекло и особые стекла: Каталог. – М.: Дом оптики, 1990. – 228 с.
11. ГОСТ 30113–94 (ИСО 2470-77). Бумага и картон. Метод определения белизны. – Введ. 01.01.1997. – Минск: Межгос. совет по стандартизации, метрологии и сертификации; М.: Изд-во стандартов, 1996. – 7 с.

12. BASF – The Chemical Company: Integration of Ciba [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://report.basf.com/2009/en/managementsanalysis/segments/performanceproducts/ciba.html>, свободный. – Яз. англ. (дата обращения 05.05.2013).
13. Datacolor Elrepho [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://industrial.datacolor.com/products/>, свободный. – Яз. англ. (дата обращения 05.05.2013).

- Акмаров Константин Александрович* – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант, encliss@gmail.com
- Белов Николай Павлович* – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, старший научный сотрудник, xiaogou@mail.ru
- Смирнов Юрий Юрьевич* – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант, yuri.smirnov@bk.ru
- Шерстобитова Александра Сергеевна* – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат технических наук, доцент, ashev87@mail.ru
- Щербакова Екатерина Юрьевна* – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, студент, student\_ftt\_2011@mail.ru
- Яськов Андрей Дмитриевич* – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор технических наук, профессор, student\_ftt@mail.ru

УДК 681.786

## **ВЫБОР И РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННОЙ СИСТЕМЫ С ОПТИЧЕСКОЙ РАВНОСИГНАЛЬНОЙ ЗОНОЙ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ВЕРТИКАЛЬНОГО ГРАДИЕНТА ТЕМПЕРАТУР ВОЗДУШНОГО ТРАКТА**

**В.Ф. Гусаров, А.Н. Тимофеев**

Произведен выбор и расчет основных параметров оптико-электронной системы с оптической равносигнальной зоной для измерения вертикального градиента температур воздушного тракта, который является основным фактором, влияющим на угол рефракции. Рассматривается особенность выбора источников излучения для создания полихроматической равносигнальной зоны, заключающаяся в необходимости выбора одной длины волны излучения из синей области спектра, а другой – из инфракрасной. Подобран объектив задатчика базового направления, исходя из рассчитанного диаметра выходного зрачка передающей части и требования минимальной величины сферической аберрации. Проведен энергетический расчет, выбран диаметр зрачка, подобран объектив приемной части системы. Определен способ совмещения излучения и предложена оптическая схема задатчика базового направления с использованием четырех двухлинзовых конденсоров.

**Ключевые слова:** атмосферная рефракция, температурный градиент, оптическая равносигнальная зона.

### **Введение**

Особенностью оптических измерений взаимного пространственного положения объектов и их элементов в таких отраслях, как горное дело, судостроение, аэрокосмическая промышленность, инженерное строительство, являются большие дистанции, при которых существенно влияние воздушного тракта на погрешность измерений. Говоря об актуальности проблемы, можно отметить, что одной из основных составляющих погрешности при определении углов и перемещений в условиях свободной атмосферы является вертикальная атмосферная рефракция, обычно вызванная наличием вертикального градиента температуры [1].

Известно несколько методов учета рефракции атмосферы при проведении измерений. Первый метод, основанный на измерении температурного градиента с использованием высокоточных температурных датчиков, может давать достаточно точные результаты, однако предъявляет высокие требования к оборудованию и его настройке [2]. Второй метод заключается в особой специфике проведения измерений. Применяются взаимно параллельные наблюдения или симметричная компоновка области наблюдения с целью уменьшения эффекта рефракции. Недостатком является то, что реальные условия не всегда согласованы с предположениями. Третий метод – двухволновый, в основу которого положена зависимость показателя преломления воздуха от длины волны зондирующего сигнала, а его техническая реализация сводится к измерению разности оптических путей зондирующих сигналов с различными длинами волн [3, 4]. Четвертый метод – моделирование турбулентного перемещения с использованием восходящих тепловых потоков для вычисления температурного градиента. Требуемые параметры получают из измерения эффектов сцинтилляции, таких как флуктуации амплитуды или фазы поступающей волны [2, 5].

Высокая позиционная чувствительность в оптической равносигнальной зоне [5] дает надежду на успешную приборную реализацию дисперсионного метода, поэтому была поставлена цель – разработка оптико-электронной системы (ОЭС) с полихроматической оптической равносигнальной зоной (ПОРЗ) для измерения вертикального градиента температур воздушного тракта на основе двухволнового дисперсионного метода [3].

Одним из этапов разработки является выбор элементов системы. Диапазон контроля градиента температур воздушного тракта с помощью разрабатываемой ОЭС – от  $0,01\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{м}$  до  $1\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{м}$  на дистанциях 10–100 м. Условия эксплуатации системы: засветка – рассеянное солнечное излучение с энергетической яркостью фона  $0,04\text{ Вт}/(\text{см}^2\cdot\text{ср})$ ; изменение температуры – от  $-10^{\circ}\text{C}$  до  $+40^{\circ}\text{C}$ .

### Выбор источников и приемника излучения

Для создания ПОРЗ в качестве источников излучения (ИИ) в разрабатываемой ОЭС предложено использовать полупроводниковые излучающие диоды (ПИД) с разными длинами волн, которые необходимо выбирать так, чтобы разность величин сигналов, обусловленных деформацией ПОРЗ из-за рефракции воздушного тракта, была максимальной.

На рис. 1 приведен график зависимости индекса показателя преломления  $N = n-1$  от длины волны оптического излучения, рассчитанный по формуле (1) [6]

$$N \cdot 10^{-7} = (n_{\text{гр}} - 1) \cdot 10^{-7} = 2876,04 + 3 \cdot 16,288/\lambda^2 + 5 \cdot 0,136/\lambda^4, \quad (1)$$

где  $N$  – индекс показателя преломления воздуха, или преломляемость;  $n_{\text{гр}}$  – групповой показатель преломления среды.

Как следует из рис. 1, индекс показателя преломления в видимом диапазоне длин волн изменяется значительно сильнее, чем в инфракрасной (ИК) области. По этой причине при применении двухволнового метода целесообразно выбирать один источник так, чтобы он излучал в короткой синей области спектра, а другой – в ИК области. В то же время необходимо согласовать длину волны ПИД с фотоприемником (ФП). В данном устройстве предлагается использовать в качестве фотоприемника кремниевый фотодиод. Преимущества таких фотодиодов перед другими приемниками излучения являются простота конструкции, малые темновые токи и низкое напряжение питания.

Как было указано выше, рационально использовать такие длины волн источников, которые обеспечивают максимально возможную разность сигналов, полученных при измерениях на этих волнах. Сигнал, снимаемый с ФП на определенной длине волны, зависит от величины  $S(n-1)$ , где  $S$  – спектральная чувствительность фотоприемника;  $(n-1)$  – индекс показателя преломления на данной длине волны  $\lambda$ . Получение максимального разностного сигнала возможно при использовании кремниевого фотодиода и источников излучения с длинами волн, близкими к 0,4 и 0,85 мкм. Такие результаты являются обоснованными с той точки зрения, что  $\lambda = 0,85\text{ мкм}$  является точкой максимальной чувствительности фотодиода ФД-24К, в то время как параметры оптической схемы должны быть рассчитаны таким образом, чтобы при  $\lambda = 0,4\text{ мкм}$  обеспечивалось условие требуемой пороговой чувствительности.

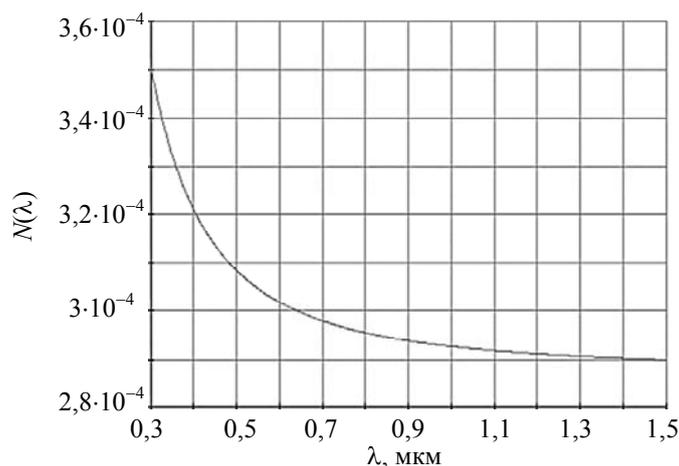


Рис. 1. График зависимости индекса показателя преломления воздуха от длины волны оптического излучения

Ввиду вышеуказанных преимуществ кремниевого фотодиода его предложено использовать в качестве приемника в разрабатываемом градиентометре. Источниками излучения выбраны два инфракрасных ПИД TSAL6100 фирмы «Vishay», максимум излучения которых приходится на длину волны 0,94 мкм, и два синих ПИД EP2032-150B1 фирмы «ParaLight Electronics» с длиной волны 0,47 мкм.

**Выбор схемы обработки сигналов**

В разрабатываемой системе используется амплитудно-частотная модуляция сигналов излучателей. На рис. 2 представлена схема выделения и обработки сигналов.

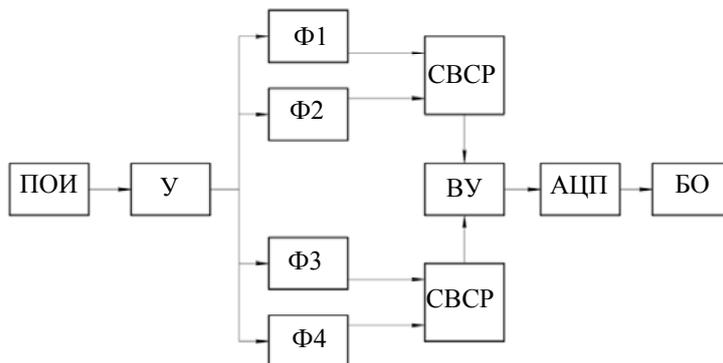


Рис. 2. Схема обработки электрических сигналов: ПОИ – приемник оптического излучения; У – усилитель; Ф1–Ф4 – фильтры; СВСР – схемы выделения сигнала рассогласования; ВУ – вычитающее устройство; АЦП – аналого-цифровой преобразователь; БО – блок обработки

**Выбор объектива задатчика базового направления**

Важнейшим параметром объектива задатчика базового направления (ЗБН) является его диаметр, так как облученность в пространстве изображений пропорциональна площади выходного зрачка  $D_{ЗБН}$  [7, 8]. Максимальная величина диаметра объектива ограничивается не только габаритами, но и чисто оптическими параметрами.

Запишем приближение закона синусов для ИИ и его изображения в следующем виде [7]:

$$l_{И} \sin \sigma_{к} = D_1 \operatorname{tg} \beta'_{\max} \quad (2)$$

где  $l_{И}$  – размер ИИ;  $\sigma_{к}$  – передний апертурный угол конденсора;  $\beta'_{\max}$  – угол расходимости пучков ЗБН.

Из выражения (2) получаем

$$D_1 = l_{И} \sin \sigma_{к} / \operatorname{tg} \beta'_{\max} \quad (3)$$

Таким образом, диаметр объектива ограничивается размером ИИ, апертурным углом конденсора и углом расходимости пучков. Передний апертурный угол конденсора определяется углом половинной яркости ИИ, для выбранных ПИД  $\sigma_{к}=10^\circ$ . Угол расходимости пучков ЗБН примем равным  $1^\circ$ , исходя из условий эксплуатации ОЭС. Такая величина обеспечит наводку ЗБН и засвечивание приемной части (ПЧ) ввиду необходимости регистрации некоторой части фона. Размер ИИ согласно техническим данным выбранных ПИД равен 5 мм. С учетом этих данных, по формуле (3) получаем диаметр выходного зрачка объектива задатчика базового направления  $D_1 \approx 42$  мм.

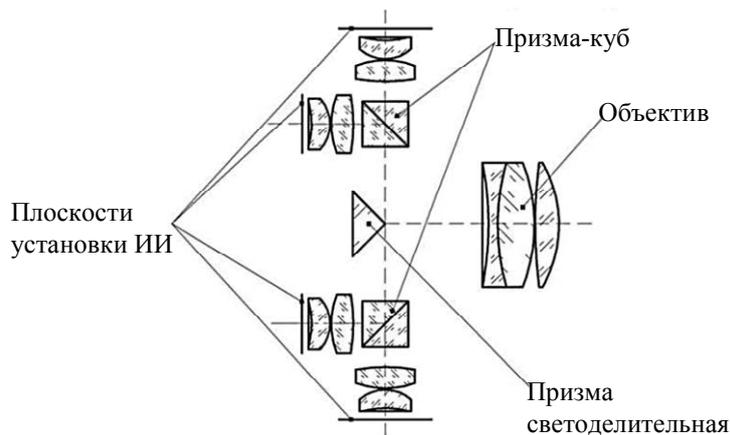


Рис. 3. Оптическая схема задатчика базового направления

Для проецирования ПОРЗ в плоскость ФП нужен объектив с малой величиной сферической аберрации, поскольку именно эта аберрация оказывает наибольшее влияние на искажение переходной характеристики ПОРЗ. В качестве такого объектива используется объектив прожектора системы «ПУЛ-Н».

Стоит отметить, что при работе на разных длинах волн проявляется хроматизм положения объектива, изменяются его параксиальные характеристики. Следовательно, объектив, сфокусированный на

некоторое расстояние  $z_1$  для длины волны  $\lambda_1$ , для  $\lambda_2$  будет сфокусирован на расстояние  $z_2$ , отличное от  $z_1$ . В связи с этим в конструкции необходимо предусмотреть возможность перефокусировки объектива для обеспечения равной энергетической чувствительности и устранения хроматизма положения, как описано в [9].

С учетом габаритных размеров оптической схемы и возможности согласования потоков излучения ПИД выбрана схема, в которой используются четыре двухлинзовых конденсора, что обеспечивает малые габариты всей системы и независимую регулировку излучения для каждого из четырех каналов. Для совмещения оптического излучения используем две призмы-куб, направляющие его на грани разделительной треугольной призмы. Тогда, с учетом выбранного объектива, оптическая схема задатчика базового направления разрабатываемой ОЭС будет иметь вид, показанный на рис. 3.

### Расчет конденсоров

Рассчитаем передний апертурный угол объектива ЗБН, учитывая, что предмет находится в его фокальной плоскости. Тогда

$$\beta = \arctg(D_{\text{вх.зр}} / (2f')), \quad (4)$$

где  $\beta$  – передний апертурный угол объектива;  $D_{\text{вх.зр}}$  – диаметр входного зрачка объектива.

Полагая значение величины фокусного расстояния объектива одинаковой для данных длин волн, рассчитаем значение переднего апертурного угла объектива через выражение (4):

$$\beta_{0,95} = \beta_{0,43} = -\arctg(17,27 / 69,64) \cong -13,9^\circ.$$

Поскольку синий (EP2032-150B1) и инфракрасный (TSAL6100) диоды имеют величину угла половинной яркости  $\alpha = 10^\circ$ , линейное увеличение конденсора для ИК и синего ПИД составит

$$V_{\text{ИК}} = V_{\text{син}} = \sin \alpha_{\text{ИК}} / \sin \beta = \sin 10^\circ / \sin(-13,9^\circ) \cong -0,72.$$

При найденных значениях апертур и линейных увеличений целесообразно применять двухлинзовые конденсоры. Исходя из полученных параметров, был рассчитан конденсор, конструктивные параметры которого представлены в таблице.

Радиус, мм	Осевое расстояние, мм	Материал	Показатель преломления		Световые диаметры, мм
			$\lambda = 0,94$ мкм	$\lambda = 0,47$ мкм	
-11,51					
	2,5	ТФ10	1,778429	1,851193	7,5
-5,2					
	0,17	воздух	1,0	1,0	7,9
10,94					
	3,0	ТФ10	1,778429	1,851193	8,1
-23,12					

Таблица. Конструктивные параметры конденсора

### Расчет входного зрачка приемной части системы

Энергетический расчет осуществляется в программе CalcOES, разработанной на кафедре ОЭПиС НИУ ИТМО. Результатами работы программы являются числовое значение диаметра входного зрачка ПЧ при рассчитанном ранее диаметре выходного зрачка ЗБН, а также вычислительная погрешность и обеспечиваемая позиционная чувствительность системы. Входными данными для программы служат параметры ЗБН, среды распространения и ПЧ.

Таким образом, в результате работы программы (рис. 4) были получены значения диаметров выходного зрачка ЗБН  $D_{\text{ЗБН}} = 42$  мм и входного зрачка ПЧ  $D_{\text{ПЧ}} = 77$  мм для заданных параметров.

При указанных величинах входного и выходного зрачков обеспечивается позиционная чувствительность системы в 0,01 мм, т.е. минимальная регистрируемая разность деформаций луча по оси ОУ  $\delta y_{12}$ , обусловленная вертикальной рефракцией при работе на длинах волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ .

Для ПЧ проектируемой ОЭС будет использоваться объектив ПЧ системы «ПУЛ-Н», пересчитанный на полученный в результате энергетического расчета диаметр входного зрачка  $D_{\text{ПЧ}} = 77$  мм. Стоит отметить, что для объектива ПЧ допустимы аберрации, большие, чем у объектива ЗБН.

### Заключение

Проведенные расчеты параметров системы позволили выбрать источники излучения для создания полихроматической равносигнальной зоны с длинами волн 0,94 мкм и 0,47 мкм. Был произведен выбор и пересчет объектива задатчика базового направления и проведен энергетический расчет, результатом которого является значение входного зрачка приемной части  $D_{\text{ПЧ}} = 77$  мм. По этим данным был подобран объектив приемной части.

Для совмещения излучения предложено применять призмы-куб и четыре двухлинзовых конденсора. На основе полученных данных разрабатывается оптическая схема всей системы измерения вертикального градиента температур воздушного тракта.

Работа проведена в рамках ФЦП программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы.

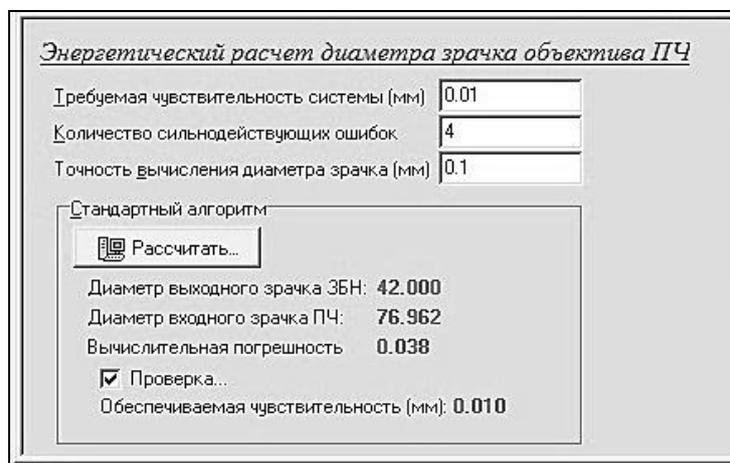


Рис. 4. Результаты энергетического расчета

#### Литература

1. Неумывакин Ю.К. Автоматизация геодезических измерений в мелиоративном строительстве. – М.: Недра, 1984. – 128 с.
2. Flach Ph. Analysis of refraction influences in geodesy using image processing and turbulence models. Dissertation No.:13844. – Institut für Geodäsie und Photogrammetrie. – 2000. – 188 p.
3. Прилепин М.Т. Определение показателя преломления воздуха при измерении расстояний светомодуляционными дальномерами // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1957. – № 2. – С. 123–132.
4. Böckem B. Development of a Dispersometer for the Implementation into Geodetic High- Accuracy Direction Measurement Systems. Dissertation No.:14252, ETH in print. – University of Bonn – 2001. – 140 p.
5. Гусаров В.Ф. Методы коррекции влияния рефракции атмосферы на геодезические измерения. Преимущества многоспектральных методов // Актуальные теоретические и практические вопросы современного оптико-электронного приборостроения. Сборник трудов молодых ученых / Под ред. проф. В.В. Кортаева. – СПб: НИУ ИТМО, 2012. – С. 120–121.
6. Бин Б.Р., Даттон Е.Дж. Радиометеорология: Пер. с англ. Т.И. Арсеньян / Под ред. А.А. Семенова. – Л.: Гидрометеоздат. – 1971. – 362 с.
7. Турыгин И.А. Прикладная оптика. Фотографические, проекционные и фотоэлектрические системы, методы абберационного расчета оптических систем. – М.: Машиностроение, 1966. – 432 с.
8. Джабиев А.Н., Мусяков В.Л., Панков Э.Д., Тимофеев А.Н. Оптико-электронные приборы и системы с оптической равносигнальной зоной. – СПб: ИТМО, 1998. – 238 с.
9. Мараев А.А., Коняхин И.А., Тимофеев А.Н. Исследование энергетической чувствительности в оптико-электронных системах с полихроматической оптической равносигнальной зоной // Изв. вузов. Приборостроение. – 2012. – Т. 55. – № 3. – С. 31–35.

**Гусаров Вадим Федорович**

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, студент; ОАО «ЛОМО», инженер-конструктор; hoarfrost.vg@gmail.com

**Тимофеев Александр Николаевич**

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат технических наук, доцент, зав. лабораторией, timofeev@grv.ifmo.ru

УДК 681.52:372.862.896

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ УРОВНЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ ОСТРОТЫ ЗРЕНИЯ

Ю.А. Ротц, В.М. Мусалимов

Динамическая острота зрения – важный показатель зрительной работоспособности лиц, связанных с восприятием движущихся объектов. Согласно существующему патенту создана рабочая модель прибора, содержащего вращающийся цилиндр с таблицей оптоотипов. Работа прибора и расчеты осуществляются с помощью авторских программ. Среднее значение динамической остроты зрения, измеренное у 42 человек, равно 25 мс. Проведен статистический анализ в MATLAB, показавший, что распределение экспериментальных данных соответствует закону Вэйбулла с параметрами масштаба  $A=22,029$  и формы  $B=1,527$ . Статистическая гипотеза проверена критерием Колмогорова–Смирнова.

**Ключевые слова:** зрительная работоспособность, динамическая острота зрения, оптоотип, таблица оптоотипов, закон распределения Вэйбулла, критерий Колмогорова–Смирнова.

### Введение

Зрительная работоспособность (ЗР) – способность выполнять зрительную работу и поддерживать высокую степень мобилизации зрительных функций за определенный промежуток времени – влияет на производительность труда и качество работы. Определение параметров ЗР – крайне актуальная задача при профессиональном отборе. Динамическая острота зрения (ДОЗ) – способность воспринимать и различать детали движущихся объектов; способность устанавливать скорость и направление движения объекта и способность визуально «схватить и удержать» изображение предмета на время, достаточное, чтобы увидеть его детали (измеряется в мс). ДОЗ – важный показатель ЗР лиц, связанных с восприятием движущихся объектов (летчиков, космонавтов, спортсменов и др.) [1]. ДОЗ может уменьшаться при снижении статической остроты зрения (СОЗ), нарушении плавности движений глаз, с возрастом, при повышении скорости движения наблюдаемого объекта, бессоннице, физической нагрузке, утомлении.

Широкое применение методов оценки ДОЗ сдерживается отсутствием специального оборудования, стандартизованных методов, нормативных показателей и другими причинами. Мало изучены механизмы мозга, отвечающие за ДОЗ. Основные методы оценки, основанные на применении оптоотипов, имеют недостатки: статичность оптоотипов, при движении оптоотипов на экране монитора – отсутствие непрерывности изображения (экран обладает частотой обновления изображения 60–100 Гц, не позволяющей наблюдать движение непрерывно), а также инерционность, что приводит к снижению точности измерений [2]. Кроме того, способы, в которых используется качание головой, вибрация или ходьба по беговой дорожке, могут быть ограничены в применении по медицинским противопоказаниям для людей с сердечными и вестибулярными заболеваниями.

Цель работы – средствами механики создать прибор, исключающий основные недостатки методов компьютерного тестирования, с помощью которого провести оценку ДОЗ для группы взрослых людей с различными физическими данными.

### Конструкция и принцип действия прибора для оценки динамической остроты зрения

Авторами реализован опытный образец прибора [3], исключающий основные недостатки средств оценки ДОЗ по методу компьютерного тестирования (погрешность от мелькания и инерционности экрана) за счет использования непрерывно движущихся оптоотипов (рис. 1). Прибор мобилен, прост в использовании, не создает дискомфорта для испытуемого, соответственно не имеет медицинских противопоказаний и может применяться для тренировки ДОЗ.

Таблица оптоотипов состоит из нескольких линий, причем каждая линия представляет собой набор черно-белых полос квадратной формы со стороной квадрата  $a$ , рассчитанной аналогично толщинам колец Ландольта, используемым в классических таблицах для определения статической остроты зрения [4, 5]. Оптоотип в виде прямоугольной полосы является простым, но для поставленной задачи нет необходимости исключать возможность запоминания оптоотипа. Управление электродвигателем осуществляется с компьютера посредством специально разработанной программы. Основные технические характеристики прибора приведены в табл. 1.

Характеристика	Ед.	Значение
Длина окружности, радиус, высота цилиндра	мм	402, 64, 250
Диапазон угловой скорости	об/с	0,1–2,5
Шаг приращения угловой скорости	об/с	0,001
Число строк таблицы оптоотипов		11
Величина оптоотипов	мм	0,2–2,6
Коэффициент пропорциональности между соседними строками оптоотипов		1,258
Ширина щели экрана	мм	20
Точность шагового двигателя	% от шага	3–5

Таблица 1. Характеристики прибора

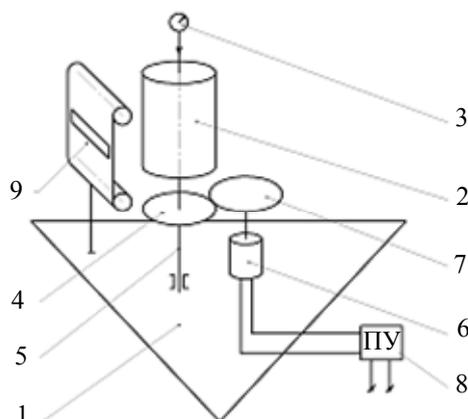


Рис. 1. Схема устройства для реализации способа определения динамической остроты зрения:  
 1 – горизонтальное основание; 2 – цилиндр с таблицей оптоотипов на внешней поверхности;  
 3 – датчик угловой скорости; 4 – элемент передачи вращения; 5 – вертикальная ось; 6 – электродвигатель;  
 7 – закрепленный на валу элемент передачи вращения; 8 – пульт управления (ПУ) (компьютер);  
 9 – маска (непрозрачная гибкая пластина шириной не менее диаметра цилиндра 2, закрепленная на двух роликах и содержащая горизонтальную щель, которая может перемещаться по вертикали за счет наматывания материала пластины на ролики)

### Алгоритм измерений

С целью учета возможного влияния аккомодации на величину ДОЗ измерения для каждого испытуемого проводились при трех расстояниях до цилиндра: 1 м, 0,75 м и 0,5 м. В результатах отмечались: в статике – расстояние до цилиндра, минимальный различимый размер оптоотипа; при вращении цилиндра – наличие или отсутствие слежения за перемещением оптоотипов, угловые скорости.

Острота зрения проверялась бинокулярно в хорошо освещенном помещении в дневное время (12:00–16:00). Испытуемые не подвергались дополнительной предварительной физической нагрузке.

Испытуемый усаживался на определенном расстоянии перед цилиндром с таблицей оптоотипов таким образом, чтобы маска с горизонтальной щелью находилась между испытуемым и цилиндром, закрывая все линии таблицы оптоотипов, кроме одной. Далее определяли СОЗ испытуемого, перемещая щель маски по линиям оптоотипов, определяя линию оптоотипов с минимальными различаемыми размерами. Испытуемого просили сосредоточить взгляд на середине цилиндра и не пытаться зрительно удерживать оптоотипы на протяжении траектории их движения. Затем цилиндр с таблицей оптоотипов приводили во вращение с постепенно увеличивающейся скоростью до момента, когда оптоотипы выбранной линии для испытуемого визуально сливались в сплошную линию. Регистрировали текущую угловую скорость вращения цилиндра.

Далее разрешали отслеживать оптоотипы на протяжении траектории их движения и снова приводили цилиндр во вращение до момента, когда оптоотипы той же линии визуально сливались в сплошную линию, регистрировали соответствующую этому моменту скорость вращения.

Алгоритм повторяли для других расстояний между испытуемым и цилиндром.

Для всех этапов измерений рассчитывали время перемещения оптоотипа выбранной линии на следующую позицию, соответствующее времени перемещения на величину, равную двойной стороне оптоотипа-квадрата, по формуле

$$t = \frac{2 \cdot a}{r \cdot \omega},$$

где  $t$  – искомое время – значение динамической остроты зрения;  $a$  – сторона квадрата-оптоотипа;  $r$  – радиус цилиндра;  $\omega$  – текущая скорость вращения цилиндра.

### Тестовая группа

Величина ДОЗ была измерена у группы из 42 человек с нормальной СОЗ и с ее нарушениями. Преимущественно возрастная категория испытуемых составляла 21–30 лет, среди них 20 мужчин и 22 женщины. Профессии большинства испытуемых были связаны с длительной работой за персональным компьютером.

Среди испытуемых были люди, занимающиеся спортом, в частности, гонщики. Измерения показали, что уровень ДОЗ у этих людей существенно лучше, чем у прочих (в особенности при отсутствии слежения за траекторией оптоотипа), что, вероятно, связано с регулярными тренировками. Однако не исключается и обратная зависимость: люди с хорошей ДОЗ показывают определенные достижения в спорте.

### Результаты измерений

Все расчеты, построения графиков и анализ расчетных данных проводились в MATLAB. Ниже приведены результаты работы программ, разработанных авторами работы.

« $x_{\min}=3,920$ ;  $x_{\max}=79,570$ ;

Выборочное математическое ожидание  $Mx=19,678$ ;

дисперсия  $Dx=199,217$ ; среднеквадратичное отклонение  $Sx=14,114$ ;

асимметрия  $Ax=1,540$ ; эксцесс  $Ex=2,686$ .

Параметры различных распределений по принципу максимального правдоподобия:

Гумбеля распределение:  $\mu=27,546$ ;  $\sigma=18,772$ ;

экспоненциальное распределение:  $\mu=1,678$ ;

нормальное распределение:  $\mu=19,678$ ;  $\sigma=4,053$ ;

равномерное распределение:  $a=3,920$ ;  $b=79,570$ ;

Рэля распределение:  $A=17,099$ ;

Вейбулла распределение:  $A=22,029$ ;  $B=1,527$ ;

Критерий согласия Колмогорова: оптимально распределение Вейбулла; критический уровень значимости для него  $0,17764$ ».

Для трех рассмотренных расстояний (0,5 м, 0,75 м и 1 м) средние значения ДОЗ равны соответственно 12,6 мс, 18,48 мс и 24,85 мс.

Проведен программный подбор оптимального закона распределения. Рассчитаны основные параметры наиболее популярных законов распределения для выборки и проверено соответствие распределений по критерию Смирнова–Колмогорова.

Результаты измерений, представленные в виде гистограммы с наложением огибающих, построенных по основным законам распределения, приведены на рис. 2. Отдельно приведено наложение функции распределения экспериментальных данных на эмпирическую функцию (рис. 3). Рассчитанные средние значения ДОЗ для выборок с учетом различных влияющих факторов приведены в табл. 2.

Величину ДОЗ выражают показателями времени презентации объекта, при которых испытуемый способен различать его детали. Эти величины могут лежать только в области положительных значений. Для моделирования распределений таких величин используется закон Вэйбулла или его частные случаи – экспоненциальное распределение (при постоянном коэффициенте вариации  $V = 1$ ) и распределение Рэля (при  $V = 0,523$ ). У однопараметрических распределений только один параметр – масштаб  $a$ , а их показатель формы  $b = \text{const}$  (для Рэля  $b = 2$ , для экспоненциального  $b = 1$ ).

Огибающая гистограммы экспериментальных данных близка к распределению Вэйбулла и его частным случаям: Рэля – для малых выборок и экспоненциальному – с увеличением объема выборки. Кроме того, распределение величины ДОЗ со слежением за оптоотипом на протяжении траектории его движения соответствует экспоненциальному закону, в то время как без слежения подчиняется закону Рэля. Данные по исследованиям различными способами отличаются, но гипотеза о распределении ДОЗ по закону Вэйбулла подтверждается проверкой статистическими критериями (Колмогорова–Смирнова, Пирсона (хи-квадрат)). Это позволяет моделировать распределения ДОЗ законом Вэйбулла.

Наиболее известные методы исследования ДОЗ приведены в табл. 3.

Эмпирическая и теоретические  $f(t)$

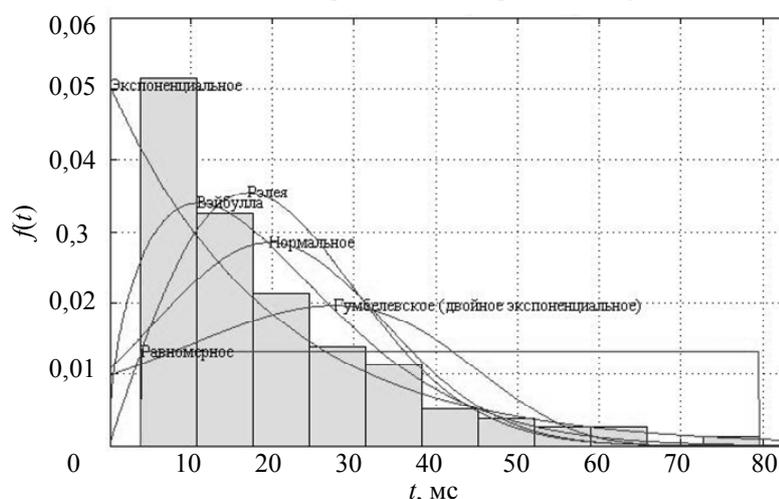


Рис. 2. Распределение ДОЗ (среднее значение 24,85 мс)

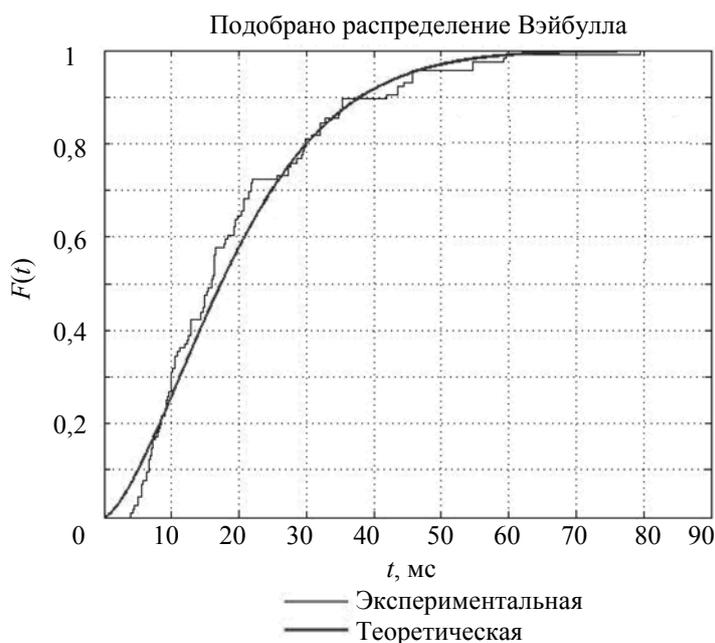


Рис. 3. Соответствие распределения ДОЗ закону распределения Вейбулла

Условие	Размах выборки		Среднее значение ДОЗ			
	min	max	Выборочное	Рэлей	Вейбулл	По Г-функции
Общая выборка	3,92	79,57	19,6779	17,0985	24,8500	22,2042
Без слежения	7,65	79,57	23,7566	20,1681	26,8300	26,8064
Со слежением	3,92	44,42	15,5993	13,3404	17,5077	17,6019
Для мужчин	3,92	79,57	18,8406	16,4452	21,0981	21,2593
Для женщин	4,32	59,68	21,0482	18,117	23,5663	23,7503
Расстояние 100 см	4,97	79,57	20,9546	17,9812	27,1051	23,6448
Расстояние 75 см	5,59	54,71	18,4797	15,6407	20,8541	20,8521
Расстояние 50 см	3,92	59,68	15,6271	14,1136	17,3809	17,6332

Таблица 2. Средние значения ДОЗ

Автор	Метод
Langmur (1938) Ludvigh (1949)	Определение момента, когда происходит визуальное размытие кусочка припоя / кольца Ландольта на дуге над головой. Скорость 0–175 град/с. Средняя ДОЗ – 75 град/с
Miller, Ludvigh, Bhansali, Stockell	Распознавание кольца Ландольта на экране с ограниченным временем презентации. Скорость 0–75 град/с. Средняя ДОЗ – 50 град/с
Kohmura, Yoshigi, Sakuraba (2007)	Распознавание кольца Ландольта при его приближении от 50 м со скоростью 30 км/ч. Определение расстояния, когда дефект размывается. Среднее расстояние: 30 м
Julia Bark (2008)	Чтение таблицы Снеллена при качании головой 2 Гц и вибрации 60 Гц с расстояния 10 фт. Строки от больших к маленьким. Средняя ДОЗ при качании головой на 2–2,5 линии хуже СОЗ, ДОЗ при вибрации на 3–3,5 линии хуже СОЗ
Tian, Shubaev, Demer (2001)	Распознавание ориентации элементов буквы E, движущейся по экрану случайным образом. Расстояние 6 м. Полное вращение туловища с переменной или постоянной частотой. Средняя ДОЗ – 75 мс
Bhansali (1993) Lee (1997)	Чтение таблицы Снеллена вслух. Качание головой 1–2 Гц. Ненормально, если строка на 3 выше, чем в статике. Низкая частота качания, запоминание таблицы Снеллена
Herdman (1998)	Компьютеризированная система. На лбу датчик частоты. Горизонтальное перемещение головы 120–180 град/с. Распознавание элементов буквы E на экране монитора до ошибки
Hillman (1999)	Распознавание объектов при ходьбе по беговой дорожке. Приближено к жизни. Ограничено в применении по медицинским показаниям
Кубарко А.И., Лу- кашевич И.В., (2005)	Компьютерное тестирование (движение кольца Ландольта на экране), электроокулограмма движений глаз; средняя ДОЗ: 90 мс, общий интервал значений ДОЗ 48–135 мс [6, 7] (107 испытуемых, 18–25 лет)

Автор	Метод
Ротц Ю.А. (2010)	Модель прибора для оценки ДОЗ (модель 1), средняя ДОЗ: 77,57 мс [8–10]. Группа из 40 человек. Распределение ДОЗ по закону Рэлея. Общий интервал значений ДОЗ 62,52–109,41 мс
Ротц Ю.А., Польте Г.А. (2012)	Видеорегистрация движений глаз во время выполнения задания по распознаванию опто типа. ДОЗ 272 мс [11]. Общий интервал значений ДОЗ 162–299 мс

Таблица 3. Методы оценки ДОЗ

### Заключение

По итогам исследований можно выделить приведенные ниже основные результаты.

1. Создан опытный образец прибора, реализующего запатентованный метод оценки динамической остроты зрения, исключающий основные недостатки методов компьютерного тестирования. Работа прибора, а также обработка измерений осуществляется при помощи специально разработанных авторами программ.
2. Исследования показали, что ДОЗ у мужчин (21,57) выше, чем у женщин (24,52). Значение величины ДОЗ зависит от расстояния до наблюдаемого объекта, о чем говорят средние значения для расстояний: 1 м – ДОЗ=24,24; 75 см – ДОЗ=18,48; 50 см – ДОЗ=15,63. Величина ДОЗ при слежении за объектом (24,5) выше, чем при отсутствии отслеживания траектории движения объекта (36,29).
3. Проверка статистическими критериями показала соответствие распределений ДОЗ закону распределения Вэйбулла с коэффициентом масштаба  $A=22,03$  и коэффициентом формы  $B=1,53$  или (в меньшей степени) его частному случаю – закону Рэлея с коэффициентом масштаба 17,1.

### Литература

1. Офтальмология [Электронный ресурс]: Медицинский портал Glazamed.ru, информационно-справочный ресурс. – Режим доступа: <http://www.glazamed.ru/lib/public03/simpt045.shtml>, свободный. Яз. рус. (дата обращения 15.08.2013).
2. Мусалимов В.М., Саенко А.П. Методы и средства оценки динамической остроты зрения // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2008. – № 3 (48). – С. 87–89.
3. Воронцов Е.А., Мусалимов В.М., Саенко А.П. Способ определения динамической остроты зрения и устройство для его осуществления. Пат. 2462174 Рос. Федерация: МКП7 А61В3/032.
4. ISO 8596:2009, Ophthalmic optics – Visual acuity testing – Standard optotype and its presentation. – Введ. 24.06.2009. – СН.: ISO/TC 172/SC 7. – 5 с.
5. Лещенко И.А. О системах и правилах определения остроты зрения // Вестник оптометрии. – 2009. – № 3. – С. 54–58.
6. Кубарко А.И., Лукашевич И.В. Анализ механизмов динамической остроты зрения // Медицинский журнал. – 2007. – № 1 (19). – С. 53–58.
7. Кубарко А.И., Кубарко Ю.А., Кубарко Н.П. Динамическая острота зрения как показатель состояния сенсомоторных функций зрительного анализатора // Здоровоохранение. – 2005. – № 1. – С. 13–17.
8. Мусалимов В.М., Ротц Ю.А. // Экспериментальная оценка динамической остроты зрения (ДОЗ) // труды VII международной конференции молодых ученых и специалистов «Оптика-2011», Санкт-Петербург, 2011 г. – С. 171–174.
9. Ротц Ю.А. Проблема экспериментальной оценки динамической остроты зрения (ДОЗ) // Сборник материалов XL Международной научно-практической конференции «НЕДЕЛЯ НАУКИ СПбГПУ», Санкт-Петербург 2011 г. – С. 16–18.
10. Ротц Ю.А. Методика и технология оценки динамической остроты зрения // Изв. вузов. Приборостроение. – 2012. – Т. 5. – № 6. – С. 63–66.
11. Ротц Ю.А. Система оценки динамической остроты зрения // Сборник трудов участников V сессии научной школы «Проблемы механики и точности в приборостроении» / Под ред. В.М. Мусалимова. – СПб, 2012. – С. 305–306.

**Ротц Юлия Андреевна**

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант; leadensky@yandex.ru

**Мусалимов Виктор Михайлович**

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой, musvm@yandex.ru

УДК 535.31, 681.7.06

## РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ОПТИЧЕСКОГО ФИЛЬТРА С УГЛОВЫМ СЕЛЕКТИВНЫМ СВЕТОПРОПУСКАНИЕМ

Р.С. Закируллин

Разработан алгоритм расчета геометрических параметров решетчатого оптического фильтра с заранее заданной угловой селективной характеристикой светопропускания. Для оптимизации фильтрации солнечного излучения разработана методика определения углов наклона решеток фильтра для окон с разными азимутами ориентации по сторонам света при заданных географических координатах местности и расчетном времени года и суток. Применение полученных результатов позволит достичь оптимальных условий освещения и инсоляции помещения за счет предварительной адаптации параметров фильтра к заранее известной траектории движения Солнца относительно заданного окна и будет иметь преимущества по сравнению с жалюзи.

**Ключевые слова:** оптический фильтр, угловое селективное регулирование, характеристика светопропускания, оконная конструкция, высота стояния и азимут солнца.

### Введение

Селективное регулирование светопропускания в зависимости от угла падения лучей востребовано в архитектурном остеклении для обеспечения оптимальных условий естественного освещения и инсоляции в помещениях при непрерывно изменяющейся траектории движения Солнца. В настоящее время для практического решения этой задачи применяются различные устройства перераспределения светового потока. В [1, 2] предложен способ регулирования светопропускания оконной конструкции без применения таких устройств: один из слоев оконного остекления является решетчатым оптическим фильтром с угловой селективностью светопропускания.

Настоящая работа посвящена разработке алгоритма расчета геометрических параметров фильтра для удовлетворения заранее заданного закона углового регулирования светопропускания, а также оптимизации фильтрации солнечного излучения при разных азимутах ориентации оконной конструкции.

### Расчет геометрических параметров оптического фильтра с заданным угловым селективным светопропусканием

Схема оптического фильтра с поверхностными тонкослойными решетчатыми слоями приведена на рис. 1. Решетки на входной и выходной поверхностях состоят из чередующихся пропускающих (шириной  $t_1$  и  $t_3$ ) и поглощающих (шириной  $t_2$  и  $t_4$ ) полос. Шаги полос (суммарные ширины двух соседних чередующихся полос) на входной и выходной решетках одинаковы:  $t_1+t_2=t_3+t_4$ . Луч, падающий под характеристическим углом фильтра, проходит через центры чередующихся полос обеих решеток (угол падения  $\Theta$  на рис. 1). Характеристический угол показывает сдвиг решеток друг относительно друга. Если после преломления под углом  $\Theta_n$  данный луч на выходной решетке попадает в центр поглощающей полосы  $t_4$ , как на рис. 1, фильтр ориентирован на минимальное светопропускание в диапазоне углов падения, близких к характеристическому углу фильтра. Соответственно при прохождении этого луча через центр пропускающей полосы  $t_3$  светопропускание будет максимальным.

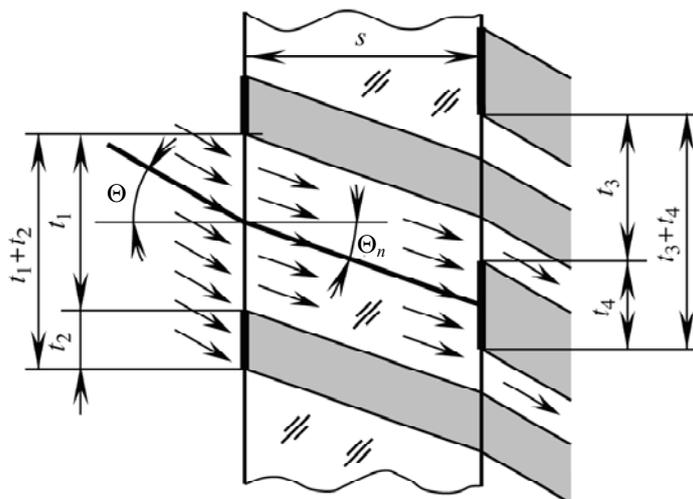


Рис. 1. Схема решетчатого оптического фильтра

Расчет геометрических параметров проводится при заданной толщине  $s$  плоскопараллельной подложки фильтра и известном показателе преломления стекла  $n$ . Определяются значения ширины четырех чередующихся полос и характеристического угла, удовлетворяющие заранее заданной зависимости ко-

эффицента направленного светопропускания фильтра от угла падения параллельных лучей. Углы падения изменяются в плоскости, перпендикулярной входной поверхности фильтра и совпадающей на рис. 1 с плоскостью чертежа.

Параметры плоскопараллельного фильтра рассчитываются по следующему алгоритму.

1. Предварительно заданный закон углового селективного регулирования направленного светопропускания фильтра приведен на рис. 2 в виде зависимости коэффициента светопропускания  $\tau_{pre}$  от угла падения лучей  $\Theta$ . При приближении углов падения к  $90^\circ$  требуемые значения коэффициента стремятся к нулю вследствие возрастания коэффициента отражения.
2. Заданный закон корректируется с учетом угловой зависимости коэффициентов отражения и поглощения. Скорректированный закон регулирования представлен на рис. 2 линией  $\tau_{cor}$ . Значения рассчитаны по формуле

$$\tau_{cor} = \tau_{pre} / \tau_{raw}, \quad (1)$$

где  $\tau_{raw}$  – коэффициент светопропускания для чистого стекла, рассчитываемый для плоскопараллельного фильтра на основе законов Бугера–Ламберта и Снелла по формуле

$$\tau_{raw} = (1 - \rho)^2 \exp(-\alpha s) \sqrt{1 + \sin^2 \Theta / n^2 - \sin^2 \Theta}. \quad (2)$$

Здесь  $\rho$  – суммарный коэффициент отражения с учетом перпендикулярно и параллельно поляризованных составляющих падающей световой волны;  $\alpha$  – натуральный коэффициент поглощения стекла. Коэффициент отражения естественного (неполяризованного) света определяется на основе формул Френеля и закона Снелла:

$$\rho = 0,5 \left( \frac{\sin^2(\Theta - \arcsin(\sin \Theta / n))}{\sin^2(\Theta + \arcsin(\sin \Theta / n))} + \frac{\text{tg}^2(\Theta - \arcsin(\sin \Theta / n))}{\text{tg}^2(\Theta + \arcsin(\sin \Theta / n))} \right). \quad (3)$$

При нормальном падении света (для  $\Theta = 0^\circ$ ):  $\rho = (n - 1)^2 / (n + 1)^2$ . (4)

3. Скорректированная по формуле (1) линия в виде сложной кривой заменяется ломаной линией методом кусочно-линейной аппроксимации. Результат показан на рис. 2 точечной линией  $\tau_{app}$ . При аппроксимации учитываются закономерности, полученные при расчетах угловых селективных характеристик светопропускания фильтров по графоаналитическому методу [1, 2]. Такие характеристики в пределах углов падения  $0^\circ - 90^\circ$  имеют несколько угловых диапазонов с одинаковым характером изменения светопропускания. В диапазонах, в которых коэффициент светопропускания не зависит от угла падения, характеристики горизонтальны и рассчитываются при минимальном и максимальном светопропускании соответственно по формулам

$$\tau = (t_1 - t_4) / (t_1 + t_2); \quad (5)$$

$$\tau = t_3 / (t_1 + t_2). \quad (6)$$

Между горизонтальными участками угловых характеристик светопропускания находятся наклонные участки с возрастающим и убывающим коэффициентами светопропускания, рассчитываемыми соответственно по формулам

$$\tau = \left( 0,5t_1 - 0,5t_4 - \frac{s \sin \Theta_c}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \Theta_c}} + \frac{s \sin \Theta}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \Theta}} \right) / (t_1 + t_2); \quad (7)$$

$$\tau = \left( 0,5t_1 - 0,5t_4 + \frac{s \sin \Theta_c}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \Theta_c}} - \frac{s \sin \Theta}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \Theta}} \right) / (t_1 + t_2), \quad (8)$$

где  $\Theta_c$  – характеристический угол. Таким образом, угловая селективная характеристика фильтра состоит из чередующихся участков с постоянным минимальным, возрастающим, постоянным максимальным и убывающим коэффициентами светопропускания. Количество и порядок расположения этих участков по угловым диапазонам зависят от значений  $t_1, t_2, t_3, t_4$  и  $\Theta_c$ . При углах падения от  $0^\circ$  примерно до  $60^\circ$  зависимости (7) и (8) близки к линейным, при больших углах, особенно при приближении к  $90^\circ$ , нелинейны. На рис. 2 при аппроксимации учтены перечисленные выше закономерности. Кривая  $\tau_{cor}$  заменена ломаной линией  $\tau_{app}$ .

4. Значение характеристического угла фильтра  $\Theta_c$  определяется графически по вертикальной оси симметрии между участками убывания и возрастания ломаной линии  $\tau_{app}$  (рис. 2). Эта симметричность значений коэффициента светопропускания сохраняется от  $0^\circ$  примерно до  $60^\circ$  [1] и является следствием изменения знаков на обратные перед слагаемыми в расчетных формулах (7) и (8).
5. Искомые значения ширин чередующихся полос  $t_1, t_2, t_3$  и  $t_4$  определяются путем решения системы четырех уравнений, одним из которых является уравнение шагов  $t_1 + t_2 = t_3 + t_4$ . Остальные три уравнения составляются на основе формул (5)–(8) для участков линии  $\tau_{app}$ , находящихся при малых углах падения,

чтобы минимизировать ошибки аппроксимации. На рис. 2 на участке с убывающим коэффициентом светопропускания для двух произвольных точек 1 и 2 графически определены коэффициенты  $\tau_1$  и  $\tau_2$  при углах падения  $\Theta_1$  и  $\Theta_2$ . Формула (8) для участков убывания используется дважды с подстановкой этих найденных значений. В качестве четвертого уравнения применяется формула (5) для участков с постоянным минимальным светопропусканием с подстановкой соответствующего значения  $\tau_3$ , определенного по рис. 2.

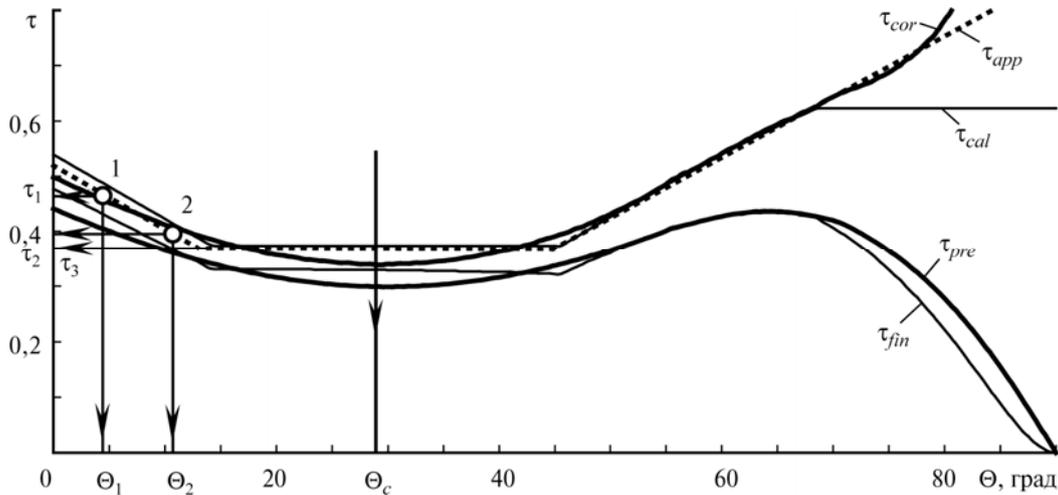


Рис. 2. Зависимости коэффициента светопропускания от угла падения лучей

6. Проводится графоаналитический расчет по формулам (5)–(8) для фильтра с определенными параметрами  $t_1, t_2, t_3, t_4$  и  $\Theta_c$ . На рис. 2 показана расчетная угловая характеристика  $\tau_{cal}$ , которая при округлении значений  $t_1, t_2, t_3, t_4$  и  $\Theta_c$ , полученных в результате решения системы четырех уравнений, может отличаться от линии  $\tau_{app}$ .
7. Расчетная характеристика корректируется с учетом угловой зависимости коэффициентов отражения и поглощения по формуле

$$\tau_{fin} = \tau_{cal} \tau_{raw}$$

где  $\tau_{fin}$  – действительная угловая характеристика фильтра с принятыми геометрическими параметрами (рис. 2). Проводится сравнение предварительно заданной и полученной характеристик.

Расчетным путем получены параметры 20 фильтров при толщине стекла 4–6 мм и показателе преломления 1,5–2,0. Ширины чередующихся полос находятся в пределах 0,3–6,0 мм, а характеристические углы – в пределах 10°–80°. Для вычислений параметров фильтра на основе описанного алгоритма и построения угловых зависимостей коэффициента светопропускания использовано приложение Microsoft Excel 2010. Функции, реализующие формулы (2)–(4), написаны на Visual Basic for Applications.

### Оптимизация углового селективного фильтрации солнечного излучения оконной конструкцией

Приведенный выше алгоритм расчета параметров фильтра составлен для простейшего случая, когда углы падения лучей изменяются только в одной плоскости. Наиболее перспективной областью практического применения фильтра является архитектурное остекление. Из-за сложной траектории движения солнца углы падения лучей на оконную конструкцию изменяются в зависимости от времени года и суток и находятся в разных плоскостях. Ориентация окна по сторонам света, долгота и широта населенного пункта также влияют на изменение углов падения.

Лучшими устройствами регулирования проходящего в помещение солнечного излучения в зависимости от угла падения лучей являются горизонтальные и вертикальные жалюзи. Решеточный оптический фильтр имеет важнейшее преимущество перед ними, так как чередующиеся полосы решеток можно наносить на оконное остекление под любым углом – наиболее оптимальным для окна с заданным азимутом. Для защиты от прямых (направленных) солнечных лучей на входной решетке фильтра целесообразно применять отражающие, на выходной – рассеивающие полосы, в том числе на основе технологий смарт-стекло с тонкопленочными покрытиями [3], с фотохромными, электрохромными и жидкокристаллическими слоями. Оптимальный угол наклона решеток фильтра определяется по приведенному ниже алгоритму при заданных толщине и показателе преломления стекла, географической широте  $\Theta$  и долготе  $\lambda$  местности, азимуте ориентации окна  $A_0$ .

1. Рассчитываются высота стояния  $h$  и азимут  $A$  Солнца через каждый час относительно положения Солнца в зените для дней весеннего и осеннего равноденствия и летнего и зимнего солнцестояния (по компьютерной программе [4]).

2. Определяется азимут Солнца  $\alpha$  для данного окна, отсчитанный от перпендикуляра к плоскости окна в точке падения луча (азимуты Солнца и ориентации окна отсчитываются по часовой стрелке от севера):
 
$$\alpha = A - A_0. \quad (9)$$
3. Угол падения луча на вертикальное плоское окно рассчитывается по частному случаю первой теоремы косинусов для трехгранного угла (когда двухгранный угол напротив искомого плоского угла равен  $90^\circ$ ):
 
$$\cos\Theta = \cosh\cos\alpha,$$
 откуда с учетом формулы (9)
 
$$\Theta = \arccos(\cosh\cos(A - A_0)).$$
4. Рассчитывается угол преломления луча
 
$$\Theta_n = \arcsin(\sin\Theta/n).$$
5. Определяются координаты  $x$  и  $y$  следа точки  $O$  падения луча, оставляемого после преломления на выходной поверхности фильтра (рис. 3). При известном горизонтальном следе точки  $O$  ее фронтальный след находится для падающего в вертикальной плоскости луча 1 ( $\alpha = 0^\circ$ ) по углу преломления, а для падающего под произвольным углом луча 2 – по методу определения истинной длины отрезка.
 

Формулы для расчета координат следа получены из анализа рис. 3:

$$x = \text{stg}\beta;$$

$$y = -((\text{stg}(\Theta_n - |\beta|))/\cos\beta),$$
 где  $\beta$  – угол преломления, соответствующий азимутальному углу падения  $\alpha$ , который находится из пропорции
 
$$\beta = \Theta_n \alpha / \Theta.$$
6. Строятся траектории следа точки падения лучей для дней равноденствия и солнцестояния. На рис. 4 приведены траектории по результатам расчетов, сделанных для г. Оренбурга с географическими координатами  $52,28^\circ$  с.ш. и  $55,17^\circ$  в.д. без учета перехода на летнее время (GMT+05:00) для пяти окон с разными азимутами (использовано приложение Microsoft Excel 2010).
7. Следы точки с одинаковым временем соединяются изохронами (точечные линии). Для определения оптимального угла наклона решеток фильтра устанавливаются дата с максимальными требованиями к солнцезащитным мерам и время суток. На рис. 4 штриховыми линиями указаны оптимальные углы наклона для 15 июля для момента нахождения Солнца в зените. Эти линии проведены по нормальям к изохронам в точках, найденных путем интерполяции между весенне-осенними и летними траекториями для 15 июля (для окон с азимутами  $60^\circ$  и  $90^\circ$  линии проведены условно).

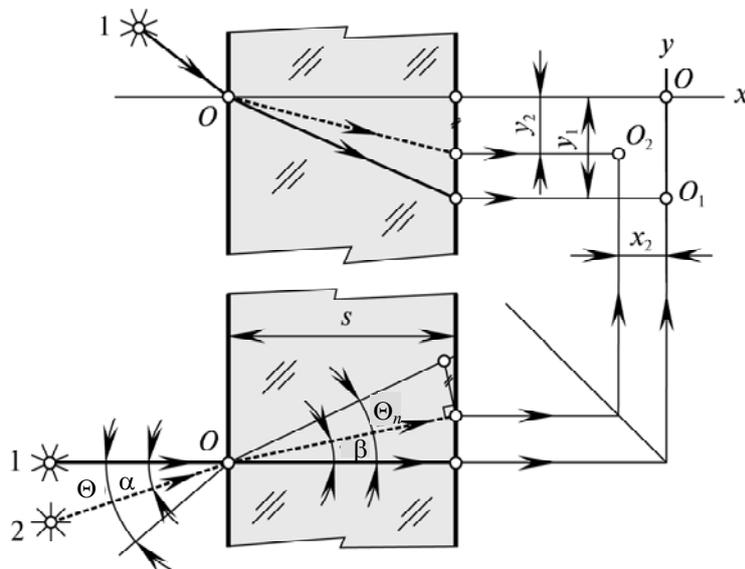


Рис. 3. Схема определения следа точки падения луча на выходной поверхности

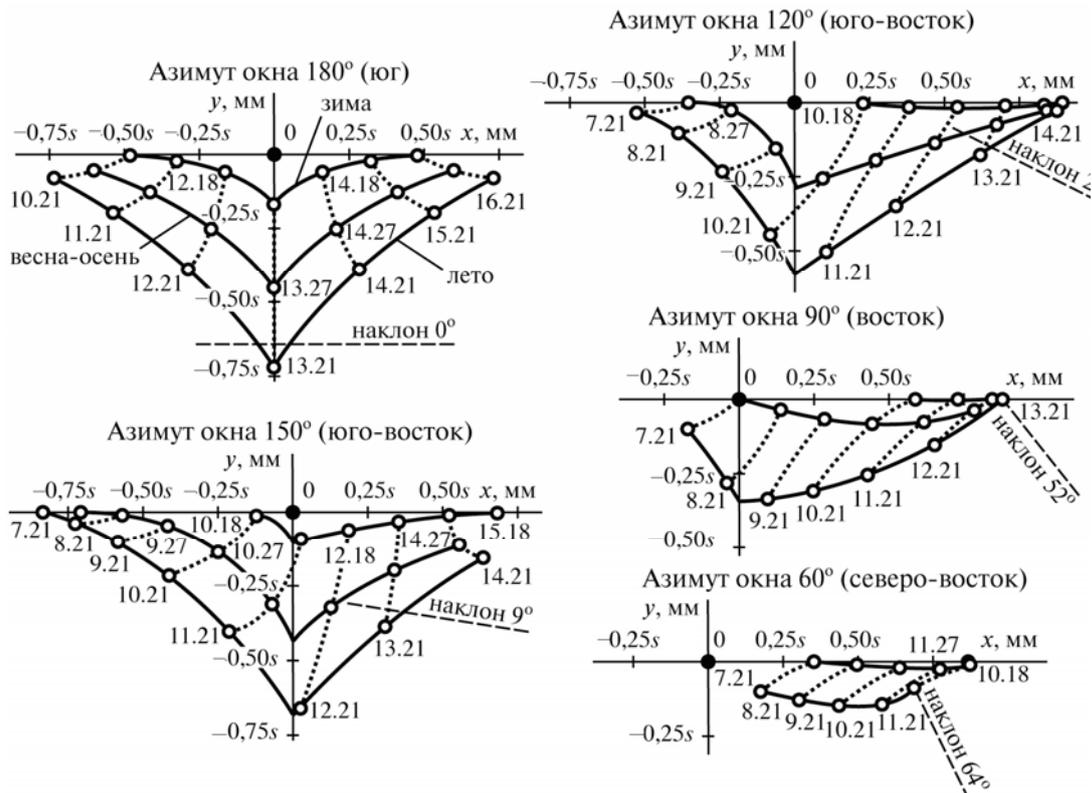


Рис. 4. Траектории следа точки падения луча на выходной поверхности фильтра

### Заключение

Разработан алгоритм определения геометрических параметров решетчатого фильтра с угловыми селективными характеристиками светопропускания, наиболее близкими к заданным. В случае заданного закона регулирования в виде сложной кривой она заменяется ломаной методом кусочно-линейной аппроксимации. Разработана методика определения оптимальных углов наклона решеток фильтра для окон с разной ориентацией по сторонам света при заданных географических координатах местности и расчетном времени года и суток.

Для экспериментального подтверждения результатов графоаналитического расчета были изготовлены 7 образцов фильтров с разными параметрами решеток. Эксперименты проводились в диапазоне углов падения от  $0^\circ$  до  $60^\circ$  – в наиболее интересном с точки зрения практического применения фильтров. Максимальное отклонение экспериментальной угловой характеристики светопропускания от расчетной составило 4% (для фильтра с минимальными ширинами чередующихся полос 0,3 и 0,5 мм, т.е. с шагом полос 0,8 мм).

Применение полученных результатов позволит достичь оптимальных условий освещения и инсоляции помещения за счет предварительной адаптации параметров фильтра к заранее известной траектории движения Солнца относительно заданного окна. Таким образом, в отличие от жалюзи, светопропускание фильтра можно оптимизировать к окну с любым азимутом ориентации по сторонам света, не применяя при этом ручного или автоматического управления положением ламелей жалюзи.

### Литература

1. Zakirullin R.S. Expedient of regulation of the directional gear transmission of light. Международная заявка, кл. E06B 9/24; G02B 5/20; G02B 3/00.2010 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.wipo.int/patentscope/search/en/search.jsf>, свободный. Яз. англ. (дата обращения 24.05.2013).
2. Закируллин Р.С. Способ углового селективного регулирования направленного светопропускания // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2013. – № 3 (85). – С. 17–22.
3. Horowitz F., Pereira M.B., de Azambuja G.B. Glass window coatings for sunlight heat reflection and co-utilization // Appl. Opt. – 2011. – V. 50. – P. C250–C252.
4. Senol Gulgonul [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://wildphoto.irk.ru/travel/sun.html>, свободный. Яз. рус. (дата обращения 04.03.2013).

Закируллин Рустам Сабирович

– Оренбургский государственный университет, кандидат технических наук, доцент, [rustam.zakirullin@gmail.com](mailto:rustam.zakirullin@gmail.com)

УДК 681.2.082.5.001.63; 681.2.082.5.001.66

## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕКРЕСТНЫХ ПОМЕХ В ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНОМ ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКОМ ПРИБОРЕ

Э.Ф. Исламова, А.В. Куликов, М.Ю. Плотников

Рассмотрена проблема перекрестных помех, появляющаяся вследствие многократных отражений одиночных импульсов в массиве волоконных брэгговских решеток. В ходе работы создана компьютерная модель перекрестных помех в конкретной конструкции информационно-измерительного волоконно-оптического прибора на основе решеток Брэгга. Созданная компьютерная модель позволяет рассчитать мощности, фазы и пути следования всех импульсов, приходящих на фотоприемник и блок демодуляции. На основе построенной модели выполнен расчет уровня влияния перекрестных помех на интерференционные сигналы, а также выработаны рекомендации для коэффициентов отражения волоконных брэгговских решеток в массиве.

**Ключевые слова:** информационно-измерительные волоконно-оптические приборы, массив волоконных брэгговских решеток, перекрестные помехи, компьютерное моделирование.

### Введение

В последние годы активно развиваются информационно-измерительные волоконно-оптические приборы. Они обладают существенными преимуществами, такими как большая пропускная способность, малые массогабаритные параметры устройств, высокая чувствительность, большой динамический диапазон, нечувствительность к электромагнитному воздействию, низкая стоимость [1].

Наиболее популярной и надежной конструкцией современных информационных измерительных волоконно-оптических приборов является конструкция на основе фазового интерферометрического датчика (ФИД) с записанными волоконными брэгговскими решетками (ВБР) [2, 3]. При создании такого типа приборов конструкторы непременно сталкиваются с проблемой перекрестных помех [4–6].

В настоящее время наиболее перспективным методом подавления перекрестных помех признан «послойно срезающий алгоритм», принцип действия которого основан на том, что первым импульсом в импульсной последовательности будет отражение от первой решетки Брэгга. Зная импульсный ответ от первой решетки, также называемой первым слоем, можно посчитать ответ от остальных слоев без первого слоя, ведь именно он вносит перекрестные помехи в дальние слои, а не наоборот. Таким образом, слои срезаются повторяющимися шагами, пока передаточная матрица не будет найдена для всех датчиков без вкладов от многократных отражений [7, 8].

С целью применения послойно срезающего алгоритма был произведен анализ оптической схемы разрабатываемого информационно-измерительного волоконно-оптического прибора на основе ВБР [9, 10]. В результате этого анализа была создана модель перекрестных помех и рассчитан уровень их влияния на интерференционные сигналы, а также выработаны рекомендации для коэффициентов отражения ВБР.

### Постановка задачи

Перекрестные помехи появляются вследствие многократных отражений одиночного оптического импульса в массиве ВБР, что видно на рис. 1.

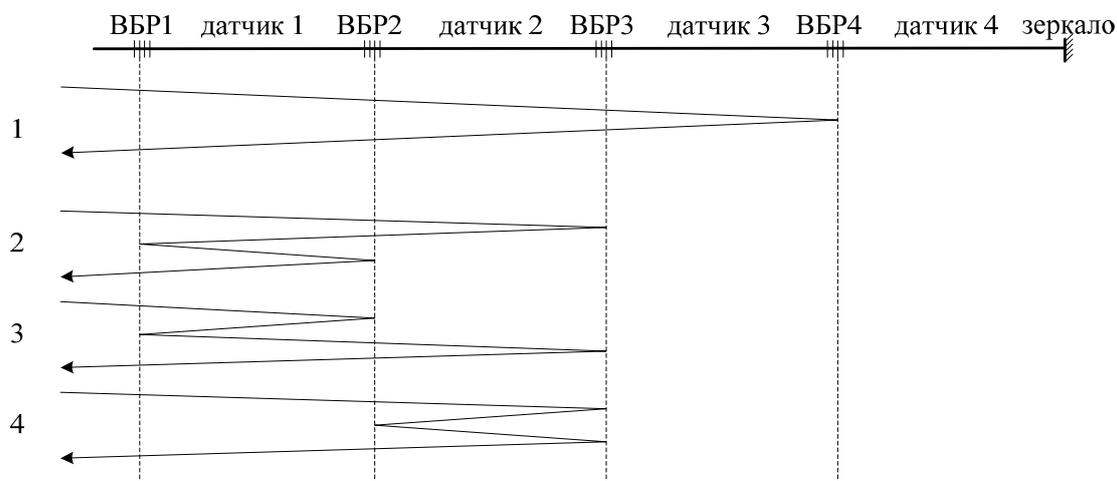


Рис. 1. Импульсы, отраженные от массива волоконных брэгговских решеток

Все 4 импульса в представленном примере прошли одинаковый оптический путь и, следовательно, имеют одинаковую временную задержку и поэтому придут на фотоприемник (ФП) в одно время, при

этом только первый импульс полезен для снятия информации с датчиков, а остальные являются перекрестными помехами и приводят к неверной обработке сигнала. Количество многократно отраженных импульсов принципиально бесконечно.

Модель перекрестных помех в разрабатываемом информационно-измерительном волоконно-оптическом приборе должна рассчитывать оптическую мощность приходящих на ФП импульсов, определять сдвиг фазы для каждого импульса и уровень их интерференции.

**Описание модели**

Созданная в C++ Builder модель демонстрирует поведение импульсов в информационно-измерительном волоконно-оптическом приборе, схема которого представлена на рис. 2.

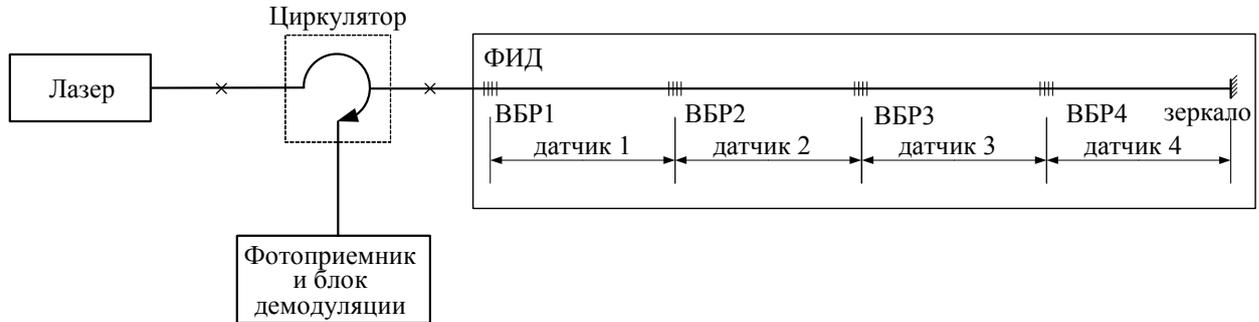


Рис. 2. Схема информационно-измерительного волоконно-оптического прибора

В первую очередь были разработаны формулы для расчета мощностей импульсов на выходе из ФИД, учитывающие коэффициенты отражения каждой из ВБР и зеркала, а также количество многократных отражений между каждой из пар решеток и каждой из решеток с зеркалом:

$$P_0 \times (1-a)^2 \times b^{g+1} \times a^g; \tag{1}$$

$$P_0 \times (1-a)^2 \times (1-b)^{2h+2} \times a^{h+g} \times b^{g+k} \times c^{h+k+1}; \tag{2}$$

$$P_0 \times (1-a)^2 \times (1-b)^{2h+2i+2} \times (1-c)^{2l+2i+2} \times a^{i+h+g} \times b^{g+k+l} \times c^{h+k+n} * d^{i+l+n+1}; \tag{3}$$

$$P_0 \times (1-a)^2 \times (1-b)^{2h+2i+2j+2} \times (1-c)^{2j+2m+2l+2i+2} \times (1-d)^{2j+2m+2o+2i+2} \times a^{i+h+g+j} \times b^{g+k+l+m} \times c^{h+k+n+o} \times d^{i+l+n+p} \times e^{j+m+o+p+1}, \tag{4}$$

где  $P_0$  – мощность излучения на входе в ФИД;  $a, b, c, d, e$  – это коэффициенты отражений ВБР1, ВБР2, ВБР3, ВБР4 и зеркала соответственно; коэффициенты  $g, h, i, j, k, l, m, n, o, p$  – это количество многократных отражений в парах ВБР1–ВБР2, ВБР1–ВБР3, ВБР1–ВБР4, ВБР1–зеркало, ВБР2–ВБР3, ВБР2–ВБР4, ВБР2–зеркало, ВБР3–ВБР4, ВБР3–зеркало и ВБР4–зеркало соответственно. Формула (1) используется для расчета мощностей импульсов в системе ВБР1–ВБР2, формула (2) для системы ВБР1–ВБР2–ВБР3, формула (3) для системы ВБР1–ВБР2–ВБР3–ВБР4, формула (4) для системы ВБР1–ВБР2–ВБР3–ВБР4–зеркало.

Как можно заметить, формулы для расчета мощностей импульсов учитывают только количество многократных отражений в парах ВБР. Чтобы учесть их очередность был разработан специальный блок перестановки очередности отражений. В программе учитывается, что на пути к ФП каждый импульс проходит через пассивные оптические элементы, вносящие потери и ослабляющие мощность световых импульсов. Импульсы, мощность которых выше установленного предела, записываются в массив, как и количество отражений на пути его следования, по которому прошел импульс, а также номер формулы, по которой делался расчет для каждого конкретного импульса. Это позволяет полностью восстановить путь, пройденный каждым импульсом. Для удобного восприятия информации все вышеперечисленные расчеты представлены в сводной таблице, каждый столбец которой отвечает за свой момент времени прихода импульсов на ФП. Каждый столбец содержит ячейки, в которых записаны мощности пришедших на ФП импульсов, их фазы и пути следования.

Программа рассчитывает максимальное и минимальное возможные значения интерференции импульсов перекрестных помех. Для этого мощность каждой перекрестной помехи представляется в виде косинуса с амплитудой, равной квадратному корню из мощности помехового импульса, и с периодом, равным простому числу. Периоды специально выбираются в виде простых чисел, чтобы избежать кратности частот различных импульсов. Затем все полученные косинусы рассматриваются на одной оси времени с целью найти максимальную и минимальную суммы представленных функций. Такое сравнение производится до достижения предела, который равен произведению периодов косинусов. Данная операция эквивалентна перебору всевозможных фаз для каждой из перекрестных помех. Разъяснение для данной операции представлено на рис. 3, где  $A$  – значение гармонической функции на каждом конкретном шаге суммирования.

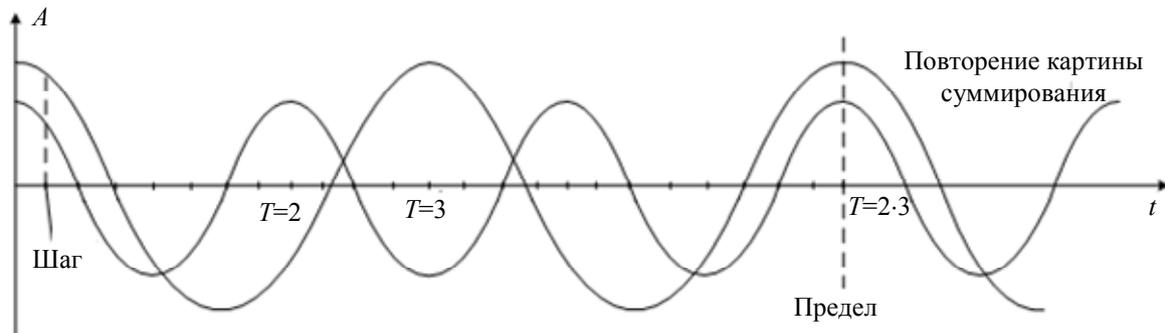


Рис. 3. Пример пошагового суммирования значений двух гармонических функций

В настоящее время программа также способна рассчитать фазу каждого импульса, пришедшего на ФП, в зависимости от амплитуды и частоты внешнего воздействия на оптическое волокно. Важно, что частота воздействия меньше частоты для крайнего случая.

Крайним случаем будем называть частоту воздействия, для которой половина длины волны равна длине датчика. Если в длину одного датчика укладывается больше одной полуволны, то такой сигнал невозможно идентифицировать применяемым способом обработки сигнала в силу нелинейности изменения интерферометрического отклика.

Изменение фазы импульса пропорционально изменению длины волокна и его показателю преломления, которое, в свою очередь, пропорционально изменению внешнего воздействия [5]. В представленной модели для расчета фазы опущены все коэффициенты пропорциональности, и изменение фазы, вносимое внешним воздействием в каждый датчик, считается по формуле

$$\Phi_i = \int_a^b \left( A \sin \left( \frac{2\pi}{\lambda} x \right) dx \right),$$

где  $A$  и  $\lambda$  – амплитуда и длина волны акустического воздействия;  $a$  и  $b$  – начало и конец  $i$ -го датчика (т.е. положение ВБР).

Для вычисления мощности интерференции перекрестных помех с учетом их фаз, как и для вычисления мощности интерференции информационных импульсов, используется формула, выведенная из соображений многолучевой интерференции:

$$P_{sum} = \left( \sum_{i=0}^n (\sqrt{P_i} \cos \varphi) \right)^2 + \left( \sum_{i=0}^n (\sqrt{P_i} \sin \varphi) \right)^2.$$

Модель также рассчитывает суммарные оптические потери в каждый момент времени и отношение суммарной мощности информационных импульсов (с учетом их фаз) к суммарной мощности перекрестных помех (с учетом их фаз), т.е. отношение сигнал/шум.

### Результаты моделирования

По результатам моделирования можно утверждать, что уменьшение коэффициентов отражения ВБР приводит к существенному снижению мощности перекрестных помех. Например, при коэффициентах отражения порядка 10% мощности перекрестных помех не превышают – 40 дБ, а мощности информационных импульсов равны – 19 дБ. При уменьшении коэффициентов отражения до 0,1% мощности перекрестных помех уменьшаются до – 90 дБ и ниже, но при этом мощности информационных импульсов становятся ниже допустимого уровня надежной обработки, который составляет – 20 дБ. Таким образом, несмотря на положительный эффект в части подавления перекрестных помех, уменьшать коэффициенты отражения ниже 10% не рекомендуется.

Представленная модель рассчитывает суммарные оптические потери с учетом потерь, вносимых всеми оптическими элементами, показывает отношение суммарной мощности информационных импульсов (с учетом их фаз) к суммарной мощности перекрестных помех. Также она позволяет описать поведение импульсов в ФИД, состоящем из 4 датчиков, а именно, определить пройденные пути каждого импульса и рассчитать мощности и фазы импульсов, пришедших на ФП.

### Заключение

Основным результатом работы является создание модели перекрестных помех в информационно-измерительном волоконно-оптическом приборе, которая способна рассчитать результат интерференции импульсов, имеющих одинаковую задержку. При этом результат моделирования полностью зависит от указанной амплитуды и длины волны акустического воздействия и может быть использован как наглядный пример происходящих в информационно-измерительном волоконно-оптическом приборе процессов при заданных параметрах.

Представленная модель является основой для внедрения метода подавления перекрестных помех во время детектирования внешнего воздействия в информационно-измерительном волоконно-оптическом приборе. Представленная схема волоконно-оптического измерительного прибора на основе массива волоконных брэгговских решеток может быть применена для создания волоконно-оптических акустических сенсоров, акселерометров, виброметров и т.д.

#### Литература

1. Бутусов М.М., Тарасюк Ю.Ф., Урванцева Н.Л. Гидроакустические антенны на волоконных световодах // Зарубежная радиоэлектроника. – 1985. – № 5. – С. 38–58.
2. Варжель С.В., Куликов А.В., Асеев В.А., Брунов В.С., Калько В.Г., Артеев В.А. Запись узкополосных волоконных брэгговских отражателей одиночным импульсом эксимерного лазера методом фазовой маски // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2011. – № 5 (75). – С. 27–30.
3. Варжель С.В., Куликов А.В., Захаров В.В., Асеев В.А. Одноимпульсная запись и визуализация волоконных решеток Брэгга типа II // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2012. – № 5 (81). – С. 25–28.
4. LU Yang, MENG Zhou. Methods of reducing TDM crosstalk in an inline FBG based Fabry-Perot sensor // Proc. of SPIE. – 2011. – V. 8194. – P. 81942U-10.
5. Chan C.C., Gao Y.J., Lau K.T., Ho H.L., Zhou L.M., Jin W. Characterization of crosstalk of a TDM FBG sensor array using a laser source // Optics and laser technology. – 2001. – V. 33. – № 5. – P. 299–304.
6. Kersey A.D., Dorsey K.L., Dandridge A. Cross talk in a fiber-optic Fabry-Perot sensor array with ring reflectors // Journal of Optics letters. – 1989. – V. 14. – № 1. – P. 93–95.
7. Ole Henrik Waagaard. Method and apparatus for reducing crosstalk interference in an inline fabry-peort sensor array. – U.S. Patent 7113,287 B2, Sep. 26, 2006.
8. Ole Henrik Waagaard, Erlend Ronnekleiv. Reduction of crosstalk in inline sensor arrays using inverse scattering // Proc. SPIE. – 2008. – V. 7004. – P. 7004-288.
9. Куликов А.В., Артеев В.А., Мешковский И.К., Стригалева В.Е. Метод повышения чувствительности волоконно-оптического гидрофона // Оптический журнал. – 2011. – Т. 78. – № 3. – С. 84–87.
10. Артеев В.А., Варжель С.В., Куликов А.В., Распределенный волоконно-оптический датчик акустического давления на брэгговских решетках // Сборник трудов VII международной конференции молодых ученых и специалистов «Оптика-2011». – СПб: НИУ ИТМО, 2011. – С. 509–510.

*Исламова Эльмира Финатовна*

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, студент, islamola@yandex.ru

*Куликов Андрей Владимирович*

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат технических наук, зав. лабораторией, a.kulikov86@gmail.com

*Плотников Михаил Юрьевич*

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант, plotnikov-michael@yandex.ru

УДК 535.51

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОВЕРХНОСТНЫХ СЛОЕВ ЭЛЕМЕНТОВ ОПТОТЕХНИКИ ДЛЯ ИХ ОПТИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЙ

**А.Н. Горляк, А.Г. Новак, В.М. Солонуха, И.А. Храмцовский**

Представлены результаты эллипсометрических исследований оптических характеристик поверхностных слоев элементов оптотехники, выполненных из натриевосиликатного стекла К8 при различной технологической обработке. Показано, что равенство средних значений толщины и показателя преломления поверхностных слоев, определяемых для неоднородной и однородной моделей отражающей системы в процессе полирования детали, является критерием качества полированной поверхности элементов оптотехники для их оптических соединений. Проведено сопоставление оптических характеристик поверхностных слоев деталей, обработка которых проводилась методами обычного шлифования и полирования, глубокого шлифования и полирования и с использованием магнитореологической суспензии. В последнем случае можно получить поверхность детали с малыми значениями толщины поверхностных слоев и отклонения показателя преломления поверхностных слоев от объемного значения, малой среднеквадратической величиной высоты шероховатой поверхности.

**Ключевые слова:** эллипсометрия, поверхностный слой, оптотехника.

#### Введение

Важным моментом при создании и усовершенствовании оптико-электронных приборов различного функционального назначения, в частности, эндоскопов технического и медицинского назначения, где

используются оптические системы с градиентными и волоконно-оптическими элементами, является крепление оптических деталей. Это связано с тем, что качество изображения, передаваемое оптической системой, существенно зависит от способа соединений элементов в оптических узлах прибора [1–3]. В оптическом приборостроении применяют, в основном, два вида соединений деталей оплотехники – разъемные и неразъемные. Последние, в свою очередь, подразделяют на клеевые и бесклеевые (оптический контакт (ОК) и глубокий оптический контакт (ГОК)).

Клеевой метод по сравнению с разъемным методом соединений деталей обладает рядом преимуществ, так как отпадает необходимость в крепежных деталях, что уменьшает вес и габариты конструкции оптических узлов прибора. Клеевой шов более равномерно распределяет напряжения, возникающие вследствие температурных и механических воздействий. Клей препятствует проворачиванию деталей, снижается трудоемкость и, следовательно, стоимость сборки оптических узлов. Однако для ряда изделий медицинской и биологической оплотехники недопустимо присутствие адгезионных (клеевых) слоев. В таких случаях применение бесклеевых соединений становится актуальным и технически необходимым.

Применение оптических соединений элементов оплотехники методом ОК и ГОК заранее предполагает использование нетрадиционных способов технологической обработки поверхностей деталей, при которой образуется поверхностный слой (ПС) с малой толщиной слоя  $d^*$  (до 1–2 мкм) и показателем преломления  $n^*$ , близким к показателю преломления в объеме материала  $n_0$  оптической детали. Кроме того, особые технические требования предъявляются к характеристикам шероховатой поверхности соединяемых оптических элементов оплотехники. В частности, практика технической реализации показывает, что среднеквадратическая высота шероховатой поверхности ( $\sigma$ ) не должна превышать 0,01 мкм [1–4].

Совокупность оптических и геометрических параметров ПС и шероховатости (показатель преломления  $n^*$  и толщина  $d^*$  ПС, среднеквадратическая высота шероховатой поверхности  $\sigma$  и параметры  $Rz$ ,  $Ra$ ), определяемых методом эллисометрии [4], может служить обобщенным критерием качества обработки поверхностей элементов.

Цель настоящей работы состояла в исследовании физико-технических характеристик поверхностного слоя и шероховатости элементов оплотехники при различной технологической обработке и их оптических соединений, в усовершенствовании методов эллисометрического контроля.

#### **Технология подготовки соединяемых поверхностей элементов оплотехники**

В качестве объекта исследований использовались элементы оплотехники, изготовленные из натриевосиликатного стекла К8, полирование которых проводилось по стандартному методу обычного шлифования и полирования (ОШП) и глубокому шлифованию и полированию детали (ГШП) на глубину съема материала до  $h \approx 25$  мкм при нагрузке 100 кПа.

В последнее время для получения высокого класса чистоты полированной поверхности детали (класс РШ) применяют суспензии со структурно-обратимыми магниточувствительными жидкостями (магнитореологические суспензии или феррожидкости). Обработка изделий в этом случае производится на установках типа «Полимаг» (разработка НП РУП «Оптическое станкостроение и вакуумная техника», г. Минск). Под действием магнитного поля механические свойства магнитореологических суспензий (вязкость, упругость, пластичность) изменяются на несколько порядков, а композиции, состоящие из магниточувствительной жидкости и абразивных зерен, в магнитном поле приобретают свойства традиционного полировальника.

Феррожидкость – среда, которая, будучи помещенной в неоднородное магнитное поле, притягивается к более сильной его стороне, выталкивая при этом абразивные частицы к поверхности детали. При этом более мелкие фракции полирующего порошка будут находиться ближе к поверхности детали. Изменяя величину и длительность электрического сигнала, подаваемого на магнитную систему установки, можно изменять интенсивность съема нарушенного слоя, обновлять абразивную композицию и управлять процессом полирования. Отличительная особенность полирования детали с использованием магниточувствительных сред состоит в том, что в данном случае съем нарушенного слоя происходит практически без притира, т.е. за счет механохимического процесса взаимодействия суспензии с поверхностью стекла. В качестве феррожидкости использовался водный раствор карбонильного железа.

Для получения оптических бесклеевых соединений элементов оплотехники необходимо иметь в приповерхностной области ультрамикropористую структуру кремнезема, которую можно получить не только жидкостным химическим травлением силикатного стекла, но и при ионно-химической обработке поверхности элементов оплотехники в атмосфере  $CF_3Cl$  или при распылении нарушенного ПС полированного стекла К8 пучком ионов  $Ag^+$ . Обработка поверхности оптических элементов проводилась при различной энергии ионного пучка и различной величине съема материала.

Эллисометрическая методика определения эффективных значений показателя преломления  $n^*$  и толщины  $d^*$  неоднородного ПС, а также параметров шероховатой поверхности (среднеквадратическая высота  $\sigma$ , параметры  $Rz$ ,  $Ra$ ) оптических элементов изложена в [4]. Под эффективной толщиной ПС  $d^*$  понимается глубина нарушенного слоя, в которой изменение показателя преломления  $n(z)$  по глубине слоя  $z$

существенно отличается от значения показателя преломления в объеме материала  $n_0 = 1,51466$ , а за пределами этой области можно считать оптическую среду квазиоднородной со структурными свойствами, близкими к свойствам объема материала. Под эффективным показателем преломления ПС  $n^*$  понимается среднееинтегральное значение показателя преломления  $n(z)$  в пределах эффективной толщины слоя  $d^*$ .

**Экспериментальные результаты и их обсуждение**

Полирование оптических деталей по стандартной технологии приводит к образованию поверхностного слоя со свойствами, отличными от свойств стекла К8, при этом наблюдается зависимость эффективных значений показателя преломления  $n^*$  и толщины  $d^*$  ПС от глубины съема материала (рис. 1). Отметим, что здесь под эффективной толщиной ПС понимается суммарная толщина микрорельефного и лежащего под ним поверхностного слоя [4].

Из представленных данных следует, что эффективная толщина  $d^*$  ПС, полученная методом физико-математического моделирования структуры ПС и рассчитанная по модели неоднородного слоя (кривая 1), значительно больше толщины, рассчитанной по модели однородного слоя (кривая 2). Это различие наблюдается особенно на начальном этапе полирования, где существенное влияние на поляризационные характеристики отраженного светового пучка оказывает рассеяние света на трещиноватом слое, образованном на стадии шлифования. По мере удаления трещиноватого слоя это различие уменьшается, и при съеме материала  $h \approx 24$  мкм эллипсометрический анализ дает практически одинаковый результат: по модели изотропного однородного и неоднородного ПС оптические характеристики имеют одно и то же значение (точка «а»). По этой причине величину съема материала  $h \approx 24$  мкм можно принять в качестве оценки глубины трещиноватого слоя, а значение  $d^*$  – в качестве истинной толщины структурных нарушений в ПС на завершающей стадии полирования стекла К8, т.е. ПС, образованного при полировании оптической детали.

В таблице представлен сопоставительный анализ результатов эллипсометрических исследований ПС элементов оптотехники, полученных при различной технологической обработке. Видно, что применение способа полирования деталей со структурно-обратимыми магниточувствительными жидкостями (карбольшое железо) позволяет получить шероховатость поверхности оптического элемента с малыми значениями среднеквадратической высоты  $\sigma$  и параметров  $Rz$ ,  $Ra$  при малой толщине ПС  $d^*$  и показателем преломления  $n^*$ , близким к показателю преломления в объеме материала  $n_0$ .

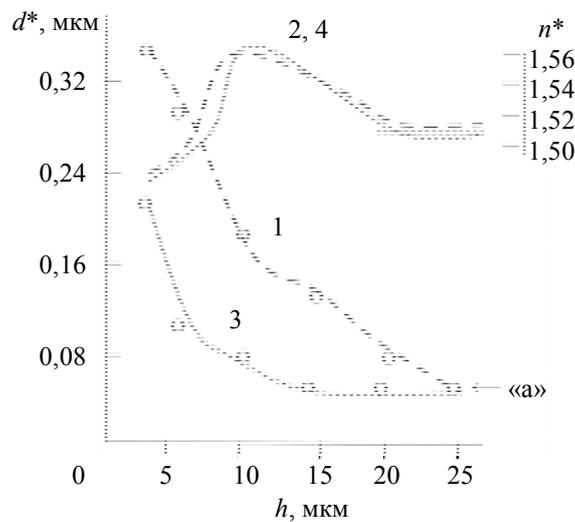


Рис. 1. Изменение эффективных параметров ПС  $n^*$  и  $d^*$  от глубины съема материала  $h$  при полировании стекла К8 полиритом. Модель неоднородного слоя: 1 –  $d^*$ , 2 –  $n^*$ ; модель однородного слоя: 3 –  $d^*$ , 4 –  $n^*$

Способ полирования	Параметры ПС и шероховатой поверхности оптического элемента				
	$\sigma$ , нм	$Rz$ , нм	$Ra$ , нм	$n^*$	$d^*$ , мкм
Обычное шлифование и полирование	7,8	31,0	6,2	1,5290	3,2
Глубокое шлифование и полирование	2,6	10,4	2,1	1,5306	0,41
Полирование в магнито-реологической суспензии	1,5	6,0	1,2	1,5254	0,072

Таблица. Оптические свойства поверхностного слоя стекла К8

На рис. 2 показано изменение оптического профиля ПС полированного натриевосиликатного стекла К8 при ионной обработке. При ионной обработке стекла К8 образование в ПС области с показателем преломления  $n(z) < n_0$  можно связать с селективным распылением атомов в химических соединениях  $\text{SiO}_x(\text{OH})_y$  и щелочных катионов в  $\text{SiO}^- - \text{Me}^+_{\text{ост}}$ , имеющих различную поверхностную энергию связи с кремнекислородным каркасом стекла.

Если в последнем случае микропористая структура ПС образуется за счет преимущественного физического распыления из приповерхностной области более легких по атомной массе компонентов натриевосиликатного стекла, то при ионно-химической обработке при соударении ионов с поверхностью детали происходит ее активизация с последующим химическим взаимодействием ионов плазмы с атомами ПС и образованием летучих соединений, удаляемых с поверхности элемента.

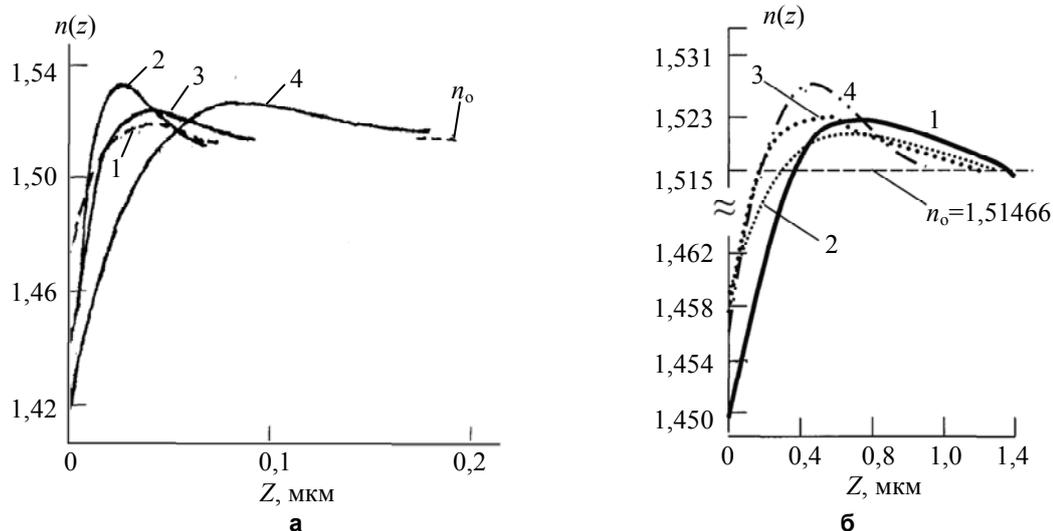


Рис. 2. Оптический профиль поверхностного слоя стекла К8 после ионно-плазменной обработки (а): энергия пучка ионов  $\text{Ar}^+$ : 1 –  $E_{\text{Ar}^+}=0$ ; 2 –  $E_{\text{Ar}^+}=0,25$  кэВ; 3 –  $E_{\text{Ar}^+}=1,5$  кэВ; 4 –  $E_{\text{Ar}^+}=2,5$  кэВ и после ионно-химической обработки (б) при энергии пучка  $E=1$  кэВ: кривая 1 – съём  $h=0,24$  мкм; кривая 2 – съём  $h=1$  мкм; при энергии пучка  $E=2$  кэВ: кривая 3 – съём  $h=0,24$  мкм

При ионной и ионно-химической обработке формируется двухслойная структура ПС: в приповерхностной области образуется слой с показателем преломления  $n(z) < n_0$ , а в глубине ПС формируется область с показателем преломления  $n(z) > n_0$ . По этой причине в зоне контакта оптического соединения двух элементов образуется многослойная неоднородная структура (рис. 3).

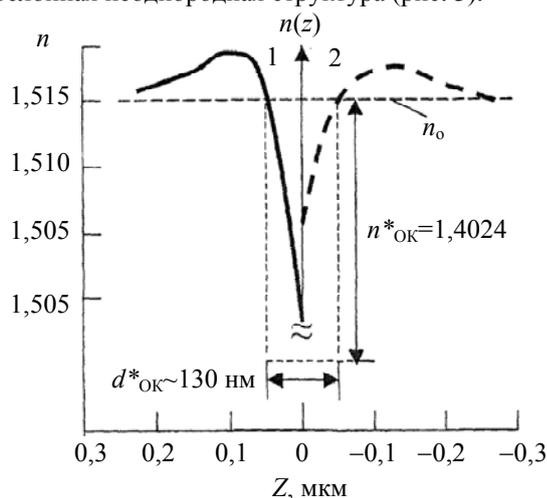


Рис. 3. Изменение показателя преломления  $n(z)$  в оптическом соединении деталей 1 и 2

Для оптической системы «поверхностный слой элемента 1 (ПС<sub>1</sub>)–зона оптического контакта (ЗОК)–поверхностный слой элемента 2 (ПС<sub>2</sub>)» вводятся эффективный показатель преломления  $n^*_{\text{OK}}$  и толщина слоя  $d^*_{\text{OK}}$  неоднородной оптической системы (рис. 3). Физический смысл этих параметров состоит в том, что модель однородного слоя с параметрами  $n^*_{\text{OK}}$  и  $d^*_{\text{OK}}$  и оптическое соединение деталей (ОС) по своим поляризационно-оптическим свойствам эквивалентны.

Детальный анализ поляризационно-оптических свойств (ОС) показывает, что полученные значения параметров – показатель преломления  $n^*_{\text{ОК}} = 1,4024$  и толщина  $d^*_{\text{ОК}} = 130$  нм – дают информацию не только о ЗОК с толщиной  $d_{\text{ЗОК}} = 3-6$  нм и показателем преломления  $n_{\text{ОК}} \sim 1,40-1,43$ , значения которых согласуются с данными, полученными в [1], но и о сильно градиентной области ПС элементов, прилегающей к зоне непосредственного ОК поверхностей деталей 1 и 2 (рис. 3).

Таким образом, полученные характеристики ОС  $n^*_{\text{ОК}}$  и  $d^*_{\text{ОК}}$  могут служить в качестве «обобщенных оптических характеристик» бесклеевых оптических соединений деталей, по которым можно судить о качестве изготовления оптического узла многоэлементной системы.

### Заключение

По результатам проведенных эллипсометрических исследований оптических характеристик поверхностных слоев элементов оптоэлектроники и их оптических соединений можно сделать следующие выводы.

1. Применение магнитореологических суспензий при полировании оптических деталей позволяет получать поверхностный слой с малой толщиной и показателем преломления, близким к показателю преломления в объеме материала. При этом среднеквадратическая высота шероховатости мала и не превышает 1,5 нм.
2. Введение эффективных оптических характеристик для зоны оптического контакта позволяет учесть влияние поверхностных слоев соединяемых деталей и оптического узла в целом.

### Литература

1. Абаев М.И., Лисицын Ю.В., Путилин Э.С. Исследование зоны оптического контакта стеклянных поверхностей методом эллипсометрии // Письма в ЖТФ. – 1984. – Т. 4. – Вып. 24. – С. 1505–1507.
2. Прокопенко В.Т., Храмовский И.А., Землянский В.С., Лисицын В.С., Секарин К.Г. Эллипсометрия оптических соединений элементов оптоэлектроники // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. – Т. 51. – № 10. – С. 59–67.
3. Демидов И.В., Лисицын Ю.В., Храмовский И.А., Шеломова О.А. Особенности применения метода Фурье-спектроэллипсометрии в технологическом контроле клеевых соединений оптических элементов автоклавируемых трубок // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2002. – № 1 (5). – С. 148–152.
4. Новиков А.А., Прокопенко В.Т., Храмовский И.А. Оптические свойства шероховатой поверхности элементов оптоэлектроники // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2004. – № 4 (15). – С. 73–80.

*Горляк Андрей Николаевич*

– Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И.Ульянова (Ленина), Центр микротехнологии и диагностики, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, [ellipsometry@mail.ru](mailto:ellipsometry@mail.ru)

*Новак Алексей Григорьевич*

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант, [povakalexg@mail.ru](mailto:povakalexg@mail.ru)

*Солонуха Владимир Михайлович*

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант, [vsolonukha@yandex.ru](mailto:vsolonukha@yandex.ru)

*Храмовский Игорь Анатольевич*

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат технических наук, вед. инженер, [ellipsometry@mail.ru](mailto:ellipsometry@mail.ru)

УДК 535.317

## ОПТОТЕХНИКА АПЛАНАТИЧЕСКОГО МЕНИСКА

А.В. Гапеева, А.С. Ковалева, Т.В. Точилина

Показано, что сферические поверхности, формирующие стигматическое изображение осевой точки предмета, являются частным случаем поверхностей, полученных вращением картезианского овала; поверхности первого и второго вида формируют апланатическое изображение предмета. Показано, что астигматизм изображения не зависит от толщины апланатического мениска. Однако с увеличением толщины мениска уменьшается пещвалева кривизна поверхности изображения, что приводит к уменьшению продольных меридиональной и сагиттальной составляющих астигматизма. Показано, что при высокой числовой апертуре коэффициент пропускания падающих пучков света апланатической поверхностью первого вида резко падает, при этом растет коэффициент поляризации света.

**Ключевые слова:** апланатические точки, мениск, астигматизм, коэффициент пропускания, поляризация.

### Введение

Преломляющая поверхность, формирующая безаберрационное изображение осевой точки, определяется уравнением [1]:

$$\left[ \frac{n'^2 - n^2}{2} (\rho^2 + z^2) - (n'^2 s'_0 - n^2 s_0) z \right]^2 = nn' (n' s'_0 - n s_0) \left[ (n s'_0 - n' s_0) (\rho^2 + z^2) + 2(n' - n) s_0 s'_0 z \right], \quad (1)$$

где  $\rho^2 = x^2 + y^2$ . Кривая сечения этой поверхности меридиональной плоскостью называется картезианским или декартовым овалом.

В ряде частных случаев это уравнение принимает вид уравнения второй степени:

$$\rho^2 = 2r_0z - (1 + \sigma)z^2, \quad (2)$$

где  $r_0$  – радиус кривизны поверхности в осевой точке;  $\sigma$  – коэффициент «деформации» сферической поверхности. При  $\sigma = 0$  уравнение (2) определяет сферу.

### Аберрационные свойства апланатических поверхностей

Пусть  $n's'_0 - ns_0 = 0$ . При этом уравнение (1) принимает вид

$$\rho^2 = 2 \frac{ns_0}{n' + n} z - z^2. \quad (3)$$

В этом уравнении  $r_0 = \frac{n}{n' + n} s_0$ ,  $\sigma = 0$ , т.е. уравнение (3) описывает сферу. Положение оптически сопряженных осевых точек  $A_1$  и  $A'_1$  в пространстве предметов и изображений соответственно определяется отрезками  $s_0$  и  $s'_0$ , равными

$$s_0 = \frac{n' + n}{n} r, \quad (4)$$

$$s'_0 = \frac{n' + n}{n'} r. \quad (5)$$

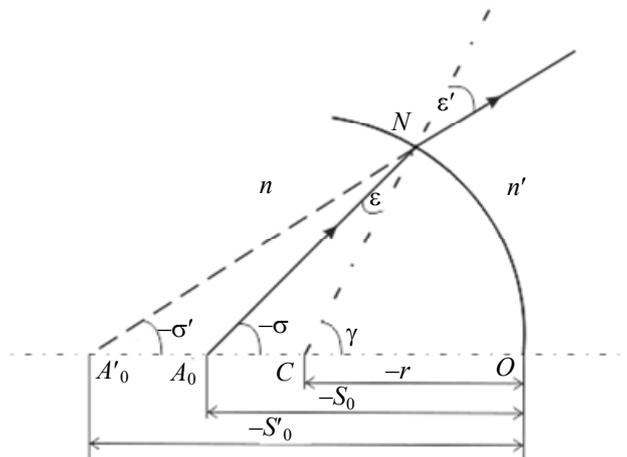


Рис. 1. Апланатические точки сферической преломляющей поверхности

В соответствии с рис. 1 имеем следующие соотношения:

$$\frac{r}{\sin \sigma} = \frac{r - s_0}{\sin \epsilon}, \quad (6)$$

$$\frac{r}{\sin \sigma'} = \frac{r - s'_0}{\sin \epsilon'}.$$

В соответствии с законом преломления  $n \sin \epsilon = n' \sin \epsilon'$ . При этом поперечное увеличение изображения предмета равно

$$V = \frac{n \sin \sigma}{n' \sin \sigma'} = \frac{n^2}{n'^2} = \text{const},$$

т.е.  $V = V_0$ . В этом случае отступление от условия изопланатичности изображения  $\eta = \frac{V - V_0}{V_0} = 0$ . Сле-

довательно, в изображении, образованном рассматриваемой поверхностью, отсутствуют и сферическая аберрация и кома. По этой причине оптически сопряженные точки, положение которых удовлетворяет условию  $n's'_0 - ns_0 = 0$ , принято называть апланатическими точками первого вида. Из геометрических построений, показанных на рис. 2, непосредственно следует, что две сферические поверхности, concentricные центру кривизны  $C$  преломляющей поверхности и проходящие через апланатические точки  $A_0$  и  $A'_0$ , образуют пару оптически сопряженных поверхностей, каждая из которых является безаберрацион-

ным изображением другой [2]. Радиусы кривизны оптически сопряженных поверхностей равны  $r_a = r - s_0$ ;  $r'_a = r - s'_0$ . Используя формулы (4) и (5), получаем  $r_a = -\frac{n'}{n}r$ ,  $r'_a = -\frac{n}{n'}r$ , при этом  $r_a r'_a = r^2$ .

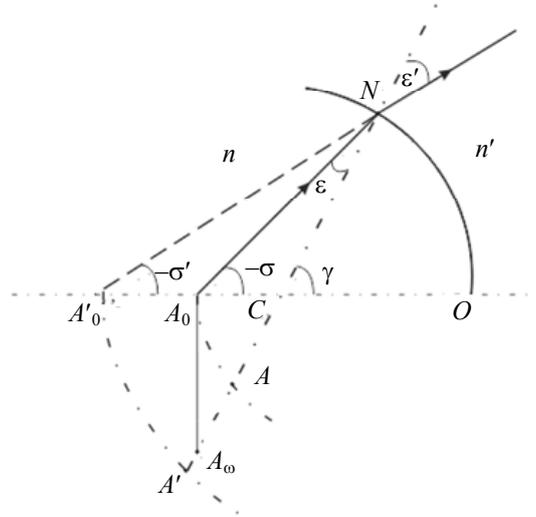


Рис. 2. Анастигматические оптически сопряженные поверхности предмета и изображения, образованного апланатической поверхностью первого вида

Пусть  $s_0 = s'_0 \neq 0$ . При этом уравнение (1) можно преобразовать к виду произведения двух уравнений:

$$(\rho^2 - 2s_0z + z^2) \left[ \rho^2 - 2s_0z + z^2 + 4 \frac{nn'}{(n'+n)^2} s_0^2 \right] = 0.$$

Отсюда следует уравнение

$$\rho^2 = 2s_0z - z^2, \tag{7}$$

которое определяет сферу радиуса  $r = s_0 = s'_0$ . При  $r = s_0$  равны и углы  $\sigma$  и  $\sigma'$ . Следовательно, поперечное увеличение изображения, образованного рассматриваемой преломляющей поверхностью, равно

$$V = \frac{n \sin \sigma}{n' \sin \sigma'} = \frac{n}{n'} = \text{const.}$$

Таким образом, поверхность, определяемая уравнением (7), представляет собой апланатическую поверхность второго вида.

Пусть  $s_0 = s'_0 = 0$ . При этом уравнение (1) принимает вид  $\rho^2 + z^2 = 0$ . Это уравнение имеет решение при  $z^2 = \rho^2 = 0$ . В этом случае осевая точка предмета расположена в вершине преломляющей поверхности, форма которой может быть произвольной. Поперечное увеличение изображения, образованного такой поверхностью, равно  $V = \frac{n \sin \sigma}{n' \sin \sigma'} = \frac{n \sin \varepsilon}{n' \sin \varepsilon'} = 1^\times$ . Таким образом, поверхность произвольной формы, вершина которой совмещена с осевой точкой предмета, представляет собой апланатическую поверхность третьего вида.

**Аберрационные свойства апланатического мениска**

Апланатическим мениском будем называть мениск, поверхности которого являются апланатическими поверхностями одного из видов и имеют кривизну одного знака. Мениск, образованный апланатическими поверхностями второго вида или первого и второго вида, находит применение для компенсации остаточного астигматизма и кривизны поверхности изображения. Как правило, непременным элементом оптических систем осветительных устройств микроскопов и микрообъективов средней и высокой числовой апертуры является апланатический мениск, образованный апланатическими поверхностями второго и первого вида. При этом радиус кривизны первой поверхности равен  $r_1 = s_1 = s'_1$ . Расстояние между поверхностями мениска (толщина мениска) равно  $d = s'_1 - s_2$ . Отсюда находим  $s_2 = s'_1 - d = r_1 - d$ . Тогда в соответствии с формулой (4) при  $n' = 1$  получаем

$$r_2 = \frac{n}{1+n} s_2 = n \frac{r_1 - d}{1+n}, \tag{8}$$

при  $d = 0$   $\frac{r_2}{r_1} < 1$ , т.е. апланатический мениск можно сформировать лишь при  $d > -\frac{r_1}{n}$ .

Осевая составляющая кривизны поверхности изображения Пецваля определяется выражением [3]

$$z'_p = -\frac{1}{2R'_p} y'^2,$$

где  $y'$  – линейная величина изображения;  $R'_p$  – так называемый радиус кривизны поверхности изображения Пецваля;

$$R'_p = \frac{1}{n'S_{IV}},$$

где  $S_{IV} = \sum_{i=1}^{i=k} \frac{n_{i+1} - n_i}{n_i n_i} \frac{1}{r_i}$ . Для апланатического мениска имеем  $S_{IV} = \frac{n-1}{n} \frac{1}{r_1} + \frac{1-n}{n} \frac{1}{r_2}$ . Отсюда находим

$$r_2 = \frac{r_1}{1 - \frac{n}{n-1} S_{IV} r_1} \quad \text{при } S_{IV} = 0: r_2 = r_1.$$

Пусть  $D$  – диаметр окружности пересечения поверхностей апланатического мениска. Тогда стрелки поверхностей мениска соответственно равны

$$\Delta_1 = r_1 + \frac{1}{2} \sqrt{4r_1^2 - D^2}; \quad \Delta_2 = r_2 - \frac{1}{2} \sqrt{4r_2^2 - D^2}.$$

При этом толщина мениска определится разностью стрелок:  $d = \Delta_1 - \Delta_2$ . При  $r_1 = r_2 = r$  получаем

$$d = \sqrt{4r^2 - D^2}. \tag{9}$$

Из выражения (8) следует, что при  $r_1 = r_2 = r$  толщина мениска  $d = -\frac{r}{n}$ . Тогда из выражения (9)

находим, что диаметр  $D = -\frac{r}{n} \sqrt{4n^2 - 1}$ . При этом  $\sin \sigma = \frac{D}{2r} = -\sqrt{1 - \frac{1}{4n^2}}$ . При  $n = 1,5 - 2,0$   $\sin \sigma = (-0,943) - (+0,968)$ , при  $n = 1,6$   $\sin \sigma = -0,95$ .

$r_1$ , мм	$r_2$ , мм	$d$ , мм	$n$	$z'_m$ , мм	$z'_s$ , мм	$z'_m - z'_s$ , мм
-20	-15	4,285	ТК14	-0,0838	-0,0333	-0,0505
	-20	12,38	ТК14	-0,0751	-0,0250	-0,0502
	-30	28,569	ТК14	-0,0665	-0,0166	-0,0499
	-40	44,759	ТК14	-0,0623	-0,0125	-0,0499
	-50	60,949	ТК14	-0,0598	-0,01	-0,0498
	-75	101,425	ТК14	-0,0564	-0,0066	-0,0498

Таблица. Конструктивные параметры апланатических менисков и продольные составляющие астигматизма

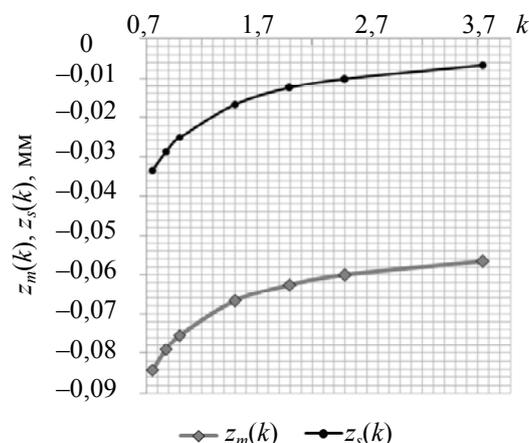


Рис. 3. Кривые зависимости составляющих  $z_m$  и  $z_s$  от величины  $k$

В таблице приведены конструктивные параметры апланатических менисков, образованных апланатическими поверхностями второго и первого вида, различающихся величиной радиуса второй поверх-

ности и толщиной мениска соответственно. Из таблицы видно, что при увеличении толщины мениска величина астигматизма остается практически неизменной, но заметно уменьшаются значения меридиональной и сагиттальной составляющих астигматизма. Наглядное представление об этом дают кривые зависимости значения составляющих от величины  $k$  (рис. 3), где  $k = \frac{r_2}{r_1}$ .

Таким образом, варьируя толщиной мениска, можно повлиять на пещвалеву кривизну поверхности изображения.

### Фотометрические свойства апланатического мениска

Из формулы (6) следует, что  $\sin \sigma = \frac{r}{r - s_0} \sin \varepsilon$ . Используя формулу (4), получаем

$$\sin \sigma = -\frac{n \sin \varepsilon}{n'} = -\sin \varepsilon' \quad \text{или} \quad \sigma = -\varepsilon'. \quad (10)$$

В соответствии с рис. 1 имеем  $\gamma = \varepsilon - \sigma = \varepsilon' - \sigma'$ . Учитывая равенство (10), получаем  $\sigma' = -\varepsilon$ .

Итак, для апланатической поверхности первого вида имеем  $\sigma = -\varepsilon'$  и  $\sigma' = -\varepsilon$ . На границе раздела двух сред падающий световой поток частично отражается (френелево отражение) и частично проходит из первой среды во вторую. При этом среднее значение коэффициента света определяется формулой

[4]  $\tau = \frac{1}{2}(\tau_{\parallel} + \tau_{\perp})$ , где  $\tau_{\parallel}$  и  $\tau_{\perp}$  – коэффициенты пропускания световых колебаний в плоскости (или параллельно плоскости) падения света и в плоскости, перпендикулярной плоскости падения соответственно. Коэффициенты  $\tau_{\parallel}$  и  $\tau_{\perp}$  определяются формулами Френеля, представленными, например, в виде [5]

$$\tau_{\parallel} = \frac{\sin 2\varepsilon \sin 2\varepsilon'}{\sin^2(\varepsilon + \varepsilon') \cos^2(\varepsilon - \varepsilon')}, \quad (11)$$

$$\tau_{\perp} = \frac{\sin 2\varepsilon \sin 2\varepsilon'}{\sin^2(\varepsilon + \varepsilon')}. \quad (12)$$

$$\text{При этом } \tau = \frac{1}{2} \frac{\sin 2\varepsilon \sin 2\varepsilon'}{\sin^2(\varepsilon + \varepsilon')} \left[ 1 + \frac{1}{\cos^2(\varepsilon - \varepsilon')} \right]. \quad (13)$$

При  $\sin \varepsilon' = -\sin \sigma$  выражение (13) можно преобразовать к виду

$$\tau = \frac{2 \cos \sigma \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2 \sigma}}{\sum_1} \left[ 1 + \frac{n^2}{\sum_2} \right], \quad (14)$$

где  $\sum_1 = n^2 + 2 \cos \sigma \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2 \sigma} + \cos 2\sigma$ ;  $\sum_2 = n^2 \cos^2 \sigma - \sin^2 \sigma (\cos 2\sigma - 2 \cos \sigma \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2 \sigma})$ .

При выбранном значении показателя преломления  $n = n_i$  выражение (14) определяет зависимость коэффициента пропускания  $\tau = \tau(n_i, \sigma)$ .

Значения коэффициента пропускания, вычисленные путем применения формулы (25) при изменении угла  $\sigma$  от  $0^\circ$  до  $90^\circ$  для значений показателя преломления  $n_1 = 1,5$ ,  $n_2 = 1,75$  и  $n_3 = 2,0$ , представлены в виде соответствующих кривых зависимости  $\tau = \tau(n_i, \sigma)$  на рис. 4, а. Из вида кривых следует, что при высокой числовой апертуре ( $\sin \sigma \approx 1$ ) свет практически не проходит сквозь апланатическую поверхность первого вида.

При изменении угла  $\sigma = -\varepsilon'$  изменяется и величина составляющих коэффициента пропускания прошедшего через границу раздела светового потока, определяемых формулами (11), (12). Возникающую при этом частичную поляризацию света можно определить отношением

$$P = \frac{1}{2} \frac{\tau_{\parallel} - \tau_{\perp}}{\tau} = \frac{\tau_{\parallel} - \tau_{\perp}}{\tau_{\parallel} + \tau_{\perp}} = \frac{\sin^2(\varepsilon - \varepsilon')}{1 + \cos^2(\varepsilon - \varepsilon')} = \frac{\sin^2(\varepsilon - \varepsilon')}{2 - \sin^2(\varepsilon - \varepsilon')}.$$

В результате преобразований получаем

$$P = \frac{\psi \sin^2 \sigma}{2n^2 - \psi \sin^2 \sigma},$$

где  $\psi = n^2 - 2 \cos \sigma \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2 \sigma} + \cos 2\sigma$ . Кривые зависимости  $P = P(n_i, \sigma)$  представлены на рис. 4, б.

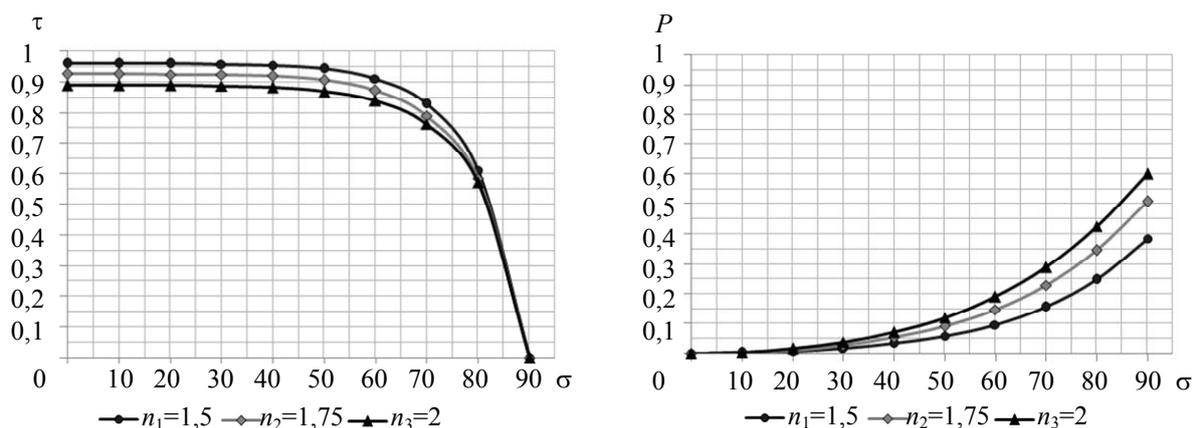


Рис. 4. Зависимость от угла преломления  $\sigma$ : коэффициента пропускания (а); поляризации проходящего через границу раздела двух сред света при  $n_1 = 1,5$ ;  $n_2 = 1,75$ ;  $n_3 = 2,0$  (б)

### Заключение

В представленной работе показано, что сферические поверхности, формирующие стигматическое изображение осевой точки предмета, являются частным случаем поверхностей, полученных вращением картезианского овала; поверхности первого и второго вида формируют апланатическое изображение предмета. Показано, что апланатическая поверхность первого вида формирует безабберационное изображение сферического предмета на поверхности сферической формы. Из приведенного анализа следует, что астигматизм изображения не зависит от толщины мениска, состоящего из апланатических поверхностей второго и первого вида. Однако с увеличением толщины мениска уменьшается пещвалева кривизна поверхности изображения, что приводит к уменьшению продольных меридиональной и сагиттальной составляющих астигматизма. Показано, что при высокой числовой апертуре коэффициент пропускания падающих пучков света апланатической поверхностью первого вида резко падает, при этом растет коэффициент поляризации света.

### Литература

1. Чуриловский В.Н. Теория оптических приборов. – М.-Л.: Машиностроение, 1966. – 564 с.
2. Русинов М.М. Техническая оптика: Учебное пособие для вузов. – Л.: Машиностроение, 1979. – 488 с.
3. Зверев В.А. Основы геометрической оптики. – СПб: СПбГИТМО (ТУ), 2002. – 218 с.
4. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. – М.: Наука, 1973. – 721 с.
5. Зверев В.А., Точилина Т.В. Основы оптотехники: Учебное пособие. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2005. – 293 с.

**Гапеева Анастасия Викторовна**

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант, Anastasija.gapeeva@gmail.com

**Ковалева Анна Сергеевна**

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант, Anyuta\_kov@mail.ru

**Точилина Татьяна Вячеславовна**

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат технических наук, доцент, tvtochilina@mail.ru

УДК 681.382.473, 628.9.038, 621.384.4

## ИЗМЕНЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК УЛЬТРАФИОЛЕТОВЫХ СВЕТОДИОДНЫХ СБОРОК «ЧИП НА ПЛАТЕ» ПРИ ДЛИТЕЛЬНОМ ВРЕМЕНИ РАБОТЫ НА НОМИНАЛЬНОМ ТОКЕ

К.А. Виноградова, Н.В. Середова

Представлены результаты изменений оптических и электрических характеристик макетов светодиодных сборок, выполненных по технологии «чип на плате», излучающих в УФ-А (320–400 нм) диапазоне ультрафиолетового излучения, с течением времени работы на номинальном токе. Сопоставляются данные для различных вариантов конструкций. Отмечается ускоренная деградация оптических и электрических характеристик образцов с увеличением количества чипов в корпусе. Увеличение мощности излучения в 1,5 раза при неизменной токовой нагрузке на единственный чип привело к увеличению скорости деградации в 3 раза, что выразилось в 2%-ном повышении напряжения

и 5%-ном уменьшении коэффициента преобразования электрической энергии в мощность излучения за 1000 часов работы устройств на постоянном токе.

**Ключевые слова:** ультрафиолетовый светодиод, ультрафиолетовая светодиодная сборка «чип на плате», деградация.

### Введение

Светодиоды и светодиодные сборки ультрафиолетового (УФ) диапазона излучения обладают большим потенциалом, и уже сейчас УФ светодиоды начинают применяться в приборах отверждения стоматологических материалов, детекторов банкнот и документов, устройствах медицинской фототерапии и дезинфекции воды. Светодиодные источники света шаг за шагом отвоевывают рынок в УФ диапазоне за счет несомненных преимуществ, замещая различные конструкции ртутных ламп.

Для улучшения характеристик УФ светодиодов ведутся исследовательские работы по получению гомоподложек GaN, AlN [1], разрабатываются способы легирования [2], ищутся экспериментальные [3, 4] и теоретические [5] пути улучшения структурного качества гетерослоев.

Увеличение срока службы УФ светодиодов и светодиодных сборок, выполненных по технологии «чип на плате» (от англ. chip on board, COB), является на данный момент важнейшей задачей для успеха их дальнейшей коммерциализации. На ее решение направлены усилия исследовательских групп по всему миру [6, 7]. Потенциально возможный срок службы УФ светодиодов оценивается более чем в 50 000 часов, т.е. равен соответствующему значению показателя у светодиодов синего диапазона излучения.

Известно, что геометрия чипов на подложке-основании COB влияет на оптические характеристики конечного устройства [8] за счет переотражения, рассеяния и частичного поглощения света материалами конструктивных элементов COB. Цель настоящей работы заключалась в определении конструкции УФ светодиодной сборки, мощность излучения которой была выше 180 мВт и при этом демонстрировала низкую скорость деградации свойств. В представленной работе обсуждаются результаты исследований оптических и электрических характеристик макетов светодиодных сборок COB, излучающих в диапазоне излучения УФ-А, который соответствует длинам волн диапазона 320–400 нм, от времени работы на номинальном токе. Сопоставляются данные для различных вариантов конструкций.

### Постановка эксперимента. Геометрия УФ светодиодных сборок «чип на плате»

Основные конструктивные элементы COB описаны в источнике [9]. В настоящей работе рассматривались три варианта конструкции светодиодных сборок, пронумерованные № 1, № 2, № 3, и содержащие на единой подложке размером 0,98×0,98 см<sup>2</sup> разное количество чипов – 16, 20, 24 соответственно. В качестве материала заливки использовался слабочувствительный к воздействию УФ излучения кремний-органический полимер, отверждаемый до эластомера при повышенной температуре. Материалом подложки COB являлась алюмооксидная керамика. Внешний вид исследованных УФ светодиодных сборок представлен на рис. 1.

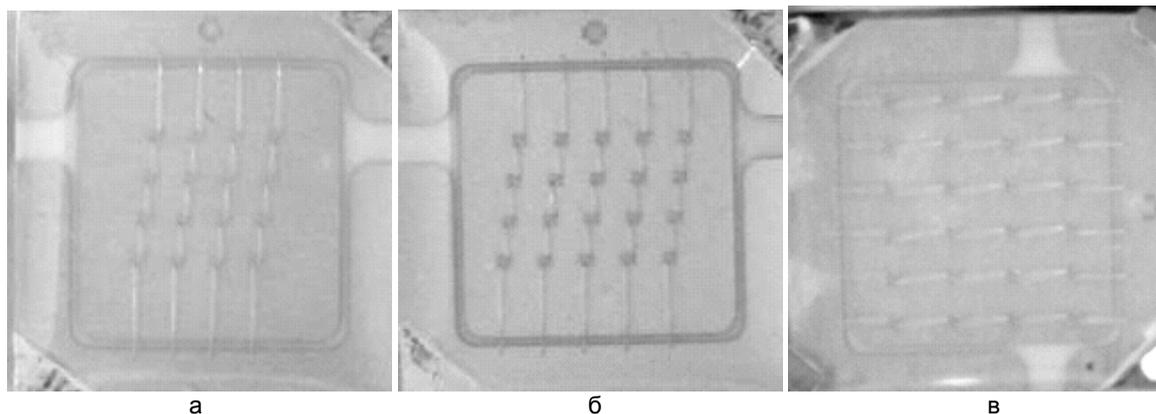


Рис. 1. Макеты светодиодных сборок №1 (а), № 2 (б), № 3 (в), отличающихся геометрией расположения чипов в сборке и их числом: № 1 содержит 16 чипов, №2 – 20 чипов, №3 – 24 чипа. Габаритные размеры светодиодной сборки составляют 0,98×0,98 см<sup>2</sup>

Для чистоты эксперимента было изготовлено статистически значимое количество образцов светодиодных сборок. Десять образцов каждого вида были установлены в специальные фиксирующие разъемы на радиатор, пассивную систему охлаждения, и подключены к электрическому питанию по параллельной схеме включения. Такая схема подключения стала возможной, поскольку перед монтажом чипов в корпуса светодиодных сборок они были протестированы и рассортированы по рабочему напряжению, таким образом, светодиодные сборки в группе имели одинаковое значение падения напряжения на рабочем токе. Для улучшения отвода тепла от светодиодной сборки перед монтажом на радиатор на ее тыль-

ную сторону тонким слоем была нанесена теплопроводящая паста. На рис. 2 представлены 10 образцов светодиодных сборок модели № 2, установленных на радиаторах и подключенных к источнику постоянного тока АКПП модели 1123. Номинальные токи для УФ светодиодных сборок №№1–3 составляли 80, 100, 120 мА соответственно.

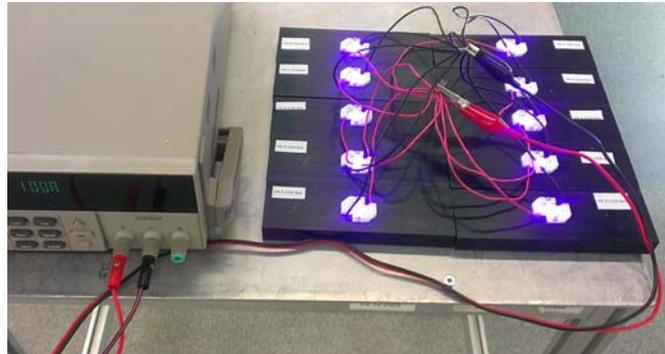


Рис. 2. Фотография светодиодных сборок «чип на плате» группы №2, размещенных на радиаторах, во время работы на постоянном токе в течение 1000 часов

Дополнительно, чтобы удостовериться в том, что через каждый образец протекает одинаковый ток, визуально проверялась работоспособность каждой светодиодной линейки – светодиодных чипов, соединенных последовательно.

Светодиодные сборки в рабочем режиме были выдержаны в течение 1000 часов. Один раз в 100 часов светодиодные сборки отключались от электрического питания для проведения измерений оптических и электрических характеристик. Измерения проводились с использованием спектрометра ORB Optronix SP-75, позволяющего регистрировать интенсивность излучения в диапазоне 250–1000 нм, сферического интегратора Gamma Scientific диаметром 50 см и программируемого источника питания 2601A Keithley. Результаты измерений фиксировались в программном пакете Spectral Suite 3.0, переносились в таблицу результатов измерений и усреднялись по 10 образцам. После этого светодиодные сборки вновь размещались на радиаторах и подключались к электрическому питанию. Процедура повторялась до тех пор, пока суммарное время работы светодиодных сборок не составило 1000 часов.

### Изменение электрических характеристик светодиодных сборок «чип на плате»

Измерения падения напряжения на рассматриваемых вариантах светодиодных сборок показали сходную тенденцию к увеличению напряжения с увеличением времени работы устройств. На рис. 3, а, представлены усредненные результаты измерений падения напряжения за 1000 часов работы устройств, а на рис. 3, б, – относительное изменение падения напряжения. Относительное изменение падения напряжения рассчитывалось из выражения  $\Delta U = (U_t - U_{t=0}) / U_{t=0}$ , где  $U_{t=0}$  – значение падения напряжения на светодиодных сборках в момент времени  $t=0$ , т.е. перед размещением светодиодных сборок на радиаторы и подключением их к электрическому питанию для длительной работы на постоянном токе;  $U_t$  – значение падения напряжения через  $t = 100, 200, \dots 1000$  часов работы светодиодных сборок.

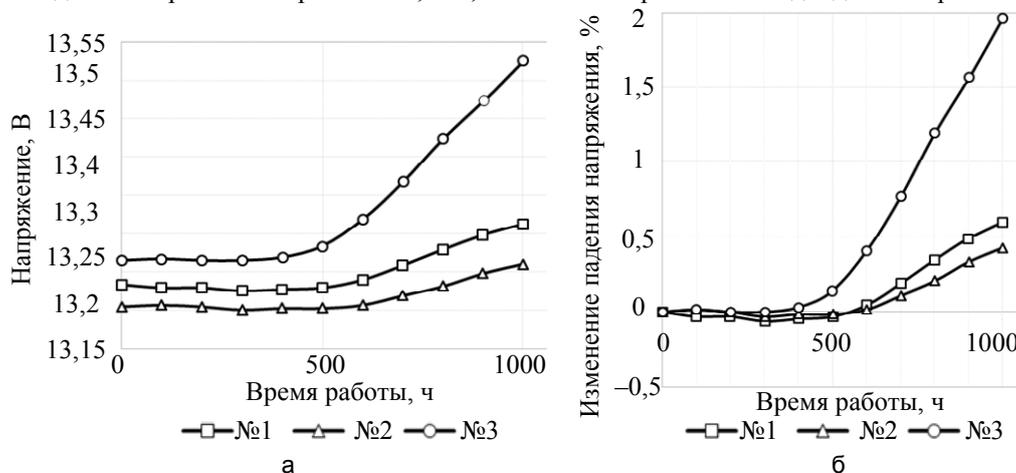


Рис. 3. Результаты измерений электрических характеристик светодиодных сборок: падение напряжения на светодиодных сборках групп №1 (16 чипов в сборке), № 2 (20 чипов в сборке), № 3 (24 чипа в сборке) за 1000 часов работы устройств (а); изменение падение напряжения, выраженное в % (б)

Наибольшее увеличение напряжения среди рассмотренных групп отмечено на образцах группы № 3: изменение напряжения составило 2%, в то время как на образцах групп № 1 и № 2 оно оказалось на уровне 0,5%. Мы предполагаем, что такое изменение напряжения связано с изменением свойств материалов чипов за счет увеличенного тепловыделения, обусловленного наличием большего количества чипов на одинаковой площади. Увеличение напряжения может быть связано с флуктуацией ширины запрещенной зоны, характерной для нитридов, высокоомности *p*-слоя и паразитного падения напряжения в буферных слоях *n*-типа, отмеченных в работах [10, 11], а также с увеличением числа дефектов в полупроводниковом чипе [12]. В работе [13] приведены данные об изменении электрических и оптических свойств InGaN/GaN светодиодов, изготовленных с использованием серебряного зеркала, при повышенной температуре и токовой нагрузке. Увеличение падения напряжения обуславливается увеличением паразитного сопротивления.

#### Изменение оптических характеристик светодиодных сборок «чип на плате»

На рис. 4, а, представлено изменение мощности излучения светодиодных сборок за 1000 часов работы устройств. Наблюдается уменьшение мощности излучения, связанное с изменением оптических свойств полимера, деградацией материала чипа, выраженной в уменьшении числа актов излучательной рекомбинации, а также с изменением свойств отражающего покрытия (серебро-никель). Спектр излучения светодиодных сборок представлен на рис. 4, б. Пиковая длина волны в рассмотренных группах светодиодных сборок не изменилась за 1000 часов работы устройств и составила 376 нм.

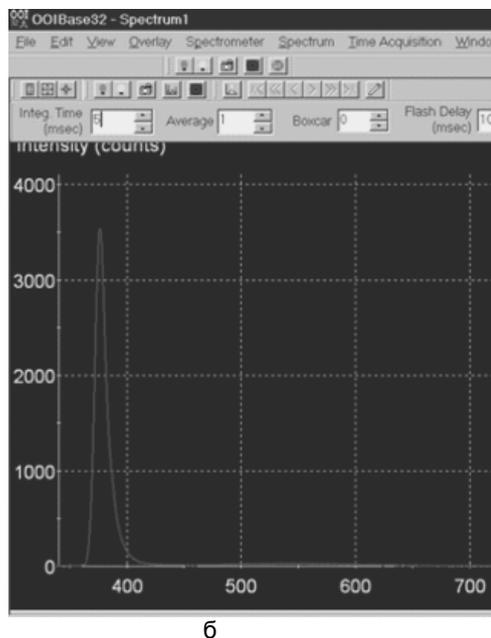
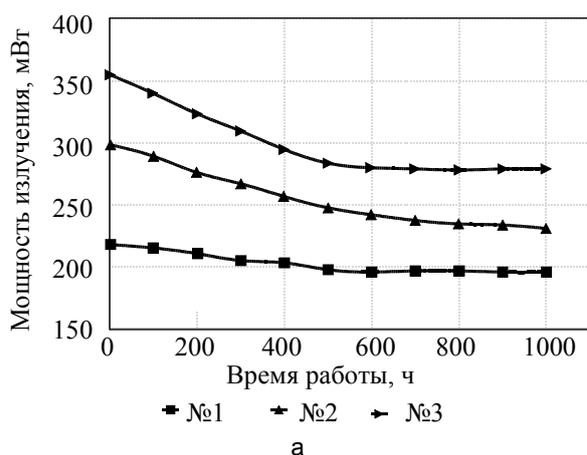


Рис. 4. Результаты измерений оптических характеристик светодиодных сборок: мощность излучения светодиодных сборок групп №1 (16 чипов в сборке), № 2 (20 чипов в сборке), № 3 (24 чипа в сборке) за 1000 часов работы устройств (а); спектр излучения светодиодных сборок (б). По горизонтали – длина волны в нм

На рис. 5 показано, как изменялся коэффициент преобразования мощности потребления в мощность излучения в рассматриваемых группах устройств. Для групп № 2 и № 3 характерно изменение КПД на 5% за 1000 часов работы, в то время как образцы из группы № 1 продемонстрировали лишь 2% снижение КПД. Примечательно и другое: образцы из группы № 1, ультрафиолетовые светодиодные сборки в которых содержат 16 чипов, в начальный момент времени тестирования показали лишь 20,5% КПД, тогда как группа № 2 (20 чипов в сборке) и группа № 3 (24 чипа в сборке) – значение ~22,5%. Однако через 1000 работ устройств КПД светодиодных сборок группы № 1 оказалось выше КПД образцов из групп № 2 и № 3 и составило 18,5% против ~17,5%.

Таким образом, можно сделать вывод о возможности использования различных конструкций светодиодных сборок в течение длительного времени работы: в случае, если наиболее важным параметром является сохранение КПД устройства в течение длительного времени работы, то преимущество в выборе стоит отдать менее мощной конструкции, однако, если важна и мощность излучения, рекомендуется выбрать конструкцию более мощной светодиодной сборки, обеспечив при этом нормальный тепловой режим эксплуатации.

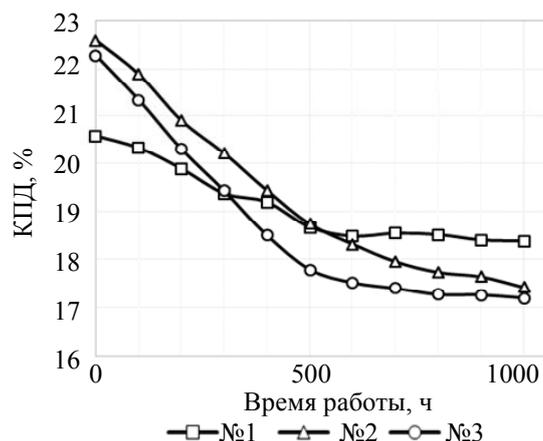


Рис. 5. Изменение коэффициента преобразования мощности потребления в мощность излучения для образцов светодиодных сборок, содержащих различное количество чипов: № 1 (16 чипов в сборке), № 2 (20 чипов в сборке), № 3 (24 чипа в сборке)

### Заключение

Представлены результаты изменений оптических и электрических характеристик ультрафиолетовых светодиодных сборок различных конструкций, выполненных по технологии «чип на плате», работающих длительно на постоянном токе. Показано, что увеличение числа чипов при поддержании номинального значения тока, протекающего через чип, приводит к увеличенной деградации оптических и электрических характеристик. В частности, продемонстрировано, что в светодиодных сборках, конструкция которых содержала 24 чипа, за 1000 часов работы устройств на постоянном токе падение напряжения увеличилось на 2%, коэффициент преобразования электрической энергии в мощность излучения снизился на 5%, что выразилось в уменьшении мощности излучения по сравнению с начальным уровнем на 75 мВт, в то время как в устройствах, содержащих 16 чипов, значения перечисленных характеристик составили 0,5%, 2%, 22 мВт.

Работа выполнена в рамках федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007–2013 годы» при выполнении ГК №12.527.12.5002 по теме: «Разработка опытно-промышленной технологии мощных светодиодных сборок «чип на плате», излучающих в УФ диапазоне, на основе нитридных полупроводниковых материалов».

### Литература

1. Николаев В.И., Романов А.Е., Черенков А.Е., Калашников Е.В., Meyer V. Методы нанотехнологии в формировании совершенных толстых пленок нитрида галлия большой площади // Сборник тезисов докладов 8-ой Всероссийской конференции «Нитриды галлия, индия и алюминия – структуры и приборы». – СПб, 2011. – С. 63–65 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://nitrides-conf.ioffe.ru/abstracts/III-N\\_2011.pdf](http://nitrides-conf.ioffe.ru/abstracts/III-N_2011.pdf), свободный. Яз. рус. (дата обращения 02.02.2013).
2. Lang T., Odnoblyudov M.A., Bougrov V.E., Suihkonen S., Svensk O., Törmä P.T., Sopanen M., Lipsanen H. Reduction of threading dislocation density in  $Al_{0.12}Ga_{0.88}N$  epilayers by a multistep technique // Journal of Crystal Growth. – 2007. – V. 298. – P. 276–280.
3. Lang T., Odnoblyudov M.A., Bougrov V.E., Romanov A.E., Suihkonen S., Sopanen M., Lipsanen H. Multistep method of threading dislocation density reduction in MOCVD grown GaN epilayers // Physica Status Solidi (a). – 2006. – V. 203. – № 10. – P. R76–R78.
4. Мынбаева М., Ситникова А., Николаев А., Виноградова К., Мынбаев К., Николаев В. Self-organized defect control during GaN homoepitaxial growth on nanostructured substrates // Phys. Status Solidi C. – 2013. – V. 10. – № 3. – P. 366–368.
5. Romanov A.E., Young E.C., Wu F., Tyagi A., Galliant C.S., Nakamura S., DenBaars S.P., Speck J.S. Basal plane misfit dislocations and stress relaxation in III-nitride semipolar heteroepitaxy // J. Appl. Phys. – 2011. – V. 109. – P. 103522.
6. Grandusky J.R., Gibb S.R., Mendrick M.C., Moe C., Wraback M., Schowalter L.J. High Output Power from 260 nm Pseudomorphic Ultraviolet Light-Emitting Diodes with Improved Thermal Performance // Appl. Phys. Expr. – 2011. – V. 4. – P. 081101.
7. Kneissl M., Kolbe T., Chua C., Kueller V., Lobo N., Stellmach J., Knauer A., Rodriguez H., Einfeldt S., Yang Z., Johnson N.M., Weyers M. Advances in group III-nitride-based deep UV light-emitting diode technology // Semicond. Sci. Technol. – 2011. – V. 26. – P. 014036.

8. Бугров В.Е. Физические основы оптимизации нитридных полупроводниковых гетероструктур для их применения в высокоэффективных светодиодных устройствах. Дис. ... д.ф.-м.н. – СПб: Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе, 2013. – 309 с.
9. Vinogradova K.A., Lipnitskaya S.N., Mynbaev K.D., Bougrov V.E., Kovsh A.R., Odnoblyudov M.A., Nikolaev V.I., Romanov A.E. Optimization of light extraction from power led chip-on-board modules emitting in ultraviolet range of spectrum // Materials Physics and Mechanics. – 2013. – V. 12. – № 2. – P. 111–119.
10. Шуберт Ф.Е. Светодиоды. – М.: Физматлит, 2008. – 497 с.
11. Törmä P.T., Svensk O., Ali M., Suihkonen S., Sopanen M., Odnoblyudov M.A., Bougrov V.E. Maskless roughening of sapphire substrates for enhanced light extraction of nitride based blue LEDs // Sol. State Electron. – 2009. – V. 53. – № 2. – P. 166–169.
12. Hu J., Yang L., Shin M.-W. Electrical, optical and thermal degradation of high power GaN/InGaN light emitting diodes // J. Phys. D: Applied Physics. – 2008. – V. 41. – № 3. – P. 035107.
13. Moon S.-M., Kwak J.S. High-current electro-optical degradation of InGaN/GaN light-emitting diodes fabricated with Ag-based reflectors // Journal of Korean Physical Society. – 2009. – V. 55. – № 3. – P. 1128–1131.

**Виноградова Ксения Анатольевна** – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, ведущий инженер; Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, аспирант; K.Vinogradova@mail.ioffe.ru

**Середова Наталья Владимировна** – ООО «Совершенные кристаллы», инженер; Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, научный сотрудник; кандидат физ.-мат. наук, natasha.seredova@mail.ru

УДК 681.5

СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ГИДРОПРИВОДОМ С КОМПЕНСАЦИЕЙ СТАТИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ<sup>1</sup>

А.А. Лосенков, С.В. Арановский

Для решения задачи управления положением гидропривода при слежении за линейной траекторией предложен релейно-пропорциональный закон управления, дополненный компенсацией статической нелинейности гидроусилителя. Для предложенного закона управления показана устойчивость замкнутой системы. Экспериментальные исследования, проведенные на лабораторном прототипе крана-манипулятора, применяющегося в лесозаготовительной технике, иллюстрируют достигнутую высокую точность слежения.

**Ключевые слова:** гидропривод, релейное управление, компенсация нелинейности.

## Введение

Системы гидропривода и устройства на его основе нашли широкое применение в различных отраслях промышленности, в горнодобывающей, лесозаготовительной, строительной технике. К преимуществам гидропривода относится высокая развиваемая мощность на единицу массы – масса гидропривода на порядок меньше массы электрической машины той же мощности. При этом большинство гидроприводов, используемых в различных машинах, являются неавтоматизированными, с ручным управлением. Одной из причин малой распространенности систем автоматического управления гидроприводами является существенная нелинейность протекающих в них процессов. Часто при анализе систем управления используют аппроксимацию нелинейной динамики линейной [1] или гибридно-линейной [2] моделью, а также прибегают к линеаризации обратной связью [3], требующей точного и редко достижимого на практике знания параметров системы. Пример построения адаптивной системы управления может быть найден, например, в работе [4], где параметрическая неопределенность компенсируется автоматической подстройкой параметров регулятора. Альтернативным подходом к построению регулятора в условиях параметрической и структурной неопределенностей является робастное управление, в частности, управление с переключающейся структурой, также известное как релейное [5]. При этом практическое использование релейного управления неизбежно связано с ограничениями, накладываемыми исполнительными механизмами [6]. В системах гидропривода таким ограничением является нелинейная характеристика гидрораспределителя, включающая в себя мертвую зону.

В настоящей работе предложен расширенный релейно-пропорциональный закон управления положением гидропривода, включающий в себя компенсацию статической нелинейности гидроусилителя, что позволяет снизить амплитуду нежелательных осцилляций и существенно повысить точность слежения. Основным режимом работы гидропривода считается слежение за линейной траекторией с известной постоянной скоростью. В качестве объекта управления рассматривается гидропривод телескопического звена крана, применяемого в лесозаготовительной технике для захвата и транспортировки стволов деревьев. Все описанные в работе эксперименты осуществлялись на лабораторном прототипе такого крана масштабом в две трети.

## Математическая модель гидропривода с золотниковым гидрораспределителем

Схема гидравлического цилиндра с золотниковым распределителем представлена на рис. 1. Гидропривод функционирует следующим образом. На соленоид гидрораспределителя (не показан на рисунке) подается входной (управляющий) сигнал  $i(t)$ . Создаваемая электромагнитная сила приводит к смещению золотника  $x_s(t)$  и соответственно к открытию рабочего окна гидрораспределителя площадью  $S_{sp}(x_s)$ . В зависимости от направления движения золотника образовавшееся окно соединяет либо камеру А (давление  $P_a$ ) с насосом (давление  $P_s$ ), а камеру В (давление  $P_b$ ) с резервуаром (давление  $P_r$ ), либо наоборот, камеру А с резервуаром, а камеру В с насосом. Из-за образовавшейся разницы давлений в цилиндре возникает гидравлическая сила, которая приводит в движение поршень. Традиционно за положительное направление принимается выдвигание поршня из цилиндра, а за отрицательное – втягивание.

<sup>1</sup> Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, соглашение 14.В37.21.0778 «Разработка методов построения и настройки систем управления, а также функциональной автоматизации многозвенных гидравлических кранов на подвижных платформах (ГКПП) для лесозаготовительной промышленности».

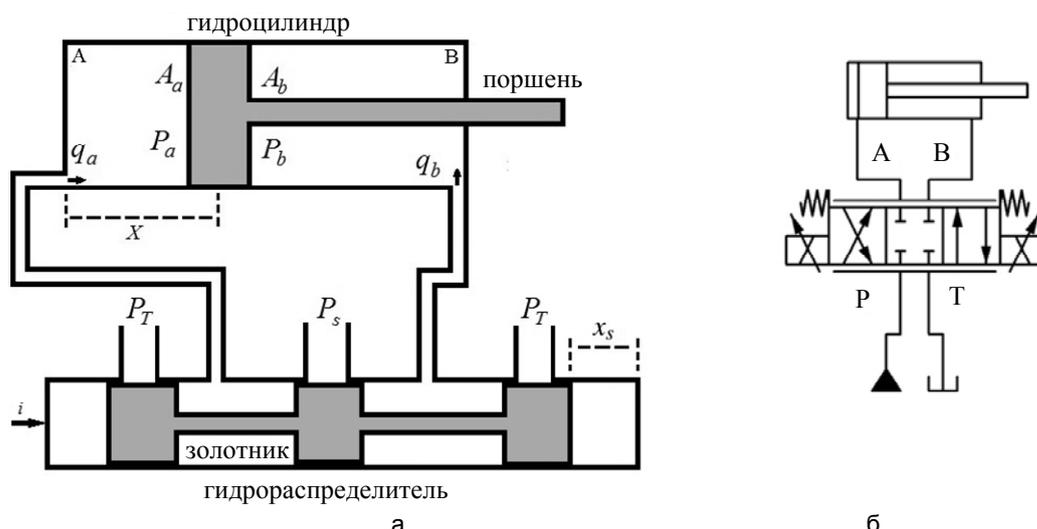


Рис. 1. Схема гидравлического цилиндра с золотниковым распределителем (а) и соответствующее символическое обозначение (б): P – источник давления (насос); T – резервуар

Нелинейная динамическая модель гидроусилителя была подробно рассмотрена в работе [7], а в работе [8] был предложен метод идентификации ее параметров. В то же время в рассматриваемых в работе приводах лесозаготовительных машин динамические процессы, протекающие в гидроусилителе, существенно превосходят по быстродействию процессы, протекающие непосредственно в гидроцилиндре. Соответственно, динамикой гидроусилителя можно пренебречь и представить математическую модель гидроусилителя [7] как статическую нелинейную зависимость между током, протекающим через соленоид, и условной площадью рабочего окна  $S(i) = S_{sp}(x_s(i)) \text{sign}(x_s(i))$ , где  $\text{sign}(\cdot)$  – функция знака, доопределенная в нуле нулем. Тогда абсолютная величина  $S$  равна непосредственно площади рабочего окна  $S_{sp}$ , а знак  $S$  определяет направление потоков. В результате математическая модель гидроусилителя задается статической зависимостью

$$S = f_s(i), \quad (1)$$

где конкретная форма функции  $f_s(\cdot)$  зависит от геометрии золотника и, как правило, включает в себя мертвую зону и насыщение.

Протекающие в гидроцилиндре процессы описываются алгебраическими уравнениями потоков, динамическими уравнениями давлений в камерах цилиндра и динамическими уравнениями движения поршня. Потоки между цилиндром и усилителем описываются следующими выражениями:

$$\begin{cases} q_a = cS(i) \text{sign}(P_s - P_a) \sqrt{|P_s - P_a|} \\ q_b = cS(i) \text{sign}(P_t - P_b) \sqrt{|P_t - P_b|} \end{cases} \text{ при } S(i) > 0, \\ \begin{cases} q_a = c|S(i)| \text{sign}(P_t - P_a) \sqrt{|P_t - P_a|} \\ q_b = c|S(i)| \text{sign}(P_s - P_b) \sqrt{|P_s - P_b|} \end{cases} \text{ при } S(i) < 0, \end{cases} \quad (2)$$

где  $q_a$  – поток от гидроусилителя в камеру A;  $q_b$  – поток от гидроусилителя в камеру B;  $c > 0$  – постоянный коэффициент, зависящий от физических параметров гидроусилителя и рабочей жидкости. Потоки  $q_a$  и  $q_b$  положительны, если жидкость движется от гидроусилителя к цилиндру, и отрицательны в противном случае. Изменение давлений в цилиндре описывается следующими динамическими соотношениями:

$$\begin{aligned} \dot{P}_a &= \frac{\beta}{V_{a0} + XA_a} (q_a - \dot{X}A_a), \\ \dot{P}_b &= \frac{\beta}{V_{b0} - XA_b} (q_b + \dot{X}A_b), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\beta$  – модуль объемного сжатия рабочей жидкости;  $X$  – смещение поршня относительно положения, принятого за нулевое;  $V_{a0}, V_{b0}$  – объемы камер A и B соответственно при нулевом смещении поршня;  $A_a, A_b$  – площади поршня со сторон камер A и B соответственно. Движение поршня описывается следующими выражениями:

$$F_{hydr} = P_a A_a - P_b A_b, \quad (4)$$

$$m\ddot{X} = F_{hydr} - F_{вн},$$

где  $F_{hydr}$  – гидравлическая сила, создаваемая давлениями в камерах цилиндра;  $m$  – суммарная масса подвижной части поршня и нагрузки;  $F_{вн}$  – совокупная внешняя сила, включающая в себя силу тяжести и силу трения.

Будем полагать, что нагрузка гидропривода не меняется в ходе работы и, следовательно, силы тяжести и трения можно считать постоянными,  $F_{вн} = \text{const}$ . Анализируя уравнения движения (2)–(4), можно показать, что при постоянной внешней силе и постоянном входном воздействии система асимптотически стремится к положению динамического равновесия, которому соответствует движение с постоянной скоростью,  $\ddot{X} = 0$ , причем установившаяся скорость движения пропорциональна площади рабочего окна золотника и совпадает по знаку со знаком смещения золотника  $x_s(t)$ :

$$\dot{X}_\infty = a \cdot S_{sp}(x_s) \text{sign}(x_s) = a \cdot S(i), \quad (5)$$

где  $a > 0$  – коэффициент пропорциональности, а  $\dot{X}_\infty = \dot{X}(t)$  при  $t \rightarrow \infty$  – установившаяся скорость движения поршня. Как правило, условная площадь (1) не доступна прямому измерению, измеряются только входной ток и положение поршня. Тогда, с учетом (1), можно переписать (5) как

$$\dot{X}_\infty = a \cdot f_s(i) = f_a(i). \quad (6)$$

Функция  $f_a(i)$  описывает статическую нелинейную зависимость между постоянным значением входного тока и установившейся скоростью движения и может быть определена экспериментально [8]. На рис. 2 приведена кривая  $f_a(i)$ , соответствующая рассматриваемому в работе гидроприводу. По оси абсцисс отложен входной ток, нормализованный к диапазону от  $-1$  до  $1$ , а по оси ординат – скорость движения поршня.

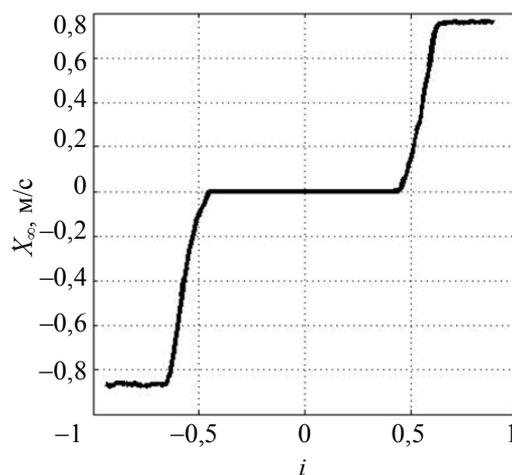


Рис. 2. Функция  $f_a(i)$ , описывающая статическую зависимость между установившейся скоростью движения поршня и током. Функция содержит мертвую зону и насыщение. Ток  $i$  указан в нормализованных единицах, установившаяся скорость движения  $\dot{X}_\infty$  в м/с

Предполагая, что практическая относительная степень системы [9] может быть оценена как единица, модель гидропривода может быть представлена в виде

$$\dot{X}(t) = f_a(i) - \eta(t, i, F_{вн}, \dot{X}, X, P_a, P_b), \quad (7)$$

где  $f_a(i)$  определяет установившееся значение, а  $\eta(t, i, F_{вн}, \dot{X}, X, P_a, P_b)$  описывает асимптотически затухающий переходный процесс, причем в силу технического смысла данная функция является ограниченной в пределах рабочих режимов гидропривода,  $|\eta(\cdot)| \leq \eta_0$ , где значение  $\eta_0$  может быть оценено экспериментально.

### Построение закона управления

Для обеспечения низкой чувствительности системы управления к возможным возмущениям и неучтенной динамике будем строить закон управления как релейно-пропорциональный. Хорошо известно, что наличие у объекта управления мертвой зоны при использовании релейных законов управления мо-

жет привести к нежелательным осцилляциям сигнала управления, которые отрицательно сказываются на качестве работы системы. Для снижения нежелательного эффекта дополним закон управления статической компенсацией нелинейности гидроусилителя. Введем в рассмотрение функцию  $\psi(\cdot)$  такую, что

$$f_a(\psi(v)) = v. \quad (8)$$

Такая функция может быть легко найдена, например, путем численной аппроксимации кривой (6), ее обращения в диапазоне  $[\min(\dot{X}_\infty), 0) \cup (0, \max(\dot{X}_\infty)]$  и доопределения в нуле нулем. Такое обращение возможно, так как функция (1) на интервалах между насыщением и мертвой зоной является монотонной.

Желаемая траектория движения задается как движение с известной постоянной скоростью:

$$X^*(t) = V^*t + X^*(0).$$

Сформируем сигнал ошибки  $e(t) = X^*(t) - X(t)$ . Тогда релейно-пропорциональный закон управления с компенсацией статической нелинейности примет вид

$$\begin{aligned} i(t) &= \psi(v(t)), \\ v(t) &= V^* + k_1 e(t) + k_0 \text{sign}(e(t)), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $k_0 > 0, k_1 > 0$  – настраиваемые параметры. Сигнал  $v(t)$  имеет смысл виртуального управления, т.е. такого управления, которое могло бы быть применено, если бы объект не обладал статической нелинейностью. Для анализа поведения замкнутой системы введем в рассмотрение функцию Ляпунова вида  $W(e) = e^2/2$ . С учетом (7) производная по времени от сигнала ошибки может быть найдена как

$$\dot{e} = V^* - \dot{X} = V^* - f_a(i) + \eta(t, i, F_{\text{вн}}, \dot{X}, X, P_a, P_b).$$

Подставляя (9), с учетом (8) получим

$$\dot{e} = V^* - v + \eta(\cdot) = -k_1 e - k_0 \text{sign}(e) + \eta(\cdot).$$

Тогда производная по времени от функции Ляпунова равна

$$\dot{W}(e) = e\dot{e} = -k_1 e^2 - (k_0 \text{sign}(e) - \eta(\cdot))e.$$

При выборе настраиваемого параметра  $k_0 \geq \eta_0$  обеспечивается  $\dot{W}(e) < 0 \forall e \neq 0$  и  $\dot{W}(e) = 0$  при  $e = 0$ , и, следовательно, положение  $e = 0$  является устойчивым.

### Результаты эксперимента

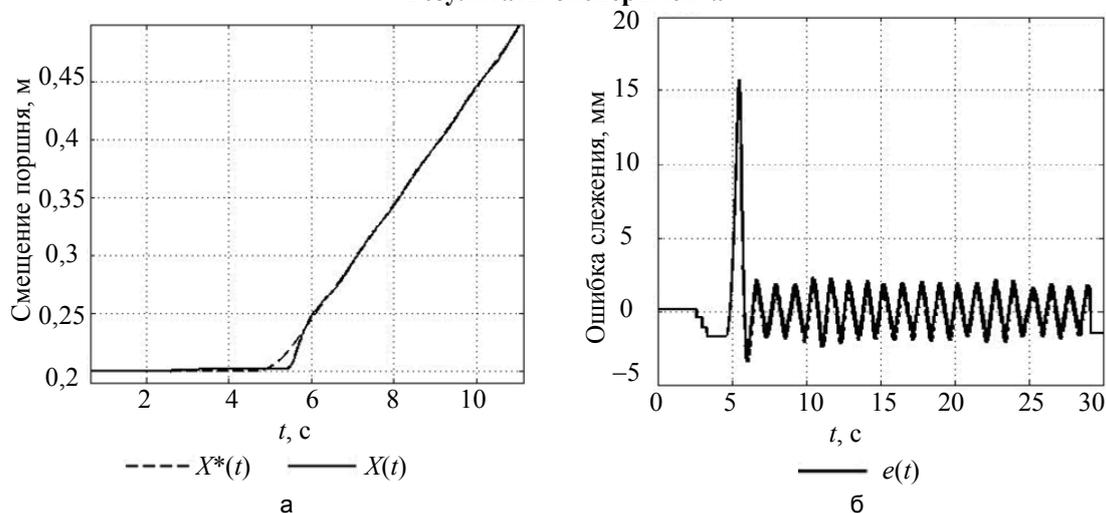


Рис. 3. Результаты эксперимента на лабораторном прототипе гидравлического крана. Слежение за траекторией с постоянной скоростью 5 см/с (а) и сигнал ошибки (б)

Экспериментальные исследования проводились на телескопическом звене лабораторного прототипа гидравлического крана, применяющегося в лесозаготовительной промышленности<sup>2</sup>. Желаемая траектория была сформирована как движение с постоянной скоростью 5 см/с, а закон управления был выбран в соответствии с (9). На рис. 3 приведены результаты эксперимента – как траектория движения, так и ошибка слежения.

<sup>2</sup> Авторы благодарят департамент прикладной физики и электроники Университета Умео, г. Умео, Швеция, за предоставленное для проведения экспериментов оборудование.

Система обрабатывает движение с постоянной скоростью с ошибкой слежения, не превышающей 2 мм, что является очень хорошим точностным показателем для такого класса объектов. В то же время в сигнале ошибки наблюдаются малоамплитудные незатухающие колебания. Предположительно, они связаны с аппроксимацией объекта моделью (7) с единичной практической относительной степенью и с пренебрежением динамикой гидроусилителя.

#### **Заключение**

В работе рассмотрена задача построения системы управления положением гидропривода. Рассмотрена математическая модель гидропривода, предложена ее упрощенная аппроксимация, включающая замену динамики гидроусилителя статической нелинейной характеристикой. Для полученной аппроксимации построен релейно-пропорциональный закон управления с компенсацией статической нелинейности гидроусилителя. Результаты эксперимента показывают работоспособность предложенной схемы и высокую точность слежения. Дальнейшие исследования могут быть направлены на построение релейных законов управления более высокого порядка, применимых для объектов с практической передаточной степенью выше единицы, что позволит избежать незатухающих колебаний в сигнале ошибки.

#### **Литература**

1. Боровин Г.К., Костюк А.В., Сит Д., Ястребов В.В. Моделирование гидравлической системы экзоскелетона // Математическое моделирование. – 2006. – Т. 18. – № 10. – С. 39–54.
2. Колюбин С.А., Ефимов Д.В., Никифоров В.О., Бобцов А.А. Управление нелинейными системами на основе гибридных моделей с адаптацией // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2012. – № 3 (79). – С. 64–67.
3. Sohl G.A., Bobrow J.E. Experiments and simulations on the nonlinear control of a hydraulic servosystem // IEEE Trans. Control Syst. Technol. – 1999. – V. 7. – P. 238–247.
4. Yanada H., Furuta K. Adaptive control of an electrohydraulic servo system utilizing online estimate of its natural frequency // Mechatronics. – 2007. – V. 17. – P. 337–343.
5. Уткин В. Скользящие режимы в системах с переменной структурой. – М.: Наука, 1974. – 272 с.
6. Кочетков С.А., Уткин В.А. Компенсация неустранимых неидеальностей исполнительных устройств // Автоматика и телемеханика. – 2010. – № 5. – С. 21–47.
7. Арановский С.В., Фрейдович Л.Б., Никифорова Л.В., Лосенков А.А. Моделирование и идентификация динамики золотникового гидрораспределителя, часть I. Моделирование // Изв. вузов. Приборостроение. – 2013. – Т. 56. – № 4. – С. 52–57.
8. Арановский С.В., Фрейдович Л.Б., Никифорова Л.В., Лосенков А.А. Моделирование и идентификация динамики золотникового гидрораспределителя, часть II. Идентификация // Изв. вузов. Приборостроение. – 2013. – Т. 56. – № 4. – С. 57–61.
9. Levant A. Practical relative degree in black-box control // Proc. IEEE Conf. Decision and Control. – 2012. – P. 7101–7106.

*Лосенков Андрей Андреевич*

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, студент, alosenkov@yandex.ru

*Арановский Станислав Владимирович*

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, s.aranovskiy@gmail.com

**УДК 531.396**

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И АЛГОРИТМ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ МНОГОЗВЕННОЙ ОПТИКО-МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ**

**А.В. Демин, И.А. Ковалев**

Рассмотрены особенности построения математических моделей сложных пространственных многозвенных механических систем, положение центров тяжести звеньев которых относительно приборной системы координат определяются уравнениями движения звеньев. Предложена математическая модель и алгоритм для имитационного моделирования подобной системы на примере корабельного визира.

**Ключевые слова:** математическая модель, многозвенная механическая система, имитационное моделирование, алгоритм компьютерного моделирования.

#### **Введение**

Современные механические системы, как правило, имеют сложную пространственную структуру. Важным этапом проектирования подобных систем является анализ движения компонентов данной механической системы с целью получения законов движения в рамках всей системы и формирования систе-

мы управления пространственным положением компонентов. Существующие методики позволяют элементарно анализировать связи внутри системы, но не позволяют анализировать всю совокупность элементов данной системы как одно целое. Требуется общая методика создания математических моделей произвольных пространственных механических систем. Такая методика должна быть универсальной и адаптируемой под любую пространственную конфигурацию механической системы. Математические модели, создаваемые с применением данной методики, должны отвечать следующим требованиям:

- достаточная полнота описания процессов, происходящих в системе;
- возможность моделирования как внешних, так и внутренних действующих сил;
- возможность динамического анализа параметров системы;
- возможность ввода ограничений как на пространственное положение объектов, так и на действующие силы;
- возможность ввода действующих сил как функций времени;
- возможность получения искомых параметров и зависимостей как функций времени.

Целью работы является формирование обобщенного принципа построения математической модели произвольной пространственной механической системы с последующим составлением универсальной методики построения математической модели механической системы. Данная методика позволяет быстро создать математическую модель произвольной механической системы для последующего анализа законов движения компонентов системы. Полученные законы движения могут быть применены как для определения конструктивных параметров механической системы, так и для формирования алгоритмов управления ею.

### **Построение математической модели произвольной механической системы**

Построение математической модели произвольной механической системы может быть выполнено на основе известных законов механики и представления их относительно обобщенных сил, определяемых через энергию системы и обобщенные координаты. Уравнения движения в этом случае имеют вид уравнений Лагранжа второго рода в векторно-матричной форме. Достоинством метода Лагранжа второго рода является его общность и единообразие построения уравнений. Однако форма представления уравнений является труднообозримой в плане пространственной ориентации системы и анализа ее составных частей, что немаловажно при имитационном моделировании [1–3]. В этой связи в целях упрощения построения процедуры составления уравнений применим понятие квазискоростей, т.е. проведем линеаризацию обобщенных скоростей. Такое упрощение позволяет составить математическую модель движения механической системы по ее отдельным частям в удобном для поэлементного анализа виде, что является одним из преимуществ имитационного моделирования.

В качестве исходных соотношений используем известные уравнения движения свободного тела в векторной форме:

$$\begin{cases} m_0 [\mathbf{W}_0 + \boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{r}_0 + \boldsymbol{\omega}_0 \times (\boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{r}_0)] = \mathbf{F}_0; \\ J_0 \boldsymbol{\omega}_0 + \boldsymbol{\omega}_0 \times (J_0 \boldsymbol{\omega}_0) + m_0 \mathbf{r}_0 \times \mathbf{W}_0 = \mathbf{M}_0; \\ \mathbf{W}_0 = \dot{\mathbf{V}}_0 + \boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{V}_0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $m_0$  и  $J_0$  – масса и тензор инерции тела, приведенные к началу связанной с телом системы координат  $X_0Y_0Z_0$ ;  $\mathbf{F}_0$  и  $\mathbf{M}_0$  – главные векторы внешних сил и моментов внешних сил, приложенных к телу, относительно системы координат  $X_0Y_0Z_0$ ;  $\boldsymbol{\omega}_0$  и  $\mathbf{V}_0$  – векторы угловой и линейной скоростей начала  $X_0Y_0Z_0$ ;  $\mathbf{r}_0$  – радиус-вектор центра масс тела.

Первое уравнение выражает теорему количества движения (уравнение движения центра масс). Второе уравнение выражает теорему количества движения относительно начала  $X_0Y_0Z_0$  (уравнение «вращения»).

Всякую механическую систему можно разложить на конечную совокупность твердых тел  $S_i (i = n, \dots, N; n = 0, 1, \dots)$ . При этом положение каждого тела  $S_i$  будем определять относительно тела  $S_{i-1}$  данной совокупности, а положение и движение тела  $S_0$  будем определять относительно инерциальной системы координат  $XYZ$ . Также предположим, что тело  $S_i$  может совершать движение относительно тела  $S_{i-1}$  только при воздействии вектора сил  $F_i^n$  от тела  $S_{i-1}$ . В этом случае при движении системы твердых тел положение центра инерции  $C_i$  не изменяется по отношению к полюсу  $O_i$ , связанному с телом  $S_i$  системы координат  $X_iY_iZ_i$ , но изменяется по отношению к полюсам систем координат с индексами, отличными от  $i$ . Положение центра инерции  $CO$  (системы отсчета) тела  $S_0$  относительно инерциальной системы координат  $XYZ$  может быть определено радиус-вектором

$$\mathbf{R}_{00} = \mathbf{R}_0 + \mathbf{R}_{CO}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{R}_0$  – радиус-вектор начала  $X_0Y_0Z_0$  относительно начала  $XYZ$ ;  $\mathbf{R}_{CO}$  – радиус-вектор центра масс тела  $S_0$  в  $X_0Y_0Z_0$ .

Положение центра инерции  $C_1$  тела  $S_1$  по отношению к  $XYZ$  и  $X_0Y_0Z_0$  равно

$$\mathbf{R}_{01} = \mathbf{R}_{00} + \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_{C1} = \mathbf{R}_0 + \mathbf{R}_{C0} + \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_{C1}. \quad (3)$$

Легко показать, что в общем случае

$$\begin{cases} \mathbf{R}_{on} = \sum_{i=0}^n (\mathbf{R}_i + \mathbf{R}_{ci}); \\ \mathbf{R}_{cn} = \mathbf{R}_{on} - \left[ \sum_{i=0}^{n-1} (\mathbf{R}_i + \mathbf{R}_{ci}) + \mathbf{R}_n \right]. \end{cases} \quad (4)$$

Для определения векторов скоростей центров инерции тела относительно соответствующих систем координат необходимо выполнить операцию дифференцирования по времени соответствующих проекций радиус-векторов на оси систем координат, т.е.

$$\begin{cases} \mathbf{V}_{00} = \mathbf{R}_{00} = \mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{R}_{c0}; \\ \mathbf{V}_{01} = \mathbf{R}_{01} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_1 + \boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{R}_1 + (\boldsymbol{\omega}_0 + \boldsymbol{\omega}_1) \mathbf{R}_{c1}; \\ \dots \\ \mathbf{V}_{0n} = \mathbf{R}_{0n}, \end{cases} \quad (5)$$

Также легко показать, что в общем случае

$$\mathbf{V}_{ij} = \dot{\mathbf{R}}_{ij} = \sum_{k=i}^j \left[ \mathbf{V}_k + \left( \sum_{l=m}^k \boldsymbol{\omega}_l - \boldsymbol{\omega}_k \right) \times \mathbf{R}_k + \boldsymbol{\omega}_k \times \mathbf{R}_{ck} \right], \quad (6)$$

где  $i = 0, 1, 2, \dots, N; j = n, n+1, \dots, N; \mathbf{V}_k = \mathbf{R}_k$  – вектор скорости полюса  $O_k$ , связанного с телом  $S_k$  системы координат  $X_k Y_k Z_k$ , по отношению к  $X_{k-1} Y_{k-1} Z_{k-1}$ , связанной с телом  $S_{k-1}$ .

Определение векторов ускорений центров инерции тел  $S_i$  относительно соответствующих систем координат аналогично. Можно показать, что в общем случае

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{ij} = \dot{\mathbf{V}}_{ij} = \ddot{\mathbf{R}}_{ij} = & \sum_{k=i}^j \left\{ \dot{\mathbf{V}}_k + 2 \left( \sum_{l=m}^k \boldsymbol{\omega}_l - \boldsymbol{\omega}_k \right) \times \mathbf{V}_k + \left( \sum_{l=m}^k \dot{\boldsymbol{\omega}}_l - \dot{\boldsymbol{\omega}}_k \right) \times \mathbf{R}_k + \right. \\ & + \left( \sum_{l=m}^k \boldsymbol{\omega}_l - \boldsymbol{\omega}_k \right) \times \left[ \left( \sum_{l=m}^k \boldsymbol{\omega}_l - \boldsymbol{\omega}_k \right) \times \mathbf{R}_k \right] + \left[ \left( \sum_{l=m}^k \boldsymbol{\omega}_l - \boldsymbol{\omega}_k \right) \times \boldsymbol{\omega}_k \right] \times \left( \sum_{l=m}^k \mathbf{R}_l - \mathbf{R}_k + \mathbf{R}_{ck} \right) + \\ & \left. + \left( \sum_{l=m}^k \dot{\boldsymbol{\omega}}_k \right) \times \left[ \left( \sum_{l=m}^k \boldsymbol{\omega}_k \right) \times \mathbf{R}_{cj} \right] \right\}, \end{aligned}$$

где  $\dot{\mathbf{V}}_{ik}$  – вектор ускорения полюса  $O_j$  системы координат  $X_j Y_j Z_j$ , связанной с телом  $S_j$ , по отношению к  $X_{j-1} Y_{j-1} Z_{j-1}$ , связанной с телом  $S_{j-1}$ , в проекциях на оси  $X_j Y_j Z_j$ .

Таким образом, методика построения математической модели механической системы состоит в следующем.

1. Определение количества движущихся частей и степеней свободы системы.
2. Составление векторной схемы системы.
3. Привязка подвижных частей системы к собственным системам координат, начало которых совпадает с вектором движения.
4. Определение положения нулевого звена относительно инерциальной системы координат.
5. Определение главных моментов и сил, действующих на систему со стороны внешней среды.
6. Составление векторных уравнений, определяющих положение центра инерции тел  $S_i$  относительно инерциальной системы координат.
7. Определение векторов скоростей центров инерции тел  $S_i$  относительно соответствующих систем координат методом дифференцирования по времени векторных уравнений положения центров инерции этих тел.
8. Составление уравнений векторов ускорений центров инерции тел  $S_i$  относительно соответствующих систем координат методом дифференцирования векторных уравнений скоростей движения этих тел.
9. Определение тензоров моментов инерции тел  $S_i$  и передач от двигателя к подвижному телу в соответствии с конструктивными данными.

В результате выполнения этой процедуры для всех тел, входящих в систему, можно получить уравнения движения системы в векторно-матричной или скалярной форме. При этом необходимо отметить, что тензор моментов инерции – это матрица  $3 \times 3$ , в которой диагональные элементы – это моменты инерции относительно ортогональных осей, а недиагональные – соответствующие центробежные моменты инерции; тензор передач – это матрица  $1 \times 3$  коэффициентов по координатным передач между двумя соседними ступенями.

Рассмотрим возможности предлагаемой методики на примере построения математической модели пространственной механической системы, которая может быть отнесена к классу детерминированных систем, а именно на примере корабельного визира, приведенного на рис. 1, с учетом его вращения вокруг

самого себя, углов крена, тангажа и рысканья, т.е. обеспечения инвариантности процесса визирования относительно качки корабля.

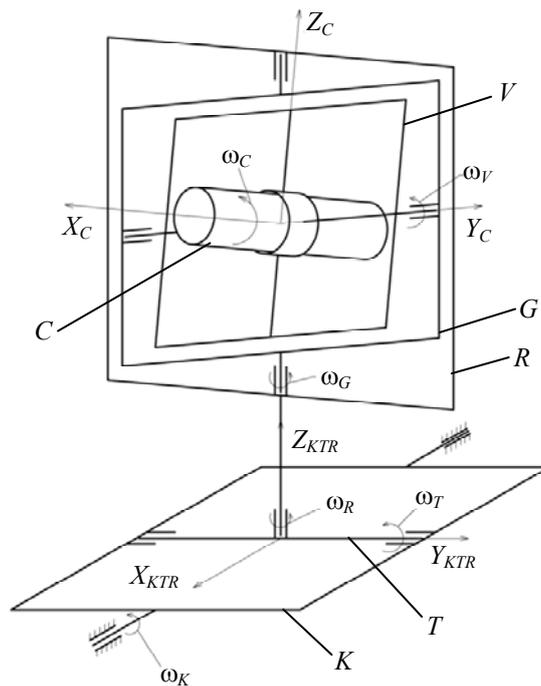


Рис. 1. Структурная схема корабельного визира

Инвариантность процесса визирования относительно качки палубы может быть представлена следующим соотношением [4]:

$$\begin{cases} \arctg [W \operatorname{tg}(i_j + \alpha_j)] - F(\alpha_j) = \arctg [W \operatorname{tg} i_j] + \delta; \\ \frac{W \times \dot{\alpha}_j}{1 + (W^2 - 1) [\sin(i_j + \alpha_j)]^2} - F(\dot{\alpha}_j) = \dot{\delta}; \\ \alpha_j = \sin(\alpha_j) \alpha_j(t). \end{cases}$$

В системе, приведенной на рис. 1, первые три звена –  $K, T, R$  – моделируют вращение судна относительно трех ортогональных осей таким образом, что  $\omega_K$  – угловая скорость разворота палубы по углу крена,  $\omega_T$  – угловая скорость разворота палубы по углу рысканья,  $\omega_R$  – угловая скорость разворота палубы по углу тангажа. Полюса этих звеньев совпадают и находятся в центре качения судна. Вторая тройка звеньев –  $G, V, C$  – моделируют вращение оптического прибора таким образом, что  $\omega_G$  – угловая скорость разворота оптического прибора по углу горизонта,  $\omega_V$  – угловая скорость разворота оптического прибора по углу вертикали,  $\omega_C$  – угловая скорость разворота оптического прибора по углу компенсации (компенсирует вращение плоскости изображения вокруг оптической оси прибора). Полюса этих звеньев в общем случае не совпадают, и их взаимное расположение определяется соответствующими радиус-векторами.

Таким образом, система содержит шесть подвижных звеньев, каждое из которых имеет по одной вращательной степени свободы. Вся система целиком имеет возможность линейного перемещения в пространстве со скоростью  $\mathbf{V}$ . В данном случае вектор скорости  $\mathbf{V}$  следует применить к первому звену  $K$ . Обозначив все необходимые векторы через соответствующие индексы, геометрический центр Земли – через  $O$ , а угловую скорость вращения Земли – через  $\omega_0$ , составим векторную схему системы, которая представлена на рис. 2 [5, 6].

В схеме положение каждого отдельного элемента можно описать системой уравнений, приведенной выше, при этом необходимо учитывать, что вращение первой тройки звеньев осуществляется внешними силами, в то время как вращение второй тройки звеньев осуществляется соответствующими приводами, каждый из которых имеет свои характеристики и влияющие на систему параметры, а связь между звеньями определяется векторами ускорений центров инерции данных звеньев относительно систем координат, связанных с соответствующими звеньями по формуле (7). Таким образом, в системе, состоящей из  $N$  компонентов, связь между компонентами можно описать матрицей  $N \times N$  векторов ускорений, которая выглядит следующим образом:

$$\begin{bmatrix} W_{KK} & W_{KT} & W_{KR} & W_{KG} & W_{KV} & W_{KC} \\ W_{TK} & W_{TT} & W_{TR} & W_{TG} & W_{TV} & W_{TC} \\ W_{RK} & W_{RT} & W_{RR} & W_{RG} & W_{RV} & W_{RC} \\ W_{GK} & W_{GT} & W_{GR} & W_{GG} & W_{GV} & W_{GC} \\ W_{VK} & W_{VT} & W_{VR} & W_{VG} & W_{VV} & W_{VC} \\ W_{CK} & W_{CT} & W_{CR} & W_{CG} & W_{CV} & W_{CC} \end{bmatrix}$$

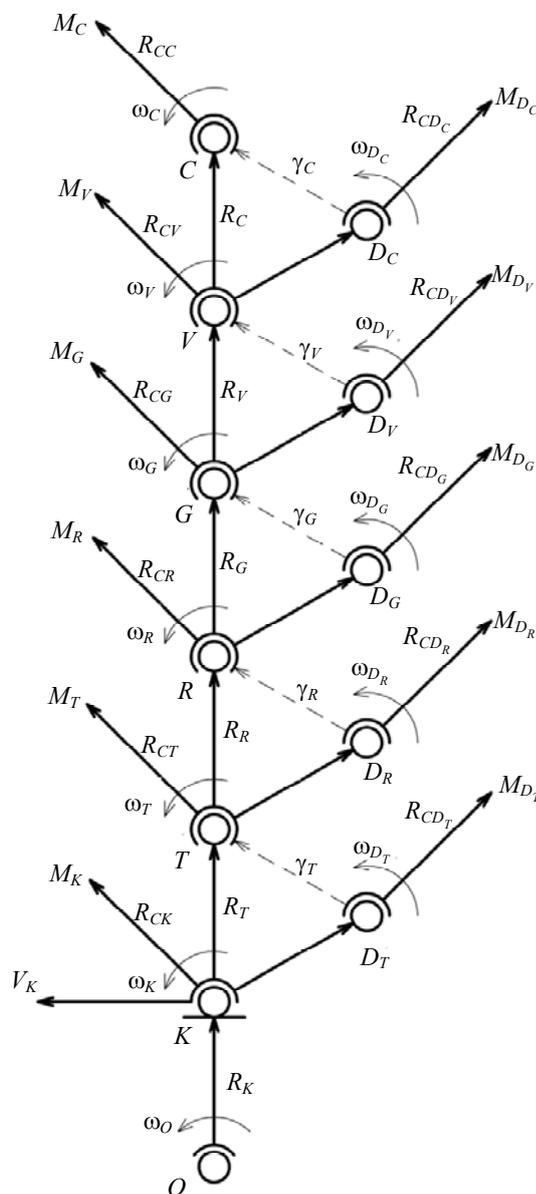


Рис. 2. Графо-векторная схема корабельного визира

Конечный вид математической модели будет зависеть от многих факторов, в том числе от количества звеньев цепи, наличия приводов в тех или иных соединениях, величин радиус-векторов, связывающих полюсы звеньев, наличия и вида дополнительных внешних сил и воздействий, а также наличия дополнительных степеней свободы компонентов.

Таким образом, полученная математическая модель довольно громоздка и сложна в вычислениях, но современная аппаратная база позволяет производить имитационное моделирование в реальном масштабе времени и в динамике в зависимости от всех рассмотренных в модели факторов. Целью имитационного моделирования многозвенной механической системы управления визиром является исследование влияния внешних возмущений на кинематику сопровождения цели визиром. Блок-схема имитационного моделирования визира, отражающая алгоритм моделирования в соответствии с формулами (1)–(7) модели, представлена на рис. 3.

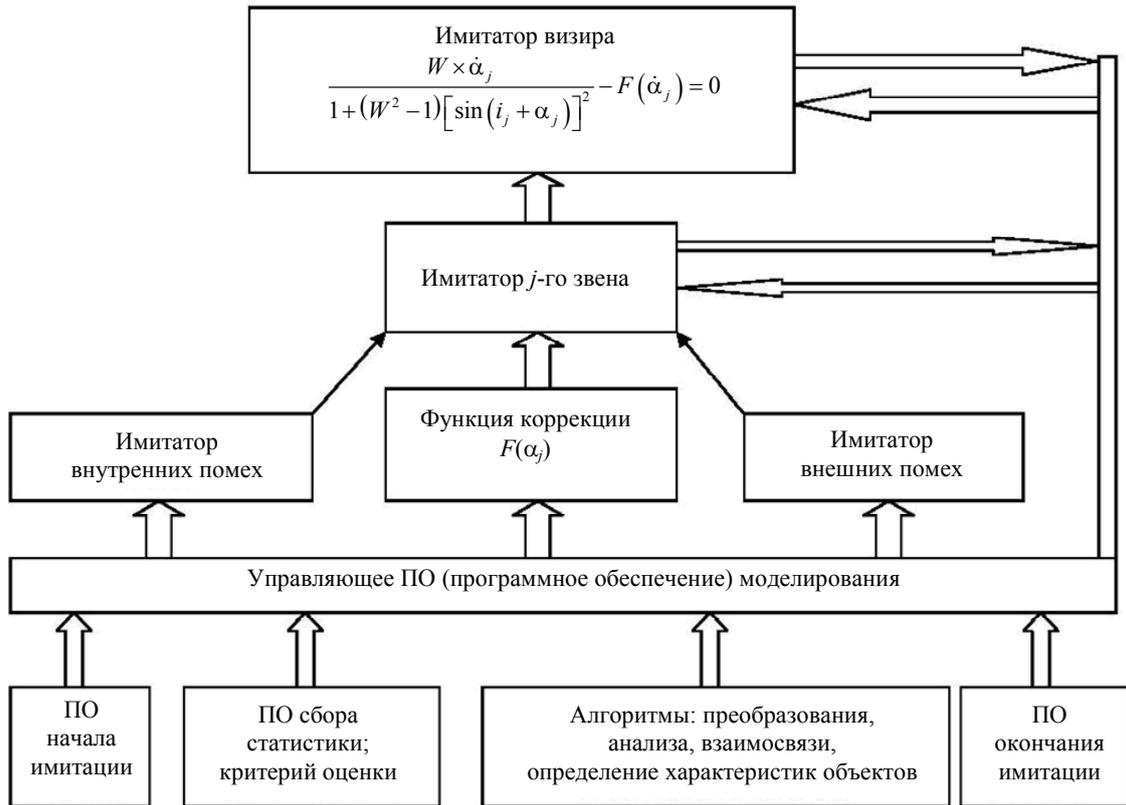


Рис. 3. Блок-схема имитационного моделирования пространственной многозвенной оптико-механической системы

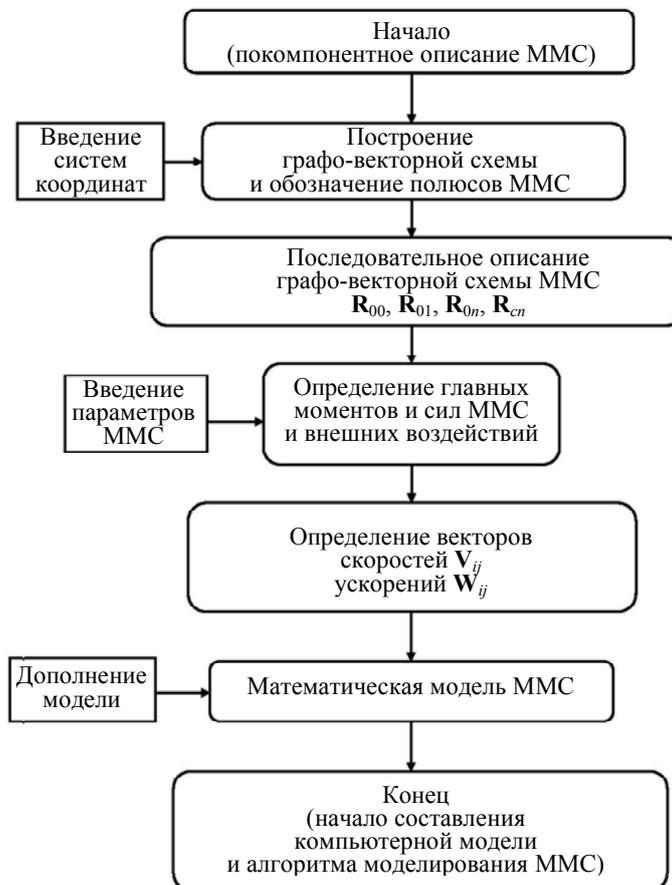


Рис. 4. Блок-схема алгоритма написания математической модели многозвенной механической системы

В соответствии с описанным выше способом построения математической модели можно составить алгоритм автоматизированного построения подобной математической модели. В целом процедура написания математической модели многозвенной механической системы есть последовательность выполнения операций, представленных в виде алгоритма (рис. 4).

#### **Заключение**

Рассмотрена методика построения математической модели произвольной пространственной механической системы и алгоритм ее имитационного моделирования. В основу положен метод построения векторной схемы системы, определяющий взаимосвязь между компонентами данной системы. Положение элементов в пространстве определяется уравнениями движения свободного тела в векторной форме. Применение метода продемонстрировано на примере корабельного визира.

#### **Литература**

1. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука. – М.: Мир, 1978. – 420 с.
2. Максимей И.В. Имитационное моделирование на ЭВМ. – М.: Радио и связь, 1988. – 232 с.
3. Демин А.В., Копорский Н.С. Имитационное моделирование информационно-измерительных и управляющих систем. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2007. – 139 с.
4. Демин А.В., Джаманбаев А.А. Стабилизация изображения в телескопических приборах // Оптический журнал. – 1995. – № 8. – С. 56–58.
5. Демин А.В., Григорьев А.А., Ющенко В.И., Константинов В.В. Математическая модель многоступенчатого разветвленного карданового подвеса // Материалы XIV межотраслевой научно-технической конференции памяти Н.И. Острякова. – Л.: ЦНИИ РУБМ, 1985. – 2 с.
6. Чемоданов Б.К., Данилов В.Л., Нефедов В.Д. Астроследящие системы. – М.: Машиностроение, 1977. – 304 с.

*Демин Анатолий Владимирович*

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой; ОАО «ЛОМО», начальник бюро; dav\_60@mail.ru

*Ковалев Иван Александрович*

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант; ОАО «ЛОМО», инженер-конструктор; smith\_17@bk.ru

УДК (517.958+539.3):004.45

**НЕЛИНЕЙНАЯ СИСТЕМА МАСС-С-ПРУЖИНКАМИ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ БОЛЬШИХ ДЕФОРМАЦИЙ МЯГКИХ ТКАНЕЙ**

С.Н. Николаев

Описывается операция помещения имплантата под мягкие ткани. Показывается, что в такой операции ткани могут достигать растяжений, при которых проявляются нелинейные свойства. Разрабатывается модификация модели масс-с-пружинками, позволяющая моделировать нелинейную деформацию растяжения. Описывается подход к построению модуля упругости с помощью сплайнов. Моделирование коэффициента Пуассона производится за счет различных жесткостей для различных типов пружин в кубической решетке. Для определения значений жесткостей решается система уравнений, описывающая растяжение материала. Модель проверяется с помощью эксперимента по растяжению квадратного образца материала. Тестирование показывает, что величина растяжения под действием различных внешних сил совпадает с задаваемым нелинейным модулем упругости. Также коэффициент Пуассона моделируется с погрешностью не более 35%, что лучше результатов для имеющегося способа моделирования коэффициента.

**Ключевые слова:** модель масс-с-пружинками, растяжение материала, нелинейный модуль упругости, коэффициент Пуассона, графики мягких тканей.

**Введение**

Современная медицина стремительно движется вперед. Совершенствуются техника, материалы и процессы, что позволяет врачам проводить более качественные и безопасные операции. Среди всех операций одной из наиболее популярных в наше время является помещение имплантата под мягкие ткани. Такие операции проводятся в эстетических и реконструктивных целях. Эстетический вариант используется для улучшения внешнего вида пациента, придания правильной симметрии его телу. В реконструктивном варианте используется эспандер, который позволяет выращивать донорские ткани. Сейчас хирурги проводят такие операции, используя только свой опыт. По этой причине возможность моделирования результата могла бы помочь хирургам для правильного выбора имплантата или расчета необходимого количества донорских тканей.

Модель конечных элементов является наиболее полной и качественной моделью для решения биомеханических задач. Однако врачам необходимо как можно быстрее увидеть результат заданной операции, поэтому одним из ключевых моментов также является скорость моделирования. Конечные элементы из-за использования сложных вычислений работают медленно. В связи с этим сейчас наряду с ними широкое распространение получает новая модель масс-с-пружинками [1], основным критерием которой является скорость вычислений. Эта модель уже была успешно использована для моделирования различных задач биомеханики сердца [2, 3], легких [3] и мышц [4].

При моделировании описанной выше операции имплантат помещается под мягкие ткани и растягивается вместе с ними [5]. При этом ткани испытывают деформации растяжения. Чтобы рассчитать максимальные размеры растяжений, будем описывать имплантат сверху полусферой (высоты различных имплантатов всегда меньше радиусов), а растягиваемые ткани снизу – плоскостью. Тогда площадь растягиваемой поверхности равна площади круга:

$$S_1 = \pi \times R,$$

где  $R$  – радиус имплантата. Площадь после растяжения будет равна площади полусферы:

$$S_2 = 2 \times \pi \times R.$$

Таким образом, относительное удлинение тканей может достигать величины 1,0. Известно, что при таких растяжениях мягкие ткани проявляют нелинейные свойства, которыми нельзя пренебрегать [6].

В обычной модели масс-с-пружинками используются линейные формулы пружин [1]. В ряде работ описано улучшение этой модели, в которой пружины представлены в виде полиномов второго и третьего порядков [2] или как кусочная линейная функция [7]. Однако формы нелинейного поведения тканей значительно сложнее описаний полиномов, а линейные функции приближают графики тканей лишь на границах секций. Также при растяжении ткани происходит ее сжатие в плоскости, перпендикулярной направлению растяжения, которое описывается коэффициентом Пуассона. Его моделируют с использованием генетического алгоритма [8] или аналитического подхода [9]. Для генетического алгоритма необходимо иметь различные измерения опытного образца, что не всегда бывает возможно. В аналитическом подходе для диагональных пружин используется формула сдвига, которая правомерна лишь для малых деформаций. Таким образом, необходим новый подход к моделированию нелинейной упругости и коэффициента Пуассона. Целью настоящей работы является разработка модификации модели масс-с-пружинками для моделирования растяжения тканей при величинах относительного удлинения от 0,0 до 1,0.

### Моделирование нелинейности

В модели масс-с-пружинками объект представляется как набор точек, описывающих массу и положение объекта, соединенных пружинами (рис. 1).

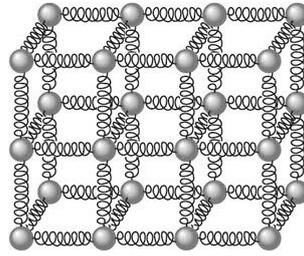


Рис. 1. Модель масс-с-пружинками

Формула, описывающая воздействие пружины, выглядит следующим образом:

$$f = k \times (|x_{12}| - l_{12}) \times \frac{x_{12}}{|x_{12}|}.$$

Здесь  $f$  – сила, действующая на одну из вершин, к которой пружина прикреплена (сила, действующая на вторую вершину, та же по величине, но противоположна по направлению);  $x_{12}$  – текущее расстояние между вершинами;  $l_{12}$  – начальная длина пружины;  $k$  – коэффициент жесткости пружины. Стоит отметить, что формулу для расчета пружин можно записать в другом виде:

$$f = Sq \times E \times \frac{\Delta L}{L},$$

где  $E$  – модуль Юнга;  $Sq$  – размер топологического элемента;  $L$  – начальная длина пружины;  $\Delta L$  – абсолютное удлинение пружины. Эта форма записи более предпочтительна, поскольку она справедлива для пружины любого размера. В нелинейном случае эта формула преобразуется в более общую:

$$f = Sq \times Ef \left( \frac{\Delta L}{L} \right),$$

где  $Ef$  – это некоторая функция, связывающая напряжение и деформацию.

Для построения функции  $Ef$  на исходном графике отмечается некоторое количество точек, которые соединяются отрезками или сплайнами. В результате получается кусочная гладкая функция, состоящая из полиномов, тригонометрических или экспоненциальных функций.

### Моделирование коэффициента Пуассона

В работе рассматривается только случай двумерного пространства. Для моделирования коэффициента Пуассона берется квадратная решетка. Ее пружины делятся на реберные (расположенные на сторонах квадрата) и диагональные (расположенные на диагоналях квадрата). Пусть имеется такой квадрат со стороной размера  $L_{\text{реб.}}$  (рис. 2). Предположим, что он растянулся в направлении некоторой оси на величину  $\Delta L_{\text{реб.}}$ .

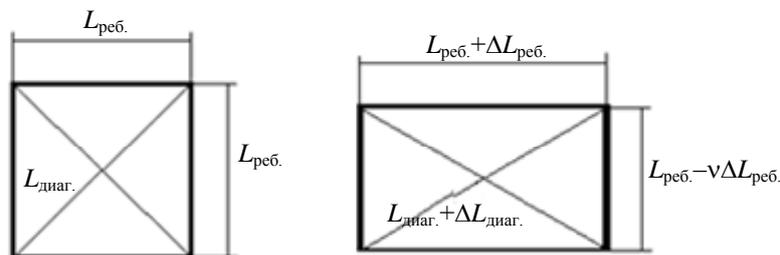


Рис. 2. Растяжение квадратной решетки

В поперечных направлениях произошло сжатие на величину

$$\Delta L_{\text{сжат}} = \varepsilon_{\text{сжат}} \times L_{\text{реб.}} = -\nu \times \varepsilon_{\text{раст}} \times L_{\text{реб.}} = -\nu \times \Delta L_{\text{реб.}}.$$

Здесь  $\nu$  – коэффициент Пуассона. В работе [9] авторы определяют относительные коэффициенты пружин по формулам сдвига и растяжения. Однако стоит ограничиться только операцией растяжения, поскольку пружины не моделируют сдвиг. Построенная система уравнений будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{F}{L_{\text{реб.}}} = Ef\left(\frac{\Delta L_{\text{реб.}}}{L_{\text{реб.}}}\right) = k_1 \times Ef\left(\frac{\Delta L_{\text{реб.}}}{L_{\text{реб.}}}\right) + d_1 \times Ef\left(\frac{\Delta L_{\text{диаг.}}}{L_{\text{диаг.}}}\right) \times \frac{L_{\text{реб.}} + \Delta L_{\text{реб.}}}{L_{\text{диаг.}} + \Delta L_{\text{диаг.}}}, \\ k_2 \times Ef\left(\frac{-v \times \Delta L_{\text{реб.}}}{L_{\text{реб.}}}\right) + d_1 \times Ef\left(\frac{\Delta L_{\text{диаг.}}}{L_{\text{диаг.}}}\right) \times \frac{L_{\text{реб.}} - v \times \Delta L_{\text{реб.}}}{L_{\text{диаг.}} + \Delta L_{\text{диаг.}}} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $k_1$  – это неизвестный коэффициент при реберных пружинах, а  $d_1$  – при диагональных,  $k_2$  описывает случай, когда реберная пружина сжимается.

Выражая  $d_1$  из второго уравнения системы (1) и подставляя его в первое уравнение, получим

$$Ef\left(\frac{\Delta L_{\text{реб.}}}{L_{\text{реб.}}}\right) = k_1 \times Ef\left(\frac{\Delta L_{\text{реб.}}}{L_{\text{реб.}}}\right) - k_2 \times Ef\left(\frac{-v \times \Delta L_{\text{реб.}}}{L_{\text{реб.}}}\right) \times \frac{L_{\text{реб.}} + \Delta L_{\text{реб.}}}{L_{\text{реб.}} - v \times \Delta L_{\text{реб.}}}. \quad (2)$$

В уравнении (2) – два неизвестных коэффициента, поэтому один из них может принимать любые значения. В данном случае  $k_2$  было решено сделать равным 1,0, а  $k_1$  в уравнении выразить через  $k_2$ . Таким образом, общая формула расчета сил, действующих на вершины со стороны реберных пружин, будет выглядеть так:

$$f_{\text{реб.}} = \begin{cases} Sq \times \left( Ef\left(\frac{\Delta L_{\text{реб.}}}{L_{\text{реб.}}}\right) + \frac{Ef\left(\frac{-v \times \Delta L_{\text{реб.}}}{L_{\text{реб.}}}\right)}{(1+v) \times L_{\text{реб.}} - v} \right), \Delta L_{\text{реб.}} \geq 0; \\ Sq \times Ef\left(\frac{\Delta L_{\text{реб.}}}{L_{\text{реб.}}}\right), \Delta L_{\text{реб.}} < 0. \end{cases} \quad (3)$$

$\Delta L_{\text{диаг.}}$  и  $L_{\text{диаг.}}$  описывают в системе (1) длины диагональных пружин. По теореме Пифагора они определяются следующими формулами:

$$L_{\text{диаг.}} = L_{\text{реб.}} \times \sqrt{2}; \quad (4)$$

$$(L_{\text{диаг.}} + \Delta L_{\text{диаг.}}) = \sqrt{(\Delta L_{\text{реб.}} + L_{\text{реб.}})^2 + (L_{\text{реб.}} - v \times \Delta L_{\text{реб.}})^2}. \quad (5)$$

$\Delta L_{\text{реб.}}$  можно выразить через известные длины диагональных пружин из формул (4), (5):

$$\Delta L_{\text{реб.}} = \frac{L_{\text{диаг.}}}{\sqrt{2}} \times J = L_{\text{реб.}} \times J,$$

где  $J$  определяется как

$$J = \frac{v - 1 + \sqrt{2 \times (1 + v^2) \times \left(\frac{L_{\text{диаг.}} + \Delta L_{\text{диаг.}}}{L_{\text{диаг.}}}\right)^2 - (1 + 2v + v^2)}}{(1 + v^2)}.$$

При подстановке  $\Delta L_{\text{реб.}}$  во второе уравнение системы (1) получается следующее выражение ( $k_2$  уже задано равным 1,0):

$$d_1 \times Ef\left(\frac{\Delta L_{\text{диаг.}}}{L_{\text{диаг.}}}\right) = \frac{-\sqrt{2} \times Ef(-v \times J) \times (L_{\text{диаг.}} + \Delta L_{\text{диаг.}})}{(1 - v \times J) L_{\text{диаг.}}}.$$

Поскольку поведение диагональных пружин при сжатии в систему (1) не входит, в качестве формулы для сжатия было решено взять такую же формулу, как и в реберных пружинах. В результате получается следующая формула для расчета сил, действующих на вершины со стороны диагональных пружин:

$$f_{\text{диаг.}} = \begin{cases} Sq \times \frac{-\sqrt{2} \times Ef(-v \times J) \times (L_{\text{диаг.}} + \Delta L_{\text{диаг.}})}{(1 - v \times J) L_{\text{диаг.}}}, \Delta L_{\text{диаг.}} \geq 0; \\ Sq \times Ef\left(\frac{\Delta L_{\text{диаг.}}}{L_{\text{диаг.}}}\right), \Delta L_{\text{диаг.}} < 0. \end{cases} \quad (6)$$

Полученные формулы подставляются вместо формул обычных линейных пружин. Обращаясь еще раз к формулам (3) и (6) для расчета сил, необходимо отметить, что в новой модели в качестве искомого данных задаются функция  $Ef$ , описывающая нелинейный модуль упругости, и численное значение коэффициента Пуассона.

### Результаты моделирования операции растяжения

После построения модели были проведены эксперименты по растяжению различных материалов тканей. Для них брался квадратный образец с размером ребра 4 см, который выравнивался по осям и разбивался на решетку с размером ребра 1 см. Поскольку данная модель разрабатывалась в первую очередь для описания растяжения тканей над имплантатом, в качестве исходных данных были использованы модули упругости мягких тканей. В простейшем случае имплантат помещается под две ткани – кожу и жир, поэтому именно они были выбраны для эксперимента. Отдельно для тканей по задаваемой функции  $E_f$  для различных относительных удлинений была рассчитана величина напряжения. Результаты представлены на графиках 1 и 2 (skin ' $E_f$ ' и adipose ' $E_f$ ').

Эксперименты на растяжение проводились следующим образом. К образцу вдоль одной из осей прикладывались две силы растяжения, направленные в противоположные стороны и действовавшие на каждую граничную точку по выбранной оси. Силы строились так, чтобы на каждые две вершины каждого граничного квадратного элемента действовали силы одинаковых величин. Другими словами, вершины, находящиеся на границах различных квадратных элементов, растягивались с удвоенными силами. При таком подходе к построению сил среднее напряжение, действующее на образец, можно вычислить как уполовиненную величину задаваемой силы. После 15000 итераций деформации методом ограничивающей рамки измерялись размеры растянутого образца по двум осям. По начальным и конечным размерам вычислялись относительные удлинения в направлении растяжения и в поперечном направлении.

Эксперимент повторялся несколько раз. Для каждого рассматриваемого материала деформации растяжения начинались с воздействия малых сил. Затем в последующих опытах значения сил увеличивались. Опыты проводились до тех пор, пока относительное удлинение при растяжении не начинало превышать 1,0.

Первой была рассмотрена кожа. Ее нелинейный модуль упругости при относительных деформациях от 0,0 до 1,0 условно делится на три участка [10]. При небольших деформациях он постояен. Затем после удлинения 0,4 он начинает плавно возрастать, пока снова не станет постоянным примерно при удлинении 0,7. Таким образом, функцию  $E_f$  было решено разбить на три участка. Первый и третий куски описываются функциями первого порядка. Средняя часть представляет собой кубический сплайн, соединяющий линейные фрагменты. На рис. 1 представлены значения функции  $E_f$  (skin ' $E_f$ ') и экспериментальные результаты зависимости напряжения и относительного растяжения для различных заданных коэффициентов Пуассона. На рис. 3 показаны экспериментальные результаты зависимости относительного сжатия материала и его растяжения при различных заданных коэффициентах Пуассона. При этом по горизонтальной оси указаны значения растяжений, а по вертикальной – значения сжатий.

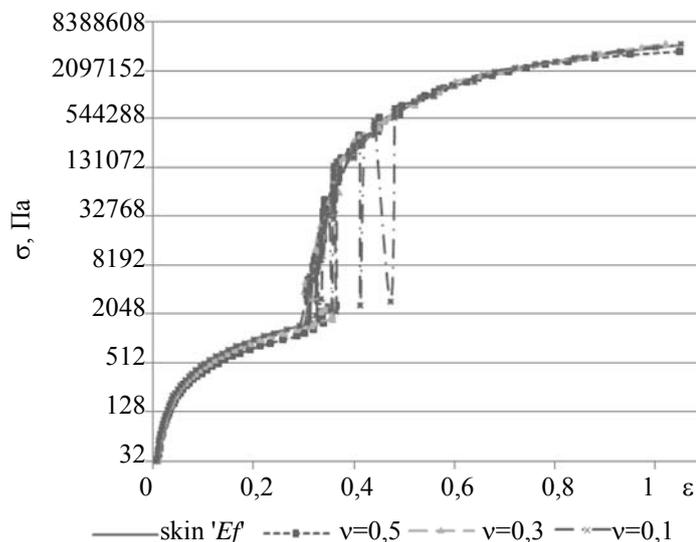


Рис. 1. Экспериментальные результаты измерения нелинейного модуля упругости кожи при различных значениях коэффициента Пуассона. skin ' $E_f$ ' – значения задаваемого нелинейного модуля упругости

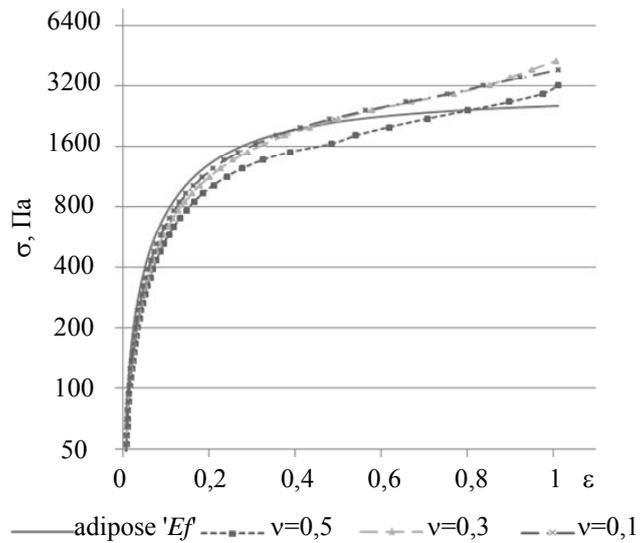


Рис. 2. Экспериментальные результаты измерения нелинейного модуля упругости жира при различных значениях коэффициента Пуассона. adipose  $E_f$  – значения задаваемого нелинейного модуля упругости

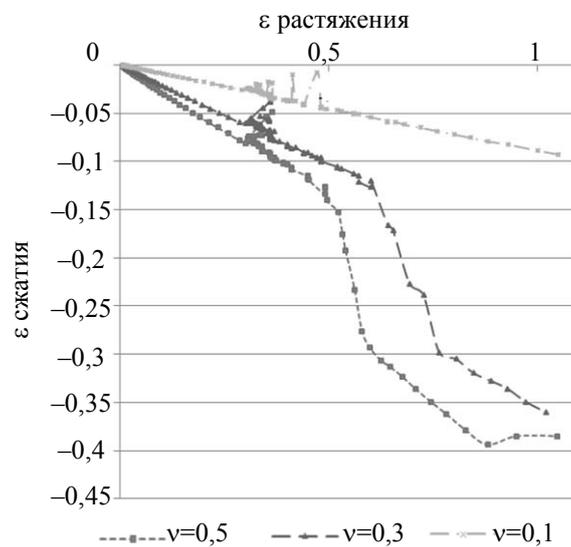


Рис. 3. Экспериментальные результаты измерения коэффициентов Пуассона для кожи

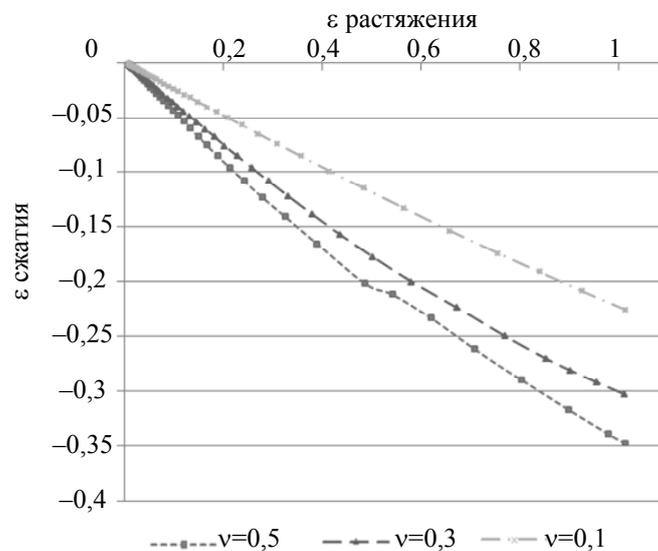


График 4. Экспериментальные результаты измерения коэффициентов Пуассона для жира

Свойства жира описаны в [11]. При небольших деформациях модуль упругости жировой ткани линеен. Затем он постепенно уменьшается, и при относительном удлинении, большем 0,6, напряжение становится постоянным и больше не зависит от удлинения материала. Отмасштабированная функция арктангенса наиболее точно приближает модуль упругости жира. На рис. 2 представлены результаты значений нелинейного модуля упругости ( $\text{adipose } E_f$ ) и экспериментальных отношений напряжения и деформации для различных значений коэффициента Пуассона. На рис. 4 показаны экспериментальные зависимости относительного сжатия жира от его растяжения. При этом по горизонтальной оси указаны значения растяжений, а по вертикальной – значения сжатий.

По рис. 1 и 2 видно, что экспериментальные данные совпадают с задаваемым значением нелинейного модуля упругости. Незначительные отклонения возникают на рис. 2 при больших относительных удлинениях. Также большая погрешность появляется при коэффициенте Пуассона 0,1 на рис. 1 при относительных удлинениях около 0,5. Однако в целом экспериментально посчитанный нелинейный модуль материала соответствует задаваемой функции  $E_f$ .

Из рис. 3 и 4 видно, что в среднем отношение между деформациями сжатия и растяжения меньше задаваемого коэффициента Пуассона. При увеличении коэффициента Пуассона погрешность также увеличивается, однако относительная погрешность не превышает 35%.

Подводя итог, можно отметить, что экспериментальные данные для предложенного подхода повторяют формы нелинейных графиков упругости, в отличие от подходов из [2, 7]. Кроме того, моделирование коэффициента Пуассона происходит с меньшей погрешностью, чем в [9]. Поскольку большинство мягких тканей имеет модули упругости, аналогичные коже и жиру, и коэффициент Пуассона в пределах от 0,35 до 0,5, данный способ с хорошей точностью будет описывать растяжения этих тканей. Таким образом, данный подход можно использовать для моделирования растягиваемых тканей при помещении под них имплантатов или эспандеров.

### Заключение

В результате проделанной работы была создана модификация модели масс-с-пружинками, которая позволяет моделировать нелинейный модуль упругости и коэффициент Пуассона для относительных деформаций в диапазоне от 0,0 до 1,0. Были проведены тесты для двух формул и различных значений коэффициентов Пуассона, которые показали удовлетворительные результаты.

Полученная модель может использоваться для описания свойств тканей при моделировании операции помещения имплантата под мягкие ткани [5]. Стоит также отметить, что полученной моделью можно моделировать растяжение любого материала с нелинейным модулем упругости в заданном диапазоне относительных деформаций.

В дальнейшем планируется рассмотреть случай трехмерного пространства для описания деформаций объемных моделей.

### Литература

1. Kass M. An introduction to Continuum Dynamics for Computer Graphics // SIGGRAPH Course Notes: Physically-based Modelling. – ACM SIGGRAPH, 1995. – 13 p. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.cs.cmu.edu/~baraff/pbm/continuator.pdf>, свободный. Яз. англ. (дата обращения 28.07.2013).
2. Jarrouse O. Modified Mass-spring System for Physically Based Deformation Modeling. – Karlsruhe: KIT Scientific Publishing, 2012. – 240 p.
3. Wang Y., Xiong Y., Xu K. A Mass-Spring Model for Surface Mesh Deformation Based on Shape Matching // Proceedings of the 4th international conference on computer graphics and interactive techniques in Australia and Southeast Asia. – GRAPHITE06, 2006. – P. 375–380.
4. Nedel L., Thalmann D. Real Time Muscle Deformations Using Mass-Spring Systems // Proceedings of Computer Graphics International. – CGI, 1998. – P. 156–165.
5. Николаев С. Программный модуль для трехмерного моделирования хирургической операции по увеличению груди // Компьютерные инструменты в образовании, Центр Информатизации образования «КИО», 2012. – № 3. – С. 38–47.
6. Fung Y. Biomechanics: Mechanical Properties of Living Tissues. – New York: Springer-Verlag, 1993. – 592 p.
7. Basafa E., Farahmand F., Vossoughi G. A Non-linear Mass-spring Model for More Realistic and Efficient Simulation of Soft Tissue Surgery // Studies in Health Technology and Informatics. – IOS press, 2008. – P. 23–25.
8. Bianchi G., Solenthaler B., Szekeley G., Harders M. Simultaneous Topology and Stiffness Identification for Mass-Spring Models based on FEM Reference Deformations // Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention – MICCAI 2004. – Lecture notes in computer science. – Springer, 2004. – V. 3217. – P. 293–301.

9. Baudet V., Beuve M., Jaillet F., Shariat B., Zara F. Integrating Tensile Parameters in Hexahedral Mass-spring System for Simulation // Laboratoire d'InfoRmatique en Image et Systemes d'information. – Research report, 2007. – 8 p. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://liris.cnrs.fr/Documents/Liris-4449.pdf>, свободный. Яз. англ. (дата обращения 28.07.2013).
10. Hendriks F. Mechanical behavior of human epidermal and dermal layers in vivo. – The Netherlands: Technische University Eindhoven, Eindhoven, 2005. – 119 p. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://alexandria.tue.nl/extra2/200510941.pdf>, свободный. Яз. англ. (дата обращения 28.07.2013).
11. Geerlings M. Skin layer mechanics. PhD thesis. – The Netherlands, Universiteitsdrukkerij TU Eindhoven, Eindhoven, 2009. – 122 p. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://alexandria.tue.nl/extra2/657803.pdf>, свободный. Яз. англ. (дата обращения 28.07.2013).

**Николаев Сергей Николаевич**

– Санкт-Петербургский государственный университет, аспирант,  
[ser.niev@gmail.com](mailto:ser.niev@gmail.com)

**УДК 53.091**

## **ЗАВИСИМОСТЬ РЕАКТИВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ОТ МЕХАНИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЕГО НАГРУЗКИ**

**И.П. Попов**

Показано, что инертная нагрузка пьезоэлектрического преобразователя может быть представлена в виде индуктивного сопротивления в его цепи питания, а упругая – в виде емкостного. Предложены модели колебательных систем с элементами различной физической природы, в которых могут возникать свободные гармонические колебания. Показано, что в инертно-емкостной ( $mC$ ) колебательной системе происходит взаимное превращение энергии электрического поля конденсатора в кинетическую энергию массивного элемента; в упруго-индуктивной ( $kL$ ) колебательной системе происходит взаимное превращение энергии магнитного поля соленоида в потенциальную энергию пружины.

**Ключевые слова:** инертная индуктивность, упругая емкость.

### **Введение**

При разработке мехатронных систем следует учитывать, что механическая нагрузка может быть представлена в виде реактивного сопротивления в цепях питания электромеханических преобразователей. В индуктивных преобразователях инертная нагрузка создает емкостное сопротивление, а упругая – индуктивное [1]. В настоящее время получили распространение пьезокерамические электромеханические преобразователи [2], особенно в робототехнике [3]. Актуальной задачей является выявление характера реактивного сопротивления (их цепей питания), в виде которого представлена механическая нагрузка. В литературе нет непосредственного решения этой задачи. Предпосылкой ее решения является одна из двух систем аналогий между электромагнитными и механическими величинами [4], в соответствии с которыми масса и упругость связаны дуальными соотношениями с индуктивностью и емкостью:

$$m \Rightarrow L, \quad k \Rightarrow C.$$

Однако дуальная связь не является функциональной, поскольку охватываемые ею величины относятся к изолированным друг от друга системам. По этой причине указанные соотношения сами по себе не дают оснований рассматривать механические величины в качестве параметров электрических цепей.

Целью настоящей работы является представление механической нагрузки в виде реактивного сопротивления в цепи питания пьезоэлектрических преобразователей.

### **Пьезоэлектрический преобразователь с инертной нагрузкой в электрической цепи**

На рис. 1 изображен пьезоэлектрический преобразователь с инертной нагрузкой массой  $m$ . Работа преобразователя основана на прямом и обратном пьезоэффектах. Прямой пьезоэффект проявляется в том, что на обкладках пьезоэлемента при его деформации  $x$  появляется электрический заряд  $q$ :

$$q = d_1 x, \tag{1}$$

где  $d_1$  – пьезомодуль. При подаче на обкладки напряжения  $u$  пьезоэлемент деформируется и развивает усилие  $F$ :

$$F = d_2 u. \tag{2}$$

В этом заключается обратный пьезоэффект. Для выявления характера реактивного сопротивления цепи питания преобразователя, в виде которого представлена инертная нагрузка, целесообразно абстрагироваться от собственных емкости, индуктивности, массы и упругости пьезоэлемента, потерь на трение и активного сопротивления.

Пусть на обкладки пьезоэлемента подается напряжение  $u$ . В соответствии с третьим и вторым законами Ньютона, а также с учетом (2)

$$F = d_2 u = m \frac{d^2 x}{dt^2}. \quad (3)$$

Первая и вторая производные (1) равны

$$\frac{dq}{dt} = i = d_1 \frac{dx}{dt}, \quad \frac{d^2 q}{dt^2} = \frac{di}{dt} = d_1 \frac{d^2 x}{dt^2}. \quad (4)$$

Пусть для компактности

$$d_1 d_2 = z. \quad (5)$$

При подстановке второго выражения (4) в (3) имеем  $u = \frac{m}{z} \frac{di}{dt}$ . Сравнение этого выражения с на-

пряжением на катушке индуктивности  $u = L \frac{di}{dt}$  дает  $L_m = \frac{m}{z}$ , где  $L_m$  – инертная индуктивность.

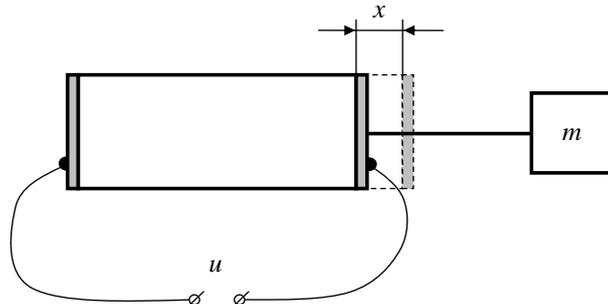


Рис. 1. Пьезоэлектрический преобразователь с инертной нагрузкой

#### Переходный процесс при подключении пьезоэлектрического преобразователя с инертной нагрузкой к источнику постоянного напряжения

Пусть активное сопротивление  $R \neq 0$  и коэффициент трения  $b \neq 0$ . Уравнение механического равновесия по аналогии с (3) с учетом (4) запишется как

$$d_2 u_{\text{п}} = m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} = \frac{m}{d_1} \frac{di}{dt} + \frac{b}{d_1} i, \quad (6)$$

где  $u_{\text{п}}$  – напряжение на пьезоэлементе. Баланс напряжений в соответствии со вторым законом Кирхгофа

$$U = u_{\text{п}} + Ri = \frac{m}{d_1 d_2} \frac{di}{dt} + \frac{b}{d_1 d_2} i + Ri,$$

с учетом (5)

$$\frac{di}{dt} + \left( \frac{b}{m} + \frac{Rz}{m} \right) i = \frac{Uz}{m}. \quad (7)$$

Общее решение дифференциального уравнения  $i$  является суммой общего решения  $i_1$  однородного уравнения (без правой части) (свободная составляющая тока) и частного решения  $i_2$  (принужденная составляющая)

$$i = i_1 + i_2, \quad i_1 = C_1 e^{-\frac{b+Rz}{m}t}, \quad i_2 = C_2.$$

При подстановке  $i_2$  в (7)  $0 + \frac{b+Rz}{m} C_2 = \frac{Uz}{m}$ ,  $C_2 = \frac{U}{b/z + R}$ , и

$$i = i_1 + i_2 = C_1 e^{-\frac{b/z+R}{m/z}t} + \frac{U}{b/z + R}. \quad (8)$$

Пусть  $v(0) = v_0$ . Из первого уравнения (4) определяется начальный ток при  $t = 0$ , а из (8) – постоянная  $C_1$ :

$$I_0 = d_1 v_0, \quad C_1 = d_1 v_0 - \frac{U}{b/z + R},$$

$$i = \left( d_1 v_0 - \frac{U}{b/z + R} \right) e^{-\frac{R_b+R}{L_m}t} + \frac{U}{b/z + R} = \left( I_0 - \frac{U}{R_b + R} \right) e^{-t/\tau} + \frac{U}{R_b + R},$$

$$R_b = \frac{b}{z}, \quad \tau = \frac{L_m}{R_b + R} = \frac{m}{b + Rz}. \quad (9)$$

Здесь  $R_b$  – фрикционное сопротивление,  $\tau$  – постоянная времени цепи. Характер протекания тока идентичен изменению тока в катушке индуктивности при замыкании и размыкании цепи. При включении источника питания начальный ток отсутствует:

$$i = \frac{U}{R_b + R} (1 - e^{-t/\tau}).$$

Этому решению соответствует электрическая схема пьезоэлектрического преобразователя с инертной нагрузкой, представленная на рис. 2. При отключении источника  $U = 0$ ,  $i = I_0 e^{-t/\tau}$ .

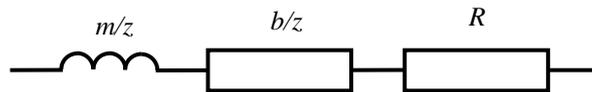


Рис. 2. Электрическая схема пьезоэлектрического преобразователя с инертной нагрузкой

### Пьезоэлектрический преобразователь с упругой нагрузкой в электрической цепи

На рис. 3 изображен пьезоэлектрический преобразователь с упругой нагрузкой с коэффициентом упругости  $k$  [5, 6].

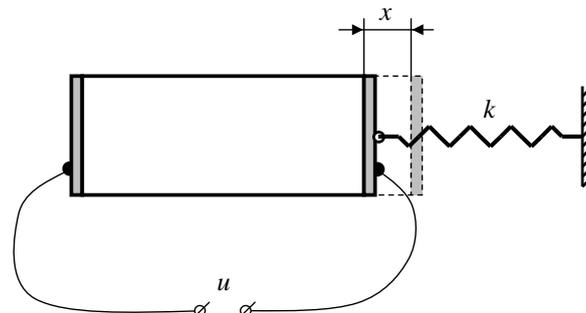


Рис. 3. Пьезоэлектрический преобразователь с упругой нагрузкой

По аналогии с (3), при тех же допущениях, в соответствии с законом Гука, с учетом (5) и первого уравнения (4) имеем  $F = d_2 u = kx$ ,  $d_2 \frac{du}{dt} = k \frac{dx}{dt} = \frac{k}{d_1} i$ ,  $i = \frac{z}{k} \frac{du}{dt}$ . Сравнение последнего выражения с током в конденсаторе  $i = C \frac{du}{dt}$  дает  $C_k = \frac{z}{k}$ , где  $C_k$  – упругая емкость.

### Переходный процесс при подключении пьезоэлектрического преобразователя с упругой нагрузкой к источнику постоянного напряжения

Пусть  $x(0) = x_0$ ,  $R \neq 0$ ,  $b \neq 0$ . Уравнение сил по аналогии с (6) и в соответствии с законом Гука имеет вид

$$d_2 u_n = kx + b \frac{dx}{dt}. \quad (10)$$

Баланс напряжений в соответствии со вторым законом Кирхгофа с учетом (10) и первого уравнения (4) запишется как

$$U = u_n + Ri = \frac{k}{d_2} x + \frac{b}{d_2} \frac{dx}{dt} + Rd_1 \frac{dx}{dt},$$

$$\frac{dx}{dt} + \frac{k}{b + Rd_1 d_2} x = \frac{U d_2}{b + Rd_1 d_2}, \quad (11)$$

$$x = x_1 + x_2, \quad x_1 = C_1 e^{-\frac{k}{b+Rz}t}, \quad x_2 = C_2.$$

$$\text{При подстановке } x_2 \text{ в (11)} \quad 0 + \frac{k}{b + Rz} C_2 = \frac{U d_2}{b + Rz}, \quad C_2 = \frac{U d_2}{k}, \quad x = C_1 e^{-\frac{k}{b+Rz}t} + \frac{U d_2}{k}, \quad C_1 = x_0 - \frac{U d_2}{k},$$

$$x = \left( x_0 - \frac{U d_2}{k} \right) e^{-\frac{k}{b+Rz}t} + \frac{U d_2}{k}. \text{ Производная последнего выражения с учетом первых уравнений (4) и (9)}$$

есть

$$\frac{dx}{dt} = \frac{i}{d_1} = \left( \frac{Ud_2}{b+Rz} - \frac{x_0k}{b+Rz} \right) e^{-\frac{t}{z/k(b/z+R)}} = \left( \frac{Ud_2}{b+Rz} - \frac{d_2x_0k/d_2}{b+Rz} \right) e^{-\frac{t}{C_k(R_b+R)}}.$$

С учетом (5)

$$i = \left( \frac{U}{b/z+R} - \frac{kx_0/d_2}{b/z+R} \right) e^{-t/\tau} = \frac{U-U_0}{R_b+R} e^{-t/\tau}. \quad (12)$$

Здесь  $\tau = C_k(R_b+R) = \frac{b+Rz}{k}$  – постоянная времени электрической цепи. Характер протекания

тока идентичен процессу зарядки конденсатора при включении источника постоянного напряжения. Решению (12) соответствует электрическая схема пьезоэлектрического преобразователя с упругой нагрузкой, представленная на рис. 4. При  $U = 0$  режим аналогичен процессу разряда конденсатора.

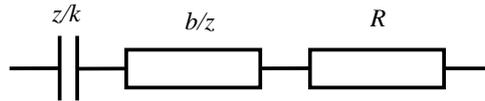


Рис. 4. Электрическая схема пьезоэлектрического преобразователя с упругой нагрузкой

### Колебательные системы с элементами различной физической природы

Для электрической цепи инертная индуктивность  $L_m$  неотличима от «обычной» индуктивности  $L$ , а упругая емкость  $C_k$  – от «обычной» емкости  $C$ . При соединении преобразователей с искусственными электрическими величинами с катушкой индуктивности или конденсатором образуются колебательные системы, в которых могут возникать свободные гармонические колебания.

Собственная частота колебаний автономной консервативной инертно-емкостной ( $mC$ ) системы равна

$$\omega_{mC0} = \frac{1}{\sqrt{L_m C}} = \sqrt{\frac{z}{mC}}.$$

Собственная частота колебаний упруго-индуктивной ( $kL$ ) системы равна

$$\omega_{kL0} = \frac{1}{\sqrt{LC_k}} = \sqrt{\frac{k}{Lz}}.$$

В отличие от колебательных систем с однородными элементами [7–11], в ( $mC$ )- и ( $kL$ )-системах колебания происходят при взаимодействии величин различной физической природы – инертной массы и электрической емкости, упругости и индуктивности.

### Заключение

В работе показано, что инертная нагрузка пьезоэлектрического преобразователя может быть представлена в виде индуктивного сопротивления в его цепи питания, а упругая – в виде емкостного, что дает возможность учитывать эти сопротивления при проектировании мехатронных систем, в частности, принимать меры к их электрической компенсации путем создания контуров с элементами противоположной реактивности. Эти меры позволяют оптимизировать динамические и энергетические характеристики мехатронных систем.

### Литература

1. Попов И.П. Реактивные элементы электрических цепей с «неэлектрическими» параметрами // Вестник Самарского государственного технического университета. Технические науки. – 2010. – № 4 (27). – С. 166–173.
2. Бойков В.И., Быстров С.В., Королев А.Ю. Динамика пьезопривода с управлением от широтно-импульсного модулятора с тремя состояниями // Изв. вузов. Приборостроение. – 2013. – Т. 56. – № 4. – С. 81–85.
3. Гедько Ю.Г., Смирнов Б.С., Пугачев И.П., Рытов Ю.Р. Исследование пьезоэлектрических актюаторов микроробота // Изв. вузов. Приборостроение. – 2012. – Т. 55. – № 6. – С. 7–15.
4. Милях А.Н., Шидловский А.К. Принцип взаимности и обратимость явлений в электротехнике. – К.: Наукова думка, 1967. – 316 с.
5. Ткалич В.Л., Лабковская Р.Я., Пирожникова О.И. Метод повышения надежности упругих чувствительных элементов систем управления и автоматики // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2011. – № 1 (71). – С. 136–137.
6. Пирогов С.П., Чуба А.Ю. Расчет частот собственных колебаний манометрических трубчатых пружин // Изв. вузов. Приборостроение. – 2012. – Т. 55. – № 1. – С. 39–42.

7. Буслаева М.М. Разработка осциллятора малых угловых колебаний // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2010. – № 1 (65). – С. 68–74.
8. Акунов Т.А., Дударенко Н.А., Полинова Н.А., Ушаков А.В. Исследование колебательности процессов в апериодических непрерывных системах, порождаемой фактором кратности собственных чисел // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2013. – № 3 (85). – С. 55–60.
9. Попов И.П. Колебательные системы, состоящие только из инертных или только упругих элементов, и возникновение в них свободных гармонических колебаний // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2013. – № 1 (21). – С. 95–103.
10. Попов И.П. Свободные гармонические колебания в электрических системах с однородными реактивными элементами // Электричество. – 2013. – № 1. – С. 57–59.
11. Попов И.П. Свободные гармонические колебания в системах с однородными элементами // Прикладная математика и механика. – 2012. – Т. 76. – Вып. 4. – С. 546–549.

*Попов Игорь Павлович*

– Курганский государственный университет, аспирант, ip.popov@yandex.ru

УДК 004.052.2

**ОБ ОЦЕНКЕ УСТОЙЧИВОСТИ К ИСКАЖЕНИЯМ ИЗОБРАЖЕНИЙ,  
МАСКИРОВАННЫХ М-МАТРИЦАМИ**

А.А. Востриков, С.А. Чернышев

Описываются результаты первых экспериментов по обработке изображений, маскированных уникальными М-матрицами 22-го порядка. Приводятся общие сведения об М-матрицах и их месте в ряду известных типов структурированных ортогональных матриц, а также кратко обосновываются выгоды от применения данных матриц с целью защиты изображений от несанкционированного доступа. Экспериментально оценивается степень искажений, вызванных применением алгоритмов сжатия с информационными потерями, и проводится моделирование потери некоторого массива маскированной информации при передаче. В качестве объективных индикаторов возникающих изменений после восстановления искаженных маскированных данных выступает метрика оценки отношения пикового сигнала к шуму и метрика структурного подобия. Основная цель работы состоит в определении принципиальной целесообразности применения аппарата М-матриц для маскирования изображений при их передаче или хранении в современных технических системах.

**Ключевые слова:** М-матрицы, маскирование изображений, защита от несанкционированного доступа, искажения изображений.

**Введение**

Актуальными задачами прикладного направления, связанного с накоплением или передачей цифрового видеозображения, сегодня остаются защита данного вида информации от несанкционированного доступа и обнаружение фактов искажения и подмены. Применение хорошо исследованных и широко применяемых криптографических методов защиты информации в данном случае возможно, но существенно ограничено, особенно в системах встраиваемого класса [1].

В настоящее время активно ведутся исследования возможности применения алгебраических методов сокрытия (или «маскирования») изображения с применением особых классов ортогональных матриц. В работе [2] предложен класс ортогональных М-матриц, максимум абсолютного значения элементов которых минимален на классе ортогональных матриц.

В настоящей работе приводятся результаты первых экспериментов, позволивших дать предварительную оценку применимости метода маскирования изображений с использованием М-матриц при условии дальнейшей передачи или хранения защищенной информации в современных технических системах. Основным типом преобразования в этом случае является сжатие передаваемой информации с информационными потерями на передающей стороне, а затем – декомпрессия на приемной стороне определенным набором широко используемых алгоритмов.

**Свойства М-матриц и выбор для задачи маскирования**

М-матрицы обобщают важные типы ортогональных матриц, восходящих к матрицам Фурье. К ним принадлежат, при условии нормирования столбцов, матрицы Адамара и их наиболее близкие интерпретации для некоторых четных (матрицы Белевича) и нечетных порядков [3]. С ними тесно связано зарождение методов помехоустойчивого кодирования при освоении космического пространства.

Маскирование занимает промежуточную позицию между задачами криптографии и стеганографии, определяющую удобство применения М-матриц. Криптографические алгоритмы, скрывая изображение, существенно изменяют признаки передаваемых файлов. Прежде всего, существенно возрастает их объем. Это не отвечает основному канону стеганографии, согласно которому сам факт передачи информации скрыт.

М-матрицы, расширяя и заменяя привычные и устоявшиеся в практике сжатия информации известные ортогональные базисы, близки к ним по природе. Маскирование с их помощью информации становится компромиссом между эффективной аппаратной реализуемостью алгоритмов обработки видеoinформации и скрытностью ее передачи [3].

Отметим, что порядки матриц Адамара (кроме первого и второго) кратны четырем, т.е. имеют существенные пропуски. М-матрицы определяются как матрицы вида  $\mathbf{M}^T \mathbf{M} = \omega \mathbf{I}$ , где  $\mathbf{M}^T$  – транспонированная матрица;  $\mathbf{I}$  – единичная матрица;  $\omega = \omega(n)$  – весовой коэффициент, равный порядку матриц  $n$  лишь для значений, кратных четырем. В общем случае коэффициент подчинен сходящимся к  $n$  зависимостям при стремлении элементов матриц к значениям  $\{1, -1\}$  [2].

В работе [3] впервые показано, что применение М-матриц в качестве оператора позволяет выполнять маскирование цифрового изображения и затем полное восстановление. Действительно, эксперимен-

ты с рядом типовых изображений показали, что попытка отображения (воспроизведения) маскированного варианта изображения не дает возможности определить исходное содержимое картины [4].

Размер матриц изображения не всегда кратен четырем, да и увеличение порядка обрабатываемой матрицы на четыре имеет свой недостаток, так что М-матрицы органично дополняют отмеченные близкие к ним. Одним из продолжений исследования данного метода, очевидно, должно стать определение его устойчивости к различным преобразованиям или повреждениям в процессе хранения и передачи (далее будет использоваться только термин «передача», поскольку хранение – это фактически передача во времени).

В качестве исходного на данном этапе выбрано изображение с градациями серого, значение каждого пикселя которого линейно указывает на его яркость, а разрядность составляет 8 бит.

При выборе порядка маскирующей матрицы стоит отметить, что еще В. Белевичем были найдены исключения из последовательности С-матриц для всех  $n$  до 38 порядка. Исключения связаны с теоремой Л. Эйлера относительно разложимости в виде суммы двух квадратов чисел, равных  $n-1$ . Недопустимыми оказываются значения 3, 7, 11 и т.д. Особенность порядка Белевича  $n = 22$  заключается в том, что множителями  $n-1 = 21$  выступают и 3, и 7.

Альтернативы матрицам Белевича на этих порядках искать чрезвычайно трудно, что и составляет их уникальность, важную для задач маскирования. С помощью программного комплекса M-Matrix [5, 6] была найдена уникальная М-матрица 22-го порядка [7], обобщающая матрицу Белевича, что и позволяет выбрать ее в качестве исходной маскирующей матрицы.

Необходимые вычисления и воспроизведение изображений выполнялись с использованием пакета MATLAB. В качестве объективных индикаторов, позволяющих оценивать происходящие в изображении изменения, выбраны метрики PSNR (пиковое отношение сигнал/шум) и SSIM (метрика структурного подобия) [8].

#### Маскирование изображений с использованием М-матриц

Подлежащее преобразованию изображение представляется в виде двумерной матрицы, элементы которой являются численными значениями яркости пикселей в диапазоне от 0 до 255. Суть метода маскирования на основе М-матриц заключается в выполнении матричного умножения исходного изображения на маскирующую матрицу по формуле

$$S = PM,$$

где  $S$  – матрица спектра (маскированное изображение);  $P$  – исходное изображение;  $M$  – матрица преобразующего оператора (маскирующая матрица), в данном случае – ортонормированная М-матрица.

В варианте, дающем лучшие результаты, маскирование осуществляется в виде

$$S = M^T PM,$$

где  $M^T$  – транспонированная маскирующая матрица.

Восстановление маскированного изображения осуществляется обратным преобразованием, т.е. умножением матрицы  $S$  на матрицы, обратные  $M$  и  $M^T$  (в данном случае – транспонированные, так как  $M$  – ортогональная матрица).

Непосредственно перед проведением экспериментов для проверки функционирования кода, разработанного для среды MATLAB, выполнено маскирование исходного изображения и затем его восстановление с получением значений сравнительных метрик. Фактически этот этап моделирует работу системы, передающей маскированное изображение между двумя ее узлами через канал, не повреждающий информационный поток. Значение оценки PSNR показало идентичность сравниваемых изображений.

Следует отметить, что элементы маскированной матрицы являются вещественными числами, а гистограмма распределения показывает их преимущественное сосредоточение в области значений, близких к нулю. Последнее наблюдение указывает на необходимость проведения дополнительных экспериментов, выходящих за рамки настоящей работы, связанных с оценкой возможности осуществления сжатия информации одновременно с маскированием.

#### Определение устойчивости метода маскирования изображения к сжатию алгоритмом JPEG

JPEG активно применяется для сжатия цветных и полутоновых изображений, в том числе отдельных кадров видеозаписей (формат Motion JPEG). Важным достоинством метода JPEG является большое количество настраиваемых параметров. Алгоритм основан на дискретно-косинусном преобразовании (ДКП), применяемом к матрице непересекающихся блоков изображения размером  $8 \times 8$  пикселей [9].

В настоящей работе эксперименты проводились в режиме применения JPEG-сжатия с потерями. Применялся регулируемый параметр алгоритма, задающий качество сжатого изображения и, следовательно, коэффициент сжатия. Восстановленные изображения после передачи с JPEG-сжатием получили визуальные артефакты, имеющие явную сетчатую структуру (рис. 1). Таким образом, проявилась природа алгоритма JPEG, для которого предметом обработки, а значит, и предметом изменения, являются отдельные, изолированные друг от друга, участки изображения. С увеличением коэффициента сжатия ви-

зуально искажение изображения возрастает в связи с усилением контраста артефактов, что подтверждают уменьшающиеся при этом значения метрик.

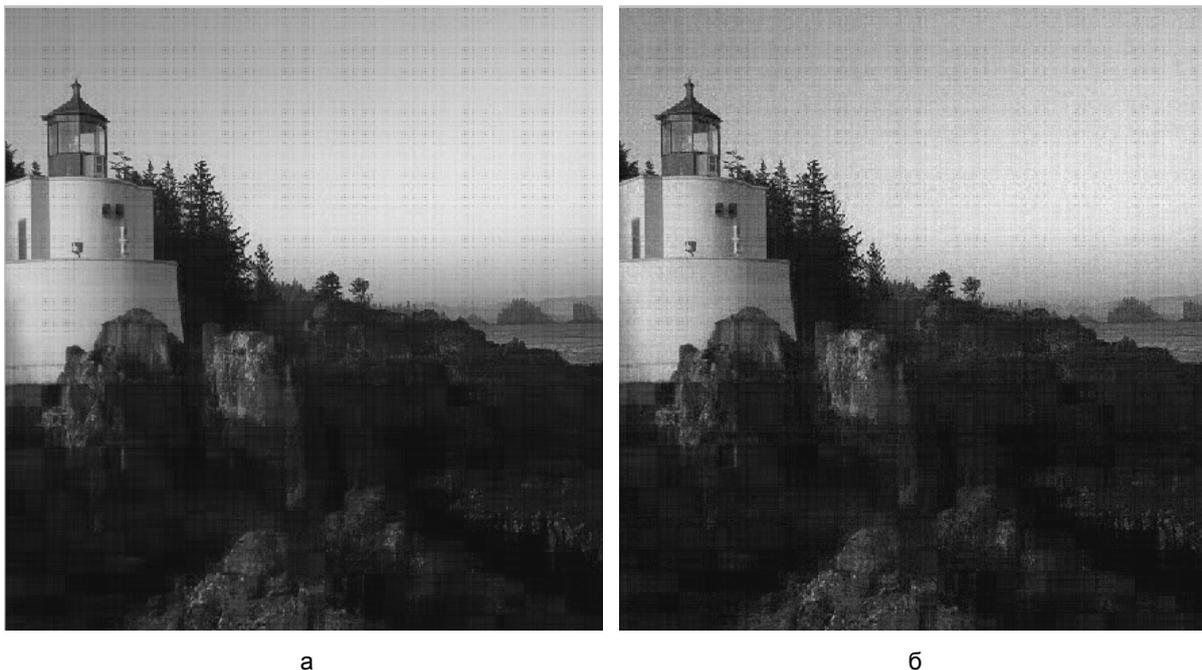


Рис. 1. Восстановленное изображение после сжатия маскированного со значением параметра JPEG, равным 80 (а) – PSNR = 31,8819; SSIM = 0,5544, и со значением 20 (б) – PSNR = 30,9550; SSIM = 0,5165

#### Определение устойчивости метода маскирования изображения к сжатию алгоритмом на базе wavelet-преобразования

Сжатие изображений с использованием в качестве базисных вейвлет-функций (wavelet) в настоящее время используется все чаще. В частности, алгоритм, созданный группой JPEG на основе вейвлет-преобразований, известен с 2000 г. (стандарт получил название JPEG 2000). По отношению к хорошо всем известному, традиционному алгоритму JPEG он показывает лучшие результаты, особенно на больших коэффициентах сжатия. Данное преимущество присуще всем алгоритмам, раскладывающим исходную информацию в базисе вейвлет-функций, поскольку в отличие от ДКП-алгоритмов обрабатываются не блоки, а вся матрица изображения целиком [10].

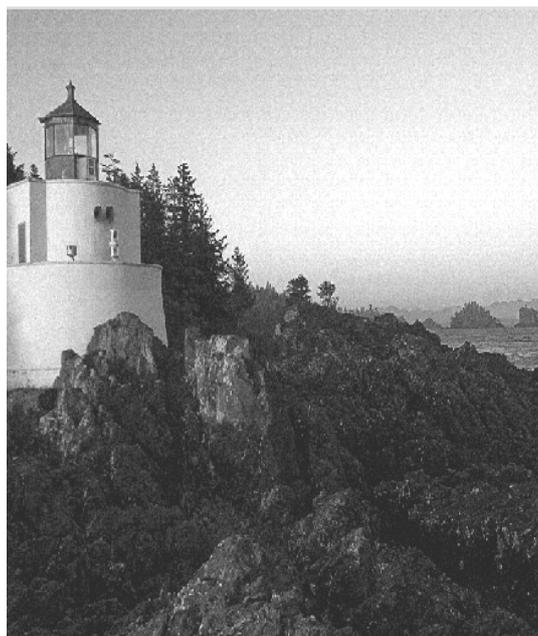


Рис. 2. Восстановленное изображение после сжатия маскированного изображения алгоритмом на основе вейвлет-преобразований (PSNR = 33,2143; SSIM = 0,4816)

Для описываемой серии экспериментов применено вейвлет-сжатие маскированного изображения стандартными средствами MATLAB (функция «wcompress»). Параметр «BPP» (bit-per-pixel) задавался равным 3. Изображение, восстановленное из проведенного через вейвлет-сжатие маскированного изображения, представлено на рис. 2. Наблюдаемые искажения не имеют выраженной структуры и скорее напоминают равномерно распределенный пространственный шум. Подобные недостатки изображения воспринимаются зрительной системой гораздо лучше, чем искажения регулярного характера, поэтому данный вариант выглядит более качественным, чем результаты, представленные выше на рис. 1.

#### Оценка результатов функционирования метода маскирования изображения при повреждении информационного потока в процессе передачи

При реализации в составе действующей системы исследуемый метод может функционировать в условиях потерь информации в процессе передачи или ее существенного искажения. Для определения реакции метода на подобные ситуации выполним замену отдельного элемента и целого блока в маскированном потоке на значения, существенно отличающиеся от действительных, а затем восстановим изображение. Восстановленные изображения после повреждения в маскированном виде представлены на рис. 3. Даже не прибегая к объективным метрикам, на изображениях можно видеть грубые искажения, которые могут быть без труда обнаружены на приемной стороне системы.

Искажения в восстановленном изображении



Рис. 3. Восстановленные изображения после повреждения (существенного изменения) при передаче одного элемента маскированного изображения (а) и группы элементов (массива 20×20) (б)

#### Заключение

Результаты серии описанных в работе первых экспериментов с методом маскирования изображений на основе М-матриц демонстрируют чувствительность маскированных данных к каким-либо вносимым изменениям. При этом, поскольку в качестве исходных данных выступает изображение, обладающее по своей природе значительной избыточностью, то можно отметить, что такие изменения не приводят к полному разрушению визуальной информации и невозможности ее восприятия на приемной стороне.

Алгоритмы сжатия маскированного изображения с потерями, не требующие поблочного разложения изображения в своем базисе (алгоритмы на основе вейвлетов), вносят шумоподобные искажения, которые минимально ухудшают восприятие восстановленного образа. Кроме этого, подобные артефакты эффективно устраняются классическими алгоритмами шумоподавления.

Чувствительность метода к искажениям в процессе передачи информации может рассматриваться и как положительное свойство. Если требуется принудительное устранение информационной избыточности перед передачей или происходит случайная потеря при передаче, это вызывает снижение качества доставляемой информации, но в то же время является защитой от преднамеренного искажения.

Отдельный интерес представляет и требует тщательного рассмотрения с точки зрения прикладного применения существенное сужение гистограммы распределения значений в изображении после маскирования.

На основе данного свойства необходимо оценить возможность получения эффективных по производительности алгоритмов сжатия, совмещающих в себе также способность защиты информации и проверки ее подлинности. Кроме этого, представляется целесообразным максимально использовать возможность заказа необходимой размерности маскирующего инструмента, которую предоставляют М-матрицы.

### **Литература**

1. Беззатеев С.В., Литвинов М.Ю., Трояновский Б.К., Филатов Г.П. Выбор алгоритма преобразования, обеспечивающего изменение структуры изображений // Информационно-управляющие системы. – 2006. – № 6. – С. 2–6.
2. Балонин Н.А., Сергеев М.Б. М-матрицы // Информационно-управляющие системы. – 2011. – № 1. – С. 14–21.
3. Балонин Ю.Н., Востриков А.А., Сергеев М.Б. О прикладных аспектах применения М-матриц // Информационно-управляющие системы. – 2012. – № 1. – С. 92–93.
4. Мироновский Л.А. Слаев В.А. Стрип-метод преобразования изображений и сигналов – СПб: Политехника, 2006. – 163 с.
5. Балонин Ю.Н., Сергеев М.Б. Алгоритм и программа поиска и исследования М-матриц // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2013. – № 3 (85). – С. 82–86.
6. Сергеев М.Б., Балонин Н.А., Балонин Ю.Н. Программа поиска М-матриц. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2012614356 от 16 мая 2012 г.
7. Балонин Ю.Н., Сергеев М.Б. М-матрица 22-го порядка // Информационно-управляющие системы. – 2011. – № 5. – С. 87–90.
8. Thyagarajan K.S. Still Image and Video Compression with MATLAB. – Wiley, 2011. – 428 p.
9. Сэлмон Д. Сжатие данных, изображений и звука. – М.: Техносфера, 2006. – 368 с.
10. Воробьев В.И., Грибунин В.Г. Теория и практика вейвлет-преобразования. ВУС: Учебное пособие. – 1999. – 203 с.

*Востриков Антон Александрович* – Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кандидат технических наук, доцент, [vostricov@mail.ru](mailto:vostricov@mail.ru)

*Чернышев Станислав Андреевич* – Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, аспирант, [madmasm@gmail.com](mailto:madmasm@gmail.com)

УДК 004.932.2

## **РАЗРАБОТКА АДАПТИВНОГО ДЕТЕКТОРА ТОНА КОЖИ**

**Р.Р. Ахунзянов, А.Ю. Тропченко**

Представлен новый метод обнаружения участков изображения, имеющих цвет, близкий к цвету кожи человека. В основе метода лежит применение непараметрического детектора и детектора движения. Для классификации цвета используется наивный байесовский классификатор, непрерывно обучающийся в процессе работы. Приведена качественная оценка работы детектора. Проведенные эксперименты показывают эффективность метода.

**Ключевые слова:** обнаружение кожи, цветовая сегментация, наивный байесовский классификатор.

### **Введение**

Обнаружение кожи играет важную роль во многих задачах обработки изображений и видео. Среди них обнаружение и слежение за лицами, определение формы и черт лиц, анализ жестов рук, поиск изображений по содержанию и связанные с человеко-машинным взаимодействием задачи.

Подавляющее большинство работ по данной тематике связано с обработкой изображений, полученных с обычных фото- и видеокамер [1]. Наиболее распространены методы обнаружения кожи, основанные на поиске по цвету, так как информация о цвете устойчива относительно операций вращения, масштабирования и частичного перекрытия какими-либо объектами. Благодаря этим свойствам цвет кожи может считаться эффективным средством для идентификации/определения области, в которой находится лицо, рука или открытая часть тела при условии, что пиксели цвета кожи точно представлены, смоделированы и определены.

Обнаружение цвета кожи в видимом диапазоне спектра может быть достаточно сложной задачей, поскольку цвет кожи на изображении чувствителен к следующим факторам:

- изменение уровня освещенности, что является наиболее важной проблемой современных систем обнаружения кожи, так как приводит к изменению тона кожи на изображении и существенно ухудшает качество работы детекторов;
- характеристики камеры – цвет, полученный камерой, зависит от отражательных характеристик поверхности, условий освещения и чувствительности сенсора камеры, поэтому даже при одинаковом

освещении цвет кожи одного и того же человека различен на изображениях, полученных с разных камер;

- расовая принадлежность – цвет кожи человека зависит от расовой принадлежности и климатических условий его места жительства;
- индивидуальные характеристики – возраст, пол, рассматриваемая часть тела;
- другие факторы – внешний вид (макияж, прическа, очки), цвет фона, наличие теней.

Многие из проблем, возникающих при работе с видимым спектром, могут быть преодолены при переходе в невидимый спектр, например, инфракрасной или спектрально-анализирующей съемки. Цвет кожи, полученный таким способом, остается постоянным при разном уровне освещенности, расовой принадлежности и использовании макияжа. Но необходимость в дорогом оборудовании и трудоемкий процесс его настройки ограничивают использование данных методов узкоспециализированными областями, например, биометрией.

Обнаружение кожи может быть рассмотрено как задача бинарной классификации, в которой рассматриваются два класса: пиксели, принадлежащие коже, и пиксели, принадлежащие фону. Основными шагами в операции обнаружении кожи, использующей информацию о цвете, являются:

1. представление пикселей изображения в соответствующем цветовом пространстве;
2. построение модели цвета кожи и фона, используя соответствующие распределения;
3. классификация пикселей изображения с использованием построенной модели.

Цель настоящей работы – создать детектор кожи, способный адаптироваться к изменениям условий освещения в процессе работы и предотвращающий возникновение дефектов ложного обнаружения неподвижных объектов, имеющих близкий к коже цвет.

### Байесовский адаптивный детектор цвета кожи

Если цветовое пространство дискретно, то для каждого значения цвета  $c$  необходимо знать вероятности  $P(\text{skin} | c)$  и  $P(-\text{skin} | c)$ .  $P(\text{skin} | c)$  – это вероятность того, что пиксель принадлежит участку кожи, если он имеет цвет  $c$ .  $P(-\text{skin} | c)$  – это вероятность того, что пиксель не принадлежит участку кожи, если он имеет цвет  $c$ . Тогда решающее правило для детектора кожи можно записать следующим образом:

$$I(x, y) = \begin{cases} \text{skin}, & \frac{P(\text{skin} | c(x, y))}{P(-\text{skin} | c(x, y))} > \Theta; \\ -\text{skin}, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Если вероятность того, что цвет принадлежит участку кожи, в  $\Theta$  раз выше, чем обратная, то пиксель маркируется как принадлежащий участку кожи. Значение отсечки  $\Theta$  должно быть выбрано на этапе обучения для обеспечения удовлетворяющих характеристик качества классификации. Проблема заключается в том, что для оценки функций  $P(\text{skin} | c(x, y))$  и  $P(-\text{skin} | c(x, y))$  необходимо большое количество тренировочных данных. К тому же, как было сказано во введении, характер распределения цвета кожи в цветовом пространстве зависит от большого количества внешних факторов, которые могут изменяться в процессе работы детектора. Это означает, что цвет кожи может изменяться со временем.

Вместо оценки функций  $P(\text{skin} | c(x, y))$  и  $P(-\text{skin} | c(x, y))$  воспользуемся правилом Байеса:

$$P(\text{skin} | c) = \frac{P(c | \text{skin})P(\text{skin})}{P(c)},$$

$$P(-\text{skin} | c) = \frac{P(c | -\text{skin})P(-\text{skin})}{P(c)}.$$

Тогда решающее правило может быть переписано в следующей форме:

$$\Theta < \frac{P(c | \text{skin})P(\text{skin})}{P(c | -\text{skin})P(-\text{skin})}.$$

Наконец, сделаем допущение, что вероятность встретить пиксель цвета кожи постоянна и не изменяется со временем. Тогда, учитывая, что  $P(-\text{skin}) = 1 - P(\text{skin})$ , перенесем постоянные множители в левую часть неравенства:

$$\Theta \times \frac{1 - P(\text{skin})}{P(\text{skin})} < \frac{P(c | \text{skin})}{P(c | -\text{skin})}.$$

Левая часть этого неравенства – константа, которая может быть выбрана во время обучения детектора кожи. В правой части неравенства – отношение правдоподобия. Полученная модель называется наивным байесовским классификатором. Таким образом, задача классификации пикселей сводится к оценке функций правдоподобия и выбору значения отсечки.

Для оценки функций правдоподобия предлагается использовать следующую схему. Кадры входящей последовательности обрабатываются детектором движения [2] и непараметрическим детектором кожи [3]. Детектор движения предназначен для предотвращения попадания статичных объектов, имеющих цвет, близкий к цвету кожи, в модель кожи. Непараметрический детектор кожи дает грубую оценку, которая затем уточняется. Участки изображения, помеченные как движущиеся и имеющие цвет кожи, используются для обновления модели кожи  $P_{St}$  текущего кадра. Все, что помечено как недвижимый фон, используется для обновления модели фона  $P_{BGt}$  текущего кадра. Теоретически цветовые модели кожи и фона могут быть построены в любом цветовом пространстве. В настоящей работе были использованы цветовые пространства HSV и YCrCb, яркостная компонента игнорировалась. Фактически цветовые модели кожи и фона являются нормированными гистограммами.

Обновления моделей кожи и фона выполняются по следующему правилу:

$$P(c | skin)_t = (1 - \alpha)P(c | skin)_{t-1} + \alpha P_{St},$$

$$P(c | -skin)_t = (1 - \alpha)P(c | -skin)_{t-1} + \alpha P_{BGt},$$

где  $\alpha$  – скаляр, значение которого должно находиться в диапазоне [0; 1] и предназначено для управления скоростью обучения модели.

Поскольку цветовые модели кожи и фона получены из одного кадра, то количество наблюдений может быть недостаточно для получения достоверной статистической модели (проблема недостаточного семплирования). Особенно эта проблема касается модели кожи, так как участки движущейся кожи малы относительно размера фона. Обработка цветовых моделей линейным фильтром Гаусса со значением  $\sigma$ , равным (0,1–0,6), помогает решить эту проблему.

Последний этап процесса обнаружения кожи заключается в применении решающего правила к каждому пикселю изображения. Он достаточно прост и нетребователен к вычислительным ресурсам. Оценка модели кожи и фона может быть эффективно реализована в параллельном потоке программы. Схема работы детектора кожи показана графически (рис. 1). Преобразование изображения между цветовыми пространствами на схеме не показано.

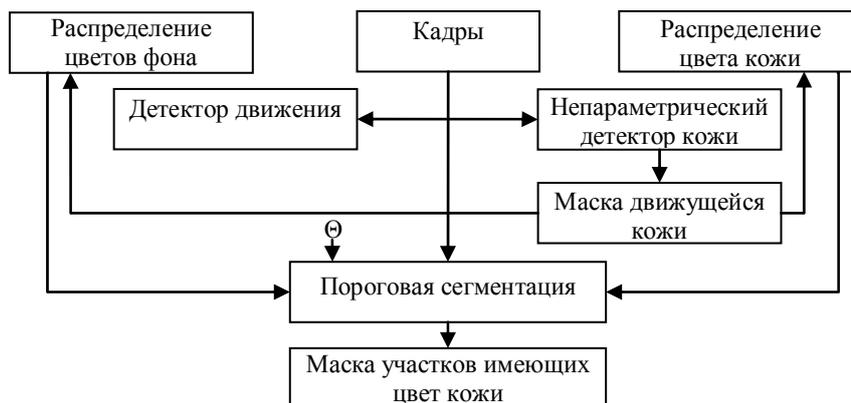


Рис. 1. Структурная схема детектора кожи

### Оценка качества работы детектора кожи

Для оценки качества классификации детектора кожи необходимо подготовить или подобрать выборку из заранее размеченных данных (называемые также «groundtruthdata»). В данном исследовании была использована выборка, подготовленная авторами работ [4, 5]. Она состоит из 21 отрывка различных художественных фильмов. Для оценки детектора было использовано только десять видеофрагментов, в которых камера неподвижна. Ограничение на фиксированное положение камеры возникает из-за использования детектора движения. На видеопоследовательностях выборки присутствуют люди разных национальностей с разными оттенками кожи. В основном, сцены содержат лица и руки, либо верхнюю часть тела. Для каждого кадра последовательности было подготовлено две маски: маска кожи и маска фона.

Поскольку построенный детектор является бинарным параметрическим (можно регулировать значение отсечки), то для оценки его характеристик можно использовать классификационную матрицу [6]. Каждая из десяти видеопоследовательностей обрабатывается детектором кожи. Далее определяется количество пикселей, попавших в категории верно положительных ( $TP$ ), ложно положительных ( $FP$ ), верно негативных ( $TN$ ) и ложно негативных ( $FN$ ):

$$TP = Total(And(GT_{skin}, Resp_{skin})),$$

$$FP = Total(And(GT_{-skin}, Resp_{skin})),$$

$$TN = Total(And(GT_{-skin}, Resp_{-skin})),$$

$$FN = Total(And(GT_{skin}, Resp_{\neg skin})),$$

где  $Total$  – функция, определяющая сумму всех элементов матрицы;  $And$  – функция, выполняющая конъюнкцию между соответствующими элементами двух матриц одинакового размера;  $GT_{skin}$  – матрица истинности участков кожи на изображении, где коже соответствуют значения 1, а остальные значения равны нулю;  $GT_{\neg skin}$  – матрица истинности не соответствующих коже участков изображения, где не коже соответствуют значения 1, а остальные значения равны нулю;  $Resp_{skin}$  – отклик детектора кожи, где коже соответствуют значения 1, а остальные значения равны нулю;  $Resp_{\neg skin}$  – инвертированный отклик детектора кожи.

Зная значения всех элементов классификационной матрицы, можно вычислить значения True Positives Rate (TPR) и False Positives Rate (FPR) [6]. Варьируя значение отсечки  $\hat{\Theta} = \Theta \times (1 - P(skin)) / P(skin)$ , можно построить ROC-кривые разработанного детектора кожи. Были построены ROC-кривые (рис. 2) для трех конфигураций детектора кожи:

1. для хранения моделей кожи и фона использовалось цветовое пространство HSV с игнорированием компоненты H;
2. для хранения моделей кожи и фона использовалось цветовое пространство YCrCb с игнорированием яркостной компоненты Y;
3. для хранения моделей кожи и фона использовалось цветовое пространство HSV с игнорированием цветовой компоненты H, но процедура построения модели была модифицирована так, чтобы каждые девять из десяти кадров цветные модели обновлялись с применением обратной связи (самообучение), а на оставшейся части кадров цветные модели обновлялись с использованием непараметрического детектора кожи.

Непараметрические детекторы изображены в ROC-пространстве точками (рис. 2). Видно, что самообучающаяся (CO) конфигурация детектора превосходит другие. Следующая по производительности – конфигурация, использующая цветовую модель CrCb. Площадь под ROC-кривой детектора в первой конфигурации составляет 0,913, детектора второй конфигурации – 0,952, детектора в третьей конфигурации – 0,959. Площадь под ROC-кривой для разных конфигураций детектора кожи принимает значения от 0,9 до 0,95, что характеризует качество классификации как отличное. Тем самым разработанный детектор превосходит непараметрические детекторы и предложенный в [4, 5] адаптивный детектор (по крайней мере, на одной точке).

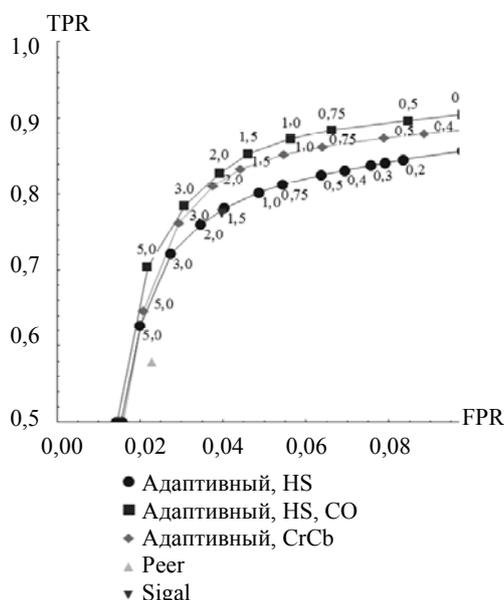


Рис. 2. ROC-кривые предложенного детектора кожи в различных конфигурациях: цветные модели созданы на основе каналов H и S цветового пространства HSV (Адаптивный, HS); цветные модели созданы на основе каналов H и S цветового пространства HSV и применяется обратная связь (Адаптивный, HS, CO); цветные модели созданы на основе каналов Cr и Cb цветового пространства YCrCb (Адаптивный, CrCb); результаты работы непараметрических детекторов, представленных в работах [3] (Peer) и [4] (Sigal)

На рис. 3 приведены результаты работы предложенного детектора кожи в сравнении с детектором, представленным авторами работы [3]. Видно, что разработанный адаптивный детектор игнорирует неподвижные объекты, имеющие цвет, близкий к цвету кожи человека, и улучшает обнаружение движущихся объектов.

### Заключение

В работе описан новый подход к обнаружению участков цвета кожи. В его основе лежит применение непараметрического детектора кожи и детектора движения для оценки цвета кожи человека, находящегося в кадре. Вовлечение информации о движении в процесс обнаружения кожи способствует улучшению качества обнаружения: снижается количество ложных срабатываний, а грубая модель цвета кожи уточняется при помощи анализа участков кожи, находящихся в кадре. Применение наивной байесовской классификации позволяет непрерывно обновлять модель цвета кожи в процессе эксплуатации, тем самым обеспечивая адаптацию к цвету кожи человека, находящегося в кадре.

Разработанный детектор участков цвета кожи может быть использован не только в рамках рассматриваемой тематики, но и в различных областях человеко-машинного взаимодействия, биометрии, фильтрации медиа контента и других задач, при решении которых требуется обнаруживать цвет человеческой кожи.

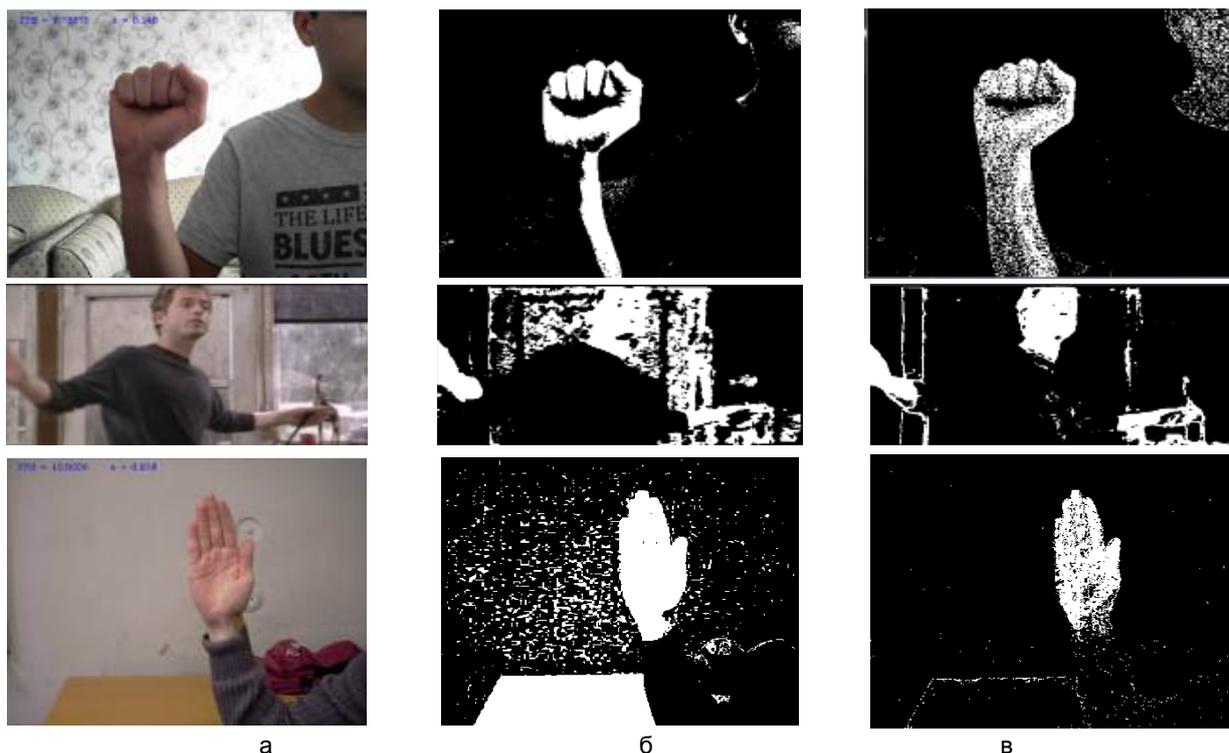


Рис. 3. Сравнение производительности между непараметрическим детектором Peer и предложенным детектором кожи на некоторых видеопоследовательностях, показанных в колонках: исходные изображения (а); результаты обработки непараметрическим детектором кожи (б); результаты работы предложенного детектора кожи (в)

### Литература

1. Kakumanu P., Makrogiannis S., Bourbakis N. A survey of skin-color modeling and detection methods // Pattern Recognition. – 2007. – V. 40. – № 3. – P. 1106–1122.
2. Zivkovic Z. Improved adaptive Gaussian mixture model for background subtraction // 17th International Conference on Pattern Recognition. – 2004. – V. 2. – P. 28–31.
3. Peer P., Kovac J., Solina F. Human Skin Colour Clustering for Face Detection // International Conference on Computer as a Tool. – 2003. – P. 94–102.
4. Sigal L., Sclaroff S., Athitsos V. Estimation and Prediction of Evolving Color Distributions for Skin Segmentation Under Varying Illumination // IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. – 2000. – V. 2. – P. 152–159.
5. Sigal L., Sclaroff S., Athitsos V. Skin Color-Based Video Segmentation under Time-Varying Illumination // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 2004. – V. 26. – № 7. – P. 862–877.
6. Fawcett T. An introduction to ROC analysis // Pattern Recognition Letters 27. – 2006. – P. 861–874.

**Ахунзянов Расим Ралифович**

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, студент, rasim.akhunzyanov@gmail.com

**Тропченко Александр Ювенальевич**

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор технических наук, профессор, tau@d1.ifmo.ru

УДК 004.912: 303.7

**ВЫЯВЛЕНИЕ АНАФОРИЧЕСКИХ ОТНОШЕНИЙ ПРИ АВТОМАТИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ ТЕКСТА**

К.К. Боярский, Е.А. Каневский, А.В. Степукова

Описаны принципы работы правил по автоматическому установлению антецедентов местоимений для семантико-синтаксического анализатора SemSin. Показано, что при должном использовании морфологической, синтаксической и семантической информации, полученной из дерева разбора, возможно выявление анафорических отношений не только в пределах одного предложения, но и в пределах абзаца. Приведены примеры использования семантического классификатора для правильного определения антецедента.

**Ключевые слова:** анализ текста, анафора, кореферентность, семантика.

**Введение**

Анафора представляет собой явление, при котором смысл одного элемента текста (линейно вторичного, анафора) определяется смыслом другого элемента того же текста (линейно первичного, антецедента). Анафорические связи являются обязательным условием связности текста. Автоматическое разрешение анафорических отношений в естественно-языковых текстах является одной из центральных проблем в автоматической обработке текстов. Однако, несмотря на то, что проблема анафоры достаточно разработана в теоретическом плане [1–3], практически она далека от разрешения. Разработанных открытых разработок систем автоматического разрешения анафоры для русского языка на сегодняшний день не существует.

За основу системы автоматического выявления анафор был взят семантико-синтаксический анализатор SemSin, разрабатываемый в СПб ЭМИ РАН совместно с СПб НИУ ИТМО [4]. На вход анализатора подается текст на русском языке. Запускается морфологический анализ, использующий три словарных базы: лемм, фразеологизмов и сочетаемости предлогов [5]. Затем с помощью системы продукционных правил анализатор строит дерево разбора предложения. Была проведена работа по расширению набора правил для пост-анализа анафорических отношений.

**Структура правил**

Каждое правило состоит из нескольких частей: имени правила, описания переменных, условной и исполнительной частей [6]. В имени правила содержится информация о типе правила (главное или зависимое), а также направление разбора предложения – справа налево или слева направо. В описании переменных указывается «область действия» переменной (работает ли она в границах сегмента или способна выходить за них), а также позиция переменной в предложении (например, начало, центр или конец сегмента, положение переменной относительно других переменных). Условная часть правил строится по схеме If...Then...Elseif...Then...Else...EndIf. Разрешено использование операторов конъюнкции & и дизъюнкции OR. Проверяться может морфологическая информация (род, число предполагаемого антецедента), синтаксическая информация (принадлежность слова сегменту определенного типа, позиция слова в дереве зависимостей или в предложении), а также семантическая (принадлежность слова определенному семантическому классу по классификатору). Если все условия удовлетворены, выполняются команды исполнительной части. В отличие от главного правила, которое перебирает все слова подряд, зависимое правило может рекурсивно вызывать само себя, каждый раз сдвигая позицию исходной переменной в указанном направлении. Благодаря этому можно осуществлять поиск антецедента в заданной области, если его точная позиция неизвестна.

Правила по установлению анафоры начинают работать, когда дерево разбора уже построено, и используют морфологическую, синтаксическую и семантическую информацию, полученную на предыдущих этапах разбора. Применение правил преобразует дерево в сеть. Правила обладают высокой контекстной зависимостью, в связи с чем большое значение имеет порядок исполнения правил.

На сегодняшний день набор правил содержит 9 главных и 24 зависимых правил, которые ищут антецедент личных (*он, она, оно, они*), притяжательных (*его, ее, их*), возвратных (*свой, себя*) местоимений, а также местоимений *который* и *этот*. Каждая из групп местоимений обрабатывается отдельными правилами. На данном этапе работы правила позволяют разрешать местоименную анафору в границах отдельных предложений и текстов из нескольких предложений, но не предназначены для анализа более протяженных текстов. Анафорическая связь рассматривается как бинарная, т.е. при наличии в тексте анафорической цепочки в качестве антецедента всех входящих в нее местоимений принимается первый член цепочки.

При формулировке правил учитывается следующая информация: род и число местоимения и его предполагаемого антецедента (местоимение и его антецедент должны быть конгруэнтны); позиция местоимения и его предполагаемого антецедента в предложении и в дереве разбора; их принадлежность сегменту определенного типа; тип входной и выходной связи; наличие у предполагаемого антецедента

определенных зависимых; принадлежность хозяина местоимения и антецедента определенному семантическому классу по классификатору.

### Местоимение *этот*

Рассмотрим, как происходит поиск антецедента на практике. Для местоимения *этот* анализатор в предшествующем сегменте ищет слово, лемма которого совпадает с леммой хозяина местоимения *этот*, и, если такового не находит, запускает новый поиск, но уже слова, которое в классификаторе входит в подкласс слова-хозяина местоимения *этот*. Поясним сказанное на примерах, большинство из которых взяты из Национального корпуса русского языка (НКРЯ), а часть предложений составлена специально для иллюстрации тех или иных особенностей разбора.

*Она бросала немигающий мечтательный взгляд<sub>[1]</sub> поверх толпившихся рабочих с таким видом, словно в случае надобности этот взгляд<sub>[1]</sub> мог бы пройти без ущерба через них насквозь.* (Б. Пастернак).

В данном предложении есть слово *этот*. В предшествующем сегменте правило путем перебора всех слов справа налево находит слово *взгляд*, по лемме совпадающее со словом-хозяином анализируемого местоимения. На этом поиск прекращается, а найденное слово отмечается как антецедент местоимения.

Очень часто при местоимении *этот* употребляется не повтор слова-антецедента, а какое-либо обобщающее понятие. При этом антецедент может вообще находиться в другом предложении. Например:

*Дельфины<sub>[1]</sub> превосходно ориентируются в воде. Удивительна ловкость этих животных<sub>[1]</sub>.*

Для решения задачи используются следующие особенности анализатора SemSin: возможность анализировать связный текст не только в пределах предложения, но и в пределах целого абзаца, а также подключение семантической информации, хранящейся в классификаторе [5, 7]. Основное правило выглядит следующим образом:

```
<Этот>
#Z1=#Z1; #Z2=InLink(#Z1); #Z3=SegPrev(#Z2); #Z4=Ante(#Z2); #Y5=#Z3-1; #Y6=#Z1-1;
If IsLemma(#Z1)="ЭТОТ" & InLinkName(#Z1)="Какой" & CurPos(#Z4)<0 & CurPos(#Y5)>0 Then
  CallRule(U,#Y5,"SR:Этот1-");
ElseIf IsLemma(#Z1)="ЭТОТ" & InLinkName(#Z1)="Какой" & CurPos(#Z4)<0 & CurPos(#Y5)<0 Then
  CallRule(U,#Y6,"SR:Этот1-");
EndIf
</>
```

Здесь в первой строке после заголовка определены переменные. В данном случае #Z1 указывает на слово «*этих*», #Z2 – «*животных*», #Y6 – «*ловкость*». Остальные переменные не означены. При выполнении условий запускается зависимое правило:

```
<SR:Этот1->
#Z1=#Z1; #Z2=gCurPos; #Z3=InLink(#Z2); #Y4=#Z1-1;
If IsCommonLemma(#Z1,#Z3)=1 Then
  Coref(#Z3,#Z1);
ElseIf IsPos(#Z1)="СУЩ" & SubClass(#Z1,#Z3) & NoWay(#Z1,#Z3) Then
  Coref(#Z3,#Z1);
Else
  CallRule(U,#Y4,"SR:Этот1-");
EndIf
</>
```

Здесь знак «->» в заголовке означает, что поиск будет производиться влево до тех пор, пока не совпадут леммы (первая ветвь) или не найдется слово, соответствующее данному классу. В нашем случае слово *дельфин*, обозначающее конкретный вид животных, принадлежит подклассу животных вообще (к которому относится слово *животное*), что и позволяет сделать вывод о кореферентности этих слов.

*Оказывается, еще при жизни мамы отец увлекался одной мечтательницей и сумасбродкой, княгиней Столбуновой-Энрици<sub>[1]</sub>. У этой особы<sub>[1]</sub> от отца есть мальчик<sub>[2]</sub>, ему<sub>[2]</sub> теперь десять лет, его<sub>[2]</sub> зовут Евграф.* (Б. Пастернак).

При анализе этого текста используется тот факт, что все слова, обозначающие фамилию, имя или отчество, находятся в подклассе «Человек\_Личность», к которому относится слово *особа*. Отметим, что в приведенном примере имеется еще вторая кореферентная группа *мальчик – ему – его*.

### Возвратные местоимения

Достаточно простой случай – определение антецедента возвратного местоимения, поскольку обычно его синтаксическая позиция известна заранее, и достаточно лишь проверить, находится ли в ней подходящее слово. Антецедентом возвратного местоимения является подлежащее (а в случае нулевого

подлежащего в причастных и деепричастных оборотах – его контролер) того сегмента, которому принадлежит само местоимение. В системе SemSin подлежащее, как правило, соединено с предикатной вершиной дерева связью «Субъект». Таким образом, для нахождения антецедента возвратного местоимения проверяются следующие условия: тип сегмента, которому принадлежит местоимение: простое предложение, причастный или деепричастный оборот – и соответственно наличие слова с входной связью «Субъект»; слова, зависимым которого является центр сегмента – причастного оборота; слова – зависимого при хозяине центра сегмента – деепричастного оборота.

*Не потому чтобы он был так высок и статен, а благодаря вытиравшей из него живости и таланту гость<sub>[1]</sub> занял собою<sub>[1]</sub>, своим<sub>[1]</sub> искрящимся взглядом и своей, умною усмешкою полкомнаты.* (Б. Пастернак).

Местоимения *собою, своим* находятся в главном предложении, антецедент – подлежащее *гость*.

*Кто-то<sub>[1]</sub>, сопровождавший Гинца и в эту минуту взявший на себя<sub>[1]</sub> задачу председателя, призвал к порядку.* (Б. Пастернак).

Местоимение *себя* находится в причастном обороте, его антецедент – определяемое слово.

*Совершив свой<sub>[1]</sub> дорожный туалет с довоенным удобством, доктор<sub>[1]</sub> вернулся в купе к утреннему завтраку...* (Б. Пастернак).

Местоимение *свой* находится в деепричастном обороте, его антецедент – подлежащее слова-хозяина деепричастия.

### Местоимение *который*

Для относительного местоимения *который* антецедентом, как правило, является ближайшее к нему конгруэнтное слово в предшествующем сегменте. Исключением является случай, когда в предложении содержится конструкция *тот...который*: здесь антецедентом местоимения будет слово-хозяин местоимения *тот* (если оно конгруэнтно местоимению *который*). В связи с этим наличие такой конструкции в предложении проверяется в первую очередь, и в случае ее отсутствия ведется обычный поиск путем перебора всех слов в предшествующем сегменте, пока не будет найдено слово, конгруэнтное местоимению.

*Студенты проходили практику в том цехе<sub>[1]</sub> завода, который<sub>[1]</sub> недавно был реконструирован.*

Как существительное *цех*, так и существительное *завод* конгруэнтны местоимению *который*, причем слово *завод* является ближайшим. Однако при разборе анализатор сначала находит слово *цехе*, поскольку его зависимое – слово *тот*. По этой причине оно помечается как антецедент местоимения.

*По сути дела все это началось задолго до того дня и даже задолго до письма<sub>[1]</sub>, которое<sub>[1]</sub> так подействовало на моего отца.* (В. Белоусова).

В данном предложении также есть существительное с зависимым словом *тот*, которое вначале находит анализатор. Однако это существительное (*день*) не конгруэнтно обрабатываемому местоимению, поэтому поиск начинается снова, и в качестве антецедента указывается слово *письма*.

### Личные местоимения

При поиске антецедентов личных местоимений учитываются и морфологические, и синтаксические, и семантические критерии. Здесь мы исходим из предположения, что личное местоимение и его антецедент могут находиться в одном сегменте лишь в ситуациях сочинения: когда местоимение и его антецедент являются зависимыми – непосредственно или опосредованно – сочиненными предикатами [1]. Исходя из этого, сначала проверяются модели анафоры с сочинением, а затем, если антецедент не найден, производится поиск в предшествующих сегментах. Рассмотрим пример анафоры с сочинением.

*Учительница ставила табурет<sub>[1]</sub> у доски и забиралась на него<sub>[1]</sub> в присутствии всего класса, чтобы достать спрятанную с вечера карту* (А. Геласимов).

Как только в предложении обнаружено личное местоимение *него*, запускается правило, которое поднимается по дереву вверх, пока не находит слова с входной сочинительной связью, и проверяет, есть ли у слова-источника этой связи зависимое в винительном падеже, конгруэнтное анализируемому местоимению. Если такое слово находится, оно отмечается как антецедент местоимения, и поиск прекращается. В приведенном примере сочиненными предикатами являются глаголы *ставила* и *забиралась*, а антецедентом местоимения – существительное *табурет*.

В ряде случаев установить антецедент местоимения таким образом не удастся. Например:

*Рассказчик стоит вне «ринга»<sub>[1]</sub>, потом подходит к нему<sub>[1]</sub> и после небольшой паузы шагает внутрь.* (Е. Гришковец).

В этом случае запускается более общее правило, которое также поднимается по дереву до слова с входной сочинительной связью, а затем продолжает движение влево по предложению (не выходя за границы сегмента) в поисках ближайшего конгруэнтного местоимению слова, не являющегося подлежащим, т.е. имеющего входную связь не «Субъект». Если такое слово находится, оно считается антецедентом местоимения. На рис. 1 показано дерево разбора этого предложения и маршрут поиска.



Рис. 1. Поиск antecedента при наличии сочинительной связи

Помимо своей основной задачи – определения antecedента местоимения – данные правила помогают в некоторых случаях решить также и другую задачу – снять морфологическую неопределенность (различение местоимений *он/оно* в косвенных падежах), которая не была разрешена на этапе морфологического анализа.

### Притяжательные местоимения

Рассмотрим достаточно простое предложение:

*От Волынина<sub>[1]</sub> Владимир получил экземпляр его<sub>[1]</sub> книги об африканских бабочках с дарственной надписью.*

Простые соображения о том, что antecedентом местоимения *его* является ближайшее предшествующее конгруэнтное слово, сразу же приводят к ошибке (рис. 2).



Рис. 2. Поиск antecedента притяжательного местоимения

На самом деле слово *экземпляр* не подходит, так как оно находится в одной ветке разбора с анализируемым местоимением. Слово *Владимир* также не годится, поскольку находится в одном сегменте с местоимением и имеет входную связь «Субъект» (т.е. подлежащее). Таким образом, единственным возможным antecedентом является самое удаленное слово.

Достаточно часто относительно простые правила поиска antecedента притяжательных местоимений приводят к ошибкам, для устранения которых необходима более обширная семантическая информация. Рассмотрим следующий пример:

*Это сказал новый **папа**<sub>[1]</sub> перед тем, как уйти в богато обставленные апартаменты Ватикана, совсем не похожие на его<sub>[1]</sub> простую **квартиру** в Буэнос-Айресе.* (Новостная лента).

В качестве кандидата на antecedент местоимения *его* программа находит слово *Ватикана*, что очевидно (для человека) неверно. Необходимо снабдить компьютер некоторой дополнительной информацией об окружающем мире. В приведенном примере местоимение *его* является зависимым от слова *квартира*, принадлежащего к классу «жилье». На основе изучения подборки предложений из НКРЯ был сделан вывод, что antecedент такого местоимения должен принадлежать классу живых существ. Это могут быть либо «люди», как в примере выше, либо «животные»:

*Осенью, когда **хозяк**<sub>[1]</sub> собирает на зиму запасы, в камерах его<sub>[1]</sub> **норы** находят до 10 кг различных хлебных злаков.* (В. Свирчевский).

С другой стороны, владельцем различных частей поселений могут, помимо людей, выступать также учреждения или другие, более крупные, части поселений:

*Кирилловская церковь<sub>[1]</sub> и ее<sub>[1]</sub> двор, где бродили больные в сером, глубоко взволновали меня.* (Л. Вертинская).

Также была подтверждена гипотеза о том, что антецедентом притяжательных местоимений, зависящих от слов, выражающих чувства (*жалость, любовь, поцелуй, удивление* и т.д.), как правило, являются слова класса «люди»:

*Если Женя<sub>[1]</sub> видела, что не нравится какому-нибудь мужчине<sub>[2]</sub>, ей<sub>[1]</sub> и в голову не приходило пытаться завоевать его<sub>[2]</sub> внимание.* (А. Берсенева).

Дополнение правил поиска антецедентов ограничениями на допустимые классы позволяет существенно повысить точность разбора. На корпусе в 600 предложений антецедент правильно устанавливался от 70% (для личных и притяжательных местоимений) до 93% (для местоимения *который*). Отметим, что часть ошибок была вызвана тем, что в НКРЯ, как правило, приводятся отдельные предложения, а не связные абзацы.

### Заключение

Таким образом, анализ дерева разбора как отдельных предложений, так и связных абзацев с учетом классов семантического классификатора позволяет достаточно успешно определять антецеденты основных типов местоимений, что важно для расширения возможностей автоматического извлечения информации из текста.

### Литература

1. Падучева Е.В. Высказывание и его соотнесенность с действительностью. – М., Наука, 1985. – 272 с.
2. Тестелец Я.Г. Введение в общий синтаксис. – М.: Изд-во РГГУ, 2001. – 800 с.
3. Кобзарева Т.Ю. Проблема кореференции в рамках поверхностно-синтаксического анализа русского языка // Компьютерная лингвистика и интеллектуальные технологии. Труды Международной конференции Диалог'2003. – М., 2003 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.dialog-21.ru/Archive/2003/Kobzareva.htm>, свободный. Яз. рус. (дата обращения 15.08.2013).
4. Каневский Е.А., Боярский К.К. Семантико-синтаксический анализатор SemSin // Международная конференция по компьютерной лингвистике «Диалог-2012», Бекасово, 30 мая–3 июня 2012 г. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.dialog-21.ru/digest/2012/?type=doc.>, свободный. Яз. рус. (дата обращения 15.08.2013).
5. Боярский К.К., Каневский Е.А., Стафеев С.К. Использование словарной информации при анализе текста // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2012. – № 3 (79). – С. 87–91.
6. Боярский К.К., Каневский Е.А. Язык правил для построения синтаксического дерева // Интернет и современное общество: Материалы XIV Всероссийской объединенной конференции «Интернет и современное общество». – СПб: ООО «МультиПроджектСистемСервис» – 2011. – С. 233–237.
7. Тузов В.А. Компьютерная семантика русского языка. – СПб: Изд-во СПбГУ, 2004. – 400 с.

**Боярский Кирилл Кириллович**

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат технических наук, доцент, [Boyarin9@yandex.ru](mailto:Boyarin9@yandex.ru)

**Каневский Евгений Александрович**

– Санкт-Петербургский экономико-математический институт РАН, ведущий научный сотрудник, кандидат технических наук, [kanev@emi.nw.ru](mailto:kanev@emi.nw.ru)

**Степукова Александра Владимировна**

– Санкт-Петербургский государственный университет, студент, [icarus\\_89@mail.ru](mailto:icarus_89@mail.ru)

УДК 681.3

## ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ТОПОЛОГИИ ПОВЕДЕНИЯ И КЛАССИФИКАЦИИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ СЕТЕЙ ПЕТРИ С ПОМОЩЬЮ ВЫЧИСЛЕНИЯ ИХ ГРУПП ГОМОЛОГИЙ

Т.А. Тришина

Разработано программное обеспечение для вычисления групп гомологий и групп направленных гомологий элементарных сетей Петри. Метод вычисления основан на алгоритме нахождения групп гомологий комплекса свободных конечно-порожденных абелевых групп с помощью нормальной формы Смита. Основная идея автора состоит в методе вычисления коэффициентов матрицы дифференциала, допускающем визуальную проверку. Кроме того, рассмотрена задача наглядного построения изучаемой сети Петри с возможностью исследования ее динамики. Приведены примеры ручного расчета групп гомологий и групп направленных гомологий. Описано взаимодействие пользователя

с разработанным приложением. Приведены примеры построения и вычисления групп гомологий и направленных гомологий с помощью данного приложения. Программное средство реализовано в среде Embarcadero RAD Studio 2010 на языке программирования C++.

**Ключевые слова:** элементарная сеть Петри, асинхронная система, группы гомологий, направленные группы гомологий, программное обеспечение.

### Введение

Группы гомологий элементарных сетей Петри были введены в работе [1]. Они предназначены для топологического анализа параллельных систем, описываемых этими сетями. Вычисление групп гомологий и направленных групп гомологий необходимо для классификации сетей Петри. Также по полученным группам гомологий можно определить кручения и исследовать тупики моделируемой сети Петри. Они также тесно связаны с гомологиями многомерных автоматов, изученных в работах [2, 3] и примененных в [4] для решения проблем теории направленной гомотопии. Процесс вычисления групп гомологий сети Петри очень трудоемок даже для простых случаев и поэтому требует автоматизации. Настоящая работа посвящена программному обеспечению для вычисления групп гомологий и направленных групп гомологий элементарной сети Петри. В [1] был построен алгоритм для вычисления первых групп гомологий сети Петри. В работе [5] построен алгоритм для вычисления всех групп гомологий элементарной сети Петри.

Разработанное программное обеспечение направлено на использование в научной работе и призвано визуализировать процесс построения сетей Петри, моделировать динамику и автоматизировать процесс вычисления групп гомологий и направленных групп гомологий сетей Петри. Гомология дает возможность строить алгебраический объект – абелеву группу, который является топологическим инвариантом пространства.

Рассмотрение, использование и визуализация сетей Петри и их групп гомологий предполагает соответственно их непосредственное использование при программировании. Таким образом, основу математической модели разработанного программного обеспечения составляют законы, формулы и соотношения из теории асинхронных систем. Кроме того, для изучения сети Петри методами алгебраической топологии, а именно, для вычисления групп гомологий, автором разработан метод построения матрицы переходов и матрицы независимых переходов, соответствующих сети Петри.

### Предварительные сведения

Напомним определение элементарной сети Петри и асинхронной системы [6].

**Элементарная сеть Петри и ее динамика.** Сетью Петри называется пятерка  $N=(P, T, pre, post, M_0)$ , где  $P$  – конечное множество мест;  $T$  – конечное множество переходов; значение  $pre(t)(p)$  равно числу стрелок  $p \rightarrow t$ ;  $post(t)(p)$  равно числу стрелок  $t \rightarrow p$ ;  $M_0$  – начальная маркировка. Соответственно, элементы из  $T$  называются переходами, из  $P$  – местами. Маркировкой называется произвольная функция  $M: P \rightarrow \mathbb{N}$ , где  $\mathbb{N}$  – неотрицательные целые числа.

Сеть Петри представляет собой двудольный ориентированный граф, который состоит из вершин двух типов – мест и переходов, соединенных между собой стрелками. В местах могут размещаться метки, способные перемещаться по сети.

Сеть Петри называется элементарной, если для каждой ее маркировки число меток в каждом месте не больше единицы. Пример элементарной сети Петри представлен на рис. 1.

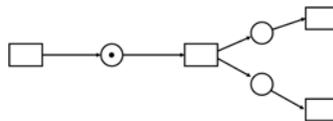


Рис. 1. Пример элементарной сети Петри: места изображены кружками, а переходы – прямоугольниками

Если  $pre(t)(p)=1$ , то из соответствующего места  $p$  выходит стрелка к переходу  $t$ . Если  $post(t)(p)=1$ , то из соответствующего перехода выходит стрелка к месту  $p$ . Маркировка изображается с помощью точек (меток) в кружке, соответствующем месту  $p \in P$ .

Сеть Петри характеризуется динамикой. Срабатывание перехода  $t \in T$  возможно, если  $M \geq pre(t)$ , т.е.  $(\forall p) M(p) \geq pre(t)(p)$ . В частности, для элементарной сети Петри срабатывание перехода возможно, если все входящие в него места имеют метки, а выходящие – не имеют меток. В этом случае оно переводит маркировку  $M$  в маркировку  $\bar{M}$ , принимающую значения  $\bar{M}(p) = M - pre(t) + post(t)$ .

Сети Петри были разработаны и используются для моделирования параллельных и асинхронных систем. При моделировании в сетях Петри места символизируют какое-либо состояние системы, а переходы символизируют какие-то действия, происходящие в системе. Система, находясь в каком-то состоянии, может порождать определенные действия, и наоборот, выполнение какого-то действия переводит систему из одного состояния в другое.

**Асинхронная система.** Асинхронной системой называется пятерка  $T=(S, s_0, E, I, Tran)$ , где  $S$  – конечное множество состояний;  $s_0 \in S$  – начальное состояние;  $E$  – конечное множество событий;  $Tran \subseteq S \times E \times S$  – множество переходов;  $I \subset E \times E$  – симметричное антирефлексивное отношение независимости.

Пример асинхронной системы, демонстрирующий задачу о читателях и писателях [7], представлен на рис. 2.

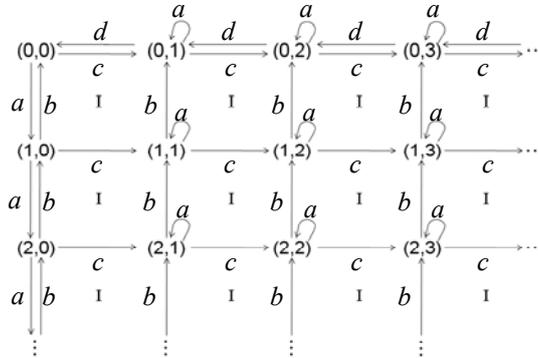


Рис. 2. Пример асинхронной системы, демонстрирующий задачу о читателях и писателях

Состояния асинхронной системы описываются парами  $(r, w)$ , где  $r$  – число читателей, работающих с общим буфером;  $w$  – число писателей, готовых сделать запись в буфер. Если в буфере нет читателей, то первый из писателей работает с буфером. Начальное состояние  $i=(0,0)$ . На рис. 2 показаны состояния и события асинхронной системы, где  $a$  – читатель пытается получить доступ к буферу;  $b$  – читатель закончил работу с буфером;  $c$  – поступил новый писатель;  $d$  – писатель закончил работу с буфером.

### Группы гомологий сети Петри

Алгоритм, используемый в настоящей работе для вычисления групп гомологий элементарной сети Петри в программе, основан на получении матрицы переходов [6] и матрицы независимых переходов с помощью автоматического исследования ее динамики. С помощью матрицы переходов проблема сводится к вычислению групп гомологий соответствующей асинхронной системы. Это позволяет воспользоваться некоторыми идеями и методами из магистерской диссертаций Е.С. Бушмелевой, основные положения которой содержатся в работе [8], посвященной группам гомологий асинхронных систем. Способ построения матрицы переходов, используемый в настоящей работе, допускает визуальную проверку коэффициентов матрицы дифференциалов комплекса для вычисления групп гомологий. Группы гомологий вычисляются с помощью приведения этих матриц к нормальной форме Смита.

Алгоритм, используемый для вычисления групп гомологий в программе, был разработан в 2011 г. [5] и опубликован на английском языке в Springer в 2012 г. Алгоритм теоретически обоснован в работе [5]. Результаты вычисления согласованы с теоретическими, полученными в [9].

Пусть  $N=(P, T, pre, post, M_0)$  – сеть Петри. Согласно [5], ей соответствует асинхронная система  $(S, s_0, E, I, Tran)$ , состоящая из множества  $S$  всех маркировок этой сети Петри. Множество  $S$  имеет  $2^p$  элементов, где  $p$  – число мест. Начальное состояние  $s_0$  равно  $M_0$ . Положим  $E = T$ , и элементы из  $E$  будем обозначать  $a, b, \dots$ . Отношение  $I$  состоит из пар  $(a, b)$  событий, таких, что соответствующие им переходы сети Петри не имеют общих мест. Частичное действие моноида трасс определено событиями  $a \in E$ , переводящими каждую маркировку  $s$  в маркировку  $\bar{s}$ , которую мы обозначим через  $s \cdot a$ . Матрица переходов состоит из строк, соответствующих маркировкам. Число строк равно  $2^n$ . Ее столбцы соответствуют событиям  $a \in E$ . На пересечении строки  $s$  и столбца  $a$  ставится элемент  $s \cdot a$ .

Матрица независимых переходов является матрицей отношения независимости  $I$ .

Для вычисления групп гомологий сетей Петри необходимо составить матрицу переходов и матрицу независимых переходов, по полученным данным получить матрицы дифференциалов, для них вычислить нормальную форму Смита. После произведенных действий можно приступить к непосредственному вычислению групп гомологий или направленных групп гомологий сети Петри. Далее рассмотрим каждый из шагов по отдельности.

Согласно [5], группы гомологий сети Петри можно определить как группы гомологий комплекса, состоящего из абелевых групп, порожденных множествами

$$Q_n(S, E, I) = \left\{ (s, a_1, \dots, a_n) \in S \times E^n \mid a_1 < \dots < a_n \ \& \ s \cdot a_1 \dots a_n \in S \right. \\ \left. \& (a_i, a_j) \in I \text{ для всех } 1 \leq i < j \leq n \right\}, n \geq 0.$$

(При  $n = 0$  полагаем  $Q_0(S, E, I) = S$ ). Мы рассматриваем случай, когда  $S$  – множество всех возможных  $2^p$  маркировок. Но можно было ограничиться достижимыми маркировками. Между этими абелевыми группами задаются граничные операторы:

$$\partial_i^{n,\varepsilon}(s, a_1, \dots, a_n) = (s, a_i^\varepsilon, a_1, \dots, a_{i-1}, a_{i+1}, \dots, a_n),$$

при  $1 \leq i \leq n$ ,  $\varepsilon \in \{0, 1\}$ , где  $s$  – маркировки;  $a_i$  – переходы сети Петри.

Матрица дифференциалов строится с помощью этих граничных операторов следующим образом.

Каждому  $(s, a_1, \dots, a_n) \in Q_n(S, E, I)$  будет соответствовать столбец матрицы дифференциала  $d_n$ . Элементу из  $Q_{n-1}(S, E, I)$  соответствует строка. Поскольку

$$d_n(s, a_1, \dots, a_n) = \sum_{i=1}^n (-1)^i (s \cdot a_i, a_1, \dots, a_{i-1}, a_{i+1}, \dots, a_n) - \sum_{i=1}^n (-1)^i (s, a_1, \dots, a_{i-1}, a_{i+1}, \dots, a_n), \quad (1)$$

то для каждого  $i \in \{1, \dots, n\}$  на пересечении столбца, соответствующего  $(s, a_1, \dots, a_n)$ , и строки, соответствующей элементу  $(s \cdot a_i, a_1, \dots, a_{i-1}, a_{i+1}, \dots, a_n)$  нужно поставить  $(-1)^i$ , а на пересечении этого столбца и строки  $(s, a_1, \dots, a_{i-1}, a_{i+1}, \dots, a_n)$  нужно выписать  $(-1)^{i+1}$ . Остальные коэффициенты матрицы равны 0.

Столбцами матриц дифференциалов являются элементы множества  $Q_n(S, E, I)$ , где  $n$  – номер матрицы дифференциалов. Строками матриц дифференциалов являются элементы множества  $Q_{n-1}(S, E, I)$ . Для каждого столбца значениями будут являться коэффициенты перед элементами множества  $Q_{n-1}(S, E, I)$ , которые вычисляются по формуле (1).

**Нормальная форма Смита целочисленной матрицы.** Следующее утверждение о приведении целочисленной матрицы к диагональному виду будет применяться для построения алгоритма вычисления групп гомологий комплексов, состоящих из свободных конечно-порожденных абелевых групп.

*Теорема.* Пусть  $A$  – матрица, коэффициентами которой являются целые числа  $a_{ij} \in Z$ . Тогда существуют такие  $m \times m$ -матрица  $T$  и  $n \times n$ -матрица  $S$  с целыми коэффициентами, что

1.  $\det(T) = \pm 1, \det(S) = \pm 1$ ;
2.  $A = T \cdot D(A) \cdot S$ , для некоторого натурального числа  $k \geq 0$  и  $m \times n$ -матрицы  $D(A)$ , все элементы которой равны 0, за исключением стоящих на главной диагонали чисел  $\delta_1 \leq \delta_2 \leq \dots \leq \delta_k$ , удовлетворяющих условию:  $\delta_{i+1}$  делится на  $\delta_i$  при всех  $1 \leq i \leq k-1$ . Эта матрица  $D(A)$  называется нормальной формой Смита матрицы  $A$ .

Таким образом, сеть Петри рассматривается как асинхронная система и ее группы гомологий определяются как группы гомологий асинхронной системы. Следствие 4 и следствие 5 из работы [5] дают комплексы для вычисления целочисленных гомологий и направленных гомологий.

Группа гомологий  $n$ -го порядка вычисляется по формуле:

$$H_n = Z^{|Q_n(S, E, I)| - \text{rank}(d_n) - \text{rank}(d_{n+1})} \oplus Z / \delta_1 Z \oplus Z / \delta_2 Z \oplus \dots \oplus Z / \delta_n Z,$$

где  $Z$  – множество или аддитивная группа целых чисел;  $|Q_n(S, E, I)|$  – количество элементов в  $Q_n(S, E, I)$ ;  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$  – коэффициенты матрицы нормальной формы Смита.

### Вычисление направленных групп гомологий (групп гомологий Губо) сети Петри

Коэффициенты матриц дифференциалов для вычисления направленных групп гомологий вычисляются по формуле  $d_n^\varepsilon(\sigma) = \sum_{i=1}^n (-1)^i \partial_i^{n,\varepsilon}(\sigma)$ .

Направленные группы гомологий пространства состояний определяются по формулам [9]  $H_n^0(S, M(E, I)) = \lim_{\text{def} \rightarrow n}^{K(S)} \Delta^0 Z$ ,  $H_n^1(S, M(E, I)) = \lim_{\text{def} \rightarrow n}^{K(S) \circ p} \Delta^1 Z$ .

Для произвольной элементарной сети Петри  $N$  ее группы гомологий  $H_n^\varepsilon(N)$  определяются как группы гомологий ее пространства состояний.

### Программное обеспечение, вычисляющее группы гомологий и направленные группы гомологий сети Петри

На рис. 3 приведен результат вычисления групп гомологий, полученной описываемой программой [6]. Ответом является то, что для данной сети Петри нулевая группа гомологий равна  $Z$  в степени 1, первая группа гомологий равна  $Z$  в степени 1, вторая группа гомологий равна  $Z$  в степени 0. Результаты работы не противоречат расчетам групп гомологий, проведенным вручную в работе [5].

На рис. 4 представлены результаты работы программы, вычисляющей направленные группы гомологий для той же сети Петри.

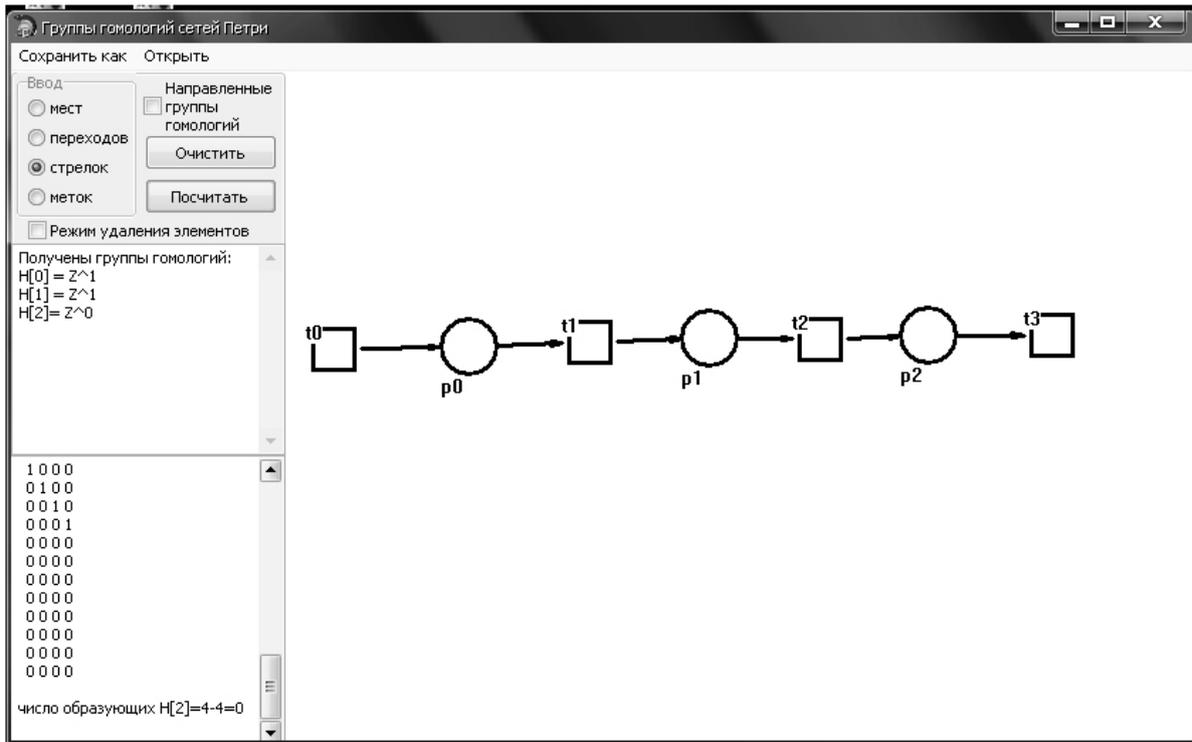


Рис. 3. Результат расчета групп гомологий введенной сети Петри

Получены направленные  
группы гомологий:  
 $H_0[0] = Z^0$   
 $H_1[0] = Z^0$   
  
 $H_0[1] = Z^0$   
 $H_1[1] = Z^0$   
  
 $H_0[2] = Z^0$   
 $H_1[2] = Z^0$

Рис. 4. Результат расчета направленных групп гомологий введенной сети Петри

Проведен компьютерный эксперимент, на основе которого была выдвинута гипотеза о том, что группы гомологий конвейера равны 0 в размерностях больших, чем 1. Доказательство этой гипотезы опубликовано в [9]. Эта работа содержит также результаты расчета на ЭВМ с помощью описываемой программы.

### Заключение

В соответствии с описанной математической моделью было разработано программное обеспечение, позволяющее визуализировать процесс построения сети Петри, моделирования ее динамики и вычисления ее групп гомологий для дальнейшей классификации [6].

При создании программного обеспечения, помимо задачи автоматизации вычисления групп гомологий и направленных групп гомологий, рассматривалась задача реализации наглядного построения изучаемой сети Петри с возможностью исследования ее динамики. Также ставилась задача разработки простого, понятного и удобного пользовательского интерфейса. Взаимодействие пользователя с программой осуществлялось с помощью оконного приложения с набором стандартных элементов управления. Программное средство реализовано в среде Embarcadero RAD Studio 2010 на языке программирования C++.

К основным функциям программного обеспечения относятся:

1. ввод исследуемой сети Петри (задание мест, переходов, меток и стрелок);
2. сохранение заданной сети Петри;
3. открытие файла с заданными параметрами сети;
4. моделирование динамики заданной сети Петри;
5. вычисление групп гомологий и направленных групп гомологий для заданной сети Петри.

По результатам проведенных испытаний работоспособности программы можно сказать, что программа работает стабильно и полностью соответствует поставленной задаче, а также предоставляет необходимую функциональность и графическую визуализацию сети Петри.

Работа выполнена в рамках программы стратегического развития государственных образовательных учреждений высшего профессионального образования, заявка № 2011-ПР-054, по теме «Методы теории категорий и алгебраической топологии для исследования параллельных систем».

#### Литература

1. Husainov A.A. On the homology of small categories and asynchronous transition systems // Homology Homotopy Appl. – 2004. – V. 6. – № 1. – P. 439–471 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://projecteuclid.org/euclid.hha/1139839561>, свободный. Яз. англ. (дата обращения 11.07.2013).
2. Goubault E. The Geometry of Concurrency: Thesis Doct. Philosophy (Mathematics). – Ecole Normale Supérieure, 1995. – 349 p.
3. Gaucher P. About the globular homology of higher dimensional automata // Topol. Geom. Differ. – 2002. – V. 43. – № 2. – P. 107–156.
4. Goubault E., Haucourt E., Krishnan S. Covering space theory for directed topology // Theory Appl. Categ. – 2009. – V. 22. – № 9. – P. 252–268.
5. Husainov A.A. The Homology of Partial Monoid Actions and Petri Nets // Appl. Categor. Struct. – 2012. – P. 1–29. DOI: 10.1007/s10485–012–9280–9 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.springer.com/pay+per+view?SGWID=0-1740713-3131-0-0>, платный. Яз. англ. (дата обращения 11.07.2013).
6. Тришина Т.А. Программное обеспечение для исследования групп гомологий сетей Петри. Магистерская диссертация. – Комсомольск-на-Амуре: ФГБ ОУ ВПО «КнАГТУ», 2013. – 91 с.
7. Хусаинов А.А. Математическая модель задачи о читателях и писателях. Информационные технологии и высокопроизводительные вычисления. Материалы международной науч. практ. конф., Хабаровск, 4–6 октября 2011 г. – Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2011. – С. 327–332.
8. Хусаинов А.А., Бушмелева Е.С. Гомологии асинхронных систем // Актуальные проблемы математики, физики, информатики в вузе и школе: материалы Всероссийской региональной научно-практической конференции, Комсомольск-на-Амуре, 2012. – Комсомольск-на-Амуре: Изд-во АмГПУ, 2012. – С. 24–31.
9. Хусаинов А.А., Бушмелева Е.С., Тришина Т.А. Группы гомологий сети Петри конвейера // Моделирование и анализ информационных систем. – 2013. – № 2. – С. 92–103.

*Тришина Таисия Александровна*

– Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет, магистр, стажер-исследователь, [taisafin3@mail.ru](mailto:taisafin3@mail.ru)

УДК 681.142.2

## АВТОМАТИЧЕСКИЙ ПОИСК ЛОКАЛЬНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ И АРГУМЕНТОВ ПРОЦЕДУРЫ В ИСПОЛНЯЕМОМ КОДЕ ПРОГРАММЫ ПРИ ВЕРИФИКАЦИИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

**А.А. Гедич, А.Г. Зыков, А.В. Лаздин**

В работе приведена общая схема проектирования и анализа вычислительного процесса на основании графо-аналитической модели. Рассматривается анализ по исполняемому коду программы. Представлен обзор существующих алгоритмов восстановления информации об объектах на стеке. Приведены их важные особенности, достоинства и недостатки. Представлен алгоритм, сочетающий в себе предложенные ранее концепции, новые решения некоторых задач и их исследования.

**Ключевые слова:** вычислительный процесс, верификация, исполнимый модуль, локальные переменные и аргументы процедур.

#### Введение

На рис. 1 представлена общая схема проектирования и анализа вычислительного процесса (ВП), реализуемого на основе графо-аналитической модели (ГАМ), являющейся концентрированным описанием технического задания (ТЗ). Анализ и верификация ВП по исполняемому коду программы, написанной на языке высокого уровня, является актуальной и сложной задачей. Главной целью исследования является восстановление исходного кода из исполнимых файлов архитектуры Intel x86. Одним из наиболее важных шагов, без которых невозможно восстановление исходного кода программы на языке высокого уровня, является поиск локальных переменных и аргументов процедур (ЛПА). Информация, полученная на данном этапе, также может быть использована для комментирования ассемблерного листинга. Ее наличие способствует повышению точности анализа потока данных, например, при поиске адресов назначения косвенных вызовов процедур. Анализ стековых операций может использоваться в других задачах. Например, в [1] стековые операции анализируются для верификации программ с целью гарантировать безопасность стека.

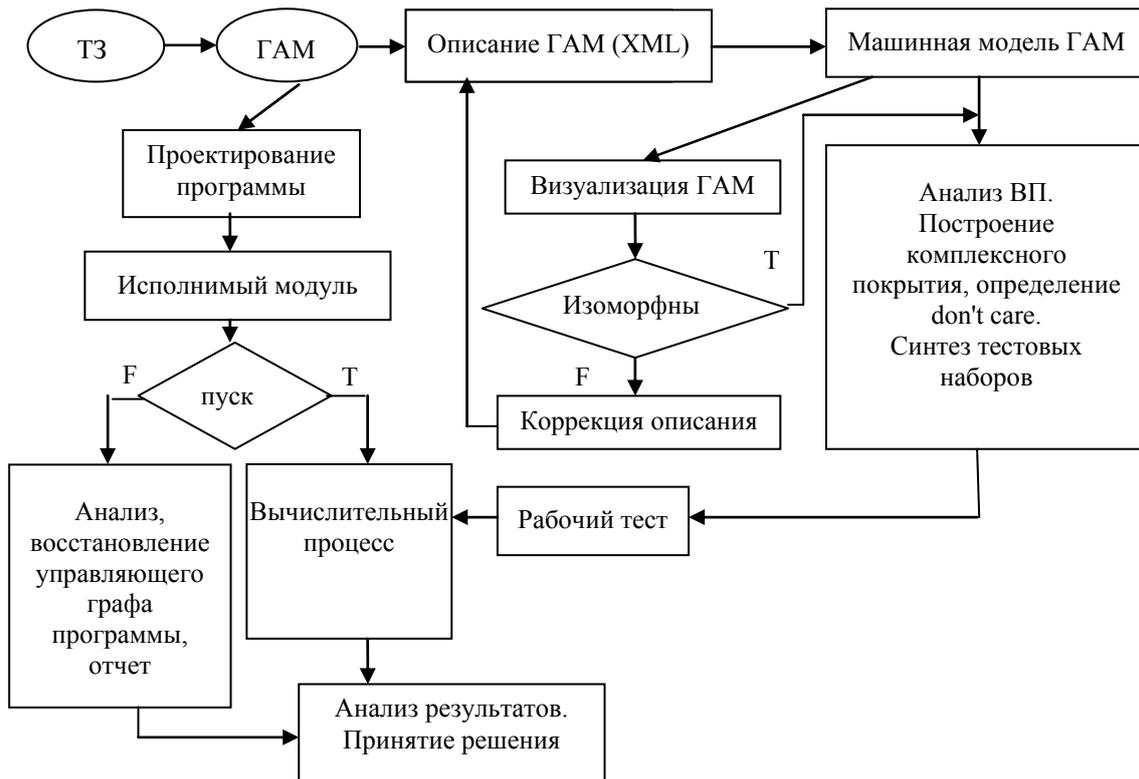


Рис. 1. Схема проектирования и анализа вычислительного процесса (Т – True и F – False соответственно)

Мотивацией данного исследования послужило наличие малого числа работ, описывающих полный процесс восстановления информации о ЛПА. Кроме того, на данный момент существует лишь несколько инструментов, способных работать с реальными приложениями и находить ЛПА. Данные инструменты не являются публично доступными.

Практически все современные компиляторы, решая задачи передачи аргументов в процедуры и выделения места в памяти для локальных переменных, используют сегмент стека. В работах [2, 3] на основе описания механизмов хранения локальных переменных и передачи аргументов на стеке был разработан декомпилятор, способный осуществлять поиск ЛПА. Следует отметить важность рассмотрения такого вопроса, как возможность отсутствия эпилога у процедур, что может быть связано с применением оптимизирующих компиляторов. Отсутствие эпилога процедуры в явном виде может затруднять поиск ЛПА.

В работе [3] не учитываются косвенные вызовы процедур, поскольку это усложняет процедуру поиска. Кроме того, не рассматривается такой важный вопрос, как нарушение баланса стека. Под нарушением баланса стека понимается несовпадение значений регистра указателя стека при входе в процедуру и выходе из нее. Наличие такого явления связано с присутствием в исполняемом файле кода встроенных процедур, производящих явные манипуляции со стеком, или кода, вручную написанного на ассемблере.

В работе [1] используется частичное моделирование состояния микроконтроллера и интерпретация подмножества его ассемблерных инструкций. Данное решение используется для получения информации о состоянии стека, например, о его возможном переполнении.

Задача поиска ЛПА в общем виде, как это показано в [4], может быть определена в терминах поиска инструкций, совершающих доступ к сегменту стека. В [4] для этого вводится понятие анализа наборов значений. Под анализом наборов значений понимается абстрактная интерпретация ассемблерного кода с целью найти приближенный набор значений для каждого объекта данных в каждой точке программы. Под объектом данных понимается абстрактное хранилище a-loc. a-loc – это набор диапазонов адресов на участке памяти, представляющий собой хранилище одного или нескольких скалярных значений, структуры, массива или части одного из них. Согласно [5], разработанный алгоритм способен восстанавливать информацию о глобальных и локальных переменных, указателях, структурах, массивах, объектах, выделенных на куче, косвенных переходах и вызовах процедур.

Еще одной проблемой, затрудняющей поиск ЛПА, являются алиасы [6]. Под алиасом понимается обращение к разным частям участка памяти, соответствующего одному объекту. Наличие алиасов может свидетельствовать, например, об использовании механизма приведения типов, которыми обладают многие современные языки программирования.

В [7] описан алгоритм, применяемый для нахождения максимального размера стекфрейма. Каждому базовому блоку управляющего графа процедуры (УГ) сопоставляется информация о текущем балансе стека. В рамках настоящей работы под УГ понимается упорядоченный ориентированный граф, вершинами которого являются инструкции. УГ включает в себя непустое множество начальных вершин и множество конечных вершин, которое может быть пустым. Вершины УГ могут объединяться, образуя базовые блоки. Алгоритм в [7] учитывает возможные изменения регистров ESP и EBP, а также поведение вызываемой функции в части нарушения баланса стека при встрече инструкции CALL. Проблема косвенных вызовов игнорируется, и используются данные секции перемещаемых элементов, секция очень часто отсутствует в реальных приложениях.

В работе [8] использован метод идентификации структур агрегатов для восстановления информации о структурах. В [9] осуществлен переход от контекстно-независимого к контекстно-зависимому анализу путем введения GMOD-функции слияния объектов a-loc. Контекстно-зависимый анализ позволяет получить более точное приближение значений для a-loc, поскольку учитываются объекты, передаваемые в анализируемую процедуру извне, например, переменные, выделенные на куче. Не менее важной при анализе стековых объектов является проблема восстановления типов, которая подробно описана в [10, 11].

### Цель работы

Необходимость разработки нового решения обусловлена практически полным отсутствием инструментов, позволяющих точно восстанавливать информацию о локальных переменных и аргументах процедур. Из описанных работ, единственным публично доступным решением является [4, 8, 9]. В [9] подчеркивается, что контекстно-независимая версия алгоритма [4] обладает очень низкой точностью. Кроме того, ни в одной из работ не приведено реальных примеров восстановления ЛПА и достаточной информации о проценте восстановленных ЛПА.

Целью исследования являлась разработка алгоритма, совмещающего в себе представленные ранее идеи и восстанавливающего именно информацию о ЛПА. Алгоритм должен был быть контекстно-независимым, учитывать изменения регистров ESP и EBP, игнорировать анализ косвенных вызовов, предлагая альтернативное решение, игнорировать понятие прологов и эпилогов функций. При поставленных ограничениях алгоритм должен обеспечивать высокую точность и, самое главное, работать с реальными приложениями.

### Обобщенный алгоритм восстановления локальных переменных и аргументов процедуры

Разработанный алгоритм является частью программной системы для восстановления исходного кода из исполнимых файлов архитектуры Intel x86. В качестве входных данных алгоритму требуется УГ процедуры. Минимальные данные, необходимые для восстановления УГ получаются на этапе дизассемблирования и первичного анализа исполнимого файла и сохраняются в xml-файл. Результатом работы алгоритма является список всех переменных процедуры. Кроме того, каждая инструкция, использующая локальную переменную или аргумент, должна быть промаркирована содержательным комментарием с именем переменной и информацией о специфичном доступе к алиасу, если он присутствует.

**Шаг 1.** Последовательно просматривается список вершин УГ анализируемой процедуры. К каждой вершине применяется функция F1, распознающая наличие операнда в сегменте стека. Если операнд обнаружен, в список результатов шага 1 помещается запись RawStackVariable следующего вида:

VA Address – виртуальный адрес инструкции;  
bool UseStackFrame – индикатор использования регистра ESP или регистра EBP;  
AbsoluteStackVariableTypes Type – тип указателя: BYTE, WORD, DWORD;  
int Offset – смещение, прибавляемое к базовому регистру.

Последовательно просматривается список результатов поиска. При наличии хотя бы одной записи, у которой значение UseStackFrame истинно, производится переход к шагу 2. В противном случае переход к шагу 3.

**Шаг 2.** Последовательно просматривается список вершин УГ анализируемой процедуры. К каждой вершине применяется функция F2, распознающая инструкции, изменяющие значение указателя стекфрейма EBP. Если инструкция идентифицирована как изменяющая, в список результатов шага 2 помещается запись ChangeTrack следующего вида:

VA Address – виртуальный адрес инструкции;  
GPIInstructions Instruction – мнемоника инструкции общего назначения;  
Operand Operand – второй операнд инструкции, может отсутствовать.

**Шаг 3.** Шаг состоит из трех этапов, которые выполняются последовательно в цикле до тех пор, пока список результатов шага 3 не перестанет изменяться. При выходе из цикла осуществляется переход к шагу 4.

1. На этом этапе осуществляется проход по УГ процедуры в прямом направлении передачи управления между инструкциями, начиная с точки входа. К каждой вершине применяется функция F3,

вычисляющая пару значений: текущий баланс стека, величина изменения указателя стека. В случае невозможности осуществить вычисление функция возвращает значение NULL, после чего вычисление баланса на текущей ветке графа прекращается.

Для последующих проходов по УГ в случае, если возвращаемое значение – это NULL, делается проверка наличия в списке результатов пары значений для следующей инструкции. Если пара присутствует, возможно вычисление баланса стека текущей инструкции через пропорцию. Пара значений помещается в список результатов шага 3, где ключом является адрес инструкции, а значением – сама пара. Для вычисления баланса стека текущей инструкции используется запись из списка результатов для предыдущей инструкции. Баланс первой инструкции полагается равным нулю.

Если встречается инструкция CALL, делается попытка проанализировать вызываемую процедуру, чтобы вычислить величину изменения указателя стека ESP. В случае косвенного вызова вычисление баланса на текущей ветке графа прекращается. В случае прямого вызова в собственный код делается предположение о том, что процедура не нарушает баланс стека, и используется параметр инструкции RET. В случае прямого вызова API используется метаинформация, генерируемая модифицированным компилятором gccxml на основе заголовочных файлов.

2. На следующем этапе осуществляется проход по УГ процедуры в обратном направлении передачи управления между инструкциями, начиная с точек выхода или последних инструкций. Делаются предположения о том, что процедура не нарушает баланс стека и он равен нулю для ее последних инструкций. На данном этапе вычисляются пары значений и помещаются в список результатов аналогично предыдущему этапу.
3. На заключительном этапе осуществляется поиск в УГ вершин, недостижимых одновременно на этапах 2, 3 в силу ограничений инструкции CALL, но для которых известен баланс стека и возможно его вычисление для дальнейших инструкций. Если указанные вершины присутствуют, к ним применяется этап 1 или 2.

**Шаг 4.** Данный шаг выполняется, только если выполнялся шаг 2. Список результатов шага 2 сортируется по возрастанию адреса. К каждой записи применяется функция F4, которая вычисляет значение регистра EBP для соответствующей инструкции, используя информацию из операнда и дополнительно – из списка результатов шага 3. В случае невозможности вычислить значение регистра EBP функция возвращает NULL. Значение сохраняется в список результатов шага 4, где ключом является адрес инструкции, а значением – результат функции F4.

Далее вычисленное значение транспортируется по вершинам УГ до тех пор, пока не будет встречена вершина, которой соответствует следующая запись ChangeTrack или вершина с инструкцией CALL. На этапе транспортировки запись о каждой пройденной вершине заносится в список результатов с соответствующим значением регистра EBP.

**Шаг 5.** На данном шаге последовательно просматривается список результатов шага 1. Для каждой записи RawStackVariable вычисляется полное относительное смещение путем сложения значения Offset и значения регистра ESP или EBP, полученного на шаге 3 или 4, в зависимости от значения UseStackFrame. На основе полного смещения вычисляется область переменной. Результаты заносятся в список результатов шага 5 в виде записей AbsoluteStackVariable:

VA Address – виртуальный адрес инструкции;  
 bool UseStackFrame – индикатор использования регистра ESP или регистра EBP;  
 AbsoluteStackVariableTypes Type – тип указателя: BYTE, WORD, DWORD;  
 int AbsoluteStackOffset – полное смещение;  
 StackVariableScope Scope – область переменной: local, argument, return.

**Шаг 6.** Результатом работы данного шага являются два списка: список доступов и список переменных. Запись о переменной представлена в виде StackVariable, а запись о доступе в виде StackVariableAccessor. На данном шаге из списка результатов шага 5 формируется список диапазонов из смещений, после чего список группируется по признаку пересечения. В группу входят пересекающиеся диапазоны, но группы не пересекаются между собой.

Последовательно просматривается каждая группа. Если группа содержит один диапазон, в список переменных и в список доступов заносится по одной записи. Если группа содержит несколько диапазонов, то: если это одинаковые диапазоны, в список переменных заносится одна запись, а в список доступов – количество записей, соответствующее количеству диапазонов. Если это разные диапазоны, к ним применяется операция объединения, после чего в список переменных заносится одна запись, а в список доступов – количество записей, соответствующее количеству диапазонов. Далее диапазоны сортируются по значению полного смещения и индексируются, чтобы дать уникальные имена переменным.

**StackVariable:**

IFORange range – диапазон адресов.  
 int VariableIndex – индекс переменной, часть уникального имени.

**StackVariableAccessor:**

AbsoluteStackVariableTypes Type – тип указателя BYTE, WORD, DWORD.

int RelativeOffset – относительное смещение (для нестандартных типов).

string VarId - уникальный идентификатор переменной.

**Выводы**

В ходе исследования было просканировано 8 реальных приложений, содержащих в общем 450 000 инструкций. В качестве исследуемых приложений выбраны игры, поскольку такие исполнимые файлы трудно анализировать. Это обусловлено большим размером исполнимых файлов, разнообразием API, высоким уровнем оптимизации и другими факторами. Каждый исполнимый модуль исследовался лишь частично, поскольку информация о процедурах была получена на этапе предварительного анализа методом рекурсивного спуска, что не гарантирует 100%-ного покрытия кода.

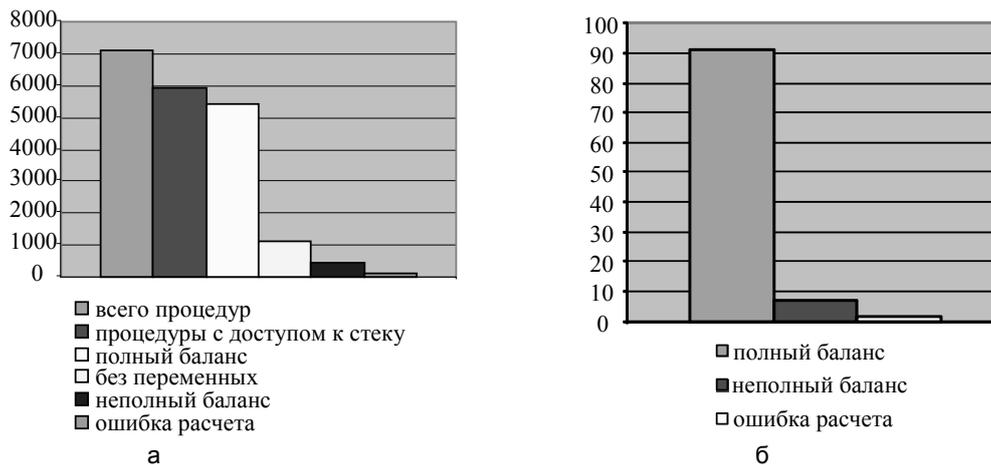


Рис. 2. Результаты расчета баланса стека: полное распределение (а), нормированное распределение (б)

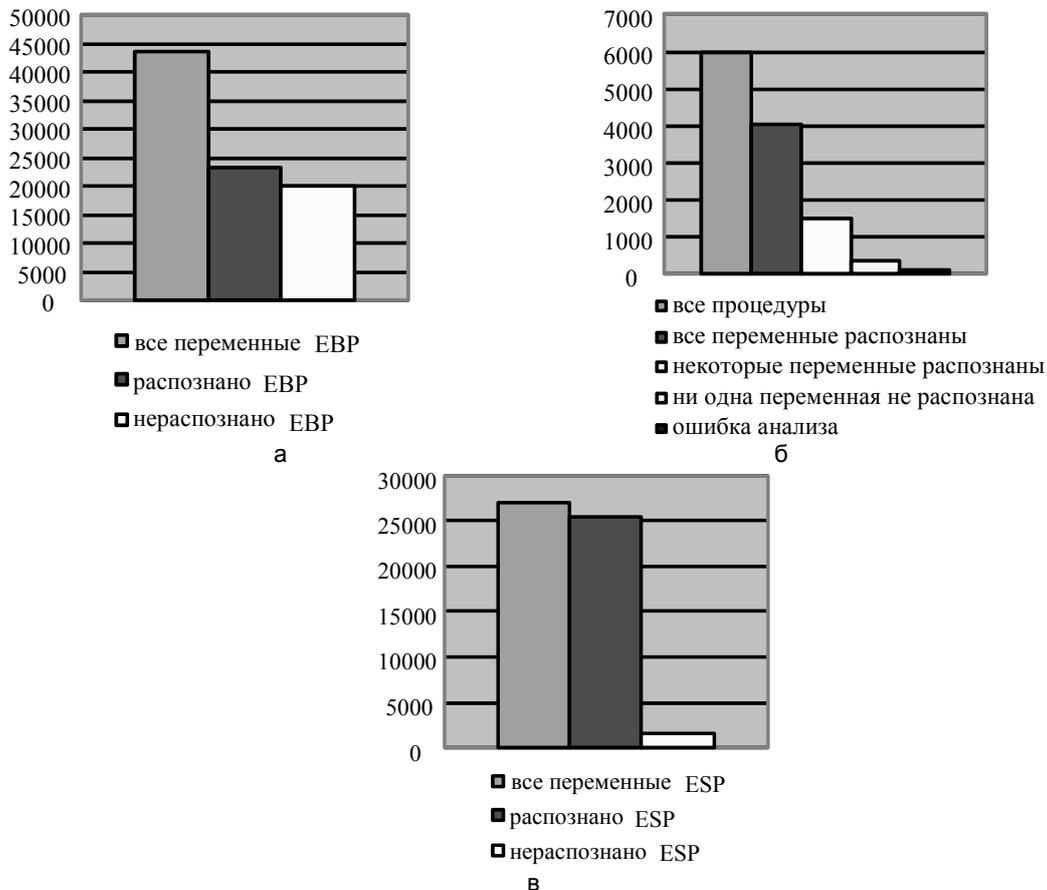


Рис. 3. Результаты вычисления полного смещения: количество доступов через регистр ESP (а); количество доступов через регистр EBP (б); степень распознавания ЛПА по отношению к содержащим их процедурам (в)

Важность представляют только процедуры, имеющие ЛПА. Для 91,2% из них удалось полностью рассчитать баланс стека. Частично удалось произвести расчеты для 7,1%. Оставшаяся часть 1,7% вызвана ошибками, привнесенными на этапе дизассемблирования. Результаты приведены на рис. 2.

На рис. 3 приведены результаты восстановления информации о локальных переменных и аргументах. Рис. 3, а, б, отражают количество распознанных ЛПА. Видно, что для доступов через регистр ESP процент намного выше. Это объясняется более простыми зависимостями значений и изменениями регистра ESP в сравнении с регистром EBP. Рис. 3, в, показывает степень распознавания ЛПА по отношению к содержащим их процедурам. Пренебрегая ошибками, внесенными на этапе дизассемблирования, которые составляют 1,7%, можно утверждать, что расчет баланса стека работает эффективно, поскольку полностью нераспознанные процедуры составляют 6,6%. Частично распознанные ЛПА составляют 25%. Данный факт объясняется сложными зависимостями изменения значений регистра EBP, что отражено на рис. 3, а. Поскольку полностью распознанные ЛПА составляют 66,7%, можно сделать вывод, что при улучшении шага 4 обобщенного алгоритма можно достигнуть результата распознавания 90%.

Результаты работы алгоритма приведены в таблице. Первая колонка показывает исходную инструкцию, вторая – сгенерированное определение переменной и ее размер, третья – способ доступа к переменной.

<b>Инструкция</b>	<b>Переменная</b>	<b>Доступ</b>
MOV DWORD PTR SS:[EBP-10h],EAX	Custom Local4:6	(DWORD)Local4
CMP WORD PTR SS:[EBP+8h],0h	DWORD Argument1:4	(WORD)Argument1
TEST BYTE PTR SS:[EBP-5h],80h	DWORD Local2:4	(BYTE)Local2:3
CMP DWORD PTR SS:[EBP-0Eh],0FFh	Custom Local4:6	(DWORD)Local4:2

Таблица. Результаты работы алгоритма

### Заключение

В ходе исследования рассмотрен ряд наиболее важных работ, посвященных проблеме восстановления локальных переменных и аргументов процедур. Коротко описаны основные особенности предложенных ранее алгоритмов, их достоинства и недостатки. Предложено собственное оригинальное решение, важными достоинствами которого являются контекстно-независимый анализ, решение проблемы косвенных вызовов процедур и распознавание алиасов. Разработанный алгоритм был применен к реальным программам и доказал свою эффективность. Программная реализация включена в состав учебно-исследовательской САПР верификации вычислительных процессов [12–14].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 12-07-00376-а).

### Литература

1. Regehr J., Reid A., Webb K. Eliminating stack overflow by abstract interpretation // Transactions on Embedded Computer Systems. – 2005. – № 4. – P. 751–778.
2. Cifuentes C., Gough K.J. Decompilation of binary programs // Software–Practice and Experience. – 1995. – V. 25. – № 7. – P. 811–829.
3. Cifuentes C., Simon D. Procedure abstraction recovery from binary code // In Proceedings of the Conference on Software Maintenance and Reengineering. – 2000. – P. 55–64.
4. Balakrishnan G., Reps T. Analyzing memory accesses in x86 executables // Compiler Construction. – 2004. – P. 5–23.
5. Cifuentes C., Fraboulet A. Intraprocedural static slicing of binary executables // International Conference on Software Maintenance. – 1997. – P. 188–195.
6. Debray S.K., Muth R., Weippert M. Alias analysis of executable code // Principles of Programming Languages. – 1998. – P. 12–24.
7. Debray S.K., Linn C., Andrews G.R., Schwarz B. Stack analysis of x86 executables. – 2004 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [www.cs.arizona.edu/~debray/Publications/stack-analysis.pdf](http://www.cs.arizona.edu/~debray/Publications/stack-analysis.pdf), свободный. – Яз. англ. (дата обращения 20.08.2013).
8. Balakrishnan G., Reps T. Divine: Discovering variables in executables // Verification, Model Checking, and Abstract Interpretation. – 2007. – P. 1–28.
9. Balakrishnan G., Reps T. Improved memory accesses analysis for x86 executables // Compiler Construction. – 2008. – P. 16–35.
10. Dolgova K., Chernov A. Automatic type reconstruction in disassembled c programs // In Proceedings of the WCRE. – 2008. – P. 202–206.
11. Troshina K., Chernov A. High-Level Composite Type Reconstruction During Decompilation from Assembly Programs // In Proceedings of 7th Perspectives of System Informatics. – 2009. – P. 292–299.

12. Немолочнов О.Ф., Зыков А.Г., Поляков В.И., Петров К.В. Учебно-исследовательская САПР верификации и тестирования вычислительных процессов программ // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2006. – № 9 (32). – С. 127–128.
13. Зыков А.Г., Безруков А.В., Немолочнов О.Ф., Поляков В.И., Андронов А.В. Графо-аналитические модели вычислительных процессов в САПР // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2011. – № 4 (74). – С. 116–120.
14. Немолочнов О.Ф., Зыков А.Г., Поляков В.И., Македонский А.А. Параллельные структуры управления вычислительными процессами в САПР / Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2011. – № 4 (74). – С. 121–124.

- Гедич Андрей Алексеевич* – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант, muzhedgehog@list.ru
- Зыков Анатолий Геннадьевич* – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат технических наук, доцент, zikov\_a\_g@mail.ru
- Лаздин Артур Вячеславович* – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат технических наук, доцент, lazdin@yandex.ru

УДК 004.42

## **ИНТЕГРАЦИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ТЕХНОЛОГИИ СВЯЗАННЫХ ДАННЫХ**

**И.А. Семерханов, Д.И. Муромцев**

Рассматривается способ интеграции компьютерных систем, использующих традиционные реляционные хранилища данных, на основе технологии связанных данных, затрагивается вопрос интероперабельности таких систем и проблемы ее обеспечения. Для реализации семантической интероперабельности предлагается использовать семантические технологии, в частности, модели данных RDF и RDF Schema, язык описания онтологий OWL, язык запросов SPARQL и общий подход открытых связанных данных. Рассматривается разрабатываемый авторами программный инструмент R2RMapper, предназначенный для извлечения информации, хранящейся в реляционных базах данных, в семантические форматы. Представлен алгоритм, позволяющий преобразовать такую информацию в единое информационное поле, доступное всем интегрируемым системам.

**Ключевые слова:** интеграция реляционных баз данных, интероперабельность, RDF, OWL, RDFS, связанные данные.

### **Введение**

Одной из актуальных проблем при построении информационных систем (ИС) является обеспечение их интеграции в единое информационное пространство. Проблематика решения этой задачи обусловлена тем, что информационные системы в большинстве случаев являются распределенными. Помимо этого они строятся на различных технологиях с применением множества протоколов обмена данными. Эти факторы препятствуют построению единого унифицированного информационного хранилища.

В решении задачи интеграции ключевым элементом является обеспечение интероперабельности – способности информационной системы к взаимодействию с другими системами [1]. Такое взаимодействие может выражаться в виде обмена данными, распределенного выполнения поисковых запросов и согласованного изменения базы данных (БД). Проблема обеспечения интероперабельности информационных систем имеет фундаментальный характер. Она актуальна как для унаследованных систем, которые требуется связывать с вновь создаваемыми, так и для вновь проектируемых хранилищ данных, в которых необходимо предусмотреть возможности для реализации будущего взаимодействия с другими системами.

Можно выделить два вида интероперабельности – структурный и семантический. Структурный вид предполагает согласование внутренних структур сущностей систем. Семантический вид означает возможность установления соответствия между смысловыми единицами информационных систем. Существующие методы решения проблемы интеграции в основном направлены на решение проблемы структурной интероперабельности. Такие методы чаще всего основаны на ручном построении связей и правил обмена данными между системами, однако они не отвечают современным потребностям и уровню развития технологий [2].

К сожалению, на данный момент также отсутствуют четко сформулированные методы решения проблемы семантической интероперабельности, но есть некоторые проекты, которые так или иначе пытаются реализовать такой подход, например, eCulture, IPISAR, SWHi, AMA и др. [3].

Один из подходов к интеграции информационных систем заключается в использовании метаданных для описания информационных ресурсов. Однако в том виде, в котором данный подход в основном используется, он обеспечивает лишь описание структур информационных единиц без анализа их смысла и назначения. На основании такого описания невозможно делать корректные выводы о соответствии информационных единиц и их связей в различных системах, функционирующих в одной предметной об-

ласти. Для формирования заключений необходимо оперировать не только структурными характеристиками объектов информационных систем, но и оценивать их смысловое назначение, погруженное в единое информационное пространство определенной предметной области.

### Семантические технологии для интеграции ИС

В качестве одного из глобальных подходов к решению проблемы интеграции информационных систем можно рассматривать так называемые связанные данные (Linked Data) [4]. Linked Data – это метод публикации открытых данных в сети Интернет таким образом, что сторонним пользователям становятся доступны не только сами данные, но и сопутствующее семантическое описание, позволяющее устанавливать связи между различными массивами данных, и организовать их единообразную обработку. При таком подходе метаданные публикуются в сети при помощи формата RDF с использованием унифицированного идентификатора ресурсов URI для идентификации элементов, которые они содержат. Для интеграции информационных систем необходимо в первую очередь преобразовать данные, хранящиеся в системах к формату, необходимому для связывания данных. Поскольку сейчас подавляющее большинство информационных систем используют реляционные БД для хранения информации, проблема сводится к извлечению нужной для связывания информации из реляционных баз, поддержанию ее в актуальном состоянии и публикации в открытом формате.

Второй обязательной составляющей описываемого подхода, помимо RDF и URI, является использование так называемых онтологий для моделирования сущностей предметной области в явном и формализованном виде, что позволяет осуществлять автоматический поиск и обработку данных на основании семантических запросов. С некоторыми оговорками можно сказать, что аналогом онтологий в реляционных БД являются ER-диаграммы. Однако последние недоступны для машинной обработки и служат лишь в качестве справочной информации для разработчика. Важной особенностью онтологического подхода является возможность использования уже существующих верхнеуровневых онтологий, описывающих основные абстракции) для извлечения метаданных. Такие онтологии охватывают различные информационные области. Некоторые из самых распространенных перечислены ниже.

- Dublin Core [5]. RDFS словарь для описания общих свойств;
- FOAF (Friend Of A Friend) [6]. Онтология для описания людей и их отношений с другими субъектами;
- BIBO (The Bibliographic Ontology) [7]. Онтология для описания любого вида документов в RDF;
- AISO (The Academic Institution Internal Structure Ontology) [8]. Онтология внутренней структуры академических институтов.

### Описание метаданных

Язык RDF основан на технологии XML. Однако XML в чистом виде не позволяет связывать данные из разных областей. Основной его недостаток заключается в том, что XML описывает грамматику и структуру документов в формате, удобном для машин, но представить с его помощью какое-либо смысловое описание объектов, составляющих информационное пространство различных областей, представляется практически невозможным. Другой проблемой является возможность структурирования данных при помощи XML различными способами, что увеличивает неоднородность и усложняет связывание. Для решения этих проблем консорциумом W3C была разработана модель данных RDF специально для описания семантики информационных объектов.

Модель данных основана на использовании простейших логических утверждений, состоящих из трех элементов и именуемых триплетом. Этими элементами являются ресурс, свойство и значение или, другими словами, субъект, предикат и объект. Модель данных в RDF является графом, где вершины – это объекты и субъекты, а ребра – свойства. Ввиду того, что модель данных не зависит от способа описания RDF-документа, утверждения могут быть выражены различными способами, например, как XML-документ в формате RDF/XML, в формате Turtle [9], в формате N3 или с помощью внедряемых метаданных RDF. Существуют также и другие, менее популярные форматы описания, однако сама концепция связанных данных не требует использования определенного формата описания, достаточно, чтобы ресурс обладал уникальным идентификатором. Данные RDF хранятся в RDF-хранилище, а доступ к ним осуществляется при помощи языка структурированных запросов SPARQL, который является рекомендацией консорциума W3C и одной из технологий семантического веба.

RDF предоставляет формализм для аннотирования данных, но не содержит средств для полноценного описания отношений между ними. Для этих целей используются онтологические модели, описываемые на языках RDFS, или язык OWL. RDFS добавляет такие термины, как `rdfs:Class` (класс), `rdfs:Property` (свойство), `rdfs:type` (тип), `rdfs:subClassOf` (подкласс), `rdfs:subPropertyOf` (производное свойство), `rdfs:range` (область значений), `rdfs:domain` (область определения). Эти термины используются как строительные блоки для создания отношений между ресурсами [10].

В задаче интеграции информационных систем, использующих реляционные БД, в единое информационное пространство связанных данных нужно отобразить таблицы на классы, а поля таблиц – на

свойства. Описать отношения и связи в получившейся модели данных можно при помощи верхнеуровневых онтологий, таких как FOAF или SKOS. Например, если таблица в ИС, хранящая информацию о пользователях, будет отображаться на класс  $s:usr$ , то их отношения с классом Agent и классом Person из верхнеуровневой онтологии FOAF могут описываться следующими правилами:

$$\begin{aligned} & \forall i, s : usr, foaf : person T(i, rdf : type, s : usr) \wedge T(s : usr, rdfs : subclassOf, foaf : person) \Rightarrow \\ & \Rightarrow T(i, rdf : type, foaf : person); \\ & \forall s : usr, foaf : person, foaf : agent T(s : usr, rdfs : subclassOf, foaf : person) \wedge \\ & \wedge T(foaf : person, rdfs : subclassOf, foaf : agent) \Rightarrow T(s : usr, rdfs : subclassOf, foaf : agent). \end{aligned}$$

Здесь  $T(s,p,o)$  – это логический предикат, а  $i$  – информационная единица, содержащая информацию о пользователе. Для описания свойств можно также использовать правило транзитивности. Если поле таблицы  $name$  будет отображаться на свойство как  $s:name$ , а свойство Name онтологии FOAF будет  $foaf:name$ , то справедливы следующие правила:

$$\begin{aligned} & \forall s, s : name, o, foaf : name T(s, s : name, o) \wedge T(s : name, rdfs : subPropertyOf, foaf : name) \Rightarrow \\ & \Rightarrow T(s, foaf : name, o). \end{aligned}$$

Используя такие правила и средства RDFS, можно связать ресурсы из разных доменных пространств в единую сеть связанных данных. Однако, чтобы использовать такие возможности, ресурсы необходимо сначала извлечь из БД и преобразовать к нужному формату.

### **Извлечение метаданных в процессе интеграции ИС**

Традиционно в современных информационных ресурсах для хранения информации используются реляционные БД, поэтому наиболее актуальной является проблема извлечения метаданных именно из таких хранилищ. На данный момент нет общепринятого, единого решения, но ведется разработка различных программных средств, а также делаются шаги к стандартизации этой процедуры.

Сейчас существует несколько проектов, направленных на решение этой проблемы, например D2RQ-сервер [11]. D2RQ представляет собой систему для доступа к данным в реляционных базах как к виртуальному RDF-графу, работает напрямую с БД через различные адаптеры. Другим проектом является Virtuoso [12] – мощная платформа для работы с RDF. Система позволяет преобразовывать данные, хранящиеся в реляционных хранилищах, в RDF-формат и предоставляет средства для создания сервера связанных данных. Существуют также и другие проекты, призванные решить проблему извлечения данных из хранилищ.

Однако на данный момент не существует полноценного решения, которое позволило бы извлекать данные, используя при этом онтологическую модель предметной области. Такой подход упростил бы процесс опубликования данных из информационных систем в виде облака связанных данных и, следовательно, позволил бы частично решить проблему интеграции ИС. В связи с этим авторами было принято решение разработать программный продукт R2RMapper, который решал бы эти задачи.

### **Программная реализация**

Программа R2RMapper представляет собой приложение, написанное на языке Java и использующее такие технологии, как Apache Jena, Apache Jena TDB, Redis, Apache Jena Fuseki. Приложение преобразует данные, хранящиеся в реляционных базах данных, таких как Oracle, MySQL и других, в данные в формате RDF/XML или RDF/Turtle. Во время преобразования система автоматического логического вывода Pellet добавляет связи и отношения между классами и свойствами, используя правила, описанные в онтологической модели предметной области на языке OWL2. На рис. 1 изображена архитектура программы R2RMapper.

Приложение получает на вход конфигурационный файл, содержащий информацию об интегрируемых информационных системах: название, таблицы с данными, информацию для подключения. Вторым входным параметром является онтология предметной области, на основе которой встроенным механизмом логического вывода осуществляется наложение ограничений. Важным компонентом системы является хранилище связей между сущностями в традиционных БД и сущностями в RDF-модели – Matching БД. Хранилище реализовано на основе системы Redis и хранит всю информацию в оперативной памяти, что делает его чрезвычайно производительным. Полученные в результате извлечения и наложения онтологии данные публикуются в сети при помощи сервера Fuseki, который предоставляет SPARQL точку доступа для других систем. Алгоритм работы программы состоит из трех этапов и изображен на рис. 2.

Таким образом, данные, которые изначально хранились как структурированная, но закрытая информация, становятся доступными в сети и описываются в семантических терминах. В дальнейшем эти данные могут быть использованы как существующими системами, интегрируемыми в общую инфраструктуру, так и новыми приложениями, которые будут создаваться на их основе.

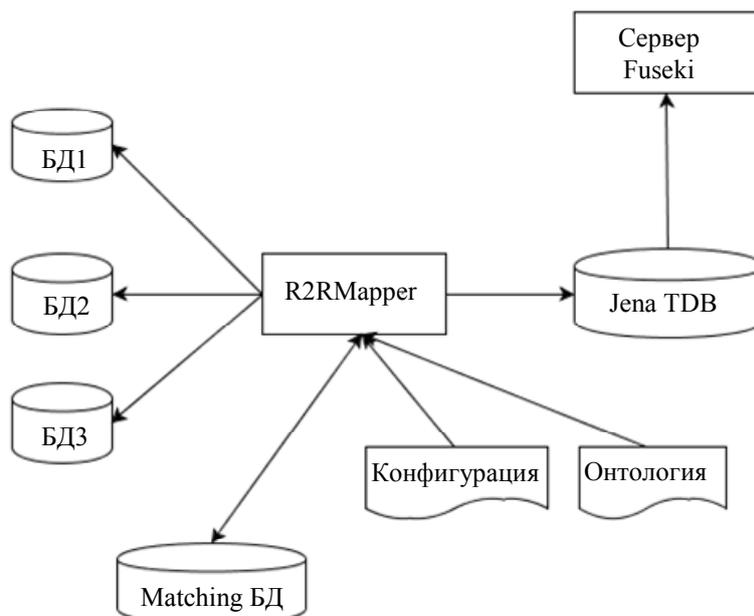


Рис. 1. Архитектура R2RMapper

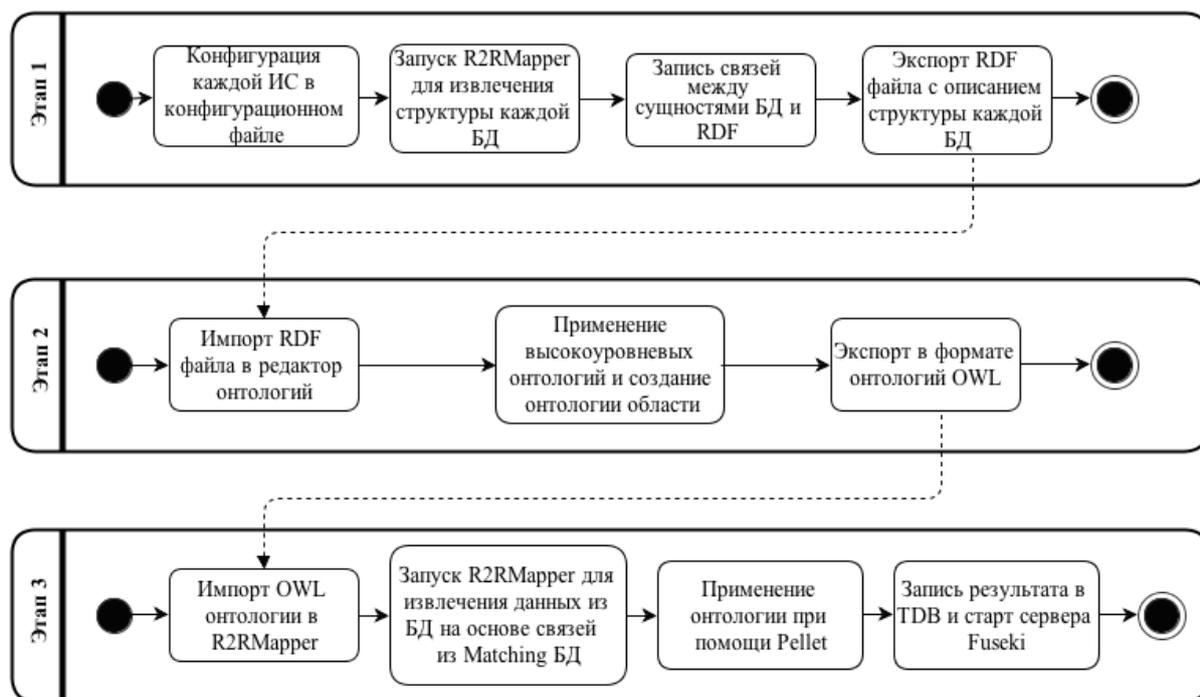


Рис. 2. Алгоритм работы

### Заключение

Задача интеграции информационных систем на данный момент является одной из самых актуальных. Существует много факторов, мешающих объединению информации из разных систем в единое информационное поле, однако подход, основанный на использовании технологии связанных данных, частично решает эту задачу. Данные, открытые и имеющие семантические связи с другими данными, могут быть использованы в любых системах, как существующих, так и разрабатываемых.

На базе НИУ ИТМО авторами сейчас ведется исследование, которое решит некоторые из существующих проблем интеграции данных и позволит опубликовать ресурсы НИУ ИТМО как связанные данные. В ходе исследовательской работы авторами разработан программный продукт, отличающийся от других схожих программ возможностью использования онтологий для реализации правил и ограничений, а также скоростью работы за счет использования хранилища Redis. На данный момент приложение находится в стадии апробации и тестирования.

**Литература**

1. Батоврин В.К., Гуляев Ю.В., Олейников А.Я. Обеспечение интероперабельности – основная тенденция в развитии открытых систем // Информационные технологии и вычислительные системы. – 2009. – № 5. – С. 7–15.
2. Муратов И.Н. Обеспечение структурной интероперабельности информационных систем на основе метамodelей. Диссертация. – НИУ МЭИ, 2003 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.dissercat.com/content/issledovanie-i-razrabotka-metoda-obespecheniya-strukturnoi-interoperabelnosti-informatsionny>, закрытый. Яз. рус. (дата обращения 25.07.2013).
3. Новицкий А.В. Обзор некоторых направлений интеграции гетерогенных ресурсов в электронных библиотеках // Труды 11-й Всероссийской научной конференции «Электронные библиотеки: перспективные методы и технологии, электронные коллекции». – RCDL'2009. – Петрозаводск, Россия, 2009. – С. 350–356.
4. Linked data W3C [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.w3.org/standards/semanticweb/data>, свободный. Яз. англ. (дата обращения 15.06.2013).
5. Dublin Core Dublin Core Metadata Initiative [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://dublincore.org/>, свободный. Яз. англ. (дата обращения 15.06.2013).
6. FOAF Friend of a friend project [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.foaf-project.org/>, свободный. Яз. англ. (дата обращения 15.06.2013).
7. BIBO The bibliographic ontology [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://bibliontology.com/>, свободный. Яз. англ. (дата обращения 15.06.2013).
8. AIISO Academic Institution Internal Structure Ontology [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://vocab.org/aiiso/schema>, свободный. Яз. англ. (дата обращения 15.06.2013).
9. Turtle – Terse RDF Triple Language W3C [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.w3.org/TeamSubmission/turtle/>, свободный. Яз.англ. (дата обращения 15.06.2013).
10. Татарский Ф.Е., Князева А.А. Введение в технологии World Wide Web. – Томск: ТПУ, 2009. – 160 с.
11. D2RQ The D2RQ Platform [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://d2rq.org/>, свободный. Яз.англ. (дата обращения 28.07.2013).
12. Virtuoso Universal Server [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://virtuoso.openlinksw.com/>, свободный. Яз. англ. (дата обращения 28.07.2013).

**Семерханов Илья Александрович**

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант, [i.semirhanov@gmail.com](mailto:i.semirhanov@gmail.com)

**Муромцев Дмитрий Ильич**

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доцент, [dimour@mail.ru](mailto:dimour@mail.ru)

# 7 ЛАЗЕРНЫЕ И БИМЕДИЦИНСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 681.2-5

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ НИЖНИХ КОНЕЧНОСТЕЙ ЧЕЛОВЕКА ПРИ ХОДЬБЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕХНОЛОГИЙ ИНЕРЦИАЛЬНОГО ЗАХВАТА ДВИЖЕНИЯ

А.О. Кузнецов, В.М. Мусалимов

Исследованы методы измерения параметров движения нижних конечностей опорно-двигательного аппарата человека. Основное внимание уделено исследованию параметров цикла ходьбы. Применена технология инерциального захвата движения. Проведены эксперименты по исследованию ходьбы человека с использованием беспроводных измерительных устройств, оснащенных акселерометрами. Выбрана и описана методика проведения исследования параметров цикла ходьбы. Уделено внимание методике выбора мест крепления измерительных устройств на теле человека с использованием опыта специалистов Научно-исследовательского детского ортопедического института им. Г.И. Турнера (г. Санкт-Петербург, Россия). Описана конфигурация фаз движения нижних конечностей человека при ходьбе, показано соответствие фаз движения полученным в экспериментах данным.

**Ключевые слова:** биомеханика, опорно-двигательный аппарат человека, захват движения, беспроводные измерительные устройства.

### Введение

Опорно-двигательный аппарат (ОДА) составляет около 75% веса тела и выполняет функции опоры, движения и защиты внутренних органов от повреждения. Болезни костно-мышечной системы в структуре первичной инвалидности по классам заболеваний составляют 9,3% среди взрослого населения и 5,7% среди детского населения (по данным ФГУ «Главное бюро медико-социальной экспертизы» за 2011 г.). В связи с этим повышение качества оказания медицинской помощи при заболеваниях и травмах ОДА является актуальной задачей.

Основные направления разработок в данной области – это автоматизация измерений, биомеханический анализ движений, поиск зависимостей сроков и характера восстановления ОДА от типа проводимой реабилитации. Авторы проанализировали ряд существующих моделей анализа движений человека. Основная проблема этих систем – инвариантность оценки параметров движения ОДА относительно погрешности монтирования измерительных устройств на человеке. Другая проблема – создание амбулаторных тренажеров, которые могут обеспечить проведение реабилитационных мероприятий вне специально оборудованного места. Такие тренажеры должны быть оснащены измерительной системой, а также рекомендациями по модификации реабилитационного плана в зависимости от образа жизни исследуемого человека.

### Описание задачи и процедуры измерения

Для оценки состояния нижних конечностей человека необходимо собрать данные о перемещениях частей его тела в нормальных условиях. Чаще всего для таких целей используют хождение по прямой, которое легко имитировать в лабораторных условиях. Достаточно предложить человеку пройти по прямой в помещении. При выполнении этого задания ОДА будет выполнять набор движений, привычных для него. В процессе исследования измеряются параметры движения частей тела человека.

Для исследовательских целей необходимо отобрать оборудование, отвечающее следующим требованиям:

1. простота установки на теле человека;
2. возможность контроля движения разных точек тела.

При этом важно, чтобы данные были корректны. Это значит, что измерения параметров движения человека при одинаковых условиях эксперимента должны быть равны. Для проверки этого необходимо провести несколько повторов обследования параметров походки и сравнить данные.

В качестве измерительных устройств были выбраны беспроводные измерительные модули с акселерометрами [1]. Благодаря отсутствию проводов и малым габаритам их легко можно разместить в необходимой точке тела. Модули передают данные о значениях трех проекций ускорения на компьютер с использованием Bluetooth. Модули устанавливаются на тело человека с помощью пластыря Surgifix. Он специально разработан для фиксации повязок на коже. Пластырь позволяет плотно крепить модуль, исключая перемещение и вращение его по поверхности. Малый вес модуля (около 12 г) не оказывает значительного влияния на движения пациента.

Важно правильно выбрать место установки измерительных модулей. Базовым объектом ОДА можно считать костный скелет. Слои мускулов, связок, жира и кожи вносят помехи в данные о параметрах

рах движения скелета. При выборе места крепления необходимо по возможности минимизировать это влияние. В частности, можно использовать антропометрические точки на теле человека, характерные для медицинской практики. Как правило, это места, где кожа прилегает к кости без других прослоек. Их используют для определения антропометрических параметров человека (например, длины рук).

Параметры походки включают в себя описание шага. Наиболее выражено ускорения проявляются, если измерительные модули установлены на стопе. Для этого было произведено сравнение данных с модулей, установленных на стопу, голень, бедро и таз человека.

Стопа – это место контакта человека с поверхностью, и она принимает на себя удар при ходьбе. Она имеет сложное строение [2]. Для более полного понимания поведения стопы модули устанавливаются на пятку и подъем стопы (рис. 1). Это позволяет полностью контролировать взаимодействие стопы с поверхностью во время работы ноги по переносу центра тяжести в течение одного периода шага. Кроме того, между устройством и костью в этих местах располагается только слой кожи, что минимизирует шум в данных.



Рис. 1. Схема (а): 1, 2 – измерительные устройства и (б) место установки устройств на человеке

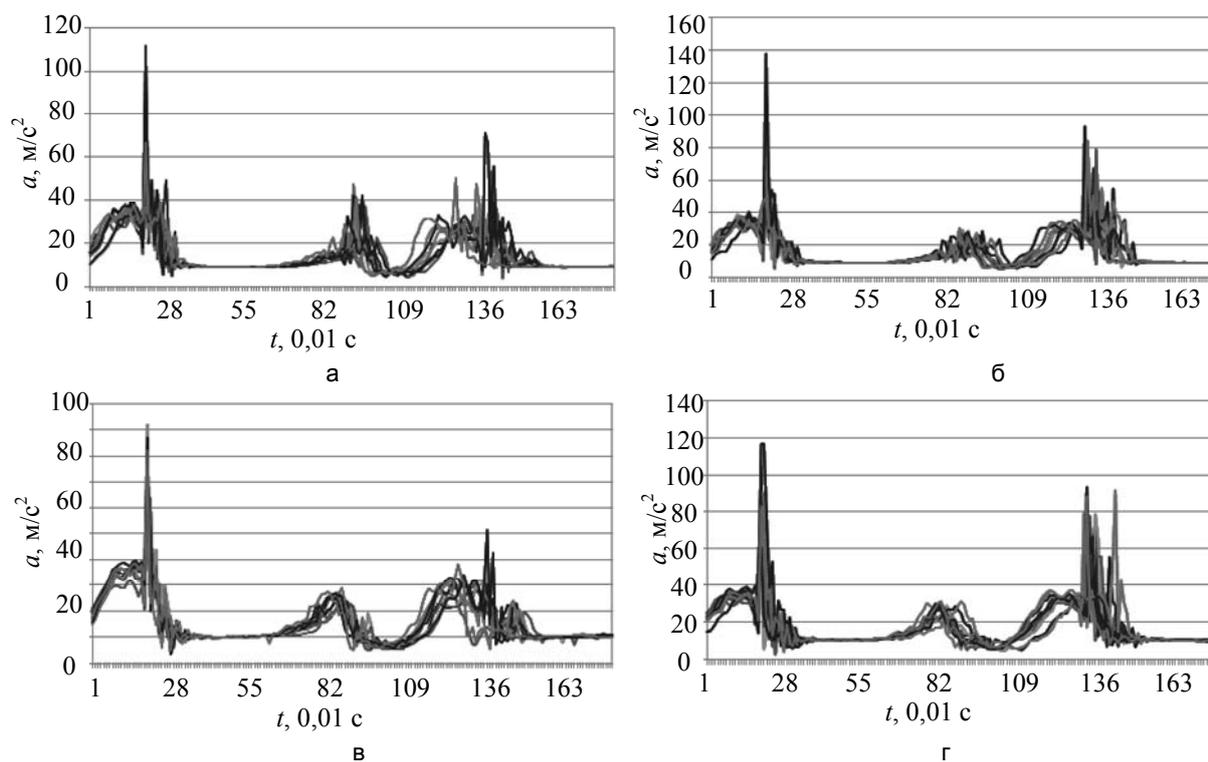


Рис. 2. Повторяемость данных о движении: подъем левой ступни (а); подъем правой ступни (б); пятка левой ноги (в); пятка правой ноги (г). По оси ординат указаны значения модуля ускорения  $a$

В выбранных местах стопы исследуемого человека устанавливаются модули. Они синхронно начинают передавать данные.

Задачи, которые должен выполнить исследуемый человек, выбраны на основе работ [3–5]:

1. статика;
2. ходьба по прямой;
3. повтор статики.

Измерительные модули передают информацию о движении частей тела, к которым они присоединены. Это значит, что четыре измерительных модуля, установленных на стопы, будут передавать данные о движении по 12 каналам (проекции ускорения по осям  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ). Человек выполняет одно и то же задание 10 раз. Измерительные модули в процессе повторения не снимаются.

### Оценка получаемых данных

Очень важна задача оценки самоподобия данных о движении. Если графики интервалов разных циклов шага, полученные от устройства, закрепленного в определенном месте тела человека, будут подобны, то методику измерения можно использовать для анализа параметров движения.

На всех полученных графиках (рис. 2) ясно видны мгновенные увеличения ускорения, свидетельствующие о контакте стопы с полом. Интервал между такими увеличениями равен периоду шага. Для сравнения периодов шага на каждом графике были выделены 2 цикла. Графики циклов шага накладывались друг на друга. На графиках видно, что разброс в определении длительности периода цикла шага равен 0,1 с. Длительность периода цикла шага в среднем равна 2 мин. Кроме того, стоит отметить, что в измеренных данных можно выделить только 2 цикла. Один из них – это цикл начала движения, второй – торможения. Если в эксперименте человек будет делать более 3 шагов, то можно будет анализировать цикл стабильного движения. Это может уменьшить погрешность измерения периода цикла шага. Но и по полученным данным можно говорить о том, что повторяемость значений хорошая.

### Конфигурация фаз движения

Существуют следующие фазы шага [6]:

1. опорный – нога контактирует с полом;
2. двуопорный – обе ноги на полу;
3. перенос – нога перемещается по воздуху.

Имеется более подробное описание этих фаз [7]. В этом описании особое внимание уделено работе различных мышц в перемещениях ОДА (рис. 3).

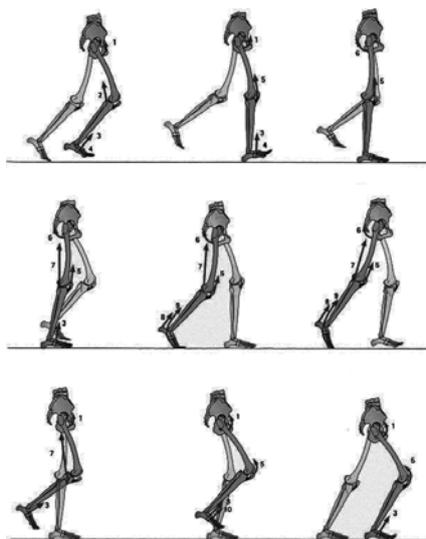


Рис. 3. Графические представления цикла шага

Анализируя фазы ходьбы, можно отметить два ключевых события – наступление на пятку, отрыв подъема ноги.

Во время наступления на пятку центр масс человека движется прямо и вниз. Импульс падающего тела через стопу передается полу. Если пол – абсолютно твердое тело в рассматриваемых условиях, то скорость стопы падает до нуля. Устройство фиксирует это мгновенным значительным увеличением значения ускорения и последующим снижением его после того, как энергия перешла в пол. Изменение значения ускорения в течение этого события должно быть наибольшим на протяжении интервала цикла шага. После этого человек смещает точку опоры с пятки на носок стопы. Когда точка опоры находится на носке, человек отталкивается ногой. Таким образом, он полностью переносит точку опоры на другую ногу. Итак, сначала человек разгибает голеностопный сустав, отталкиваясь от пола. Потом происходит отрыв носка от пола, после чего сустав некоторое время разгибается, так как икроножный мускул продолжает работать.

### Анализ экспериментальных данных

На рис. 4, а, приведены графики данных с устройств, установленных на пятку и подъем стопы. На рис. 4, б, указана схема сил, действующих на ногу в тот же момент времени. Всего выделено пять этапов цикла шага, обозначенных на рис. 4, б.

При описании используются следующие понятия: сила гравитации, влияющая на центр масс человека ( $mg$ ); сила реакции опоры ( $N$ ); сила действия ног ( $F$ ); моменты сил, изменяющие положение ноги человека во время движения ( $M1, M2, M3$ ).

На первом этапе после контакта правой ноги с полом возникает сила реакции опоры в пятке. Тело движется под воздействием взаимодействия силы тяжести ( $mg$ ), силы отталкивания левой ноги ( $N$ ) и момента силы бедра ( $M1$ ). Также в этом движении участвуют мускулы туловища человека, но они здесь не рассматриваются. В результате работы всех сил происходит перемещение центра опоры с пятки в центр стопы с одновременным падением подъема стопы на пол.

На втором этапе центр опоры находится на середине стопы, она покоится на полу. Тело движется большей частью по инерции, противодействуя силами ноги ( $F$ ) силе тяжести ( $mg$ ).

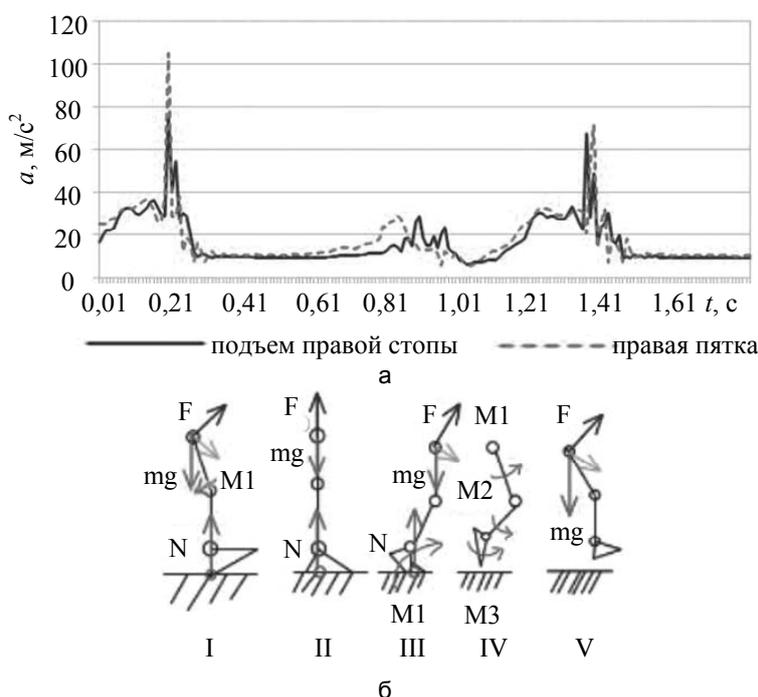


Рис. 4. Соответствия между данными (а) – сплошной линией обозначен график изменения ускорения устройства, установленного на подъеме стопы, пунктирной – на пятке; иллюстрация теории движения (б) – обозначены 5 этапов: I – начало одноопорного периода, контакт стопы с полом; II – одноопорный период; III – двуопорный период; IV – период переноса; V – окончание периода переноса

На третьем этапе человек отталкивается ногой от пола силой  $F$ . При этом центр опоры переходит с середины на носок стопы с одновременным отрывом стопы от пола. Движение происходит под влиянием взаимодействия силы толчка правой ноги  $F$  и силы тяжести  $mg$ .

На четвертом этапе стопа движется сначала по инерции, а потом – под воздействием разгибающих сил тазобедренного ( $M1$ ) и коленного ( $M2$ ) суставов, а также сгибающей силы голеностопного ( $M3$ ) сустава. Вся нагрузка переходит к левой ноге.

На пятом этапе происходит падение стопы к полу под воздействием силы тяжести ( $mg$ ) и толчка левой ноги ( $F$ ).

Как видно по графику на рис. 4, а, данные с устройств позволяют определить промежутки каждого из этапов, и они соответствуют описательной модели. Это предельно упрощенная модель, а график движения – сложный. Это говорит о том, что не учтено множество факторов движения. Самый главный – перемещение и вращение в пространстве инерциальной системы координат самого чувствительного элемента. Основная задача моделирования состоит в восстановлении графиков движения по заданной математической модели.

### Заключение

В ходе исследований были получены теоретические и практические результаты, что необходимо для оценки правильности созданной математической модели. Метод использования инерциальных уст-

ройств для измерения движений человека был разработан для получения некоторых численных результатов. Применение этого метода на практике показало, что он может быть использован для получения объективного параметра, описывающего движение человека.

Продолжение этой работы направлено на разработку средств активной реабилитации с использованием высокотехнологичных устройств, оснащенных моторным приводом. Математическая модель может быть использована в качестве контрольного элемента работы двигательной системы такого устройства. Его главной задачей является прогнозирование движения человека для оценки нагрузки на целевой сустав.

### Литература

1. Умный спорт [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.smartsport.org>, свободный. Яз. рус. (дата обращения 10.05.2013).
2. Неттер Ф. Атлас анатомии человека. – М.: ГЭОТАР-МЕД, 2003. – 600 с.
3. Jansen B., Tan M., Bautmans I., Keymolen B. Van, Mets T., Deklerck R. Accelerometer based gait analysis multi variate assessment of fall risk with fd-neat [Электронный ресурс]. – URL: [http://www.etro.vub.ac.be/PUB\\_Files/IRIS/bjansen/BiosignalsJansen2011.pdf](http://www.etro.vub.ac.be/PUB_Files/IRIS/bjansen/BiosignalsJansen2011.pdf), свободный. Яз. рус. (Дата обращения: 04.05.2013).
4. Bugané F., Benedetti M.G., Casadio G., Attala S., Biagi F., Manca M., Leardini A. Estimation of spatial-temporal gait parameters in level walking based on a single accelerometer: Validation on normal subjects by standard gait analysis // Computer methods and programs in biomedicine. – 2012. – V. 108. – № 1. – P. 129–137.
5. Sant'Anna A., Wickstrom N. A linguistic approach to the analysis of accelerometer data for gait analysis // Proceedings of the 7th IASTED International conference on biomedical engineering. – 2010. – P. 8–16.
6. Азуяппа Ed. Normal Human Locomotion. Part 1: Basic Concepts and Terminology // JPO Journal of Prosthetics & Orthotics. – 1997. – V. 9. – № 1. – P. 10–17.
7. Капанджи А.И. Нижняя конечность. Функциональная анатомия. – М.: Эксмо, 2010. – 352 с.

**Кузнецов Артем Олегович**

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант; ООО «Биотелемеханика», директор; [ak@smartsport.org](mailto:ak@smartsport.org)

**Мусалимов Виктор Михайлович**

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой, [musvm@yandex.ru](mailto:musvm@yandex.ru)

УДК 538.958+535.012.2

**ФОТОХИМИЧЕСКИ ИНДУЦИРОВАННАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ  
ЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ КВАНТОВЫХ СТЕРЖНЕЙ CdSe/ZnS  
В ПОРИСТОЙ МАТРИЦЕ**

М.В. Мухина, В.Г. Маслов, А.В. Баранов, А.В. Федоров

В исходно неупорядоченном ансамбле квантовых стержней, внедренных в пористую матрицу, проведена селективная фотохимическая реакция в условиях продолжительного облучения поляризованным светом. Результатом протекания реакции стало возникновение фотоиндуцированной анизотропии люминесценции нанокристаллов. После завершения длительного периода облучения наблюдался специфический темновой процесс релаксации фотоиндуцированной анизотропии, предположительно обусловленный вращательной диффузией нанокристаллов в порах матрицы. Характерное время протекания процесса – около 10 минут. Биэкспоненциальный вид зависимости интенсивности люминесценции квантовых стержней от времени в ходе фотохимической реакции обусловлен развитием двух фотоиндуцированных процессов в системе – фотоиндуцированного увеличения квантового выхода люминесценции и фотоокисления.

**Ключевые слова:** квантовые стержни CdSe/ZnS, фотоиндуцированная анизотропия, упорядочивание, люминесценция, пористые матрицы.

**Введение**

Полупроводниковые коллоидные квантовые точки CdSe и CdSe/ZnS уже более десяти лет находятся в центре внимания исследователей. Их уникальные свойства – размерная зависимость спектрально-люминесцентных параметров [1], фотостабильность, широкая полоса поглощения и высокий квантовый выход [2] – делают такие нанокристаллы чрезвычайно перспективными как для фундаментальных исследований, так и для практического применения. Спектроскопия является очень мощным инструментом исследования свойств квантовых точек. Этот набор методов предоставляет широкие возможности для наблюдения таких явлений как квантово-ограниченный эффект Штарка [3], FRET [4, 5], анизотропия излучательного перехода [6], резкое падение интенсивности люминесценции [7] в присутствии внешнего электрического поля и целый ряд других.

В отдельный класс можно выделить явления, находящиеся в зависимости от формы нанокристалла. Это становится возможным благодаря значительному развитию технологий синтеза, позволяющих управлять формой и морфологией нанокристалла [8]. Анизотропия спектрально-люминесцентных свойств квантовых стержней (КС) может быть рассмотрена как еще один способ управления процессами поглощения и излучения в средах, содержащих нанокристаллы. Реализация селективного воздействия на нанокристаллы позволит создать новые области возможного использования полупроводниковых нанокристаллов в качестве источников поляризованного излучения, скрытых меток, активных элементов электрохромных, фотовольтаических и других оптоэлектронных устройств.

В работах [8, 9] показано, что рост несферических CdSe-нанокристаллов с кристаллической решеткой типа вюрцита происходит предпочтительно в направлении кристаллографической оси *c*. Поскольку вюрцит CdSe исходно обладает анизотропными свойствами, это, в сочетании с несферичностью формы, приводит к проявлению анизотропии спектрально-люминесцентных свойств. В связи с этим CdSe/ZnS-нанокристаллы вытянутой формы представляют собой идеальный объект для изучения анизотропии процессов поглощения и излучения энергии возбуждения. Целый ряд теоретических и экспериментальных исследований указывает на наличие сильного дипольного момента, направленного вдоль длинной оси *c* нанокристалла [10–13]. В то же время теоретическое рассмотрение показывает, что вырожденность электронных переходов квантовых точек приводит к деполяризации люминесценции [14].

При наблюдении эффектов, связанных с анизотропией поглощения и люминесценции нанокристаллов вытянутой формы, основная сложность заключена в постановке эксперимента: необходимо либо исследовать поведение отдельных КС [11, 15], либо создавать выделенное направление в ансамбле нанокристаллов [13]. Получение упорядоченного ансамбля нанокристаллов – это отдельная задача, решение которой является ключевым моментом для многих областей практического применения КС. На сегодняшний день существует несколько подходов к получению упорядоченного ансамбля нанокристаллов [13, 16, 17]. Однако ни один из них не является простым и универсальным.

В настоящей работе описывается способ создания и наблюдения анизотропии люминесценции, не требующий предварительного упорядочивания ансамбля нанокристаллов, основанный на фотоиндуцированном изменении квантового выхода люминесценции КС. В данном способе используется хорошо известный эффект Вейгерта [18] – появление дихроизма в результате фотохимической реакции в изначаль-

но изотропном образце, протекающей под действием поляризованного света. Этот эффект связан с тем, что падающий свет поглощается преимущественно теми частицами, дипольный момент перехода которых приблизительно параллелен направлению его поляризации. При этом изменение оптической плотности в результате прохождения фотохимической реакции приводит к появлению фотоиндуцированного дихроизма. В нашем случае в результате прохождения фотохимической реакции изменяется не оптическая плотность, а квантовый выход люминесценции объектов, и результатом прохождения фотореакции соответственно является возникновение поляризованной люминесценции.

Фотоиндуцированное увеличение квантового выхода люминесценции [19, 20] – один из возможных фотохимических процессов, протекающих при облучении полупроводниковых нанокристаллов. Из литературы известно большое количество фотоиндуцированных процессов, протекающих в различных системах нанокристаллов, конкретная природа и характеристики этих процессов находятся в сильной зависимости от множества факторов. В частности, при использовании источника излучения относительно высокой мощности (например [21], мощность варьировалась от 40 до 120 мВт/см<sup>2</sup>) с длиной волны, попадающей в полосу поглощения нанокристаллов, возможны процессы фотоионизации [22], фотоотжига [21], фототрансформации поверхности нанокристалла или молекул солубилизатора [23]. При использовании излучения меньшей мощности (например [19], источник монохромного излучения мощностью 36 мВт/см<sup>2</sup>), длина волны которого находится на краю полосы поглощения нанокристаллов, инициируются процессы фотопассивации, приводящие к обратимому фотоиндуцированному увеличению квантового выхода. В настоящей работе мы используем этот эффект для наблюдения фотоиндуцированной анизотропии в ансамбле КС.

### Подготовка эксперимента

В работе использовались полупроводниковые коллоидные квантовые стержни CdSe/ZnS, синтезированные по методу, описанному в работе [24], в лаборатории нанохимии Научно-исследовательского института физико-химических проблем Белорусского государственного университета. Длина и диаметр КС составляли 25 нм и 3,5 нм соответственно, максимум длины волны люминесценции нанокристаллов находился около 580 нм [24]. КС были покрыты солубилизатором триоктилфосфиноксидом.

В качестве среды в работе использовалась пористая матрица, в поры которой из толуольного раствора были внедрены квантовые стержни CdSe/ZnS. Для этого фильтровальная бумага выдерживалась в растворе КС в толуоле с концентрацией 10<sup>-7</sup> М в течение 1 мин. На рис. 1, а, приведены спектры поглощения и люминесценции КС в растворе и в фильтровальной бумаге.

Далее проводилось облучение образца светодиодом через поляризатор. В качестве источника излучения использовался оранжевый светодиод с максимумом длины волны излучения 595 нм и величиной потока излучения 27 лм. Пересчитанная мощность светодиода для заданного телесного угла 0,41 составила 23 мВт, плотность мощности 15 мВт/см<sup>2</sup>. Телесный угол рассчитывался исходя из расстояния до образца и его площади. Облучение проводилось при вертикальном и горизонтальном положении поляризатора. Схематически процесс облучения изображен на рис. 1, б.

Люминесцентные измерения проводились на спектрофлуориметре Cary Eclipse (Varian). Для регистрации вертикально и горизонтально поляризованных компонент полосы люминесценции использовалась схема измерений, приведенная на рис. 1, б. Для регистрации спектров люминесценции использовалась та же схема без поляризаторов. Спектры поглощения регистрировались на спектрофотометре UV-Probe 3600 (Shimadzu). Времена жизни люминесценции ансамбля КС исследовались с помощью люминесцентного сканирующего микроскопа Microtime 100 (PicoQuant GmbH).

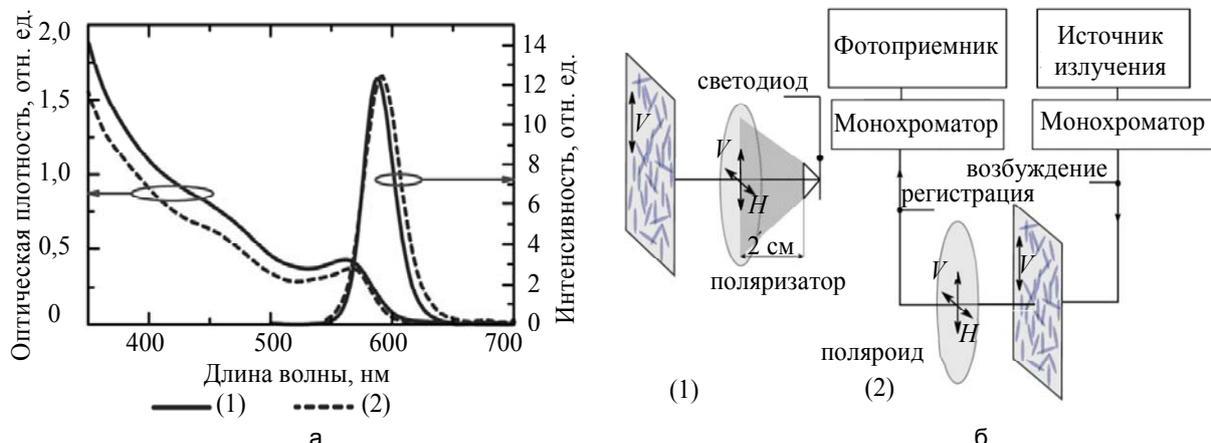


Рис. 1. Спектры поглощения и люминесценции квантовых стержней в растворе толуола (1) и после внедрения в пористую матрицу (2) (а). Схема экспериментальной установки для облучения образцов поляризованным светом (1) и для проведения люминесцентных измерений (2) (б)

### Результаты

При облучении образца наблюдалось фотоиндуцированное увеличение интенсивности люминесценции. В целом процесс увеличения интенсивности люминесценции протекает одинаково для двух взаимно перпендикулярных поляризаций излучения. На рис. 2 приведена серия спектров люминесценции, измеренных в ходе облучения образца излучением с горизонтальной поляризацией. Фотоиндуцированный процесс привел к незначительному (около 3 нм) коротковолновому сдвигу полосы люминесценции. Динамика изменения интенсивности люминесценции приведена на рис. 2, б. Приведенная кривая хорошо аппроксимируется двумя экспонентами ( $I^{\max}(t) = A_0 - A_1 \exp(-t/a_1) - A_2 \exp(-t/a_2)$ , таблица). Такая сложная динамика может свидетельствовать о наличии двух процессов в системе. Основные характеристики процесса увеличения интенсивности люминесценции в ансамбле КС аналогичны изменениям, происходящим с ансамблем сферических нанокристаллов (квантовых точек) при облучении неполяризованным светом [19, 20, 25, 26].

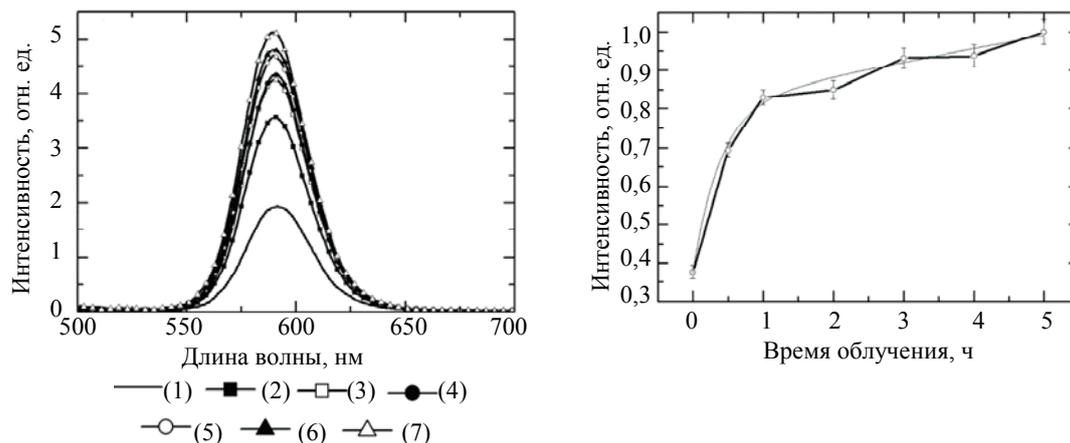


Рис. 2. Спектры люминесценции образца, облучавшегося вертикально поляризованным светом в течение различного времени: (1) – исходное состояние; (2) – 0,5 ч; (3) – 1 ч; (4) – 2 ч; (5) – 3 ч; (6) – 4 ч; (7) – 5 ч (а). Зависимость интенсивности люминесценции КС в максимуме полосы от времени облучения образца (б)

Для наблюдения фотоиндуцированной анизотропии люминесцентных характеристик ансамбля КС в ходе эксперимента отдельно регистрировались интенсивности вертикально ( $I_v$ ) и горизонтально ( $I_h$ ) поляризованных компонент полосы люминесценции нанокристаллов. На рис. 3 приведены зависимости интенсивности люминесценции в максимуме полосы от времени для двух различных поляризаций возбуждающего света  $I_v^{\max}(t)$  и  $I_h^{\max}(t)$  соответственно. В первом случае (рис. 3, а) динамика изменения интенсивности люминесценции образца исследовалась при облучении горизонтально поляризованным излучением, во втором случае (рис. 3, б) использовалось вертикально поляризованное излучение. Для сравнения для каждого случая приведены спектры люминесценции (суммарные зависимости)  $I^{\max}(t)$ . Все кривые, приведенные на рис. 3, аппроксимируются двумя экспонентами (таблица).

	$I^{\max}$	$I_h^{\max}$	$I_v^{\max}$
Горизонтально поляризованное возбуждение			
$a_1$	0,38	0,37	0,39
$a_2$	18,73	4,49	2,95
Вертикально поляризованное возбуждение			
$a_1$	0,36	0,38	0,34
$a_2$	17,24	2,16	6,11

Таблица. Временные константы биэкспоненциального увеличения интенсивности люминесценции (ч)

Как видно из рис. 3, в результате протекания фотохимической реакции в изначально изотропном образце появляется поляризация люминесценции, направление которой совпадает с направлением поляризации света, вызвавшего фотореакцию. На рис. 3, а, используется Н-поляризованное излучение соответственно  $I_h > I_v$ , на рис. 3, б, используется V-поляризованное излучение соответственно  $I_v > I_h$ . Это указывает на селективность фотохимического процесса вследствие анизотропии оптических свойств ансамбля КС.

Полученные данные позволяют оценить величину фотоиндуцированной анизотропии люминесценции. Для этого была рассчитана степень поляризации люминесценции ансамбля КС после проведения селективной фотохимической реакции с использованием зависимостей, приведенных на рис. 3, по формуле  $P = ((I_v - I_{v0}) - (I_h - I_{h0})) / ((I_v - I_{v0}) + (I_h - I_{h0}))$ , где, как уже отмечалось выше,  $I_v$  и  $I_h$  – интенсивности вертикально и горизонтально поляризованных компонент полосы люминесценции нанокристаллов соответст-

венно, а  $I_{\nu 0}$  и  $I_{h0}$  – начальные значения интенсивности этих компонент. Максимальная степень поляризации составила 10–12%.

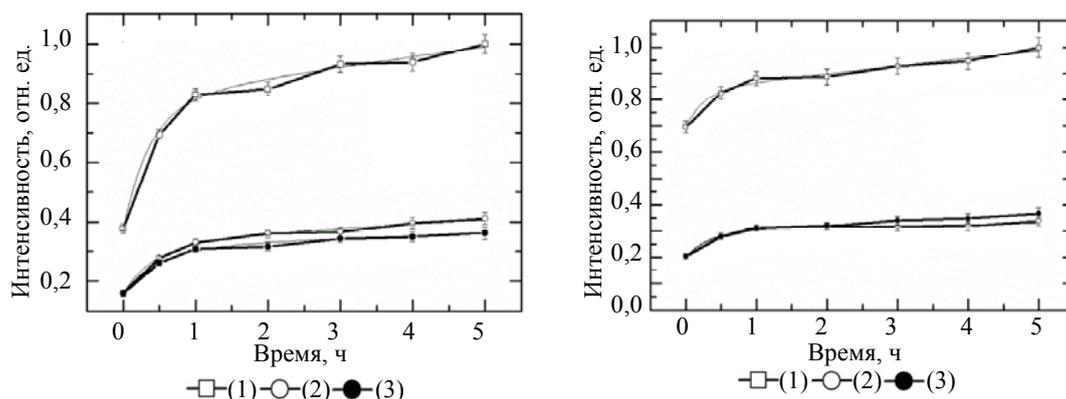


Рис. 3. Селективный фотоиндуцированный процесс. Зависимость интенсивности люминесценции КС в максимуме полосы от времени облучения образца: (1) – спектр люминесценции; (2) – горизонтально поляризованный компонент спектра люминесценции; (3) – вертикально поляризованный компонент спектра люминесценции. Для облучения образцов использовалось горизонтально (а) и вертикально (б) поляризованное излучение

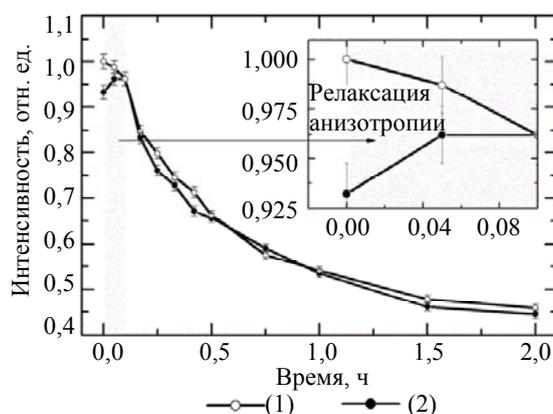


Рис. 4. Процесс релаксации в ансамбле КС в отсутствии света после облучения в течение 5 ч вертикально поляризованным светом. Зависимость интенсивности люминесценции КС в максимуме полосы от времени: (1) – вертикально поляризованный компонент спектра люминесценции; (2) – горизонтально поляризованный компонент спектра люминесценции. На вставке в увеличенном масштабе представлен участок кривых, соответствующий релаксации анизотропии

Исследование темновой релаксации ансамбля нанокристаллов в отсутствие возбуждающего света позволяет получить больше информации о природе фотохимических процессов, протекающих в системе, а также о деполаризующих факторах, оказывающих влияние на величину анизотропии. Рис. 4 иллюстрирует изменение интенсивности люминесценции КС в темноте после 5 ч облучения вертикально поляризованным светом. Форма кривых определенно указывает на протекание в системе двух процессов со значительно различающимися временными характеристиками. Первый процесс, приводящий к уменьшению величины наведенной анизотропии люминесценции (на рис. 4 соответствующая ему область представлена на вставке в увеличенном масштабе), занимает порядка 10 мин, второй процесс протекает за 2 ч и приводит к релаксации интенсивности люминесценции до значений, близких к исходным. Соответствующий ему участок кривой на рис. 4 хорошо аппроксимируется одной экспонентой.

Процесс релаксации анизотропии специфичен для системы анизотропных нанокристаллов. Как показали дополнительные эксперименты, скорость этого процесса зависит от времени облучения образца. В частности, после 27 ч облучения он занимает 120 мин, в то время как после 2 ч облучения система релаксирует за 3 мин. Наличие зависимости скорости процесса релаксации анизотропии от времени облучения образца позволило предположить, что этот процесс обусловлен наличием вращательной диффузии нанокристаллов в порах образца. Для проверки этого предположения два образца КС, внедренных в поры матрицы, были помещены в толуол. Один образец облучался в течение 5 ч, второй образец не облучался. На рис. 5 приведена скорость уменьшения оптической плотности образцов, помещенных в толуол, обусловленного вымыванием КС из матрицы. Из рисунка видно, что из пор облучавшегося образца за первые 1,5 ч вымывается около 8% нанокристаллов, после чего процесс останавливается. В случае необлученного образца общее количество вымытых нанокристаллов близко к 100%.

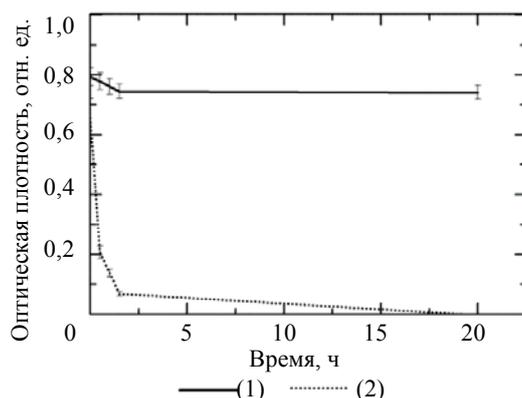


Рис. 5. Вымывание КС из пор матрицы в раствор. Зависимость оптической плотности образцов КС, внедренных в пористую матрицу, от времени выдерживания их в толуоле: (1) – образец, облученный в течение 5 ч; (2) – необлученный образец

### Обсуждение

Приведенные на рис. 2, б, и рис. 3 зависимости  $I^{max}(t)$  аппроксимируются двумя экспонентами, что находится в хорошем соответствии с литературными данными [20]. Выбранные нами условия облучения указывают на фотоиндуцированное увеличение квантового выхода люминесценции как на наиболее вероятный фотохимический процесс на начальных стадиях облучения (характерное время его протекания, согласно таблице, составляет 35–40 мин). Авторы работ [19, 20, 27], в которых использовались сходные с выбранными нами условия облучения (мощность в десятки милливатт и длина волны, соответствующая краю полосы поглощения КС), в качестве механизма этого процесса называют фотопассивацию поверхностных дефектов. Согласно [21], при таких условиях процессы фототрансформации, фотоотжига или фотоионизации на поверхности нанокристаллов не происходят.

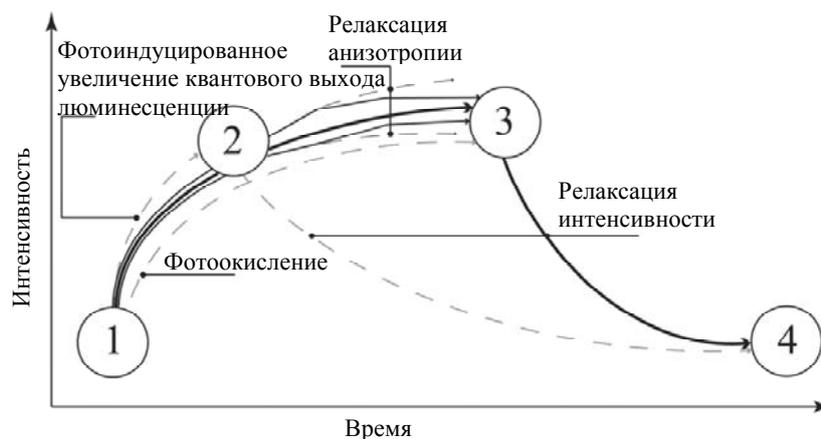


Рис. 6. Иллюстрация изменения интенсивности люминесценции и двух ее компонент с различной поляризацией в результате протекания четырех процессов: двух фотоиндуцированных (фотоиндуцированного увеличения квантового выхода люминесценции и фотоокисления) и двух темновых (релаксации фотоиндуцированной анизотропии и релаксации интенсивности). Схема иллюстрирует увеличение индуцированной анизотропии в условиях длительного облучения поляризованным светом. Сплошными линиями отмечены экспериментальные кривые, а пунктирными линиям соответствуют отдельные процессы

Второй процесс с характерными временами 2–6 ч можно соотнести с фотоокислением. Это хорошо известный механизм медленно протекающего фотохимического процесса, сопровождающегося коротковолновым сдвигом максимума люминесценции. С его помощью описываются как процессы на поверхности объемного полупроводника, так и на поверхности нанокристаллов [20, 27]. Важно отметить, что на начальных стадиях фотоокисление может приводить не к уменьшению интенсивности люминесценции, а, напротив, к ее увеличению [28], что согласуется с полученными нами данными. В пользу интерпретации более медленного фотопроцесса как фотоокисления также свидетельствует наличие хоть и незначительного (порядка 3 нм), но воспроизводимого коротковолнового сдвига максимума люминесценции (рис. 2, а).

Темновая релаксация системы после облучения поляризованным светом включает в себя два процесса с различными характерными временами протекания. Первый из них, протекающий за 10 мин, при-

водит к релаксации наведенной анизотропии. Он является специфическим для анизотропных нанокристаллов и, предположительно, обусловлен вращательной диффузией нанокристаллов в ансамбле. При увеличении времени облучения образца время релаксации наведенной анизотропии увеличивается из-за уменьшения подвижности нанокристаллов в порах образца и, как следствие, уменьшения скорости их вращательной диффузии. Этот процесс может быть обусловлен возникновением связей между целлюлозными волокнами матрицы и окисленной поверхностью нанокристаллов. Более длительный процесс релаксации интенсивности (рис. 4) занимает порядка 2 ч и описывается одной экспонентой, что находится в согласии с данными работы [20] для изотропных образцов.

Наблюдаемая нами степень поляризации люминесценции (10–12%) является результатом протекания четырех процессов, два из которых являются фотоиндуцированными (фотоиндуцированное увеличение квантового выхода люминесценции и фотоокисление), а два других – темновыми (релаксация анизотропии и релаксация интенсивности). Схема на рис. 6 иллюстрирует, какое влияние оказывает совместный вклад всех четырех процессов на результирующее изменение интенсивности люминесценции, а также интенсивности двух ее ортогонально поляризованных компонент. На этапе 1–2 (рис. 6) из фотохимических процессов превалирует процесс фотоиндуцированного увеличения квантового выхода люминесценции. Из-за того, что скорость процесса релаксации анизотропии на этом этапе значительно выше, чем скорость фотоиндуцированного увеличения квантового выхода люминесценции, в этот момент анизотропия люминесценции практически отсутствует. На этапе 2–3, помимо фотоиндуцированного увеличения квантового выхода люминесценции, существенную роль начинает играть фотоокисление. Начало этапа 2–3 соответствует максимальным значениям степени поляризации люминесценции. Отсутствие анизотропии на этапе 1–2 и ее возникновение на этапе 2–3 может быть связано с уменьшением скорости процесса релаксации анизотропии в результате фотоокисления поверхности КС, хотя выяснение причин этого требует дополнительного исследования. Уменьшение же степени поляризации люминесценции на дальних стадиях этапа 2–3, скорее всего, связано с тем, что на этой стадии фотоокисление приводит не к увеличению, а к уменьшению квантового выхода люминесценции (см., например, [28]), что должно приводить к изменению знака степени поляризации фотохимически индуцируемой люминесценции.

#### Заключение

В заключение необходимо отметить, что выбранные параметры облучения (длина волны излучения источника попадала в край полосы поглощения) позволили наблюдать эволюцию двух ортогональных компонент люминесценции во времени. Полученные зависимости указывают на наличие выраженной анизотропии процессов поглощения и излучения энергии фотовозбуждения в ансамбле квантовых стержней. Сложная динамика этих зависимостей свидетельствует о развитии двух фотоиндуцированных процессов. Согласно предложенной модели, наиболее вероятными механизмами этих процессов являются фотопассивация поверхностных дефектов и фотоокисление поверхности нанокристаллов. Исследование темновой релаксации системы нанокристаллов, подвергшейся длительному облучению поляризованным светом, выявило, помимо общей для анизотропных и изотропных образцов темновой релаксации интенсивности люминесценции, также наличие процесса релаксации анизотропии, специфического именно для анизотропной системы. Мы связываем этот процесс с вращательной диффузией нанокристаллов в образце.

Авторы благодарят Минобрнауки РФ (проекты 14.В37.21.1954 и 14.В37.21.0741) и РФФИ (гранты 12-02-01263 и 12-02-00938) за частичную финансовую поддержку работы. Также авторы благодарят док. М.В. Артемьева и его научно-исследовательскую группу в Институте физико-химических проблем (Минск, Беларусь) за предоставленные образцы квантовых стержней CdSe/ZnS.

#### Литература

1. Li L.-s., Hu J., Yang W., Alivisatos A. Band Gap Variation of Size- and Shape-Controlled Colloidal CdSe Quantum Rods // *Nano Letters*. – 2001. – V. 1. – № 7. – P. 349–351.
2. Dabbousi B., Rodriguez-Viejo J., Mikulec F., Heine J., Mattoussi H., Ober R., Jensen K., Bawendi M. (CdSe)ZnS Core-Shell Quantum Dots: Synthesis and Characterization of a Size Series of Highly Luminescent Nanocrystallites // *J. Phys. Chem. B*. – 1997. – V. 101. – P. 9463–9475.
3. Empedocles S.A., Bawendi M.G. Quantum-Confined Stark Effect in Single CdSe Nanocrystallite Quantum Dots // *Science*. – 1997. – V. 278. – P. 2114–2117.
4. Wargnier R., Baranov A., Maslov V., Stsiapura V., Artemyev M., Pluot M., Sukhanova A., Nabiev I. Energy Transfer in Aqueous Solutions of Oppositely Charged CdSe/ZnS Core/Shell Quantum Dots and in Quantum Dot Nanogold Assemblies // *Nano Letters*. – 2004. – V. 4. – № 3. – P. 451–457.
5. Савельева А.В., Мухина М.В., Орлова А.О., Маслов В.Г., Баранов А.В., Федоров А.В. Спектрально-люминесцентные проявления взаимодействия CdTe квантовых точек с ионами металлов в водном растворе // *Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО*. – 2009. – № 4 (62). – С. 35–41.
6. Empedocles S.A., Neuhauser R., Shimizu K., Bawendi M. Photoluminescence from Single Semiconductor Nanostructures // *Adv. Mater.* – 1999. – V. 11. – № 15. – P. 1243–1256.

7. Rothenberg E., Kazes M., Shaviv E., Banin U. Electric Field Induced Switching of the Fluorescence of Single Semiconductor Quantum Rods // *Nano Letters*. – 2005. – V. 5. – P. 1581–1586.
8. Peng X., Manna L., Yang W., Wickham J., Scher E., Kadavanich A., Alivisatos A. Shape control of CdSe nanocrystals // *Nature*. – 2000. – V. 404. – P. 59–61.
9. Peng Z., Peng X. Mechanisms of the Shape Evolution of CdSe Nanocrystals // *J. Am. Chem. Soc.* – 2001. – V. 123. – P. 1389–1395.
10. Blanton S., Leheny R.L., Hines M., Guyot-Sionnest P. Dielectric Dispersion Measurements of CdSe Nanocrystal Colloids: Observation of a Permanent Dipole Moment // *Phys. Rev. Lett.* – 1997. – V. 795. – P. 865–868.
11. Hu J., Li L.-S., Weidong Y., Manna L., Wang L.-W., Alivisatos A.P. Linearly polarized emission from colloidal semiconductor quantum rods // *Science*. – 2001. – V. 292. – P. 2060–2063.
12. Rabani E., Hetenyi B., Berne B., Brus L. Electronic properties of CdSe nanocrystals in the absence and presence of a dielectric medium // *J. of Chem. Phys.* – 1999. – V. 110. – № 11. – P. 5355–5369.
13. Kamal J., Gomes R., Hens Z., Karvar M., Neyts K., Compernelle S., Vanhaecke F. Direct determination of absorption anisotropy in colloidal quantum rods // *Phys. Rev. B*. – 2012. – V. 85. – P. 035126.
14. Empedocles S., Neuhauser R., Bawendi M. Three-dimensional orientation measurements of symmetric single chromophores using polarization microscopy // *Nature*. – 1999. – V. 399. – P. 126–130.
15. Chen X., Nazzal A., Goorskey D., Xiao M. Polarization spectroscopy of single CdSe quantum rods // *Phys. Rev. B*. – 2001. – V. 64. – P. 245304.
16. Dutta J., Hofmann H. Self-Organization of Colloidal Nanoparticles // *Encyclopedia of Nanoscience and Nanotechnology*. – 2003. – V. 10. – P. 1–23.
17. Baker J., Widmer-Cooper A., Toney M., Geissler P., Alivisatos A. Device-Scale Perpendicular Alignment of Colloidal Nanorods // *Nano Letters*. – 2010. – V. 10. – P. 195–201.
18. Weigert F. Über die spezifische Wirkung der polarisierten Strahlung // *Annalen der Physik*. – 1920. – V. 368. – № 24. – P. 681–725.
19. Kimura J., Uematsu T., Maenosono S., Yamaguchi Y. Photoinduced Fluorescence Enhancement in CdSe/ZnS Quantum Dot Submonolayers Sandwiched between Insulating Layers: Influence of Dot Proximity // *J. Phys. Chem. B*. – 2004. – V. 108. – P. 13258–13264.
20. Cordero S.R., Carson P.J., Estabrook R.A., Strouse G.F., Buratto S.K. Photo-Activated Luminescence of CdSe Quantum Dot Monolayers // *J. Phys. Chem. B*. – 2000. – V. 104. – P. 12137–12142.
21. Manna L., Scher E., Li L.-S., Alivisatos A.P. Epitaxial Growth and Photochemical Annealing of Graded CdS/ZnS Shells on Colloidal CdSe Nanorods // *J. Am. Chem. Soc.* – 2002. – V. 124. – P. 7136–7145.
22. Maenosono S., Okubo T., Yamaguchi Y. Overview of nanoparticle array formation by wet coating // *J. of Nanoparticle Research*. – 2003. – V. 5. – P. 5–15.
23. Hess B.C., Okhrimenko I.G., Davis R.C., Stevens B.C., Schulzke Q.A., Wright K.C., Bass C.D., Evans C.D., Summers S.L. Surface Transformation and Photoinduced Recovery in CdSe Nanocrystals // *Phys. Rev. Lett.* – 2001. – V. 86. – P. 3132–3135.
24. Artemyev M., Moller B., Woggon U. Unidirectional Alignment of CdSe Nanorods // *Nano Letters*. – 2003. – V. 34. – P. 509–512.
25. Jones M., Nedeljkovic J., Ellingson R.J., Nozik A.J.R.G. Photoenhancement of Luminescence in Colloidal CdSe Quantum Dot Solutions // *J. Phys. Chem. B*. – 2003. – V. 107. – P. 11346–11352.
26. Uematsu T., Maenosono S., Yamaguchi Y. Photoinduced Fluorescence Enhancement in Mono- and Multilayer Films of CdSe/ZnS Quantum Dots: Dependence on Intensity and Wavelength of Excitation Light // *J. Phys. Chem. B*. – 2005. – V. 109. – P. 8613–8618.
27. van Sark W.G.J.H.M., Frederix P.L.T.M., Bol A.A., Gerritsen H., Meijerink A. Blueing, Bleaching, and Blinking of Single CdSe/ZnS Quantum Dots // *Chem. Ph.* – 2002. – V. 3. – P. 871–879.
28. Wang X., Zhang J., Nazzal A., Xiao M. Photo-oxidation-enhanced coupling in densely packed CdSe quantum-dot films // *Appl. Phys. Lett.* – 2003. – V. 83. – P. 162.

**Мухина Мария Викторовна**

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант; mmuxina@gmail.com

**Маслов Владимир Григорьевич**

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор физ.-мат. наук, maslov04@bk.ru

**Баранов Александр Васильевич**

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор физ.-мат. наук, профессор, зав. лабораторией, a\_v\_baranov@yahoo.com

**Федоров Анатолий Валентинович**

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедрой, a\_v\_fedorov@inbox.ru

УДК 541.183.2.678

**ЭПОКСИДНЫЕ КОМПОЗИЦИИ, МОДИФИЦИРОВАННЫЕ  
ФУЛЛЕРЕНОМ C<sub>60</sub>, С ПОВЫШЕННОЙ УДАРОПРОЧНОСТЬЮ**

Д.В. Пихуров, В.В. Зуев

Создана методика повышения ударопрочности эпоксидных композиций путем введения 0,01–0,12 мас.% фуллерена C<sub>60</sub>. Показано, что при таком низком уровне наполнения эпоксидной композиции углеродными нанокластерами происходит рост прочностных характеристик (модуля Юнга, предельной прочности) более чем на 20% и ударопрочности почти в три раза. Показано, что рост механических характеристик композиций связан с изменением механизма разрушения отвержденных эпоксидных композиций от хрупкого к пластичному. С помощью диэлектрической спектроскопии показано, что изменения механизма разрушения обусловлены ростом межмолекулярных взаимодействий матрица–наночастица, вызывающих замедление подвижности молекулярных цепей в полимерной матрице.

**Ключевые слова:** эпоксидные смолы, фуллерен C<sub>60</sub>, механические характеристики, ударопрочность, диэлектрические свойства.

**Введение**

Эпоксидные композиции широко применяются как конструкционные материалы при изготовлении широкого круга изделий – от ракетных сопел до теннисных ракеток, в том числе как покрытия микросхем в электронике. Такое широкое применение обусловлено тем, что в эпоксидные композиции могут легко вводиться наполнители, такие как углеродные и стекловолокна, порошки и нанопорошки различных металлов и неметаллических соединений [1]. При этом важнейшей нерешенной проблемой остается присущая эпоксидным композициям хрупкость, что является основным ограничивающим фактором применения этих материалов. Решение этой проблемы пытаются найти путем использования наноразмерных наполнителей, таких как углеродные нанотрубки, наноразмерные частицы оксида кремния, дисульфида молибдена и вольфрама и ряда других [2]. Основным недостатком используемых нанонаполнителей остается проблема их распределения в полимерной матрице. В результате свойства композитов остаются далекими от желаемых, и заметного улучшения механических характеристик удается добиться лишь при концентрациях 10–20 мас.%, как это наблюдается и для макроразмерных наполнителей. Нам представляется, что решить подобную проблему можно при использовании в качестве наполнителя фуллерена C<sub>60</sub>, который способен растворяться в полимерной матрице [3].

Целью настоящей работы является модификация эпоксидных смол фуллереном C<sub>60</sub>, изучение механических характеристик полученных композиций и выяснение механизмов повышения механических характеристик эпоксидных смол, модифицированных фуллереном C<sub>60</sub>.

**Экспериментальная часть**

Термореактивные композиты готовили на основе эпоксидной композиции: бис-глицидиловый эфир бисфенола F (Аралдайт GY285, Metso (Финляндия)) – 50% по объему и отвердитель аминного типа DEN24 (Dow Chemical) (50% по объему), в компонентах которой в ультразвуковой ванне растворяли расчетное количество фуллеренов (0,01–0,12 мас.% фуллерена C<sub>60</sub>). Полученная композиция заливалась в форму и отверждалась путем термперирования сначала при 323 К (2 ч), а затем при 433 К (2 ч). В результате синтезированы компактные образцы полимерных композиций весом 30–50 г. В качестве наполнителей использовали фуллерены C<sub>60</sub> (чистота 99,9%) производства ЗАО ИЛИП (Санкт-Петербург). Для измерения диэлектрических показателей смола была отверждена между двумя латунными электродами с фиксированной кварцевыми волокнами толщиной в 100 мкм. Диаметр характеризующего электрода был равен 15 мм.

Модуль Юнга и предел прочности при разрушении  $\sigma_n$  определяли на разрывной машине UTS 10 (UTStestsysteme, Германия) при сжатии. Использовали образцы в виде бруска 6×6×40 мм; интервал нагрузок – от 0,001 Н до 10 кН; диапазон скоростей при деформировании образцов – от 1 до 10 мм/мин. Определения ударной вязкости по Шарпи (без надреза) проводили для брусков 4×10×80 мм с энергией маятника 4,0 Дж. Все измерения проводили для серий по 8 образцов, полученных при разных синтезах нанокompозитов. Температуры стеклования определяли методом дифференциальной сканирующей калориметрии (ДСК) на приборе Netzsch DSC 204F1 при скорости нагрева 10 К/мин в интервале температур 293–473 К.

Морфология нанокompозитов была изучена для сколов блочных образцов методом сканирующей электронной микроскопии на приборе Zeiss ULTRaplus FEG-SEM с увеличением 50–2000×. Диэлектрические спектры записывали на широкополосном диэлектрическом спектрометре RCL WK 4270 производства фирмы WayneKerr (USA). Измерения проводили в вакууме при частоте 1–4×10<sup>4</sup> Гц в интервале температур от 173 до 423 К.

**Результаты и их обсуждение**

Хотя эпоксидные смолы можно значительно упрочить введением каучуковой фазы, увеличение ударной вязкости неизбежно сопровождается существенной потерей в модуле упругости и пределе теку-

части [1]. Альтернативный подход связан с введением в эпоксидные смолы жестких термопластичных частиц. Однако упрочнение термопластами эффективно лишь для эпоксидных смол с относительно низкими плотностями сшивки, если с помощью химической связи или физического смешения получена прочная межфазная граница [1]. Это предопределило выбор в качестве эпоксидной матрицы для модификации смолы Аралдайт GY285, обладающей достаточно высокой собственной ударной вязкостью, а в качестве альтернативы термопластичному модификатору – фуллерен  $C_{60}$ , способный образовывать химические связи с отвердителем. Авторами был получен набор эпоксидных композиций с введением в матрицу 0,01–0,12 вес.% фуллерена  $C_{60}$ . Было проведено исследование термических свойств модифицированных эпоксидных композиций. Результаты ДСК измерений показывают, что температура стеклования ( $T_g$ ) композиций при всех исследованных концентрациях фуллерена  $C_{60}$  не отличается от таковой для исходной эпоксидной смолы (около 396–397 К при первом нагреве и около 403 К при втором) и совпадает с данными производителя для исходной композиции (таблица). Таким образом, можно сделать вывод, что введение фуллерена  $C_{60}$  в матрицу эпоксидной смолы не влияет на ее термические свойства и не приводит к существенному изменению степени сшивки, так как в противном случае это привело бы к росту температуры стеклования.

В таблице приведены результаты механических испытаний эпоксидных композиций, модифицированных фуллереном  $C_{60}$ . Введение 0,01–0,12 вес.% фуллерена  $C_{60}$  приводит к росту модуля Юнга и прочности эпоксидных композиций примерно на 10–15%. Таким образом, модификация эпоксидных композиций фуллереном  $C_{60}$  положительно сказывается на их прочностных характеристиках. Более существенно введение фуллерена  $C_{60}$  сказывается на вязкоупругих свойствах модифицированных эпоксидных композиций. На рис. 1 представлена зависимость ударной вязкости композиций от степени наполнения фуллереном  $C_{60}$ . Представленные данные показывают, что ударная вязкость для композиции с 0,12 вес.% фуллерена  $C_{60}$  возрастает почти в три раза по сравнению с исходной композицией (с 38 кДж/м<sup>2</sup> до 115 кДж/м<sup>2</sup>).

Наполнение, $C_{60}$ , мас.%	$T_g$ , °C	Акустический модуль Юнга, ГПа	Прочность $\sigma$ , МПа	Предельное $\epsilon$ , %
без добавок	124	4,92±0,10	110±5	7,0±0,5
0,02	124	5,11±0,10	118±5	8,0±0,5
0,04	123,5	5,22±0,10	122±4	7,5±0,5
0,06	124	5,45±0,10	138±5	8,0±0,5
0,08	124	5,70±0,10	145±5	8,0±0,5
0,10	124	5,83±0,10	163±4	8,0±0,5
0,12	124	5,91±0,10	166±3	8,0±0,5

Таблица. Влияние модификации фуллереном  $C_{60}$  на свойства эпоксидной смолы Аралдайт GY285

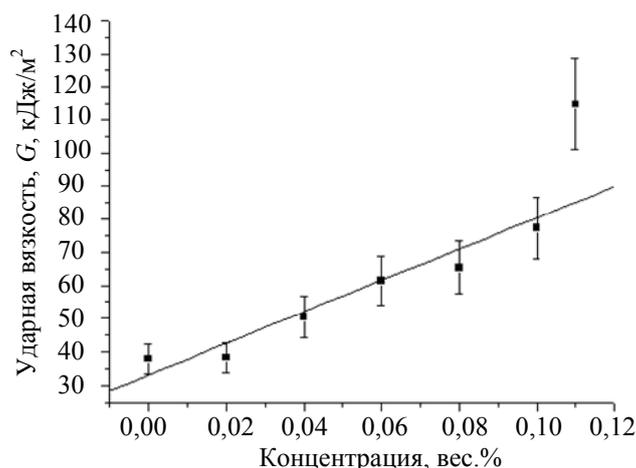


Рис. 1. Зависимость величины ударной вязкости от количества введенного в эпоксидную смолу фуллерена  $C_{60}$

Изменение механизма разрушения эпоксидных композиций при модификации их фуллереном  $C_{60}$  показывает изучение сканирующих электронных фотографий поверхностей удара. Так, для исходной композиции (рис. 2) поверхность разрушения показывает обилие шероховатостей, лучей. Формирование при разрушении таких дополнительных поверхностей является обычным для эпоксидных композиций и типично для высококошнитых систем, претерпевающих хрупкое разрушение [4]. Это согласуется с относи-

тельно небольшим значением ударной вязкости композиции. Для образца, модифицированного 0,1 вес.% фуллера  $C_{60}$ , картина разрушения меняется (рис. 2, б). Поверхность разрушения является гладкой с выраженной вмятиной от удара шарика. Таким образом, введение фуллера  $C_{60}$  существенно меняет механизм разрушения эпоксидной композиции, он переходит от хрупкого к пластическому, что и объясняет значительный рост ударной вязкости.

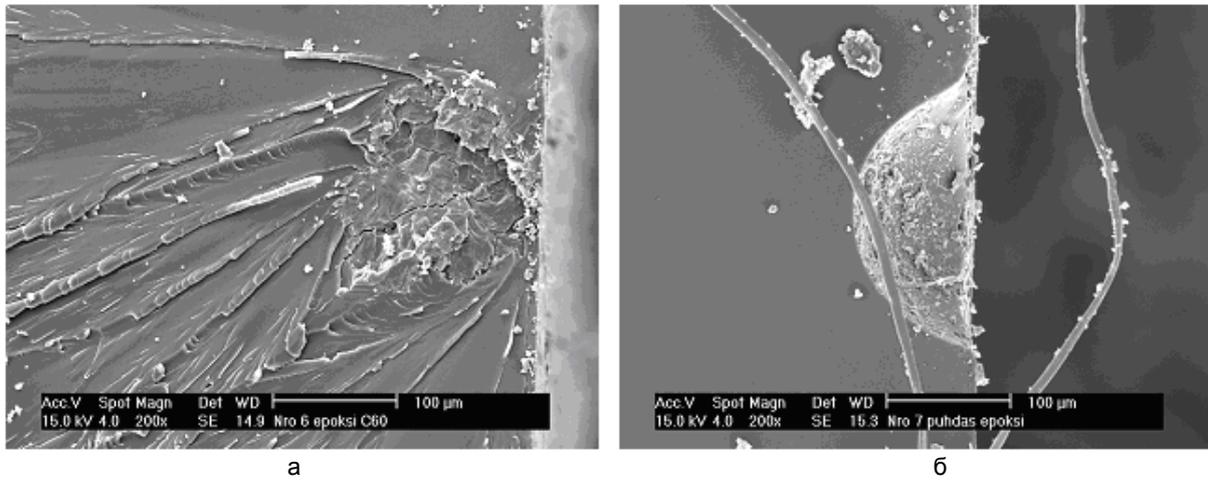


Рис. 2. Фотографии поверхностей разрушения, полученные на сканирующем электронном микроскопе, для исходной эпоксидной смолы (а) и смолы, содержащей 0,1 вес.% фуллера  $C_{60}$  (б) при увеличении  $200\times$

Смена механизма разрушения при введении в эпоксидную смолу фуллера  $C_{60}$  стимулировала нас к выяснению причин этого на молекулярном уровне. Эффективным методом исследования физических процессов в полимерах является диэлектрическая спектроскопия, позволяющая на основании изучения внутримолекулярной подвижности делать выводы о влиянии наполнения различными частицами на процессы изменения надмолекулярной структуры полимеров и соответственно выявлять связи этих процессов с механическими свойствами полимеров. Чтобы представить общую картину диэлектрического поведения нанокомпозитов, на рис. 3 представлены температурные зависимости  $\text{tg}\delta$  при частотах 0,7, 3 и 11 кГц для нанокомпозита, содержащего 0,02 вес.% фуллера  $C_{60}$ . Картина диэлектрического поведения для чистой эпоксидной смолы и композитов на ее основе схожа. Видно, что по мере возрастания температуры наблюдаются релаксационные процессы, традиционно обозначаемые как  $\beta$ - и  $\alpha$ -процессы. Времена релаксации,  $\tau_{\text{макс}} = 1/2\pi f_{\text{макс}}$ , для  $\beta$ - и  $\alpha$ -процессов определяли по температуре максимума  $\text{tg}\delta$  при различных частотах  $f_{\text{макс}}$ . Зависимости  $-\log\tau_{\text{макс}} = \varphi(1/T)$  для нанокомпозитов даны на рис. 4.

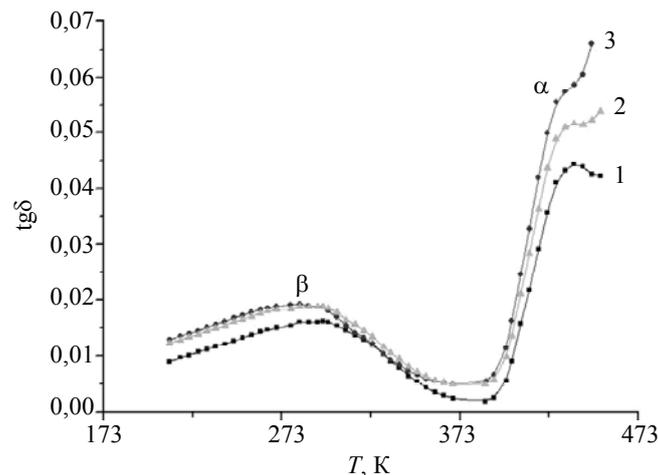


Рис. 3. Температурная зависимость  $\text{tg}\delta$  для нанокомпозита с содержанием фуллера  $C_{60}$  0,02 вес.% при 40 кГц (1), 25 кГц (2) и 3 кГц (3):  $\alpha$  – дипольно-сегментальные потери;  $\beta$  – дипольно-групповые потери

Введение наночастиц приводит к заметному сдвигу температур максимума  $\beta$ -процесса в сторону более высоких температур. Таким образом, молекулярная подвижность затрудняется при введении молекул фуллера  $C_{60}$ , что связано с сильными межмолекулярными взаимодействиями. Расстояние между сшивками в данной эпоксидной смоле составляет 2–3 нм [5], что примерно соответствует размерам мо-

лекулы фуллерена. Известно, что ограничение подвижности молекул полимера в межфазной области наполнитель–матрица ведет к росту прочностных характеристик полимерных композитов [1]. Кроме того, в физике полимеров хорошо известно, что смещение максимума  $\beta$ -релаксационного процесса к высоким температурам обеспечивает рост ударной вязкости [6]. Таким образом, данные диэлектрической спектроскопии позволяют на молекулярном уровне объяснить рост механических характеристик эпоксидных композиций, модифицированных фуллереном  $C_{60}$ .

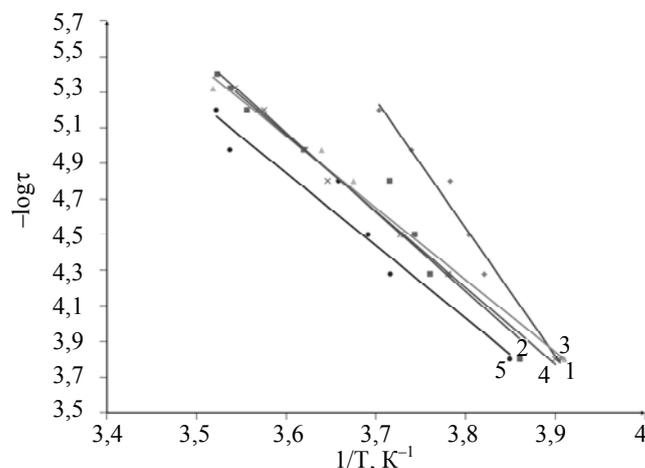


Рис. 4. Зависимость  $-\log t_{\max}$  от обратной температуры для чистой эпоксидной смолы (1) и нанокompозитов с содержанием фуллерена  $C_{60}$ : 0,02 (2); 0,04 (3); 0,06 (4) и 0,08 (5) вес.% в области  $\beta$ -процесса

Из аррениусовских зависимостей (рис. 4) были определены энергии активации  $\beta$ -релаксационного процесса. При этом наблюдается следующая закономерность: если для исходной эпоксидной смолы она составляет 33 кДж/моль, то для нанокompозитов независимо от концентрации добавки составляют 20–21 кДж/моль. Подобное снижение активационных параметров и ведет к росту пластичности нанокompозитов, так как облегчает рассеивание энергии ударных нагрузок. Отсутствие концентрационной зависимости энергии активации объясняет скачкообразное изменение механизма разрушения эпоксидных смол.

### Заключение

Разработан метод модификации эпоксидных композиций, позволяющий при малом уровне введения фуллерена  $C_{60}$  (0,02–0,12 мас.%) значительно повысить их механические характеристики – прочность более чем на 20% и ударную вязкость почти в три раза. Подобный эффект связан с изменением типа разрушения нанокompозитов с хрупкого на пластический. Предложен молекулярный механизм, объясняющий найденные эффекты.

### Литература

1. Михалин Ю.А. Специальные полимерные композиционные материалы. – СПб: НОТ, 2009. – 660 с.
2. Hsich T.H., Kinloch A.J., Masania K., Taylor A.C., Sprenger S. The mechanisms and mechanics of the toughening of epoxy polymer modified with silica nanoparticles // *Polymer*. – 2010. – V. 51. – № 26. – P. 6284–6294.
3. Зуев В.В., Пихуров Д.В. Трибологические свойства полимерных нанокompозитов, модифицированных фуллероидными материалами // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. – 2012. – № 4 (80). – С. 97–100.
4. Gersappe D. Molecular mechanisms of failure in polymer nanocomposites // *Physical Review Letters*. – 2002. – V. 89. – № 5. – P. 058301-1–058301-4.
5. Hsich T.H., Kinloch A.J., Taylor A.C., Kinloch I.A. The effect of carbon nanotubes on the fracture toughness and fatigue performance of a thermosetting epoxy polymer // *J. Material. Sci.* – 2011. – V. 46. – № 18. – P. 7525–7535.
6. Adachi K., Kotaka T. Dielectric normal mode relaxation // *Prog. Polym. Sci.* – 1993. – V. 18. – № 3. – P. 585–622.

*Пихуров Дмитрий Витальевич*

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, студент, Firus07@rambler.ru

*Зуев Вячеслав Викторович*

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор хим. наук, профессор, zuev@hq.macro.ru

УДК 534.63

**КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА СВАРНЫХ СОЕДИНЕНИЙ В ПРОЦЕССЕ СВАРКИ  
С ПРИМЕНЕНИЕМ МЕТОДА АКУСТИЧЕСКОЙ ЭМИССИИ**

А.В. Баринов, А.В. Федоров, И.Ю. Кинжагулов, Д.С. Сергеев, А.В. Доренская

Рассмотрена проблема обеспечения контроля качества сварных соединений в процессе сварки. Для контроля качества предложен метод акустической эмиссии с набором возможных методов фильтрации сигналов. Проведен анализ имеющихся методов, на основе которого выбраны наиболее информативные. Представлены методы анализа полученных сигналов по скорости нарастания переднего фронта и по форме сигнала. Информативность выбранных методов подтверждена экспериментально. Представлены данные, полученные в ходе эксперимента, показывающие изменения характеристик сигналов при имитации дефектов (вставки Ti, W) в процессе сварки.

**Ключевые слова:** акустическая эмиссия, анализ, сварка, контроль, форма сигнала.

**Введение**

В настоящее время сварка находит применение во всех областях человеческой деятельности. Сварные соединения являются неразъемными. Прочность сварных соединений при статических и ударных нагрузках доведена до прочности деталей из целого металла. Но, как и у любого соединения, сварка имеет ряд недостатков (дефектов), которые могут возникать в тех или иных случаях. Существует много способов выявления дефектов сварных соединений, например, рентгеновский, ультразвуковой и др. Основным недостатком этих методов является то, что контроль производится после процесса сварки, и в случае обнаружения дефекта устранение его приведет к большим финансовым и временным затратам. Для решения данной проблемы было предложено использование акустико-эмиссионного метода контроля непосредственно в процессе сварки, что позволяет получать информацию о зарождении и развитии дефектов с последующим их устранением. Тем самым предложенный способ контроля дает возможность корректировать режим сварки для устранения дефектов.

Метод акустической эмиссии (АЭ) (рис. 1) относится к акустическим методам неразрушающего контроля и технической диагностики. В основе метода лежит физическое явление излучения волн напряжений при быстрой локальной перестройке структуры материала. Источником акустико-эмиссионной энергии служит переменное поле упругих напряжений от развивающихся дефектов. Для стимуляции дефектов излучения акустических волн объект, как правило, нагружают механическим или тепловым способом.

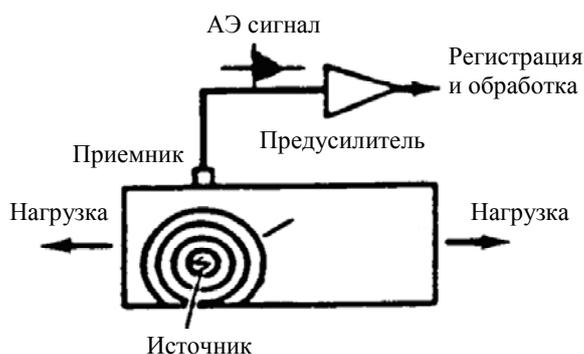


Рис. 1. Основные принципы акустической эмиссии

Однако метод АЭ обладает рядом недостатков, основным из которых является низкая помехоустойчивость. Поскольку в процессе сварки сигналы АЭ регистрируются на фоне высокого уровня шумов и помех, то остро встает вопрос о методах фильтрации. В настоящее время решению этих задач посвящено много работ как в нашей стране, так и за рубежом. Среди отечественных следует отметить работы Н.П. Алешина, В.М. Белова, Ю.Б. Дробота, В.И. Иванова, В.А. Гуменюка, А.М. Апасова, А.Н. Смирнова, В.К. Шухостанова, Е.Г. Дороховой и ряда других. Таким образом, научная новизна работы состоит в разработке новых методов фильтрации сигналов АЭ, которые позволяют максимально достоверно и точно выделить информативную часть из полученного акустико-эмиссионного сигнала. Целью работы является повышение конкурентоспособности отечественной корабельной техники за счет снижения временных и финансовых затрат в процессе изготовления неразъемных (сварных) соединений, с одной стороны, и повышения качества этих соединений, с другой. Проведенные эксперименты на данный момент подтверждают возможность реализации такого контроля.

### Анализ сигналов акустической эмиссии

Для эффективного применения метода АЭ при контроле в ходе сварки образцов корабельной техники необходимо решить две проблемы.

1. Основными источниками акустического излучения при сварке является горение дуги, истечение защитного газа, плавление, затвердевание и растрескивание флюса или защитного покрытия электрода, падение капель металла в сварочную ванну и т.д. [1]. Следовательно, фильтрация должна в автоматическом режиме отсеивать сигналы, не относящиеся к дефектам.

2. Требуется идентификация и классификация степени опасности отфильтрованных сигналов.

Для решения данных проблем был выбран метод анализа сигналов АЭ на основе кластеров. Кластерный анализ – это способ группировки многомерных объектов, основанный на представлении результатов отдельных наблюдений точками подходящего геометрического пространства с последующим выделением групп этих точек (кластеров). Кластерный анализ ориентирован на выделение некоторых групп, внутри которых объекты близки [2].

Результат измерения  $i$ -й характеристики  $Z_j$  объекта обозначают символом  $q_{ij}$ , а вектор  $Q_j = [q_{ij}]$  отвечает каждому ряду измерений (для  $j$ -го объекта). Таким образом, для множества  $Z$  объектов исследователь располагает множеством векторов измерений  $Q = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ , которые описывают множество  $Z$  [3].

Пусть множество  $Z = \{Z_1, Z_2, \dots, Z_n\}$  обозначает  $n$  объектов,  $N$  измерений –  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ .

$$Q = [Q_1, Q_2, \dots, Q_n] = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \dots & q_{1N} \\ q_{21} & q_{22} & \dots & q_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_{n1} & q_{n2} & \dots & q_{nN} \end{bmatrix}.$$

Задача кластерного анализа заключается в том, чтобы на основании данных, содержащихся во множестве  $Q$ , разбить множество объектов  $Z$  на  $p$  кластеров (подмножеств)  $s_1, s_2, \dots, s_p$  так, чтобы каждый объект  $Z_j$  принадлежал одному и только одному подмножеству разбиения и чтобы объекты, принадлежащие разным кластерам, были разнородными [4].

Для решения задач можно использовать два метода кластерного анализа [5]:

1. по форме сигнала;
2. по скорости нарастания переднего фронта (рис. 2).

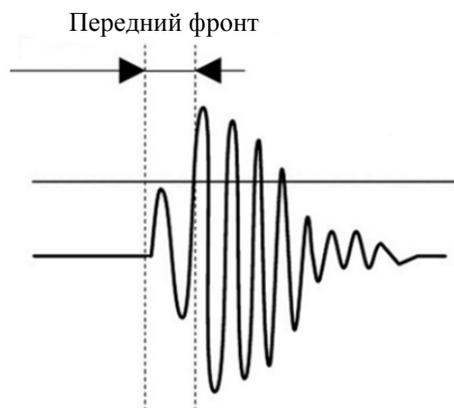


Рис. 2. Передний фронт волны

#### Анализ по форме сигнала

Максимум корреляционной функции двух сигналов определяется как

$$W_{i,k} = \max \frac{\sum_{d=1}^N U_{m_i}^d U_k^{d+b}}{\sqrt{\sum_{d=1}^N (U_{m_i}^d)^2 \sum_{d=1}^N (U_k^{d+b})^2}}, \quad (1)$$

где  $W_{i,k}$  – коэффициент корреляции «текущий сигнал–опорный сигнал кластера»;  $U_k^d$  – отсчет с индексом  $d$  текущего сигнала АЭ с номером  $k$ ;  $U_{m_i}^d$  – отсчет с индексом  $d$  опорного сигнала АЭ;  $N$  – количество отсчетов в «окне» расчета корреляции;  $b$  – смещение, в пределах которого он рассчитывается [6].

Анализ по форме сигнала применяется в период постобработки, когда уже закончены процессы нагружения процессов объекта контроля [7]. При проведении фильтрации по форме волны в ходе сложных и трудоемких расчетов резко снижается производительность акустико-эмиссионной системы.

#### Анализ по скорости нарастания переднего фронта сигнала

Преимущества анализа по скорости нарастания переднего фронта состоят в простоте, существенном сокращении времени анализа и возможности аппаратной реализации. Сущность анализа по скорости нарастания переднего фронта заключается в установке трех пороговых уровней. Значения пороговых уровней определяются экспериментально, исходя из следующих условий:

- первый пороговый уровень  $U_0$  устанавливается выше уровня шумов;
- второй пороговый уровень  $U_1$  устанавливается на уровне, не превышающем максимальное значение быстрой моды сигнала АЭ;
- третий пороговый уровень  $U_2$  устанавливается на уровне между быстрой и медленной модой, но не превышает максимального значения последней.

Установка трех пороговых уровней позволила разбить передний фронт огибающей сигнала АЭ на два участка, на которых затем можно вычислить скорости нарастания. Дальнейший анализ осуществлен по двум параметрам [8].

Первый параметр соответствовал нарастанию огибающей переднего фронта  $V^{нар1}$  сигнала АЭ на участке между первым и вторым пороговым уровнем, а второй параметр  $V^{нар2}$  – между вторым и третьим пороговыми уровнями соответственно. Далее на основании полученных данных строилась матрица числа сигналов АЭ, упорядоченных по скоростям нарастания  $V^{нар1}$  и  $V^{нар2}$ :

$$T = \frac{M_1}{\Delta V} - 1, \quad (2)$$

$$T = \frac{M_2}{\Delta V} - 1, \quad (3)$$

где  $M_1$  и  $M_2$  – максимумы скорости нарастания первой и второй частей переднего фронта по всему множеству рассматриваемых сигналов АЭ соответственно. Таким образом, в кластер объединяются сигналы АЭ, соответствующие тем элементам матрицы, которые больше любого из соседних элементов. Если число сигналов АЭ, попавших в один кластер, превышает установленное критическое значение, то делается вывод, что данный источник излучает эти сигналы. Следовательно, исследуемый объект контроля содержит дефект, и он подлежит браковке [9].

$$E = \sum_{fp}^{f_{max}} h_i^2, \quad (4)$$

где  $fp$  – номер отсчета, соответствующий времени прихода сигнала АЭ на первый преобразователь акустической эмиссии (ПАЭ);  $f_{max}$  – время достижения максимума сигнала АЭ, принимаемое за окончание его переднего фронта;  $h_i$  – отсчеты сигнала АЭ.

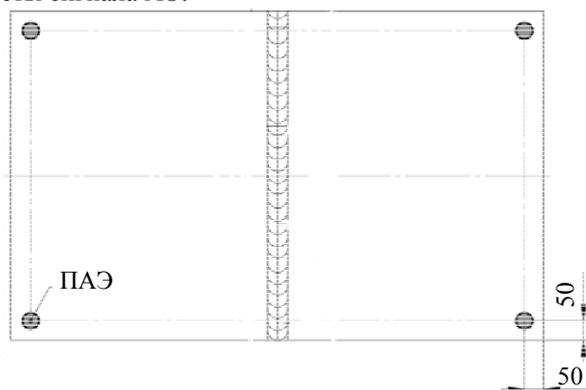


Рис. 3. Схема расстановки преобразователей на расстоянии 50 мм

Энергия сигнала АЭ уменьшается при его распространении по объекту контроля от источника до ПАЭ. В связи с этим, прежде чем сравнивать различные сигналы АЭ между собой по энергии, необходимо рассмотреть, насколько величина энергии зависит от расстояния между источником и ПАЭ. С другой стороны, численная оценка энергии зависит от параметров ПАЭ, качества его установки на свариваемый образец и коэффициента усиления канала [10].

В ходе эксперимента проведена сварка двух листов из корабельной стали размерами 1000×800×30 мм с V-образной разделкой с соблюдением сварочной технологии (рис. 3). Осуществлена вставка тугоплавких материалов (Ti, W) в процессе сварки.

На рис. 4–6 представлены результаты проведенного эксперимента.

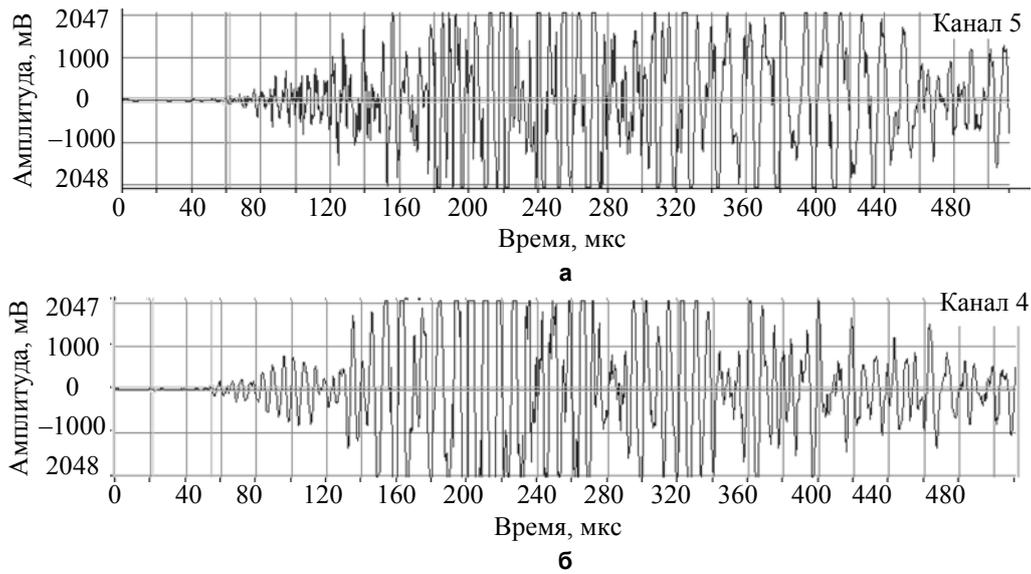


Рис. 4. Форма сигнала АЭ от титановой (а) и вольфрамовой (б) вставок

На рис. 4 показана зависимость амплитуды от времени, такая фильтрация является качественной характеристикой сигнала и отражает наличие или отсутствие дефекта.

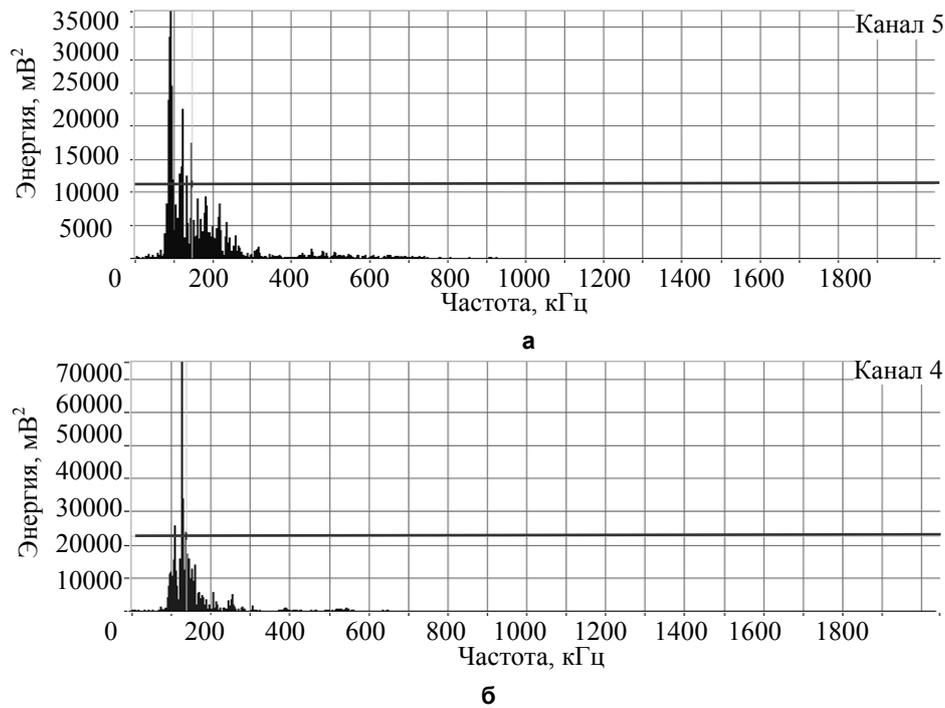


Рис. 5. Спектр сигнала АЭ от титановой (а) и вольфрамовой (б) вставок, горизонтальная сплошная линия –  $E_{\text{порог}}$

На рис. 5 представлен спектр сигнала, который отражает зависимость энергии от частоты. Такой способ фильтрации является количественной характеристикой сигнала. Все те источники акустической эмиссии, сигналы которых превышают пороговое значение  $E_{\text{порог}}$ , является дефектными.

На рис. 6 также представлена количественная характеристика сигнала. Значения, лежащие выше  $N_{\text{порог}}$  равного 10 для данного образца, являются дефектами.

Таким образом, в ходе эксперимента заложенные искусственные дефекты в виде тугоплавких вставок были выявлены в процессе сварки.

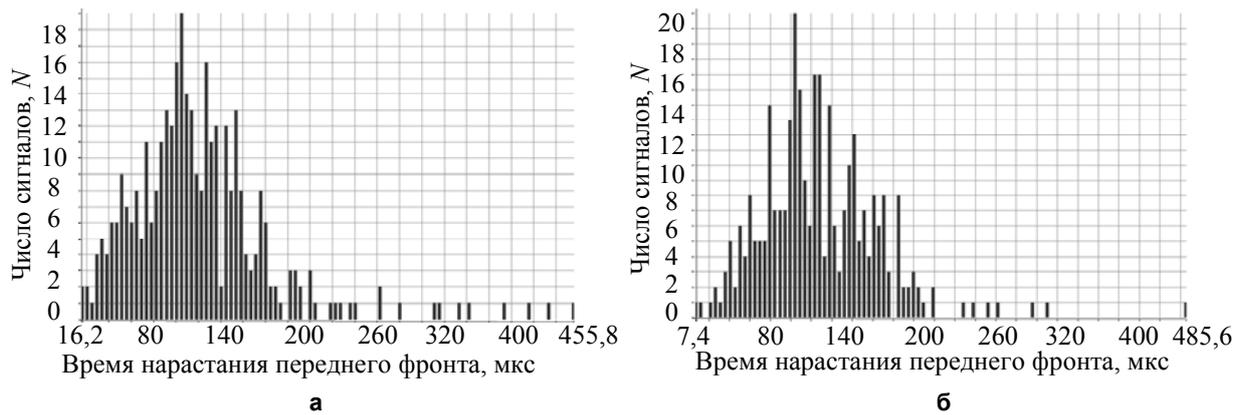


Рис. 6. Распределение времени нарастания переднего фронта сигналов АЭ из зоны титановой (а) и вольфрамовой (б) вставок

### Заключение

Проблема контроля качества сварных соединений в процессе сварки является сложной, и для ее решением требуется комплексный подход. В работе предложены экспериментально подтвержденные, информативные методы фильтрации сигналов. Полученные данные наглядно показывают, что некоторые характеристики сигналов выше порогового значения (анализ по скорости нарастания переднего фронта, пороговое значение  $N_{\text{порог}}=10$ , превышение в 2 раза). Данные, полученные в результате эксперимента, показали правильность выбора методов фильтрации, на основе которых была разработана методика контроля. Для развития данного метода контроля качества паяных соединений будет проводиться отработка метода на объектах сложной формы.

### Литература

1. Троицкий В.А. Краткое пособие по контролю качества сварных соединений. – Киев: Феникс, 2006. – 177 с.
2. Алешин Н.П. и др. Методы акустического контроля металлов. – М.: Машиностроение, 1989. – 456 с.
3. Справочник (в семи томах). Неразрушающий контроль. Том 7. Методы акустической эмиссии. Кн.1. Вибродиагностика. Кн.2. Под общ. редакцией В.В. Клюева. – М.: Машиностроение, 2006. – 688 с.
4. Гуменюк В.А., Казаков Н.А., Сульженко В.А. Акустико-эмиссионный контроль процесса сварки объектов морской техники // В мире неразрушающего контроля. – 2010. – № 4 (50). – С. 20–25.
5. Алешин Н.П., Щербинский В.Г. Контроль качества сварочных работ. – М.: Высшая школа, 1986. – 208 с.
6. Гуменюк В.А., Сульженко В.А., Яковлев А.В. Современные возможности и тенденции развития акустико-эмиссионного метода // В мире неразрушающего контроля. – 2000. – № 3 (9). – С. 8–12.
7. Андрейкив А.Е., Лысак Н.В. Методы акустической эмиссии в исследовании процессов разрушения. – Киев: Наука думка, 1989. – 175 с.
8. Клюев В.В. Неразрушающий контроль и диагностика. Справочник. – М.: Машиностроение, 2003. – 656 с.
9. Степанова Л.Н., Чаплыгин В.Н., Кабанов С.И. и др. Исследование связи информативных параметров сигналов акустической эмиссии с процессом разрушения образцов с дефектами сварки // Дефектоскопия. – 2012. – № 6. – С. 11–21.
10. Степанова Л.Н., Канифадин К.В., Лазненко С.А. Исследование источников сигналов акустической эмиссии при остывании сварного шва с использованием кластерного анализа // Дефектоскопия. – 2010. – № 1. – С. 73–82.

<b>Баранов Андрей Валерьевич</b>	– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант, sapok89@mail.ru
<b>Федоров Алексей Владимирович</b>	– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, профессор, afedor62@yandex.ru
<b>Кинжагулов Игорь Юрьевич</b>	– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант, kinzhiki@mail.ru
<b>Сергеев Дмитрий Сергеевич</b>	– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант, Dmt.sergeev@gmail.com
<b>Доренская Анна Викторовна</b>	– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, студент, anka_dorenskaya@mail.ru

УДК 004.056

**АНАЛИЗ УЯЗВИМОСТЕЙ РОБОТОТЕХНИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ  
С РОЕВЫМ ИНТЕЛЛЕКТОМ**

**И.А. Зикратов, Е.В. Козлова, Т.В. Зикратова**

Рассматриваются аспекты информационной безопасности групповых мобильных робототехнических комплексов с роевым интеллектом. Обсуждаются способы воздействия противоборствующей стороны на роевой алгоритм. Выполнено численное моделирование возможных деструктивных информационных воздействий на роевые робототехнические системы. Показана возможность реализации уникальной угрозы для коллективов роботов – рефлексивного управления роем со стороны злоумышленников. Обоснованы требования к перспективным механизмам обеспечения информационной безопасности роевых систем.

**Ключевые слова:** информационная безопасность, робототехнический комплекс, рой роботов, муравьиный алгоритм, групповая робототехника, уязвимость, атака.

**Введение**

Одним из направлений робототехники, которому уделяется все большее внимание, является групповая робототехника [1]. Преимущества группового применения роботов очевидны. Наиболее существенные из них – большой радиус действия, достигаемый за счет рассредоточения роботов по всей рабочей зоне, и более высокая вероятность выполнения задания, достигаемая за счет возможности перераспределения целей между роботами группы в случае выхода из строя некоторых из них. Применение групп мобильных роботов характеризуется следующими условиями:

- непредсказуемой динамикой внешней среды вплоть до сознательного противодействия;
- неполнотой и противоречивостью знаний роботов (агентов) о состоянии внешней среды и других участников;
- разнообразием вариантов путей достижения цели, структур коллектива, распределения ролей;
- сложностью обеспечения надежной коммуникации, распределенностью группировки в пространстве и т.д.

Очевидно, что перечисленные факторы можно расценивать как источники угроз, создающих опасность нарушения конфиденциальности и целостности информации, циркулирующей в робототехнической системе, а также угрозу доступности объектов соответствующей информационной сферы. Осознание необходимости исследования вопросов информационной безопасности (ИБ), а также качественное описание основных угроз и особенностей их реализации применительно к мобильным робототехническим комплексам (РТК) с роевым интеллектом впервые были сформулированы в публикации [2]. В работе было показано, что роевым РТК присущи специфические уязвимости, что, в свою очередь, обуславливает необходимость адаптации научно-методического аппарата ИБ к условиям функционирования РТК. В частности, уникальные особенности построения роя роботов затрудняют использование существующих механизмов ИБ и предоставляют возможность злоумышленникам для воздействия на роевые алгоритмы (адаптивное поведение). В качестве основных механизмов реализации атак предложено рассматривать [2]:

- атаки на каналы связи;
- затруднение идентификации и аутентификации роботов в системе;
- физическое внедрение «инородных» роботов, которыми, в том числе, могут быть захваченные и перепрограммированные злоумышленником «свои» роботы.

В настоящей работе представлены результаты исследования некоторых возможных воздействий противоборствующей стороны на рой с целью увеличения времени выполнения задачи группировкой и (или) снижения энергетических ресурсов роботов. Исследование проводилось на основе численного моделирования широко известного классического муравьиного алгоритма поиска кратчайшего пути [3].

Данная работа преследует две основные цели. Первая из них – проиллюстрировать механизмы эксплуатации уязвимостей, присущие популярным роевым алгоритмам, путем моделирования атак «инородных» роботов-диверсантов. Вторая цель – по результатам моделирования конкретизировать направления совершенствования механизмов ИБ мобильных РТК.

**Особенности построения мобильных РТК с коллективным поведением**

РТК коллективного поведения, реализующие идею сложной системы, которая состоит из множества сравнительно простых устройств, являются представителями относительно нового и активно развивающегося направления групповой робототехники. Предполагается, что желаемое коллективное поведение возникает из взаимодействия роботов-агентов между собой и их взаимодействия с окружающей сре-

дой. Следует подчеркнуть, что взаимодействие агентов с окружающей средой происходит, как правило, вне зоны контролируемой территории, т.е. в условиях, когда имеется возможность физического доступа злоумышленника к роботам.

В такой системе агенты обладают несколькими важными свойствами [4]:

- автономность (агенты, хотя бы частично, независимы);
- ограниченность представления (ни у одного из агентов нет представления обо всей системе, или система слишком сложна, чтобы знание о ней имело практическое применение для агента);
- децентрализация (нет агентов, управляющих всей системой).

К наиболее перспективным методам описания коллективного поведения децентрализованной группировки РТК сегодня относят методы и алгоритмы, исследующие биологические основы роевого поведения насекомых. Подобного рода системы лежат в основе так называемого роевого интеллекта. При этом считается, что относительно простые правила индивидуального поведения могут создавать сложное организованное поведение всего роя. Ключевым моментом является взаимодействие между членами группы, а целевой функцией – разумность поведения не индивидуума, а всего роя.

Муравьиный алгоритм – метаэвристический алгоритм, в котором колония искусственных муравьев в совместной кооперации находит хорошее решение сложных дискретных задач оптимизации. Используя этот алгоритм при выборе направления следования, агенты исходят не только из выбора кратчайшего пути, но и ориентируются также на опыт предшественников, оставляющих за собой на пути особый фермент – феромон.

Численное моделирование алгоритма осуществлялось из следующих соображений. Вероятность выбора очередным агентом в момент времени  $t$  можно рассчитать по формуле [3]

$$\begin{cases} P_{ij,k}(t) = \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{n \in J_{i,k}} [\tau_{in}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{in}]^\beta}, j \in J_{i,k}, \\ P_{ij,k}(t) = 0, j \notin J_{i,k}, \end{cases} \quad (1)$$

где  $J_{i,k}$  – варианты направления следования робота  $k$ ;  $\eta$  – привлекательность, обратно пропорциональная длине ребра ( $\eta = 1/D$ );  $\tau_{ij}(t)$  – уровень феромона в момент времени  $t$  на ребре  $(i, j)$ ;  $\alpha$  и  $\beta$  – два параметра, которые задают вес параметру следа феромона и видимости пути (его расстояния).

При  $\alpha = 0$  поведение робота будет «жадным» – будет выбрана ближайшая точка. Если  $\beta = 0$ , то работает лишь воздействие феромонов, и выбор пути будет строиться из количества феромонов на маршруте. Авторами муравьиного алгоритма рекомендовано осуществлять экспериментальный подбор указанных параметров для каждого конкретного случая. Так как в данном случае исследовалась разновидность алгоритма «из одной точки в одну точку», когда весь рой перемещается из точки  $i$  в точку  $o$ , то, на наш взгляд, наибольший интерес представлял вариант  $\alpha = 1$  и  $\beta = 0$  (текущий агент выбирал маршрут исходя из количества отложенного феромона на ребре). Такой выбор параметров позволил получить четкую физическую интерпретацию результатов моделирования. Количество откладываемого феромона определяется по формуле

$$\Delta\tau_{ij,k}(t) = \begin{cases} \frac{Q}{L_k(t)}, (i, j) \in T_k(t); \\ 0, (i, j) \notin T_k(t), \end{cases} \quad (2)$$

где  $Q$  – длина оптимального пути;  $L_k(t)$  – длина маршрута  $T_k(t)$ , пройденного роботом  $k$ .

Испарение феромона определяют из следующего выражения:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-p) \cdot \tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij,k}(t), \quad (3)$$

где  $m$  – число роботов, а  $p$  – коэффициент испарения ( $0 \leq p \leq 1$ ). Работа муравьиного алгоритма достаточно полно исследована, разработаны некоторые вариации этого алгоритма, а сам алгоритм используется для решения различных задач оптимизации [5, 6].

### Результаты численного моделирования атак на муравьиный алгоритм

В качестве примера рассмотрен граф, представленный на рис. 1. Исследуемым параметром являлась вероятность выбора  $P$  агентом кратчайшего маршрута для следующих исходных данных: рой из  $N$  роботов перемещается из узла  $i$  в узел  $o$  в условиях агрессивной среды (при атаках противоборствующей стороны). Несмотря на очевидную простоту примера, ему присущи типовые элементы более сложных графов, таких как наличие нескольких вершин и ребер, однозначно определяемые кратчайший (А) и альтернативный (Б) маршруты, типовые действия роя при выборе кратчайшего пути, что позволяет моделировать атаки на уязвимости классического муравьиного алгоритма Ant System.

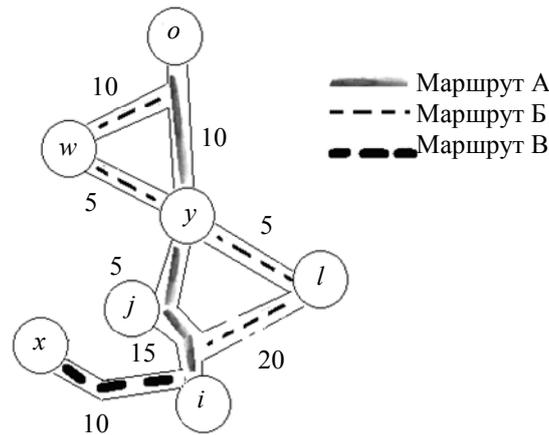


Рис. 1. Муравьиный алгоритм в задаче выбора кратчайшего пути (маршрут А) при наличии иного пути (маршрут Б) и ложного маршрута (маршрут В)

Цель роя – выбрать кратчайший путь следования из узла  $i$  в узел  $o$  (маршрут А, рис. 1). Целью противоборствующей стороны является создание условий для увеличения времени на поиск оптимального маршрута или выбора неоптимального маршрута (маршрут Б, рис. 1), который, тем не менее, будет считаться роем оптимальным. Выполнение замысла злоумышленника приведет к увеличению расхода энергии агентами, что, в свою очередь, ограничит их радиус действия и (или) будет способствовать невыполнению группировкой конечной задачи.

Анализ формул (1)–(3) позволяет предположить возможные способы воздействия на алгоритм:

1. путем «внедрения» одного или нескольких роботов, которые способны отложить на ребре, не являющемся частью оптимального маршрута, такое число феромонов, чтобы путь по данному маршруту оказался для роя более «привлекательным»;
2. путем «внедрения» одного или нескольких роботов, действующих на ложных маршрутах, скорость испарения феромонов которых была бы ниже, чем у исходной системы роботов;
3. предоставление агенту большего количества альтернатив путем введения в узлах «ложного пути» – лжеребер, т.е. отрезков маршрута, соответствующего общему тренду движения роя, но заканчивающимся тупиком (маршрут В, рис. 1) или имеющим выход к заведомо более длинному маршруту.

Рассмотрим результаты моделирования воздействия злоумышленника на систему при выборе каждого из приведенных методов.

Способ 1. Злоумышленником внедряются роботы, являющиеся для данной системы «инородными» [2]. Эти роботы начинают свой путь по нерациональному для роя маршруту – ребру  $(i, l)$ . В зависимости от технических возможностей злоумышленника, от количества времени, в течение которого требуется направить систему по ложному пути, можно использовать для данной операции от одного до десятка роботов. Целью фланирования роботов-диверсантов по маршруту является создание такой концентрации феромона на ребре  $(i, l)$ , при которой будет справедливым неравенство  $P_{ij,k}(t_0) < P_{il,k}(t_0)$  (рис. 2).

На рис. 2, а, представлен график изменения вероятности выбора ребра  $(i, l)$  при последовательном прохождении ребра  $N$  роботами – членами роя. На рисунке видно, что процесс выбора пути условно можно разбить на две части – переходный процесс, когда количество отложенного феромона на ребрах в значительной степени носит случайный характер (в данной реализации он закончился примерно при прохождении узла тридцатым роботом), и установившийся режим, когда длинный путь исчезает вследствие все большей привлекательности кратчайшего пути (испарения феромона с ребра  $(i, l)$ ). Для наглядности влияния агентов-диверсантов на рис. 2, б, представлены графики, усредненные по множеству реализаций (прохождение маршрута несколькими роями с нулевыми начальными условиями). Линия 1 демонстрирует процесс выбора рационального решения при отсутствии злоумышленников, линия 2 – при появлении диверсанта на ребре  $(i, l)$  при появлении каждого десятого робота – члена группы, линия 3 – при концентрации на ребре  $(i, l)$  роботов-диверсантов равной концентрации роботов – членов роя на ребре  $(i, l)$ . Следует обратить внимание, что внедрение диверсантов произошло после прохождения пятидесяти роботов – членов роя, т.е. в установившемся режиме. Однако даже в этом случае, как видно из рисунка, действия диверсантов имели деструктивные последствия, так как вероятность выбора кратчайшего пути снизилась на 27% (с 0,9 до 0,65).

Внедрение большого числа диверсантов на стадии переходного процесса приводит к тому, что феромон с альтернативных ребер маршрута не испаряется, и вероятность выбора кратчайшего пути из множества альтернатив существенно уменьшается. Пример реализации такого процесса для узла  $i$  при внедрении десяти диверсантов, фланирующих на ребре  $(i, l)$ , приведен на рис. 3.

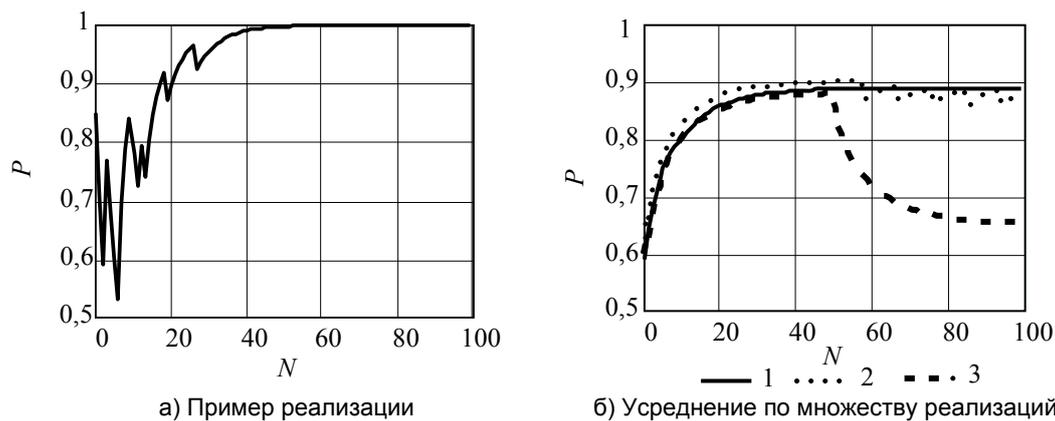


Рис. 2. Зависимость вероятности  $P$  выбора роем рационального пути от количества  $N$  роботов, прошедших по ребру без воздействия (а) и с воздействием (б) злоумышленников (1 – без злоумышленников; 2 – один робот-диверсант; 3 – число роботов-диверсантов равно числу роботов – членов роя)

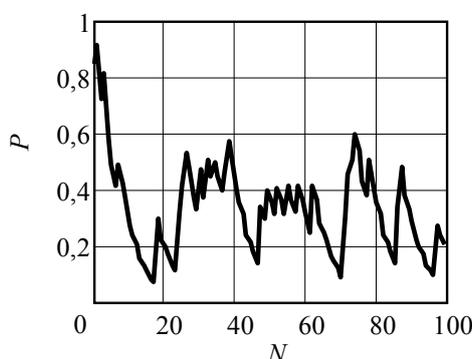


Рис. 3. Значения вероятности  $P$  выбора роем из  $N$  агентов рационального пути при действиях диверсантов на этапе поиска кратчайшего пути (пример реализации)

Способ 2. Представляет собой модификацию предыдущего способа, которая заключается в том, что искомая злоумышленником концентрация феромона на псевдорациональном маршруте создается за счет использования роботами-диверсантами феромона с меньшей скоростью испарения.

Способ 3. Введение лжеребра приводит к следующим последствиям.

1. В начальный момент времени  $t_0$  (количество феромонов на всех ребрах равно нулю) вероятность выбора ребра  $(i, j)$ , принадлежащего оптимальному пути, уменьшилась и составляет

$$P_{ij,k}(t_0) = P_{ij,l}(t_0) = P_{ix,k}(t_0) = \frac{1}{3}.$$

2. При наличии роботов-диверсантов на лжеребре количество откладываемого на нем феромона превышает количество феромона на ребре  $(i, j)$ , так как диверсанты, в отличие от агентов роя, могут откладывать феромон дважды – при прохождении «туда» и «обратно».
3. Динамика отложения феромона на ребре  $(i, x)$  приводит к существенному возрастанию вероятности  $P_{ix,k}(t)$  (рис. 4, линия 1), что, в свою очередь, приводит к тому, что большая часть агентов тратит время и энергию на прохождение лжеребра  $(i, x)$ . Очевидно, что эффективность атаки будет определяться соотношением длин лжеребра или нескольких лжеребер к длине оптимального пути. Так, на рис. 4 представлены графики изменения вероятностей выбора роем «ложного пути», и иных путей.

Следует подчеркнуть, что в данном примере для организации деструктивного воздействия на рой злоумышленниками не использовались роботы-диверсанты. Псевдорациональные решения принимались роем исключительно под воздействием рефлексивного управления им с противоборствующей стороны, которое заключалось в представлении агентам искаженного восприятия об окружающей среде [7] без физического внедрения в рой «инородных» агентов.

Очевидно, что тщательная подготовка атаки типа «ложный путь» может привести к деструктивному эффекту типа «муравьиная карусель», когда рой движется по кругу, теряя энергию и не приближаясь к цели [8].

Общим для всех описанных способов является тот факт, что уязвимости, присущие муравьиному алгоритму, позволили осуществить деструктивное воздействие на рой путем информационной атаки через сенсоры агентов, без атаки на физическую и (или) программную компоненту робота.

Безусловно, злоумышленники могут осуществлять атаки на несколько узлов и ребер, используя сочетания описанных выше способов.

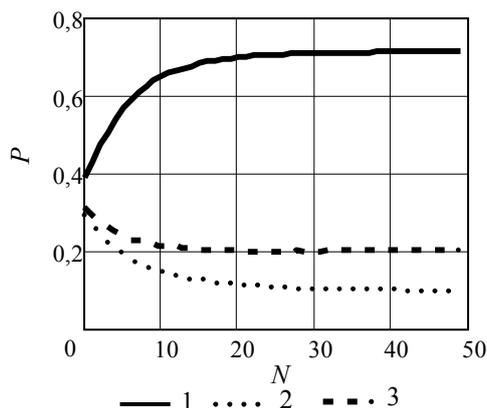


Рис. 4. Зависимость вероятностей  $P$  выбора ложного пути (линия 1 – длина ребра 10 единиц) и иных путей (линия 2 – длина ребра 20 единиц, линия 3 – длина 15 единиц)  $N$  роботами при рефлексивном управлении роем (атака типа «ложный путь»)

### Заключение

В результате численного моделирования атак на роевые робототехнические комплексы подтверждены выводы авторов работы [2] о необходимости введения механизмов информационной безопасности, в том числе идентификации и аутентификации членов роя, а также использования системы обнаружения вторжений «инородных» роботов. Кроме того, установлено следующее.

1. Физическое внедрение в рой роботов-диверсантов способно оказать дестабилизирующее влияние на процесс движения группировки как на этапе переходного процесса (в процессе поиска кратчайшего пути), так и в установившемся режиме, когда кратчайший путь движения уже найден. Следовательно, мероприятия по обеспечению информационной безопасности должны осуществляться непрерывно на всех этапах выполнения задачи.
2. Эффективность атаки роботов-диверсантов определяется длиной их маршрута фланирования, количеством внедренных агентов и концентрацией используемого ими феромона.
3. Атаки типа «ложный путь» приводят к появлению циклических маршрутов следования членов роя («вперед–назад», движения по кругу), что приводит к необоснованным потерям времени и энергии роботами.

Для предотвращения указанных инцидентов роевые робототехнические комплексы должны оснащаться механизмами информационной безопасности, отвечающими некоторым специфическими требованиям по сравнению с аналогичными механизмами защиты автоматизированных систем [9].

1. Система информационной безопасности должна реализовываться с учетом базовых принципов роевой модели – ограниченности представления агентов обо всей системе, изменчивости их пространственного положения и отсутствия централизации при роевой модели управления. Для реализации функций информационной безопасности представляется целесообразным включение в состав роя роботов-полицейских, на которых возлагаются функции выявления аномалий, вторжений, идентификация и аутентификация агентов, в том числе бывших вне «зоны видимости» роя, контроль разграничения доступа и противодействие роботам-диверсантам и другим воздействиям злоумышленников. Это позволит, с одной стороны, исключить усложнение и удорожание роботов – членов роя, что соответствует принципам мультиагентных систем, и, с другой стороны, обеспечить комплексность системы защиты.
2. Обеспечение идентификации и аутентификации не только физических и геометрических параметров агентов, но и их сенсорных систем. Рой должен «знать», кто оставил феромон на пути следования – «свой» или «чужой».
3. Наличие системы защиты от компрометации криптоключей по побочным каналам (side channel attack) при нахождении агентов за пределами контролируемой зоны и возможном физическом захвате их злоумышленниками.
4. Обеспечение возможности обнаружения факта проведения атаки при действиях типа «ложный путь» путем выявления аномалий в действиях роя, которые могут проявляться путем появления циклических маршрутов отдельных групп роботов.

Выполнение этих требований позволит закрыть выявленные алгоритмические уязвимости робототехнических комплексов с роевым интеллектом, что приведет к расширению области их применения.

Литература

1. Brambilla M., Ferrante E., Birattari M., Dorigo M. Swarm robotics: a review from the swarm engineering perspective // *Swarm Intelligence*. – March 2013. – V. 7. – № 1. – P. 1–41 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://link.springer.com/article/10/1007/s11721-012-0075-2>), свободн.
2. Higgins F., Tomlinson A., Martin K.M. Threats to the Swarm: Security Considerations for Swarm Robotics // *International Journal on Advances in Security*. – 2009. – V. 2. – № 2–3. – P. 288–297.
3. Dorigo M., Maniezzo V. & Colorni A. Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents // *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. Part B*. – 1996. – V. 26. – № 1. – P. 29–41.
4. Michael Wooldridge. *An Introduction to MultiAgent Systems*. – John Wiley & Sons Ltd, 2002, paperback. – 366 p.
5. Ермолаев С.Ю. Муравьиные алгоритмы оптимизации // *Инфокоммуникационные технологии*. – 2008. – Т. 6. – № 1. – С. 23–29.
6. Уолднер Ж.-Б. Наноконьютеры и роевой интеллект. – Лондон, ISTE, 2007. – С. 242–248.
7. Лефевр В.А. Конфликтующие структуры. – М.: Советское радио, 1973. – 158 с.
8. Wheeler W.M. *Ants: their structure, development and behavior*. – New York, Columbia University Press, 1910. – P. 265.
9. Коваль Е.Н., Лебедев И.С. Общая модель безопасности робототехнических систем // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. – 2013. – № 4 (86). – С. 153–154.

- Зикратов Игорь Алексеевич* – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой, [igzikratov@yandex.ru](mailto:igzikratov@yandex.ru)
- Козлова Екатерина Владимировна* – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, студент, [kekvlad@cit.ifmo.ru](mailto:kekvlad@cit.ifmo.ru)
- Зикратова Татьяна Викторовна* – Военный институт (военно-морской политехнический) ВУНЦ ВМФ «Военно-морская академия», г. Пушкин, преподаватель, [ztv64@mail.ru](mailto:ztv64@mail.ru)

УДК 004.942, 338.2, 004.89

**МЕТОД КОМПЛЕКСНОЙ ОЦЕНКИ И АНАЛИЗА ГЛОБАЛЬНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ РЕГИОНАЛЬНЫХ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ КОГНИТИВНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ<sup>1</sup>**

**А.В. Маслобоев**

Для задач синтеза траекторий адаптивного управления регионом, адекватных стратегиям регионального развития, предложен метод комплексной оценки безопасности региональных социально-экономических систем, основанный на формировании и анализе интегрального индекса глобальной безопасности. Метод обеспечивает возможность формализации и численного решения задач синтеза траекторий рискоустойчивого развития сложных слабоструктурированных динамических систем в многомерном пространстве критериев на основе когнитивного моделирования.

**Ключевые слова:** моделирование, комплексная оценка, управление, глобальная безопасность, информационно-аналитическая поддержка, социально-экономическая система, региональное развитие.

**Введение**

Анализ современных тенденций развития науки и технологий показывает, что актуальность и высокая значимость научных исследований в области управления глобальной безопасностью региональных социально-экономических систем (РСЭС) для экономики и обороноспособности страны во многом определяется возрастающим значением и специфическими особенностями арктических регионов России на международной арене. Исследования отечественных и зарубежных научных школ, в частности [1–6], в данной проблемной области носят междисциплинарный характер и нацелены, главным образом, на разработку новых и совершенствование существующих структур, механизмов и моделей управления сложными социально-экономическими системами для повышения эффективности и безопасности их функционирования на основе когнитивных информационных технологий, инструментов моделирования и средств телекоммуникаций.

На настоящем и последующих этапах развития общественных отношений глобальная безопасность выступает важнейшим фактором устойчивого развития. Анализ современных работ свидетельству-

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект №12-07-00138 «Разработка когнитивных моделей и методов формирования интегрированной информационной среды поддержки управления безопасностью арктических регионов России»)

ет о том, что, наряду с имеющимися существенными достижениями в области информационного обеспечения управления устойчивым развитием РСЭС, недостаточно разработаны методологические подходы к формализации и численному решению задач синтеза траекторий управления безопасностью РСЭС. Получение согласованных оценок показателей безопасности функционирования этих систем в многомерном пространстве критериев, параметры которых могут нелинейно меняться в зависимости от случайных трансформаций социально-экономической среды, является важной задачей на этапе формирования и анализа интегрального индекса глобальной безопасности РСЭС. Вместе с тем стоит заметить, что в существующих исследованиях проблем глобальной безопасности и устойчивого развития РСЭС недооценивается стремительно растущий потенциал информационно-коммуникационных технологий, суперкомпьютеров и интеллектуальных информационно-аналитических систем нового поколения, включая обучаемые нейронные сети, когнитивные модели и информационные технологии.

В настоящей работе предложена формализация понятия «глобальная безопасность регионального развития» и приводится формальная постановка общей задачи управления глобальной безопасностью РСЭС. Рассматриваются результаты разработки когнитивных и имитационных моделей для задач управления глобальной безопасностью РСЭС. Представлена общая характеристика метода комплексной оценки и анализа глобальной безопасности РСЭС, рассматриваются содержание и реализация его основных этапов. В заключение приведены основные результаты работы и области их применения.

### **Формализация задачи управления глобальной безопасностью РСЭС**

Регионы, являясь компонентами единой политической и социально-экономической системы Российской Федерации, обладают собственной спецификой и относятся к классу открытых, больших и сложных динамических систем. В связи с этим проблематика обеспечения рискоустойчивого развития таких сложных объектов управления, как РСЭС, также во многом определяется их специфическими особенностями. Региональные особенности в значительной степени влияют на возможность и эффективность применения существующих научно-методических и практических разработок в области исследования и решения проблем управления глобальной безопасностью РСЭС (далее – региональной безопасностью). Специфика управления региональной безопасностью состоит в том, что, с одной стороны, уровень безопасности региона существенно зависит от глобальных угроз, с другой стороны, возможные кризисы и чрезвычайные ситуации, обусловленные особенностями региона, способны привести к дестабилизации систем более высокого уровня – федерального, международного, мирового.

Пилотным полигоном исследований является Мурманская область как наиболее изученный арктический регион, стратегически значимый с точки зрения своего геополитического и экономического положения, роли в обеспечении обороноспособности страны, запасов природных ресурсов.

В качестве критерия управления РСЭС в условиях неопределенности статистической и не статистической природы предлагается использовать критерий глобальной безопасности функционирования РСЭС. Понятие «глобальная безопасность регионального развития» определяется как интегральный показатель оценки состояния РСЭС, при котором она сохраняет способность стабильно функционировать и развиваться в долгосрочной перспективе и способна противодействовать влиянию внутренних (локальных) и внешних (глобальных) угроз устойчивости ее развития. Другими словами, под глобальной безопасностью понимается свойство РСЭС выполнять свои функции при минимально возможном нанесении ущерба окружающей среде (экологическая составляющая), жизнедеятельности населения и демографической ситуации в регионе (социальная составляющая), экономическому росту, кадровой безопасности и технологическому прогрессу (экономическая составляющая), а также системе регионального управления при реализации соответствующей стратегии развития РСЭС, направленной на преодоление возникающих кризисных ситуаций посредством применения упреждающих антикризисных управляющих воздействий. Параметры вектора состояний РСЭС, определяющие ее область глобальной безопасности, оцениваются в многомерном пространстве критериев. Областью глобальной безопасности является пространство устойчивых состояний РСЭС.

Для формализации понятия «глобальная безопасность регионального развития» предложено использовать матрицу глобальной безопасности. Любая сложная система имеет область устойчивых состояний  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$  и матрицу переходов  $M = [n \times n]$ .  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ , где  $\forall s_i \in S$ ,  $P_i = \{p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{ik}\}$  – значения параметров  $i$ -го устойчивого состояния. Чтобы оценить каждый переход системы с точки зрения целей моделирования, необходимо ввести критерий как функцию от параметров каждого устойчивого состояния системы:  $K = f(P) \Rightarrow Ks_i = f(p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{ik})$ . Причем значения каждого параметра должны лежать в определенном диапазоне, который может зависеть от значений остальных параметров, а также от времени  $(t)$ :  $\forall P_{ij} \in [f_{\min}(p_{ij}, P(t)), f_{\max}(p_{ij}, P(t))]$ .

Матрица глобальной безопасности представляет собой матрицу устойчивых состояний системы, которая позволяет определить возможные стратегии перехода системы из начального устойчивого состояния некоторого цикла развития в его конечное устойчивое состояние за ограниченное время с поло-

жительным приращением критериальной функции, позволяющей оценить каждый переход системы с точки зрения целей моделирования динамики ее развития, т.е. матрица глобальной безопасности обеспечивает синтез траекторий движения системы в пространстве устойчивых состояний. Матрица  $\mathbf{M} = [n \times n]$  имеет вид

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0, m_{12}(rs, rk, t), \dots, m_{1n}(rs, rk, t) \\ m_{21}(rs, rk, t), 0, \dots, m_{2n}(rs, rk, t) \\ \dots \\ \dots \\ m_{n1}(rs, rk, t), m_{n2}(rs, rk, t), \dots, 0 \end{bmatrix},$$

где  $rs = f(S, t)$  – требуемые для перехода ресурсы;  $rk = f(P, t)$  – вероятность перехода (риск перехода);  $t$  – время перехода.

Приращение критериальной функции при переходе системы из одного устойчивого состояния в другое внутри цикла развития может быть как положительным, так и отрицательным ввиду нелинейности пространства устойчивых состояний.

Цикл развития системы ограничен по времени и по величине приращения критериальной функции. Началом цикла будем считать устойчивое состояние  $s_1$ , окончанием –  $s_g$ . Рискоустойчивому (безопасному) развитию системы будет соответствовать кортеж согласованных во времени элементов матрицы  $\mathbf{M}$ :  $M_{RSD} = [m_1(t_1), m_2(t_2), \dots, m_g(t_g)]$ , где  $M_{RSD}$  – множество (кортеж) элементов матрицы  $\mathbf{M}$ , т.е.  $M_{RSD} \subset \mathbf{M}$  для которого выполняется следующая система неравенств:

$$\begin{aligned} \delta t_{\min} &\leq t_g - t_1 \leq \delta t_{\max}, \\ \delta K_{\min} &\leq K(m_g) - K(m_1) \leq \delta K_{\max}, \end{aligned}$$

где  $\delta t_{\min}$ ,  $\delta t_{\max}$  – границы временного интервала цикла развития;  $\delta K_{\min}$ ,  $\delta K_{\max}$  – границы значений критериальной функции. При этом все переходы между устойчивыми состояниями внутри цикла развития должны быть согласованы во времени и удовлетворять ограничениям на наличие ресурсов. При оценке состояний глобальной безопасности системы должны также учитываться такие факторы как несимметричность переходов, время переходов и их характер, влияния внешней среды, идентификация границ и взаимосвязей циклов развития. На этапе моделирования матрица глобальной безопасности обеспечивает основу для исследования и построения сценариев достижения глобальной безопасности развития РСЭС с учетом реализации принципа приемлемого риска.

В общем случае задача управления региональной безопасностью сводится к поиску такого допустимого управления, которое имеет максимальную эффективность и определяет оптимальную траекторию движения РСЭС в пространстве устойчивых состояний. Формальная постановка может быть представлена в классической для теории управления форме [7] (рис. 1), которая адаптирована для задач управления системами различной природы.



Рис. 1. Модель задачи управления региональной безопасностью

Эффективность управления  $G(\mathbf{u}) = \max_{\mathbf{u} \in U} f(\mathbf{u}, s)$ , где  $\mathbf{u} \in U$  – вектор управлений;  $s \in S$  – множество состояний объекта управления, причем  $s = f(p, t)$ ,  $p \in P$  – значения параметров, описывающих состояния объекта управления,  $t$  – время.

Модель субъекта управления  $\Psi = \{U, U_0, \Theta, w(\cdot), v(\cdot), I, z\}$ , где  $U$  – множество управляющих воздействий (стратегия деятельности субъекта);  $U_0 \subseteq U$  – множество управляющих воздействий, выбираемых субъектом управления;  $\Theta$  – множество внешних воздействий на объект управления;  $w(\cdot)$  – зависимость результатов деятельности субъекта управления от управляющих воздействий и внешнего окружения объекта управления, т.е.  $w(\cdot): U \times \Theta \rightarrow U_0$ ;  $v(\cdot)$  – функция полезности, задающая предпочтения субъекта управления на множестве возможных результатов его целенаправленной деятельности;  $I$  – информация о текущей обстановке (внешнем окружении объекта управления), которой обладает субъект управления на момент принятия решений о выбираемом управляющем воздействии;  $z = w(\mathbf{u}, \Theta)$ ,  $z \in U_0$  – результат деятельности субъекта управления при выбранном управляющем воздействии.

### **Когнитивный подход к анализу и моделированию глобальной безопасности РСЭС**

Существенный эффект при решении задач управления безопасностью РСЭС в кризисных ситуациях может быть получен на основе применения методологии когнитивного моделирования [8], ориентированной на анализ и принятие решений в сложных ситуациях для систем, характеризующихся многоаспектностью происходящих в них процессов (экономических, социальных и т.д.) и их взаимосвязанностью, динамичностью и высокой степенью неопределенности, отсутствием достаточной количественной информации о динамике протекающих в них процессов, что вынуждает переходить к качественному анализу таких систем. В силу указанных особенностей социально-экономические системы относятся к классу слабоструктурированных систем.

В рамках настоящего исследования предложен новый когнитивный подход к решению задач управления глобальной безопасностью РСЭС, основанный на интеграции методов концептуального, системно-динамического, мультиагентного, нечеткого и когнитивного моделирования, а также методов вербального анализа решений [9]. Предлагаемый подход и реализующие его методы обеспечивают основу для получения качественно новых решений в области создания средств информационно-аналитической поддержки управления развитием сложных слабоструктурированных динамических систем и процессов, а также возможность разработки когнитивных информационных технологий построения интеллектуальных систем поддержки принятия решений по управлению РСЭС.

### **Имитационная модель управления глобальной безопасностью региона**

Из построенной концептуальной модели мультиагентной информационно-аналитической среды поддержки управления региональной безопасностью [10] следует система показателей безопасности – набор определенных параметров для каждой области безопасности, которые используются в качестве входных параметров соответствующих имитационных моделей. Основное назначение имитационной модели – сделать прогноз показателей безопасности при заданных параметрах и ограничениях. Имитационные модели реализуются с помощью агентной технологии и системной динамики. Системно-динамические модели используются для приближенного прогноза и выявления тенденций в динамике показателей безопасности, а агентные – для более точных количественных оценок этих показателей.

Переход от концептуальной модели к модели системной динамики реализуется на основе разработанного в Институте информатики и математического моделирования технологических процессов КНЦ РАН метода концептуального синтеза динамических моделей сложных систем, представленного в работе [11] и обеспечивающего синтез моделей системной динамики из соответствующих концептуальных моделей.

В ходе исследований разработан комплекс базовых системно-динамических шаблонов для имитационных моделей поддержки управления глобальной безопасностью развития РСЭС. Типовые шаблоны реализованы в среде агентного имитационного моделирования Anylogic [12] и созданы для таких концептуальных классов, как объекты обеспечения безопасности, субъекты безопасности, действующие факторы (внутренние и внешние угрозы безопасности), кризисные ситуации, сценарии снижения рисков возникновения потенциальных угроз безопасности. Синтез имитационных моделей из шаблонов осуществляется на основе концептуального описания решаемой задачи.

В результате на основе формальной концептуальной модели [10] и предложенной библиотеки типовых имитационных шаблонов разработана интегрированная системно-динамическая модель глобальной безопасности развития РСЭС (на примере Мурманской области). Созданная модель, в отличие от общеизвестных динамических моделей Дж. Форрестера и Д. Медоуза [13, 14], являющихся базовыми для моделирования устойчивого развития макросистем различного уровня, позволяет учитывать наиболее

существенные компоненты РСЭС, важные с точки зрения региональной специфики и целей моделирования их рискоустойчивого развития. Модель состоит из следующих основных компонентов: население региона, производство, финансы, рынок труда, наука и образование, окружающая среда, технологические инновации, ресурсная база. Для каждого компонента на модели формализованы основные риски. Модель представлена совокупностью модельных блоков (рис. 2), описывающих состояния социально-экономической системы региона и ее динамики, с предоставлением эксперту возможностей для вариативного расчета и оперативного корректирования показателей региона в рамках существующей статистической отчетности региона.



Рис. 2. Структура имитационной модели социально-экономической системы региона

Модель учитывает систему ограничений для всевозможных социально-экономических показателей ввиду их взаимной зависимости. В пределах этих ограничений может быть реализован один из нескольких вариантов развития.

Модель представляет собой комплекс разработанных композитных системно-динамических и агентных моделей промышленного потенциала региона, кадровой безопасности, инновационного потенциала региональной экономики и экологической системы, обеспечивающих анализ разнородных рисков, связанных с компонентами РСЭС при различных сценариях развития региона. Ансамбль имитационных моделей промышленного потенциала региона включает в себя модели основных отраслей экономики Мурманской области – горнопромышленного, топливно-энергетического, рыбопромышленного, транспортного и сельскохозяйственного комплексов. Для разработки системно-динамических и агентных моделей использовались инструментальные среды моделирования PowerSim [15] и Anylogic [12] соответственно. Созданные модели позволяют путем многократной имитации оценивать экономический и связанный с ним экологический риски различных сценариев развития региона. Помимо экономических показателей, модель дает возможность прогнозировать социальные и экологические показатели, численности занятых, безработных, демографическую ситуацию и другие.

На основе модельных уравнений и статистической отчетности в приложении к задаче управления глобальной безопасностью был составлен прогноз макроэкономических показателей социально-экономического развития Мурманской области до 2020 года.

#### Общая характеристика метода комплексной оценки и анализа глобальной безопасности РСЭС

Существующие модели устойчивого развития РСЭС строятся на основе интегральной оценки показателя уровня качества жизни населения, который в них формализуется. Наряду с показателем уровня качества жизни, важнейшим фактором устойчивого развития является безопасность жизни населения. Анализ отечественной и зарубежной научной литературы показывает, что оценке данного показателя в существующих и разрабатываемых моделях уделяется недостаточное внимание. Вместе с тем методические вопросы формальной оценки уровня безопасности развития РСЭС недостаточно изучены. Комплексная оценка и анализ показателей уровня качества жизни и уровня безопасности позволяет говорить о возможности реализации стратегии рискоустойчивого развития (обеспечения глобальной безопасности) РСЭС, подверженных влиянию внутренних и внешних факторов, на основе адаптации к динамике показателей социально-экономической среды.

Математическая интерпретация интегрального индекса рискоустойчивого развития РСЭС может быть представлена в следующей форме:

$$RSD = IND_{GSec} + IND_{SD}, \quad (1)$$

где  $RSD$  – индекс рискоустойчивого развития;  $IND_{GSec}$  – индекс глобальной безопасности,  $IND_{GSec} \in [0,1]$ ;  $IND_{SD}$  – индекс устойчивого развития,  $IND_{SD} \in [0,1]$ .

Индекс устойчивого развития определяется исходя из индекса качества жизни населения  $IND_{QL}$ , который оценивается на основе показателей, характеризующих уровень экономического  $I_{ec}$ , социального  $I_s$  и экологического  $I_e$  развития. Другими словами, условно можно утверждать, что  $IND_{SD} \cong IND_{QL}$ . Таким образом,  $IND_{SD}$  представляет собой функцию показателей устойчивого развития РСЭС:  $IND_{SD} = f(I_{ec}, I_s, I_e, t)$ , причем  $I_{ec} = I_{ec}(p_{ec}, t)$ ,  $I_s = I_s(p_s, t)$ ,  $I_e = I_e(p_e, t)$ , где  $t$  – параметр времени;  $P_{ec}, P_s, P_e$  – множество макроэкономических показателей, по которым вычисляются индексы  $I_{ec}, I_s, I_e$  соответственно. Тогда задача определения индекса устойчивого развития заключается в оценке индексов  $I_{ec}, I_s, I_e$  и степени их гармонизации с последующим варьированием значений макроэкономических показателей для достижения допустимого уровня их гармонизации:  $IND_{SD} = f(I_{ec}, I_s, I_e, t) \xrightarrow{\alpha} opt$ , где  $\alpha$  – степень гармонизации показателей  $(I_{ec}, I_s, I_e)$ . Традиционно данная задача решается на основе прогнозирования макроэкономических показателей методами имитационного моделирования.

В работе [16] предлагается вычислять степень гармонизации показателей устойчивого развития по формуле  $\alpha = \arccos\left(\frac{I_{ec} + I_e + I_s}{\sqrt{3}\sqrt{I_{ec}^2 + I_e^2 + I_s^2}}\right)$ ,  $0 \leq \alpha \leq \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ . Геометрическая интерпретация определения

степени гармонизации показателей устойчивого развития  $\alpha$  показана на рис. 3.

На рис. 3 индекс качества жизни населения  $IND_{QL}$  представляет собой отображение функции  $IND_{SD}$ , характеризующей состояние показателей устойчивого развития, на идеальный (единичный) вектор с координатами  $(1; 1; 1)$ .

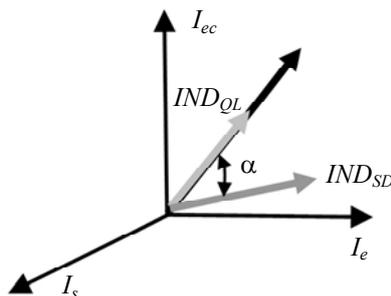


Рис. 3. Геометрический смысл степени гармонизации показателей устойчивого развития  $\alpha$

Интегральный показатель экономического развития РСЭС вычисляется на основе индекса глобальной конкурентоспособности  $I_{gc}$  и индекса экономической свободы  $I_{ef}$ :  $I_{ec} = f(I_{gc}, I_{ef}, t)$ .

Интегральный показатель развития социальной сферы вычисляется на основе индекса качества жизни  $I_q$ , индекса развития человеческого потенциала  $I_{hd}$  и индекса обществ знаний  $I_{ks}$ :  $I_s = f(I_q, I_{hd}, I_{ks}, t)$ .

Интегральный показатель экологического потенциала развития РСЭС вычисляется на основе индекса экологической эффективности  $I_{epi}$  и индекса экологической устойчивости  $I_{esi}$ :  $I_e = f(I_{epi}, I_{esi}, t)$ .

Резюмируя сказанное, математическая модель задачи оценки индекс качества жизни может быть представлена следующим образом:

$$IND_{QL} = \begin{cases} IND_{SD} = f(I_{ec}, I_s, I_e, t) \\ I_{ec} = f(I_{gc}, I_{ef}, t) \\ I_s = f(I_q, I_{hd}, I_{ks}, t) \\ I_e = f(I_{epi}, I_{esi}, t) \end{cases} \xrightarrow{\alpha} opt.$$

Определение интегрального критерия глобальной безопасности развития РСЭС и выражающих его показателей упирается в сложность, а иногда и невозможность количественного измерения уровня

устойчивости социально-экономического развития без учета «нечеткой» качественной информации о предпочтениях различных критериев, о желаемом характере процессов развития – росте или уменьшении соответствующих параметров, о диапазоне их изменения. В связи с этим задача оценки состояния показателей безопасности функционирования РСЭС в многомерном пространстве критериев – это нечеткая многокритериальная задача. Для ее решения в ходе исследований предложено оперировать специальными математическими методами, основанными на применении теории нечетких множеств [17], позволяющими формализовать субъективные данные, связанные со структурными сдвигами в экономике, экологии и социальной сфере региона, и на этой основе получить согласованные количественные оценки показателей региональной безопасности.

Для решения задачи оценки интегрального индекса глобальной безопасности развития РСЭС  $IND_{GSec}$  в работе предложена адаптация общепринятой методологии оценки состояний надежности функционирования сложных технических (промышленных) систем [18], основанной на вычислении центра и индекса безопасности. Подобный подход также подробно рассмотрен в работе [19].

Для этого разработаны нечеткие вычислительные модели оценки состояния показателей функционирования РСЭС, что позволило определить для различных составляющих глобальной безопасности региона (экономическая безопасность, кадровая безопасность, экологическая безопасность и т.д.) такие характеристики, как область безопасности функционирования РСЭС ( $D_{Sec}$ ), центр безопасности ( $C_{Sec}$ ) и индекс безопасности РСЭС ( $Ind$ ). Область безопасности представляет собой множество устойчивых состояний функционирования системы. Центр безопасности – подмножество наиболее безопасных состояний функционирования системы в пространстве устойчивых состояний. В общем случае область безопасности и центр безопасности не совпадают. Центр безопасности позволяет численно определить смещение текущего состояния системы от наиболее безопасного состояния. Индекс безопасности количественно характеризует удаленность текущего состояния системы от центра безопасности, т.е. показывает степень безопасности для данного состояния системы.

Принятие решений по управлению глобальной безопасностью РСЭС на основе анализа индекса глобальной безопасности осуществляется с учетом возможных прогнозируемых состояний показателей РСЭС и информации о состоянии внешнего окружения. Процесс функционирования РСЭС – это непрерывная смена состояний. Смена состояний происходит под воздействием внешних и внутренних факторов. При этом могут возникать различные кризисные ситуации. Процесс смены состояний РСЭС сопровождается также непрерывной во времени сменой значений индексов безопасности соответствующих компонентов РСЭС.

Функционирование РСЭС как сложной динамической системы можно рассматривать как некоторую последовательность смены состояний, полученных в результате действия на систему как возмущающих, так и управляющих воздействий. Состояние РСЭС  $s \in S$  характеризуется набором параметров  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ . Изменение значений параметров  $p_i, i = \overline{1, n}$  приводит к изменению состояния системы  $s$ .

Как правило, функционирование РСЭС и их компонентов протекает в условиях высокой неопределенности. Однако на основе статистических данных и экспертного анализа можно выделить определенные циклы развития РСЭС, характеризующиеся определенными диапазонами изменения параметров системы  $\Delta p_i, i = \overline{1, n}$ . Иначе говоря, на состояние РСЭС накладываются ограничения. Выход за рамки этих ограничений означает возникновение кризисной ситуации, связанное с нарушениями устойчивого развития системы. Таким образом, данные ограничения выделяют в пространство возможных состояний подмножество устойчивых (безопасных) состояний развития РСЭС.

Во множестве устойчивых состояний системы можно выделить некоторую область, в которой функционирование РСЭС является наиболее благоприятным, т.е. достигается наибольшая эффективность протекания процесса развития РСЭС, система подвергается минимальному воздействию негативных факторов, а ущерб, наносимый региональным компонентам, минимален. Такую область функционирования РСЭС принято называть областью безопасности системы.

Для количественной оценки безопасности функционирования РСЭС необходимо также дать определение центра безопасности. Пусть состояние РСЭС описывается множеством параметров  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ . Набор значений параметров, описывающих состояние в некоторый момент времени, назовем ситуацией. При описании возможных ситуаций эксперту наиболее удобно пользоваться словесными значениями параметров. Для формализации такого представления используется понятие лингвистической переменной, которая задается на некоторой количественной шкале и принимает значения, являющиеся словами естественного языка. Такие переменные служат для качественного, словесного описания некоторой количественной величины, с их помощью формализуется качественная информация, представленная в словесной форме [20].

Поставим в соответствие каждому параметру, описывающему состояние РСЭС, лингвистическую переменную  $\langle \beta_i, E_i, D_i \rangle$ , где  $\beta_i$  – название лингвистической переменной;  $E_i = \{E_i^1, E_i^2, \dots, E_i^{M_i}\}$  – термножество лингвистической переменной  $\beta_i$ ;  $D_i$  – базовое множество лингвистической переменной  $\beta_i$ . Каждому элементу термножества  $E_i$  ставится в соответствие своя функция принадлежности, например, сигмоидного типа (рис. 4).

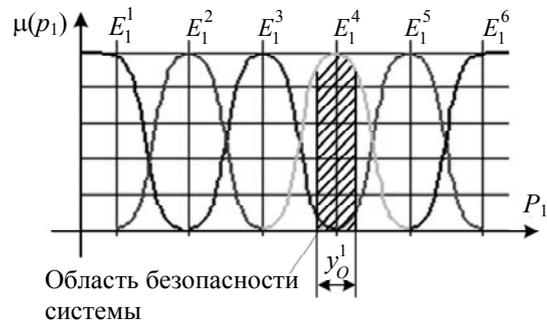


Рис. 4. Фаззификация параметров системы

Значение параметра  $p_o^i$  из интервала  $y_o^i, i = \overline{1, n}$ , определяющего область безопасности системы, для которого  $\mu_{E_i}(p_o^i) = \max_{p_i \in y_o^i} \mu_{E_i}(p_i)$ , называется  $i$ -й координатой центра безопасности. Набор координат по всем параметрам системы, заданных таким образом, определяет точку в области безопасности, называемой центром безопасности системы.

Для определения области безопасности функционирования РСЭС используется методика, которая основывается на том, что информация о состояниях системы, на основе которой принимается решение о выборе области безопасности, представляется в виде нечеткого отношения предпочтения во множестве альтернатив.

Методика определения области безопасности состоит из следующих этапов.

1. Определение конечного множества параметров, по которым будет оцениваться центр безопасности для данного компонента РСЭС. На этом множестве строится нечеткое отношение предпочтения.
2. Построение функций и определение степени принадлежности соответствующим лингвистическим переменным для каждого из параметров для дальнейшего вычисления степеней нечеткого включения и нечеткого равенства состояний.
3. Вычисление степени нечеткого включения значений параметров типового состояния в центр безопасности и степени нечеткого включения значений параметров центра безопасности в типовое состояние.
4. Определение степени нечеткого равенства между типовым состоянием и центром безопасности на основе полученных степеней включения.
5. Состояния, степень нечеткого равенства которых будет удовлетворять определенному условию ( $t_{inc} \in [0, 6; 1]$ ), представляют собой область безопасности функционирования компонентов РСЭС.

Проделав эту процедуру для всех параметров, получим набор интервалов, которые определяют множество состояний системы в области безопасности  $S_o = \langle y_o^1, y_o^2, \dots, y_o^n \rangle$ .

Определение центра безопасности системы осуществляется на основе динамического анализа статистических данных о состояниях развития системы на разных циклах развития и экспертных оценок, по которым строится вероятностная оценка возникновения кризисных ситуаций.

Для количественной оценки уровня безопасности введем понятие индекса безопасности как степени нечеткого равенства текущей ситуации и ситуации, соответствующей центру безопасности системы. Пусть  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  – множество параметров, значениями которых описывается состояние РСЭС. Каждый параметр  $P_i$  описывается соответствующей лингвистической переменной  $\langle \beta_i, P_i, D_i \rangle$ . Нечеткой ситуацией  $\tilde{S}$  называется нечеткое множество второго уровня:  $\tilde{S} = \langle \mu_s(p_i) / P_i \rangle, P_i \in X$ , где  $\mu_s(p_i) = \langle \mu_{\mu_s(p_i)}(E_j^i) / E_j^i \rangle, j = 1 \dots M_j, i = 1 \dots n$ .

В качестве меры близости между текущей ситуацией  $\tilde{S}^*$ , характеризующей текущее состояние РСЭС, и ситуацией  $\tilde{S}_o$ , соответствующей центру безопасности РСЭС, рассматривается два критерия: степень нечеткого включения и степень нечеткого равенства.

Степень включения ситуации  $\tilde{S}_i$  в ситуацию  $\tilde{S}_j$  определяется выражением

$$v(\tilde{S}_i, \tilde{S}_j) = \& v(\mu_{S_i}(p), \mu_{S_j}(p)),$$

где  $v(\mu_{S_i}(p), \mu_{S_j}(p)) = \& \left( \mu_{\mu_{S_i}(p)}(E_k) \rightarrow \mu_{\mu_{S_j}(p)}(E_k) \right)$ ,  $\mu_{\mu_{S_i}(p)}(E_k) \rightarrow \mu_{\mu_{S_j}(p)}(E_k) = \max \left\{ 1 - \mu_{\mu_{S_i}(p)}(E_k), \mu_{\mu_{S_j}(p)}(E_k) \right\}$ .

Ситуация  $\tilde{S}_i$  нечетко включается в  $\tilde{S}_j$ ,  $\tilde{S}_i \subseteq \tilde{S}_j$ , если степень включения  $\tilde{S}_i$  в  $\tilde{S}_j$  не превышает некоторого порога включения  $t_{inc}$ , определяемого условиями управления, т.е.  $v(\tilde{S}_i, \tilde{S}_j) \geq t_{inc}$ . Фиксация порога включения в некоторой точке зависит от особенностей объекта управления, требований к качеству управляющих решений и т.д.

Для определения индекса безопасности текущего состояния РСЭС необходимо сравнить на нечеткое равенство входную нечеткую ситуацию  $\tilde{S}^*$  с нечеткой ситуацией, которая характеризует центр безопасности  $\tilde{S}_o$ . При этом степень их нечеткого равенства будем называть индексом безопасности РСЭС:

$$Ind(\tilde{S}^*) = v(\tilde{S}^*, \tilde{S}_o) \& v(\tilde{S}_o, \tilde{S}^*),$$

где  $Ind(\tilde{S}^*)$  – индекс безопасности текущего состояния системы.

При такой оценке безопасности РСЭС в области устойчивых (безопасных) состояний можно выделить область безопасности следующим образом. Система находится в области безопасности, если ее индекс безопасности не превышает некоторой величины  $b$  ( $b \in [0, 1]$ ), называемой границей безопасности системы  $Ind(\tilde{S}^*) \geq b$ . Параметр  $b$  определяется экспертным путем.

Таким образом, задача управления безопасностью РСЭС заключается в выборе вектора управления, осуществляющего переход системы из текущего состояния в область безопасности, а также обеспечивающего переход к ситуации, имеющей максимальный индекс безопасности  $Ind(\tilde{s})$ .

В результате интегральный индекс глобальной безопасности РСЭС может быть вычислен следующим образом:  $IND_{GSec} = \sum_{i=1}^n w_i Ind_i$ , где  $Ind_i$  – индекс безопасности, рассчитываемый на основе оценки состояния показателей  $i$ -й составляющей региональной безопасности;  $n$  – число индексов безопасности, характеризующих различные аспекты региональной безопасности (количество рассматриваемых компонентов РСЭС);  $w_i$  – весовые коэффициенты, определяющие степень значимости компонентов региональной безопасности на рассматриваемом цикле развития РСЭС, причем  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ . Индексы безопасности  $Ind_i$  вычисляются на основе оценки области безопасности  $DSec_i$  и центра безопасности  $DSec_i$  исследуемых показателей региональной безопасности.

В итоге получаем интегральную оценку индекса рискоустойчивого развития РСЭС  $RSD$  согласно выражению (1).

На основе разработанных имитационных, когнитивных и нечетких моделей для задач синтеза траекторий адаптивного управления регионом предложен метод комплексной оценки безопасности РСЭС, основанный на формировании и анализе интегрального индекса глобальной безопасности. Метод реализуется в несколько этапов.

1. *Проблемный мониторинг социально-экономического развития региона.* Данный этап включает анализ реализации действующей Стратегии социально-экономического развития региона с целью выявления целей, задач, приоритетов и проблемных полей его развития. С привлечением экспертов из основных отраслей экономики региона осуществляется определение потенциальных внешних и внутренних угроз глобальной безопасности региона.
2. *Формирование системы показателей для классов региональной безопасности и определение допустимой области их значений.* На данном этапе осуществляется выделение существенных с точки зрения процесса управления показателей и факторов, на них влияющих, для базовых составляющих региональной безопасности, адекватных реализуемой стратегии социально-экономического развития региона.
3. *Прогнозирование показателей безопасности развития региона.* Данный этап предусматривает получение приближенных количественных оценок основных показателей региональной безопасности на основе системно-динамического и агентного моделирования. Этап включает также процедуру сопоставления фактического и прогнозного состояний показателей безопасности с допустимой областью значений.
4. *Вычисление и анализ интегрального индекса глобальной безопасности.* На данном этапе используются разработанные нечеткие вычислительные модели для определения области, центра и индекса безо-

пасности для базовых классов региональной безопасности на выбранном цикле развития РСЭС. На первой фазе этапа определяются области безопасного функционирования РСЭС на выбранном цикле развития региона для каждой составляющей глобальной безопасности, характеризующейся набором показателей. Вторая фаза ориентирована на вычисление центра безопасности РСЭС (наиболее безопасного ее состояния) на основе анализа статистических данных и экспертных оценок. На третьей фазе осуществляется определение индекса безопасности, представляющего собой количественную оценку, характеризующую удаленность текущего состояния РСЭС на исследуемом цикле развития от состояния, характеризующего центр безопасности. На заключительной, четвертой фазе реализуется свертка критериев оценок анализируемых составляющих региональной безопасности, полученных на предыдущих этапах, и вычисление интегрального индекса глобальной безопасности РСЭС.

5. *Синтез траекторий управления безопасностью развития региона.* На данном этапе проводится анализ полученного интегрального индекса глобальной безопасности РСЭС. Выделяется набор показателей, определяющих возникновение выявленных на начальных этапах угроз региональной безопасности. Формируется вектор управляющих воздействий на РСЭС, задающий траекторию движения РСЭС в области устойчивых состояний показателей ее развития, для достижения допустимого уровня региональной безопасности.
6. *Повторный анализ* реализуемой стратегии социально-экономического развития региона на основе применения синтезированных траекторий управления.

### **Заключение**

В ходе проведенных исследований получены следующие основные результаты.

1. Впервые предложены формализация понятия «глобальная безопасность регионального развития» и формальная постановка общей задачи управления глобальной безопасностью РСЭС.
2. Разработан метод комплексной оценки и анализа глобальной безопасности РСЭС на основе когнитивного моделирования. Метод ориентирован на приложение к задачам синтеза траекторий адаптивного управления безопасностью региона, адекватных стратегиям регионального развития. Метод может быть использован в составе интеллектуальных систем поддержки принятия решений в сфере прогнозирования и стратегического планирования безопасного развития РСЭС.
3. Разработана формальная концептуальная модель глобальной безопасности региона, обладающая когнитивными свойствами и реализованная в виде прикладной OWL-онтологии региональной безопасности. На основе концептуальной модели создана интегрированная имитационная модель глобальной безопасности развития РСЭС (на примере Мурманской области).

Разработанные когнитивные и имитационные модели использованы рабочей группой по информационно-аналитическому обеспечению Стратегии социально-экономического развития Мурманской области до 2015 года для приближенного прогноза и выявления тенденций в динамике показателей безопасности региона с целью синтеза адаптивных траекторий регионального управления.

Полученные результаты смогут найти широкое применение при реализации «Стратегии развития Арктической зоны Российской Федерации и обеспечения национальной безопасности на период до 2020 года» на территории Мурманской области.

### **Литература**

1. Емельянов С.В., Попков Ю.С., Олейник А.Г., Путилов В.А. Информационные технологии регионального управления. – М.: Эдиториал УРСС, 2004. – 400 с.
2. Попков Ю.С. Макросистемные модели пространственной экономики. – М.: УРСС, 2008. – 240 с.
3. Геловани В.А., Бритков В.Б., Дубовский С.В. СССР и Россия в глобальной системе (1985–2030): Результаты глобального моделирования. – М.: УРСС, 2009. – 320 с.
4. Акаев А.А., Коротаев А.В., Малинецкий Г.Г. Прогноз и моделирование кризисов и мировой динамики. – М.: УРСС, 2010. – 352 с.
5. Маслобоев А.В., Путилов В.А. Обеспечение глобальной безопасности регионального развития (постановка задачи) // Труды Института системного анализа РАН: Прикладные проблемы управления макросистемами. – М.: Красанд, 2010. – Т. 59. – С. 29–44.
6. Смирнов А.И., Агеев А.И., Кретов В.С., Котов Н.М., Котов М.Н., Кохтюлина И.Н., Куроедов Б.В., Сандаров О.В. Глобальная безопасность: инновационные методы анализа конфликтов. – М.: Общество «Знание» России, 2011. – 272 с.
7. Бурков В.Н., Коргин Н.А., Новиков Д.А. Введение в теорию управления организационными системами. – М.: УРСС, 2009. – 264 с.
8. Кочкаров А.А., Салпагаров М.Б. Когнитивное моделирование региональных социально-экономических систем // УБС. – 2007. – № 16. – С. 137–145.
9. Ларичев О.И. Вербальный анализ решений / Под ред. А.Б. Петровского. – М.: Наука, 2006. – 181 с.

10. Маслобоев А.В., Путилов В.А. Концептуальная модель интегрированной информационной среды поддержки управления безопасностью развития региона // Вестник МГТУ: Труды Мурманского государственного технического университета. – 2011. – Т. 14. – № 4. – С. 842–853.
11. Быстров В.В. Программный комплекс автоматизации концептуального синтеза системно-динамических моделей // Программные продукты и системы. – № 1. – 2008. – С. 32–35.
12. Карпов Ю.Г. Имитационное моделирование систем. Введение в моделирование с AnyLogic 5. – СПб: БХВ-Петербург, 2005. – 400 с.
13. Форрестер Дж. Мировая динамика. – М.: Наука, 1978. – 165 с.
14. Медоуз Д.Х., Рандерс Й., Медоуз Д.Л. Пределы роста. 30 лет спустя. – М.: ИКЦ «Академкнига», 2007. – 342 с.
15. Сидоренко В.Н. Системно-динамическое моделирование в среде POWERSIM: Справочник по интерфейсу и функциям. – М.: МАКС-ПРЕСС, 2001. – 159 с.
16. Zgurovsky M. Global simulation of quality and security of human life // Romanian Journal of Economic Forecasting. – 2009. – № 3. – P. 5–21.
17. Богатиков В.Н. и др. Приложения метода разделения состояний к управлению технологической безопасностью на основе индекса безопасности. – Тверь: Изд-во ТвГТУ, 2009. – 398 с.
18. Палюх Б.В., Богатиков В.Н., Олейник А.Г., Алексеев В.В., Пророков А.Е. Новые технологии диагностики состояний и управления безопасностью промышленных процессов: методическое руководство для аспирантов и магистерских работ. – Тверь: Изд-во ТвГТУ, 2012. – 64 с.
19. Маслобоев А.В., Богатиков В.Н. Технология количественной оценки надежности многоагентных распределенных информационных систем на основе нечеткой марковской модели // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2012. – № 5 (81). – С. 94–105.
20. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. Д.А. Поспелова. – М.: Наука, 1986. – 396 с.

*Маслобоев Андрей Владимирович* – Институт информатики и математического моделирования технологических процессов Кольского научного центра РАН, старший научный сотрудник; Кольский филиал Петрозаводского государственного университета, зав. кафедрой; кандидат технических наук, доцент; masloboev@iimm.kolasc.net.ru

УДК 531.44; 534.014; 53.072; 001.891.57; 372.853

## МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИЗУЧЕНИЯ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА НА НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ

О.Г. Ревинская, Н.С. Кравченко

Предложена модель лабораторного исследования затухающих колебаний пружинного маятника на наклонной плоскости при наличии в системе трения скольжения. Данная модель является примером неэкспоненциального характера затухания гармонических колебаний, объяснение которого возможно в рамках курса общей физики. Показано, что колебания такого маятника происходят с постоянной частотой, равной частоте собственных колебаний пружинного маятника, при этом амплитуда колебаний каждые полпериода уменьшается на одинаковую величину. На основе предложенной методики исследования можно определить работу силы трения скольжения. Предложенная дидактическая модель реализована в виде двух лабораторных работ – компьютерной и натурной. Работы способствуют расширению представлений студентов о методах исследования затухающих колебаний в системах с различной природой сопротивления среды.

**Ключевые слова:** физическая модель, пружинный маятник, наклонная плоскость, затухающие колебания, компьютерная лабораторная работа, натурная лабораторная работа.

### Введение

Затухающие колебания являются одной из фундаментальных тем курса общей физики. Традиционно при ее изучении рассматривают влияние на гармонические колебания маятника только силы вязкого трения, пропорциональной модулю скорости движения маятника [1, 2]. При этом амплитуда колебаний со временем уменьшается по экспоненциальному закону. Другие виды трения (сопротивления среды) описываются другими зависимостями силы сопротивления от скорости и приводят к иному характеру изменения амплитуды затухающих колебаний от времени. Однако анализ этого вопроса отсутствует как в современных учебниках по общей физике, так и в лабораторных практикумах, тогда как, например, природа влияния силы трения скольжения на движение механической колебательной системы полностью соответствует содержанию курса общей физики и описывается доступным студентам младших курсов математическим аппаратом.

С методической точки зрения в курсе общей физики важно показать, что затухание колебаний может происходить не только по экспоненциальному закону и что характер уменьшения амплитуды колебаний зависит от природы сил сопротивления (трения), действующих в изучаемой системе. В то же время экспериментальное изучение в рамках лабораторного практикума различных видов затухания позволит добиться методической цельности рассматривания данного вопроса в курсе общей физики.

### Физическая модель

Рассмотрим пружинный маятник, который может двигаться с трением вдоль наклонной плоскости: тело (материальная точка) массой  $m$ , соединенное с невесомой пружиной жесткостью  $k$ , скользит по наклонной плоскости, расположенной под углом  $\alpha$  к горизонту; второй конец пружины закреплен в верхней точке наклонной плоскости (рис. 1). Согласно второму закону Ньютона, ускорение  $\mathbf{a}$  тела (материальной точки) массой  $m$  зависит от векторной суммы сил, действующих на тело (силы тяжести  $m\mathbf{g}$ , силы реакции опоры  $\mathbf{R}$ , силы упругости со стороны пружины  $\mathbf{F}_{\text{упр}}$  и силы трения  $\mathbf{F}_{\text{тр}}$ ):  $m\mathbf{a} = \mathbf{F}_{\text{упр}} + m\mathbf{g} + \mathbf{R} + \mathbf{F}_{\text{тр}}$ . Сила трения всегда направлена в сторону, противоположную направлению движения (скорости  $\mathbf{v}$ ) маятника.

Начало отсчета декартовой системы координат  $XOY$  (рис. 1) удобно совместить с точкой, в которой соединенная с телом пружина не деформирована. Тогда  $x$ -координата тела будет задавать не только его положение на наклонной плоскости, но и величину деформации связанной с телом пружины. Направим ось  $OX$  так, чтобы положительной координате тела соответствовало растяжение, а отрицательной – сжатие пружины.

Хорошо известно, что модуль силы трения при движении тела по наклонной плоскости равен  $|F_{\text{тр}}| = \mu|R| = \mu mg \cdot \cos \alpha$  (где  $\mu$  – коэффициент трения). Проекция силы трения на ось  $OX$  поочередно меняет знак с плюса (движение вверх) на минус (движение вниз) и обратно. С учетом этого движение тела по наклонной плоскости будет описываться поочередно двумя уравнениями:

$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx + mg \cdot \sin \alpha + |F_{\text{тр}}|$  (при движении вверх) и  $m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx + mg \cdot \sin \alpha - |F_{\text{тр}}|$  (при движении вниз).

Для решения дифференциальных уравнений удобно ввести константы, имеющие смысл положений равновесия маятников:  $X_{0+} = \frac{1}{k}(mg \sin \alpha + |F_{тр}|)$  (при движении вверх) и  $X_{0-} = \frac{1}{k}(mg \sin \alpha - |F_{тр}|)$  (при движении вниз). Тогда дифференциальные уравнения примут вид уравнений гармонических колебаний относительно соответствующих положений равновесия  $X_{0\pm}$  с постоянной частотой  $\omega = \sqrt{k/m}$  ( $X_{0\pm} = X_{0+}$  при движении вверх,  $X_{0\pm} = X_{0-}$  при движении вниз по наклонной плоскости)

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -k(x - X_{0\pm}).$$

Решения этих дифференциальных уравнений с учетом начальных условий ( $v(0) = v_0 = 0$ ,  $x(0) = A_0 > 0$ , движение начинается вверх без начальной скорости) можно записать в виде

$$x = X_{0\pm} + A \cos \omega t.$$

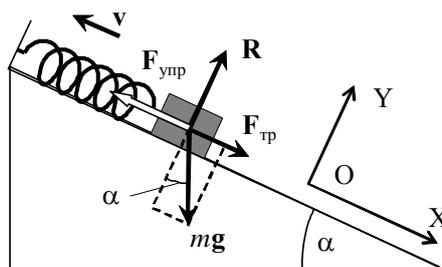


Рис. 1. Силы, действующие на пружинный маятник при движении вверх по наклонной плоскости

Тело меняет направление движения каждые полпериода. По этой причине уравнения  $x = X_{0+} + A \cos \omega t$  и  $x = X_{0-} + A \cos \omega t$ , описывающие зависимость координаты тела от времени, тоже чередуются. Следовательно, положения равновесия маятника  $X_{0+}$ ,  $X_{0-}$  чередуются каждые полпериода синхронно с изменением направления силы трения. Другими словами, каждые полпериода происходит скачкообразное смещение положения равновесия маятника на одну и ту же величину  $\Delta X_0$  (то в одну, то в другую сторону):

$$\Delta X_0 = |X_{0+} - X_{0-}| = \frac{1}{k}(mg \sin \alpha + |F_{тр}|) - \frac{1}{k}(mg \sin \alpha - |F_{тр}|), \Delta X_0 = 2 \frac{|F_{тр}|}{k}.$$

Таким образом, зависимость положения равновесия от времени носит разрывный кусочно-линейный характер (рис. 2). Такое поведение положения равновесия маятника со временем вызвано наличием постоянной по модулю, но периодически изменяющей направление силы трения скольжения в системе.

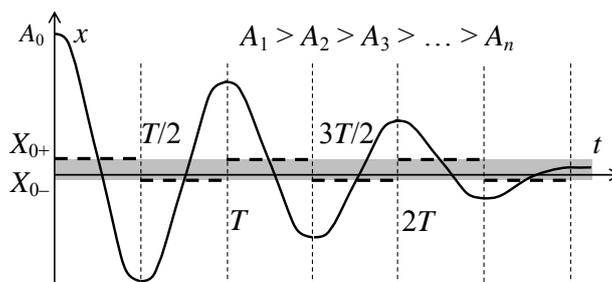


Рис. 2. Зависимость координаты пружинного маятника на наклонной плоскости от времени

Если бы при таком (разрывном кусочно-линейном) поведении положения равновесия колебания пружинного маятника совершались с постоянной амплитудой  $A$ , то зависимость  $x(t)$  представляла бы собой разрывную кусочно-гладкую функцию. Однако это не так – маятник движется так, что координата тела меняется непрерывно (рис. 2). Чтобы при кусочно-линейном характере изменения положения равновесия  $X_{0\pm}$  получить непрерывный характер зависимости  $x(t)$ , необходимо, чтобы амплитуда колебаний  $A$  также являлась кусочно-непрерывной функцией (рис. 3), изменяясь каждые полпериода:  $A(t) = A_n$  для  $(n-1)T/2 \leq t \leq nT/2$  ( $n = 1, 2, \dots$  – номер полупериода). Тогда зависимость координаты тела от времени следует записать в виде

$$x(t) = X_{0\pm} + A_n \cos \omega t \text{ для } (n-1)T/2 \leq t \leq nT/2 \text{ (} n = 1, 2, \dots \text{ – номер полупериода)}.$$

Чтобы зависимость  $x(t)$  была гладкой и непрерывной, необходимо, чтобы ее соседние куски на границе имели одинаковые значения функции и производной. Границами отдельных кусков этой функции являются экстремумы (точки остановки, в которых скорость обращается в ноль, а тело меняет направление движения). Так как частота колебаний постоянна, функция имеет экстремумы через каждые полпе-

риода. В связи с этим достаточно, чтобы в конце предыдущего и в начале последующего полупериода функция  $x(t)$  имела бы одинаковые значения. Из этого условия легко получить взаимосвязь между значениями амплитуды  $A_n$  и  $A_{n-1}$ , соответствующими соседним полупериодам:

$$A_n = A_{n-1} - \Delta A, \text{ где } \Delta A = X_{0+} - X_{0-} = 2 \frac{|F_{\text{тр}}|}{k}, \quad A_1 = A_0 - X_{0+}.$$

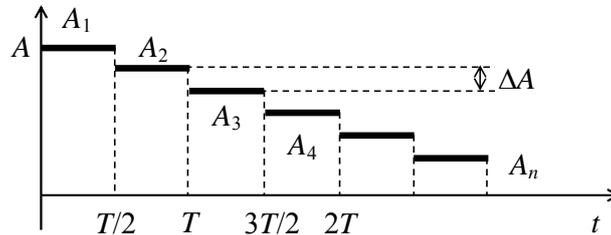


Рис. 3. Зависимость амплитуды пружинного маятника на наклонной плоскости от времени

Анализ рассмотренной модели показывает, что амплитуда затухающих колебаний пружинного маятника на наклонной плоскости уменьшается каждые полпериода не экспоненциально, а дискретно, на постоянную величину  $\Delta A$ . От величины изменения амплитуды за полупериод  $\Delta A$  зависит, как быстро затухают колебания.

С увеличением модуля силы трения в колебательной системе изменение амплитуды  $\Delta A = 2|F_{\text{тр}}|/k$  за полупериод увеличивается, следовательно, тело совершит меньше колебаний до остановки. Заставить маятник совершать большее количество колебаний можно, либо увеличив жесткость пружины, либо уменьшив силу трения. Модуль силы трения  $|F_{\text{тр}}| = \mu mg \cdot \cos \alpha$  зависит от массы тела  $m$ , коэффициента трения  $\mu$  и угла наклона  $\alpha$  плоскости по отношению к горизонту. По этой причине увеличение угла наклона плоскости  $\alpha$  равносильно уменьшению трения в системе.

Дальнейший анализ модели позволяет определить условия начала и окончания движения пружинного маятника на наклонной плоскости.

#### Методика экспериментального изучения характеристик затухающих колебаний

Таким образом, центральной задачей методики экспериментального изучения колебаний пружинного маятника на наклонной плоскости следует считать определение и анализ их основных характеристик – частоты колебаний, закона изменения амплитуды и закона изменения положения равновесия маятника со временем. Так как колебания происходят с постоянной частотой в эксперименте для определения частоты  $\omega$  колебаний маятника необходимо измерить период  $T$  колебаний (время одного полного колебания), однозначно связанный с циклической частотой:  $\omega = 2\pi/T$ .

Для получения зависимости положения равновесия и амплитуды от времени необходимо измерить по две координаты тела, относящиеся к одному и тому же полупериоду движения, в пределах которого координата тела выражается одним и тем же уравнением  $x(t) = X_{0\pm} + A_n \cos \omega t$ , через соответствующую амплитуду  $A_n$  и положение равновесия  $X_{0\pm}$  (один кусок кусочно-непрерывной функции). Чтобы упростить вычисления, можно измерить координаты точек, соответствующие началу и концу выбранного полупериода. В эти моменты времени тело останавливается и меняет направление движения, т.е. график зависимости координаты тела от времени  $x(t)$  в этих точках будет иметь экстремумы, а косинус будет равен +1 или -1. В связи с этим точки, соответствующие экстремумам зависимости  $x(t)$ , являются наиболее удобными для измерений.

Если измерения относятся к нечетному полупериоду ( $n = 2k + 1$  – движение вверх;  $X_{0\pm} = X_{0+}$ ), то началу полупериода ( $t = (n - 1)T/2 = kT$ ) будет соответствовать максимум координаты:  $x(t) = x_{\text{max}} = X_{0+} + A_n \cos(2k\pi) = X_{0+} + A_n$ . Концу полупериода ( $t = nT/2 = (2k+1)T/2$ ) будет соответствовать минимум координаты:  $x(t) = x_{\text{min}} = X_{0+} + A_n \cos((2k+1)\pi) = X_{0+} - A_n$ .

Совместное решение полученных уравнений позволяет выразить  $A_n$  и  $X_{0+}$  через координаты  $x_{\text{max}}$  и  $x_{\text{min}}$  соседних экстремумов. Легко показать, что соотношение между амплитудой, положением равновесия и координатами соседних экстремумов записывается одинаково как для нечетного, так и для четного полупериода и имеет вид

$$A_n = \frac{1}{2}(x_{\text{max}} - x_{\text{min}}), \quad X_{0\pm} = \frac{1}{2}(x_{\text{max}} + x_{\text{min}}).$$

Эти соотношения позволяют планировать экспериментальные измерения и их анализ в лабораторном практикуме курса общей физики.

Компьютерная модель экспериментальной установки и результаты исследования

На основании изложенной физической модели и методики изучения характеристик затухающих колебаний авторами разработана компьютерная лабораторная работа «Пружинный маятник на наклонной плоскости» (рис. 4).

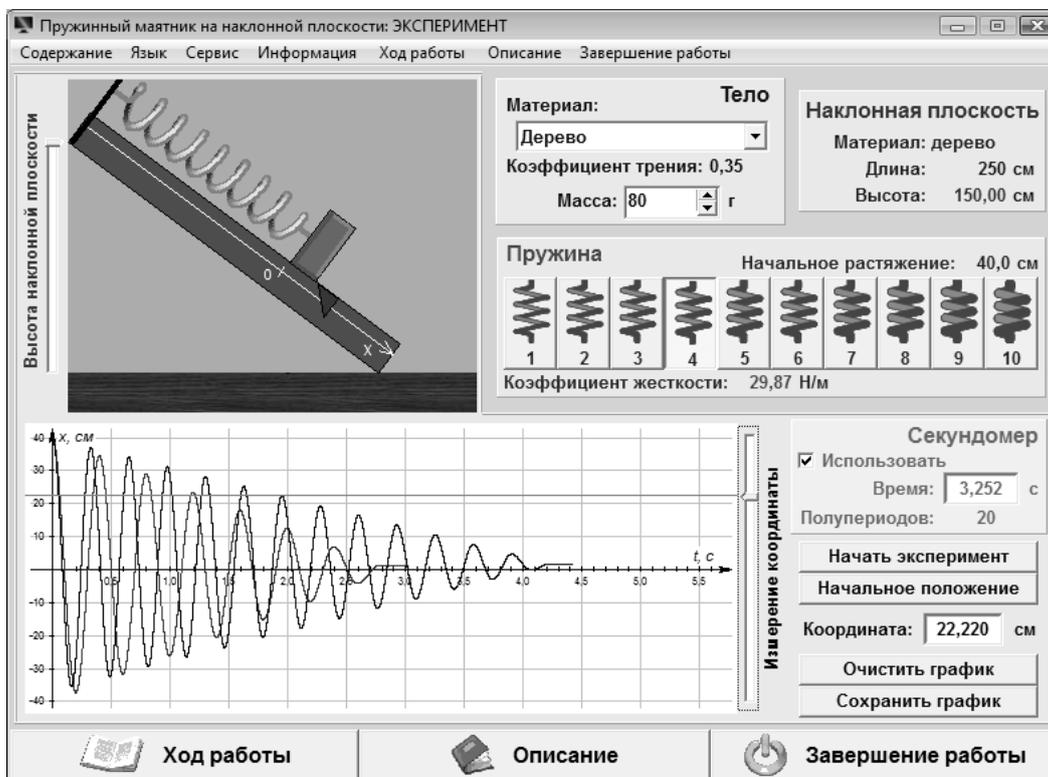


Рис. 4. Компьютерная лабораторная работа «Пружинный маятник на наклонной плоскости»

В работе с помощью средств компьютерной графики моделируется движение пружинного маятника на деревянной наклонной плоскости длиной 250 см. Трение в системе представлено только силой трения скольжения тела о наклонную плоскость. Остальные виды трения отсутствуют. Высоту наклонной плоскости можно изменять от 0 до 150 см. Для определения периода колебаний студентам рекомендуется измерить время целого количества полупериодов с помощью встроенного секундомера. Для получения зависимости от времени амплитуды и положений равновесия маятника необходимо измерить координаты тела в точках поворота (максимумах и минимумах зависимости координаты тела от времени, которая строится синхронно с выполнением эксперимента).

Компьютерная лабораторная работа «Пружинный маятник на наклонной плоскости» позволяет выполнять исследования для маятников, состоящих из невесомой пружины с известной жесткостью и тела, которое может быть выполнено из материалов, характеризующихся различным коэффициентом трения о деревянную поверхность, например, из цинка, латуни, стали, чугуна и т.д. На рис. 5 приведены полученные при выполнении данной работы зависимости от времени амплитуды колебаний (рис. 5, а) и положений равновесия (рис. 5, б) для маятников с деревянными телами различной массы, двигавшихся по наклонной плоскости высотой 150 см. Предложенная авторами лабораторная работа позволяет выполнить аналогичные исследования и на горизонтальной плоскости. Кроме того, получаемый в работе набор экспериментальных данных позволяет рассчитать работу силы трения скольжения двумя способами:

1. из определения работы;
2. из теоремы об изменении и сохранении механической энергии системы.

В первом случае необходимо знать модуль силы трения и путь, пройденный телом по наклонной плоскости. Тело движется последовательно от одной точки поворота до другой, координаты которых измеряются в работе, поэтому путь, пройденный телом, легко вычислить. Модуль силы трения легко определить из изменения амплитуды колебаний маятника за полупериод.

Как в начале, так и в конце эксперимента тело покоится, поэтому работу силы трения из теоремы об изменении и сохранении полной механической энергии можно рассчитать как разность потенциальных энергий в начальном и конечном положении тела на плоскости. Потенциальная энергия тела складывается из потенциальной энергии тела, поднятого над землей, и потенциальной энергии сжатой пружины.

жины, соединенной с телом. В выбранной системе координата тела также описывает и величину деформации пружины, поэтому для расчета работы силы трения достаточно измерить только начальную и конечную координату тела на плоскости. Сопоставление результатов расчетов, полученных двумя разными способами, позволяет проконтролировать корректность определения модуля силы трения из характеристик затухающих колебаний маятника. Этот же метод может быть использован и при выполнении аналогичных натуральных экспериментов.

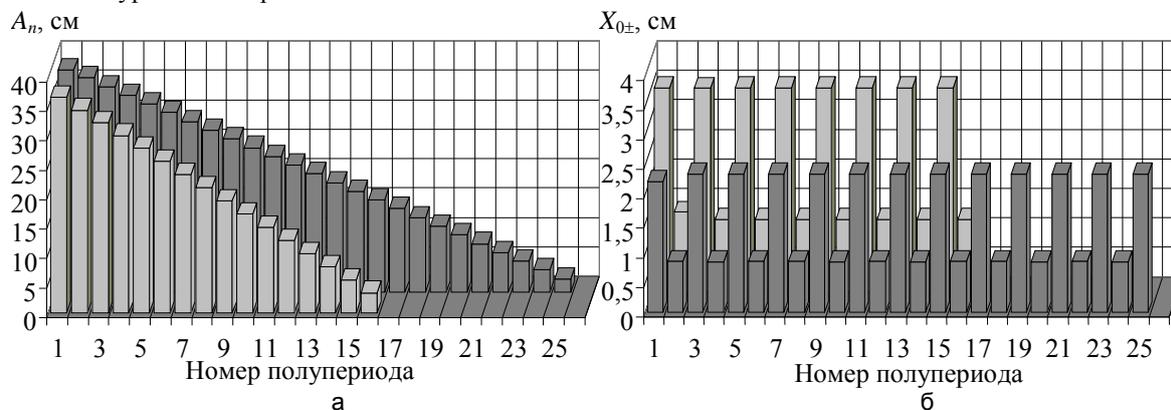


Рис. 5. Результаты, полученные при выполнении компьютерной лабораторной работы «Пружинный маятник на наклонной плоскости»: изменение со временем амплитуды колебаний (а), изменение положения равновесия маятника (б) (для тела массой: ■ – 80 г, ■ – 120 г)

Прежде чем приступить к измерениям, студентам рекомендуется подобрать для выполнения работы пружину, позволяющую маятнику совершать достаточно большое количество колебаний, как для тел малой массы, так и для тел большой массы. Очевидно, для тел, сделанных из различных материалов, необходимо выбирать пружины с различной жесткостью. Такой подход позволяет, с одной стороны, подчеркнуть общность физической модели, а с другой – обосновать уникальность конкретных условий эксперимента для тел, выполненных из различных материалов. Выполнение этого этапа работы подчеркивает также важность соблюдения оптимальных условий, которые реализуются в натурном эксперименте.

Компьютерная работа «Пружинный маятник на наклонной плоскости» входит в комплекс оригинальных лабораторных работ по изучению моделей физических процессов и явлений на компьютере [3–5], который разрабатывается на кафедре теоретической и экспериментальной физики Национального исследовательского Томского политехнического университета (Россия) с 2002 г. В настоящее время комплекс включает 27 лабораторных работ.

### Заключение

На кафедре прикладной физики и нанофизики Севастопольского национального университета ядерной энергии и промышленности (Украина) под руководством профессора А.Г. Риппа ведется работа над созданием натурной лабораторной работы «Маятник Окса», в которой студенты изучают затухающие колебания пружинного маятника на горизонтальной плоскости. В рамках этой работы при фиксированных, оптимальных условиях эксперимента исследования начинаются с определения характера зависимостей частоты и амплитуды колебаний от времени. На основе выполненных измерений студенты должны показать, что колебания действительно происходят с постоянной частотой, а амплитуда каждые полпериода уменьшается на одинаковую величину. Работа выполняется для тел различной массы, изготовленных из одного и того же материала.

Сотрудничество Томского и Севастопольского университетов в разработке и комплексном использовании описанных выше компьютерной и натурной лабораторных работ наглядно демонстрирует роль теоретических моделей в объяснении и предсказании результатов натуральных экспериментов. При таком подходе студент сначала при выполнении компьютерной работы получает возможность детально изучить субъективно новую для него модель, обосновать оптимальные условия эксперимента, убедиться, что частота колебаний маятника не зависит от угла наклона плоскости. Приступая после этого к выполнению натурной лабораторной работы, студент подготовлен к пониманию ее физической сути, способен оценить, какие условия могут повлиять на точность получаемых им результатов. Это дает основания для обсуждения вопроса о степени применимости изученной студентом модели к проведенному им же эксперименту.

### Литература

1. Иродов И.Е. Механика. Основные законы. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. – 309 с.
2. Китель Ч., Найт У., Рудерман М. Механика. – М.: Наука, 1971. – 480 с.

3. Revinskaya Olga G., Kravchenko Nadegda S. Studying of theoretical models of the physical phenomena and processes on the computer in a laboratory practical work // Journal of International Scientific Publication: Educational Alternatives. – 2010. – V. 8. – № 2. – P. 51–59.
4. Ревинская О.Г., Кравченко Н.С. Методика экспериментального изучения работы диссипативных сил на примере работы силы трения и ее реализация на компьютере // Фундаментальные исследования. – 2011. – № 12. – Ч. 1. – С. 52–57.
5. Кравченко Н.С., Ревинская О.Г. Изучение динамики реактивного движения с помощью компьютерной лабораторной работы // Физическое образование в вузах. – 2012. – Т. 18. – № 2. – С. 83–92.

*Ревинская Ольга Геннадьевна*

– Национальный исследовательский Томский политехнический университет, зав. лабораторией, кандидат педагогических наук, доцент, ogr@tpu.ru

*Кравченко Надежда Степановна*

– Национальный исследовательский Томский политехнический университет, кандидат физ.-мат. наук, доцент, KravchenkoNS@tpu.ru

УДК 544.174.2:541.621

### ВЛИЯНИЕ КОМПЛЕКСООБРАЗОВАНИЯ В СИСТЕМЕ ПОЛИСИЛАН-ФУЛЛЕРЕН $C_{60}$ НА СПЕКТРЫ ПОГЛОЩЕНИЯ И ОПТИЧЕСКОЕ ОГРАНИЧЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ

В.В. Зуев, С.В. Бронников, С.В. Костромин, С.В. Серов, С.В. Лихоманова, М.Ф. Борковский, Н.В. Каманина

Изучена концентрационная зависимость оптических спектров поглощения полиметилфенилсилана, допированного фуллереном  $C_{60}$ . Показано, что при степени допирования, превышающей 0,8 мас.%, наблюдается сильный батохромный сдвиг, свидетельствующий об образовании комплекса полиметилфенилсилан- $C_{60}$ . Установлена возможность использования комплекса в качестве оптического ограничителя излучения в видимом диапазоне спектра.

**Ключевые слова:** фуллерен  $C_{60}$ , полиметилфенилсилан, спектры поглощения, оптическое ограничение излучения.

В связи с интенсивным развитием органической нано- и микроэлектроники востребованы и развиваются исследования, связанные с синтезом, модификацией свойств и расширением областей применения сопряженных органических структур с развитой системой  $\sigma$ - и  $\pi$ -связей. Известно, что введение малого количества наночастиц в сопряженные органические структуры способствует улучшению их электрооптических свойств [1, 2]. В настоящей работе расширен класс органических материалов, проявляющих новые уникальные свойства при допировании с использованием современных сенсibilizаторов на основе фуллерена  $C_{60}$ .

Модельной системой для исследования был выбран полисилан, который является полимером с  $\sigma$ -сопряженной основой, что приводит к сильной зависимости абсорбционных спектров от конформации макромолекулы. В результате эти полимеры проявляют термо-, сольвато-, пьезо- и электрохромизм, что делает их перспективными материалами для применения в оптоэлектронике. Поскольку взаимодействие полисилана с наночастицами должно приводить к изменению конформационных характеристик макромолекул, целью работы является изучение влияния допирования фуллереном  $C_{60}$  на абсорбционные характеристики полисилана и изучение эффекта оптического ограничения излучения комплексом в видимом диапазоне спектра.

В качестве полисилана использовался полиметилфенилсилан (ПМФС). Осаждением из растворов ПМФС с  $C_{60}$  в ксилоле получены пленки толщиной 10–40 мкм с содержанием допанта 0,07–1,92 мас.%. Спектры поглощения записывали на спектрофотометре СФ-26. Нелинейное поглощение исследовали с применением излучения второй гармоники (532 нм) импульсного наносекундного неодимового лазера при вариации плотности энергии за счет применения калиброванных нейтральных фильтров.

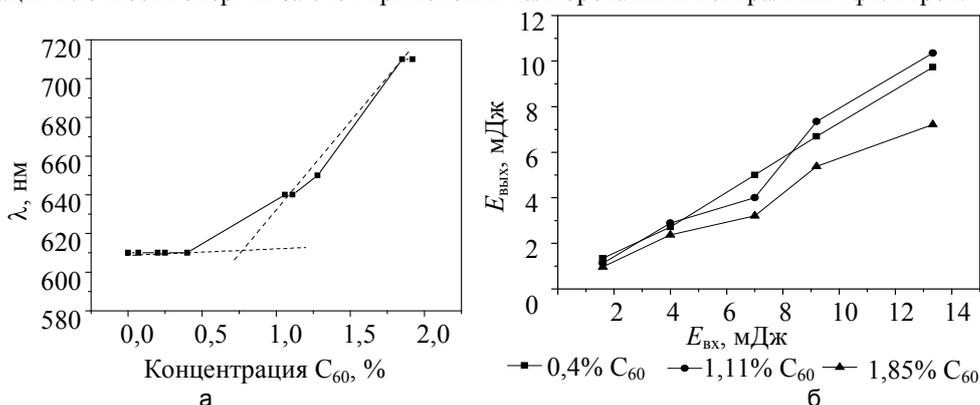


Рисунок. Батохромный сдвиг в спектрах пленки ПМФС, допированной  $C_{60}$ , в зависимости от концентрации  $C_{60}$  – прямая линия определяет экспериментальные точки, пунктирные показывают концентрационную область начала проявления эффекта оптического ограничения излучения (а); зависимость выходной энергии от входной энергии для пленки ПМФС, допированной  $C_{60}$ , при различной концентрации  $C_{60}$  (б)

Зависимость максимума спектров поглощения допированной пленки ПМФС от количества допанта приведена на рисунке, а. Видно, что при введении малого количества фуллерена (менее 0,8 мас.%) положение максимума в спектре практически не меняется, а при введении большего количества фуллерена (более 0,8 мас.%) максимум существенно сдвигается в сторону длинных волн, достигая 100 нм при содержании допанта 1,92 мас.%. Наблюдаемый сдвиг максимума поглощения является батохромным и свидетельствует об образовании комплекса между полимером и фуллереном.

На основе анализа спектральных характеристик изучен процесс оптического ограничения излучения в видимом диапазоне спектра. Результаты изменения уровня ограничения при разной концентрации допан-

та представлены на рисунке, б. Видно, что эффект оптического ограничения излучения на длине волны 532 нм проявляется лишь для образцов с концентрацией сенсibilизатора 1,11 и 1,85 мас.%. Для них насыщение поглощения наступает уже при 25 мДж/см<sup>2</sup> (энергия вблизи 7 мДж). При превышении данного значения выходная энергия вновь начинает расти, по-видимому, за счет «включения» тепловых процессов.

Таким образом, в результате исследований спектров пропускания и проведенных экспериментов по нелинейному пропусканию лазерного излучения через среду изучаемого жидкокристаллического полимера, допированного фуллереном C<sub>60</sub>, впервые обнаружен спектральный сдвиг в сторону длинных волн, подтверждающий процесс комплексообразования в данной сложной органической системе; установлен уровень оптического ограничения излучения и концентрационный диапазон допанта, при котором проявляется эффект ограничения. Наблюдения априори говорят о перспективе использования композитов на основе исследованных матричных материалов и используемых наноструктур в системах оптического ограничения, по крайней мере, в видимом диапазоне спектра.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 13-03-00033).

1. Hegmann T., Qi H., Marx V.M. Nanoparticles in Liquid Crystals: Synthesis, Self-Assembly, Defect Formation and Potential Applications // J. Inorg. Organomet. Polym. Mater. – 2007. – V. 17. – P. 483–508.
2. Каманина Н.В. Фуллеренсодержащие диспергированные нематические жидкокристаллические структуры: динамические характеристики и процессы самоорганизации // Успехи физических наук. – 2005. – Т. 175. – № 4. – С. 445–454.

**Зуев Вячеслав Викторович** – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор химических наук, профессор, zuev@hq.macro.ru

**Бронников Сергей Васильевич** – Институт высокомолекулярных соединений РАН, доктор физ.-мат. наук, профессор, зав. лабораторией, bronnik@hq.macro.ru

**Костромин Сергей Васильевич** – Институт высокомолекулярных соединений РАН, кандидат химических наук, научный сотрудник, k-serg-v@mail.ru

**Серов Сергей Владимирович** – ОАО «ГОИ им. С.И. Вавилова», научный сотрудник, 0kauri0@gmail.com

**Лихоманова Светлана Владимировна** – ОАО «ГОИ им. С.И. Вавилова», младший научный сотрудник; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант; lsv-87@bk.ru

**Борковский Михаил Федорович** – ОАО «ГОИ им. С.И. Вавилова», младший научный сотрудник; Санкт-Петербургский политехнический университет, студент; barik8991@mail.ru

**Каманина Наталья Владимировна** – ОАО «ГОИ им. С.И. Вавилова», начальник отдела; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, профессор; старший научный сотрудник; nvkamanina@mail.ru

УДК 517.958.52/59

## К ВОПРОСУ ОБ АЭРОДИНАМИКЕ СНАРЯДА ДЛЯ ПРАЩИ

Ю.В. Ганзий, Н.В. Митюков

В ANSYS CFX проведено моделирование обтекания снаряда для пращи, определены аэродинамические параметры вращающегося снаряда в диапазоне скоростей 0–50 м/с и угловых скоростей 0–15 об/с. Показано, что конструкция средневековых пращей должна была обеспечить минимальное закручивание снаряду, и, вероятно, диапазон скоростей не превышал 40–50 м/с.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, лобовое сопротивление, боковая сила, реконструкция, праща, снаряд.

Праща – древнейшее метательное оружие, оставившее значительный след в военной истории. Тем не менее, она не получила столь широкое распространение, как, например, лук, из-за чего исторические источники сообщают о ней лишь довольно эклектичные сведения. Современные историки, как правило, пытаются объединить их в рамках единой теории, но пока безуспешно. Например, до сих пор нет единого мнения о реальных аэробаллистических характеристиках пращи: часть специалистов относятся к ней как к нелетальному «отпугивающему» оружию, другие, наоборот, видят в ней сильное убийное средство, способное пробить череп в шлеме (как в поединке Давида и Голиафа) [1]. Применение современных математических методов выводит задачу реконструкции на принципиально новый уровень. Ранее нами был предложен метод комплексной баллистической реконструкции системы «стрелок–оружие–снаряд–цель», позволяющий извлечь из исторического источника максимум скрытой, неявной информации, недоступной при использовании методов традиционных исторических исследований. Методика дала прекрасные результаты при математической реконструкции стрел и средневекового стрелкового оружия [2]. По этой причине следующим логическим шагом видится адаптация этой методики для задачи реконструкции пращи. Но реализация этой цели затрудняется отсутствием информации об аэродинамических характеристиках снаряда для пращи. Проведенный информационный поиск дал определенный материал для анализа аэродинамики низкоскоростного сферического тела (например, метательного ядра, пули для страйкбола и т.д.), но особенность вращения снаряда пращи, когда ось вращения направлена по линии действия ускорения свободного падения, не находит аналогий в современной жизни. В связи с этим в

среде ANSYS CFX было проведено моделирование, чтобы определить степень влияния вращения на аэродинамику снаряда пращи. Расчетная схема, в соответствии с ГОСТ 20058–80 [3], принята для скоростной системы координат. На рисунке приведена зависимость проекции силы лобового сопротивления от скорости снаряда и его оборотов. Как показали численные эксперименты, до скоростей порядка 40 м/с влияние вращения крайне незначительно, а при 50 м/с разница силы лобового сопротивления при 15 об/с и при их отсутствии составляет не более 10–15%.

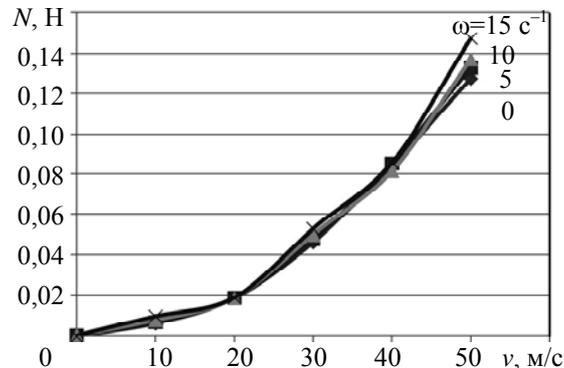


Рисунок. Изменение силы лобового сопротивления от скорости и угловой скорости снаряда пращи

Вращение снаряда пращи приводит к тому, что из-за эффекта Магнуса появляется боковая сила, которая тем больше, чем больше скорость вращения. Например, при скорости 40 м/с и угловой скорости 15 об/с она составляет 0,016 Н. Нетрудно убедиться, что при дальности в 100 м это приводит к боковому отклонению почти на 2 м. Еще одним следствием эффекта Магнуса является наличие подъемной силы. Для этих же условий она составляет 0,003 Н, т.е. на порядок меньше силы тяжести.

Проведенные расчеты показали, что эффективная праща должна иметь низкую угловую скорость. Ее увеличение приведет к сильному боковому отклонению, которое нельзя принять, даже учитывая фактор увеличения подъемной силы. В связи с этим очевидно, что рабочая часть пращей должна иметь гладкую поверхность, чтобы сообщить снаряду меньшую закрутку. Однако с увеличением скорости полета неизбежно возрастает угловая скорость, в связи с чем, с точки зрения аэродинамики, скорость снаряда для пращи вряд ли превышала 40–50 м/с.

1. Korfmann M. The Sling as a Weapon // Scientific American. – 1973. – V. 229. – № 4. – P. 34–42.
2. Коробейников А.В., Митюков Н.В. Баллистика стрел по данным археологии: введение в проблемную область. – Ижевск: Изд-во НОУ «КИТ», 2007. – 140 с.
3. ГОСТ 20058-80. Динамика летательных аппаратов в атмосфере. Термины, определения и обозначения. – Введ. 01.07.1981. – М.: Изд-во стандартов, 1981. – 54 с.

**Ганзий Юлия Валентиновна** – Ижевский государственный технический университет, аспирант; Камский институт гуманитарных и инженерных технологий, старший преподаватель; Nico02@mail.ru

**Митюков Николай Витальевич** – Ижевский государственный технический университет, профессор; Камский институт гуманитарных и инженерных технологий, профессор; доктор технических наук, доцент; Nico02@mail.ru

**УДК 004.891.2**

**ТЕХНОЛОГИИ ЭКСТРЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В ЗАДАЧАХ ПЛАНИРОВАНИЯ И ДИСПЕТЧЕРИЗАЦИИ МАРШРУТОВ НАЗЕМНОГО ОБЩЕСТВЕННОГО ТРАНСПОРТА  
Т.Н. Чуров, К.В. Князьков, С.В. Иванов, А.В. Духанов, А.В. Бухановский**

Представлена платформа для оперативного прогноза и оптимизации движения общественного транспорта в Санкт-Петербурге, функционирующая в рамках концепции экстренных вычислений.

**Ключевые слова:** транспортные потоки, мультиагентное моделирование, облачные вычисления.

Развитие транспортной инфраструктуры крупных городов требует создания интегрированных систем управления нового поколения, позволяющих определять оптимальные режимы движения общественного транспорта с учетом изменчивости дорожной обстановки, получаемой в ходе оперативного прогноза с использованием современных математических моделей с детализацией до уровня отдельных транспортных средств [1]. В такой постановке задача моделирования и оптимизации транспортных потоков в условиях современного города является крайне ресурсоемкой, что требует применения технологий высокопроизводительных вычислений. Однако использование для этих целей выделенных суперкомпьютерных систем или ресурсов распределенных сред неэффективно в силу изменчивости дорожной обстановки, обусловленной многомасштабной (суточной, недельной, годовой) ритмикой количества транспортных средств и маршрутов их движения в городе. Потому это требует применения специального класса вычислительных технологий – экстренных вычислений (Urgent Computing, UC) [2]. Они позволяют строить динамически конфигурируемые среды распределенных вычислений, гибко изменяя число облачных вычислительных ресурсов в зависимости от вычислительной нагрузки. В настоящей работе

анонсируется облачная платформа для оперативного прогноза и оптимизации движения общественного транспорта в Санкт-Петербурге, функционирующая в рамках концепции UC.

Основу данного решения составляют взаимосвязанные модели виртуального общества и перемещения транспорта и пассажиров. Модель виртуального общества опирается на статистические данные о населенности территорий города с учетом мест проживания владельцев личных автомобилей, расположенных предприятий, автопарков, депо общественного транспорта, и пр. Она позволяет строить сеть корреспонденций, связывающую отдельные объекты в городе. Характеристики данной сети зависят от времени суток, недели и года и описываются в виде модели полипериодически-коррелированного случайного процесса. Параметры модели калибруются на основе данных текущих измерений интенсивности транспортных потоков в реперных точках города, что и определяет ее прогностический потенциал. Мультиагентная модель перемещения транспорта и пассажиров использует уже построенную сеть корреспонденций, воспроизводя на ней движение отдельных транспортных средств. При этом учитываются характеристики агента – транспортного средства (легковой автомобиль, грузовик, автобус, и пр.), светофоры, дорожные знаки, а также различия в стилях вождения внутри одного класса транспортных средств. Перемещение пассажиров учитывается косвенно, через количество людей, вышедших или вошедших на остановках общественного транспорта. В совокупности эти модели позволяют делать оперативный прогноз дорожной обстановки на несколько часов вперед с возможностью оценки интенсивности транспортного потока в произвольной точке дорожной сети. Эти данные используются для решения задачи оптимизации транспортных маршрутов, например, общественного транспорта или транспорта специального назначения. Задача поиска оптимального маршрута решается посредством генетического алгоритма в трех постановках: планирование размещения новых остановочных пунктов, поиск кратчайшего пути в условиях изменяющегося трафика и планирование эффективной перевозки пассажиров.

Алгоритмы моделирования виртуального общества и перемещения транспорта и пассажиров допускают параллельное исполнение: при каждом прогнозе выполняется динамическое зонирование сети корреспонденций и выделение облачных ресурсов таким образом, чтобы обеспечить выполнение расчетов в заданный временной интервал (10 минут) при переменном количестве агентов в модели. Это обеспечивается путем применения облачной платформы CLAVIRE [3], реализующей технологию IWF – интерактивных потоков работ. Технология IWF позволяет эффективно организовывать обмен данными между приложениями, функционирующими в облаке, тем самым обеспечивая перераспределение данных между узлами среды при изменении объема корреспонденций в городе. В отличие от задачи моделирования, задача поиска оптимального маршрута используется спорадически (по мере возникновения потребности); потому для этого привлекаются не динамические облачные ресурсы, а кластерная система, также подключенная к CLAVIRE. При этом функции планирования и распределения вычислительной нагрузки, подготовки и хранения входных данных и результатов расчетов в облаке, поддержки графического интерфейса пользователя и визуализации результатов реализуются средствами облачной платформы CLAVIRE через стандартный браузер, что определяет доступность сервисов моделирования и оптимизации маршрутов, в том числе посредством мобильных устройств.

Работа выполнена в рамках ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007–2013 годы», ГК № 14.514.11.4066.

1. Helbing D. Traffic and related self-driven many-particle systems // *Reviews of modern physics*. – 2001. – V. 73. – № 4. – P. 1068–1141.
2. Бухановский А.В., Житников А.Н., Петросян С.Г., Слоот П.М.А. Высокопроизводительные технологии экстренных вычислений для предотвращения угрозы наводнений // *Изв. вузов. Приборостроение*. – 2011. – Т. 54. – № 10. – С. 14–20.
3. Knyazkov K.V., Kovalchuk S.V., Tchurov T.N., Maryin S.V., Boukhanovsky A.V. CLAVIRE: e-Science infrastructure for data-driven computing // *Journal of Computational Science*. – 2012. – V. 3. – № 6. – P. 504–510.

**Чуров Тимофей Николаевич** – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант; НИИ наукоемких компьютерных технологий, младший научный сотрудник; tchurovtim@gmail.com

**Князьков Константин Валерьевич** – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант; НИИ наукоемких компьютерных технологий, младший научный сотрудник; кандидат технических наук; constantinvk@gmail.com

**Иванов Сергей Владимирович** – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, старший научный сотрудник; кандидат технических наук; svivanov@mail.ifmo.ru

**Духанов Алексей Валентинович** – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, старший научный сотрудник; кандидат технических наук, доцент; dukhanov@niuitmo.ru

**Бухановский Александр Валерьевич** – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой, Avb\_mail@mail.ru

УДК 004.891.2

**МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНФОРМАЦИОННО-ЗАВИСИМЫХ СВОЙСТВ БЕЛКОВ  
ДЛЯ РАЦИОНАЛЬНОГО ДИЗАЙНА ЛЕКАРСТВЕННЫХ ПРЕПАРАТОВ  
В СРЕДЕ ОБЛАЧНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ CLAVIRE****Д.М. Спельников, Ю.Б. Порозов, В.Г. Маслов, А.В. Бухановский**

Представлена среда суперкомпьютерного эксперимента для поддержки процессов создания лекарственных препаратов нового поколения на основе рекомбинантных белков, функционирующая на основе облачной платформы CLAVIRE.

**Ключевые слова:** моделирование лекарств, конформационная подвижность, докинг.

Создание лекарственных препаратов нового поколения на основе рекомбинантных белков связано с применением технологий компьютерного моделирования их конформационно-зависимых свойств: взаимодействующих молекулярных структур, активных центров, интенсивности молекулярного связывания. От скорости и точности такого моделирования зависят итоговая стоимость и результативность лабораторных тестов и фаз клинической стадии, что требует развития соответствующих методов и алгоритмов компьютерного моделирования. Специфика задачи состоит в принципиальной вычислительной сложности моделирования взаимодействия структур с учетом всех характерных для них степеней свободы (подвижности), что на настоящий момент возможно только с использованием высокопроизводительных вычислений. При этом различные этапы моделирования (реализуемые соответствующими алгоритмами и программным обеспечением) требуют применения вычислительных платформ принципиально различной архитектуры. В настоящей работе анонсируется среда вычислительного эксперимента в области моделирования конформационно-зависимых свойств белков на основе неоднородных распределенных вычислительных ресурсов под управлением облачной платформы CLAVIRE [1].

Процесс моделирования конформационно-зависимых свойств состоит из двух последовательных этапов. На первом этапе определяется карта конформационной подвижности белков: посредством эволюционного алгоритма СМА-ES (Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy, эволюционная стратегия с адаптивной корреляционной матрицей) формируется набор всех возможных конформаций основной цепи белка, после чего к ним достраиваются боковые цепи. В этот же этап входит процедура быстрой параллельной минимизации потенциальной энергии конформеров, позволяющая оптимизировать геометрические характеристики боковых цепей. На втором этапе решаются задачи молекулярного докинга и скоринга. Для каждой из конформаций определяются активные центры, в которых позиционируется низкомолекулярное соединение (лиганд), и оценивается сила связи с помощью полумпирического метода квантовой химии на основе DC-алгоритма (Divide and Conquer, «разделяй-и-властвуй»), который может учитывать влияние растворителя. При этом вычисляется свободная энергия связывания низкомолекулярного лиганда с рецептором, в том числе энтропийный вклад. В итоге проводится ранжирование и выбор конформаций, имеющих наименьшую свободную энергию, как потенциальных кандидатов для проведения доклинических испытаний.

С точки зрения организации параллельных вычислений наибольшей коммуникационной сложностью обладает этап построения набора конформаций, связанный с параллельной реализацией эволюционного алгоритма СМА-ES. Это обусловлено тем, что алгоритм СМА-ES сочетает в себе одновременно особенности классических генетических алгоритмов и алгоритмов случайного поиска. Корреляционная матрица, характеризующая ландшафт пространства поиска, определяется в алгоритме СМА-ES адаптивно, по мере эволюции самой популяции. Потому с целью улучшения сходимости необходим регулярный обмен оценками матриц, полученными на различных вычислительных узлах. В силу существенной ресурсоемкости самих вычислений данный алгоритм имеет высокий потенциал масштабируемости (эффективность 50–80%), управляемый за счет выбора частоты обмена оценками корреляционных матриц. После того, как получен набор возможных конформаций, все остальные операции над ними выполняются независимо и не требуют коммуникационных обменов. Как следствие, это позволяет разделить вычислительный эксперимент на две части: моделирование конформационной подвижности выполняется на суперкомпьютере производительностью не менее 10 Тфлопс, а достраивание боковых цепей, оптимизация их геометрии, докинг и оценка степени связи – на менее мощных вычислительных ресурсах распределенной среды (например, грид Национальной нанотехнологической сети (ГридННС)). Такой подход эффективен вследствие того, что алгоритмы, связанные с задачей докинга, обладают гораздо меньшим потенциалом масштабируемости, чем СМА-ES, и не позволяют эффективно использовать коммуникационную сеть суперкомпьютера.

Для реализации среды вычислительного эксперимента использована облачная платформа CLAVIRE, объединяющая суперкомпьютерные ресурсы (включая самый мощный в России суперкомпьютер «Ломоносов»), кластеры меньшего размера, ресурсы среды ГридННС, частные и публичные облачные ресурсы. Процесс вычислительного эксперимента задается в виде композитного приложения, объединяющего отдельные пакеты, работающие на распределенных ресурсах, включая авторские программы (реализующие СМА-ES), популярные программы Autodock Vina, GROMACS, а также уникальный пакет SEMP расчета сверхбольших (до 100 тыс. атомов) молекулярных структур средствами квантовой химии

[2]. Функции планирования и распределения вычислительной нагрузки, подготовки и хранения входных данных и результатов расчетов в облаке, поддержки графического интерфейса пользователя и научной визуализации реализуются средствами облачной платформы CLAVIRE через стандартный браузер. Доступ к данному сервису возможен из корпоративной среды НИУ ИТМО.

Работа выполнена в рамках ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007–2013 годы», ГК № 14.514.11.4068.

1. Knyazkov K.V., Kovalchuk S.V., Tchurov T.N., Maryin S.V., Boukhanovsky A.V. CLAVIRE: e-Science infrastructure for data-driven computing // *Journal of Computational Science*. – 2012. – V. 3. – № 6. – P. 504–510.
2. Васильев В.Н., Бухановский А.В., Козлов С.А., Маслов В.Г., Розанов Н.Н. Высокопроизводительный программный комплекс моделирования наноразмерных атомно-молекулярных систем // *Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО*. – 2008. – № 9 (54). – С. 3–12.

*Спельников Дмитрий Михайлович* – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, младший научный сотрудник, [piule@ua.ru](mailto:piule@ua.ru)

*Порозов Юрий Борисович* – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доцент, зав. лабораторией, кандидат медицинских наук, [porozov@ifc.cnr.it](mailto:porozov@ifc.cnr.it)

*Маслов Владимир Григорьевич* – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, ведущий научный сотрудник, доктор физ.-мат. наук; [maslov04@bk.ru](mailto:maslov04@bk.ru)

*Бухановский Александр Валерьевич* – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой, [Avb\\_mail@mail.ru](mailto:Avb_mail@mail.ru)

#### УДК 004.021

### МЕТОД АВТОМАТИЧЕСКОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОЛЕКУЛЯРНО-МЕХАНИЧЕСКИХ ПОТЕНЦИАЛОВ ДЛЯ КРУПНОЗЕРНИСТОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ МОЛЕКУЛЯРНОЙ СИСТЕМЫ

А.И. Свитенков, Е.В. Болгова, В.Г. Маслов, А.В. Бухановский

Рассматривается универсальный метод автоматического определения молекулярно-динамических потенциалов методом квантовой химии. Описаны задачи, возникающие перед исследователем при выборе и использовании стандартных молекулярно-динамических потенциалов. Предлагаемый метод целесообразен во всех случаях, когда их решение оказывается трудно выполнимым и потенциально неточным. Он также позволяет повысить сопоставимость результатов молекулярно-динамического моделирования.

**Ключевые слова:** молекулярная система, молекулярно-динамические потенциалы, квантовая химия.

Применение метода молекулярной динамики (МД) в области нанотехнологий при исследовании свойств наножидкостей, полимерных или композитных материалов распространено чрезвычайно широко. При этом, однако, постановка МД-эксперимента является трудоемкой задачей. Исследователю приходится решать целый ряд технических проблем при подготовке входных данных, обычно включающих координаты атомов молекулярной системы, структуру ее связей и потенциалы взаимодействия. Среди перечисленных данных только первые имеют непосредственное отношение к задаче, решаемой исследователем. Процесс их подготовки хорошо механизирован в молекулярных редакторах и визуализаторах. Вместе с тем не существует универсальных инструментов для определения потенциалов взаимодействия. Наличие большого числа модельных МД-полей (OPLS, AMBER, CHARMM, MMFF94 и др.) упрощает процесс лишь частично, так как для их использования необходимы сведения о типах атомов в соответствии с их положением в молекулярной структуре. Для этого недостаточно знания лишь валентного состояния атома, а в «сложных» потенциалах типа MMFF94 – и их ближайшего окружения. Важно отметить, что неверное определение потенциала практически не выявляется на этапе подготовки входных данных для МД, однако приводит к некорректным результатам моделирования. Это также затрудняет использование для подбора потенциала научных публикаций, так как полные протоколы МД-эксперимента слишком велики и малоинформативны с точки зрения их включения в содержимое научных статей.

Важным аспектом вычислительных нанотехнологий, в котором невозможно применение стандартных систем МД-потенциалов, является использование моделей укрупненных атомов [1]. Они широко применяются при моделировании полимерных и композитных материалов и позволяют в несколько раз сократить трудоемкость расчета [2]. Но так как способ объединения атомов каждый исследователь выбирает самостоятельно, не существует универсального метода определения потенциалов для них. Более того, формы потенциалов для укрупненных атомов существенно сложнее функциональных форм стандартных систем полей и требуют табличного задания в общем случае.

Итак, в настоящее время не существует универсального набора правил типизации атомов и распознавания структур связей лишь на основании данных об их взаимном расположении. Эта задача может быть корректно решена лишь при помощи методов квантовой химии. В данном сообщении анонсируется универсальный метод построения МД-потенциала для конкретной молекулярной системы, основанный на применении линейно-масштабируемых методов квантовой химии.

В качестве входных данных предполагается наличие выборки из  $M$  молекулярных конформаций  $\{\{\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_N\}\}_{i=1, M}$ , где  $\mathbf{q}_i$  – координаты  $i$ -го атома. Они могут быть получены на основании структуры моделируемой молекулярной системы, случайным сдвигом атомов, или, предпочтительнее, МД-моделированием с любой системой потенциалов при повышенной в несколько раз температуре, учитывающей структуру связей. Для вычисления энергий полученных конформаций используется полуэмпирический метод квантовой химии (ZINDO/S) и линейно-масштабируемый алгоритм DC (Divide and Conquer, «разделяй-и-властвуй») [3]. При этом удается получить отдельно кулоновский вклад, вклады внутримолекулярных и межмолекулярных взаимодействий на основании значений коэффициентов Вайберга. Если требуется построить потенциалы взаимодействия для укрупненных атомов, то эти атомы должны быть распознаны и заменены в конформациях перед решением задачи расчета потенциала.

Рассмотрим энергию внутримолекулярного взаимодействия. Для табличного задания потенциалов выбирается кусочно-линейная интерполяционная функция. Введем шаги дискретизации по координате для каждой наблюдаемой степени свободы, например для длин, углов и двугранных углов связей. Значение энергии по некоторой степени свободы, если положение по соответствующей координате попадает на  $i$ -й отрезок разбиения, принимает вид линейной функции с неизвестными значениями на конце отрезка  $a_i, a_{i+1}$ . Получим выражение для энергии внутримолекулярных взаимодействий всей системы:

$$\sum_{\Omega} \sum_i \left( a_i^{\Omega} + \frac{a_{i+1}^{\Omega} - a_i^{\Omega}}{h^{\Omega}} (\omega \% h^{\Omega}) \right) \delta_{\omega i} = U; \begin{cases} \delta_{\omega i} = 1, \omega \in [a_i, a_{i+1}) \\ \delta_{\omega i} = 0, \omega \notin [a_i, a_{i+1}) \end{cases}$$

Таким образом, если какая-то из координат  $\omega$ , соответствующая типу связи  $\Omega$ , попадает в  $i$ -й интервал дискретизации, то ее вклад в полную энергию соответствует линейной параметризации этого интервала. В выражении не указана сумма по всем координатам  $\omega$ , например, по всем длинам связи, которые встречаются в конформации для этого типа связи. Знак «%» означает остаток от деления на шаг дискретизации  $\Omega$ -го типа связи,  $U$  – энергия данной конформации, вычисленная методом квантовой химии.

Если записать указанное уравнение для достаточного числа молекулярных конформаций, то можно получить невырожденную (возможно, переопределенную) систему уравнений относительно коэффициентов  $a_i^{\Omega}$ , найдя которые, вычислить табличное задание для искомых потенциалов. Физически критерий невырожденности матрицы означает, что в каждый интервал разбиения должно попадать хотя бы одно значение координаты.

Предлагаемый метод реализован и протестирован на молекулярной системе полиэтилена. Расчет был выполнен для 500 конформаций. Сравнение с системой потенциалов AMBER показало относительное отличие энергии не более 0,8%. Метод может быть усовершенствован в ходе исследования вопроса об оптимальном выборе шага дискретизации, в том числе неравномерным образом.

Работа выполнена в рамках ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007–2013 годы», ГК № 14.514.11.4051.

1. Chen C., Depa Praveen, Maranas J.K., Sakai V.G. Comparison of explicit atom, united atom, and coarse-grained simulations of poly(methyl methacrylate) // J. Chem. Phys. – 2008. – V. 128. – P. 124906-12.
2. Kisaragi Y., Masato N., Shin-ichi U., Feng J. Molecular dynamics simulation of polyethylene under cyclic loading: Effect of loading condition and chain length // International Journal of Mechanical Sciences. – 2010. – V. 52. – P. 136–145.
3. Yang W., Lee T-S. A density-matrix divide-and-conquer approach for electronic structure calculations of large molecules // J. Chem. Phys. – 1995. – V. 103. – P. 5674–5678.

**Свитенков Андрей Игоревич** – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, инженер, svitenkov@yandex.ru

**Болгова Екатерина Владимировна** – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, младший научный сотрудник, katerina.bolgova@gmail.com

**Маслов Владимир Григорьевич** – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, ведущий научный сотрудник, доктор физ.-мат. наук; maslov04@bk.ru

**Бухановский Александр Валерьевич** – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой, Avb\_mail@mail.ru

## SUMMARY

## REVIEW ARTICLE

## OPTICAL SOLITONS IN TWO-LEVEL ATOMS MEDIA

S. Sazonov

The article deals with a methodical review of nonlinear equations derivation describing the interactions between laser pulses and two-level atoms system and having optical solitons as equations solutions. Propagation of resonant and quasi-resonant envelope solitons and few-cycle pulses solitons with the temporal duration from nanoseconds to femtoseconds are considered. This review is intended for students acquainted with general physics, post-graduate students and scientists specializing in different areas of modern physics.

**Keywords:** optical soliton, two-level atom, nonlinearity, dispersion, resonance, quasi-resonance, integrability.

*Sergey Sazonov* – National Research Centre “Kurchatov Institute”, leading scientific researcher; Lomonosov Moscow State University, Professor, D.Sc., Professor, [sazonov.sergey@gmail.com](mailto:sazonov.sergey@gmail.com)

## PHOTONICS AND OPTICAL INFORMATICS

## DIELECTRIC OPTICAL NANOANTENNAS

A. Krasnok, P. Belov, Yu. Kivshar

The article deals with a new, alternative to plasmonics approach to optical nanoantennas development. This approach is based on replacement of the metallic structural components of the well-known plasmon nanoantennas by the dielectric nanoelements with a high and positive dielectric conductivity value. As a result, nanoantennas acquire the unique properties, such as magnetic response and superdirectivity. The main types of studied optical antennas are Yagi-Uda and superdirected nanoantennas on the base of dielectric nanoparticles.

**Keywords:** nanoantenna, quantum source, directivity.

*Alexander Krasnok* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, postgraduate, [krasnokfiz@mail.ru](mailto:krasnokfiz@mail.ru)

*Pavel Belov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Chief scientific researcher, D.Sc., [belov@phoi.ifmo.ru](mailto:belov@phoi.ifmo.ru)

*Yuri Kivshar* – Nonlinear Physics Centre, Research School of Physics and Engineering, The Australian National University, Canberra ACT 0200, Australia, leading scientist, scientific laboratory head, [ysk@internode.on.net](mailto:ysk@internode.on.net)

## MODE CONTROL FOR SYSTEM OF COUPLED SPLIT-RING RESONATORS

## BY MEANS OF LIGHT

P. Kapitanova, P. Belov

The article deals with implementation of magnetic metamaterials in microwave frequency range tunable by means of light. Characteristics of a split-ring resonator with integrated voltage variable capacitor for frequency re-tuning, and a photodiode, for applying a DC bias, dependent on illumination are investigated. It is shown, that illumination change shifts the resonant response of the resonator up or down in frequency depending on the photodiode polarity. A system of coupled split-ring resonators is considered and system's response splitting is shown to the clear (bright) and fuzzy (dark) modes by means of light.

**Keywords:** metamaterial, split-ring resonator, light control, microwave frequency.

*Polina Kapitanova* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, research fellow, PhD, [Kapitanova.poli@phoi.ifmo.ru](mailto:Kapitanova.poli@phoi.ifmo.ru), [Kapitanova\\_poli@mail.ru](mailto:Kapitanova_poli@mail.ru)

*Pavel Belov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Chief scientific researcher, D.Sc., [belov@phoi.ifmo.ru](mailto:belov@phoi.ifmo.ru)

## BAND-GAP STRUCTURE ANALYSIS OF PHOTONIC CRYSTAL WITH MULTIPLE OPTICAL LAYERS LENGTHS FOR TERAHERTZ FREQUENCY RANGE

A. Denisultanov, M. Khodzitskiy

The article deals with formulas deduced for the infinite photonic crystal for exact definition of band-gap boundaries and width, center and edges of photonic crystal stopband with multiple optical layers lengths in two-layer cell in the frequency range from 0.1 to 1 THz. The formulas were tested by numerical simulation of photonic crystals using the transmission matrix method and method of finite-difference time-domain for the first, second and third multiplicity of optical layers lengths in two-layer cell of the photonic crystal. The formulas for the second multiplicity were experimentally confirmed.

**Keywords:** photonic crystal, band-gap, boundary frequencies, multiple optical lengths, transmission matrix, metamaterial.

*Alaudi Denisultanov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, student, [alaudi2991@mail.ru](mailto:alaudi2991@mail.ru)

*Mikhail Khodzitskiy* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, assistant, PhD, [khodzitskiy@yandex.ru](mailto:khodzitskiy@yandex.ru)

**OPTICAL AND OPTICAL ELECTRONIC SYSTEMS. OPTICAL TECHNOLOGIES  
LABORATORY SPECTROPHOTOMETER FOR VISIBLE SPECTRAL REGION****K. Akmarov, N. Belov, Yu. Smirnov, A. Sherstobitova, E. Scherbakova, A. Yas'kov**

Design features and basic technical-performance characteristics of laboratory spectrophotometer for visible spectral region ( $\lambda = 380-760$  nm) are considered. Results of device approbation are given, as well as examples of its application for photo-optical bleaching, toning and coloring technologies control of paper.

**Keywords:** spectrophotometry, optical materials, photo-optical bleaching, toning, coloring of paper.

*Akmarov Konstantin* - Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, postgraduate, encliss@gmail.com

*Nikolai Belov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Senior staff scientist, xiaogou@mail.ru

*Yuri Smirnov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, postgraduate, yuri.smirnov@bk.ru

*Alexandra Sherstobitova* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Associate professor, PhD, ashev87@mail.ru

*Ekaterina Scherbakova* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, student, student\_ft\_2011@mail.ru

*Andrey Yas'kov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Professor, D.Sc., Professor, student\_ft@mail.ru

**SELECTION AND CALCULATION OF OPTOELECTRONIC SYSTEM ITEMS WITH OPTICAL  
EQUISIGNAL ZONE FOR VERTICAL TEMPERATURE GRADIENT MEASUREMENT OF THE  
AIR PATH****V. Gusarov, A. Timofeev**

The article deals with selection and calculation of optoelectronic system basic parameters with optical equisignal zone to measure the vertical temperature gradient of the air path, which is the main factor having an influence on the refraction angle. Selection feature of radiation sources for polychromatic equisignal zone creation is considered which means the necessity of one wavelength radiation selection from the blue spectrum and another – from infrared. Objective is selected for the base direction set, based on the calculated diameter of the transmission exit pupil and the requirement of the spherical aberration minimum value. Energy calculation is done, diameter of the pupil is selected and receiver system objective is chosen. The way of radiation combining is defined and optical system for the base direction set is proposed with four two-lens condensers.

**Keywords:** atmospheric refraction, temperature gradient, optical equisignal zone.

*Vadim Gusarov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, student; “LOMO” PLC, engineer, hoarfrost.vg@gmail.com

*Alexander Timofeev* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Laboratory head, PhD, Associate professor, timofeev@grv.ifmo.ru

**DYNAMIC VISUAL ACUITY EXPERIMENTAL DETERMINATION****Yu. Rotts, V. Musalimov**

Dynamic visual acuity is an important visual capacity indicator of individuals connected with the perception of moving objects. According to the existing patent, a device working model that contains a rotating cylinder with a table of optotypes is created. Operation and calculations of the unit are carried out by the authors' programs. The average value of dynamic visual acuity, measured for 42 patients is equal to 25 ms. Statistical analysis in MATLAB showed that the distribution of the experimental data corresponds to the Weibull distribution law with parameters: scale  $A=22.029$  and form  $B=1.527$ . The statistical hypothesis is confirmed by the Kolmogorov-Smirnov test.

**Keywords:** visual capacity, dynamic visual acuity, optotype, table of optotypes, Weibull distribution law, Kolmogorov-Smirnov test.

*Yulia Rotts* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, postgraduate, leadensky@yandex.ru

*Viktor Musalimov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department head, D.Sc., Professor, musvm@yandex.ru

**PARAMETERS CALCULATION OF OPTICAL FILTER WITH ANGULAR SELECTIVE LIGHT  
TRANSMISSION****R. Zakirullin**

An algorithm for geometric parameters calculation of the grating optical filter with predetermined angular selective characteristic of the light transmission is developed. For sunlight filtering optimization definition methods for inclination angles of the filter gratings are developed for the windows with different azimuths of orientation to the corners of the earth for given geographic location coordinates and the estimated time of the year and day. Results application will give the possibility to achieve the optimum lighting conditions and room

insolation by pre-adaptation of the filter parameters to the known beforehand trajectory of the sun relative to the specified window and will have advantages as compared with venetian blind.

**Keywords:** optical filter, angular selective regulation, light transmission characteristic, window system, elevation and azimuth of the sun.

*Rustam Zakirullin* – Orenburg State University, Associate professor, PhD, Associate professor, rustam.zakirullin@gmail.com

### CROSSTALK COMPUTER SIMULATION IN THE INFORMATION-MEASURING FIBER OPTICAL DEVICE

**E. Islamova, A. Kulikov, M. Plotnikov**

This article deals with the problem of crosstalk that appears as a result of multiple reflections of a single pulse in an array of fiber Bragg gratings. A computer model of crosstalk for a particular design of information-measuring fiber-optical device based on the Bragg grating is created. Developed computer model makes it possible to calculate power, phase, and the routes of all impulses arriving to detector and demodulation section. Calculation of the crosstalk influence level to the interference signals is done on the base of the designed model, and recommendations for the reflection coefficients of fiber Bragg gratings in the array are worked out.

**Keywords:** information-measuring fiber-optical devices, array of fiber Bragg gratings, crosstalk, computer simulation.

*Elmira Islamova* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, student, islamola@yandex.ru

*Andrey Kulikov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Laboratory head, PhD, a.kulikov86@gmail.com

*Mikhail Plotnikov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, postgraduate, plotnikov-michael@yandex.ru

### OPTICAL CHARACTERISTICS DEFINITION OF OPTICAL TECHNOLOGY SURFACE ELEMENTS FOR THEIR OPTICAL CONNECTIONS

**A. Gorlyak, A. Novak, V. Solonukha, I. Khramtsovsky**

The article deals with ellipsometrical researches results of optical characteristics for optical technology surface elements made of sodium and silicate glass K8 at various technological processing. It is shown that equality of average values of thickness and refractive index of surface layers defined for non-uniform and uniform models of reflecting system while detail polishing, is a quality criterion of the polished optical technology elements surface for their optical connections. Comparison of surface elements optical characteristics of the details processed by methods of usual grinding and polishing, deep grinding and polishing and by magnetorheological suspension is carried out. In the latter case it is possible to receive a detail surface with the small thickness of surface layer and deviation of the refractive index from volume value, the small mean square value of a rough surface height.

**Keywords:** ellipsometry, surface layer, optical technology.

*Andrei Gorlyak* – Saint Petersburg State Electrotechnical University “LETI”, “Center of Mikrotechnology and Diagnostics”, Senior scientific researcher, PhD, ellipsometry@mail.ru

*Alexei Novak* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, postgraduate, ellipsometry@mail.ru

*Vladimir Solonukha* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, postgraduate, vsolonukha@yandex.ru

*Igor Khramtsovsky* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, leading engineer, PhD, ellipsometry@mail.ru

### APLANATIC MENISCUS OPTICAL ENGINEERING

**A. Gapeeva, A. Kovaleva, T. Tochilina**

Spherical surfaces, forming a stigmatic image of the object center point, are shown to be a special case of the surfaces obtained by Cartesian oval rotating; surfaces of the first and second type form the aplanatic image of the object. Image astigmatism is shown not to be dependent on the thickness of aplanatic meniscus. However, the increase of meniscus thickness causes the petsvaleva curvature decrease of the image surface and the reduction of the longitudinal meridional and sagittal astigmatism components. It is shown that at high numerical aperture, transmittance of incident light beams aplanatic surface of the first type falls sharply, thus increasing the coefficient of light polarization.

**Keywords:** aplanatic points, meniscus, astigmatism, transmittance, polarization.

*Anastasiya Gapeeva* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, postgraduate, Anastasiya.gapeeva@gmail.com

*Anna Kovaleva* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, postgraduate, Anyuta\_kov@mail.ru

*Tatyana Tochilina* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Associate professor, PhD, tvtochilina@mail.ru

**CHARACTERISTICS CHANGE OF UV LIGHT EMITTING DIODE CHIP-ON-BOARD ASSEMBLIES AT LONG WORKING TIME ON NOMINAL CURRENT****K. Vinogradova, N. Seredova**

UVA (320–400 nm) light emitting diode chip-on-board (COB) prototypes have been studied. The constructions of the prototype have identical ceramic base, metallization pattern and optical coating but different quantity of chips and their relative position. Dependences of optical and electrical characteristics vis. working time are shown. It has been presented that as quantity of chips in board is increased as the rate of characteristics degradation is intensified. The COBs which had 1.5 times higher radiative power at nominal current, which were flowing through individual chip, have shown the rate of degradation 3 times higher. It has been worked out in 2% increase of forward voltage and 5% decrease of wall plug efficiency in a period of 1000 hours working.

**Keywords:** ultraviolet light emitting diode, ultraviolet light emitting diode chip-on-board, degradation.

*Kseniya Vinogradova* - Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, leading engineer; Ioffe Physical-Technical Institute of the Russian Academy of Sciences, postgraduate, K.Vinogradova@mail.ioffe.ru

*Natalia Seredova* – “Perfect Crystals” LLC, engineer; Ioffe Physical-Technical Institute of the Russian Academy of Sciences, scientific researcher, PhD, natasha.seredova@mail.ru

**ANALYSIS AND SYNTHESIS OF COMPLEX SYSTEMS****HYDRAULIC DRIVE CONTROL SYSTEM WITH A STATIC NONLINEARITY COMPENSATION****A. Losenkov, S. Aranovskiy**

A relay-proportional control law supplemented with a static nonlinearity compensation of an electric hydraulic amplifier is proposed to control a position of a hydraulic drive for a linear reference signal tracking. The closed-loop stability for suggested control law is shown. Experimental results are carried out on a laboratory prototype of a forestry crane and show high achieved tracking performance.

**Keywords:** hydraulic drive, relay control, nonlinearity compensation.

*Andrei Losenkov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, student, alosenkov@yandex.ru

*Stanislav Aranovskiy* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, senior scientific researcher, PhD, s.aranovskiy@gmail.com

**MATHEMATICAL MODEL AND SIMULATION ALGORITHM OF THE MULTI-TIERED MECHANICAL SYSTEM****A. Demin, I. Kovalev**

The article deals with design features of mathematical models of complex spatial multi-tiered mechanical systems (position of gravity centers of these systems links are relative to the instrument coordinate system defined by the equations of links motion). Mathematical model and simulation algorithm of similar system is demonstrated on the example of ship viewfinder.

**Keywords:** mathematical model, multi-tiered mechanical system, simulation, computer modeling algorithm.

*Anatoliy Demin* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department head, D.Sc., Professor; “LOMO” PLC, Head of bureau, dav\_60@mail.ru

*Ivan Kovalev* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, postgraduate; “LOMO” PLC, design engineer, smith\_17@bk.ru

**MECHANICS AND MECHATRONICS****NON-LINEAR MASS-SPRING SYSTEM FOR LARGE SOFT TISSUE DEFORMATIONS MODELING****S. Nikolaev**

Operation of implant placement under soft tissues is described. In this operation, tissues can reach such deformations that nonlinear properties appear. A mass-spring model modification for nonlinear tension operation modeling is developed. A method for elasticity module creating using splines is described. Poisson ratio modeling is done by different stiffness for different types of springs in cubic grid. For stiffness value definition, a system of equations is solved describing material tension. The model is verified by experiment on square sample tension. Tests show that sample tension under external forces is equal to defined nonlinear elasticity module. The accuracy of Poisson ratio modeling is thirty five percent that is better than results of available ratio modeling method.

**Keywords:** mass-spring model, material tension, nonlinear elasticity module, Poisson ratio, soft tissues charts.

*Sergei Nikolaev* – Saint Petersburg State University, postgraduate; “Biomodeling”, software engineer, ser.niev@gmail.com

**DEPENDENCE OF THE PIEZOELECTRIC TRANSDUCER REACTANCE ON THE MECHANICAL PARAMETERS OF ITS LOAD****I. Popov**

It is shown that the inertial load of the piezoelectric transducer may be provided as an inductive resistance in its power supply circuit, and an elastic load - in the form of a capacitive one. The models of vibrating systems with

elements of different physical nature are suggested, in which free harmonic oscillations may appear. It is shown that in the inert-capacitive (mC) oscillatory system a mutual conversion of electric field energy of the capacitor into the solid element kinetic energy takes place; in an elastically-inductive (kL) oscillatory system a mutual conversion of solenoid magnetic field energy into potential energy of the spring takes place.

**Keywords:** inertial inductance, elastic capacitance.

*Igor Popov* – Kurgan State University, postgraduate, ip.popov@yandex.ru

### COMPUTER SYSTEMS AND INFORMATION TECHNOLOGIES ON DISTORTION ASSESSMENT OF IMAGES MASKING WITH M-MATRICES

**A. Vostrikov, S. Chernyshev**

The article deals with results of the first experiments on images processing coded with unique M-matrices of the 22<sup>nd</sup> order. General data on M-matrices and their place among known types of structured orthogonal matrices are given, and benefits from their implementation for image protection against unauthorized access are briefly substantiated. The extent of distortions influence, caused by lossy compression algorithms implementation and by modeling of a part of information flow loss is estimated as a result of carried out experiments. Peak signal to noise ratio metric and structure similarity index are used as objective figures of arising changes in recovered images after distortion. The main purpose of the paper is to define overall appropriateness of M-matrices implementation for images masking during their transmission or storage in contemporary technical systems.

**Keywords:** M-matrices, image masking, unauthorized access protection, image distortions.

*Anton Vostrikov* – Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Associate professor, PhD, Associate professor, vostricov@mail.ru

*Stanislav Chernyshev* – Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, assistant, madmasm@gmail.com

### ADAPTIVE SKIN DETECTOR DEVELOPMENT

**R. Akhunzyanov, A. Tropchenko**

The article deals with a novel method for detection of image patches on the video sequences with a color close to the human skin color. The method is based on non-parametric skin detector and motion detector. A naïve Bayesian classifier with incremental learning is used for color classification. Quality estimation of the detector operation is done. Experimental results show the efficiency of the proposed method.

**Keywords:** skin detection, color segmentation, naïve Bayesian classifier.

*Rasim Akhunzyanov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, student, rasim.akhunzyanov@gmail.com

*Alexander Tropchenko* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Professor, D.Sc., Professor, tau@dl.ifmo.ru

### ANAPHORIC RELATIONS IDENTIFICATION BY AUTOMATIC TEXT ANALYSIS

**K. Boyarsky, E. Kanevsky, A. Stepukova**

The article deals with rules working principles for the automatic identification of pronouns antecedents for SemSin semantic-syntactic analyzer. It is shown that by the proper use of morphological, syntactic and semantic information obtained from the parse tree, it is possible to disclosure an anaphoric relations not only within the same sentence, but within a paragraph. Examples of semantic classifier use for the correct determination of the antecedent are given.

**Keywords:** text analysis, anaphora, co-reference, semantics.

*Kirill Boyarsky* - Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Associate professor, PhD, Associate professor, Boyarin9@yandex.ru

*Evgeny Kanevsky* – Saint Petersburg Institute for Economics and Mathematics, RAS, leading researcher, PhD, kanev@emi.nw.ru

*Alexandra Stepukova* – Saint Petersburg State University, postgraduate, icarus\_89@mail.ru

### SOFTWARE FOR ELEMENTARY PETRI NETS TOPOLOGY AND CLASSIFICATION STUDYING BY THEIR HOMOLOGY GROUPS CALCULATION

**T. Trishina**

The article deals with the software for computing of homology groups and directed homology groups of elementary Petri nets. Calculation method is based on an algorithm for finding the homology groups of the complex of finitely generated free Abelian groups by the Smith normal form. The main idea is in the method for calculating of matrix coefficient of differential that admits a visual inspection. Moreover, the problem of visual constructing a Petri net with the ability to study its dynamics is considered. Examples of manual calculations of homology groups and directed homology groups are shown. User interaction with the developed application is described. Examples are given for creation and computing of the homology groups and directed homology groups by the developed application. The software is implemented in the environment of Embarcadero RAD Studio 2010 by C++ programming language.

**Keywords:** elementary Petri net, asynchronous system, homology groups, directed homology groups, software.

*Taisiya Trishina* - Komsomolsk-on-Amur State Technical University, trainee - researcher, taisafin3@mail.ru

**AUTOMATIC SEARCH OF LOCAL VARIABLES AND ARGUMENTS OF PROCEDURES IN EXECUTABLE CODE DURING COMPUTATIONAL PROCESS VERIFICATION STAGE****A. Gedich, A. Zykov, A. Lazdin**

General diagram of computational process engineering and analysis based on semi-graphical model is presented. Analysis of executable code is studied. Brief review of existing algorithms for restoring information about objects on stack is given. Some features, advantages and disadvantages of these algorithms are listed. Alternative approach that combines basic concepts described earlier, new solutions of existing problems and simplicity is described.

**Keywords:** computational process, verification, executable module, local variables and arguments of procedures.  
*Andrei Gedich* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, postgraduate, muzhedgehog@list.ru

*Anatoliy Zykov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Associate professor, PhD, zykov\_a\_g@mail.ru

*Arthur Lazdin* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Associate professor, PhD, lazdin@yandex.ru

**INFORMATION SYSTEMS INTEGRATION ON THE BASE OF LINKED DATA TECHNOLOGY****I. Semerkhanov, D. Mouromtsev**

The article deals with the method of computer systems integration using traditional relational data warehouse, based on technology of linked data. The issue of interoperability of these systems and the problems of their security are touched upon. For implementation of semantic interoperability it is proposed to use semantic technologies, in particular, RDF and RDF Schema data models, ontology description language OWL, query language SPARQL and a common approach for open linked data. R2RMapper software tool developed by the authors is considered intended for retrieval of information, stored in the relational database, into the semantic formats. The algorithm is represented which makes it possible to convert such information into a single information field accessible to all integrable systems.

**Keywords:** relational database integration, interoperability, RDF, OWL, RDFS, linked data.

*Ilya Semerkhanov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, postgraduate, i.semirkhanov@gmail.com

*Dmitry Mouromtsev* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Associate professor, PhD, dimour@mail.ru

**LASER AND BIOMEDICAL TECHNOLOGIES****HUMAN LOWER LIMBS INVESTIGATION DURING WALKING BY MEANS OF INERTIAL MOTION CAPTURE TECHNOLOGIES****A. Kuznetsov, V. Musalimov**

The work deals with the methods for the motion parameters measuring of the human locomotive system lower limbs. The main attention is given to walk cycle parameters studying. The technology of inertial motion capture is used. Experiments have been conducted on the study of human walking with the use of wireless measuring devices equipped with accelerometers. Methodology of the walk cycle parameters study is chosen and described. Also, attention is given to selecting method of measuring devices mounting places on the human body, using the experience of Turner Research and Development Child Orthopedic Institute (Saint Petersburg, Russian Federation). Movement phases configuration of the lower limbs during human walking is described, and comparison between movement phases and experimental data is shown.

**Keywords:** biomechanics, locomotive system, motion capture, wireless measurement devices.

*Artem Kuznetsov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, postgraduate; “Biotelemekhanika”, Ltd., Director, ak@smartsport.org

*Viktor Musalimov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Head of department, D.Sc., Professor, musvm@yandex.ru

**MATERIALS TECHNOLOGY AND NANOTECHNOLOGIES****PHOTOCHEMICALLY INDUCED LUMINESCENCE POLARIZATION OF CdSe/ZnS QUANTUM RODS IN POROUS MATRIX****M. Mukhina, V. Maslov, A. Baranov, A. Fedorov**

Selective photochemical reaction in initially disordered ensemble of quantum rods, embedded in porous matrix, under continuous irradiation with polarized light is carried out. Photochemical reaction resulted in an appearance of photoinduced anisotropy of the nanocrystals luminescence. A specific dark process of anisotropy relaxation lasting around 10 minutes is observed. This process is presumably induced by rotational diffusion of nanocrystals in pores of the matrix. A bi-exponential time dependence of quantum rod luminescence intensity in photochemical reaction is attributed to the development of two photoinduced processes: photoinduced luminescence enhancement and photooxidation.

**Keywords:** CdSe/ZnS quantum rods, photoinduced anisotropy, ordering, luminescence, porous matrixes.

*Maria Mukhina* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, engineer, mmuxina@gmail.com

*Vladimir Maslov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Professor, D.Sc., Professor, maslov04@bk.ru

*Alexander Baranov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Laboratory head, D.Sc., Professor, a\_v\_baranov@yahoo.com

*Anatoly Fedorov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department head, D.Sc., Professor, a\_v\_fedorov@inbox.ru

#### **THE EFFECT OF FULLERENE C<sub>60</sub> ON THE MECHANICAL BEHAVIOR OF EPOXY RESIN**

**D. Pikhurov, V. Zuev**

Fullerene C<sub>60</sub>/ epoxy polymers nanocomposites with different C<sub>60</sub> loading (0.01-0.12 wt.%) have been prepared. Mechanical testing shows that mechanical and toughening properties of composites are greatly improved. The addition of fullerene C<sub>60</sub> increased the modulus of elasticity and (up to 20%) and shock resistance nearly three times, but the glass transition temperature was unaffected. The measured shock resistance was also increased, from 38 to 115 kJ/m<sup>2</sup> with the addition of 0.12wt.% of fullerene C<sub>60</sub>. The toughening mechanism has been discussed. With the dielectric spectroscopy it is shown that the destruction mechanism changes are caused by the growth of intermolecular interactions of nanoparticle - matrix and, as a result, retardation of the molecular chains mobility in the polymer matrix.

**Keywords:** epoxy resins, fullerene C<sub>60</sub>, mechanical properties, shock resistance, dielectric properties.

*Dmitry Pikhurov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, student, Firus07@rambler.ru

*Vyacheslav Zuev* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Professor, D.Sc., zuev@hq.macro.ru

#### **INSTRUMENT-MAKING TECHNIQUE. ORGANIZATION OF PRODUCTION WELDS QUALITY CONTROL DURING WELDING BY MEANS OF ACOUSTIC EMISSION**

**A. Barinov, A. Fedorov, I. Kinzhagulov, D. Sergeev, A. Dorenskaya**

The article deals with the problem of welds quality control while welding process. A method of acoustic emission is suggested for quality control, with a set of possible methods for filtering signals. Analysis of the existing methods is done and the most informative ones are chosen on the base of it. Analysis methods of the obtained signals are represented: by the growth rate of the rising edge and the waveform. Information content of the chosen methods is confirmed experimentally. Experimentally obtained data are given showing the changes in signal characteristics in defects simulation (insert Ti, W) during welding.

**Keywords:** acoustic emission, analysis, welding, testing, waveform.

*Andrei Barinov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, postgraduate, sapok89@mail.ru

*Alexei Fedorov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Professor, afedor62@yandex.ru

*Igor Kinzhagulov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, postgraduate, kinzhiki@mail.ru

*Dmitry Sergeev* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, postgraduate, Dmt.sergeev@gmail.com

*Anna Dorenskaya* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, student, anka\_dorenskaya@mail.ru

#### **INFORMATION SECURITY METHODS AND SYSTEMS**

##### **VULNERABILITY ANALYSIS OF ROBOTIC SYSTEMS WITH SWARM INTELLIGENCE**

**I. Zikratov, E. Kozlova, T. Zikratova**

Information security issues for group mobile robotic systems with swarm intelligence are considered. Impact ways of the opposed party to a swarm algorithm are discussed. The numerical simulation of the possible information destructive effects on robotic swarms systems is done. The possibility of unique threat implementing to teams of robots - a swarm reflexive control from the attackers side – is shown. Demands to perspective mechanisms of information security support for swarm systems are justified.

**Keywords:** information security, robotic system, robots swarm, ant algorithm, group robotics, vulnerability, attack.

*Igor Zikratov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department head, D.Sc., Professor, igzikratov@yandex.ru, zikratov@cit.ifmo.ru

*Ekaterina Kozlova* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, student, kekvlad@cit.ifmo.ru

*Tatyana Zikratova* – Naval Educational and Scientific Center “Naval Academy”, Pushkin, lecturer, ztv64@mail.ru

**A METHOD FOR INTEGRATED ASSESSMENT AND ANALYSIS OF REGIONAL SOCIO-ECONOMIC SYSTEM GLOBAL SECURITY BASED ON COGNITIVE MODELING****A. Masloboev**

A method for integrated assessment of regional socio-economic system security based on global security integral index synthesis and analysis has been proposed for adaptive management trajectories synthesis problem-solving of the region, adequate to regional development strategies. The method provides a possibility to formalization and computational solution of complex loosely-structured dynamic systems risk-sustainable development trajectories synthesis problems within the multidimensional criteria space on the basis of cognitive modeling.

**Keywords:** simulation, integrated assessment, management, global security, information and analytical support, socio-economic system, regional development.

*Andrei Masloboev* – Institute for Informatics and Mathematical Modeling of Technological Processes Kola Science Center of the Russian Academy of Sciences, senior research fellow; Kola Branch of Petrozavodsk State University, Department head, PhD, Associate professor, [masloboev@iimm.kolasc.net.ru](mailto:masloboev@iimm.kolasc.net.ru)

**NEW TECHNOLOGIES IN EDUCATION****EXPERIMENTAL LEARNING METHOD OF SPRING PENDULUM DAMPED OSCILLATIONS ON AN INCLINED PLANE****O. Revinskaya, N. Kravchenko**

The article deals with laboratory research model for damped oscillations of a spring pendulum on the inclined plane in the presence of sliding friction in system. This model is an example of non-exponential nature of the harmonic oscillations attenuation which explanation is possible within a general physics course. It is shown that oscillations of such pendulum take place with the constant frequency, equal to own fluctuations of a spring pendulum, meanwhile oscillation amplitude decreases by identical size every half-period. On the basis of the offered research technique it is possible to define the sliding friction force. The offered didactic model is realized in the form of two laboratory works: computer and natural. The works promote expansion of students' representations about research methods of damping oscillations in systems with various nature of the environment resistance.

**Keywords:** physical model, spring pendulum, inclined plane, damped oscillations, computer laboratory work, natural laboratory work.

*Olga Revinskaya* – National Research Tomsk Polytechnic University, Laboratory head, PhD, Associate professor, [ogr@tpu.ru](mailto:ogr@tpu.ru)

*Nadezhda Kravchenko* – National Research Tomsk Polytechnic University, Associate professor, PhD, Associate professor, [KravchenkoNS@tpu.ru](mailto:KravchenkoNS@tpu.ru)

**BRIEF REPORTS****THE INFLUENCE OF COMPLEX FORMATION EFFECT BETWEEN POLYSILANE AND FULLERENE C<sub>60</sub> ON THE ABSORBANCE SPECTRA AND OPTICAL LIMITING****V. Zuev, S. Bronnikov, S. Kostromin, S. Serov, S. Likhomanova, M. Borkovsky, N. Kamanina**

The concentration dependence of absorbance of polymethylphenylsilane (PMPS) /fullerene C<sub>60</sub> solution has been studied. It is shown that at fullerene C<sub>60</sub> doping more than 0.8wt.%, the absorbance shows the bathochromic shift, proving PMPS and fullerene C<sub>60</sub> complex formation. This complex can be used as optical limiting medium in visible range.

**Keywords:** fullerene C<sub>60</sub>, polymethylphenylsilane, absorbance spectra, optical limiting.

*Vyacheslav Zuev* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Professor, D.Sc., [zuev@hq.macro.ru](mailto:zuev@hq.macro.ru)

*Sergei Bronnikov* – Russian Academy of Sciences, Institute of Macromolecular Compounds, Laboratory head, D.Sc., Professor, [bronnik@hq.macro.ru](mailto:bronnik@hq.macro.ru)

*Sergei Kostromin* – Russian Academy of Sciences, Institute of Macromolecular Compounds, scientific researcher, PhD, [k-serg-v@mail.ru](mailto:k-serg-v@mail.ru)

*Sergei Serov* – Vavilov State Optical Institute, PLC, scientific researcher, [0kauri0@gmail.com](mailto:0kauri0@gmail.com)

*Svetlana Likhomanova* - Vavilov State Optical Institute, PLC, junior scientific researcher; Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, postgraduate, [lsv-87@bk.ru](mailto:lsv-87@bk.ru)

*Mikhail Borkovsky* – Vavilov State Optical Institute, PLC, junior scientific researcher; Saint Petersburg Polytechnic University, student, [barik8991@mail.ru](mailto:barik8991@mail.ru)

*Natalia Kamanina* – Vavilov State Optical Institute, PLC, Section head; Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Professor, [nvkamanina@mail.ru](mailto:nvkamanina@mail.ru)

**ON PROJECTILE AERODYNAMICS FOR A SLING****Yu. Ganziy, N. Mityukov**

The article deals with flow simulation of a projectile for a sling in ANSYS CFX, aerodynamic parameters of the rotating projectile are determined in the speed range of 0-50 m/s and the angular velocity of 0-15 1/s. It is shown

that the structure of the medieval slings was to ensure minimal projectile twisting, and the speed range probably did not exceed 40-50 m/s.

**Keywords:** mathematical modeling, drag, side force, reconstruction, sling, projectile.

*Yulia Ganziy* – Izhevsk State Technical University, postgraduate; Kama Institute of Humanitarian and Engineering Technologies, senior lecturer, Nico02@mail.ru

*Nikolai Mityukov* – Izhevsk State Technical University, Professor; Kama Institute of Humanitarian and Engineering Technologies, Professor, D.Sc., Associate professor, Nico02@mail.ru

#### **URGENT COMPUTING FOR SCHEDULING AND DISPATCHING OF PUBLIC CONVEYANCES**

**T. Tchurov, K. Knyazkov, S. Ivanov, A. Doukhanov, A. Boukhanovsky**

Urgent computing platform for operational forecast and traffic optimization is announced for St. Petersburg public conveyances control.

**Keywords:** traffic flows, agent-based modeling, cloud computing.

*Timofei Tchurov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, postgraduate; eScience Research Institute, junior researcher, tchurovtim@gmail.com

*Konstantin Knyazkov* - Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, junior researcher at eScience Research Institute, PhD, constantinvk@gmail.com

*Sergei Ivanov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, senior researcher, PhD, svivanov@mail.ifmo.ru

*Alexei Doukhanov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, senior researcher, PhD, Associate professor, dukhanov@niuitmo.ru

*Alexander Boukhanovsky* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department head, D.Sc., Professor, Avb\_mail@mail.ru

#### **SIMULATION OF PROTEINS CONFORMATIONAL-BASED FEATURES FOR RATIONAL DRUG DESIGN BY CLAVIRE CLOUD ENVIRONMENT**

**D. Spelnikov, Yu. Porozov, V. Maslov, A. Boukhanovsky**

CLAVIRE-based cloud simulation environment is announced for computational support of rational drug design on the base of recombinant proteins.

**Keywords:** drug simulation, conformational mobility, docking.

*Dmitry Spelnikov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, junior scientific researcher, pilule@ya.ru

*Yuri Porozov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Associate professor, PhD, porozov@ifc.cnr.it

*Vladimir Maslov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, leading scientific researcher, D.Sc., maslov04@bk.ru

*Alexander Boukhanovsky* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department head, D.Sc., Professor, Avb\_mail@mail.ru

#### **AUTOMATIC METHOD OF THE MOLECULAR MECHANICAL POTENTIALS DETERMINATION FOR COARSE-GRAINED REPRESENTATION OF THE MOLECULAR SYSTEM**

**A. Svitenkov, E. Bolgova, V. Maslov, A. Boukhanovsky**

The article deals with multipurpose automatic method of the molecular mechanical potentials determination based on quantum-chemistry. Common problems of classical molecular mechanical potentials application are described. Suggested method is advisable in the cases if these problems are intricate or potentially inaccurate. It also gives the possibility to increase comparability of modeling results.

**Keywords:** molecular system, molecular dynamic potentials, quantum chemistry.

*Andrei Svitenkov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, engineer, svitenkov@yandex.ru

*Ekaterina Bolgova* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, junior researcher, katerina.bolgova@gmail.com

*Vladimir Maslov* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, leading scientific researcher, D.Sc., maslov04@bk.ru

*Alexander Boukhanovsky* – Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department head, D.Sc., Professor, Avb\_mail@mail.ru