

## ОБЗОРНАЯ СТАТЬЯ

Методы визуализации вихревых течений в вычислительной газовой динамике и их применение при решении прикладных задач

Волков К.Н. 1

## ФОТОНИКА И ОПТОИНФОРМАТИКА

Точечный источник в слоистой среде с метаматериалами: подход рекуррентных соотношений  
Динамическое оценивание параметров интерферометрических сигналов на основе последовательного метода Монте-Карло

Правдин К.В., Попов И.Ю. 11  
Вольнский М.А., Гуров И.П., Ермолаев П.А., Скаков П.С. 18

## ОПТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ И ТЕХНОЛОГИИ

Применение метода секционирования в эллипсометрии неоднородных отражающих систем

Горляк А.Н., Солонуха В.М., Храмовский И.А. 24

## АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ И РОБОТОТЕХНИКА

Построение модели доверия и репутации к объектам мультиагентных робототехнических систем с децентрализованным управлением  
Интервальный наблюдатель для модели биологического реактора

Зикратов И.А., Зикратова Т.В., Лебедев И.С., Гуртов А.В. 30  
Харьковская Т.А., Кремлев А.С., Сабирова Д.М., Ефимов Д.В., Раисси Т. 39

Синтез оптимального управления прецизионным электроприводом с гарантированной степенью устойчивости

Абдуллин А.А., Дроздов В.Н., Плотицын А.А. 46

## НОВЫЕ МАТЕРИАЛЫ И НАНОТЕХНОЛОГИИ

Нелинейно-оптический молекулярный кристалл на базе 2,6-diaminopyridine: синтез, характеристика

Павловец И.М., Фокина М.И., Драгута С.И., Тимофеева Т.В., Денисюк И.Ю. 52

Термоэлектрические свойства твердого раствора  $Mg_2Si_{0.3}Sn_{0.7}$  p-типа, полученного методом горячего прессования

Исаченко Г.Н., Бочков Л.В., Самулин А.Ю., Федоров М.И., Булат Л.П., Гуриева Е.А., Шик А. 57

Исследование возможности выращивания объемных кристаллов карбида кремния политипа 3С для силовых приборов

Булат П.В., Лебедев А.А., Макаров Ю.Н. 64

Модификация приповерхностных слоев силикатных стекол при электронном облучении

Брунов В.С., Подсвилов О.А., Сидоров А.И., Чураев Д.В. 70

Люминесцентные свойства силикатных стекол с ионами церия и сурьмы  
Исследование теплостойких свойств композитного материала жидкое стекло—микрочастицы графита

Клыкова А.М., Сидоров А.И., Шахвердов Т.А. 76  
Гостев В.А., Питухин Е.А., Устинов А.С., Яковлева Д.А. 81

## КОМПЬЮТЕРНЫЕ СИСТЕМЫ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Формирование штрих-кода по изображениям лиц на основе градиентов яркости  
Параметрическая оптимизация структуры консолидирующего решения в биометрических системах идентификации личности  
Вычисление матриц Мерсенна и Адамара методом Скарпи

Кухарев Г.А., Матвеев Ю.Н., Щеголева Н.Л., Тимофеев А.В. 88 96

Балонин Н.А., Балонин Ю.Н., Сергеев М.Б. 103

## ТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ И ТЕХНОЛОГИИ

Исследование напряженного состояния деталей из алюминий-магниевого и алюминиевого деформируемых сплавов при ротационной вытяжке  
Высотные зависимости температуры изотермического космического объекта сферической формы

Леонов Д.Б., Васильков С.Д., Иванов А.Ю. 112

Дзитов А.М., Лаповок Е.В., Ханков С.И. 117

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Метод визуализации метаграфа  
Аналитическое и модельное исследование активного полупроводникового преобразователя в системах электропривода

Штогрин Е.С., Кривенко А.С. 124  
Герман-Галкин С.Г., Звездевич З.Ч., Поляков Н.А. 131

Компьютерное моделирование при изучении физических процессов в тлеющем разряде в воздушной смеси при низких давлениях

Чернышева М.В., Марек В.П., Чирцов А.С., Швагер Д.А. 140

Исследование статистических характеристик ошибок предсказания значений интерферометрического сигнала в алгоритме нелинейной фильтрации Калмана

Дмитриева Е.Л., Гуров И.П. 149

Разработка программного обеспечения визуализации процедуры многомерной оптимизации функциональных показателей технологического процесса

Зубкова Т.М., Ишакова Е.Н., Токарева М.А. 156

## ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБРАЗОВАНИИ

Применение метаситуационного моделирования для описания социально-экономических процессов в сфере образования

Конев К.А., Шакирова Г.Р. 163

## КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Компонентная архитектура системы доступа к веб-сервисам

Дергачев А.М., Дергачев А.А. 172

---

---

Главный редактор – В.О. Никифоров<sup>1</sup>, д.т.н., профессор

**МЕЖДУНАРОДНЫЙ РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ**

**Denis Efimov**, HDR, charge de recherche 1ere grade, Institut national de recherche en informatique et en automatique, Villeneuve-d'Ascq, France

**Yurii Gun'ko**, PhD, Professor, School of Chemistry, Trinity College Dublin, Dublin, Ireland

**Yuri Kivshar**, FAA, Distinguished Professor, Australian National University, Canberra, Australia

**Ilya Kolmanovsky**, PhD, Full Professor, University of Michigan, Ann Arbor, USA

**Konstantin R. Simovski**, Dr. Sci. Full Professor, Aalto University, Aalto, Finland

**Peter Sloot**, PhD, Professor, University of Amsterdam, Amsterdam, Netherlands

**Mart Tamre**, Doctor's Degree, Professor, Tallinn University of Technology, Tallinn, Estonia

**Tatiana Timofeeva**, PhD, Associate Professor, New Mexico Highlands University, Las Vegas, USA

**РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ**

**А.А. Бобцов**<sup>1</sup>, д.т.н., профессор

**А.В. Бухановский**<sup>1</sup>, д.т.н.

**Ю.А. Гатчин**<sup>1</sup>, д.т.н., профессор

**Н.Ф. Гусарова**<sup>1</sup>, к.т.н., с.н.с. (редактор)

**Н.С. Кармановский**<sup>1</sup>, к.т.н., доцент

(заместитель главного редактора)

**Ю.Л. Колесников**<sup>1</sup>, д. ф.-м.н., профессор

**С.А. Козлов**<sup>1</sup>, д.ф.-м.н., профессор

**А.Г. Коробейников**<sup>2</sup>, д.т.н., профессор

**Л.С. Лисицына**<sup>1</sup>, д.т.н., доцент

**В.Г. Мельников**<sup>1</sup>, д.т.н., доцент

**Н.В. Никоноров**<sup>1</sup>, д.т.н., профессор

**А.А. Ожиганов**<sup>1</sup>, д.т.н., профессор

**Н.Н. Розанов**<sup>3</sup>, д.ф.-м.н., профессор, чл.-корр. РАН

**И.Г. Сидоркина**<sup>4</sup>, д.т.н., профессор

**О.А. Степанов**<sup>6</sup>, д.т.н., профессор

**А.А. Шальто**<sup>1</sup>, д.т.н., профессор

**Ю.Г. Якушенков**<sup>5</sup>, д.т.н., профессор

Ответственный секретарь – Г.О. Артемова<sup>1</sup>, к.т.н.

<sup>1</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> Санкт-Петербургский филиал Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова Российской академии наук (СПбФ ИЗМИРАН), Санкт-Петербург, Россия

<sup>3</sup> ОАО «Государственный оптический институт (ГОИ) им. С.И. Вавилова», Санкт-Петербург, Россия

<sup>4</sup> Поволжский государственный технологический университет, Йошкар-Ола, Россия

<sup>5</sup> Московский государственный университет геодезии и картографии (МИИГАиК), Москва, Россия

<sup>6</sup> ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург, Россия

Журнал издается Университетом ИТМО с 2001 года как периодическое научное и научно-образовательное издание.

Прежние названия журнала: «Научно-технический вестник Санкт-Петербургского государственного института точной механики и оптики (технического университета)» – до 11 выпуска 2003 года; «Научно-технический вестник Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики» – с 12 выпуска 2004 года по 76 выпуск 2011 года.

Издание зарегистрировано в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (свидетельство ПИ ФС77-47243 от 10 ноября 2011 года).

ISSN 2226-1494

Англоязычное название: «Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics».

Транслитерированное название: «Nauchno-Tekhnicheskii Vestnik Informatsionnykh Tekhnologii, Mekhaniki i Optiki».

Журнал включен в каталог периодических изданий Ulrich's Periodical Directory.

Журнал входит в утвержденный Высшей Аттестационной комиссией «Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, выпускаемых в Российской Федерации, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук».

Периодичность издания – 6 выпусков в год.

**Плата за публикации не взимается.**

Адрес: 197101, Россия, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., д. 49, Университет ИТМО, оф. 330

Телефон/факс (812) 233 45 51 <http://ntv.ifmo.ru> e-mail: [karmanov@mail.ifmo.ru](mailto:karmanov@mail.ifmo.ru)

---

Подписано к печати 01.05.2014 Тираж 350 экз. Заказ № 39(91)

Отпечатано в учреждении «Университетские телекоммуникации»  
Адрес: 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49

---

## РЕДАКЦИОННАЯ ПОЛИТИКА

Редакция принимает к рассмотрению оригинальные, нигде ранее не опубликованные (за исключением материалов научных конференций) работы по тематике журнала, представляющие новые научные результаты, полученные лично авторами статьи. Публикуются также обзоры, характеризующие современное состояние актуальных направлений развития науки и техники, сообщения о научных конференциях, материалы научных дискуссий и рецензии на новые книги.

**Тематика журнала** включает разделы, отражающие достижения науки, техники и технологии по направлениям:

- фотоника и оптоинформатика (Photonics and Optoinformatics),
- оптические системы и технологии (Optical Engineering),
- автоматическое управление и робототехника (Automatic Control and Robotics),
- новые материалы и нанотехнологии (Material Science and Nanotechnologies),
- компьютерные системы, информационные технологии (Computer Science),
- технические системы и технологии (Engineering and Technologies),
- математическое и компьютерное моделирование (Modeling and Simulation),
- информационные технологии в образовании (Information Technologies in Education).

Представленные для публикации авторские материалы должны соответствовать следующим требованиям: актуальность темы, научная новизна исследования, оригинальность исследовательской проблемы и примененных методов исследования, высокая научная и практическая значимость полученных результатов.

Редакция в своей текущей деятельности руководствуется принципами журнальной этики (подробно см. <http://ntv.ifmo.ru>). Редакция самостоятельно принимает решение о порядке и сроках опубликования статей, исходя из их научной значимости, тематики каждого выпуска, качества предварительной подготовки рукописей.

Все статьи проходят процедуру рецензирования. После ее завершения автору направляется письменный текст рецензии и экземпляр рукописи с замечаниями рецензента и научного редактора для доработки. При опубликовании статьи указываются даты ее поступления и последующих переработок.

Редакция вправе отказать в публикации статьи на основании результатов рецензирования, несоответствия материала статьи тематике журнала, а также при неудовлетворительном качестве оформления представленных материалов.

Журнал публикует как полнотекстовые статьи, так и краткие сообщения.

**Полнотекстовая статья** должна иметь четкую структуру, включающую в себя аннотацию, ключевые слова, введение, несколько содержательных разделов и заключение.

**В аннотации**, рассчитанной на самый широкий круг читателей, необходимо в объеме **150-250** слов в форме краткого реферата изложить научное содержание статьи: предмет, цель работы, метод или методология проведения работы, краткое описание эксперимента, полученные результаты, рекомендации по их применению.

**Во введении** необходимо представить содержательную постановку рассматриваемого вопроса, провести краткий анализ известных из научной литературы решений (со ссылками на источники), дать критику их недостатков, показать научную новизну и преимущество (особенности) предлагаемого подхода.

**В основном тексте** статьи должна быть представлена строгая постановка решаемой задачи, изложены и обстоятельно разъяснены (доказаны) полученные утверждения и выводы, приведены результаты экспериментальных исследований или математического моделирования, иллюстрирующие сделанные утверждения. Основной текст статьи должен быть разбит на содержательные разделы.

**В заключении** необходимо кратко сформулировать основные результаты, прокомментировать их и, если возможно, указать направления дальнейших исследований и области применения.

Максимальный объем полнотекстовой статьи – 8 страниц машинописного текста (с рисунками и таблицами), шрифт 12 pt, один интервал.

**Статья в форме краткого сообщения** предназначена для того, чтобы в сжатые сроки и кратко информировать научное сообщество о новых научных результатах, полученных автором. Объем краткого сообщения – до 3 страниц, шрифт 12 pt, один интервал. Объем аннотации 50-100 слов. Рубрикация текста не требуется.

**Пристатейный список литературы** должен составлять, как правило, для обзорной статьи – не менее 50, для полнотекстовой статьи – не менее 15, для краткого сообщения - не менее 8 литературных источников (не менее половины из них должны составлять ссылки на издания, включенные в международные базы цитирования Scopus и Web of Science).

# SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

OF INFORMATION TECHNOLOGIES, MECHANICS AND OPTICS



MAY-JUNE 2014

NUMBER 3 (91)

ISSN 2226-1494

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

## REVIEW ARTICLE

Visualization methods of vortical flows in computational fluid dynamics and their applications *K.N. Volkov* 1

## PHOTONICS AND OPTOINFORMATICS

Point source in the layered medium with metamaterials: method of recurrent relations *K.V. Pravdin, I.Yu. Popov* 11

Dynamic parameters estimation of interferometric signals based on sequential Monte Carlo method *M.A. Volynsky, I.P. Gurov, P.A. Ermolaev, P.S. Skakov* 18

## OPTICAL ENGINEERING

Sectioning method application at ellipsometry of inhomogeneous reflection systems *A.N. Gorlyak, V.M. Solonukha, I.A. Khramtsovky* 24

## AUTOMATIC CONTROL AND ROBOTICS

Trust and reputation model design for objects of multi-agent robotics systems with decentralized control *I.A. Zikratov, T.V. Zikratova, I.S. Lebedev, A.V. Gurtov* 30

Interval observer for a biological reactor model *T.A. Kharkovskaya, A.S. Kremlev, D.M. Sabirova, D.V. Efimov, T. Raissi* 39

Optimal control system for precision electric drive with guaranteed degree of stability *A.A. Abdullin, V.N. Drozdov, A.A. Plotitsyn* 46

Optimal control system for precision electric drive with guaranteed degree of stability *A.A. Abdullin, V.N. Drozdov, A.A. Plotitsyn* 46

## MATERIAL SCIENCE AND NANOTECHNOLOGIES

Nonlinear optical molecular crystal based on 2,6-Diaminopyridine: synthesis and characterization *I.M. Pavlovets, M.I. Fokina, S.I. Draguta, T.V. Timofeeva, I.Yu. Denisyyuk* 52

Thermoelectric properties of hot-pressed p-type  $Mg_2Si_{0.3}Sn_{0.7}$  solid solution *G.N. Isachenko, L.V. Bochkov, A.Yu. Samunin, M.I. Fedorov, L.P. Bulat, E.A. Gurieva, A. Shik* 57

Possibility research for silicon carbide bulk crystals growth of 3C polytype for power devices *P.V. Bulat, A.A. Lebedev, Yu.N. Makarov* 64

Modification of surface layers for silicate glasses by electron irradiation *V.S. Brunov, O.A. Podsvirov, A.I. Sidorov, D.V. Churaev* 70

Luminescent properties of silicate glasses with cerium ions and antimony *A.M. Klykova, A.I. Sidorov, T.A. Shakhverdov* 76

Thermal insulation properties research of the composite material *V.A. Gostev, E.A. Pituhin, A.S. Ustinov, D.A. Yakovleva* 81

water glass-graphite microparticles *D.A. Yakovleva* 81

УДК 532.529

**МЕТОДЫ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ВИХРЕВЫХ ТЕЧЕНИЙ  
В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКЕ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ  
ПРИ РЕШЕНИИ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ<sup>1</sup>**К.Н. Волков<sup>a,b</sup><sup>a</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия;<sup>b</sup> Университет Кингстона, Лондон, Великобритания, k.volkov@kingston.ac.uk

Рассматриваются концепции и методы визуального представления результатов численных исследований задач механики жидкости и газа. Трехмерность моделируемого нестационарного течения создает существенные трудности для визуального представления результатов, затрудняя контроль и понимание численных данных, а также работу и обмен с полученной информацией о поле течения. Обсуждаются подходы к визуализации вихревых течений с использованием градиентов основных и производных скалярных и векторных полей. Дается обзор методов визуализации вихревых течений, использующих различные определения вихря и критерии его идентификации. Приводятся примеры визуализации решений ряда задач газовой динамики, связанных с расчетами течений в струях и в кавернах. Развиваются представления о вихревой структуре свободной неизотермической струи и формировании когерентных вихревых структур в слое смешения. Проводится анализ закономерностей формирования пространственных потоков внутри крупномасштабных вихревых структур в пределах замкнутого пространства кубической каверны с подвижной стенкой. На основе численных расчетов находятся особые точки вихревого течения жидкости в кубической каверне, определяется их тип и местоположение в зависимости от числа Рейнольдса. Расчеты проводятся с использованием подробных сеток и современных подходов к моделированию вихревых течений (прямое численное моделирование и моделирование крупных вихрей). Для визуального представления результатов численного моделирования применяется парадигма графического программирования и виртуальная среда COVISE. Приложение, реализующее визуализацию задачи, представляется в виде сети, звеньями которой являются модули, каждый из которых предназначен для решения специфической задачи. Взаимодействие между модулями осуществляется при помощи входных и выходных портов (прием и передача данных), что позволяет использовать различные устройства ввода и вывода данных.

**Ключевые слова:** научная визуализация, вычислительная газовая динамика, вихрь, турбулентность, струя, каверна.

**VISUALIZATION METHODS OF VORTICAL FLOWS IN COMPUTATIONAL  
FLUID DYNAMICS AND THEIR APPLICATIONS<sup>1</sup>**K.N. Volkov<sup>a,b</sup><sup>a</sup> ITMO University, Saint Petersburg, Russia<sup>b</sup> Kingston University, London, United Kingdom, k.volkov@kingston.ac.uk

The paper deals with conceptions and methods for visual representation of research numerical results in the problems of fluid mechanics and gas. The three-dimensional nature of unsteady flow being simulated creates significant difficulties for the visual representation of results. It complicates control and understanding of numerical data, and exchange and processing of obtained information about the flow field. Approaches to vortical flows visualization with the usage of gradients of primary and secondary scalar and vector fields are discussed. An overview of visualization techniques for vortical flows using different definitions of the vortex and its identification criteria is given. Visualization examples for some solutions of gas dynamics problems related to calculations of jets and cavity flows are presented. Ideas of the vortical structure of the free non-isothermal jet and the formation of coherent vortex structures in the mixing layer are developed. Analysis of formation patterns for spatial flows inside large-scale vortical structures within the enclosed space of the cubic lid-driven cavity is performed. The singular points of the vortex flow in a cubic lid-driven cavity are found based on the results of numerical simulation; their type and location are identified depending on the Reynolds number. Calculations are performed with fine meshes and modern approaches to the simulation of vortical flows (direct numerical simulation and large-eddy simulation). Paradigm of graphical programming and COVISE virtual environment are used for the visual representation of computational results. Application that implements the visualization of the problem is represented as a network which links are modules and each of them is designed to solve a case-specific problem. Interaction between modules is carried out by the input and output ports (data receipt and data transfer) giving the possibility to use various input and output devices.

**Keywords:** scientific visualization, computational fluid dynamics, vortex, turbulence, jet, cavity.

<sup>1</sup> Исследования частично поддержаны Акцией исследовательской инфраструктуры Европейского Сообщества (грант VISIONAIR 262044), программа 7-го раздела (FP7/2007-2013).

<sup>1</sup> The research leading to these results has been partially supported by the European Community's Research Infrastructure Action (grant agreement VISIONAIR 262044) under the 7th Framework Programme (FP7/2007-2013).

**Введение**

Визуализация в вычислительной газовой динамике (Computational Fluid Dynamics, CFD) представляет собой заключительный этап моделирования (рис. 1), необходимый для анализа структуры течения и выяснения механизмов переноса в потоках жидкости и газа [1, 2]. Вычислительный процесс предоставляет информацию о полях скорости, давления и температуры, а также о распределениях переносимых величин, изменяющихся во времени.

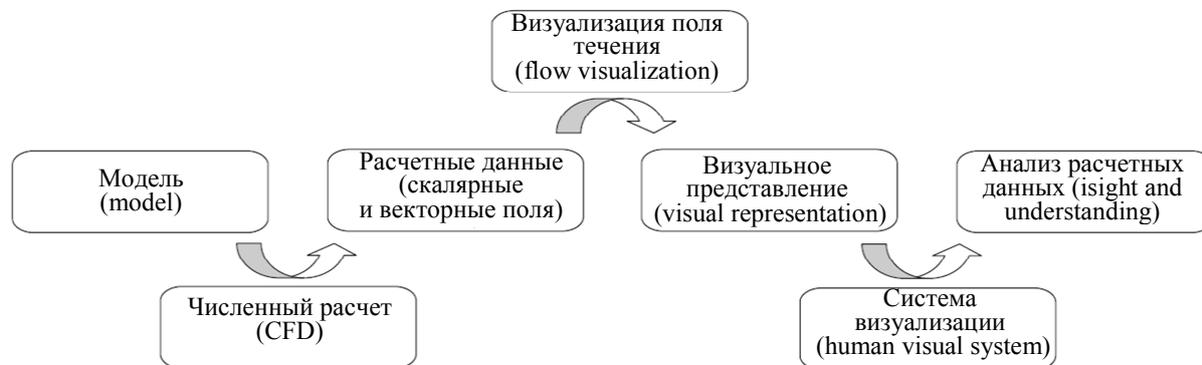


Рис. 1. Основные этапы численного моделирования

Методы графического представления моделируемых течений развиваются на основе опыта экспериментального наблюдения течений жидкости и газа, визуализируемых за счет введения красящих добавок, инъекции струек дыма, гелиевых пузырьков или механических включений в движущуюся среду с использованием оптических методов наблюдения. Применяются традиционные способы построения линий тока и траектории отмеченных частиц, а для выделения зон резкого изменения давления в заданных областях течения – приемы специальной фототехники.

Полученные в расчетах данные существуют в виде полей скалярных или векторных величин (рис. 2). Изображение линий уровня и заливка цветом, использование стрелок со своим масштабом и направлением, соответствующим представляемой векторной величине, и построение линий тока представляют собой графические технологии, наиболее широко используемые для изображения результатов расчетов. Программные средства визуализации позволяют создавать цветные картины полей течений с разными палитрами и имитацией прозрачности выделенных объектов. Использование цветных карт с переменными палитрами позволяет ориентироваться в структуре моделируемого течения при обработке результатов [3].

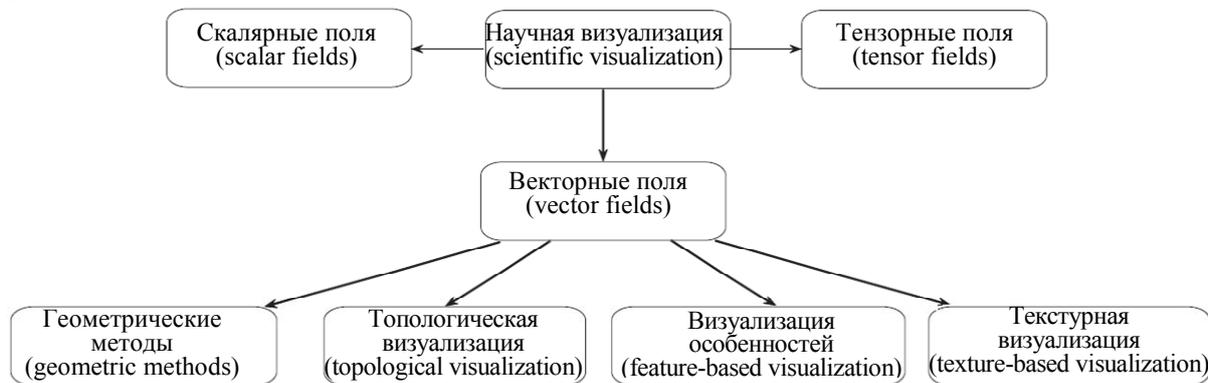


Рис. 2. Визуализация расчетных данных

Геометрические методы основаны на численном интегрировании системы обыкновенных дифференциальных уравнений, позволяя построить линии тока или траектории частиц жидкости (streamlines, pathlines). Основная проблема состоит в выборе достаточного количества точек, необходимых для визуализации картины течения. На практике такой выбор делается как интерактивным способом, так и автоматически при помощи анализа плотности интегральных кривых [4] или триангуляции Делоне [5]. Имеющиеся подходы ограничиваются стационарными двумерными течениями или трехмерными течениями с периодической структурой в одном из пространственных направлений [6, 7]. Для визуализации стационарных трехмерных векторных полей применяются интегральные поверхности [8] с применением адаптивных подходов [9]. Двухшаговые подходы к визуализации нестационарных трехмерных векторных полей на структурированных сетках предлагаются в работе [10], а на неструктурированных сетках – в работе [11]. В стационарном поле течения методы построения интегральных поверхностей оказываются

ся в 10 раз более затратными с вычислительной точки зрения, чем методы генерации интегральных кривых, а в нестационарном случае — в 100–1000 раз.

В топологических подходах векторное поле течения представляется в виде набора линий тока, что позволяет определить локальное направление потока и найти критические точки, а также другие сингулярности. При этом тип критической точки определяет локальную картину течения в ее окрестности. Тип критической точки зависит от собственных чисел якобиана [12] (комплексные собственные числа соответствуют вращению, положительная вещественная часть – источнику, отрицательная вещественная часть – стоку).

Методы визуализации особенностей течения позволяют идентифицировать вихревые структуры и вихревые линии, а также линии отрыва и присоединения потока, основываясь на тех или иных определениях и критериях. Для визуализации вихревых областей потока используются пороговые значения давления и завихренности [3].

В отличие от геометрических и топологических подходов, в которых проводится анализ отдельных точек, линий или поверхностей, в текстурных подходах визуализируется общая картина течения, что делает их близкими к методам экспериментальной визуализации [13]. Визуализация производится при помощи вычисления свертки векторного поля скорости и белого шума (интегрирование выполняется вдоль линий тока). Результаты расчетов интегралов (line integral convolution, LIC) нормализуются, что позволяет определить яркость и контраст каждого пикселя. Для улучшения качества визуализации находят применение специальные фильтры [14, 15], а для визуализации нестационарных течений – подвижные текстуры [16] и методы объемного рендеринга [17].

В настоящей работе обсуждаются подходы к визуализации вихревых течений, основанные на использовании градиентов основных и производных скалярных и векторных полей. Идентификация вихрей проводится по признаку распределения различных величин (нормированная спиральность, критерий  $Q$ , критерий  $\lambda_2$ , критерий  $\Delta$ ) в области формирования вихревой линии или вихревой области течения. На основе вторичных векторных и скалярных полей создаются геометрические объекты (линии уровня, изоповерхности), дающие представление о вихревой структуре потока. Приводятся примеры визуального представления решений ряда задач газовой динамики, связанных с расчетами течений в струях и кавернах.

### Методы визуализации вихревых течений

Вихрь определяется как область течения, в которой существует значительный уровень завихренности, или как область течения, в которой линии тока являются замкнутыми или спиралевидными [18–20]. В другом подходе для определения центра вихря находится минимум давления [21]. Приведенные определения не являются универсальными, и имеются простые примеры вихревых течений, противоречащие этим определениям [18–21].

Существуют различные подходы к визуализации вихревых течений, использующие то или иное определение вихря и критерии его идентификации, в частности, метод спиральности (helicity method) [22], метод параметра закрутки (swirlparameter method) [23], методы, основанные на использовании критерия  $Q$  [24], критерия  $\Delta$  [25] и их модификаций [26],  $\lambda_2$ -метод ( $\lambda_2$ -method) [20], метод предиктора–корректора (predictor–corrector method) [27], метод собственных векторов (eigen vector method) [28], метод параллельных векторов (parallel vector method) [29], метод максимальной завихренности (maximum vorticity method) [30], метод линий тока (streamline method) [31], комбинаторный метод (combinatorial method) [32]. Классификация методов визуализации вихревых течений, данная в таблице, проводится в зависимости от того, каким способом определяется вихрь (в области или на линии), является ли метод инвариантным по отношению к преобразованию системы координат, носит подход локальный или глобальный характер.

Метод	Область/Линия	Инвариантность	Локальный/Глобальный
Метод спиральности	Линия	Нет	Локальный
Метод параметра закрутки	Область	Нет	Локальный
Метод $\lambda_2$	Область	Да	Локальный
Метод предиктора–корректора	Линия	Да	Глобальный
Метод собственных векторов	Линия	Нет	Локальный
Метод параллельных векторов	Линия	Нет	Локальный
Метод максимальной завихренности	Линия	Да	Локальный
Метод линий тока	Область	Нет	Глобальный
Комбинаторный метод	Область	Нет	Локальный

Таблица. Методы идентификации вихревых течений

Вихрь определяется либо линией (определение вихря дает положение его центра), либо областью течения (определение вихря позволяет определить узлы или ячейки сетки, занятые вихрем). На практике

методы идентификации вихрей в области течения или ее части оказываются легче реализуемыми, не требуя нахождения точек пересечения вихревых линий с ячейками сетками.

В большинстве подходов предполагается, что течение либо является стационарным, либо вихри перемещаются со скоростью, много меньшей средней скорости движения частиц жидкости. Для идентификации вихрей в нестационарном поле течения необходимо, чтобы метод удовлетворял условию инвариантности (Galilean invariance).

Процесс идентификации вихрей носит локальный или глобальный характер. Локальные методы используют информацию из некоторой окрестности ячейки сетки (подходы, основанные на преобразовании тензора градиента скорости). В глобальных подходах для идентификации вихрей требуется перебор большого числа ячеек сетки (подходы, основанные на использовании линий тока или вихревых линий).

### Критерии идентификации вихрей

В трехмерных течениях с гладким полем скорости  $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$  критерием, инвариантным к преобразованиям, является тензор градиента скорости (velocity gradient tensor) [24]:

$$J = \nabla \mathbf{v} = S + \Omega, \quad S = \frac{1}{2} [\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^*], \quad \Omega = \frac{1}{2} [\nabla \mathbf{v} - (\nabla \mathbf{v})^*],$$

где  $S$  – тензор скоростей деформаций (strain rate tensor),  $\Omega$  – тензор завихренности (vorticity tensor). Звездочка относится к сопряженному тензору.

Одним из критериев, используемых для идентификации вихревых течений, является  $Q$ -критерий ( $Q$ -criterion), предложенный в работе [24]:

$$Q = \frac{1}{2} (|\Omega|^2 - |S|^2).$$

Вихрь определяется как область течения, в которой выполняется неравенство  $Q > 0$  (область течения, в которой норма тензора завихренности превышает норму тензора скоростей деформаций, а вращение доминирует над вязким сдвигом).

Дельта-критерий ( $\Delta$ -criterion), предложенный в работе [25], дается соотношением

$$\Delta = \left(\frac{Q}{3}\right)^3 + \left(\frac{\det \nabla \mathbf{v}}{2}\right)^2.$$

Вихрь определяется как область течения, в которой выполняется неравенство  $\Delta > 0$  (тензор градиента скорости имеет комплексные собственные числа). В этой области вращение (антисимметричная часть тензора градиента скорости) доминирует над растяжением или сжатием (симметричная часть тензора градиента скорости).

Для визуализации вихревых линий используется нормализованная спиральность (normalized helicity) [22], представляющая собой косинус угла между векторами скорости и завихренности (в критических точках спиральность не определяется):

$$H_n = \frac{\mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\omega}}{|\mathbf{v}| |\boldsymbol{\omega}|}.$$

где  $\mathbf{v}$  – скорость,  $\boldsymbol{\omega}$  – вихрь скорости. В окрестности центра вихря угол между векторами скорости и завихренности является малым. В предельном случае, когда вектора скорости и завихренности коллинеарны, нормализованная спиральность равняется  $\pm 1$ , а линия тока, проходящая через такую точку, имеет нулевую кривизну (прямая линия). Знак спиральности показывает направление вращения вихря по отношению к направлению потока (по часовой или против часовой стрелки).

Метод параметра закрутки использует связь между вращательным движением и существованием комплексных собственных значений тензора градиента скорости [23]. Параметр закрутки (swirl parameter) вводится как отношение времени движения жидкой частицы через область с комплексными собственными числами тензора градиента скорости (convection time) ко времени, необходимому для вращения частицы в позицию с тем же самым значением угловой координаты (orbit time):

$$\tau = \frac{t_c}{t_0}, \quad t_c = \frac{2\pi}{|\text{Im}(\lambda_c)|}, \quad t_0 = \frac{L}{|\mathbf{v}_c|},$$

где  $\text{Im}(\lambda_c)$  – мнимая часть комплексно-сопряженной пары собственных значений тензора градиента скорости;  $L$  – характерный линейный размер области;  $\mathbf{v}_c$  – скорость пересечения области. При  $\tau \rightarrow 0$  частица жидкости пересекает область течения слишком быстро для того, чтобы быть захваченной вихрем. Нулевые значения параметра закрутки соответствуют вихревым областям потока. Выбор характерного линейного размера в трехмерном случае представляется неоднозначным.

В работе [20] для идентификации вихрей применяется критерий  $\lambda_2$  ( $\lambda_2$ -criterion), основанный на разложении тензора градиента скорости на симметричную и антисимметричную компоненты. Тензор  $S^2 + \Omega^2$  является симметричным и имеет вещественные собственные числа ( $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$ ), два из которых отрицательны. Область вихревого течения определяется как область, в которой

$$\lambda_2 (S^2 + \Omega^2) < 0,$$

где  $\lambda_2$  – собственное число тензора. При адиабатических условиях данный критерий гарантирует мгновенный минимум давления в двумерном течении [18]. Применение критерия затрудняется в том случае, когда в области, занятой жидкостью, присутствуют несколько индивидуальных вихрей.

В двухшаговом подходе, предложенном в работе [27], предполагается, что вихревое движение поддерживается градиентом давления, а для идентификации вихрей используется вектор завихренности. На шаге 1 производится предварительный поиск вихревых образований вдоль вихревых линий, а на шаге 2 осуществляется корректировка полученных данных, основанная на поиске локального минимума давления. В качестве исходных точек для поиска вихревых линий выступают узлы сетки, в которых имеет место низкий уровень давления и высокий уровень завихренности (на практике существуют узлы, удовлетворяющие обоим критериям, но не являющиеся вихревыми образованиями).

Метод собственных векторов, предложенный в работе [28], основан на теории критических точек. Собственные числа и собственные вектора тензора градиента скорости, рассчитанные в окрестности критической точки, определяют локальную картину течения около этой точки. Поскольку имеются закрученные течения, не содержащие критических точек, то вектор скорости проектируется на плоскость, нормальную к направлению собственного вектора тензора градиента скорости, соответствующего вещественному собственному значению. Предполагается, что два других собственных значения образуют комплексно-сопряженную пару или принимают нулевые значения. В случае их равенства нулю критическая точка становится центром вихря.

Метод параллельных векторов, являющийся развитием метода собственных векторов и предложенный в работе [29], представляет собой метод высокого порядка для нахождения вихревых линий. Вихревая линия представляет собой множество точек  $\{x: \mathbf{v}(x) \times \mathbf{w}(x) = 0\}$ , в которых вектор скорости параллелен вектору  $\mathbf{w}$ . Вектор  $\mathbf{w}$  определяется второй производной от вектора скорости по времени и находится из соотношения

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{d^2 \mathbf{v}}{dt^2} = \frac{d[(\nabla \mathbf{v})\mathbf{v}]}{dt} = (\nabla \mathbf{v})(\nabla \mathbf{v})\mathbf{v} + T\mathbf{v}\mathbf{v},$$

где  $T$  – тензор размера  $3 \times 3$ . Данный подход позволяет идентифицировать медленно вращающиеся вихревые образования с криволинейными границами, типичные для течений в компонентах газовых турбин. Во избежание колебаний решения, возникающих в результате расчета производных высокого порядка, используется пост-сглаживание поля скорости [29].

В работе [30] для определения центра вихря используется локальный максимум величины завихренности в плоскости, нормальной к вектору завихренности. Такой подход приемлем для визуализации свободных сдвиговых течений, но не свободных сдвиговых слоев, в которых имеет место высокий уровень величины завихренности, но ее локальный максимум отсутствует.

Метод линий тока, реализованный в работе [31], основан на методе угла намотки (winding angle method). Угол намотки линии тока  $\alpha_w$  представляет собой меру общего изменения направления сегментов линии тока

$$\alpha_w = \sum_{i=1}^{N-2} \angle(\mathbf{p}_{i-1}, \mathbf{p}_i, \mathbf{p}_{i+1}),$$

где  $\mathbf{p}_i$  – координаты точки на линии тока;  $N$  – общее число точек на линии тока. Под  $\angle(\mathbf{p}_{i-1}, \mathbf{p}_i, \mathbf{p}_{i+1})$  понимается угол между двумя сегментами линии тока, ограниченными точками  $\mathbf{p}_{i-1}$ ,  $\mathbf{p}_i$  и  $\mathbf{p}_{i+1}$ . Угол считается положительным в случае вращения против часовой стрелки и отрицательным – в случае вращения по часовой стрелке. Вихри существуют в области, где  $\alpha_w > 2\pi$ , по крайней мере, для одной линии тока.

В комбинаторном подходе, предложенном в работе [32], используются идеи комбинаторной топологии. Для нахождения центров вихрей к векторному полю скорости применяется лемма Спернера (Sperner's lemma). Подход позволяет найти ячейки сетки, содержащие критические точки [25]. Производится маркировка вектора скорости в каждой ячейке сетки. Для этого оцениваются изменения направления вектора скорости в узлах каждой ячейки (например, для сетки с прямоугольными ячейками используются 4 узла). Ячейка сетки относится к области вихревого движения, если в каждом узле вектор скорости имеет уникальное направление или удовлетворяет некоторому критерию разворота потока. В трехмерном случае в каждой ячейке сетки строится локальная плоскость вихревого движения, и векторы скорости в узлах ячейки проектируются на эту плоскость.

### Примеры визуализации вихревых течений

Приводятся примеры визуального представления ряда численных решений задач газовой динамики, основанные на различных критериях идентификации вихрей. Для визуального представления результатов численного моделирования применяется парадигма графического программирования и виртуальная среда COVISE (Collaborative Visualization and Simulation Environment), развитая в центре высокопроизводительных вычислений университета Штутгарта (High Performance Computing Center, University of Stuttgart). Приложение, реализующее визуализацию той или иной задачи, представляется в виде сети,

звеньями которой являются модули, каждый из которых предназначен для решения специфической задачи (например, модуль перевода данных из одного формата в другой). Взаимодействие между модулями осуществляется при помощи входных и выходных портов (прием и передача данных).

**Течение в каверне с подвижной верхней стенкой.** Рассмотрим нестационарное изотермическое течение вязкой несжимаемой жидкости в кубической полости со стороной  $L = 1$  м, которое индуцируется движением с постоянной скоростью  $U = 1$  м/с ее верхней грани. Число Рейнольдса рассчитывается по длине стороны каверны и скорости верхней стенки  $Re = \rho UL/\mu$ . Расчеты проводятся для жидкости с плотностью  $\rho = 1,2$  кг/м<sup>3</sup> и молекулярной вязкостью  $\mu$ , соответствующей заданному числу Рейнольдса. Считается, что в начальный момент времени жидкость покоится ( $u=v=w=0$ ,  $p = 10^5$  Па). На стенках каверны выставляются граничные условия прилипания и непротекания. Расчеты течения в кубической каверне проводятся на сетке  $81^3$  при  $Re = 0-2000$ .

Задача о течении в кубической каверне с подвижной верхней стенкой служит для тестирования и сравнения различных методов дискретизации уравнений Навье–Стокса [33], а основные структурные особенности течения в каверне присущи и другим отрывным течениям в более сложной геометрии [34]. При этом следует отметить, что выявление типа особых точек вихревого течения обычно производится на основе визуализации картины растекания жидкости по стенкам каверны. В настоящей работе для исследования вихревой структуры потока в кубической каверне и классификации типа особых точек используются методы визуализации и методы качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

Течение в окрестности критической точки характеризуется собственными значениями и собственными векторами тензора градиента скорости. Тип особой точки зависит от характера поведения фазовых траекторий в ее окрестности и определяется корнями характеристического уравнения. Возможны следующие случаи.

1. Если все корни вещественные и отрицательные, то имеется устойчивый узел. При положительных значениях корней получается неустойчивый узел.
2. Если все корни вещественные, но имеют разные знаки, то получается седло. Через седло проходят только две интегральные кривые – сепаратрисы.
3. Если имеется пара мнимых сопряженных корней  $\lambda_{1,2} = \varphi \pm i\nu$ ,  $\lambda_3 \in R$ , то получается либо узло–фокус (если  $\varphi$  и  $\lambda_3$  – одного знака), либо седло–фокус (если  $\varphi$  и  $\lambda_3$  – различного знака).

Визуализация поверхностной картины течения жидкости и анализ топологических характеристик вихревого течения (положение критических точек и вихрей, скорость растяжения/сжатия вихрей, скорость их дрейфа, максимальное значение завихренности) представляют собой мощное и эффективное средство исследования вихревых течений. Границы трехмерных отрывных зон связаны с начальной структурой сингулярных точек. В отличие от трехмерного течения, в двумерном течении в критической точке напряжение трения равняется нулю. В трехмерном случае линии тока могут сходиться или расходиться из точки (точки присоединения или отрыва потока), раскручиваться или закручиваться спиралью около точки (фокусы), сходиться или расходиться из линии (линии присоединения или отрыва потока). Узловые точки представляют собой стоки или источники поверхностного трения.

Картины растекания жидкости по стенкам каверны, полученные для различных чисел Рейнольдса, показывают наличие особых точек типа фокуса, центра и седла, а также линий стекания и растекания жидкости (рис. 3). Обозначения граней каверны поясняет фрагмент (рис. 3, е). В соответствии с теоремой Пуанкаре–Бендиксона имеет место связь между типом и числом особых точек:  $\sum N - \sum S = 2$ , где  $N$  соответствует узлу или центру, а  $S$  – седловой точке. В частности, для каверны  $\sum S = 10$  и  $\sum N = 12$ , следовательно,  $\sum N = \sum S + 2$ .

Данные численного моделирования показывают существенное влияние пространственного характера движения жидкости на вихревую структуру потока. Уменьшение влияния вязкости приводит к заметной интенсификации вихревого течения в каверне, перемещению центра крупномасштабного вихря к ее геометрическому центру, а также к увеличению размеров вторичных угловых вихрей. Максимальные скорости возвратного течения оказываются ниже по сравнению с двумерным вариантом вследствие притормаживающего влияния боковых стенок. Структура первичного и вторичного вихрей в срединном сечении кубической каверны носит пространственный характер, указывая на массоподвод в ее центральной зоне и на массоотвод в угловых областях каверны.

На дне каверны (рис. 3, в) развитие картины растекания с ростом числа Рейнольдса сопровождается ослаблением влияния боковых стенок и превращением источника жидкости при  $Re = 400$  в линию растекания при  $Re = 1000$  (точка 11). Указанный источник образуется в результате присоединения отрывного потока в срединной части каверны к ее донной грани. При увеличении числа Рейнольдса точка 11 смещается в направлении геометрического центра данной грани. Отрыв придонного потока у передней стенки каверны генерирует дополнительный источник (точка 6). По мере возрастания числа Рейнольдса (при  $Re > 1000$ ) источник превращается в линию растекания. Вблизи ребра выше по потоку имеются седловая точка (точка 18) и источник жидкости (точка 21).

Взаимодействие потоков, истекающих от указанных источников вдоль дна каверны, происходит по линии растекания жидкости. Следствием этого взаимодействия является образование двух симметричных периферийных стоков (точки 16 и 17) и седловых точек (точки 12 и 13) на дне каверны. По мере роста числа Рейнольдса эти точки перемещаются в окрестность ребер боковых граней и смещаются вверх по потоку.

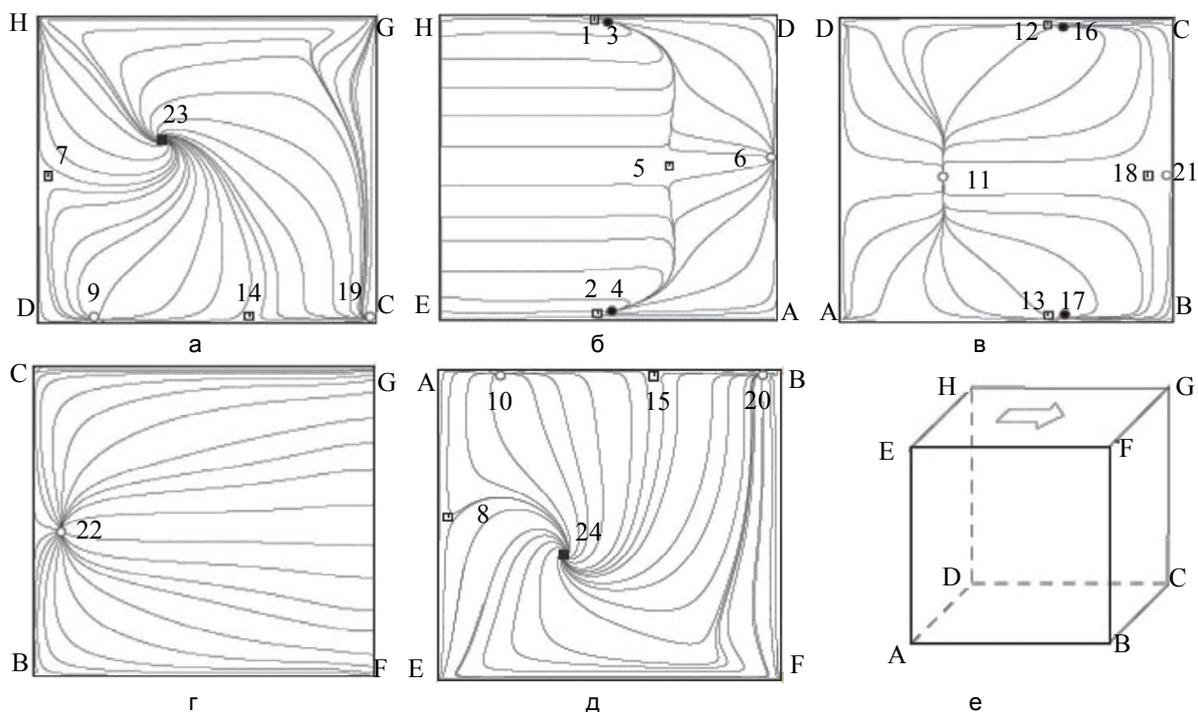


Рис. 3. Картина растекания жидкости по стенкам каверны при  $Re = 1000$ : а, д – боковые стенки; б, г, – грани, расположенные выше и ниже по потоку соответственно; е – обозначение граней ( $\square$  – седловая точка,  $\bullet$  – устойчивый узел,  $\circ$  – неустойчивый узел,  $\blacksquare$  – устойчивый фокус)

При  $Re = 400$  на дне каверны формируется срединная зона квазидвумерного отрывного течения. При  $Re = 1000$  в этой области линии тока параллельны почти на половине дна. Дальнейшее возрастание числа Рейнольдса  $Re = 2000$  приводит к искривлению линий тока в центральной части рассматриваемой грани.

Течение жидкости по грани, расположенной выше по потоку (рис. 3, б) в целом определяется увлекающим воздействием подвижной стенки. С ростом числа Рейнольдса происходит перестройка течения – источник (точка 6) преобразуется в линию растекания. Седловая точка (точка 5) с ростом числа Рейнольдса смещается в направлении геометрического центра грани. При этом точки 1–4 отодвигаются от дна каверны.

Движение жидкости по грани, расположенной ниже по потоку (рис. 3, г), обусловлено взаимодействием с этой стенкой сдвигового потока, сформировавшегося под влиянием движущейся с постоянной скоростью верхней крышки. В связи с этим линии тока практически параллельны боковым стенкам на большей части рассматриваемой грани в направлении дна каверны. Однако вблизи дна возникает источник (точка 22), индуцированный перетеканием жидкости со дна каверны на заднюю стенку. Взаимодействие этого источника с набегающим сверху потоком происходит по линии растекания, которая с ростом числа Рейнольдса становится параллельной дну.

На боковых стенках каверны (рис. 3, а, д) реализуется закрученное течение жидкости со стоком (точки 23 и 24) из центральной части структуры. С увеличением числа Рейнольдса эта структура перемещается к геометрическому центру боковой грани. Также на каждой боковой грани каверны вблизи ее дна можно заметить наличие других особых точек – двух узлов (точки 9, 19 и точки 10, 20) и одной седловой точки (точки 14 и 15). Расположение указанных точек претерпевает относительно слабое изменение при увеличении числа Рейнольдса (они сдвигаются выше по потоку и приближаются к дну каверны). Вблизи ребра каждой боковой грани, расположенного выше по потоку, имеется еще по одной седловой точке (точки 7 и 8).

**Течение в свободной струе.** Проводится моделирование крупных вихрей течения в свободной неизотермической струе, истекающей из круглого сопла в затопленное пространство или спутный поток [35] (используется подсеточная модель Смагоринского). Начало системы координат располагается на срезе сопла. Положительный отсчет координаты  $x$  ведется в сторону распространения струи. В качестве

характерных масштабов для переменных с размерностью длины принимается радиус выходного сечения сопла  $r_a$ , а для переменных с размерностью скорости и температуры – скорость  $u_a$  и температура  $T_a$  газа на срезе сопла. Окружающая среда имеет температуру  $T_\infty$ . Течение в струе характеризуется параметром подогрева  $\Theta_a = T_a/T_\infty$  и степенью турбулентности  $\theta_a$  на срезе сопла.

Параметрам задачи присваивались следующие значения:  $r_a = 5$  мм,  $u_a = 80$  м/с,  $\rho_a = 0,58$  кг/м<sup>3</sup>,  $T_a = 600$  К,  $\rho_\infty = 1,26$  кг/м<sup>3</sup>,  $T_\infty = 300$  К. Параметры на срезе сопла соответствуют числу Рейнольдса  $Re = 1,2 \times 10^5$ . Сетка содержит  $350 \times 150 \times 150$  ячеек. Расчеты проводятся в области, длина которой составляет  $L_x = 100r_a$ , а ширина и высота во входном и выходном сечении –  $L_y = L_z = 10r_a$  и  $L_y = L_z = 40r_a$ . На начальном участке струи шаг по переменной  $x$  полагается постоянным до  $x = 10r_a$ , а затем постепенно увеличивается по закону геометрической прогрессии. В поперечном сечении сетка сгущается к кромкам сопла.

Вихревую структуру струи показывает рис. 4. В сдвиговом слое струи присутствуют крупномасштабные вихревые структуры в форме тороидальных осесимметричных вихрей, зарождающихся на некотором расстоянии от среза сопла (порядка одного–двух его диаметров). В области начального участка характерный размер вихревых структур является достаточно малым. Вниз по потоку от начального участка характерный размер вихревых структур увеличивается, а обмен количеством движения между струей и окружающей жидкостью интенсифицируется. Контуры когерентной структуры представляют собой эллипсы, что означает анизотропию турбулентных пульсаций. Генерация вихрей связана с неустойчивостью типа Кельвина–Гельмгольца сдвигового слоя. Максимумы и минимумы завихренности приблизительно соответствуют центрам вихрей.

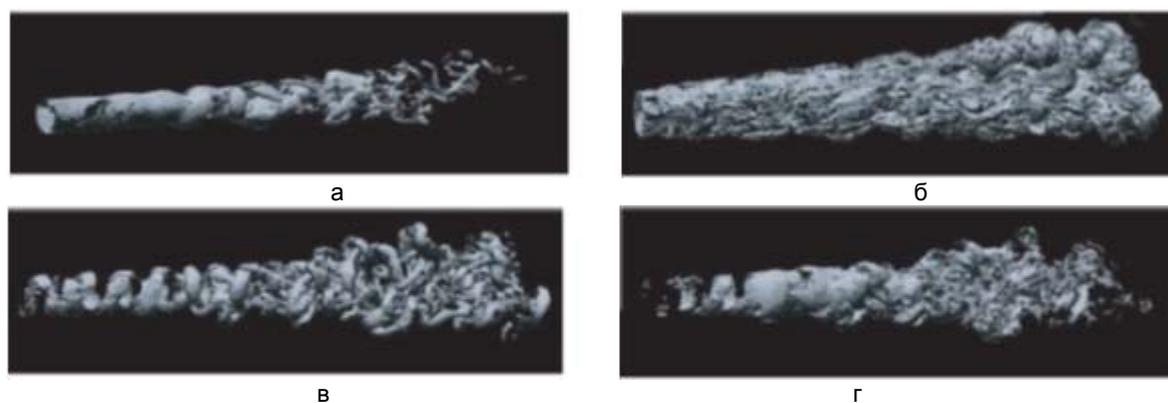


Рис. 4. Визуализация вихревого течения в струе на основе изоповерхностей максимальной завихренности (а), спиральности (б), критерия Q (в) и критерия  $\lambda_2$  (г). Длина области составляет  $40r_a$ , а ширина –  $8r_a$

#### Заключение

Трехмерность моделируемого нестационарного процесса создает существенные трудности для визуального представления результатов, особенно при использовании неструктурированных сеток. Комбинированный подход к созданию иллюстраций в вычислительной газовой динамике, основанный на различных критериях идентификации вихревых структур, с привлечением методов, разработанных в традиционной иллюстративной графике, обладает большим потенциалом для придания графической выразительности сценам визуализации.

Для выявления вихревых структур производится поиск областей течения, удовлетворяющих тому или иному критерию, и применяются различные подходы к идентификации вихревых зон потока. На основе вторичных полей создаются геометрические объекты (изоповерхности, связанные с векторными и скалярными величинами), дающие представление о вихревой структуре потока.

На основе численных расчетов и качественной теории дифференциальных уравнений найдены особые точки вихревого течения жидкости в кубической каверне, определен их тип и местоположение в зависимости от числа Рейнольдса. Проведен анализ вихревой структуры течения в свободной неизотермической струе, истекающей в затопленное пространство.

#### Литература

1. Nakahashi K. Aeronautical CFD in the age of petaflops-scale computing: from unstructured to Cartesian meshes // *European Journal of Mechanics. B/Fluids*. 2013. V. 40. P. 75–86.
2. Бондарев А.Е., Галактионов В.А., Четкин В.М. Анализ развития концепций и методов визуального представления данных в задачах вычислительной физики // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2011. Т. 51. № 4. С. 669–683.
3. Jiang M., Machiraju R., Thompson D. Detection and visualization of vortices // *Visualization Handbook*. Burlington: Elsevier, 2005. P. 295–309.

4. Turk G., Banks D. Image-guided streamline placement // Proceedings of the ACM SIGGRAPH Conference on Computer Graphics. New Orleans, USA, 1996. P. 453–460.
5. Mebarki A., Alliez P., Devillers O. Farthest point seeding for efficient placement of streamlines // Proceedings of IEEE Visualization Conference. 2005. Art. N 1566043. P. 61.
6. Liu Z., Moorhead R.J., Groner J. An advanced evenly-spaced streamline placement algorithm // IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics. 2006. V. 12. N 5. P. 965–972.
7. Spencer B., Laramée R.S., Chen G., Zhang E. Evenly spaced streamlines for surfaces: an image-based approach // Computer Graphics Forum. 2009. V. 28. N 6. P. 1618–1631.
8. Hultquist J.P.M. Constructing stream surfaces in steady 3D vector fields // Proceedings of IEEE Visualization Conference. Boston, USA, 1992. P. 171–178.
9. Garth C., Tricoche X., Salzbrunn T., Bobach T., Scheuermann G. Surface techniques for vortex visualization // Proceedings of the 6th Joint IEEE TCVG-EUROGRAPHICS Symposium on Visualization. 2004. P. 155–164.
10. Garth C., Krishnan H., Tricoche X., Bobach T., Joy K.I. Generation of accurate integral surfaces in time-dependent vector fields // IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics. 2008. V. 14. N 6. P. 1404–1411.
11. Krishnan H., Garth C., Joy K.I. Time and streak surfaces for flow visualization in large time-varying data sets // IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics. 2009. V. 15. N 6. Art. N5290738. P. 1267–1274.
12. Theisel H., Weinkauff T., Hege H.-C., Seidel H.-P. Topological methods for 2D time-dependent vector fields based on stream lines and path lines // IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics. 2005. V. 11. N 4. P. 383–394.
13. van Wijk J.J. Spot noise texture synthesis for data visualization // ACM Siggraph Computer Graphics. 1991. V. 25. N 4. P. 309–318.
14. Cabral B., Leedom L. Imaging vector fields using line integral convolution // Proceedings of the ACM SIGGRAPH Conference on Computer Graphics. Anaheim, USA. New York: ACM, 1993. P. 263–270.
15. Shen H.-W., Kao D.L. A new line integral convolution algorithm for visualizing time-varying flow fields // IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics. 1998. V. 4. N 2. P. 98–108.
16. Max N., Becker B. Flow visualization using moving textures / In: Data Visualization Techniques. John Wiley & Sons, 1999. P. 99–105.
17. Helgeland A., Andreassen O. Visualization of vector fields using seed LIC and volume rendering // IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics. 2004. V. 10. N 6. P. 673–682.
18. Haller G. An objective definition of a vortex // Journal of Fluid Mechanics. 2005. V. 525. P. 1–26.
19. Lugt H.J. The dilemma of defining a vortex // In: Recent Developments in Theoretical and Experimental Fluid Mechanics. Berlin: Springer, 1979. P. 309–321.
20. Jeong J., Hussain F. On the identification of a vortex // Journal of Fluid Mechanics. 1995. V. 285. P. 69–94.
21. Cucitore R., Quadrio M., Baron A. On the effectiveness and limitations of local criteria for the identification of a vortex // European Journal of Mechanics. B/Fluids. 1999. V. 18. N 2. P. 261–282.
22. Levy Y., Degani D., Seginer A. Graphical visualization of vortical flows by means of helicity // AIAA Journal. 1990. V. 28. N 8. P. 1347–1352.
23. Berdahl C.H., Thompson D.S. Eduction of swirling structure using the velocity gradient tensor // AIAA Journal. 1993. V. 31. N 1. P. 97–103.
24. Hunt J.C.R., Wray A., Moin P. Eddies, stream, and convergence zones in turbulent flows // Report CTR-S88. Center for Turbulence Research, Stanford, USA, 1988. P. 193–208.
25. Chong M.S., Perry A.E., Cantwell B.J. A general classification of three-dimensional flow field // Physics of Fluids A. 1990. V. 2. N 5. P. 765–777.
26. Tabor M., Klapper I. Stretching and alignment in chaotic and turbulent flows // Chaos, Solitons and Fractals. 1994. V. 4. N 6. P. 1031–1055.
27. Banks D.C., Singer B.A. Predictor–corrector technique for visualizing unsteady flow // IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics. 1995. V. 1. N 2. P. 151–163.
28. Sujudi D., Haimes R. Identification of swirling flow in 3D vector fields // Proc. of 12th Computational Fluid Dynamics Conference. 1995. P. 792.
29. Roth M., Peikert R. Higher-order method for finding vortex core lines // Proceedings of IEEE Visualization Conference. Research Triangle Park, NC, USA, 1998. P. 143–150.
30. Strawn R.C., Kenwright D.N., Ahmad J. Computer visualization of vortex wake systems // AIAA Journal. 1999. V. 37. N 4. P. 511–512.
31. Sadarjoen I.A., Post F.H., Ma B., Banks D.C., Pagendarm H.-G. Selective visualization of vortices in hydrodynamic flows // Proceedings of IEEE Visualization Conference. Research Triangle Park, NC, USA, 1998. P. 419–422.

32. Jiang M., Machiraju R., Thompson D.S. A novel approach to vortex core region detection // Proc. of Joint Eurographics-IEEE TCVG Symposium on Visualization. Vienna, 2002. P. 217–225.
33. Волков К.Н. Топология течения вязкой несжимаемой жидкости в кубической камере с подвижной крышкой // Инженерно-физический журнал. 2006. Т. 79. № 2. С. 86–91.
34. Управление обтеканием тел с вихревыми ячейками в приложении к летательным аппаратам интегральной компоновки (численное и физическое моделирование) / Под ред. А.В. Ермишина и С.А. Исаева. М.: Изд-во МГУ, 2001. 360 с.
35. Xu B.P., Wen J.X., Volkov K.N. Large-eddy simulation of vortical structures in a forced plane impinging jet // European Journal of Mechanics. B/Fluids. 2013. V. 42. P. 104–120.



**Волков Константин Николаевич** – доктор физико-математических наук, старший лектор, Университет Кингстона, Лондон, Великобритания. Области научных интересов – вычислительная газовая динамика, теплообмен, многофазные течения, горение, детонация, численные методы, двигатели. С отличием закончил Балтийский государственный технический университет в 1996 г. (специальность – «Авиационная и ракетно-космическая теплотехника») и Санкт-Петербургский государственный университет в 1997 г. (специальность – «Математика и информатика»). В 1998 г. защитил кандидатскую диссертацию, а в 2006 г. – докторскую диссертацию (специальность – «Механика жидкости, газа и плазмы»). С 1996 по 2002 гг. работал и преподавал в Балтийском государственном техническом университете, а затем в Великобритании – в Университете Центрального Ланкашира (University of Central Lancashire) и Университете Суррея (University of Surrey). В настоящее время работает и преподает в Университете Кингстона (Kingston University) в Лондоне. Принимал участие в разработке и оптимизации различных образцов современной техники (численное моделирование газодинамических процессов). Руководитель и исполнитель ряда фундаментальных и прикладных проектов, поддержанных грантами Российского фонда фундаментальных исследований, Королевской академии техники (Royal Academy of Engineering), Королевского общества (Royal Society), министерства торговли и промышленности Великобритании (Department of Trade and Industry), Европейской комиссии. Член института физики (Institute of Physics), института инженеров-механиков (Institution of Mechanical Engineers), института горения (Combustion Institute), Европейского общества механики (European Mechanics Society). Дипломированный инженер (Chartered Engineer). Эксперт Европейской комиссии по научным исследованиям и технологическому развитию. Автор 7 научных монографий, а также ряда учебных пособий и более 120 других научных публикаций. Включен в издание «Кто есть кто в науке и технике» (Who is Who in Science and Engineering) и «Кто есть кто в мире» (Who is Who in the World).

академией техники (Royal Academy of Engineering), Королевского общества (Royal Society), министерства торговли и промышленности Великобритании (Department of Trade and Industry), Европейской комиссии. Член института физики (Institute of Physics), института инженеров-механиков (Institution of Mechanical Engineers), института горения (Combustion Institute), Европейского общества механики (European Mechanics Society). Дипломированный инженер (Chartered Engineer). Эксперт Европейской комиссии по научным исследованиям и технологическому развитию. Автор 7 научных монографий, а также ряда учебных пособий и более 120 других научных публикаций. Включен в издание «Кто есть кто в науке и технике» (Who is Who in Science and Engineering) и «Кто есть кто в мире» (Who is Who in the World).

**Konstantin N. Volkov** is a Doctor of Sciences in the field of Physics and Mathematics, senior lecturer at the Kingston University (London, United Kingdom). Areas of scientific interests: computational fluid dynamics, heat transfer, multiphase flows, combustion, detonation, numerical methods, engines. In 1996 he graduated with honours from Baltic State Technical University (specialty – “Aviation and space-rocket heat engineering”) and in 1997 – from Saint Petersburg State University (specialty – “Mathematics and Informatics”). In 1998 he defended his PhD thesis, and in 2006 – his doctoral thesis (specialty – “Mechanics of fluid, gas and plasma”). From 1996 to 2002 he was working and delivering lectures at Baltic State Technical University and then in the UK – at University of Central Lancashire and University of Surrey. Nowadays, he is working and teaching at University of Kingston in London. He took part in the development and optimization of various examples of modern engineering (numerical simulation of gas-dynamic processes). He is a principal investigator and co-investigator of a number of fundamental and applied projects supported by grants from the Russian Foundation for Basic Research, Royal Academy of Engineering, Royal Society, the UK Department of Trade and Industry and the European Commission. He is a Member of Institute of Physics, Institution of Mechanical Engineers, Combustion Institute and the European Mechanics Society. He is a Chartered Engineer and an Expert of the European Commission for Research and Technological Development. He is the author of 7 monographs, as well as a number of textbooks and more than 120 other scientific publications. He is included in the publication “Who is Who in Science and Engineering” and “Who is Who in the World”.

**Волков Константин Николаевич** – доктор физико-математических наук, научный сотрудник, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия; старший лектор, Университет Кингстона, Лондон, Великобритания, k.volkov@kingston.ac.uk

**Konstantin N. Volkov** – D.Sc., Scientific Researcher, ITMO University, Saint Petersburg, Russia; Senior Lecturer, Kingston University, London, United Kingdom, k.volkov@kingston.ac.uk

Принято к печати 01.04.14

Accepted 01.04.14

УДК 51-73

ТОЧЕЧНЫЙ ИСТОЧНИК В СЛОИСТОЙ СРЕДЕ  
С МЕТАМАТЕРИАЛАМИ: ПОДХОД РЕКУРРЕНТНЫХ СООТНОШЕНИЙ<sup>1</sup>К.В. Правдин<sup>a</sup>, И.Ю. Попов<sup>a</sup><sup>a</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, construeman@gmail.com

Исследуются многослойные системы с метаматериалами. Рассмотрена система, состоящая из конечного числа параллельных чередующихся слоев метаматериала и вакуума. Ставится задача поиска функции Грина для рассматриваемой системы в условиях NIM-ситуации. Под NIM-ситуацией понимаются условия, при которых диэлектрическая и магнитная проницаемости равны  $-1$  в метаматериале и  $+1$  в вакууме. Рассмотрены классические уравнения Максвелла для точечного источника, находящегося в одном из слоев метаматериала данной системы. Получено дифференциальное уравнение для электрической  $p$ -поляризованной составляющей скалярной функции Грина в каждом слое. Поставлены стандартные краевые условия на границах каждого слоя. Решение находится через фундаментальную систему решений с неизвестными коэффициентами. Для вычисления неизвестных коэффициентов выбран подход рекуррентных соотношений. Он очевиден в использовании и удобен для анализа получающихся решений. С помощью метода производящих функций найдены общие формулы для решений данных соотношений в условиях NIM-ситуации. Получены формулы для искомой функции Грина в каждом слое в условиях NIM-ситуации.  $s$ -поляризованная составляющая может быть найдена аналогичным путем. Имея выражения для электрической скалярной функции Грина, нетрудно найти ее векторную форму с помощью стандартных преобразований. Полученные результаты могут быть использованы при моделировании систем суперлинз и многослойных NIM-покрытий.

**Ключевые слова:** метаматериалы, отрицательный коэффициент преломления, NIM, уравнения Максвелла, рекуррентные соотношения, функция Грина.

POINT SOURCE IN THE LAYERED MEDIUM WITH METAMATERIALS:  
METHOD OF RECURRENT RELATIONS<sup>1</sup>K.V. Pravdin<sup>a</sup>, I.Yu. Popov<sup>a</sup><sup>a</sup> ITMO University, Saint Petersburg, Russia, construeman@gmail.com

Multilayer systems with metamaterials are studied. A system comprising parallel alternated layers filled with metamaterial and vacuum is considered. The problem of obtaining expressions for electric part of the Green's function is raised for the NIM situation. A NIM situation is a case when electric and magnetic permeabilities are equal  $-1$  for metamaterial and  $+1$  for vacuum. The Maxwell's equations for a point source of electromagnetic field are considered. A differential equation for electric  $p$ -polarized scalar part of the Green's function for every layer is obtained with standard boundary conditions. Solution is obtained with the fundamental system of solutions with unknown coefficients. For the unknown coefficients the recurrence relations method is chosen as evident in usage and easy in analysis of obtained solutions. The solutions of the recurrence relations are obtained in general form by the method of generating functions. As a result the formulae for required Green's function are obtained for every layer in the condition of NIM situation.  $s$ -polarized part is obtained in a similar way. It is easy to obtain a vector form of the electric Green's function with its scalar form and the standard alternations. Obtained results can be used by simulations of superlens systems and multilayer covers with metamaterials.

**Keywords:** metamaterials, negative refractive index, NIM, Maxwell's equations, recurrence relations, Green's function.

## Введение

Метаматериалы (negative index materials, NIM) – искусственно созданные материалы, главной особенностью которых является отрицательный коэффициент преломления. При помощи NIM могут быть созданы материалы, маскирующие объект или делающие его полностью невидимым [1, 2], а также сконструированы суперлинзы с разрешающей способностью, во много раз превышающей дифракционный предел [3–5]. В общем случае NIM характеризуются наличием таких частот  $\omega$ , при которых диэлектрическая  $\epsilon(\omega)$  и магнитная  $\mu(\omega)$  проницаемости становятся отрицательными. В этом случае коэффициент преломления имеет также отрицательную величину [6, 7]. Особенным является случай, называемый NIM-ситуацией, когда диэлектрическая и магнитная проницаемости равны  $-1$  (в противоположность случаю в вакууме, когда они равны  $+1$ ). Частоту  $\hat{\omega}$ , при которой реализуется этот случай, называют NIM-частотой.

<sup>1</sup> Работа выполнена при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01), Министерства образования и науки Российской Федерации (государственный контракт 14.124.13.2045-МК) и гранта Президента Российской Федерации (МК-1493.2013.1).

<sup>1</sup> The work was partially financially supported by the Government of the Russian Federation (Grant 074-U01), by State contract of the Russian Ministry of Education and Science and grants of the President of Russia (state contract 14.124.13.2045-MK and grant MK-1493.2013.1).

Системы, среди элементов которых есть NIM, называют NIM-системами. Среди NIM-систем широко известны слоистые NIM-системы. Простейший случай слоистой системы (двухслойная NIM-система) был рассмотрен в работах [8, 9]. Трехслойная NIM-система, являющаяся моделью для суперлинзы, изучалась в работах [3–5, 10, 11]. Исследования многослойных NIM-систем (т.е. систем с числом слоев, большим трех) можно найти в работах [12–15].

Ряд исследований NIM посвящен нахождению функции Грина, т.е. формулы для описания электромагнитного поля, создаваемого точечным источником. Имея формулу для функции Грина, легко вычислить значение электромагнитного поля в любой точке системы, а также получить его формулу аналитически. Например, в [8] подобным образом рассмотрена двухслойная NIM-система, состоящая из однородных изотропных полупространств, заполненных NIM и вакуумом. В условиях NIM-ситуации были получены формулы для электрических  $s$ - и  $p$ -поляризованных составляющих скалярной функции Грина. В работе [11] изучена трехслойная изотропная NIM-система. Однако нам на сегодняшний момент не известны работы для многослойных NIM-систем. Кроме того, результаты, полученные для NIM-систем с двумя и тремя слоями, в общем случае не могут быть перенесены на многослойные системы, так как при добавлении каждого нового слоя приходится учитывать краевые условия на новых границах, что приводит к изменению системы уравнений и, следовательно, решений.

Целью данной работы является исследование многослойной NIM-системы, состоящей, в принципе, из неограниченного числа слоев. Слои заполнены NIM и вакуумом и расположены в порядке чередования. Нас интересует функция Грина в условиях NIM-ситуации. Мы ищем электрическую  $p$ -поляризованную составляющую скалярной функции Грина.  $s$ -поляризованная составляющая может быть найдена аналогичным путем. Следуя формулам, представленным в [8], легко получить величину электрического поля в каждой точке системы. Далее для лаконичности вместо «электрическая  $p$ -поляризованная составляющая скалярной функции Грина» мы будем говорить просто «функция Грина».

Для учета краевых условий на границах слоев при построении функции Грина используется подход рекуррентных соотношений. Он легок в использовании благодаря зависимости решений в соседних слоях друг от друга, а также удобен для анализа и сравнения получающихся решений.

#### Постановка задачи

Рассмотрим систему, состоящую из  $(n+m+1)$  параллельных слоев, где  $n, m \geq 3$  – натуральные нечетные числа. Ось  $X$  направлена по нормали к границам слоев. Координата левой границы  $k$ -го слоя находится в точке  $x_k$  ( $x_0 = 0$ ). Справа от  $x_0$  (при  $x > 0$ ) располагается  $(n+1)$  слоев, слева от  $x_0$  (при  $x < 0$ ) лежат  $m$  слоев. Таким образом,  $k = -m, \dots, 0, \dots, n$ . Все четные слои, включая нулевой слой (однородный изотропный NIM), имеют ширину  $\Delta_1$ , все нечетные слои (вакуум) имеют ширину  $\Delta_2$ . Крайний левый слой (номер  $-m$ ) и крайний правый слой (номер  $n$ ) не ограничены вдоль оси  $X$  и представляют собой полупространства вакуума ( $x_{-m} = -\infty$ ,  $x_{n+1} = +\infty$ ). Точечный источник поля находится в координате  $y$  в нулевом слое ( $x_0 < y < x_1$  или  $0 < y < \Delta_1$ ).

Из уравнений Максвелла путем стандартных преобразований может быть получено следующее дифференциальное уравнение для искомой функции Грина  $G(x, y, z)$  (подробнее в [8]):

$$\left( z^2 \varepsilon(x, z) + \partial_x \frac{z^2 \varepsilon(x, z)}{\zeta^2(x, z)} \partial_x \right) G(x, y, z) = \delta(x - y), \quad (1)$$

где  $z = \omega + i\alpha$ ,  $\alpha \rightarrow 0$ ,  $\delta(x - y)$  – дельта-функция,

$$\zeta^2(x, z, \mathbf{k}) = z^2 \varepsilon(x, z) \mu(x, z) - \mathbf{k}^2, \quad (2)$$

где  $\mathbf{k}$  – координата вектора  $\mathbf{k}$  ( $\mathbf{k} = \mathbf{k}_\kappa$  – двумерный волновой вектор, лежащий в плоскости слоев).

Заметим, что в каждом слое рассматриваемой системы общее решение уравнений (1) известно. В связи с этим построение функции Грина сводится к поиску коэффициентов  $G_1$ ,  $G_2$  в представлении общего решения уравнения (1) через фундаментальную систему решений:

$$G(x, y, z) = G_1 e^{i\zeta x} + G_2 e^{-i\zeta x}.$$

Эти коэффициенты удовлетворяют системе уравнений, получаемых из краевых условий на всех границах раздела слоев. Формально решение такой системы выписывается в общем виде (хотя бы по формулам Крамера). Однако такое представление решения не позволяет его эффективно анализировать. В этом отношении гораздо более удобен другой подход, связанный с построением рекуррентных соотношений между коэффициентами при переходе от слоя к слою (физически это означает учет последовательных переотражений). Он очевиден в использовании благодаря зависимости решений в соседних слоях друг от друга, а также удобен при сравнении получающихся решений. Именно этот подход и используется в данной работе. Учет краевых условий приводит к расщеплению коэффициентов в функции Грина:

$$G(x, y, z) = \left\{ \begin{array}{lll} & +D_{-m}e^{-i\zeta_{-m}x} & x \in (-\infty, x_{-(m-1)}) \\ B_{-(m-1)}e^{i\zeta_{-(m-1)}x} & + (C_{-(m-1)} + D_{-(m-1)})e^{-i\zeta_{-(m-1)}x} & x \in (x_{-(m-1)}, x_{-(m-2)}) \\ (A_{-(m-2)} + B_{-(m-2)})e^{i\zeta_{-(m-2)}x} & + (C_{-(m-2)} + D_{-(m-2)})e^{-i\zeta_{-(m-2)}x} & x \in (x_{-(m-2)}, x_{-(m-3)}) \\ \dots & \dots & \dots \\ (A_{-1} + B_{-1})e^{i\zeta_{-1}x} & + (C_{-1} + D_{-1})e^{-i\zeta_{-1}x} & x \in (x_{-1}, 0) \\ (A_0 + B_0)e^{i\zeta_0x} & + (C_0 + D_0 + E_-)e^{-i\zeta_0x} & x \in (0, y) \\ (A_0 + B_0 + E_+)e^{i\zeta_0x} & + (C_0 + D_0)e^{-i\zeta_0x} & x \in (y, x_1) \\ (A_1 + B_1)e^{i\zeta_1x} & + (C_1 + D_1)e^{-i\zeta_1x} & x \in (x_1, x_2) \\ \dots & \dots & \dots \\ (A_{n-2} + B_{n-2})e^{i\zeta_{n-2}x} & + (C_{n-2} + D_{n-2})e^{-i\zeta_{n-2}x} & x \in (x_{n-2}, x_{n-1}) \\ (A_{n-1} + B_{n-1})e^{i\zeta_{n-1}x} & + C_{n-1}e^{-i\zeta_{n-1}x} & x \in (x_{n-1}, x_n) \\ A_n e^{i\zeta_n x} & & x \in (x_n, +\infty) \end{array} \right. ,$$

где  $A_k, B_k, C_k, D_k, E_{\pm}$  – коэффициенты функции Грина, величина (2) в  $k$ -ом слое определена как  $\zeta_k^2(x, \kappa, z) = z^2 \varepsilon_k(x, z) \mu_k(x, z) - \kappa^2$ , (3)

диэлектрическая и магнитная проницаемости представлены в виде одного термина Лоренца:

$$\varepsilon_k(x, z) = \mu_k(x, z) = 1 - \frac{\Omega^2}{z^2 - \omega_0^2},$$

где для NIM-частоты  $\hat{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 + \Omega^2/2}$  справедливо  $\varepsilon_k(x, \pm\hat{\omega}) = \mu_k(x, \pm\hat{\omega}) = 1$ , если  $k$  нечетно, и  $\varepsilon_k(x, \pm\hat{\omega}) = \mu_k(x, \pm\hat{\omega}) = -1$ , если  $k$  четно или равно 0.

В работе [11] была рассмотрена слоистая NIM-система общего вида и получены рекуррентные соотношения для коэффициентов функции Грина. При  $k = 1, \dots, (n-1)$

$$A_k = \beta_k A_n, B_k = \frac{d_k}{c_k} \gamma_k A_n, C_k = \frac{h_k}{g_k} \beta_{k+1} A_n, D_k = \gamma_{k+1} A_n, C_{n-1} = \frac{h_{n-1}}{g_{n-1}} A_n, D_{n-1} = 0. \quad (4)$$

Для  $k = -(m-1), \dots, 0$

$$A_k = \beta_k A_n + \xi_k, B_k = \frac{d_k}{c_k} (\gamma_k A_n + \eta_k), C_k = \frac{h_k}{g_k} (\beta_{k+1} A_n + \xi_{k+1}), D_k = \gamma_{k+1} A_n + \eta_{k+1}, \quad (5)$$

$$C_0 = \frac{h_0}{g_0} \beta_1 A_n, D_0 = \gamma_1 A_n, A_{-(m-1)} = 0, D_{-m} = \gamma_{-(m-1)} A_n + \eta_{-(m-1)}. \quad (6)$$

Коэффициенты  $E_{\pm}$  получены из условий непрерывности функции Грина и скачка ее производной в точке  $y$ :

$$E_+ = I_0 e^{-i\zeta_0 y}, E_- = I_0 e^{i\zeta_0 y}. \quad (7)$$

Величины  $\beta_k, \gamma_k, \xi_k, \eta_k$  являются решениями рекуррентных соотношений [11]

$$\beta_k = J_k \beta_{k+1} - \left( \frac{ad}{bc} \right)_k \gamma_{k+1}, \beta_{n-1} = J_{n-1}, J_k = \frac{f_k}{e_k} \left( 1 - \left( \frac{adeh}{bcfg} \right)_k \right), \quad (8)$$

$$\gamma_k = \frac{a_k}{b_k} \left( \frac{h_k}{g_k} \beta_{k+1} + \gamma_{k+1} \right), \gamma_{n-1} = \left( \frac{ah}{bg} \right)_{n-1}, \quad (9)$$

$$\xi_k = J_k \xi_{k+1} - \left( \frac{ad}{bc} \right)_k \eta_{k+1}, \xi_0 = I_0 \left( -e^{-i\zeta_0 y} - \left( \frac{ad}{bc} \right)_0 e^{i\zeta_0 y} \right), \quad (10)$$

$$\eta_k = \frac{a_k}{b_k} \left( \frac{h_k}{g_k} \xi_{k+1} + \eta_{k+1} \right), \eta_0 = I_0 \frac{a_0}{b_0} e^{i\zeta_0 y}, \quad (11)$$

где

$$a_k = 2e^{-i\zeta_k x_k}, b_k = \sigma_{k,k-1}^+ e^{-i\zeta_{k-1} x_k}, c_k = 2e^{i\zeta_k x_k}, d_k = \sigma_{k,k-1}^- e^{-i\zeta_{k-1} x_k}, \\ e_k = 2e^{i\zeta_k x_{k+1}}, f_k = \sigma_{k,k+1}^+ e^{i\zeta_{k+1} x_{k+1}}, g_k = 2e^{-i\zeta_k x_{k+1}}, h_k = \sigma_{k,k+1}^- e^{i\zeta_{k+1} x_{k+1}},$$

$$I_0 = \frac{\zeta_0}{2iz^2 \varepsilon_0},$$

$$\sigma_{k,l}^{\pm} = \frac{\varepsilon_k \zeta_l \pm \varepsilon_l \zeta_k}{\varepsilon_k \zeta_l} \quad (12)$$

и введено обозначение  $\left(\frac{ad}{bc}\right)_k = \frac{a_k d_k}{b_k c_k}$ . Все коэффициенты (4)–(6) выражаются через коэффициент  $A_n$ .

Для него была получена следующая зависимость [11]:

$$A_n = -\frac{\xi_{-(m-1)}}{\beta_{-(m-1)}}. \quad (13)$$

Таким образом, задача поиска функции Грина для рассматриваемой системы в условиях NIM-ситуации сводится к задаче решения рекуррентных соотношений (8)–(11) и вычислению коэффициента  $A_n$  (13).

### Рекуррентные соотношения

Заметим, что уравнения (8) и (10) имеют одинаковую структуру, но разные начальные условия; аналогично – для уравнений (9) и (11). Исходя из этого, достаточно найти общее решение для уравнений (8), (9) и далее использовать соответствующие начальные условия. Из уравнений (8), (9) выразим  $\beta_k$ :

$$\beta_k = K_k \beta_{k+2} - L_k \beta_{k+4}, \quad (14)$$

где

$$\beta_{n-4} = P_{n-4} \beta_{n-2} - Q_{n-4} \gamma_{n-2}, \quad \beta_{n-3} = P_{n-3} \beta_{n-1} - Q_{n-3} \gamma_{n-1},$$

$$\beta_{n-2} = J_{n-2} \beta_{n-1} - \left(\frac{ad}{bc}\right)_{n-2} \gamma_{n-1}, \quad \beta_{n-1} = J_{n-1}.$$

Также из (8), (9) выразим величину  $\gamma_k$ :

$$\gamma_k = M_k \gamma_{k+2} - N_k \gamma_{k+4}, \quad (15)$$

где

$$\gamma_{n-4} = R_{n-4} \beta_{n-2} + S_{n-4} \gamma_{n-2}, \quad \gamma_{n-3} = R_{n-3} \beta_{n-1} + S_{n-3} \gamma_{n-1},$$

$$\gamma_{n-2} = \frac{a_{n-2}}{b_{n-2}} \left( \frac{h_{n-2}}{g_{n-2}} \beta_{n-1} + \gamma_{n-1} \right), \quad \gamma_{n-1} = \left( \frac{ah}{bg} \right)_{n-1}.$$

Мы ввели следующие обозначения:

$$P_k = J_k J_{k+1} - \left(\frac{ad}{bc}\right)_k \left(\frac{ah}{bg}\right)_{k+1}, \quad Q_k = J_k \left(\frac{ad}{bc}\right)_{k+1} + \left(\frac{ad}{bc}\right)_k \left(\frac{a}{b}\right)_{k+1}, \quad (16)$$

$$R_k = \left(\frac{ah}{bg}\right)_k J_{k+1} + \left(\frac{a}{b}\right)_k \left(\frac{ah}{bg}\right)_{k+1}, \quad S_k = \left(\frac{a}{b}\right)_k \left(\frac{a}{b}\right)_{k+1} - \left(\frac{ah}{bg}\right)_k \left(\frac{ad}{bc}\right)_{k+1}, \quad (17)$$

$$K_k = P_k + \frac{Q_k S_{k+2}}{Q_{k+2}}, \quad L_k = Q_k R_{k+2} + \frac{P_{k+2} Q_k S_{k+2}}{Q_{k+2}}, \quad (18)$$

$$M_k = S_k + \frac{R_k P_{k+2}}{R_{k+2}}, \quad N_k = R_k Q_{k+2} + \frac{P_{k+2} R_k S_{k+2}}{R_{k+2}}. \quad (19)$$

Заметим, что все слои с одной четностью одинаковы и однородны. В связи с этим  $\zeta_k(x, z) = \zeta_k(z)$ ,  $\zeta_{k+2}(z) = \zeta_k(z)$  для целых  $-m \leq k \leq (n-2)$ , и  $\sigma_{k+1,l+1}^{\pm} = \sigma_{k-1,l-1}^{\pm}$ ,  $\sigma_{k,k+1}^{\pm} = \sigma_{k,k-1}^{\pm}$  для целых  $-(m-1) \leq k, l \leq (n-1)$ . Ширину  $k$ -го слоя мы обозначили  $\Delta_k$ , при этом  $\Delta_{k+2} = \Delta_k$  для целых  $-m \leq k \leq (n-2)$ . Для рассматриваемой системы  $\Delta_k = \Delta_1$  при четном  $k$  и  $\Delta_k = \Delta_2$  при нечетном  $k$ . Выражения (16) и (17) приобретают следующий вид:

$$P_k = \left[ \frac{\sigma_{k,k+1}^+ \sigma_{k+1,k}^+}{4} + \frac{\sigma_{k,k+1}^- \sigma_{k+1,k}^-}{4} \left( e^{i\zeta_k 2\Delta_k} + e^{i\zeta_{k+1} 2\Delta_{k+1}} - e^{i\zeta_k 2\Delta_k + i\zeta_{k+1} 2\Delta_{k+1}} \right) \right] e^{i(\zeta_k - \zeta_{k+1})\Delta_{k+1}},$$

$$Q_k = -\frac{\sigma_{k,k+1}^-}{2} \left( 1 - e^{i\zeta_k 2\Delta_k} \right) e^{-i(\zeta_k + \zeta_{k+1})\Delta_{k+1}},$$

$$R_k = -\frac{\sigma_{k+1,k}^-}{2} \left(1 - e^{i\zeta_{k+1} 2\Delta_{k+1}}\right) e^{i\zeta_k (x_k + 2\Delta_k + \Delta_{k+1}) + i\zeta_{k+1} (x_k - \Delta_{k+1})},$$

$$S_k = e^{i(\zeta_k - \zeta_{k+1})\Delta_k}.$$

Очевидно, что

$$P_{k-2} = P_k, S_{k-2} = S_k, Q_{k-2} = Q_k e^{i(\zeta_k + \zeta_{k+1})(\Delta_k + \Delta_{k+1})}, R_{k-2} = R_k e^{-i(\zeta_k + \zeta_{k+1})(\Delta_k + \Delta_{k+1})}.$$

Теперь запишем выражения (18), (19):

$$K_k = \left[ \frac{\sigma_{k,k+1}^+ \sigma_{k+1,k}^+}{4} \left(1 + e^{i\zeta_k 2\Delta_k + i\zeta_{k+1} 2\Delta_{k+1}}\right) + \frac{\sigma_{k,k+1}^- \sigma_{k+1,k}^-}{4} \left(e^{i\zeta_k 2\Delta_k} + e^{i\zeta_{k+1} 2\Delta_{k+1}}\right) \right] e^{i(\zeta_k - \zeta_{k+1})\Delta_{k+1}},$$

$$L_k = e^{i\zeta_k 2(\Delta_k + \Delta_{k+1})},$$

$$M_k = \left[ \frac{\sigma_{k,k+1}^+ \sigma_{k+1,k}^+}{4} \left(1 + e^{i\zeta_k 2\Delta_k + i\zeta_{k+1} 2\Delta_{k+1}}\right) + \frac{\sigma_{k,k+1}^- \sigma_{k+1,k}^-}{4} \left(e^{i\zeta_k 2\Delta_k} + e^{i\zeta_{k+1} 2\Delta_{k+1}}\right) \right] e^{-i\zeta_k \Delta_k - i\zeta_{k+1} (\Delta_k + 2\Delta_{k+1})},$$

$$N_k = e^{-i\zeta_{k+1} 2(\Delta_k + \Delta_{k+1})}.$$

Очевидно, что  $K_{k+2} = K_k, L_{k+2} = L_k, M_{k+2} = M_k, N_{k+2} = N_k$  при  $-m \leq k \leq (n-2)$ . Таким образом, для величин  $K_k, L_k, M_k, N_k, \zeta_k$  имеется только два значения в зависимости от четности номера  $k$ . То же справедливо для величины  $\sigma_{k,k+1}^\pm$ . Следовательно, уравнения (14), (15) рассматриваются для четных и нечетных  $k$  в отдельности как рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами. Решения этих соотношений могут быть найдены в общем виде при помощи метода производящих функций.

### НИМ-ситуация

Нас интересует НИМ-ситуация, поэтому, прежде чем воспользоваться методом производящих функций, рассмотрим величину (3) при  $z \rightarrow \pm\hat{\omega}$ . Обозначим

$$\rho(\omega) = \left| \omega^2 \left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2 - \omega_0^2}\right)^2 - \kappa^2 \right|^{1/2}.$$

Согласно исследованию, представленному в [8], имеется два случая:

1.  $\hat{\omega} > \kappa$  – «radiative regime». В этом случае  $\zeta_k(\pm\hat{\omega}) = \mp\rho(\hat{\omega})$ , если  $k$  четно, и  $\zeta_k(\pm\hat{\omega}) = \pm\rho(\hat{\omega})$ , если  $k$  нечетно, а величина  $\sigma_{0,1}^-(z) \rightarrow 0$  при  $z \rightarrow \pm\hat{\omega}$ .
2.  $\hat{\omega} < \kappa$  – «evanescent regime». В этом случае  $\zeta_k(\pm\hat{\omega}) = i\rho(\hat{\omega})$  для любого номера  $k$  и  $\sigma_{0,1}^+(z) \rightarrow 0$  при  $z \rightarrow \pm\hat{\omega}$ .

Введем обозначение  $O(\sigma_{0,1}^\pm)$ , под которым понимается некоторая величина одного порядка малости с  $\sigma_{0,1}^\pm(z)$ . Как было замечено ранее, для величины (12) верно, что  $\sigma_{k+1,l+1}^\pm = \sigma_{k-1,l-1}^\pm, \sigma_{k,k+1}^\pm = \sigma_{k,k-1}^\pm$  при  $-(m-1) \leq k, l \leq (n-1)$ . Исходя из этого,  $\sigma_{k,k+1}^\pm$  равняется  $\sigma_{0,1}^\pm$  или  $\sigma_{1,0}^\pm$  в зависимости от четности  $k$ . При условии  $z \rightarrow \pm\hat{\omega}$  величины  $\sigma_{0,1}^\pm, \sigma_{1,0}^\pm$  стремятся к нулю одновременно и являются величинами одного порядка малости, т.е.  $\sigma_{1,0}^\pm = O(\sigma_{0,1}^\pm)$ . Таким образом, общие решения уравнений (14), (15) в условиях НИМ-ситуации выражаются через асимптотические приближения при  $\sigma_{0,1}^\pm(z) \rightarrow 0$ .

Для случая  $\hat{\omega} > \kappa$  при помощи метода производящих функций мы получили асимптотические приближения искомых решений. Они не содержат особенностей и для четных  $k$  представляются в виде

$$\beta_k = e^{\pm i\rho((n+1)\Delta_1 + k\Delta_2)} + O(\sigma_{1,2}^-)^2, \gamma_k = O(\sigma_{0,1}^-), \quad (20)$$

$$\xi_k = -I_0 e^{\pm i\rho(k\Delta_2 + y)} + O(\sigma_{0,1}^-), \eta_k = I_0 e^{\pm i\rho(k\Delta_1 - y)} + O(\sigma_{0,1}^-), \quad (21)$$

а для нечетных  $k$  – в виде

$$\beta_k = e^{\pm i\rho(n-k)\Delta_1} + O(\sigma_{1,2}^-)^2, \gamma_k = O(\sigma_{0,1}^-), \quad (22)$$

$$\xi_k = -I_0 e^{\pm i\rho(-(k+1)\Delta_1 + y)} + O(\sigma_{0,1}^-), \eta_k = I_0 e^{\pm i\rho(-(k-1)\Delta_2 - y)} + O(\sigma_{0,1}^-), \quad (23)$$

где  $I_0 = \pm \frac{\rho(\hat{\omega})}{2i\hat{\omega}^2}$ . Выражение (13) в этом случае таково:

$$A_n = I_0 e^{\pm i\rho(-(n+1)\Delta_1 + y)} + O(\sigma_{0,1}^-). \quad (24)$$

Для случая  $\hat{\omega} < \kappa$  мы получили асимптотические приближения решений, которые содержат полюс первого порядка следующего вида:

$$W = \frac{1}{\sigma_{0,1}^+} \underset{z \rightarrow \pm \hat{\omega}}{\sim} \left( \frac{\rho(\hat{\omega})\Omega}{2\kappa} \right)^2 \frac{1}{(z - \hat{\omega})(z + \hat{\omega})}. \quad (25)$$

Для четных  $k$ :

$$\beta_k = -2(W - 1)e^{-\rho(n+1-k)\Delta_1} + O(\sigma_{0,1}^+), \quad (26)$$

$$\gamma_k = (2W - 1)e^{-\rho((n+1)\Delta_1 + k\Delta_2)} + O(\sigma_{0,1}^+), \quad (27)$$

$$\xi_k = I_0 \left[ \begin{aligned} & -(2W - 1)e^{\rho(k\Delta_1 - y)} \\ & + \frac{(1 - e^{-\rho 2\Delta_1})e^{-\rho(k-2)\Delta_1} - (1 - e^{-\rho 2\Delta_2})e^{-\rho(k-2)\Delta_2}}{(e^{-\rho 2\Delta_1} - e^{-\rho 2\Delta_2})} e^{\rho(k-2)(\Delta_1 + \Delta_2)} e^{\rho y} \end{aligned} \right] + O(\sigma_{0,1}^+), \quad (28)$$

$$\eta_k = I_0 \left[ 2We^{-\rho(k\Delta_2 + y)} + \frac{(1 - e^{-\rho 2\Delta_2})(e^{-\rho k\Delta_1} - e^{-\rho k\Delta_2})}{(e^{-\rho 2\Delta_1} - e^{-\rho 2\Delta_2})} e^{-\rho 2(\Delta_1 + \Delta_2)} e^{\rho y} \right] + O(\sigma_{0,1}^+), \quad (29)$$

для нечетных  $k$ :

$$\beta_k = \frac{(e^{-\rho(n+2-k)\Delta_1} - e^{-\rho(n+2-k)\Delta_2}) - e^{-\rho 2(\Delta_1 + \Delta_2)}(e^{-\rho(n-k)\Delta_1} - e^{-\rho(n-k)\Delta_2})}{(e^{-\rho 2\Delta_1} - e^{-\rho 2\Delta_2})} + O(\sigma_{0,1}^+)^2, \quad (30)$$

$$\gamma_k = -\frac{(1 - e^{-\rho 2\Delta_1})(e^{-\rho(n-k)\Delta_1} - e^{-\rho(n-k)\Delta_2})}{(e^{-\rho 2\Delta_1} - e^{-\rho 2\Delta_2})} e^{-\rho(k+1)(\Delta_1 + \Delta_2)} + O(\sigma_{0,1}^+), \quad (31)$$

$$\xi_k = -I_0 \left[ 2We^{\rho(k-1)\Delta_2} e^{\rho y} + \frac{(1 - e^{-\rho 2\Delta_2})(e^{-\rho(k-1)\Delta_1} - e^{-\rho(k-1)\Delta_2})}{(e^{-\rho 2\Delta_1} - e^{-\rho 2\Delta_2})} e^{\rho(k-1)(\Delta_1 + \Delta_2)} e^{-\rho y} \right] + O(\sigma_{0,1}^+), \quad (32)$$

$$\eta_k = I_0 \left[ \begin{aligned} & (2W - 1)e^{-\rho(k+1)\Delta_1} e^{\rho y} \\ & + \frac{(1 - e^{-\rho 2\Delta_2})e^{-\rho(k+1)\Delta_1} - (1 - e^{-\rho 2\Delta_1})e^{-\rho(k+1)\Delta_2}}{(e^{-\rho 2\Delta_1} - e^{-\rho 2\Delta_2})} e^{-\rho y} \end{aligned} \right] + O(\sigma_{0,1}^+), \quad (33)$$

где  $I_0 = -\frac{\rho(\hat{\omega})}{2\hat{\omega}^2}$ . Величина (13) в этом случае выражается следующим образом:

$$A_n = -I_0 e^{\rho((n+1)\Delta_1 - y)} + O(\sigma_{0,1}^+). \quad (34)$$

### Результаты

Подставляя выражения (20)–(34) в формулы (4)–(6) и учитывая (7), мы получили выражения для функции Грина в каждом слое. Для случая  $\hat{\omega} > \kappa$  функция Грина в слое с номером  $k$  представляется как

$$G_k(x, y, \pm \hat{\omega}) = \pm \frac{\rho(\hat{\omega})}{2i\hat{\omega}^2} e^{\pm i\rho X(x, y, k)},$$

для случая  $\hat{\omega} < \kappa$  – как

$$G_k(x, y, \pm \hat{\omega}) = \frac{\rho(\hat{\omega})}{2\hat{\omega}^2} e^{-\rho X(x, y, k)}, \quad (35)$$

где

$$X(x, y, k) = |k|\Delta_2 - |x - y| \text{ при } k = -(m-1), \dots, -2, 0, 2, \dots, (n-1),$$

$$X(x, y, k) = -|k|\Delta_1 + |x - \Delta_1 + y| \text{ при } k = -m, \dots, -3, -1, 1, 3, \dots, n.$$

Несмотря на то, что в случае  $\hat{\omega} < \kappa$  асимптотические приближения (26)–(29), (32), (33) содержат особенность вида (25), конечное выражение для функции Грина (35) особенностей не имеет. В ходе решения все асимптотические приближения имели точность  $O(\sigma_{0,1}^+)$  одного порядка малости с  $\sigma_{0,1}^+(z) \rightarrow 0$  при  $z \rightarrow \pm \hat{\omega}$ . Таким образом, мы можем быть уверены в точности полученной формулы и использовать знак равенства вместо знака асимптотической эквивалентности при  $z \rightarrow \pm \hat{\omega}$ .

### Заключение

В настоящей работе была решена задача поиска электрической  $p$ -поляризованной составляющей скалярной функции Грина в условиях NIM-ситуации для слоистой NIM-системы.  $s$ -поляризованная составляющая может быть найдена аналогичным путем. Следуя формулам, представленным в [8], легко получить величину электрического поля в каждой точке системы. Полученные формулы симметричны относительно положения источника, что соответствует физическим представлениям о распространении электромагнитных волн в системе, состоящей из однородных изотропных слоев.

Рассмотренная NIM-система состоит из чередующихся слоев метаматериала и вакуума. На систему были наложены следующие ограничения: число слоев системы нечетно и может быть равно 7, 11, 15 и т.д.; точечный источник электромагнитного поля находится в слое с NIM; число слоев справа и слева от источника нечетно и больше трех (включительно). Заметим, что можно снять некоторые из этих ограничений, повторив вычисления, представленные в данной работе. Например, можно поместить источник электромагнитного поля в слой с вакуумом или выбрать четным число слоев справа или слева от источника. Система может состоять, в принципе, из неограниченного числа слоев, что позволяет широко применять данную модель при создании реальных объектов – от системы суперлинз до многослойных NIM-покрытий. Аналогичными моделями, интересными для исследований, могут быть, например, периодические NIM-системы, состоящие из различных чередующихся слоев. Рассмотрение более общего случая, т.е. NIM-систем со слоями различной толщины, заполненными различными материалами, представляется задачей высокой сложности в силу отсутствия зависимостей между слоями.

### Литература

1. Dubinov A.E., Mytareva L.A. Invisible cloaking of material bodies using the wave flow method // *Phys. Usp.* 2010. V. 53. N 5. P. 475–479.
2. Розанов Н.Н. Невидимость: за и против // *Природа*. 2008. № 6. С. 3–10.
3. Ozbay E., Li Z., Aydin K. Super-resolution imaging by one-dimensional microwave left-handed metamaterials with an effective negative index // *Journal of Physics Condensed Matter*. 2008. V. 20. N 30. Art. N 304216.
4. Iyer A.K., Eleftheriades G.V. Free-space imaging beyond the diffraction limit using a Veselago-Pendry transmission-line metamaterial superlens // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 2009. V. 57. N 6. P. 1720–1727.
5. Casse B.D.F., Lu W.T., Huang Y.J., Gultepe E., Menon L., Sridhar S. Super-resolution imaging using a three-dimensional metamaterials nanolens // *Applied Physics Letters*. 2010. V. 96. N 2. Art. N 023114.
6. Lequime M., Gralak B., Guenneau S., Zerrad M., Amra C. Optical properties of multilayer optics including negative index materials [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://arxiv.org/pdf/1312.6288v1.pdf>, свободный. Яз. англ. (дата обращения 16.04.14).
7. Burgos S.P., de Waele R., Polman A., Atwater H.A. A single-layer wide-angle negative-index metamaterial at visible frequencies // *Nature Materials*. 2010. V. 9. N 5. P. 407–412.
8. Gralak B., Tip A. Macroscopic Maxwell's equations and negative index materials // *Journal of Mathematical Physics*. 2010. V. 51. N 5. Art. N 029004JMP.
9. Gralak B., Maestre D. Negative index materials and time-harmonic electromagnetic field // *Comptes Rendus Physique*. 2012. V. 13. N 8. P. 786–799.
10. Collin R.E. Frequency dispersion limits resolution in Veselago lens // *Progress In Electromagnetics Research B*. 2010. V. 19. P. 233–261.
11. Pravdin K.V., Popov I.Yu. Model of the interaction of point source electromagnetic fields with metamaterials // *Nanosystems: Physics, Chemistry, Mathematics*. 2013. V. 4. N 4. P. 570–576.
12. Liu Y., Guenneau S., Gralak B. A route to all frequency homogenization of periodic structures [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://arxiv.org/pdf/1210.6171v2.pdf>, свободный. Яз. англ. (дата обращения 16.04.14).
13. Lequime M., Gralak B., Guenneau S., Zerrad M., Amra C. Negative Index Materials: The Key to «White» Multilayer Fabry-Perot [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://arxiv.org/pdf/1312.6281v1.pdf>, свободный. Яз. англ. (дата обращения 16.04.14).
14. Lai K.L., Tsang L., Huang C.C. Spatial domain green's functions for planar multilayered structures // *Microwave and optical technology letters*. 2005. V. 44. N 1. P. 86–91.
15. Maksimovic M., Hammer M., Jaksic Z. Thermal radiation antennas made of multilayer structures containing negative index metamaterials // *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*. 2008. V. 6896. Art. N 689605.

**Правдин Константин Владимирович**  
**Попов Игорь Юрьевич**

– аспирант, магистр, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, [construeman@gmail.com](mailto:construeman@gmail.com)  
– доктор физ.-мат. наук, заведующий кафедрой, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, [popov1955@gmail.com](mailto:popov1955@gmail.com)

**Konstantin V. Pravdin**  
**Igor Yu. Popov**

– postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, [construeman@gmail.com](mailto:construeman@gmail.com)  
– D.Sc., Professor, Department head, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, [popov1955@gmail.com](mailto:popov1955@gmail.com)

Принято к печати 11.03.14  
Accepted 11.03.14

УДК 681.787:519.245

## ДИНАМИЧЕСКОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО МЕТОДА МОНТЕ-КАРЛО<sup>1</sup>

М.А. Волынский<sup>а</sup>, И.П. Гуров<sup>а</sup>, П.А. Ермолаев<sup>а</sup>, П.С. Скаков<sup>а</sup><sup>а</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, maxim.volynsky@gmail.com

Рассмотрен последовательный метод Монте-Карло применительно к задаче оценивания параметров интерферометрических сигналов, основанный на статистической аппроксимации апостериорной плотности вероятности распределения параметров. Приведено детальное описание алгоритма. Показана возможность использования минимума невязки предсказания и наблюдения в качестве критерия отбора элементов генерируемого на каждом шаге алгоритма множества векторов параметров. Проведен анализ влияния входных параметров на качество работы алгоритма. Получено, что среднее квадратичное отклонение ошибки оценки амплитуды типичных сигналов составило около 10% от максимального значения амплитуды. Показано, что ошибка оценки фазы имеет нормальное распределение. Проведен анализ характеристик работы алгоритма в зависимости от входных параметров, в частности, проведен анализ влияния количества отбираемых векторов параметров на результаты оценивания. На основании результатов моделирования для рассмотренного класса сигналов рекомендуется отбирать 30% от количества генерируемых векторов. Увеличение количества генерируемых векторов более 150 не влечет за собой значительного улучшения качества получаемых оценок. Последовательный метод Монте-Карло рекомендуется к использованию при динамической обработке интерферометрических сигналов для случаев, когда требуется повышенная устойчивость к нелинейностям изменения параметров сигнала и влиянию случайных помех.

**Ключевые слова:** интерферометрические сигналы, последовательный метод Монте-Карло.

## DYNAMIC PARAMETERS ESTIMATION OF INTERFEROMETRIC SIGNALS BASED ON SEQUENTIAL MONTE CARLO METHOD<sup>1</sup>

M.A. Volynsky<sup>a</sup>, I.P. Gurov<sup>a</sup>, P.A. Ermolaev<sup>a</sup>, P.S. Skakov<sup>a</sup><sup>а</sup> ITMO University, Saint Petersburg, Russia, maxim.volynsky@gmail.com

The paper deals with sequential Monte Carlo method applied to problem of interferometric signals parameters estimation. The method is based on the statistical approximation of the posterior probability density distribution of parameters. Detailed description of the algorithm is given. The possibility of using the residual minimum between prediction and observation as a criterion for the selection of multitude elements generated at each algorithm step is shown. Analysis of input parameters influence on performance of the algorithm has been conducted. It was found that the standard deviation of the amplitude estimation error for typical signals is about 10% of the maximum amplitude value. The phase estimation error was shown to have a normal distribution. Analysis of the algorithm characteristics depending on input parameters is done. In particular, the influence analysis for a number of selected vectors of parameters on evaluation results is carried out. On the basis of simulation results for the considered class of signals, it is recommended to select 30% of the generated vectors number. The increase of the generated vectors number over 150 does not give significant improvement of the obtained estimates quality. The sequential Monte Carlo method is recommended for usage in dynamic processing of interferometric signals for the cases when high immunity is required to non-linear changes of signal parameters and influence of random noise.

**Keywords:** interferometric signals, sequential Monte Carlo method.

### Введение

Оптические бесконтактные высокоразрешающие методы исследования объектов широко востребованы в науке (медицина, биология, материаловедение) и научных приложениях (криминалистика, контроль качества производства) [1]. Благодаря высокой точности, наибольшее распространение получили интерферометрические методы. При этом получаемые данные представляют собой совокупность квазигармонических сигналов в смеси с помехами, содержащих информацию о свойствах объекта [2]. Для извлечения полезной информации применяются различные алгоритмы обработки, к которым предъявляются требования по быстрдействию и устойчивости к различным типам сигналов и шумов [2–4].

Традиционно для анализа сигналов широко применяются алгоритмы, основанные на преобразовании Фурье, однако эти алгоритмы требуют наличия полной реализации сигнала, что ограничивает быстрдействие. В рамках системного подхода к процессам формирования и анализа сигналов в интерферометре можно задать динамическую систему с помощью стохастических дифференциальных уравнений. Параметры такой системы могут быть оценены с помощью рекуррентных алгоритмов обработки данных [2–4]. Эти алгоритмы осуществляют последовательную обработку результатов измерений, используя априорную информацию о модели сигнала и статистических характеристиках шума.

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации и гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук № МК-1455.2014.8.

<sup>1</sup> The work was done under financial support from the Russian Ministry of Education and Science and grant of the President of the Russian Federation for state supporting of young Russian PhD scientists № МК-1455.2014.8.

Линейный фильтр Калмана [5] является оптимальным по критерию минимума среднего квадратичного отклонения (СКО) ошибки оценивания, однако этот алгоритм применим только для линейных систем с нормально распределенным аддитивным шумом. Формируемые в интерферометрических системах сигналы нелинейно зависят от параметров. Для обработки таких сигналов применяются алгоритмы нелинейной стохастической фильтрации. Примерами таких алгоритмов могут служить расширенный фильтр Калмана [6, 7] и нелинейный марковский фильтр [8, 9], основанные на аппроксимации нелинейных уравнений модели при помощи разложения в степенной ряд. Эти алгоритмы квазиоптимальны [2, 10] и неустойчивы к отклонениям начальных условий и шуму с распределением, отличным от нормального (см., например, [3]).

Для повышения устойчивости к различным типам нелинейности и распределениям шума в работе предлагается использовать последовательный метод Монте-Карло (Sequential Monte-Carlo method) [7, 11, 12], также упоминаемый в зарубежной литературе как фильтр частиц (Particle filter) [13], конденсационный алгоритм (The condensation algorithm) [14–15] или аппроксимация взаимодействующими частицами (Interacting particle approximation) [16]. Этот алгоритм базируется на статистической аппроксимации апостериорной плотности вероятности каждого параметра в векторе параметров системы на основании предыдущих наблюдений [7, 11–13].

Поскольку параметры интерферометрических сигналов нелинейно входят в модель наблюдения, а также сигналы подвержены влиянию случайных внешних воздействий, целесообразно исследовать возможность применения последовательного метода Монте-Карло в задаче динамического оценивания параметров интерферометрических сигналов, а также определить свойства алгоритма, включая его устойчивость к шумам и влияние начальных настроек на сходимость. Таким образом, в работе рассмотрено применение последовательного метода Монте-Карло для оценивания параметров интерферометрических сигналов с нелинейно изменяющейся амплитудой и фазой. Проведен анализ влияния входных параметров на качество работы алгоритма.

### Последовательный метод Монте-Карло

Динамическая система, как известно, может быть задана в дискретной форме для каждого номера дискретного отчета  $k = 0..K-1$  уравнениями системы и наблюдения:

$$\boldsymbol{\theta}(k+1) = \mathbf{f}(\boldsymbol{\theta}(k), \mathbf{w}(k)), \tag{1}$$

$$\mathbf{s}(k) = \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}(k), \mathbf{n}(k)), \tag{2}$$

где  $\boldsymbol{\theta}$  – вектор параметров системы с известной плотностью вероятности  $p(\boldsymbol{\theta}(k))$  на шаге  $k = 0$ ,  $\mathbf{f}(\cdot)$  и  $\mathbf{h}(\cdot)$  – известные нелинейные дифференцируемые векторные функции,  $\mathbf{w}$  и  $\mathbf{n}$  – шумы системы и наблюдения, статистический закон распределения которых известен.

Работа алгоритма условно может быть разделена на четыре этапа: генерация случайного набора векторов параметров системы, предсказание возможных значений параметров на следующем шаге, отбор векторов, лучше всего удовлетворяющих поступившим наблюдениям, и коррекция плотности вероятности распределения параметров (рис. 1).

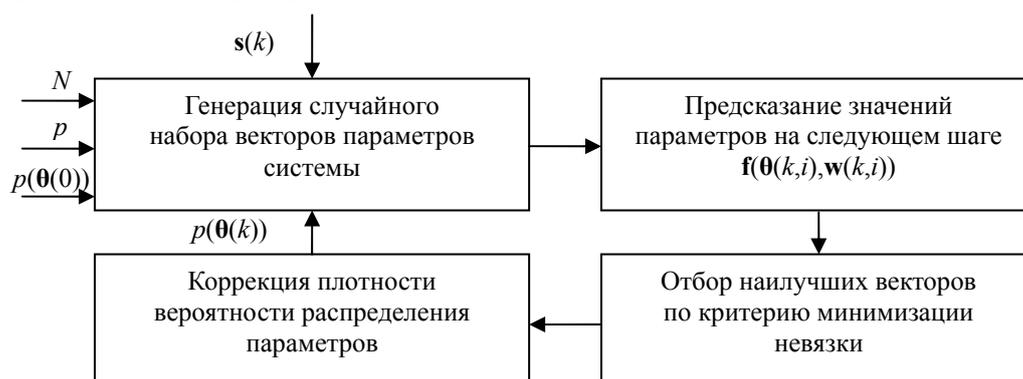


Рис. 1. Схема алгоритма динамического оценивания параметров последовательным методом Монте-Карло

Входными параметрами алгоритма является количество генерируемых случайных векторов  $N$ , пороговая вероятность отбора, статистические моменты априорной плотности вероятности распределения параметров. Рассмотрим каждый этап подробнее.

На первом этапе с учетом информации о распределении шумов и компонентов вектора параметров динамической системы генерируется множество  $\bar{\Theta}$  векторов, состоящее из  $N$  независимых векторов  $\bar{\boldsymbol{\theta}}(k, i)$ , где  $i = 0..N-1$  – номер вектора  $\bar{\boldsymbol{\theta}}$  в множестве  $\bar{\Theta}$ . Количество генерируемых векторов выбирается с учетом

допустимых погрешностей оценки параметров и требованиям к быстродействию. На втором этапе в соответствии с уравнением (1) формируется множество предсказываемых значений вектора параметров:

$$\hat{\theta}(k+1, i) = \mathbf{f}(\hat{\theta}(k, i), \mathbf{w}(k, i)).$$

На третьем этапе из элементов множества  $\hat{\Theta}$  выбираются векторы, лучше всего удовлетворяющие наблюдениям, зарегистрированным на текущем шаге. Этот выбор осуществляется на основе оценки вероятности совпадения каждого из векторов множества  $\hat{\Theta}$  с истинным вектором параметров на текущем шаге. Для этого с использованием уравнения (2) для каждого из векторов множества  $\hat{\Theta}$  вычисляется оценка наблюдения  $\hat{s}(k)$ . Описанную выше вероятность можно оценить как:

$$q(i) = P([\hat{s}(k) = \mathbf{s}(k)] | [\hat{\theta}(k, i) = \theta(k)]). \quad (3)$$

Формула для вычисления  $q(i)$  зависит от характера функции распределения шума наблюдений. Например, если шум наблюдения  $\mathbf{n}(k)$  аддитивен и распределен по нормальному закону с нулевым средним, уравнение (3) можно представить в виде (см., например, [7]):

$$q(i) = P(\mathbf{n}(k) = \{\mathbf{s}(k) - \mathbf{h}(\hat{\theta}(k, i))\}) = \frac{\alpha}{\sqrt{(2\pi)^m |\mathbf{R}|}} \exp\left(-\frac{1}{2}[\mathbf{s}(k) - \mathbf{h}(\hat{\theta}(k, i))]^T \mathbf{R}^{-1}[\mathbf{s}(k) - \mathbf{h}(\hat{\theta}(k, i))]\right), \quad (4)$$

где  $m$  – количество элементов в векторе наблюдаемых значений;  $\mathbf{R}$  – ковариационная матрица шума наблюдения;  $\alpha$  – коэффициент нормировки. Выбор наиболее вероятных векторов осуществляется в соответствии с правилом

$$\{\forall \theta(k, i) \in \hat{\Theta}: q(i) \leq p\}, p \in [0, 1], \quad (5)$$

где  $p$  – пороговое значение вероятности, определяющее минимальную условную вероятность совпадения вектора из множества  $\hat{\Theta}$  с истинным вектором параметров динамической системы.

На четвертом этапе проводится оценивание вектора параметров (например, он может быть вычислен как среднее значение выбранных векторов). На основании выбранных значений осуществляется коррекция плотности вероятности распределения параметров. Новое множество  $\hat{\Theta}$ , которое используется для оценки параметров на следующем шаге, генерируется в соответствии со скорректированной плотностью вероятности распределения компонентов вектора параметров.

### Оценивание параметров интерферометрических сигналов

Для реализации алгоритма необходима априорная информация о модели сигнала. Интерферометрический сигнал, как известно, можно представить дискретной последовательностью отсчетов

$$s(k) = B(k) + A(k) \cos(\Phi(k) + \delta\varphi(k)) + n(k), \quad (6)$$

где  $B(k)$  – фоновая составляющая;  $A(k)$  – амплитуда;  $n(k)$  – некоррелированный с сигналом белый шум с нулевым средним, распределенный по нормальному закону;  $\Phi(k)$  – полная фаза сигнала;  $\delta\varphi(k)$  – случайные флуктуации фазы. Полная фаза определяется как

$$\Phi(k) = \sum_{k'=0}^k 2\pi f(k') \Delta z,$$

где  $f(k')$  – частота;  $\Delta z$  – шаг дискретизации по независимой переменной.

С учетом модели интерферометрического сигнала (6) вектор параметров имеет вид

$$\theta = (B, A, f, \Phi)^T,$$

а векторные функции в уравнениях системы и наблюдения соответственно представляются в форме

$$\mathbf{h}(\theta) = B + A \cos \Phi,$$

$$\mathbf{f}(\theta) = \theta + (0, 0, 0, 2\pi f \Delta z)^T.$$

Плотность распределения вероятности каждого компонента вектора параметров на шаге  $k=0$  предполагается нормальной. Шумы системы и наблюдения считаются аддитивными, белыми и имеющими нормальное распределение с нулевым средним и некоторой дисперсией. Исходя из свойств типичных интерференционных картин и интерферометрических сигналов, можно заключить, что в процессе фильтрации закон распределения отклонений элементов вектора параметров останется нормальным, а параметры распределения (например, математическое ожидание и дисперсия) могут измениться.

Так как шум наблюдения в модели (6) можно считать распределенным по нормальному закону, для расчета вероятностей  $q(i)$  можно воспользоваться уравнением (4). Значения вероятностей  $q(i)$  обратны аргументу экспоненциальной функции, который прямо пропорционален квадрату евклидова расстояния между наблюдением  $\mathbf{s}(k)$  и прогнозом сигнала  $\hat{\mathbf{s}}(k)$ . Для уменьшения вычислительной сложности алго-

ритма при использовании данной модели целесообразно вместо максимизации функции (4) минимизировать невязку между наблюдением и прогнозом:

$$\Delta = \left| \mathbf{h}(\hat{\boldsymbol{\theta}}(k,i)) - \mathbf{s}(k) \right|. \quad (7)$$

Использование выражения (7), однако, не позволяет вычислить вероятность  $q(i)$ , необходимую для выбора векторов параметров по правилу (5). В этом случае можно осуществлять выбор  $M$  векторов ( $M < N$ ), для которых невязка (7) минимальна.

Оценка вектора параметров на текущем шаге вычисляется как среднее значение выбранных в соответствии с правилом (5) элементов множества  $\hat{\Theta}$ .

Рис. 2 иллюстрирует результаты динамического оценивания амплитуды и фазы интерферометрического сигнала при помощи последовательного метода Монте-Карло. Параметры модели соответствуют реальным интерферометрическим сигналам, регистрируемым в системах корреляционной оптической когерентной томографии [17–21]. Фаза оцениваемого сигнала задавалась изменяющейся по нелинейному закону с отклонением  $\pm 2\pi$  рад на длине реализации. Количество отсчетов на периоде в модельном сигнале не превышает пяти. СКО аддитивного нормально распределенного белого шума составляет 10% от максимального значения амплитуды. Количество  $N$  генерируемых случайных векторов равняется 1000, количество  $M$  отбираемых – 300. Начальные дисперсии амплитуды и фазы соответственно равны 25 усл. ед. и  $\pi/4$  рад.

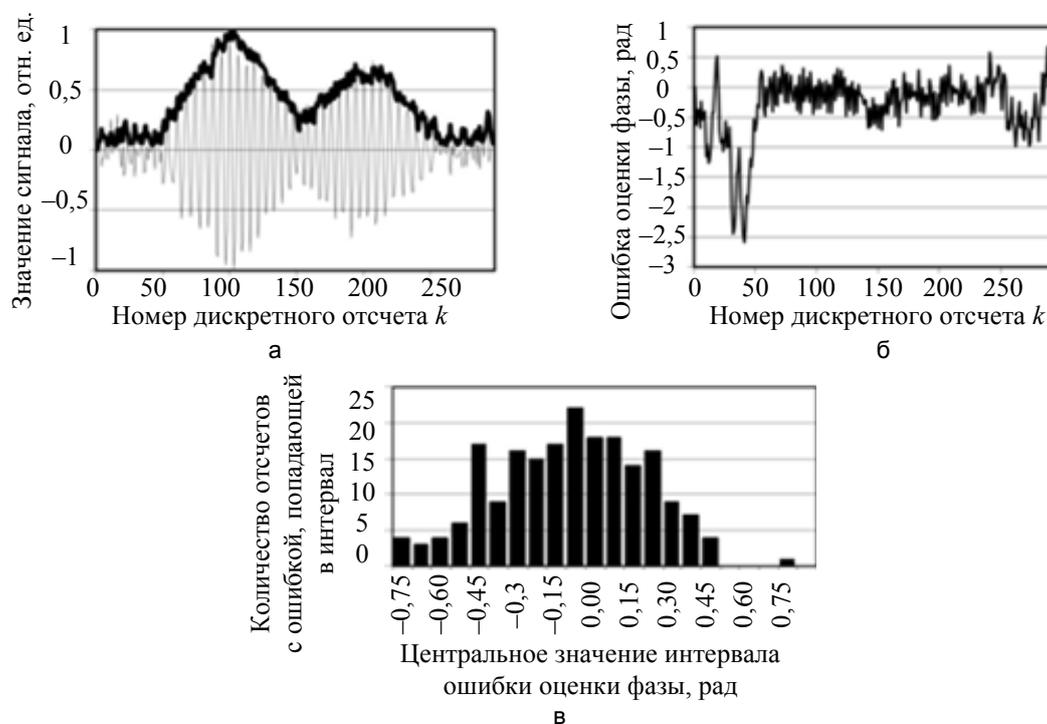


Рис. 2. Исходный сигнал и результат динамического оценивания амплитуды (а), ошибка оценки фазы (б) и гистограмма распределения ошибки оценки фазы на участке, содержащем полезную составляющую сигнала (в)

Следует отметить, что поскольку последовательный метод Монте-Карло предполагает минимизацию невязки только для текущего дискретного отсчета  $k$  и не использует коэффициент усиления (как в алгоритмах калмановского типа), то исходная дисперсия шума сохраняются в процессе фильтрации. Указанный факт не всегда позволяет улучшить отношение сигнал/шум при использовании последовательного метода Монте-Карло, однако сохраняет устойчивость фильтра к нелинейностям изменения параметров сигнала. Так, для модельного сигнала с исходным СКО аддитивного шума 10% от максимального значения амплитуды, СКО ошибки оценки амплитуды составило 8% ее максимального значения. На рис. 2 показано, что на участке, содержащем полезную составляющую сигнала, ошибка фазы распределена по нормальному закону, а максимальное отклонение фазы равняется  $\pi/4$  рад. В пределах всей реализации сигнала ошибка оценки фазы не превышает  $3\pi/4$  рад.

#### Анализ влияния входных параметров на результат работы алгоритма

Погрешность оценки параметров интерферометрического сигнала зависит от входных параметров алгоритма: плотности вероятности распределения параметров, количества генерируемых случайных век-

торов и количества отбираемых векторов, лучше всего удовлетворяющих текущим наблюдениям. В описанном выше примере плотность вероятности распределения отклонений параметров на каждом шаге является нормальной, и изменяются лишь параметры распределения. Ниже рассмотрено влияние соотношения количества генерируемых и отбираемых векторов на качество оценки параметров интерферометрических сигналов.

На рис. 3 представлены зависимости отношения сигнал/шум и СКО ошибки оценки амплитуды от количества отбираемых векторов. Количество генерируемых векторов фиксировано и равно 1000. Видно, что количество отбираемых векторов приблизительно одинаково для наиболее высокого отношения сигнал/шум и наименьшего значения ошибки амплитуды и составляет величину порядка 300. С увеличением этого параметра качество оценки падает.

На рис. 4 представлены зависимости отношения сигнал/шум восстановленного сигнала и СКО ошибки оценки амплитуды от количества генерируемых случайных векторов. Количество отбираемых векторов составляет 30% от количества генерируемых. Видно, что значительные изменения ошибки амплитуды и отношения сигнал/шум наблюдаются при значениях  $N$  меньше 150. Дальнейшее увеличение количества генерируемых векторов не влечет повышения качества оценивания.

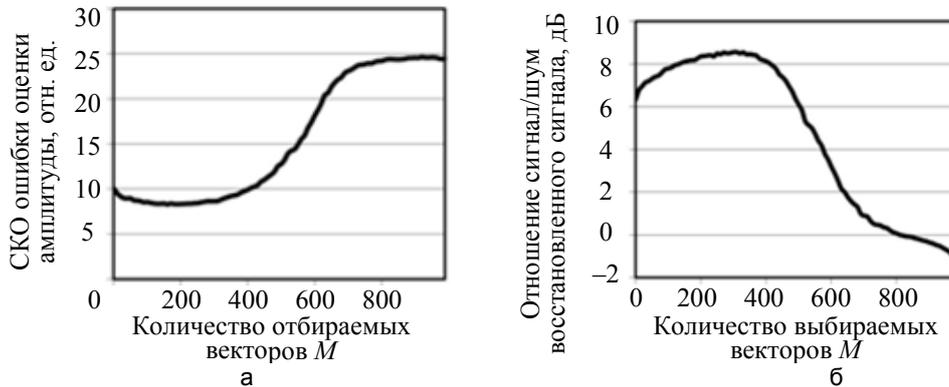


Рис. 3. Зависимости отношение сигнал/шум (а) и СКО оценки амплитуды (б) от количества выбираемых случайных векторов параметров

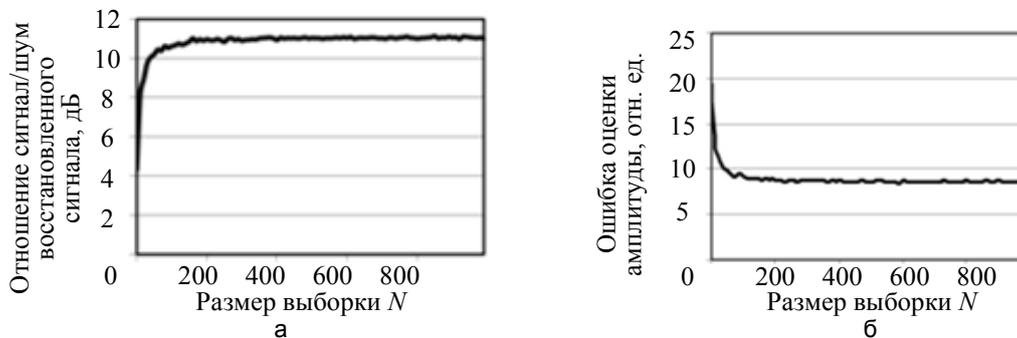


Рис. 4. Зависимости отношение сигнал/шум (а) и СКО ошибки оценки амплитуды (б) от размера генерируемой выборки случайных векторов параметров

### Заключение

В работе рассмотрено применение последовательного метода Монте-Карло для решения задачи динамического оценивания параметров интерферометрических сигналов.

Представленные результаты оценивания параметров модельных сигналов, характерных для систем корреляционной оптической когерентной томографии, показывают, что среднее квадратичное отклонение ошибки оценки амплитуды для типичных сигналов не превысило 8% от ее максимального значения при среднем квадратичном отклонении аддитивного шума 10%. В пределах участка, содержащего полезный сигнал, ошибка фазы распределена по нормальному закону. Ее максимальное отклонение не превысило  $\pi/4$  рад на участке, содержащем полезную составляющую сигнала. Показано, что последовательный метод Монте-Карло является устойчивым к нелинейностям изменения параметров сигнала.

Проведен анализ влияния количества отбираемых векторов параметров на результаты оценивания. На основании результатов моделирования для рассмотренного класса сигналов рекомендуется отбирать 30% от количества генерируемых векторов. Увеличение количества генерируемых векторов более 150 не влечет за собой значительного улучшения качества получаемых оценок.

### Литература

1. Malacara D. Optical Shop Testing. NY: Wiley, 1978. 862 p.
2. Gurov I., Volynsky M. Interference fringe analysis based on recurrence computational algorithms // Optics and Lasers in Engineering. 2012. V. 50. N 4. P. 514–521.
3. Van Kampen N. Stochastic Processes in Physics and Chemistry. North Holland, 1984. 464 p.
4. Степанов О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч. 1. Введение в теорию оценивания. СПб: Электроприбор, 2009. 496 с.
5. Kalman R.E. A new approach to linear filtering and prediction problems // Trans. ASME, J. Basic Eng. 1960. V. 82. P. 35–45.
6. Simon D. Using nonlinear Kalman filtering to estimate signals // Embedded Systems Design. 2006. V. 19. N 7. P. 38–53.
7. Simon D. Optimal state estimation: Kalman,  $H_\infty$ , and Nonlinear Approaches. NY: John Wiley & Sons, Inc., 2006. 526 p.
8. Ярлыков М.С. Статистическая теория радионавигации. М: Радио и связь, 1985. 345 с.
9. Gurov I., Sheynihovich D. Interferometric data analysis based on Markov nonlinear filtering methodology // JOSAA. 2000. V. 17. N 1. P. 21–27.
10. Gurov I., Ermolaeva E., Zakharov A. Analysis of low-coherence interference fringes by the Kalman filtering method // Journal of the Optical Society of America A. 2004. V. 21. N 2. P. 242–251.
11. Doucet A., de Freitas N., Gordon N. Sequential Monte Carlo methods in practice. NY: Springer-Verlag, 2001. 583 p.
12. Iba Y. Population Monte Carlo algorithms // Transactions of the Japanese Society for Artificial Intelligence. 2001. V. 16. N 2. P. 279–286.
13. Ristic B., Arulampalam S., Gordon N. Beyond the Kalman filter: Particle filters for tracking applications. Boston, Artech House, 2004. 318 p.
14. Isard M., Blake A. Contour tracking by stochastic propagation of conditional density // European Conference on Computer Vision. 1996. P. 343–356.
15. MacCormick J., Blake A. Probabilistic exclusion principle for tracking multiple objects // Proc. of IEEE International Conference on Computer Vision. 1999. P. 572–578.
16. Del Moral P. Measure valued processes and interacting particle systems. Application to nonlinear filtering problems // Annals of Applied Probability. 1998. V. 8. N 2. P. 438–495.
17. Гуров И.П. Оптическая когерентная томография: принципы, проблемы и перспективы / В сб.: Проблемы когерентной и нелинейной оптики / Под ред. И.П. Гуров, С.А. Козлов. СПб: СПбГУ ИТМО, 2004. С. 6–30.
18. Fercher A. Optical coherence tomography // Journal of Biomedical Optics. 1996. V. 1. N2. P. 157–173.
19. Гуров И.П., Жукова Е.В., Маргарянц Н.Б. Исследование внутренней микроструктуры материалов методом оптической когерентной микроскопии с перестраиваемой длиной // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2012. № 3 (79). С. 40–45.
20. Гуров И.П., Жукова Е.В., Левшина А.В. Применение метода оптической когерентной томографии для изучения предметов искусства, выполненных в технике интарсии // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2012. № 3 (79). С. 55–59.
21. Вольнский М.А., Воробьева Е.А., Гуров И.П., Маргарянц Н.Б. Бесконтактный контроль микрообъектов методами интерферометрии малой когерентности и оптической когерентной томографии // Изв. вузов. Приборостроение. 2011. Т. 54. № 2. С. 75–82.

<b>Вольнский Максим Александрович</b>	– кандидат технических наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, maxim.volynsky@gmail.com
<b>Гуров Игорь Петрович</b>	– зав. кафедрой, доктор технических наук, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, gurov@mail.ifmo.ru
<b>Ермолаев Петр Андреевич</b>	– студент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, Petr-ermolaev@hotmail.com
<b>Скаков Павел Сергеевич</b>	– ассистент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, pavelsx@gmail.com
<b>Maxim A. Volynsky</b>	– associate professor, PhD, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, maxim.volynsky@gmail.com
<b>Igor P. Gurov</b>	– Department head, D.Sc., Professor, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, gurov@mail.ifmo.ru
<b>Peter A. Ermolaev</b>	– student, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, Petr-ermolaev@hotmail.com
<b>Pavel S. Skakov</b>	– assistant, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, pavelsx@gmail.com

Принято к печати 26.03.2014

Accepted 26.03.2014

УДК 535.51:621.383: 666.011.01

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА СЕКЦИОНИРОВАНИЯ В ЭЛЛИПСОМЕТРИИ  
НЕОДНОРОДНЫХ ОТРАЖАЮЩИХ СИСТЕМ**

**А.Н. Горляк<sup>а</sup>, В.М. Солонуха<sup>б</sup>, И.А. Храмцовский<sup>б</sup>**

<sup>а</sup> Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет (ЛЭТИ), Санкт-Петербург, Россия, ellipsometry@mail.ru

<sup>б</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, vsolonukha@yandex.ru

Исследованы особенности применения методов эллипсометрии и ультрафиолетовой спектрофотометрии при механической и химической обработке поверхности элементов оптоэлектроники, изготовленных из кварцевого стекла. В качестве техники эксперимента использован эллипсометр ЛЭФ-3М-1, спектрофотометр СФ-26 и интерферометр МИИ-4 с широко известными техническими характеристиками. Методом эллипсометрии измерялись поляризационные характеристики отраженного светового пучка; методом фотометрии измерялся коэффициент пропускания излучения в ультрафиолетовой области спектра; методом интерферометрии измерялась толщина поверхностного слоя при травлении кварцевого стекла.

На основе уравнения эллипсометрии для отражающей системы «неоднородный слой–неоднородная подложка» разработан метод HF-секционирования неоднородного поверхностного слоя полированного кварцевого стекла. Метод позволяет провести измерения и анализ оптических характеристик системы неоднородных слоев на неоднородной подложке и реконструировать оптический профиль поверхностных слоев при химической обработке поверхности кварцевого стекла.

Для определения изменения показателя преломления по глубине слоя используется аппроксимация экспериментальных значений поляризационных характеристик системы однородных слоев. Неоднородный поверхностный слой полированного кварцевого стекла состоит из области (толщиной до 20 нм) с показателем преломления слоя меньше показателя преломления кварцевого стекла и области (толщиной до 0,1 мкм) с показателем преломления слоя больше показателя преломления кварцевого стекла. Методами эллипсометрии и фотометрии определены технологические условия и оптические характеристики неоднородных слоев при химической обработке кварцевого стекла для оптических элементов с минимальными потерями излучения в ультрафиолетовой области спектра.

**Ключевые слова:** эллипсометрия, поверхностный слой, показатель преломления и толщина слоя.

**SECTIONING METHOD APPLICATION AT ELLIPSOMETRY  
OF INHOMOGENEOUS REFLECTION SYSTEMS**

**A.N. Gorlyak<sup>а</sup>, V.M. Solonukha<sup>б</sup>, I.A. Khramtsovsky<sup>б</sup>**

<sup>а</sup> Saint Petersburg State Electrotechnical University (LETI), Saint Petersburg, Russia, ellipsometry@mail.ru

<sup>б</sup> ITMO University, Saint Petersburg, Russia, vsolonukha@yandex.ru

The paper deals with investigation of application peculiarities of ellipsometry methods and UF spectrophotometry at mechanical and chemical processing of optical engineering surface elements made of quartz glass. Ellipsometer LEF-3M-1, spectrophotometer SF-26 and interferometer MII-4 are used as experiment tools; they obtain widely known technical characteristics. Polarization characteristics of reflected light beam were measured by ellipsometry method; spectrophotometry method was used for measuring radiation transmission factor in UF spectrum area; by interference method surface layer thickness at quartz glass etching was measured.

A method for HF-sectioning of inhomogeneous surface layer of polished quartz glass is developed based on ellipsometry equation for reflection system «inhomogeneous layer – inhomogeneous padding». The method makes it possible to carry out the measuring and analysis of optical characteristics for inhomogeneous layers system on inhomogeneous padding and to reconstruct optical profile of surface layers at quartz glass chemical processing.

For definition of refractive index change along the layer depth, approximation of experimental values for polarization characteristics of homogeneous layers system is used. Inhomogeneous surface layer of polished quartz glass consists of an area (with thickness up to 20 nm) and layer refractive index less than refractive index for quartz glass and an area (with thickness up to 0,1 μm) and layer refractive index larger than refractive index for quartz glass. Ellipsometry and photometry methods are used for definition of technological conditions and optical characteristics of inhomogeneous layers at quartz glass chemical processing for optical elements with minimum radiation losses in UF spectrum area.

**Keywords:** ellipsometry, surface layer, refractive index and layer thickness.

**Введение**

Для изготовления оптических внутрирезонаторных элементов ионных лазеров (аргоновых и криптоновых) в качестве основного материала используется кварцевое стекло, коэффициент пропускания которого в видимой и ультрафиолетовой (УФ) области спектра имеет наибольшее значение среди силикатных стекол [1–6]. Вследствие целого ряда технологических особенностей синтеза кварцевого стекла и условий обработки поверхности оптического элемента [6–11] в структуре, химическом составе стекла и

поверхностном слое (ПС), образующемся при полировании детали, наблюдается наличие «комбинационной» (структурной и химической) и оптической неоднородностей. При определении оптической неоднородности в ПС элементов применяются различные физико-математические методы моделирования распределения показателя преломления  $n(z)$  по глубине слоя  $z$  [10–15]. Однако при расчете локального значения показателя преломления  $n(z_j)$  в неоднородном ПС возможна неоднозначность в численном решении обратной задачи эллипсометрии для слоисто-неоднородной структуры ПС [16, 17].

Важнейшими аспектами, определяющими возможность практической реализации преимуществ метода секционирования (последовательное травление порции материала (секции)) вещества в эллипсометрии неоднородных ПС оптических элементов, являются алгоритм решения обратной задачи эллипсометрии, метрологические возможности эллипсометрического контроля *in situ* и аппаратная реализация метода [10]. При последовательном методе определения оптических характеристик неоднородных слоев повышается информативность эллипсометрического метода: снимается проблема неоднозначности в измерении толщины и возникает возможность определить распределение показателя преломления по глубине слоисто-неоднородной структуры.

Для определения оптических параметров неоднородных ПС и анализа амплитудно-фазовых соотношений поляризационных компонент отраженного светового пучка от многослойной системы обычно используются рекуррентные соотношениями Скендонна–Баллерини или Абеле [10], когда заранее предполагается, что многослойная система находится на однородной подложке. Однако неучет ряда методических особенностей применяемого способа определения оптических характеристик неоднородного слоя по методу секционирования зачастую приводит к существенным ошибкам в расчете толщины  $d_j$  и показателя преломления  $n_j$  элементарного слоя. Отметим, что под «элементарными слоями» понимаются слои конечной толщины  $d \ll \lambda$ , где  $\lambda$  – длина волны излучения, из системы которых составляется модель многослойной отражающей системы, эквивалентная по своим поляризационно-оптическим свойствам исследуемому неоднородному поверхностному слою [10]. В основном это связано с тем, что каждый «элементарный слой» находится на части нижележащей многослойной системы, т.е. на «неоднородной подложке» [17–19].

Цель настоящей работы заключалась в усовершенствовании эллипсометрического метода определения оптических характеристик неоднородного слоя, находящегося на неоднородной подложке, и оптимизации технологических режимов химической обработки для получения оптических элементов с минимальными потерями излучения в УФ области спектра.

### Объекты и методы исследования

В качестве объектов исследования использовались элементы оплотехники, изготовленные из кварцевого стекла КУ2 (показатель преломления  $n_0 = 1,4570$  при  $\lambda = 0,6328$  мкм), которые полировались по стандартной технологии алмазным порошком АСМ 1,0/0. Для последующего удаления ПС, образующегося при полировании деталей, использовалась химическая обработка поверхности оптических элементов в 1% мол. растворе HF при температуре 20–25°C.

Измерение поляризационных характеристик отраженного светового пучка – азимута линейной восстановленной поляризации  $\Psi$  и разности фаз между двумя взаимно ортогональными компонентами отраженного светового пучка  $\Delta$  – осуществлялось на приборе ЛЭФ-3М-1 [20] при угле падения светового пучка  $\varphi = 60^\circ$  и длине волны излучения  $\lambda = 0,6328$  мкм с погрешностью  $S_\Delta \leq 2'$  и  $S_\Psi \leq 1'$ . Методика измерений основных эллипсометрических параметров объекта исследования и их метрологическая аттестация подробно описаны в [10].

На приборе СФ-26 проводилось измерение коэффициента пропускания  $T$  в УФ при длине волны излучения  $\lambda = 200, 250$  и  $300$  нм с погрешностью  $S_T \leq 1\%$ . Методика метрологической аттестации измерений коэффициента пропускания  $T$  проводилась по образцовым элементам, предварительно аттестованным методом импульсной фотометрии [4].

Толщина стравленного слоя  $d_j$  и показатель преломления элементарного слоя  $n_j$ , а также распределение показателя преломления  $n(z_j)$  по глубине ПС определялись на основе уравнения эллипсометрии для отражающей системы «неоднородный слой–неоднородная подложка» [17]:

$$\Phi_j = (i \cdot k_0 \cdot A_0 \cdot \rho_0)^{-1} \cdot [(\rho_j - \rho_0) - (\rho_{j-1} - \rho_0) \cdot \exp(-i \cdot 2k_0 \cdot U_0^{(s)} \cdot d_j)], \quad (1)$$

$$\Phi_j = \int_0^{d_j} (\varepsilon_j(z) - \varepsilon_0) \cdot (\varepsilon_j(z) - \varepsilon_B) \cdot \varepsilon_j^{-1}(z) \cdot \exp(-i2k_0 U_0^{(s)} z) dz, \quad (2)$$

$$A_0 = 2\varepsilon_0 \operatorname{tg}^2 \varphi \cdot U_B^{(s)} \cdot ([\operatorname{tg}^4 \varphi \cdot (U_B^{(s)})^2 - (U_0^{(s)})^2] \cdot (\varepsilon_0 - \varepsilon_B))^{-1}, \quad (3)$$

$$\rho = \operatorname{tg} \Psi \cdot \exp i\Delta, \quad k_0 = 2\pi/\lambda, \quad (4)$$

$$U_0^{(s)} = (\varepsilon_0 - \varepsilon_B \cdot \sin^2 \varphi)^{1/2}, \quad U_B^{(s)} = \sqrt{\varepsilon_B} \cdot \cos \varphi, \quad (5)$$

где  $\rho_0, \rho_j, \rho_{j-1}$  – эллипсометрическое отношение для геометрически плоской границы раздела сред, для поверхностного слоя до его стравливания  $\rho_j$  и после травления  $\rho_{j-1}$  в растворе плавиковой кислоты соот-

ветственно;  $\lambda$  – длина волны излучения;  $\varphi$  – угол падения светового пучка;  $\epsilon_o, \epsilon_B, \epsilon_j$  – диэлектрические проницаемости однородной подложки, внешней среды и стравленного  $j$ -го тонкого слоя.

По результатам измерений основных эллипсометрических параметров  $\Delta$  и  $\Psi$  на каждом этапе стравливания  $j$ -го тонкого слоя по уравнению эллипсометрии (1)–(5) проводилась реконструкция оптического профиля  $n(z)$  неоднородного ПС полированного кварцевого стекла. Толщина стравленного слоя  $d_c$  определялась также методом интерферометрии на приборе МИИ-4 по величине ступеньки травления

$$d_c = d_o - d_j, \tag{6}$$

образованной между двумя частями образца – стравленной частью поверхностного слоя  $d_j$  и частью образца  $d_o$ , маскируемой воском. Такая методика использовалась ранее в [6], и погрешность  $S_d$  в определении общей толщины стравленного слоя  $d_\Sigma$  составила  $S_d \leq 10$  нм.

### Эксперимент и обсуждение результатов

Изменение оптических и спектральных характеристик элементов оптотехники при химической обработке полированного кварцевого стекла в водном растворе плавиковой кислоты показаны на рис. 1, 2.

Из представленных на рис. 1 данных следует, что при малых временах травления (до  $t$  около 2 мин) происходит возрастание показателя преломления ПС. Это можно объяснить удалением приповерхностной области слоя, в которой присутствуют органические соединения на поверхности элемента. При дальнейшем травлении полированного кварцевого стекла (до  $t \approx 7$  мин) удаляется область ПС с нарушенной структурой кремнекислородной сетки ПС, которая формируется при механическом воздействии зерен алмазного порошка на поверхность детали в процессе ее полирования [6–11]. При стравливании этой области ПС показатель преломления слоя приближается к значению показателя преломления кремнекислородной матрицы кварцевого стекла  $n_o = 1,4570$  (рис. 1).

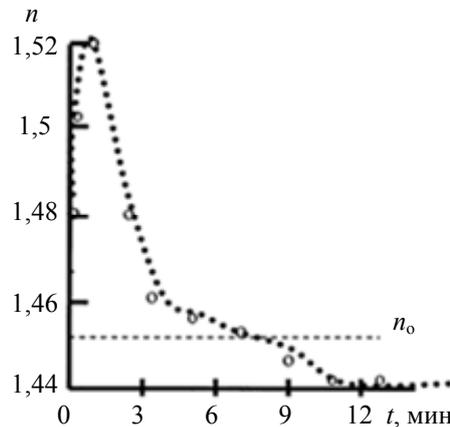


Рис. 1. Изменение показателя преломления поверхностного слоя при химической обработке кварцевого стекла ( $\lambda = 0,6328$  мкм)

Удаление этой области ПС в процессе химического травления кварцевого стекла приводит к уменьшению потерь излучения на оптический детали и соответственно к возрастанию коэффициента пропускания элемента в УФ области спектра (рис. 2). Однако при длительном воздействии раствора плавиковой кислоты на механически обработанную поверхность детали ( $t > 7$  мин) происходит растравливание трещиноватого слоя, который был ранее образован на стадии предварительного шлифования детали [11] и не был полностью удален при полировании кварцевого стекла. При этом возрастает микрорельеф поверхности, что подтверждается образованием ПС с показателем преломления меньше объемного значения  $n_o$ , и возрастают потери оптического излучения на поверхности детали, т.е. коэффициент пропускания в УФ области спектра уменьшает свое значение (рис. 2).

Из установленных корреляционных связей между оптическими параметрами ПС и спектроскопическими характеристиками в УФ области спектра (рис. 1, 2) были определены оптимальные условия химической обработки, при которых потери излучения в оптических элементах минимальны ( $t_{opt} \approx 7$  мин в 1% мол. растворе HF при температуре 20–25°C).

Используя результаты эллипсометрических и спектрофотометрических исследований, можно по формулам (1)–(6) провести реконструкцию оптического профиля  $n(z)$  стравленного ПС, образованного при полировании кварцевого стекла (рис. 3), т.е. только при травлении ПС в течение времени  $t \leq 7$  мин.

Область ПС, образованная при травлении оставшегося после механической обработки трещиноватого слоя ( $t > 7$  мин), не учитывается при аппроксимации распределения показателя преломления  $n(z)$  по глубине ПС системой тонких однородных слоев  $n(m)$  на неоднородной подложке кварцевого стекла.

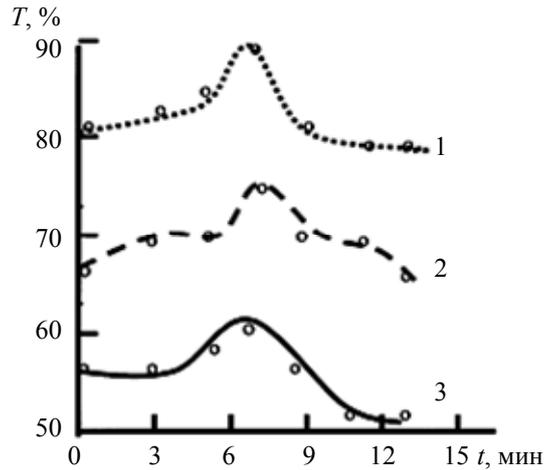


Рис. 2. Изменение коэффициента пропускания элементов кварцевого стекла в УФ области спектра: кривая 1 –  $\lambda = 300$  нм; кривая 2 –  $\lambda = 250$  нм; кривая 3 –  $\lambda = 200$  нм

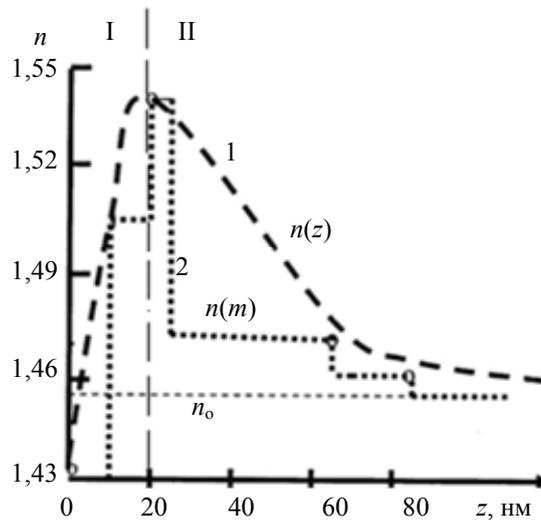


Рис. 3. Оптический профиль поверхностного слоя полированного кварцевого стекла: кривая 1 – схематическое изображение двух областей (I и II) ПС  $n(z)$ ; кривая 2 – аппроксимация оптического профиля ПС  $n(z)$  многослойной системой  $n(m)$

Из представленных на рис. 3 результатов анализа поляризационно-оптических свойств ПС можно выделить две области поверхностного слоя, образующегося при полировании кварцевого стекла алмазным порошком: I – приповерхностную область слоя толщиной до  $d$  порядка 20 нм, в которой показатель преломления  $n(z)$  изменяется от значений  $n(z) < n_0$  до некоторого максимального значения  $n_{\max} > n_0$ ; II – протяженную область ПС толщиной  $d$  порядка 20–90 нм, в которой показатель преломления  $n(z)$  по глубине слоя  $z$  изменяется от некоторого значения  $n_{\max}$  до значений показателя преломления в кварцевом стекле  $n_0$ .

Если изменение  $n(z)$  в приповерхностной области можно объяснить наличием микрорельефа поверхности детали, а также наличием органических соединений, которые могут содержаться в полирующей суспензии и проникающих в ПС [11], то образование области в глубине ПС с показателем преломления  $n(z) > n_0$  связано с физико-механическим воздействием зерна полировального порошка на поверхность кварцевого стекла и нарушением его кремнекислородной структуры.

### Заключение

На основе уравнения эллипсометрии для неоднородной отражающей системы «неоднородный слой–неоднородная подложка» усовершенствован метод секционирования в эллипсометрии неоднородных поверхностных слоев элементов оптоэлектроники. Метод позволяет по непосредственным измерениям поляризационных характеристик отраженного светового пучка осуществить реконструкцию распределения показателя преломления  $n(z)$  по глубине поверхностного слоя, образующегося при полировании элементов оптоэлектроники, после его секционирования в водном растворе плавиковой кислоты. При этом не требуется проводить сложное и трудоемкое численное физико-математическое моделирование нижележащей слоистой неоднородной системы, определяющей оптические характеристики неоднородной подложки.

Спектрофотометрические и эллипсометрические исследования кинетики процесса химического травления полированного кварцевого стекла в водном растворе плавиковой кислоты показали, что поверхностный слой неоднороден по своей структуре и отличается от кремнекислородной матрицы стекла. При этом уменьшение показателя преломления в приповерхностной области слоя связано с наличием микрорельефа поверхности и органических соединений, входящих в состав полирующей суспензии и проникающих в ПС. В глубине поверхностного слоя показатель преломления слоя  $n(z)$  превышает значение показателя преломления кремнекислородной матрицы стекла  $n_0$  и его последующее стравливание позволяет уменьшить потери излучения в ультрафиолетовой области спектра.

Продолжительное травление поверхности элемента в растворе плавиковой кислоты приводит к травлению трещиноватого слоя, образованного ранее на стадии шлифования детали и оставшегося после полирования элемента, что уменьшает коэффициент пропускания элемента в ультрафиолетовой области спектра. Определены оптимальные условия химической обработки кварцевого стекла.

В дальнейшем предполагается использовать разработанный метод секционирования в эллипсометрии неоднородных отражающих систем при оптимизации различных условий технологической обработки поверхности элементов оптоэлектроники, изготовленных из многокомпонентных силикатных стекол.

### Литература

1. Землянский В.С., Горляк А.Н., Степанчук А.А., Храмовский И.А. Эллипсометрический метод технологического контроля элементов лазерной техники и градиентной оптики // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. 2007. № 9 (43). С. 81–87.
2. Новиков А.А., Горляк А.Н., Степанчук А.А., Храмовский И.А. Спектроскопический и эллипсометрический методы аттестации потоков оптического излучения в материале и поверхностном слое элементов ионных и эксимерных лазеров // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. 2007. № 9 (43). С. 88–96.
3. Новиков А.А., Прокопенко В.Т., Храмовский И.А. Определение потерь излучения на оптических элементах методами эллипсометрии и спектрофотометрии // Известия вузов. Приборостроение. 2007. Т. 50. № 3. С. 62–68.
4. Александров М.Е., Данилова Т.М., Беломутская П.С., Храмовский И.А. Определение потерь излучения на оптических элементах методом эллипсометрии и импульсной фотометрии // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. 2011. № 6 (76). С. 9–11.
5. Беломутская П.С., Данилова Т.М., Храмовский И.А. Определение оптических характеристик элементов лазерной техники методом внутривибрационных потерь излучения // Изв. вузов. Приборостроение. 2012. Т. 55. № 1. С. 73–78.
6. Храмовский И.А., Вощенко Т.К., Черезова Л.А., Пшеницын В.И., Апинов А.А. Изменение оптических свойств поверхностного слоя при ионно-плазменном распылении кварцевого стекла // Оптика и спектроскопия. 1988. Т. 65. № 1. С. 141–145.
7. Землянский В.С., Степанчук А.А., Сычев М.М., Храмовский И.А. Влияние структуры поверхностного слоя кварцевого стекла на потери излучения в ультрафиолетовой области спектра // Физика и химия стекла. 2008. Т. 34. № 3. С. 326–335.
8. Степанчук А.А., Сычев М.М., Прокопенко В.Т., Храмовский И.А. Исследование оптической неоднородности физико-химической структуры парофазного стекла // Сборник «Неразрушающий контроль и диагностика окружающей среды, материалов и промышленных изделий» / Под ред. А.И. Потапова. СПб: СЗТУ, 2007. Вып. 14. С. 184–193.
9. Gorlyak A.N., Khramtsovskij I.A. Diagnostics of the physicochemical state of the surface of optoelectronics elements by ellipsometry method // Proc of. 5th Workshop Ellipsometry. Zweibruecken, Germany, 2009. P. 63.
10. Пшеницын В.И., Абаев М.И., Лызлов Н.Ю. Эллипсометрия в физико-химических исследованиях. Л.: Химия, 1986. 152 с.
11. Пшеницын В.И., Мишин А.В., Храмовский И.А., Банщиков А.Г., Холлдаров Н.Х., Толмачев В.А., Калинина М.А. Применение эллипсометрии и Оже-спектроскопии для исследования поверхности стекол // Сборник «Эллипсометрия в науке и технике» / Под ред. К.К. Свиташева и А.С. Мардеева. Новосибирск: ИФП СО АН СССР, 1987. С. 142–150.
12. Землянский В.С., Новиков А.А., Храмовский И.А., Степанчук А.А. Особенности физико-математического моделирования структуры неоднородных поверхностных слоев элементов оптоэлектроники // Сборник «Неразрушающий контроль и диагностика окружающей среды, материалов и промышленных изделий» / Под ред. А.И. Потапова. СПб: СЗТУ, 2007. Вып. 14. С. 207–216.
13. Землянский В.С., Храмовский И.А., Горляк А.Н., Степанчук А.А. Методы эллипсометрического анализа поляризационно-оптических свойств неоднородных поверхностных слоев элементов оптоэлектроники // Оптика и спектроскопия. 2008. Т. 105. № 2. С. 346–351.

14. Дагман Э.Е., Семененко А.Л. Исследование неоднородных отражающих систем методом эллипсометрии. I Аппроксимация однородными слоями // Украинский физический журнал. 1981. Т. 26. № 5. С. 820–826.
15. Дагман Э.Е., Семененко А.Л. Исследование неоднородных отражающих систем методом эллипсометрии. Алгоритмический подход. II Аппроксимация «линейными» слоями // Украинский физический журнал. 1981. Т. 26. № 6. С. 922–928.
16. Пшеницын В.И., Храмцовский И.А. Новый подход к эллипсометрии реальной поверхности оптических материалов // Сборник «Эллипсометрия: теория, методы, приложение» / Под ред. А.В. Ржанова и Л.А. Ильина. Новосибирск: Наука, 1987. С. 8–14.
17. Пшеницын В.И., Храмцовский И.А., Крылова Н.А., Подсекаев А.В., Туркбоев А. Эллипсометрия отражающей системы «неоднородный слой–неоднородная подложка» // Сборник «Методы прикладной математики в транспортных системах» / Под ред. Ю.М. Кулибанова. СПб: ГУВК, 2000. вып. 3. С. 32–37.
18. Golyak A.N., Cramtsovsky I.A. The ellipcometry of the roug siface on an inhomogeneous substrate // Proc. of 4<sup>th</sup> International Conference on Spectroscopic Ellipsometry, ICSE 4. 2007. Stockholm, Sweden, 2007, Poster Session. P. 74.
19. Алексеев С.А., Крылова Н.А., Миронов А.О., Туркбоев А., Храмцовский И.А. Применение метода секционирования при контроле окисных покрытий на ферритах // Вопросы материаловедения. 2000. № 1 (21). С. 63–65.
20. Алгазин Ю.Б., Иощенко Н.Н., Леоненко А.Ф., Панькин В.Г., Рыхлитский С.В., Свиташев К.К. Лазерный фотоэлектрический эллипсометр ЛЭФ-3М-1 // Приборы и техника эксперимента. 1987. № 6. С. 204.

<i>Горляк Андрей Николаевич</i>	– кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет (ЛЭТИ), Санкт-Петербург, Россия, ellipsometry@mail.ru
<i>Солонуха Владимир Михайлович</i>	– аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, vsolonukha@yandex.ru
<i>Храмцовский Игорь Анатольевич</i>	– кандидат технических наук, ведущий инженер, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, ellipsometry@mail.ru
<i>Andrey N. Gorlyak</i>	– leading scientific researcher, PhD, Saint Petersburg State Electrotechnical University (LETI), Saint Petersburg, Russia, ellipsometry@mail.ru
<i>Vladimir M. Solonukha</i>	– postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, vsolonukha@yandex.ru
<i>Igor A. Khramtsovsky</i>	– leading engineer, PhD, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, ellipsometry@mail.ru

Принято к печати 12.03.14

Accepted 12.03.14

УДК 004.056

### ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ДОВЕРИЯ И РЕПУТАЦИИ К ОБЪЕКТАМ МУЛЬТИАГЕНТНЫХ РОБОТОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

И.А. Зикратов<sup>a</sup>, Т.В. Зикратова<sup>b</sup>, И.С. Лебедев<sup>a</sup>, А.В. Гуртов<sup>c, d</sup><sup>a</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, zikratov@cit.itmo.ru<sup>b</sup> Военный институт (военно-морской политехнический) ВУНЦ ВМФ «Военно-морская академия», г. Пушкин, Санкт-Петербург, Россия, ztv64@mail.ru<sup>c</sup> Хельсинский институт информационных технологий, Хельсинки, Финляндия<sup>d</sup> Аалто Университет, Аалто, Финляндия, mailto:gurtov@hiit.fi

Рассматривается проблема построения механизмов защиты мультиагентных робототехнических систем от атак со стороны роботов-диверсантов. Проведен анализ функционирования таких систем с децентрализованным управлением. Рассмотрен класс так называемых мягких атак, использующих перехват сообщений, формирование и передачу коллективу роботов дезинформации, а также осуществляющих иные действия, которые не имеют идентифицируемых признаков вторжения роботов-диверсантов. Проведен анализ существующих моделей информационной безопасности мультиагентных информационных систем, основанных на вычислении уровня доверия в процессе взаимодействия агентов. Предложена модель информационной безопасности, в которой роботы-агенты вырабатывают уровни доверия друг к другу на основе анализа ситуации, складывающейся на  $k$ -м шаге итерационного алгоритма, с использованием бортовых сенсорных устройств. На основе вычисленных уровней доверия осуществляется распознавание объектов категории «диверсант» в коллективе легитимных роботов-агентов. Для увеличения меры сходства (близости) объектов, относящихся к одной категории («диверсант» или «легитимный агент») предложен алгоритм вычисления репутации агентов как меры сформировавшегося во времени общественного мнения о качествах того или иного агента-субъекта. Рассмотрены варианты реализации алгоритмов выявления диверсантов на примере базового алгоритма распределения целей в коллективе роботов.

**Ключевые слова:** информационная безопасность, коллектив роботов, мультиагентные робототехнические системы, атака, уязвимость, модель информационной безопасности.

### TRUST AND REPUTATION MODEL DESIGN FOR OBJECTS OF MULTI-AGENT ROBOTICS SYSTEMS WITH DECENTRALIZED CONTROL

I.A. Zikratov<sup>a</sup>, T.V. Zikratova<sup>b</sup>, I.S. Lebedev<sup>a</sup>, A.V. Gurtov<sup>c, d</sup><sup>a</sup> ITMO University, Saint Petersburg, Russia, zikratov@cit.itmo.ru<sup>b</sup> Military Institute (Naval Polytechnic) Military Educational and Scientific Center of the Navy "Naval Academy", Pushkin, Saint Petersburg, Russia, ztv64@mail.ru<sup>c</sup> Helsinki Institute for Information Technology HIIT, Helsinki, Finland<sup>d</sup> Aalto University, Aalto, Finland, mailto:gurtov@hiit.fi

The problem of mechanisms design for protection of multi-agent robotics systems from attacks of robots-saboteurs is considered. Functioning analysis of these systems with decentralized control is carried out. The type of the so-called soft attacks using interception of messages, misinformation formation and transmission to group of robots which are also realizing other actions without identified signs of invasion of robots-saboteurs. Analysis of existing information security models of the system based on the trust level computation, calculated in the process of agents' interaction is carried out. Information security model is offered in which robots-agents produce the trust levels to each other on the basis of situation analysis emerging on a certain step of iterative algorithm with usage of onboard sensor devices. On the basis of calculated trust levels, recognition of "saboteur" objects in the group of legitimate robots-agents is done. For measure of likeness (adjacency) increase for objects from the same category ("saboteur" or "legitimate agent"), calculation algorithm for agents reputation is offered as a measure of public opinion about qualities of this or that agent-subject. Implementation alternatives of the algorithms for detection of saboteurs on the example of the basic algorithm for distribution of purposes in the group of robots are considered.

**Keywords:** information security, group of robots, multi-agent robotics systems, attack, vulnerability, information security model (IT security model).

#### Введение

Возрастающий интерес к групповой робототехнике приводит к необходимости разработки механизмов обеспечения информационной безопасности (ИБ) мультиагентных робототехнических систем (МРТС). Децентрализация управления, пространственная удаленность агентов, непредсказуемая динамика внешней среды, вплоть до сознательного противодействия, делают мультиагентную среду максимально уязвимой для угроз, основанных на физическом внедрении «инородных» роботов (роботов-диверсантов), задачей которых является недопущение или снижение эффективности действий коллектива роботов [1, 2].

В мультиагентных компьютерных системах (МАС) для предотвращения деструктивных воздействий путем обеспечения подлинности и доверия доступа используются механизмы «жесткой» безопасности, такие как: шифрование канала связи, схемы криптографической аутентификации и авторизации, политики для предоставления полномочий. К числу таких методов можно отнести метод защищенных состояний агентов [3], методы мобильной криптографии [4]. Эти традиционные методы обеспечения безопасности не будут рассматриваться нами далее.

В данной работе рассмотрены механизмы «мягкой» безопасности. Роботы-диверсанты противоборствующей стороны могут предоставлять ложную или вводящую в заблуждение информацию, и традиционные механизмы обеспечения безопасности не могут защитить пользователей от этого вида угроз. Для защиты МАС от подобных скрытых атак могут использоваться метод Ксюдонга [5], «товарищеская» модель безопасности (Buddy Security Model, BSM) [6, 7], которые хорошо согласуются с принципами построения децентрализованных систем. Кроме того, для обеспечения защиты пользователя от таких угроз используют механизмы социального контроля, а именно системы доверия и репутации. Эти механизмы основаны на расчете величины доверия агентов друг к другу, осуществляемой в процессе мониторинга действий агента в системе [8–13]. Различия в подходах к вычислению уровня доверия обусловлено, как правило, особенностями среды, в которой происходит взаимодействие участников. Это могут быть электронные рынки, пиринговые сети, онлайн-новые социальные сети и т.п. Как следствие, в существующих моделях доверия имеются различные трактовки понятий доверия и репутации, рассматриваются различные субъекты и объекты доверия.

Целью настоящей работы является разработка модели защиты МРТС, основанной на вычислении меры доверия и репутации роботов-агентов в коллективе роботов при децентрализованном управлении.

### Функционирование МРТС с децентрализованным планированием действий

Роботы-агенты МРТС, в отличие от агентов МАС, оснащены бортовым сенсорно-измерительным устройством (СУ), от которого робот получает информацию об окружающей среде, а также каналом радиосвязи, предназначенным для обмена информацией в процессе выполнения задачи. Рассмотрим действия МРТС при использовании наиболее распространенной итерационной процедуры оптимизации коллективного решения – распределения целей в группе роботов [14]. Функционирование МРТС в самом общем виде выглядит следующим образом. Пусть имеется  $M$  целей и коллектив из  $N$  роботов  $R_j$  ( $j = \overline{1, N}$ ). На каждую цель должен быть выделен некоторый, заранее известный наряд сил (число роботов, необходимых для выполнения задачи). После того, как какую-нибудь цель выберет необходимое число роботов, она считается обеспеченной. Оставшиеся роботы образуют резервный кластер. Роботу-агенту известны координаты целей, свои координаты и потребный наряд сил для каждой цели. Робот  $R_j$  оценивает эффективность своих действий по каждой цели и сообщает массив своих оценок  $D_j = [d_{j1}, d_{j2}, \dots, d_{jM}]$  остальным членам коллектива. В процессорном устройстве (ПУ) каждого робота формируется матрица  $\mathbf{D}$ , размерностью  $(N, M)$ , элементами которой являются  $d_{jl}$  – оценки эффективности  $j$ -го робота для  $l$ -й цели. После формирования матрицы  $\mathbf{D}$  начинаются итерационные процедуры формирования коллективного плана, в результате которой для каждой цели  $T_l \in \mathbf{T}_c$  обеспечивается максимум функционала

$$\mathbf{Y}_c = \sum_{j,l=1}^N d_{jl} n_{jl} \rightarrow \max, \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{l=1}^N n_{jl} = 1,$$

$$\sum_{j=1}^N n_{jl} = n_l^{\max},$$

$$d_{jl} \geq 0,$$

где

$$n_{jl} = \begin{cases} 1, & \text{если } j - \text{й робот выбрал } l - \text{ю цель,} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Здесь  $j = \overline{1, N}$ ,  $l = \overline{1, N}$ , а  $n_l^{\max}$  – необходимое количество роботов, которые должны выбрать  $l$ -ю цель.

В основу итерационных процедур положен анализ каждым роботом-агентом массива оценок эффективности и выбора «своей» цели, для которой значение оценки «эффективность» максимально. Затем происходит обмен информацией о выбранных решениях, анализ и «обсуждение» решений, принятых другими роботами, выбор для  $l$ -ой цели агента с максимальным значением  $d_l$ , «вычеркивание» из матрицы  $\mathbf{D}$  обеспеченных целей и роботов, выбравших цель в соответствии с функционалом (1). Так как в ПУ всех роботов имеются одинаковые матрицы  $\mathbf{D}$ , то и результаты вычислений будут совпадать. Процедура повторяется до тех пор, пока не будут обеспечены все цели множества  $M$ . Существуют модификации

этого алгоритма, позволяющие учитывать не только оценки  $d_{jl}$ , но и возможные изменения целевого функционала, если робот  $R_j$  откажется от выбранной в текущем итерационном цикле цели и выберет другую цель. Ряд модификаций алгоритмов позволяет также рационально разрешить ситуацию, когда имеется несколько агентов с одинаковой эффективностью по одной цели.

Пусть группе из семи роботов ( $N=7$ ) необходимо распределить две цели ( $M=2$ ). Известно, что каждая цель должна быть обеспечена двумя агентами. Показателем эффективности цели будем считать расстояние от робота до нее. Таким образом, чем ближе робот расположен к цели, тем выше ее эффективность. Пусть матрица  $\mathbf{D}$  оценок эффективности имеет следующий вид:

	A	B
$D_1$	3,2	1,0
$D_2$	1,9	2,5
$D_3$	0,7	5,4
$D_4$	3,6	3,5
$D_5$	5,8	3,4
$D_6$	4,2	5,6
$D_7$	5,8	1,4

В результате работы алгоритма цель А будет обеспечена агентами  $R_2$  и  $R_3$ , а цель В – агентами  $R_1$  и  $R_7$ . Очевидно, что деструктивные информационные воздействия внедренных роботов-диверсантов могут заключаться в передаче членам коллектива ложного вектора оценок (предоставление членам коллектива завышенных или заниженных показателей эффективности), в нарушении правил, принятых при «обсуждении» решений (необоснованные заявления о выборе целей и т.д.). Последствиями проведения таких атак может являться недостижение максимума функционалом (1), и (или) появление фактически необеспеченных целей – когда в составе наряда сил, предназначенных для цели, имеются диверсанты, которые не будут выполнять требующихся от легитимного агента действий в отношении цели. Например, если окажется, что робот  $R_5$  является диверсантом, то он может осуществить «мягкое» воздействие, которое заключается в предоставлении неверной информации о расстоянии до цели А:

$D_1$	3,2	1,0
$D_2$	1,9	2,5
$D_3$	0,7	5,4
$D_4$	3,6	3,5
$D_5$	<b>0,8</b>	3,4
$D_6$	4,2	5,6
$D_7$	5,8	1,4

В результате этой атаки на цель А будут назначены роботы  $R_5$  и  $R_3$ , и цель А не будет обеспечена требуемым количеством легитимных агентов.

Таким образом, опасность «мягких» атак состоит в том, что, в отличие от «жестких» атак, МРТС не обнаруживает деструктивные воздействия, так как роботы, их системы и каналы связи функционируют в штатном режиме. Коллектив роботов «думает», что цель, стоящая перед ним, достигнута, так как формально все критерии принятия решения выполнены. Предлагаемая в работе модель информационной безопасности для МРТС на основе вычисления репутации и доверия предназначена для обнаружения и нейтрализации роботов-диверсантов, осуществляющих подобные атаки.

#### Модель ИБ для МРТС на основе вычисления репутации и доверия

Идея, положенная в основу модели, состоит в следующем [15].

После запуска итерационного цикла  $j$ -й робот (робот-объект доверия) ( $j = \overline{1, N}$ ), имеющий текущее состояние  $S_j^0$ , получает в активной фазе текущей итерации в свое распоряжение канал связи и доступ к ПУ роботов – членов своего коллектива. На основании имеющейся у него информации о состояниях  $S_1^0, S_2^0, \dots, S_{j-1}^0, S_{j+1}^0, \dots, S_N^0$  и текущих действиях  $A_1^{k+1}, A_2^{k+1}, \dots, A_{j-1}^{k+1}, A_{j+1}^k, \dots, A_N^k$  объект вырабатывает действие  $A_j^{k+1}$ , при котором значение  $\Delta Y$  максимально, и осуществляет доступ на запись  $w$  информации о  $A_j^{k+1}$  в ПУ роботов-субъектов. Остальные роботы-агенты (субъекты доверия), получив эту информацию, проверяют полученную информацию на предмет соответствия действительности, а также «полезность» выбранного роботом-объектом действия с точки зрения приращения целевого функционала  $\Delta Y$ .

Если  $i$ -й робот (робот-субъект) ( $i \neq j$ ) в результате проверки получил положительное заключение, он подает положительный голос за  $j$ -й робота-объекта и сообщает об этом остальным субъектам. Каждый субъект, получив сведения о результатах проверки объекта другими субъектами, подсчитывает количество положительных и отрицательных голосов, поданных за него, вычисляя доверие  $j$ -го объекта.

**Определение 1.** Под доверием в данном случае понимается мера, характеризующая готовностью субъекта взаимодействовать в данной ситуации с объектом. В соответствии с принятой в коллективе политикой безопасности возможно блокирование или игнорирование роботов-агентов, доверие к которым

меньше некоторого заданного порогового значения. Таким образом, низкий уровень доверия не позволит диверсанту оказывать деструктивное воздействие на принятие решения агентами. Из этого следует, что действия диверсанта по повышению доверия предполагают участие робота в достижении цели МРТС, что, в свою очередь, противоречит логике его использования с точки зрения противника.

Однако в МРТС возможно внедрение групп диверсантов, которые оценивают друг друга высоко, а других членов коллектива – низко. Последствием таких действий может быть дискредитация легитимных агентов [16]. Для решения этой проблемы целесообразно использовать в механизме ИБ понятие *репутации*.

**Определение 2.** Под репутацией будем понимать сформировавшееся во времени общественное мнение о качествах того или иного агента-субъекта. Тогда при подсчете положительных и отрицательных голосов, поданных за объект, будет учитываться репутация голосующих субъектов путем взвешенного суммирования их оценок. В этом случае влияние агентов с низкой репутацией на процесс вычисления доверия к объекту будет меньшим, чем субъектов с высокой репутацией. Отметим, что значение репутации зависит от истории взаимодействия агента в коллективе и от времени пребывания в нем.

Таким образом, понятия доверия и репутации в мультиагентных системах фактически используются для распознавания в коллективе роботов внедренных злоумышленником роботов-диверсантов. Тогда для решения задачи распознавания объектов вводимые понятия (признаки) доверия и репутации должны обеспечить, с одной стороны, наибольшую похожесть объектов в пределах группы (кластера) и, с другой стороны – наибольшее расстояние между группами (кластерами). В простейшем случае будем говорить о двух кластерах: «легитимные агенты» и «роботы-диверсанты».

### Реализация модели ИБ на основе вычисления уровня доверия

Покажем реализацию модели на примере рассмотренной выше задачи распределения целей в группе роботов.

#### Алгоритм 1.

Пусть в группу роботов, представленную на рис. 1, внедрены два диверсанта – роботы №№ 5 и 8, целью которых является – не допустить обеспечение целей нарядом сил.

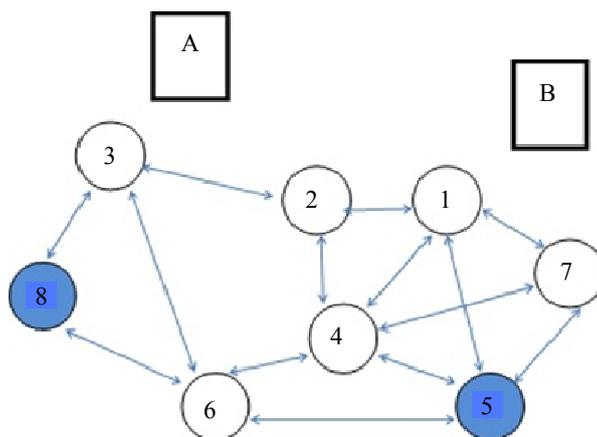


Рис. 1. Задача распределения целей при наличии диверсантов

На рис. 1 показано взаимное расположение роботов и целей, а также стрелками обозначены меж-агентные связи, осуществляемые посредством бортовых сенсорно-измерительных устройств (например, визуальная связь). В качестве ограничения задачи полагаем, что все агенты имеют доступ к каналу радиосвязи для обмена информацией.

Шаг 1. Каждый робот-агент сформировал вектор оценок эффективности и сообщил свои оценки всем членам коллектива. Robotами-диверсантами проведена атака, которая заключается в дезинформации агентов относительно своего расстояния до цели:  $D_5 = [0,8 \quad 3,4]$ ,  $D_8 = [3,1 \quad 0,2]$ . Сформирована матрица оценок эффективности **D** которая имеет вид

$D_1$	3,2	1,0
$D_2$	1,9	2,5
$D_3$	0,7	5,4
$D_4$	3,6	3,5
$D_5$	<b>0,8</b>	3,4
$D_6$	4,2	5,6
$D_7$	5,8	1,4
$D_8$	3,1	<b>0,2</b>

Начиная со второго шага, выполняются мероприятия ИБ, направленные на выявление деструктивных воздействий.

Шаг 2. Агенты при помощи бортовых сенсорно-измерительных устройств выполняют проверку данных массива **D**. Результаты проверки *j*-й робот записывает в массив оценок  $V_j = [v_{j1}, v_{j2}, \dots, v_{jM}]$  и сообщает его членам коллектива. Здесь  $v_{ji} = -1$ , если информация, переданная *i*-м роботом, не подтверждается данными СУ *j*-го робота;  $v_{ji} = 1$  в противном случае. Если *i*-й робот не наблюдает *j*-го робота посредством СУ, то  $v_{ji} = 0$ . Например, для ситуации, представленной на рис. 1, робот  $R_1$  составит следующий массив:  $V_1 = [1, 1, 0, 1, -1, 0, 1, 0]$ . Так как робот-диверсант  $R_5$  находится в зоне действия бортового сенсорно-измерительного блока, то  $R_1$  обнаружил, что  $R_5$  находится от цели А на удалении, превышающем указанную в массиве  $D_5$  величину. Агенты  $R_3, R_6$  и  $R_8$  находятся вне зоны действия СУ  $R_1$ , что обусловило появление нулей на соответствующих позициях массива. Следует обратить внимание, что диверсанты  $R_5$  и  $R_8$  могут действовать согласованно. В этом случае они могут осуществлять следующие действия:

1. выставлять друг другу оценки «1», подтверждающие достоверность переданных сведений, даже в случае, когда они не находятся в зоне действия своих СУ;
2. с целью дискредитации остальных членов коллектива выставлять им оценки «-1» в случае наблюдения их СУ.

Таким образом, в результате выполнения шага 2 в ПУ каждого робота формируется массив **V**, который для рассматриваемого примера представлен в табл. 1.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	0	1	-1	0	1	0
2	1	1	1	1	0	0	0	0
3	0	1	1	0	0	1	0	-1
4	1	1	0	1	-1	1	1	0
5	-1	0	0	-1	1	-1	-1	1
6	0	0	1	1	-1	1	0	-1
7	1	0	0	1	-1	0	1	0
8	0	0	-1	0	1	-1	0	1

Таблица 1. Массив оценок действий членов коллектива

Как видно из табл. 1, *i*-й столбец представляет собой совокупность оценок всех членов коллектива *i*-го агента, величина доверия к которому  $w_i$  в простейшем случае может рассчитываться как отношение числа положительных голосов  $\gamma^+$  к общему количеству голосов  $\gamma = \gamma^+ + \gamma^-$  [8]:

$$w_i = \frac{\gamma^+}{\gamma^+ + \gamma^-} . \tag{2}$$

Для рассматриваемого примера уровни доверия агентов будут иметь следующие значения:  $\mathbf{W} = [0,8; 1,0; 0,75; 0,83; 0,33; 0,6; 0,75; 0,33]$ .

Шаг 3. На заключительном шаге осуществляется обработка результатов вычисления уровня доверия агентов. Следует отметить, что конечной целью вычисления уровня доверия агентов является принятие решения – относится агент к легитимным членам коллектива либо к диверсантам. Иначе говоря, шаг 3 можно рассматривать как двухклассовую задачу распознавания образов, которая в простейшем случае может заключаться в выборе значения порога  $w^p$ , ниже которого агенты считаются недостаточно доверенными и исключаются из работы алгоритма. В нашем случае, если принять  $w^p = 0,5$ , то матрица оценок эффективности **D** в ПУ каждого агента примет следующий вид:

$D_1$	3,2	1,0
$D_2$	1,9	2,5
$D_3$	0,7	5,4
$D_4$	3,6	3,5
$D_6$	4,2	5,6
$D_7$	5,8	1,4

Дальнейшие шаги алгоритма распределения целей не отличаются от известных [14].

Анализ этого алгоритма показывает, что ему присущи следующие уязвимости:

1. уровень доверия зависит от соотношения в зоне действия СУ роботов-диверсантов и легитимных агентов;
2. уровень доверия не зависит от предыстории взаимодействия агентов в МРТС.

Следовательно, возможно проведение организованной атаки роботов-диверсантов при формировании ими простого большинства на локальном участке действий, когда легитимные агенты будут дискредитированы путем выставления им отрицательных голосов, при положительном оценивании диверсантами самих себя. Для устранения этой угрозы предлагается дополнить существующий алгоритм введения меры репутации агента.

**Модель ИБ на основе вычисления уровней доверия и репутации**

**Алгоритм 2.**

Первый и второй шаг совпадают с шагами 1 и 2 алгоритма 1.

Шаг 3. Вычисление репутации агентов.

Если на шаге 2 агенты оценили действия тех объектов, которые оказались в зоне действия их бортовых СУ, т.е. непосредственные взаимодействия агентов, то действия на шаге 3 можно расценивать как анализ взаимодействия агентов с остальными членами коллектива.

Рассмотрим массив оценок **V** (табл. 1). Анализ таблицы показывает, что существуют объекты оценки, которые наблюдаются СУ нескольких роботов. Тогда, если оценка *i*-го робота в отношении действий *k*-го объекта совпадает с оценкой, выставленной *j*-го роботом в отношении того же действия *k*-го объекта, то это будет являться основанием повышения уровня репутации; в противном случае – уменьшения. Относительно рассматриваемого примера анализ табл. 1 показывает, что взаимодействия робот № 1 и робота № 2 можно оценить следующим образом:

1. значение увеличивается на «1», так как робот № 1 и робот № 2 находятся в зоне действия своих бортовых СУ и выставили друг другу положительные оценки;
2. значение увеличивается на «1», так как робот № 1 и робот № 2 наблюдали своими СУ действия робота № 4, и их оценки его действий совпали;
3. итоговая оценка действий робота № 2, полученная при взаимодействии с роботом № 1, и робота № 1, при взаимодействии с роботом № 2, равна 2.

Оценка действий, рассчитанная по аналогии при анализе взаимодействия робота № 3 и робота № 1, будет равна 1, так как, не наблюдая друг друга, эти агенты вместе наблюдали действия робота № 2, и их оценки его действий совпали. Проведя подобный анализ массива **V**, каждый робот формирует в своем ПУ массив оценок действий агентов **S** (табл. 2).

	1	2	3	4	5	6	7	8
1		2	1	4	-3	2	3	-1
2	2		1	2	-2	2	2	-2
3	1	1		2	-1	2	0	-2
4	4	2	2		-4	2	3	-1
5	-3	-2	-1	-4		-2	-3	1
6	2	2	2	2	-2		2	-2
7	3	2	0	3	-3	2		0
8	-1	-2	-2	-1	2	-2	0	

Таблица 2. Массив оценок действий агентов **S**

Отсюда можно вычислить уровень репутации каждого агента  $q_j$  как результат отношения к нему всех членов коллектива как в процессе их непосредственного взаимодействия и при взаимодействии с соседями. Здесь  $q_i$  может рассчитываться как отношение числа положительных голосов  $s^+$  к общему количеству голосов  $s = s^+ + s^-$ :

$$q_i = \frac{s^+}{s^+ - s^-} \cdot \tag{3}$$

Например, из табл. 2:  $q_1 = \frac{12}{12+4} = 0,75$ . Массив значений репутаций всех агентов, вычисленный по формуле (3) будет равен

$$\mathbf{Q} = [0,75; 0,69; 0,66; 0,72; 0,12; 0,77; 0,11].$$

На рис. 2 приведены графики нормированных значений векторов **W** и **Q**. Из рис. 2 видно, что разброс положительных оценок репутации существенно меньше разброса значений положительных оценок уровня доверия:

$$\sigma_Q^2 = 0,003, \sigma_W^2 = 0,038,$$

где  $\sigma_Q^2$  и  $\sigma_W^2$  – дисперсии векторов **Q** и **W** соответственно.

Шаг 4. Учет изменения уровня репутации с течением времени.

Можно заметить, что значения вектора **Q** нельзя полагать соответствующим понятию репутации, данным в определении 2, так как компоненты вектора учитывают «мнение» коллектива об объектах, сформировавшееся в результате анализа только одной ситуации. Для учета фактора времени в работах [11, 17] предлагается использовать монотонно возрастающие функции времени. Известно, что функцию и плотность распределения случайной величины, характеризующей длительность функционирования сложной системы, предприятия, живого существа и т.д. можно описывать функцией Вейбулла–Гнеденко, которая имеет вид

$$F(t) = 1 - e^{-at^k}, \tag{4}$$

где  $a$  определяет масштаб, а  $k$  – вид плотности распределения. Так, при постоянной интенсивности итерационных процедур в алгоритме распределения целей можно положить  $k = 1$ . Например, если в качестве параметра времени положить номер итерации, то вид функции времени будет иметь вид рис. 3.

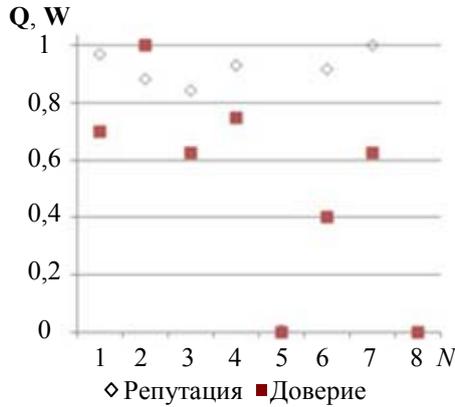


Рис. 2. Нормированные значения уровней доверия и репутации  $N$  агентов

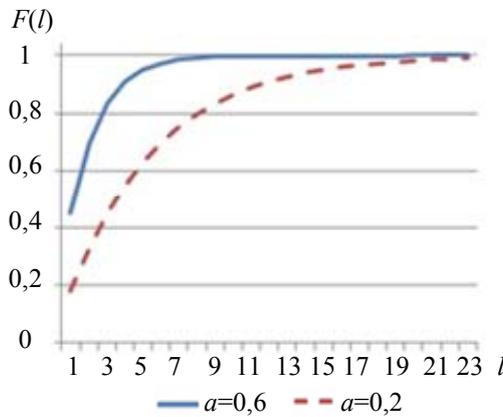


Рис. 3. Влияние параметра  $a$  на уровень репутации с увеличением числа итераций

Из рис. 3 видно, что, устанавливая в соответствии с политикой безопасности, принятой в системе, величину параметра  $a$ , можно контролировать рост скорости репутации объекта.

Таким образом, скалярное умножение вектора  $\mathbf{Q}$  на величину  $F(l)$ , где  $l$  – номер текущей итерации алгоритма распределения целей, позволит контролировать влияние новичков с малым уровнем репутации на процесс оценивания уровня доверия агентов в текущей ситуации.

Шаг 5. С учетом вышеизложенного формула для расчета уровня доверия (2) окончательно примет следующий вид:

$$w_i = \frac{p_i}{p_i + n_i}, \tag{5}$$

$$p_i = \sum_{j=0}^N h_{ij} \cdot q_j \cdot F(l),$$

$$n_i = \sum_{j=0}^N g_{ij} \cdot q_j \cdot F(l).$$

Здесь:  $q_i$  – уровень репутации  $i$ -го агента, вычисленный по формуле (3) из табл. 2, значения  $h_{ij}$  и  $g_{ij}$  определяются из анализа оценок  $v_{ij}$  массива  $\mathbf{V}$ :

$$h_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } j - \text{й робот положительно оценил действия } i - \text{го робота,} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

$$g_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } j - \text{й робот отрицательно оценил действия } i - \text{го робота,} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Тогда для рассматриваемого примера окончательно получим значения компонентов вектора уровня доверия  $\mathbf{W} = [0,96; 1,0; 0,94; 0,97; 0,071; 0,9; 0,95; 0,08]$  (рис. 4).

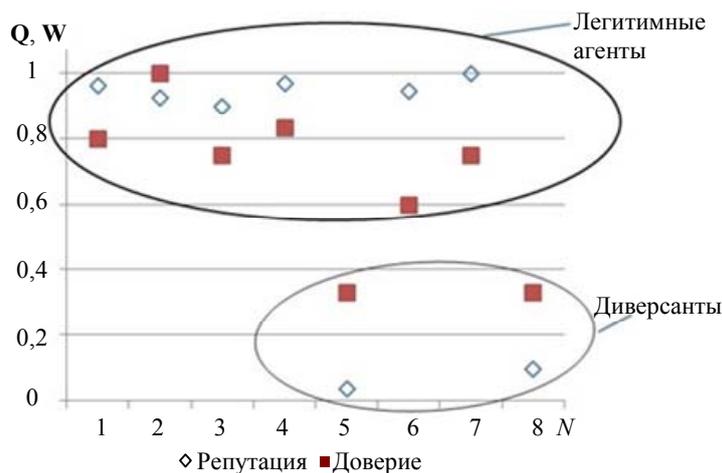


Рис. 4. Сравнение результатов работы алгоритмов 1 и 2

Из рис. 4 и расчетов видно, что при использовании формул (4) и (5) объекты кластера  $X_{la}$  – «легитимные агенты», к которым относятся роботы №№ 1–4, 6 и 7, находятся на большем межкластерном расстоянии от роботов кластера  $X_d$  – «диверсанты» (№№ 5 и 8), нежели при использовании алгоритма 1:

$$|X_{la}^1 - X_{ld}^1| = 0,45 < |X_{la}^2 - X_{ld}^2| = 0,88,$$

где  $X_{la}^i$  и  $X_{ld}^i$  – центры кластеров, вычисляемые как  $X_{ц} = \sum w_i/n$  с использованием формулы (2) или формул (4)–(5). В результате выполнения шага 5 происходит выявление диверсантов по принятому в системе критерию распознавания, и дальнейшие шаги направлены на выполнение базового алгоритма распределения целей.

Можно показать, что предлагаемые модели работоспособны при появлении новых агентов, появлении коллектива диверсантов, действующих в створе, и в других ситуациях, типовых для МРТС.

Очевидно, что более высокое качество распознавания агентов, совершающих деструктивные информационные воздействия, присущее алгоритму 2, сопровождается возрастающим объемом вычислительных ресурсов. Так, если при работе штатного алгоритма в ПУ агента необходимо сформировать матрицу оценок эффективности  $\mathbf{D}$  размерностью  $(N, M)$ , то при использовании алгоритма 1 необходимо дополнительно к этому формирование массива оценок действий членов коллектива  $\mathbf{V}$  размерностью  $(N, N)$ , а при использовании алгоритма 2 – еще и массив оценок уровня репутации  $\mathbf{S}$  такой же размерности.

### Заключение

Разработанная модель представляет собой модель информационной безопасности мультиагентных робототехнических систем, в которой разграничение доступа агентов к коллективу осуществляется на основе показателя уровня доверия  $w$  по отношению друг к другу, вырабатываемому членами коллектива при анализе ситуации, сложившейся на  $l$ -м шаге итерационного процесса, с учетом предыдущей истории их взаимодействия. При этом члены коллектива, впервые попавшие в область действия бортового сенсорного устройства робота-агента, обладают минимальной репутацией. Для повышения уровня доверия агенту необходимо выполнять не только рациональные (с точки зрения других членов коллектива) действия, но и функции по обеспечению информационной безопасности. Авторами предложены способы вычисления метрик доверия и репутаций применительно к функционированию типового алгоритма мультиагентной робототехнической системы.

Разработанный подход позволяет обеспечить более высокое качество распознавания образов за счет минимизации дисперсии параметров объектов одного класса (кластера) и увеличению межклассового (межкластерного) расстояния.

### Литература

1. Higgins F., Tomlinson A., Martin K.M. Threats to the swarm: Security considerations for swarm robotics // International Journal on Advances in Security. 2009. V. 2. N 2&3. P. 288–297.
2. Зикратов И.А., Козлова Е.В., Зикратова Т.В. Анализ уязвимостей робототехнических комплексов с роевым интеллектом // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2013. № 5 (87). С. 149–154.
3. Karnik N.M., Tripathi A.R. Security in the Ajanta mobile agent system // Software - Practice and Experience. 2001. V. 31. N 4. P. 301–329.
4. Sander T., Tschudin Ch.F. Protecting mobile agents against malicious hosts // In Giovanni Vigna (ed.) Mobile Agents and Security, LNCS, Springer, 1998. P. 44–60.

5. Xudong G., Yiling Ya., Yinyuan Y. POM-a mobile agent security model against malicious hosts // Proceedings of the 4<sup>th</sup> International Conference on High Performance Computing in the Asia-Pacific Region. 2000. V. 2. P. 1165–1166.
6. Page J., Zaslavsky A., Indrawan M. A buddy model of security for mobile agent communities operating in pervasive scenarios // Proceedings of 2nd Australasian Information Security Workshop (AISW2004). ACS, Dunedin, New Zealand, 2004. V. 32. P. 17–25.
7. Page J., Zaslavsky A., Indrawan M. Countering security vulnerabilities using a shared security buddy model schema in mobile agent communities // Proc. of the First International Workshop on Safety and Security in Multi-Agent Systems (SASEMAS 2004), 2004. P. 85–101.
8. Schillo M., Funk P., Rovatsos M. Using trust for detecting deceitful agents in artificial societies // Applied Artificial Intelligence. 2000. V. 14. N 8. P. 825–848.
9. Golbeck J., Parsia B., Hendler J. Trust networks on the semantic web // Lecture Notes in Artificial Intelligence (Subseries of Lecture Notes in Computer Science). 2003. V. 2782. P. 238–249.
10. Garcia-Morchon O., Kuptsov D., Gurtov A., Wehrle K. Cooperative security in distributed networks // Computer Communications. 2013. V. 36. N 12. P. 1284–1297.
11. Бешта А.А., Кирпо М.А. Построение модели доверия к объектам автоматизированной информационной системы для предотвращения деструктивных воздействий на систему // Известия Томского политехнического университета. 2013. Т. 322, № 5. С. 104–108.
12. Ramchurn S.D., Huynh D., Jennings N.R. Trust in multi-agent systems // Knowledge Engineering Review. 2004. V. 19. N 1. P. 1–25.
13. Gorodetski V., Kotenko I., Karsaev O. Multi-agent technologies for computer network security: Attack simulation, intrusion detection and intrusion detection learning // Computer systems science and engineering. 2003. N 4. P. 191–200.
14. Каляев И.А., Гайдук А.Р., Капустян С.Г. Модели и алгоритмы коллективного управления в группах роботов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 280 с.
15. Зикратов А.А., Зикратова Т.В., Лебедев И.С. Доверительная модель информационной безопасности мультиагентных робототехнических систем с децентрализованным управлением // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2014. № 2(90). С. 47–52.
16. Коваль Е.Н., Лебедев И.С. Общая модель безопасности робототехнических систем // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2013. № 4(86). С. 153–154.
17. Carter J., Bitting E., Ghorbani A.A. Reputation formalization for an information-sharing multi-agent system // Computational Intelligence. 2002. V. 18 (2). P. 515–534.

- |  |   |
|--|---|
| <i><b>Зикратов Игорь Алексеевич</b></i>    | – доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, zikratov@cit.itmo.ru  |
| <i><b>Зикратова Татьяна Викторовна</b></i> | – преподаватель, Военный институт (военно-морской политехнический) ВУНЦ ВМФ «Военно-морская академия», г. Пушкин, Санкт-Петербург, Россия, ztv64@mail.ru                      |
| <i><b>Лебедев Илья Сергеевич</b></i>       | – доктор технических наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, lebedev@cit.ifmo.ru   |
| <i><b>Гуртов Андрей Валерьевич</b></i>     | – адъюнкт-профессор, главный научный сотрудник, Хельсинский институт информационных технологий, Хельсинки, Финляндия; Аалто Университет, Аалто, mailto:gurtov@hiit.fi         |
| <i><b>Igor A. Zikratov</b></i>             | – Department head, D.Sc., Professor, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, zikratov@cit.itmo.ru  |
| <i><b>Tatyana V. Zikratova</b></i>         | – tutor, Military Institute (Naval Polytechnic) Military Educational and Scientific Center of the Navy "Naval Academy", Pushkin, Saint Petersburg, Russia, ztv64@mail.ru      |
| <i><b>Ilya S. Lebedev</b></i>              | – Associate professor, D.Sc., Associate professor, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, lebedev@cit.ifmo.ru   |
| <i><b>Andrei V. Gurtov</b></i>             | – Principal Scientist, Helsinki Institute for Information Technology HIIT, Helsinki, Finland; Adjunct Professor, PhD, Aalto University, Aalto, Finland, mailto:gurtov@hiit.fi |

*Принято к печати 21.03.14  
Accepted 21.03.14*

УДК 681.51

## ИНТЕРВАЛЬНЫЙ НАБЛЮДАТЕЛЬ ДЛЯ МОДЕЛИ БИОЛОГИЧЕСКОГО РЕАКТОРА<sup>1</sup>

Т.А. Харьковская<sup>а</sup>, А.С. Кремлев<sup>а</sup>, Д.М. Сабирова<sup>а</sup>, Д.В. Ефимов<sup>б</sup>, Т. Раисси<sup>с</sup>

<sup>а</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, easymedia@mail.ru

<sup>б</sup> Национальный институт исследований по информатике и автоматике, Лилль, Франция, efde@mail.ru

<sup>с</sup> Центр исследований в области компьютерных наук и телекоммуникаций, Париж, Франция, tarek.raissi@cnam.fr

Рассматривается метод построения интервального наблюдателя для нелинейных систем с параметрической неопределенностью. Задача синтеза интервального наблюдателя для систем с переменными параметрами сводится к следующему: если задан интервал неопределенности для значений состояния системы, ограничивающий начальные условия системы и множество допустимых значений для вектора неизвестных параметров и входов, то условие существования интервала оценок переменных состояния системы, в котором содержится фактическое значение состояния в данный момент времени, также должно выполняться на всем рассматриваемом временном интервале. Показаны условия построения интервальных наблюдателей для рассматриваемого класса систем: ограниченность состояния и входа, существование мажорирующей функции, задающей вектор неопределенностей системы, Липшицева непрерывность или ограниченность этой функции, существование коэффициента усиления наблюдателя с соответствующей матрицей Ляпунова. Основное условие построения подобного устройства оценки связано с кооперативностью динамики ошибки интервальной оценки. Рассматривается вопрос выбора индивидуальной матрицы усиления наблюдателя. Для обеспечения свойства кооперативности динамики ошибки интервальной оценки предлагается статическое преобразование координат. Результат работы метода продемонстрирован с помощью компьютерного моделирования системы биологического реактора. Возможными областями применения подобных систем интервального наблюдения являются области робастного управления, где предполагается наличие различного рода неопределенностей в динамике системы, биотехнологические и экологические системы и процессы, мехатроника, робототехника и др.

**Ключевые слова:** интервальная оценка, наблюдатель, нелинейные системы, системы с переменными параметрами, параметрическая неопределенность, биореактор.

## INTERVAL OBSERVER FOR A BIOLOGICAL REACTOR MODEL<sup>1</sup>

T.A. Kharkovskaya<sup>а</sup>, A.S. Kremlev<sup>а</sup>, D.M. Sabirova<sup>а</sup>, D.V. Efimov<sup>б</sup>, T. Raissi<sup>с</sup>

<sup>а</sup> ITMO University, Saint Petersburg, Russia, easymedia@mail.ru

<sup>б</sup> INRIA (Institut national de recherche en informatique et en automatique), Lille, France, efde@mail.ru

<sup>с</sup> Centre for Research in Computer Science and Telecommunications (Cédric), Cnam, Paris, France, tarek.raissi@cnam.fr

The method of an interval observer design for nonlinear systems with parametric uncertainties is considered. The interval observer synthesis problem for systems with varying parameters consists in the following: if there is the uncertainty restraint for the state values of the system, limiting the initial conditions of the system and the set of admissible values for the vector of unknown parameters and inputs, the existence condition of the interval estimates for the system state variables, which contains the actual state at a given time, must also be performed on all considered time segment. Conditions of the interval observers design for the considered class of systems are shown. They are: limitedness of the input and state, the existence of a majorizing function defining the uncertainties vector for the system, Lipschitz continuity or finiteness of this function, the existence of an observer gain with the suitable Lyapunov matrix. The main condition for design of such a device is cooperativity of the interval estimation error dynamics. An individual observer gain matrix selection problem is considered. In order to ensure the cooperativity of interval estimation error dynamics property a static transformation of coordinates is proposed. The proposed algorithm is demonstrated by computer modeling of the biological reactor. Possible applications of these interval estimation systems are the spheres of robust control, where the presence of various types of uncertainties in the system dynamics is assumed, biotechnology and environmental systems and processes, mechatronics and robotics, etc.

**Keywords:** interval estimation, observer, nonlinear systems, parametric-varying systems, parametric uncertainty, bioreactor.

### Введение

Биологический реактор (ферментер) представляет собой резервуар с мешалкой, сконструированный для культивирования клеток животных [1, 2]. Принцип работы биореактора достаточно прост, а его устройство и методики сочетания необходимых условий, наоборот, сложны. Существует несколько различных моделей биологических реакторов [1–4] в зависимости от действия, факторов среды, методов культивирования и др., многие из которых имеют в своей структуре параметрическую неопределенность и нелинейные зависимости, что усложняет процесс синтеза управления данными объектами. Улучшение в методах управления биореактором может привести к значительной экономии в биохимической промышленности и к повышению производительности. В настоящей работе рассматривается метод построения наблюдателя, оценивающего интервал, в котором находится фактическое значение неизмеряемого состояния системы, что может быть полезно для развития алгоритмов управления в биологических системах.

<sup>1</sup> Работа выполнена при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01) и гранта Президента Российской Федерации МК-464.2013.8.

<sup>1</sup> This work was financially supported by the Government of the Russian Federation, Grant 074-U01, and by grant of the President of the Russian Federation МК-464.2013.8.

**Постановка задачи**

Интервальные наблюдатели были введены, чтобы справиться с неопределенностями, которые, как известно, характерны для некоторых классов систем. Это одна из причин, почему данная техника становится все более актуальной [5, 6] и особенно успешной в области биотехнологических процессов, где можно говорить о достаточно больших неопределенностях [7, 8]. В таких случаях использование классических методов построения наблюдателей, оценки которых сходятся к точному значению состояния при отсутствии шума, невозможно. Однако возможно использование методов интервальной оценки, т.е. методов построения интервального наблюдателя, который вычисляет множества допустимых значений (интервал) для вектора состояний системы.

На данный момент существует несколько подходов к построению интервальных наблюдателей [6, 7, 9, 10]. Эта работа рассматривает и продолжает подход к построению интервальных наблюдателей, основанный на теории монотонных систем [6, 7, 11–13]. Одним из самых сложных допущений для построения интервального наблюдателя является требование кооперативности динамики ошибки интервальной оценки, которое было рассмотрено в работах [12, 14–17]. Тем не менее, кооперативность – достаточно специфическое свойство, и большинство систем не кооперативны. Показано, что при некоторых нестрогих условиях, применяя статическое преобразование координат, гурвицева матрица может быть преобразована в гурвицеву и мецлерову матрицу (матрица называется мецлеровой, если она имеет неотрицательные элементы вне главной диагонали). Матрица преобразования – это решение уравнения Сильвестра, и конструктивный порядок решения этого уравнения был приведен в [12].

Целью настоящей работы является продолжение развития данного подхода к построению интервальных наблюдателей для нелинейных систем с переменными параметрами. Результат продемонстрирован на примере компьютерного моделирования системы биореактора.

**Общие сведения**

Евклидова норма для вектора  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  будет обозначаться как  $|\mathbf{x}|$ , и для измеримого и локального существенно ограниченного входа  $\mathbf{u}: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$  ( $\mathbb{R}_+ = \{\tau \in \mathbb{R}: \tau \geq 0\}$ ) символ  $\|\mathbf{u}\|_{[t_0, t_1]}$  обозначает его  $\mathcal{L}_\infty$  норму:

$$\|\mathbf{u}\|_{[t_0, t_1]} = \text{esssup}\{|\mathbf{u}(t)|, t \in [t_0, t_1]\},$$

если  $t_1 = +\infty$ , тогда мы можем просто написать  $\|\mathbf{u}\|$ . Будем обозначать  $\mathcal{L}_\infty$  – множество всех входов  $\mathbf{u}$  со свойством  $\|\mathbf{u}\| < \infty$ . Обозначим последовательность целых чисел  $1, \dots, k$  как  $\bar{1}, \bar{k}$ . Символы  $\mathbf{I}_n, \mathbf{E}_{n \times m}$  и  $\mathbf{E}_p$  обозначают единичную матрицу с размерностью  $n \times n$ , матрицы, у которых все элементы равны 1, с размерностями  $n \times m$  и  $p \times 1$  соответственно. Для матрицы  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  вектор его собственных значений обозначается как  $\lambda(\mathbf{A})$ ,  $\|\mathbf{A}\|_{\max} = \max_{i=1, \dots, n; j=1, \dots, n} |A_{i,j}|$  (поэлементно максимальная норма, не мультипликативная) и  $\|\mathbf{A}\|_2 = \sqrt{\max_{i=1, \dots, n} \lambda_i(\mathbf{A}^T \mathbf{A})}$  (индуцированная  $L_2$  норма матрицы), соотношение

$$\|\mathbf{A}\|_{\max} \leq \|\mathbf{A}\|_2 \leq n \|\mathbf{A}\|_{\max}$$

выполняется между этими нормами.

Для двух векторов  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^n$  или матриц  $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$  отношения  $\mathbf{x}_1 \leq \mathbf{x}_2$  и  $\mathbf{A}_1 \leq \mathbf{A}_2$  понимаются поэлементно. Соотношение  $\mathbf{P} < 0$  ( $\mathbf{P} > 0$ ) означает, что матрица  $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  является отрицательно (положительно) определенной. Для матрицы  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$  определено  $\bar{\mathbf{A}} = \max\{0, \mathbf{A}\}$ ,  $\underline{\mathbf{A}} = \bar{\mathbf{A}} - \mathbf{A}$  (аналогично для векторов) и обозначена матрица абсолютных значений всех элементов как  $|\mathbf{A}| = \mathbf{A} + \bar{\mathbf{A}}$ . Запись  $\mathbf{A} \in M$  означает, что матрица  $\mathbf{A}$  – мецлерова, т.е. имеет неотрицательные элементы вне главной диагонали.

**Лемма 1.** Пусть  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  будет вектором переменных,  $\underline{\mathbf{x}} \leq \mathbf{x} \leq \bar{\mathbf{x}}$ , для некоторых  $\underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^n$ , и  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$  будет постоянной матрицей, тогда

$$\bar{\mathbf{A}}\underline{\mathbf{x}} - \underline{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}} \leq \mathbf{A}\mathbf{x} \leq \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}} - \underline{\mathbf{A}}\underline{\mathbf{x}}.$$

**Доказательство.** Отметим, что  $\mathbf{A}\mathbf{x} = (\bar{\mathbf{A}} - \underline{\mathbf{A}})\mathbf{x}$ , что для  $\underline{\mathbf{x}} \leq \mathbf{x} \leq \bar{\mathbf{x}}$  дает необходимые оценки.

Матрица  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  называется гурвицевой, если все ее собственные значения имеют отрицательную вещественную часть. Любое решение линейной системы

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \omega(t), \omega: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^n,$$

с  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  и мецлеровой матрицей  $\mathbf{A}$  поэлементно неотрицательно для всех  $t \geq 0$ , при условии, что  $\mathbf{x}(0) \geq 0$ . Такие динамические системы называются кооперативными [18, 19].

**Лемма 2.** Даны матрицы  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  и  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{p \times n}$ . Если существует матрица  $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n \times p}$  такая, что матрицы  $\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C}$  и  $\mathbf{R}$  имеют одинаковые собственные значения, тогда  $\mathbf{R} = \mathbf{S}^{-1}(\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\mathbf{S}$ , где матрица  $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  при условии, что пары  $(\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C}, \mathbf{e}_1)$  и  $(\mathbf{R}, \mathbf{e}_2)$  наблюдаемы для некоторых  $\mathbf{e}_1 \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ ,  $\mathbf{e}_2 \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ .

Этот результат был использован в [12] для построения интервальных наблюдателей для линейных стационарных систем с мецлеровой матрицей  $\mathbf{R}$ .

### Построение интервального наблюдателя

Будем рассматривать следующий вид системы, имеющей зависимость от неизвестных нестационарных параметров  $\zeta(t) \in \Theta$ :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u})\mathbf{x}(t) + f(t, \mathbf{y}, \mathbf{u}, \zeta) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t, \mathbf{u})\mathbf{x}(t) \end{cases}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$  – состояние;  $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^p$  – выходная переменная;  $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$  – известное входное воздействие;  $\zeta(t) \in \mathbb{R}^q$  – неизвестное входное воздействие или неизвестные изменяющиеся параметры  $\zeta(t) \in \Theta \forall t \geq 0$ , множество  $\Theta$  известно. Отметим, что

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\zeta)\mathbf{x} + \mathbf{B}(\zeta)\mathbf{u} = \mathbf{A}\mathbf{x} + f(t, \mathbf{u}, \zeta), \quad f(t, \mathbf{u}, \zeta) = [\mathbf{A}(\zeta) - \mathbf{A}]\mathbf{x} + \mathbf{B}(\zeta)\mathbf{u}.$$

**Допущение 1.**  $\|\mathbf{x}\| \leq \mathbf{X}$ ,  $\|\mathbf{u}\| \leq \mathbf{U}$  и  $\|\mathbf{y}\| \leq \mathbf{Y}$ , границы  $\mathbf{X} > 0$ ,  $\mathbf{U} > 0$ ,  $\mathbf{Y} > 0$  заданы.

**Допущение 2.** Пусть  $\underline{\mathbf{x}} \leq \mathbf{x} \leq \bar{\mathbf{x}}$  для некоторых  $\underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^n$ , тогда  $\underline{f}(t, \underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) \leq f(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \zeta) \leq \bar{f}(t, \underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u})$  для некоторых заданных  $\underline{f}: \mathbb{R}^{2n+m+1} \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,  $\bar{f}: \mathbb{R}^{2n+m+1} \rightarrow \mathbb{R}^n$  и всех  $t \geq 0$ ,  $\|\mathbf{u}\| \leq \mathbf{U}$ ,  $\zeta \in \Theta$ .

**Допущение 3.** Существует матричная функция  $\mathbf{L}: \mathbb{R}^{p+m+1} \rightarrow \mathbb{R}^{n \times p}$ ,  $\mathbf{P}: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\mathbf{P}(\cdot) = \mathbf{P}(\cdot)^T > 0$  такая, что для всех  $t \geq 0$  и  $\|\mathbf{u}\| \leq \mathbf{U}$ ,  $\|\mathbf{y}\| \leq \mathbf{Y}$ :

$$\dot{\mathbf{P}}(t) + \mathbf{D}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u})^T \mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t) \mathbf{D}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u}) + \mathbf{P}(t)^2 + \mathbf{Q} = 0,$$

$$\mathbf{D}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u}) = \mathbf{A}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u}) - \mathbf{L}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u})\mathbf{C}(t, \mathbf{u}),$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T > 0.$$

Допущение 2 означает, что если даны границы  $\underline{\mathbf{x}}$ ,  $\bar{\mathbf{x}}$  состояния  $\mathbf{x}$ , то значения нелинейной функции  $f$  заключены в интервале  $[\underline{f}, \bar{f}]$  для всех  $\zeta \in \Theta$ . В допущении 3 представлен коэффициент усиления наблюдателя  $\mathbf{L}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u})$ , который обеспечивает устойчивость нестационарной матрицы  $\mathbf{D}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u})$  с матрицей функции Ляпунова  $\mathbf{P}(t)$ , это допущение определяет условия устойчивости динамики оценки.

При этих допущениях, если существует матрица-усилитель  $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n \times p}$  из допущения 3 такая, что матрица  $\mathbf{D}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u}) = \mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C}$  является гурвицевой и мецлеровой, можно построить интервальный наблюдатель [6, 11] следующего вида:

$$\begin{cases} \dot{\underline{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u})\underline{\mathbf{x}} + \underline{f}(t, \underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) + \mathbf{L}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u})[\mathbf{y} - \mathbf{C}(t, \mathbf{u})\underline{\mathbf{x}}], \\ \dot{\bar{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u})\bar{\mathbf{x}} + \bar{f}(t, \underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) + \mathbf{L}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u})[\mathbf{y} - \mathbf{C}(t, \mathbf{u})\bar{\mathbf{x}}]. \end{cases} \quad (2)$$

**Теорема 1.** [20, 21] Пусть выполнены допущения 1, 2 и 3 и матрица  $\mathbf{D}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u})$  – мецлерова для всех  $t \geq 0$  и  $\|\mathbf{u}\| \leq \mathbf{U}$ ,  $\|\mathbf{y}\| \leq \mathbf{Y}$ . Пусть выполнено одно из следующих условий:

1.  $|f(t, \underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u})| < +\infty$ ,  $|\bar{f}(t, \underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u})| < +\infty$  для любых  $t \geq 0$ ,  $\|\mathbf{u}\| \leq \mathbf{U}$  и всех  $\underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^n$ ;
2. для любых  $t \geq 0$ ,  $\|\mathbf{x}\| \leq \mathbf{X}$ ,  $\|\mathbf{u}\| \leq \mathbf{U}$ ,  $\zeta \in \Theta$  и всех  $\underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^n$

$$\left| f(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \zeta) - \underline{f}(t, \underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) \right|^2 + \left| \bar{f}(t, \underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) - f(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \zeta) \right|^2 \leq \beta|\underline{\mathbf{e}}|^2 + \beta|\bar{\mathbf{e}}|^2 + \alpha$$

для некоторых  $\alpha \in \mathbb{R}_+$ ,  $\beta \in \mathbb{R}_+$  и

$$\beta\mathbf{I}_n - \mathbf{Q} + \mathbf{R} = 0, \mathbf{R} = \mathbf{R}^T > 0.$$

Тогда в (1) и (2) переменные  $\underline{\mathbf{x}}(t)$ ,  $\bar{\mathbf{x}}(t)$  остаются ограниченными для всех  $t > 0$  и

$$\underline{\mathbf{x}}(0) \leq \mathbf{x}(0) \leq \bar{\mathbf{x}}(0)$$

обеспечивает соотношение

$$\underline{\mathbf{x}} \leq \mathbf{x} \leq \bar{\mathbf{x}}.$$

**Доказательство.** Рассмотрим ошибки интервального оценивания  $\bar{\mathbf{e}} = \bar{\mathbf{x}} - \mathbf{x}$ ,  $\underline{\mathbf{e}} = \mathbf{x} - \underline{\mathbf{x}}$ :

$$\dot{\underline{\mathbf{e}}} = \mathbf{D}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u})\underline{\mathbf{e}} + f(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \zeta) - \underline{f}(t, \underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u})$$

$$\dot{\bar{\mathbf{e}}} = \mathbf{D}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u})\bar{\mathbf{e}} + \bar{f}(t, \underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) - f(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \zeta).$$

Согласно допущению 2, для мецлеровой матрицы  $\mathbf{D}$  для всех  $t \geq 0$  свойства  $f(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \zeta) \geq \underline{f}(t, \underline{\mathbf{x}}(t), \bar{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t))$ ,  $f(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \zeta) \leq \bar{f}(t, \underline{\mathbf{x}}(t), \bar{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t))$  и  $\underline{\mathbf{x}}(t) \leq \mathbf{x}(t) \leq \bar{\mathbf{x}}(t)$  выполняются при условии, что  $\underline{\mathbf{x}}(0) \leq \mathbf{x}(0) \leq \bar{\mathbf{x}}(0)$ . Чтобы доказать, что переменные  $\underline{\mathbf{x}}(t)$ ,  $\bar{\mathbf{x}}(t)$  ограничены, рассмотрим производную функции Ляпунова  $V = \underline{\mathbf{e}}^T \mathbf{P}(t) \underline{\mathbf{e}} + \bar{\mathbf{e}}^T \mathbf{P}(t) \bar{\mathbf{e}}$ :

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \underline{\mathbf{e}}^T [\dot{\mathbf{P}}(t) + \mathbf{D}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u})^T \mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t) \mathbf{D}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u})] \underline{\mathbf{e}} + \\ & + \bar{\mathbf{e}}^T [\dot{\mathbf{P}}(t) + \mathbf{D}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u})^T \mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t) \mathbf{D}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u})] \bar{\mathbf{e}} + 2\underline{\mathbf{e}}^T \mathbf{P}(t) [f(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \zeta) - \underline{f}(t, \underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u})] + \\ & + 2\bar{\mathbf{e}}^T \mathbf{P}(t) [\bar{f}(t, \underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) - f(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \zeta)]. \end{aligned}$$

Согласно допущению 3, это уравнение может быть переписано следующим образом:

$$\dot{V} \leq -\bar{\mathbf{e}}^T \mathbf{Q} \bar{\mathbf{e}} - \underline{\mathbf{e}}^T \mathbf{Q} \underline{\mathbf{e}} + \left| f(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \zeta) - \underline{f}(t, \underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) \right|^2 + \left| \bar{f}(t, \underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) - f(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \zeta) \right|^2.$$

Если первое условие теоремы верно, тогда элементы  $\left| f(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \zeta) - \underline{f}(t, \underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) \right|$  и  $\left| \bar{f}(t, \underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) - f(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \zeta) \right|$  ограничены для любых  $t \geq 0$ ,  $\|\mathbf{x}\| \leq \mathbf{X}$ ,  $\|\mathbf{u}\| \leq \mathbf{U}$ ,  $\zeta \in \Theta$  и всех  $\underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^n$ . Таким образом,

ошибки  $\bar{\mathbf{e}}, \underline{\mathbf{e}}$  ограничены стандартными аргументами Ляпунова, и поэтому переменные  $\underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}$  также ограничены (из допущения 1 состояние  $\mathbf{x}$  ограничено). Если второе условие теоремы выполняется, то это неравенство принимает вид

$$\dot{V} \leq -\bar{\mathbf{e}}^T \mathbf{Q} \bar{\mathbf{e}} - \underline{\mathbf{e}}^T \mathbf{Q} \underline{\mathbf{e}} + \alpha,$$

что подразумевает ограниченность  $\underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}$  теми же аргументами.

Результат теоремы 1 основан на довольно строгом допущении, что матрица  $\mathbf{D}$  – мецлерова. Все остальные предположения довольно часто встречаются в теории оценивания. Для постоянной матрицы  $\mathbf{D}$  это допущение снимается в лемме 2, где показано, что в условиях допущения 3 существует вещественная статическая матрица преобразования подобия  $\mathbf{S}$  с  $\mathbf{S}^{-1} \mathbf{D} \mathbf{S}$ , являющаяся гурвицевой и мецлеровой. В нашем случае  $\mathbf{D}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u})$  является нестационарной матрицей, расширение леммы 2 для этого случая показано ниже.

**Лемма 3** [12, 21]. Пусть  $\mathbf{Z} \in \Xi \subset \mathbb{R}^{n \times n}$  – нестационарная матрица, удовлетворяющая интервальным ограничениям  $\Xi = \{\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{n \times n}: \mathbf{Z}_a - \Delta \leq \mathbf{Z} \leq \mathbf{Z}_a + \Delta\}$  для некоторых  $\mathbf{Z}_a^T = \mathbf{Z}_a \in \mathbb{R}^{n \times n}$  и  $\Delta \in \mathbb{R}_+^{n \times n}$ . Если для некоторой постоянной  $\mu \in \mathbb{R}$  и диагональной матрицы  $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  мецлерова матрица  $\mathbf{R} = \mu \mathbf{E}_n - \mathbf{Y}$  имеет те же самые собственные значения, что и матрица  $\mathbf{Z}_a$ , тогда существует ортогональная матрица  $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  такая, что матрицы  $\mathbf{S}^T \mathbf{D} \mathbf{S}$  – мецлеровы для всех  $\mathbf{Z} \in \Xi$  при условии, что  $\mu > n \|\Delta\|_{\max}$

Доказательство этой леммы приведено в [21].

**Допущение 4.** Пусть  $\mathbf{D}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u}) \in \Xi$  для всех  $t \geq 0$ ,  $\|\mathbf{u}\| \leq \mathbf{U}$ ,  $\|\mathbf{y}\| \leq \mathbf{Y}$ , где  $\Xi = \{\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{n \times n}: \mathbf{D}_a - \Delta \leq \mathbf{D} \leq \mathbf{D}_a + \Delta\}$  для некоторых  $\mathbf{D}_a^T = \mathbf{D}_a \in \mathbb{R}^{n \times n}$  и  $\Delta \in \mathbb{R}_+^{n \times n}$ . Пусть для некоторой постоянной  $\mu > n \|\Delta\|_{\max}$  и диагональной матрицы  $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  мецлерова матрица  $\mathbf{R} = \mu \mathbf{E}_n - \mathbf{Y}$  имеет те же самые собственные значения, что и матрица  $\mathbf{D}_a$ .

При этом допущении существует ортогональная матрица  $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  такая, что матрицы  $\mathbf{S}^T \mathbf{D}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u}) \mathbf{S}$  – мецлеровы для всех  $\mathbf{D}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u}) \in \Xi$ . Введем новую переменную состояния  $\mathbf{z} = \mathbf{S}^T \mathbf{x}$ , тогда система (1) может быть переписана в новых координатах:

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{S}^T \mathbf{A}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u}) \mathbf{S} \mathbf{z}(t) + \varphi(t, \mathbf{z}, \mathbf{u}, \zeta),$$

где  $\varphi(t, \mathbf{z}, \mathbf{u}, \zeta) = \mathbf{S}^T f(t, \mathbf{S} \mathbf{z}, \mathbf{u}, \zeta)$ . Используя условия леммы 3, мы имеем следующие соотношения:

$$\underline{\mathbf{x}}(t) \leq \mathbf{x}(t) \leq \bar{\mathbf{x}}(t),$$

$$\underline{\mathbf{z}} = \mathbf{S}^+ \underline{\mathbf{z}} - \mathbf{S}^- \bar{\mathbf{z}}, \bar{\mathbf{x}} = \mathbf{S}^+ \bar{\mathbf{z}} - \mathbf{S}^- \underline{\mathbf{z}}, \quad (3)$$

где  $\underline{\mathbf{z}} \leq \mathbf{z} \leq \bar{\mathbf{z}}$  – это интервальные оценки для переменной  $\mathbf{z}$ . Точно также из допущения 2 получаем:

$$\underline{\varphi}(t, \mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}, \mathbf{u}) = \mathbf{S}^{+T} \underline{f}(t, \underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) - \mathbf{S}^{-T} \bar{f}(t, \underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) \leq \varphi(t, \mathbf{z}, \mathbf{u}, \zeta) \leq \mathbf{S}^{+T} \bar{f}(t, \underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) - \mathbf{S}^{-T} \underline{f}(t, \underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) = \bar{\varphi}(t, \mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}, \mathbf{u}).$$

В новых координатах интервальный наблюдатель принимает вид, аналогичный (2):

$$\dot{\underline{\mathbf{z}}} = \mathbf{S}^T \mathbf{A}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u}) \mathbf{S} \underline{\mathbf{z}} + \underline{\varphi}(t, \underline{\mathbf{z}}, \bar{\mathbf{z}}, \mathbf{u}) + \mathbf{S}^T \mathbf{L}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u}) [\mathbf{y} - \mathbf{C}(t, \mathbf{u}) \mathbf{S} \underline{\mathbf{z}}],$$

$$\dot{\bar{\mathbf{z}}} = \mathbf{S}^T \mathbf{A}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u}) \mathbf{S} \bar{\mathbf{z}} + \bar{\varphi}(t, \underline{\mathbf{z}}, \bar{\mathbf{z}}, \mathbf{u}) + \mathbf{S}^T \mathbf{L}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u}) [\mathbf{y} - \mathbf{C}(t, \mathbf{u}) \mathbf{S} \bar{\mathbf{z}}]. \quad (4)$$

Теперь можно показать следующий расширенный вариант теоремы 1.

**Теорема 2** [21, 22]. Пусть выполнены допущения 1, 2, 3 и 4. Пусть выполнено одно из следующих условий:

1.  $|\underline{f}(t, \underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u})| < +\infty$ ,  $|\bar{f}(t, \underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u})| < +\infty$  для любых  $t \geq 0$ ,  $\|\mathbf{u}\| \leq \mathbf{U}$  и всех  $\underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^n$ ;

2. для любых  $t \geq 0$ ,  $\|\mathbf{x}\| \leq \mathbf{X}$ ,  $\|\mathbf{u}\| \leq \mathbf{U}$ ,  $\zeta \in \Theta$  и всех  $\underline{\mathbf{z}}, \bar{\mathbf{z}} \in \mathbb{R}^n$

$$|\varphi(t, \mathbf{z}, \mathbf{u}, \zeta) - \underline{\varphi}(t, \underline{\mathbf{z}}, \bar{\mathbf{z}}, \mathbf{u})|^2 + |\bar{\varphi}(t, \underline{\mathbf{z}}, \bar{\mathbf{z}}, \mathbf{u}) - \varphi(t, \mathbf{z}, \mathbf{u}, \zeta)|^2 \leq \beta |\mathbf{z} - \underline{\mathbf{z}}|^2 + \beta |\bar{\mathbf{z}} - \mathbf{z}|^2 + \alpha$$

для некоторых  $\alpha \in \mathbb{R}_+$ ,  $\beta \in \mathbb{R}_+$  и

$$\beta \mathbf{I}_n - \mathbf{S}^T \mathbf{Q} \mathbf{S} + \mathbf{R} \leq 0, \mathbf{R} = \mathbf{R}^T > 0.$$

Тогда в (4), (3) и (1) переменные  $\underline{\mathbf{x}}(t)$ ,  $\bar{\mathbf{x}}(t)$  ограничены для всех  $t > 0$ , и

$$\underline{\mathbf{z}}(0) \leq \mathbf{z}(0) \leq \bar{\mathbf{z}}(0)$$

обеспечивает соотношение

$$\underline{\mathbf{x}}(t) \leq \mathbf{x}(t) \leq \bar{\mathbf{x}}(t).$$

**Доказательство.** Рассмотрим динамику ошибок интервального оценивания

$$\bar{\mathbf{e}} = \bar{\mathbf{z}} - \mathbf{z}, \underline{\mathbf{e}} = \mathbf{z} - \underline{\mathbf{z}}:$$

$$\dot{\underline{\mathbf{e}}} = \mathbf{S}^T \mathbf{D}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u}) \mathbf{S} \underline{\mathbf{e}} + \varphi(t, \mathbf{z}, \mathbf{u}, \zeta) - \underline{\varphi}(t, \underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u})$$

$$\dot{\bar{\mathbf{e}}} = \mathbf{S}^T \mathbf{D}(t, \mathbf{y}, \mathbf{u}) \mathbf{S} \bar{\mathbf{e}} + \bar{\varphi}(t, \underline{\mathbf{z}}, \bar{\mathbf{z}}, \mathbf{u}) - \varphi(t, \mathbf{z}, \mathbf{u}, \zeta).$$

Далее доказательство проводится на основе рассуждений из доказательства теоремы 1 при помощи функции Ляпунова  $V = \underline{\mathbf{e}}^T \mathbf{S}^T \mathbf{P}(t) \mathbf{S} \underline{\mathbf{e}} + \bar{\mathbf{e}}^T \mathbf{S}^T \mathbf{P}(t) \mathbf{S} \bar{\mathbf{e}}$  [21].

Эта теорема предлагает интервальный наблюдатель для системы с переменными параметрами, явно опуская требование кооперативности матрицы  $\mathbf{D}$  замкнутого контура. Предложено преобразование координат, обеспечивающее свойство кооперативности исходной некооперативной системе. Вдобавок,

снято допущение о том, что существует коэффициент усиления наблюдателя, который делает динамику ошибки оценки устойчивой и кооперативной. Коэффициент усиления наблюдателя должен, как обычно, обеспечить устойчивость ошибки наблюдения, а далее предлагается соответствующая замена координат.

### Моделирование

Рассмотрим модель изотермического непрерывного биологического реактора, состоящую из следующих уравнений массового баланса клеток и ограниченного субстрата [2, 3]:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \sigma(S)X + \frac{F}{V}(S_0 - S) \\ \frac{dX}{dt} &= \mu(S)X - \frac{F}{V}X, \end{aligned}$$

где  $X$  – концентрация клеток;  $S$  – концентрация субстрата в биореакторе;  $\mu(S)$  – удельная скорость та;  $\sigma(S)$  – удельная скорость потребления субстрата;  $S_0$  – концентрация субстрата в поступающем потоке;  $V$  – объем реактора;  $F$  – объемная скорость потока через биореактор.

Предполагается, что функция  $\sigma(S)$  имеет вид [1, 2]

$$\sigma(S) = \frac{\mu(S)}{Y(S)} = \frac{\mu_m S}{(K_m + S)Y(S)},$$

где  $\mu_m$  – максимальная удельная скорость роста,  $K_m$  – константа насыщения субстрата Монода, тогда выражение выхода  $Y(S)$  имеет вид

$$Y(S) = \frac{\text{количество сформированной биомассы}}{\text{количество потребляемого субстрата}} = aS + b,$$

что отражает увеличение выхода в ответ на увеличение концентрации субстрата  $S$ . Рассматривается случай постоянного выхода при  $a = 0$ .

В дальнейшем мы предполагаем, что [1] скорость разбавления  $D = \frac{F}{V}$  строго положительна и ограничена, т.е.  $D_{\min} \leq D(t) \leq D_{\max}$ , скорость подачи  $S_0$  также ограничена, и каждая реакция включает по крайней мере один реагент, который не является ни катализатором, ни автокатализатором. Согласно [1, 4], переменная  $X$  и скорость разбавления  $D$  ограничены на всем рассматриваемом интервале времени.

Коэффициент усиления наблюдателя был найден как  $\mathbf{L} = [0,8309 \quad -1,5726]^T$ , что позволяет обеспечить устойчивость наблюдателя и кооперативность ошибки наблюдения.

Построенные границы вектора состояния  $(X, S)$  представлены на рис. 1, 2. Результаты показывают, что измерения состояний гарантированно находятся внутри оцененного интервала, а интервальная оценка сходится к области с шириной, зависящей от динамики ошибок измерений.

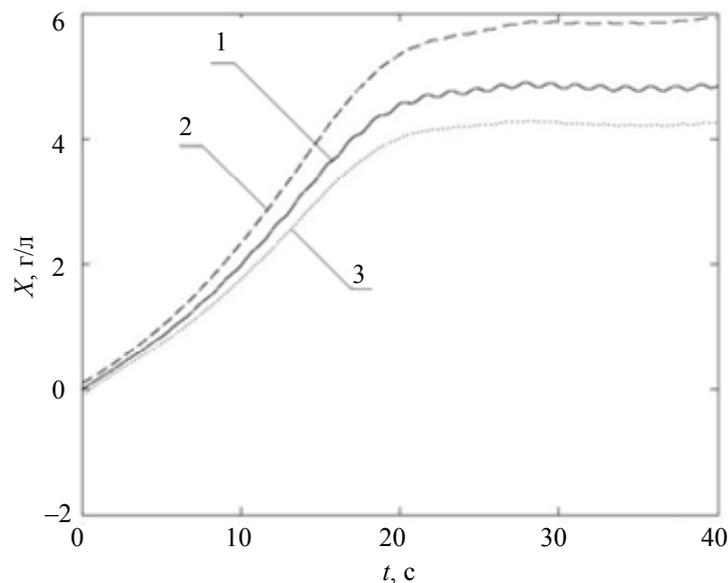


Рис. 1. Результаты моделирования: изменение состояния  $X$  концентрации клеток (1) и его интервальная оценка – верхняя (2) и нижняя (3) границы

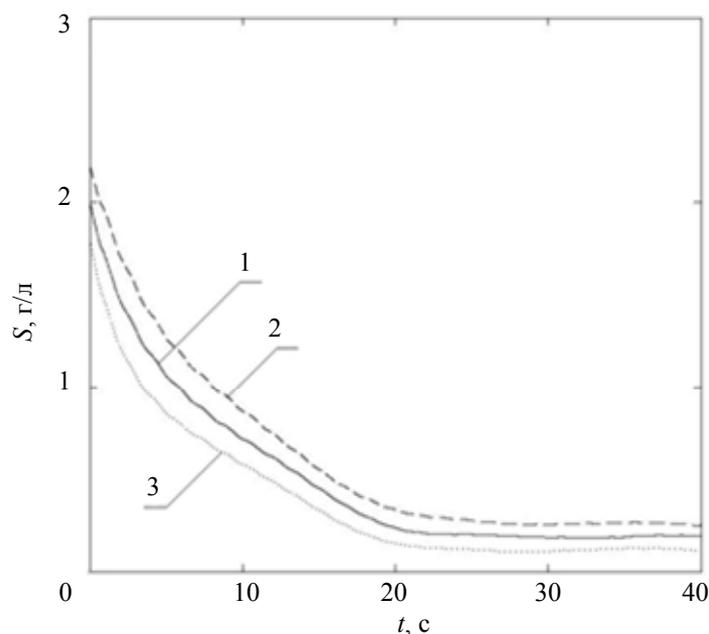


Рис. 2. Результаты моделирования: изменение состояния концентрации субстрата  $S$  (1) и его интервальная оценка – верхняя (2) и нижняя (3) границы

#### Заключение

В работе показано, что интервальный наблюдатель позволяет получить область оценок переменных состояния системы, гарантированно содержащих фактическое значение состояния в данный момент времени. Рассмотрен вопрос выбора индивидуальной матрицы усиления наблюдателя, который должен гарантировать только устойчивость ошибки наблюдения. Для обеспечения свойства кооперативности динамики ошибки интервальной оценки предложено статическое преобразование координат, с помощью которого устойчивая система с переменными параметрами может быть превращена в устойчивую и кооперативную. Приводится доказательство теоремы об ограниченности траекторий полученной области на основе свойства кооперативности системы. Апробация метода проведена с помощью компьютерного моделирования системы биологического реактора.

#### Литература

1. Bastin G., Van Impe J.F. Nonlinear and adaptive control in biotechnology: a tutorial // *European Journal of Control*. 1995. V. 1. N 1. P. 37–53.
2. Ajbar A., Alhumaizi K. Dynamics of the Chemostat: A Bifurcation Theory Approach. CRC Press, 2011. 368 p.
3. Fossas E., Ros R.M., Fabregat J. Sliding mode control in a bioreactor model // *Journal of Mathematical Chemistry*. 2001. V. 30. N 2. P. 203–218.
4. Гордеева Ю.Л., Гордеев Л.С. Математическая модель непрерывного процесса в биореакторе с рециклом субстрата и биомассы // *Вестник АГТУ. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика*. 2013. № 2. С. 9–18.
5. Mazenc F., Niculescu S.I., Bernard O. Interval observers for linear systems with delay // *Proc. of the 48th IEEE conference on decision and control*. Shanghai, China, 2009. P. 1860–1865.
6. Moisan M., Bernard O., Gouze J.-L. Near optimal interval observers bundle for uncertain bioreactors // *Automatica*. 2009. V. 45. N 1. P. 291–295.
7. Bernard O., Gouze J.-L. Closed loop observers bundle for uncertain biotechnological models // *Journal of Process Control*. 2004. V. 14. N 7. P. 765–774.
8. Moisan M., Bernard O. Interval observers for non monotone systems. Application to bioprocess models // *IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline)*. 2005. V. 16. P. 43–48.
9. Jaulin L. Nonlinear bounded-error state estimation of continuous time systems // *Automatica*. 2002. V. 38. N 6. P. 1079–1082.
10. Kiefer M., Walter E. Guaranteed nonlinear state estimator for cooperative systems // *Numerical Algorithms*. 2004. V. 37. N 1–4. P. 187–198.
11. Raissi T., Videau G., Zolghadri A. Interval observers design for consistency checks of nonlinear continuous-time systems // *Automatica*. 2010. V. 46. N 3. P. 518–527.
12. Raissi T., Efimov D., Zolghadri A. Interval state estimation for a class of nonlinear systems // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2012. V. 57. N 1. Art. N 5983407. P. 260–265.

13. Efimov D., Fridman L.M., Raïssi T., Zolghadri A., Seydou R. Interval estimation for LPV systems applying high order sliding mode techniques // *Automatica*. 2012. V. 48. N 9. P. 2365–2371.
14. Mazenc F., Bernard O. Interval observers for linear time-invariant systems with disturbances // *Automatica*. 2011. V. 47. N 1. P. 140–147.
15. Чеботарев С.Г., Кремлев А.С. Синтез интервального наблюдателя для линейной системы с переменными параметрами // *Изв. вузов. Приборостроение*. 2013. Т. 56. № 4. С. 42–46.
16. Chebotarev S., Efimov D., Raïssi T., Zolghadri A. On Interval observer design for a class of continuous-time LPV systems // *IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline)*, 2013. V. 9, part 1. P. 68–73.
17. Chebotarev S., Kremlev A. Analysis conditions on interval observer synthesis for linear systems with variable parameters // *18th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics, MMAR 2013. Międzyzdroje, Poland, 2013. Art. N 6669939. P. 390–392.*
18. Чеботарев С.Г., Кремлев А.С. Анализ линейных систем с переменными параметрами для синтеза интервальных наблюдателей // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2012. № 6 (82). С. 50–53.
19. Smith H.L. *Monotone dynamical systems: an introduction to the theory of competitive and cooperative systems*. Providence: AMS, 1995. V. 41. 174 p.
20. Ефимов Д.В., Кремлев А.С., Харьковская Т.А., Чеботарев С.Г. Построение системы интервального оценивания для модели регуляции гормона тестостерона // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2013. № 6 (88). С. 56–60.
21. Efimov Denis, Raïssi Tarek, Chebotarev Stanislav, Zolghadri Ali. Interval state observer for nonlinear time varying systems // *Automatica*. 2013. V. 49. N 1. P. 200–205.
22. Efimov Denis V., Raïssi Tarek, Chebotarev Stanislav, Zolghadri Ali. On set-membership observer design for a class of periodical time-varying systems // *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*. 2012. Art. N 6426474. P. 6767–6772.

- |  |  |
|--|--|
| <i>Харьковская Татьяна Александровна</i> | – магистрант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, easymedia@mail.ru   |
| <i>Кремлев Артем Сергеевич</i>           | – кандидат технических наук, зам. декана, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, kremlev_artem@mail.ru   |
| <i>Сабирова Дина Мизхатовна</i>          | – магистрант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, dy.alastor@bk.ru  |
| <i>Ефимов Денис Валентинович</i>         | – доктор технических наук, ответственный исследователь первого ранга, Национальный институт исследований по информатике и автоматике, Лилль, Франция, efde@mail.ru |
| <i>Раисси Тарек</i>                      | – кандидат технических наук, доцент, Центр исследований в области компьютерных наук и телекоммуникаций, Париж, Франция, tarek.raïssi@cnam.fr                       |
| <i>Tatiana A. Kharkovskaya</i>           | – student, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, easymedia@mail.ru  |
| <i>Artem S. Kremlev</i>                  | – Associate professor, PhD, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, kremlev_artem@mail.ru   |
| <i>Dina M. Sabirova</i>                  | – student, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, dy.alastor@bk.ru   |
| <i>Denis V. Efimov</i>                   | – INRIA (Institut national de recherche en informatique et en automatique), Principal investigator of the first rank, Lille, France, D.Sc., efde@mail.ru           |
| <i>Tarek Raïssi</i>                      | – Associate professor, PhD, Paris, France, Centre for Research in Computer Science and Telecommunications (Cédric), Cnam, tarek.raïssi@cnam.fr                     |

*Принято к печати 02.04.2014*

*Accepted 02.04.2014*

УДК 681.511

## СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРЕЦИЗИОННЫМ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ С ГАРАНТИРОВАННОЙ СТЕПЕНЬЮ УСТОЙЧИВОСТИ

А.А. Абдуллин<sup>а</sup>, В.Н. Дроздов<sup>а</sup>, А.А. Плотыцын<sup>а</sup>

<sup>а</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, artur.abdullin@gmail.com

Рассматривается модернизированная процедура синтеза оптимальной в квадратичном смысле системы управления линейным объектом с упругими связями. Синтез стандартной оптимальной в квадратичном смысле системы управления предполагает выбор матриц штрафа квадратичного функционала. При этом показатели качества оптимальной системы сильно зависят от конкретного выбора этих матриц. Трудоемкая процедура подбора матриц штрафа заменяется выбором желаемой степени устойчивости оптимальной системы. В основе предлагаемого метода лежит идея, при которой в задаче синтеза оптимального управления вместо оригинальной матрицы состояния объекта управления используется новая матрица состояния. Собственные числа новой матрицы состояния расположены правее собственных чисел оригинальной матрицы на заданном расстоянии. Такая методика проектирования позволяет для матрицы состояния замкнутой системы получить собственные числа, сдвинутые влево от комплексной оси на заданное расстояние, другими словами, получить гарантированную степень устойчивости системы. Предложенный метод проектирования алгоритма управления продемонстрирован на примере синтеза оптимальной системы управления электропривода с двухмассовым механизмом. Параметры объекта управления вычислены по амплитудно-частотной характеристике, полученной в ходе эксперимента идентификации. При проектировании оптимальной системы управления для оценки неизмеряемых переменных состояний объекта управления использовался наблюдатель пониженной размерности.

**Ключевые слова:** оптимальное управление, наблюдатель пониженной размерности, двухмассовый механизм, регулятор состояния, степень устойчивости.

## OPTIMAL CONTROL SYSTEM FOR PRECISION ELECTRIC DRIVE WITH GUARANTEED DEGREE OF STABILITY

A.A. Abdullin<sup>a</sup>, V.N. Drozdov<sup>a</sup>, A.A. Plotitsyn<sup>a</sup>

<sup>a</sup> ITMO University, Saint Petersburg, Russia, artur.abdullin@gmail.com

Improved design method of optimal control system for the linear object with elastic coupling is considered. Standard optimal control system design implies the selection of state and input penalty matrix for the quadratic functional. Moreover the system performance quality depends greatly on the specific penalty matrix. Instead of the state and input penalty matrix selection procedure the selection of desired stability degree is proposed. The proposed method of optimal control system design is based on the idea of new state matrix utilization. The new state matrix has its eigenvalues at the specified distance to the right from the eigenvalues of the original state matrix. Thereupon we can assign the closed loop state feedback system matrix eigenvalues at that specified distance to the left from imaginary axis of the complex plane, in the other words, we can achieve the desired stability degree of the system. The proposed method of control algorithm design is demonstrated for a control system of an electric drive with two-mass mechanism (object). Object characteristic was evaluated by amplitude-frequency response obtained during identification experiment. Unavailable or immeasurable variables of the control object state were estimated by reduced-order observer while optimal control system design.

**Keywords:** optimal control system, reduced-order observer, two-mass mechanism, state regulator, stability degree.

### Введение

Рассмотрим электромеханическую систему (ЭМС), которая состоит из управляемого преобразователя напряжения, электродвигателя и механизма, представленного двухмассовой расчетной схемой. Такая система с высокой степенью точности описывает процессы управления положением как азимутальной, так и угломестной осей опорно-поворотного устройства наземного телескопа [1–5].

Модель состояния такой ЭМС без учета возмущающего воздействия имеет стандартный вид:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}. \quad (1)$$

Вектор состояния этой ЭМС  $\mathbf{x} = [u_1 \quad i \quad \Omega_1 \quad \delta \quad \Omega_2 \quad \alpha_1]^T$ , где  $u_1$  – выходное напряжение управляемого преобразователя;  $i$  – эквивалентный ток статорной цепи вентильного двигателя;  $\Omega_1$  – угловая скорость первой массы;  $\delta = (\alpha_1 - \alpha_2)$  – угол скручивания соединительного элемента первой и второй масс;  $\Omega_2$  – угловая скорость второй массы;  $\alpha_1$  – угол поворота первой массы,  $u$  – сигнал управления на входе преобразователя напряжения.

Типичным режимом работы опорно-поворотного устройства является воспроизведение сигнала целеуказания. Достаточно медленное изменение угловых координат объекта слежения позволяет аппроксимировать задающее воздействие кусочно-линейной функцией [6].

Эта задача решается с использованием изодромного (грубого) управления вынужденным движением. Подобные системы называют также системами с внутренней моделью [7]. Принципы построения математической модели такой системы описываются в работах [8, 9]. Идея заключается в том, что в качестве составной части регулятора используется модель внешнего воздействия, которая имеет вид

$$\dot{z} = Gz + L(g - y) = Gz + L\varepsilon,$$

где  $g$  – сигнал задания,  $\varepsilon = g - y$  – сигнал ошибки, а матрица  $L$  выбирается простейшего вида, но так, чтобы пара матриц  $(G, L)$  была полностью управляемой. Эта часть регулятора вместе с объектом управления (ОУ) (1) образует объединенный ОУ с вектором состояния  $x_n = [x^T \quad z^T]^T$  [9],

$$\dot{x}_n = A_n x_n + B_n u.$$

Матрица состояния и матрица входа модели состояния этого объекта равны

$$A_n = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -LC & G \end{bmatrix}, \quad B_n = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}.$$

В качестве алгоритма управления используется регулятор (2) с обратными связями по всем переменным состояния, обеспечивающий устойчивость замкнутой системы и, при отсутствии возмущений, нулевую установившуюся ошибку [7]:

$$u = -Kx_n. \quad (2)$$

Одним из самых распространенных методов расчета матрицы обратных связей  $K$  является сведение характеристического полинома матрицы  $A_n - B_n K$  к полиному с заданными или желаемыми собственными числами [10–12].

### Синтез оптимального в квадратичном смысле управления

Существует метод, в рамках которого выбор собственных чисел замкнутой системы не представлен в явном виде. В этом случае матрица обратных связей  $K$  доставляет минимум квадратичному функционалу (3) [10, 12]:

$$J = \int_0^{\infty} (x_n^T Q x_n + u^T R u) dt. \quad (3)$$

Метод поддерживается наличием мощных математических пакетов [13].

При любой положительно полуопределенной матрице  $Q$  и положительно определенной матрице  $R$  оптимальное в квадратичном смысле управление обеспечивает значение радиуса запасов устойчивости  $r = 1$  [14]. В этом случае запас устойчивости системы по фазе – не менее  $60^\circ$ , что гарантирует хорошую демпфируемость системы. Однако быстродействие оптимальной системы сильно зависит от конкретного выбора матриц штрафа. Метод подбора матриц весьма трудоемок. Во избежание указанной трудности предлагается следующий прием.

Известно [15], что если квадратные матрицы связаны некоторым функциональным соотношением  $M = f(N)$ , то точно таким же соотношением связаны собственные числа этих матриц:

$$s_i^M = f(s_i^N), \quad i = 1, \dots, n.$$

Учитывая сказанное, в задаче синтеза оптимального управления объектом (1) вместо матрицы состояния объединенного ОУ  $A_n$  выберем матрицу

$$A_{ns} = A_n + \eta I, \quad (4)$$

где  $I$  – единичная матрица;  $\eta$  – желаемая степень устойчивости для матрицы замкнутой системы  $F_n = A_n - B_n K$ .

При произвольных определенно положительных матрицах штрафа  $Q$  и  $R$ , например, единичных, решим уравнение Риккати (5),

$$P B_n R^{-1} B_n^T P - Q - A_{ns}^T P - P A_{ns} = 0, \quad (5)$$

и вычислим матрицу обратных связей (6),

$$K = R^{-1} B_n^T P, \quad (6)$$

тогда матрица состояния

$$F_{ns} = A_{ns} - B_n K \quad (7)$$

замкнутой системы гарантированно будет иметь все собственные числа слева от мнимой оси на плоскости корней. Воспользовавшись (4), перепишем матрицу состояния (7) в виде

$$F_{ns} = A_n + \eta I - B_n K = F_n + \eta I, \quad (8)$$

откуда

$$F_n = F_{ns} - \eta I. \quad (9)$$

Собственные числа матрицы (8) лежат слева от мнимой оси, следовательно, собственные числа матрицы (9) будут сдвинуты влево от мнимой оси на расстояние, не меньшее, чем  $\eta$ . В результате неопределенная процедура выбора матриц штрафа в задаче оптимального управления заменена процедурой выбора степени устойчивости, которая имеет прозрачный физический смысл. Она определяет быстродейст-

вие оптимальной системы.

При наличии неизмеряемых координат вектора состояния  $x_{OU}$  (1), как обычно, используется наблюдатель пониженной размерности, и оптимальное управление (2) трансформируется соответствующим образом [9].

### Эксперимент

Отработка предложенной методики синтеза оптимального в квадратичном смысле управления производилась на лабораторном стенде электропривода с двухмассовым механизмом. Общий вид и принципиальная схема электромеханической части лабораторного стенда представлены на рис. 1.

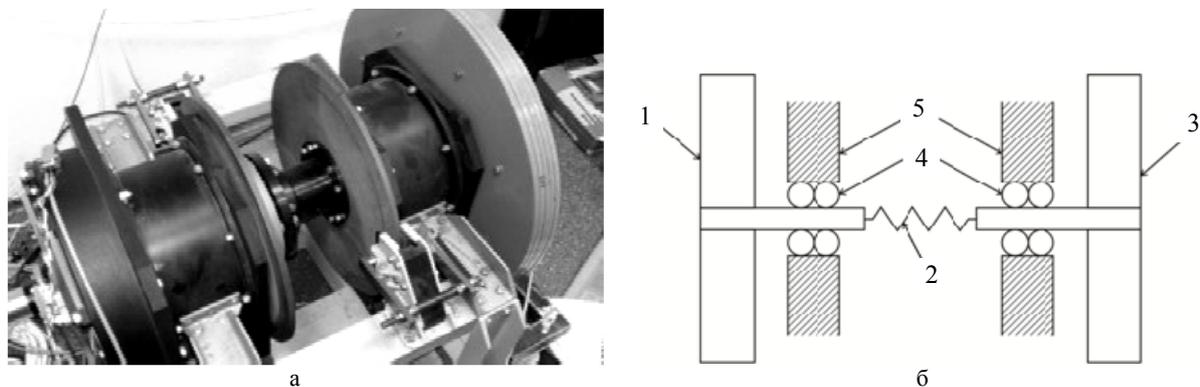


Рис. 1. Общий вид электромеханической части лабораторного стенда (а); принципиальная схема электро-механической части лабораторного стенда (б): 1 – вал с трехфазным двигателем; 2 – соединительная муфта; 3 – вал с полезной нагрузкой; 4 – подшипниковые узлы; 5 – опоры

На рис. 1, б, показано, что в двух опорах 5 с помощью подшипниковых узлов 4 закреплены два вала. На первом валу 1 установлен трехфазный двигатель производства фирмы Рухсервомотор и инкрементный оптический датчик фирмы Renishaw. Макет полезной нагрузки, закрепленный на втором валу 3, выполнен в виде наборных колец, что позволяет менять его момент инерции.

Оба вала соединены специальной муфтой 2, устройство которой позволяет менять крутильную жесткость (или податливость) этого соединения. Также следует отметить, что момент сухого трения в подшипниковых узлах в значительной степени неравномерно распределен по окружности вращения вала.

В силу того, что не все параметры исследуемого ОУ имеются в наличии, для синтеза регулятора будем использовать математическую модель ОУ, полученную в ходе анализа экспериментальной амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) ОУ.

На рис. 2 кривая 1 представляет собой АЧХ объекта с выходным сигналом в виде скорости вращения первой массы  $\Omega_1$ .

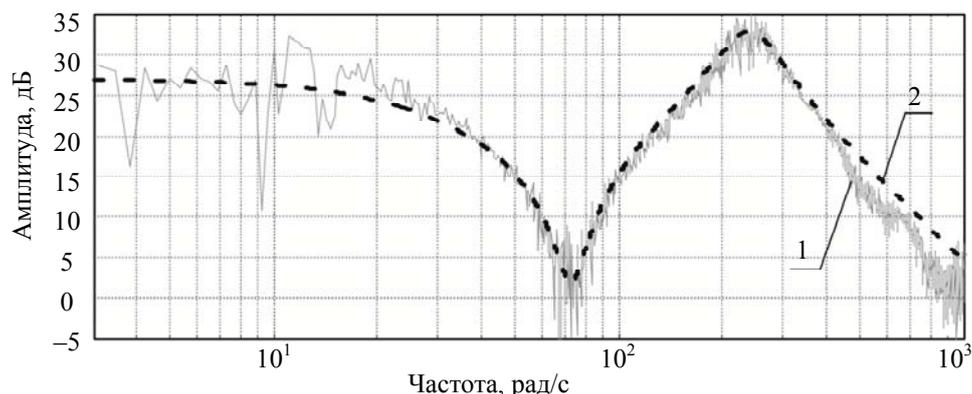


Рис. 2. АЧХ электропривода с двухмассовой нагрузкой: объекта (1) и модели (2)

Аппроксимируя АЧХ прямыми линиями с наклонами, кратными 20 дБ/дек, получаем модель ОУ в виде передаточной функции (10):

$$W(s) = \frac{\Omega_1(s)}{u(s)} = \frac{k(\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1)}{(T_1 s + 1)(T_2^2 s^2 + 2\xi T_2 s + 1)(T_3 s + 1)}. \quad (10)$$

Параметры этой передаточной функции, определенные по асимптотической логарифмической ха-

рактеристике, следующие:  $k = 22,4$ ,  $\tau = 0,014$  с,  $\zeta = 0,078$ ,  $\xi = 0,206$ ,  $T_1 = 0,038$  с,  $T_2 = 0,004$  с,  $T_3 = 0,004$  с. Рассчитанная согласно (10) АЧХ модели представлена кривой 2 на рис. 2. АЧХ объекта и модели совпадают в достаточной степени, что говорит об адекватности аппроксимации экспериментальной характеристики.

Используя функцию (11) пакета прикладных программ MATLAB,

$$[A \ B \ C] = ss(W(s)), \tag{11}$$

и дополнив вектор переменных состояния углом поворота первой массы, получим модель ОУ в векторно-матричном виде:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \Omega_1 \\ \alpha_1 \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -379 & -182 & -131 & -47,5 & 0 \\ 512 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 256 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 64 & 0 & 0 \\ 0 & 51,2 & 2,26 & 16,6 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 64 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Собственные числа матрицы состояния данного ОУ равны

$$s_A = [0 \ -26 \ -49 + 238i \ -49 - 238i \ -254].$$

Пара комплексно сопряженных собственных чисел, в рассматриваемом случае это  $-49 \pm 238i$ , определяет затухающие колебания, вызванные упругой связью между первой и второй массами. Демпфирование этих колебаний является одной из проблем управления объектами с упругими связями. Убедимся, что использование оптимального в квадратичном смысле управления обеспечивает быстрое затухание указанных колебаний.

Рассчитаем матрицу обратных связей регулятора состояния ОУ в виде (6), задавшись значением степени устойчивости системы  $\eta = 19$  с<sup>-1</sup>. Процедура решения уравнения Риккати (5) в пакете прикладных программ MATLAB выглядит следующим образом:

$$\mathbf{K} = \text{lqr}(\mathbf{A}_n, \mathbf{B}_n, \mathbf{Q}, \mathbf{R}),$$

где  $\mathbf{K}$  – матрица коэффициентов обратной связи.

Матрица состояния замкнутой системы (9) с рассчитанной матрицей обратных связей будет иметь собственные числа, равные

$$s_{F_n} = [-38 \ -45,7 + 8,8i \ -45,7 - 8,8i \ -91 + 2,6i \ -91 - 2,6i \ -267].$$

Структура собственных чисел оптимальной замкнутой системы говорит о том, что степень устойчивости 38, т.е. не меньше заданной.

В рассматриваемом случае непосредственно измерялась лишь переменная состояния  $\alpha_1$ , помимо этого, регулятору доступна также переменная состояния  $z_1$  интегратора, введенного в канал ошибки [9]. Реализация оптимальной системы в этом случае возможна с использованием наблюдателя пониженной размерности, при этом закон управления (2) примет вид

$$u = -\mathbf{K}\mathbf{x}_n = \mathbf{N}_1\mathbf{y} + \mathbf{N}_2\tilde{\mathbf{w}},$$

здесь  $\mathbf{y} = [\alpha_1 \ z_1]^T$  – вектор измеряемых переменных состояния;  $\tilde{\mathbf{w}} = [\tilde{w}_1 \ \tilde{w}_2 \ \tilde{w}_3 \ \tilde{w}_4]^T$  – вектор наблюдаемых переменных состояния;  $\mathbf{N}_1 = [n_{11} \ n_{12}]$  – вектор коэффициентов измеряемых переменных;  $\mathbf{N}_2 = [n_{21} \ n_{22} \ n_{23} \ n_{24}]$  – вектор коэффициентов наблюдаемых или оцениваемых переменных. Матрицы  $\mathbf{N}_1, \mathbf{N}_2$  находятся согласно выражению  $[\mathbf{N}_1 \ \mathbf{N}_2] = -\mathbf{K}[\mathbf{C}^T \ \mathbf{M}^T]^{-T}$ , где  $\mathbf{M}$  есть решение уравнения Сильвестра  $\mathbf{M}\mathbf{A} - \mathbf{A}_n\mathbf{M} = \mathbf{R}_n\mathbf{C}$ . Матрицы  $\mathbf{A}_n$  и  $\mathbf{R}_n$  определяют динамику наблюдателя.

На рис. 3 представлена структурная схема оптимальной системы управления с наблюдателем пониженной размерности (obsv).

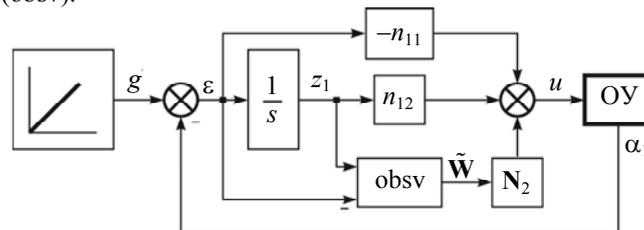


Рис. 3. Структурная схема системы управления

На рис. 4, а, приведен график переходного процесса ошибки слежения в системе с оптимальным регулятором состояния и редуцированным наблюдателем при воспроизведении входного воздействия, возрастающего линейно со скоростью 1 %/с, кривая 1 представляет собой переходной процесс в математической модели, кривая 2 – переходной процесс в системе с реальным ОУ. Более быстрый переходной процесс в системе с математической моделью можно объяснить тем, что ни одна модель не в состоянии отобразить все особенности физического объекта.

График ошибки в установившемся режиме при том же воздействии представлен на рис. 4, б. Максимальная ошибка составляет 3,2", среднеквадратическая ошибка – 1,4".

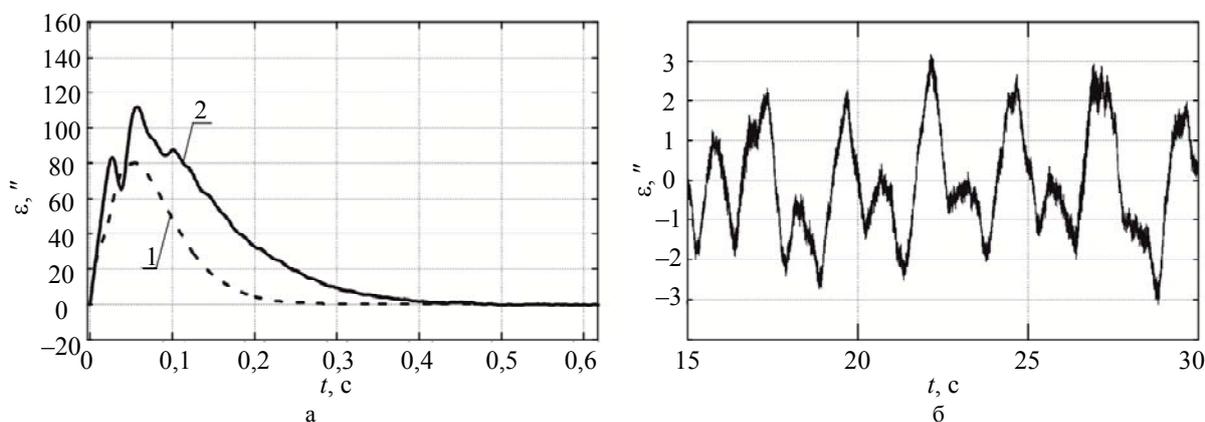


Рис. 4. Результаты эксперимента: график переходного процесса ошибки слежения (1 – математической модели, 2 – системы с реальным ОУ) (а); график ошибки в установившемся режиме (б)

#### Заключение

Модифицированная процедура синтеза оптимального управления обеспечивает в замкнутой системе получение степени устойчивости, не меньшей заданной. Она снимает проблему выбора матриц штрафа квадратичного функционала качества.

Экспериментальная проверка предлагаемой процедуры для построения системы управления физическим макетом объекта с упругими связями показала хорошие с практической точки зрения результаты.

#### Литература

1. Васильев В.Н., Томасов В.С., Шаргородский В.А., Садовников М.А. Состояние и перспективы развития прецизионных электроприводов комплексов высокоточных наблюдений // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51. № 6. С. 5–12.
2. Томасов В.С., Денисов К.М., Толмачев В.А. Следящие электроприводы систем наведения оптико-механических комплексов нового поколения. Проблемы и достижения // Тр. V междунар. (XVI Всеросс.) конф. по автоматизированному электроприводу. СПб, 2007. С. 175–177.
3. Сеницын В.А., Томасов В.С. Энергоподсистемы следящих электроприводов измерительных телескопов // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51. № 6. С. 12–17.
4. Толмачев В.А., Антипова И.В., Фомин С.Г. Математическая модель следящего электропривода оси опорно-поворотного устройства // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. 2007. № 10 (44). С. 142–146.
5. Толмачев В.А. Синтез следящего электропривода оси опорно-поворотного устройства // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51. № 6. С. 68–72.
6. Дроздов В.Н., Мирошник И.В., Скорубский В.И. Система автоматического управления с микроЭВМ. Л.: Машиностроение, 1989. 284 с.
7. Григорьев В.В., Дроздов В.Н., Лаврентьев В.В., Ушаков А.В. Синтез дискретных регуляторов при помощи ЭВМ. Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1983. 245 с.
8. Абдуллин А.А., Дроздов В.Н. Анализ робастности неадаптивной системы управления электропривода с вариациями структуры и параметров // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2012. № 6 (82). С. 40–44.
9. Абдуллин А.А., Дроздов В.Н. Синтез алгоритма управления прецизионного следящего электропривода // Труды VII Международной (VIII Всероссийской) научно-технической конференции по автоматизированному электроприводу. Иваново, 2012. С. 208–212.
10. Кузовков Н.Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. М.: Машиностроение, 1976. 184 с.
11. Fairman F. Linear Control Theory: The State Space Approach. John Wiley and Sons Ltd, 1998. 330 p.
12. Kwakernaak H., Sivan R. Linear Optimal Control Systems. John Wiley and Sons Inc, 1972. 575 p.

13. Дьяконов В.П. MATLAB 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5. Основы применения. Полное руководство пользователя. М.: Солон-Пресс, 2002. 768 с.
14. Александров А.Г. Методы построения систем автоматического управления. ИПУ РАН, 2008. 260 с.
15. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Наука, 1966. 576 с.

<i>Абдуллин Артур Александрович</i>	– аспирант, инженер, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, artur.abdullin@gmail.com
<i>Дроздов Валентин Нилович</i>	– доктор технических наук, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, drozdovuprint@rambler.com
<i>Плотницын Андрей Андреевич</i>	– студент, инженер, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, andreiploticin@gmail.com
<i>Artur A. Abdullin</i>	– engineer, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, artur.abdullin@gmail.com
<i>Valentin N. Drozdov</i>	– Professor, D.Sc., Professor, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, drozdovuprint@rambler.com
<i>Andrei A. Plotitsyn</i>	– engineer, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, andreiploticin@gmail.com

*Принято к печати 21.02.2014*  
*Accepted 21.02.2014*

УДК 530.182, 548.55

## НЕЛИНЕЙНО-ОПТИЧЕСКИЙ МОЛЕКУЛЯРНЫЙ КРИСТАЛЛ НА БАЗЕ

## 2,6-DIAMINOPYRIDINE: СИНТЕЗ, ХАРАКТЕРИЗАЦИЯ

И.М. Павловец<sup>a</sup>, М.И. Фокина<sup>a</sup>, С.И. Драгута<sup>b</sup>, Т.В. Тимофеева<sup>b</sup>, И.Ю. Денисюк<sup>a</sup><sup>a</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, pvlvts@gmail.com<sup>b</sup> Университет Нью-Мехико, Лас-Вегас, США, sergiudraguta@gmail.com

Представлены исследования нового нелинейно-оптического материала на основе нелинейно-оптической хромофоры (4-Nitrophenol) и аминопиридина (2,6-Diaminopyridine). Представлены результаты расчетов упаковки молекул в кристаллическом соединении на основе данных компонент, согласно которым конечное вещество должно иметь нецентросимметричную кристаллическую решетку, что предопределяет наличие нелинейно-оптического отклика второго порядка. Проведенные в настоящей работе исследования подтверждают эти расчеты. Приведены результаты экспериментов по со-кристаллизации компонент и по последующей рекристаллизации полученного вещества для получения формы монокристаллов, установлены оптимальные условия для синтеза молекулярных кристаллов из данных компонент. Получены достаточно крупные однородные кристаллы, что позволило: снять их спектры в видимой и ближней инфракрасной областях спектра, определить их нелинейно-оптические характеристики и уровень однородности. Представлены их оптические (пропускание и удельная лазерная прочность) и нелинейно-оптические характеристики. Для наблюдения и измерения нелинейно-оптических свойств собрана установка, реализующая метод относительных измерений нелинейно-оптического отклика, в качестве эталона для сравнения использовался кристалл титанил-фосфата калия, приведены результаты по эффективности преобразования основного излучения лазера во вторую оптическую гармонику, относительно сигнала, полученного при помощи кристалла титанил-фосфата калия. Полученные результаты показывают, что молекулярный со-кристалл на базе 2,6-Diaminopyridine является перспективным нелинейно-оптическим материалом для генерации второй оптической гармоники Nd:YAG-лазера (532 нм).

**Ключевые слова:** молекулярный кристалл, рост кристаллов, генерация второй гармоники, со-кристаллы, 2,6-Diaminopyridine.

## NONLINEAR OPTICAL MOLECULAR CRYSTAL BASED

## ON 2,6-DIAMINOPYRIDINE: SYNTHESIS AND CHARACTERIZATION

I.M. Pavlovets<sup>a</sup>, M.I. Fokina<sup>a</sup>, S.I. Draguta<sup>b</sup>, T.V. Timofeeva<sup>b</sup>, I.Yu. Denisjuk<sup>a</sup><sup>a</sup> ITMO University, Saint Petersburg, Russia, pvlvts@gmail.com<sup>b</sup> New Mexico Highlands University, <sup>b</sup> Las Vegas, NM 87701, USA, sergiudraguta@gmail.com

The paper deals with investigation of a new nonlinear optical material based on nonlinear optical chromophore (4-Nitrophenol) and aminopyridine (2,6-Diaminopyridine). Calculation results are presented for molecular packing in the crystalline compound, based on the given components. According to these results the finite material must have a non-centrosymmetric lattice, which determines the presence of the second order nonlinear optical response. Investigations carried out in this work confirm these calculations. Results of experiments are given describing the co-crystallization of these components and the following re-crystallization of the obtained material. In order to get a monocrystal form, the optimal conditions for the synthesis of molecular crystals based on these components are determined. Sufficiently large homogeneous crystals are obtained, that gave the possibility to record their spectra in the visible and near infrared parts of the spectrum, to determine their nonlinear optical properties and the level of homogeneity. Their optical (optical transmission and optical laser damage threshold) and nonlinear optical properties are presented. For observation and measurement of the nonlinear optical properties an installation was built which implements the comparative method for measurements of nonlinear optical properties. A potassium titanyl oxide phosphate crystal was used as a sample for comparison. Results are given for the conversion efficiency of the primary laser radiation in the second optical harmonic relative to the signal obtained on the potassium titanyl oxide phosphate crystal. Obtained results show that the molecular co-crystal based on 2,6-Diaminopyridine is a promising nonlinear optical material for generating the second optical harmonic on the Nd: YAG laser (532 nm).

**Keywords:** molecular crystal, crystal growth, the second harmonic generation, co-crystals, 2,6-Diaminopyridine.

## Введение

Нелинейно-оптические материалы важны для развития фотоники и оптоэлектроники. В последние годы особый интерес уделяется органическим материалам ввиду высокого значения их нелинейно-оптических коэффициентов и простоты изготовления, а также низких значений диэлектрической проницаемости, высокой поляризуемости молекул [1]. Кроме того, структуру таких соединений можно настроить на молекулярном уровне, точно управляя их оптическими свойствами. Для эффективной генерации второй гармоники требуются сильно поляризуемые молекулы с электронодонорными и акцепторными группами на концах пи-сопряженной системы, а также нецентросимметричная кристаллическая структура [1].

Гетероциклические молекулы аминопиридинового ряда, помимо использования с нитрофенольными хромофорами [2], используются в качестве лиганда в металлоорганических комплексах [3, 4], а также в паре с различными кислотами [5, 6]. В настоящей работе представлено получение и исследование со-кристалла с нецентросимметричной кристаллической решеткой, получаемого путем со-кристаллизации нелинейно-оптической хромофоры 4-Nitrophenol (4N) и аминопиридина 2,6-Diaminopyridine (26DAP). Работа является продолжением цикла работ, например [7].

### Экспериментальная часть

**Синтез материалов и рост кристаллов.** Для получения органических кристаллов 2,6-Diaminopyridine (26DAP, SIGMA ALDRICH CAS-No. 141-86-6) растворялся в горячем толуоле (0,05 г на 5 мл), полученный раствор смешивался с раствором 4-Nitrophenol (4N, SIGMA ALDRICH CAS-No. 100-02-7) в толуоле (0,128 г на 15 мл), с последующим контролируемым испарением в ограниченном объеме при 45°C. Следует отметить, что получаемые таким образом органические соединения нерастворимы в толуоле, в связи с чем они выпадают в виде осадка в течение нескольких часов и имеют форму пленок толщиной 150–200 мкм (рис. 1, а). В общем виде процесс синтеза впервые описан в [2].

Так как многие органические кристаллы склонны к полиморфизму, мы использовали рентгеноструктурный анализ для подтверждения исследованной ранее молекулярной и кристаллической структуры полученного со-кристалла. Анализ показал, что выращенные нами кристаллы имеют нецентросимметричную структуру, соответствующую описанной ранее в [2]. Структура молекул и нецентросимметричная упаковка молекул в кристалле показаны на рис. 1.

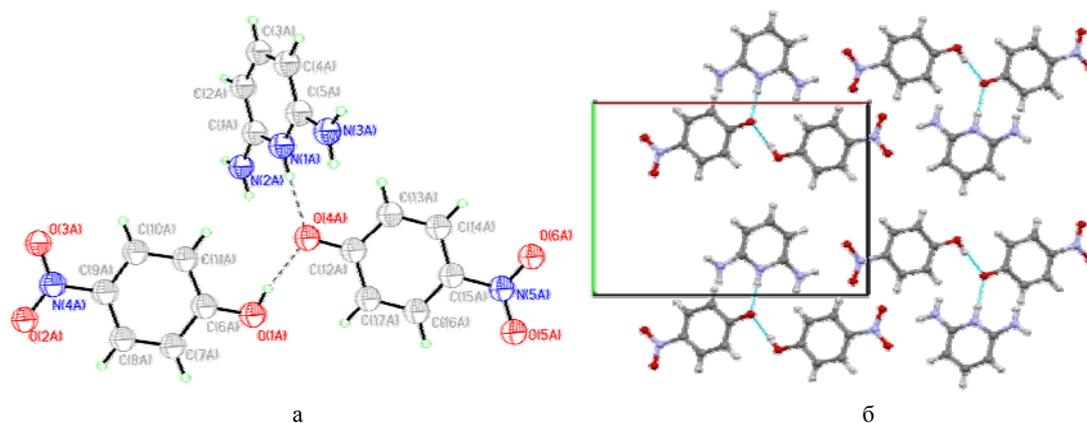


Рис. 1. Структура молекулы 2,6-Diaminopyridine+4-Nitrophenol (а) и расположение молекул в кристаллической решетке (б)

Поскольку молекулярные кристаллы могут иметь различные формы, что не является редкостью для органических соединений [8], для получения оптимальной монокристаллической формы полученное вещество, после испарения толуола, было перекристаллизовано из изопропилового спирта. Для этого оно растворялось в изопропиловом спирте с последующим медленным испарением при 30°C (рис. 2, б) в течение 14 суток. При анализе полученных образований видно, что кристаллы после перекристаллизации имеют монокристаллическую форму.

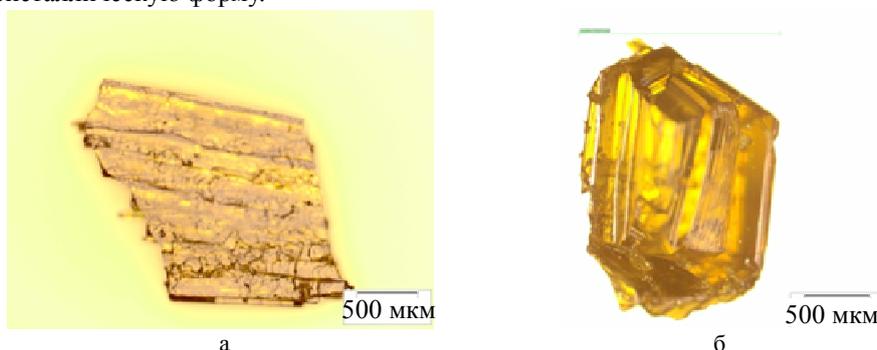


Рис. 2. Общий вид кристаллов 26DAP+4N: после со-кристаллизации компонент (а); после перекристаллизации (б)

**Экспериментальная установка для генерации второй гармоники.** Схема установки для изменения нелинейных коэффициентов путем генерации второй гармоники представлена на рис. 3. В качестве источника излучения использовался Nd:YAG-лазер (LF-117) 1, работающий в импульсном режиме на длине волны 1064 нм длительностью импульса 15 нс и частотой повторения импульсов 10 Гц. На пути

лазерного луча устанавливались светофильтры: 2 – для отсеечения излучения лампы накачки и 3 – для уменьшения энергии излучения до 258 мДж. Часть излучения отводилась светоделительной пластинкой 4 для контроля уровня мощности на фотодетектор 11, подключенный к одному из каналов двухканального осциллографа 12. Луч лазера (7 мм в поперечнике) уменьшался оптической системой из двух линз 5 и 6 до размера 1,45 мм в диаметре и падал под нормальным углом на исследуемый образец 7. Затем излучение второй гармоники (532 нм) собиралось линзой 8 и направлялось на фотодетектор 10 с зоной чувствительности 420–675 нм, подключенный к осциллографу 12, на котором происходила регистрация полученного сигнала. Перед фотоприемником устанавливался светофильтр 9, отсекающий основное излучение лазера длиной волны 1064 нм.

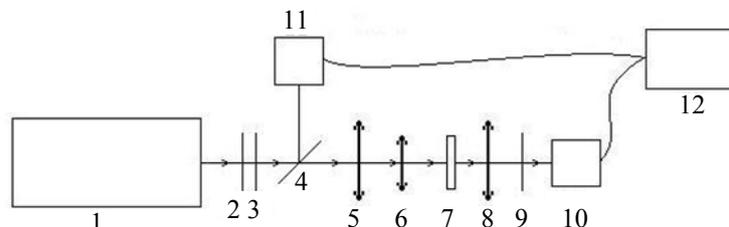


Рис. 3. Принципиальная оптическая схема экспериментальной установки для исследования и наблюдения второй оптической гармоники: 1 – Nd:YAG-лазер; 2, 3, 9 – светофильтры; 4 – светоделительная пластинка; 5, 6, 8 – линзы; 7 – исследуемый образец; 10, 11 – фотодетекторы; 12 – двухканальный осциллоскоп

### Результаты и их обсуждения

**Удельная оптическая плотность мощности.** Когда материал выбран для нелинейно-оптических применений, одной из наиболее важных его характеристик будет являться порог разрушения при работе с мощными лазерными источниками излучения. Поскольку в нелинейно-оптических процессах задействованы источники излучения с высоким уровнем оптической интенсивности, используемые материалы должны быть пригодны для работы с мощными лазерными источниками. Этот параметр является ключевым, в связи с которым были отсеяны некоторые нелинейно-оптические органические материалы [9]. Плотность мощности рассчитывали, используя формулу:  $U = E/(\tau \cdot A)$ , где  $U$  – плотность мощности,  $E$  – падающая на образец энергия, мДж;  $\tau$  – длительность импульса, с;  $A$  – размер пучка, см<sup>2</sup>. Установленный порог лазерной прочности для данного органического материала получился 1,01 ГВт/см<sup>2</sup>, что на порядок превосходит установленный порог кристалла дигидрофосфата калия (KDP) (0,2) по данным статьи [10].

**Оптическое пропускание.** Спектр пропускания исследуемых кристаллов был получен с помощью спектрофотометра Shimadzu UV-1800 в диапазоне 190–1100 нм и показан на рис. 4. Линия поглощения находится около 450 нм. Полученный спектр показывает, что кристаллы имеют пропускание порядка 50% на длинах волн 460–1100 нм, в связи с чем их можно использовать в качестве генераторов второй оптической гармоники для лазеров на базе Nd:YAG (532 нм).

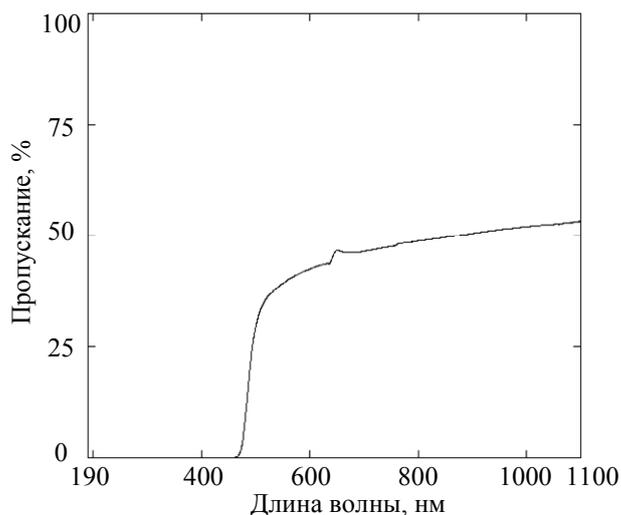


Рис. 4. Спектр оптического пропускания кристаллов 26DAP+4N

**Нелинейно-оптические характеристики.** Эффективность генерации второй оптической гармоники исследовалась в настоящей работе методом относительного сравнения двух образцов, нелинейные восприимчивости одного из которых известны (Kurtz and Perry technique [11]). Для этого использовалась установка, описанная ранее на рис. 3. Для количественной оценки нелинейной восприимчивости молеку-

лярных кристаллов 26DAP+4N было произведено сравнение данных кристаллов с кристаллами титанил-фосфата калия (КТР). В результате установлено, что кристаллы 26DAP+4N превосходят по уровню нелинейно-оптического отклика кристаллы КТР, что определяет их как перспективные молекулярные кристаллы для нелинейно-оптических применений.

Оценка величины нелинейно-оптического коэффициента с учетом толщины образцов и разупорядочения кристаллических областей, попадающих в луч лазера, дает величину около 20 пм/В, что позиционирует материал, как имеющий высокие нелинейные параметры.

### Заключение

Получены монокристаллы (со-кристаллы 2,6-Diaminopyridine и 4-Nitrophenol) с нецентросимметричной кристаллической решеткой, выращенные методом медленного испарения растворителя при фиксированной температуре. Установлен порог удельной лазерной прочности исследуемого молекулярного кристалла, который оказался выше, чем у кристалла дигидрофосфата калия. Полученный оптический спектр пропускания показывает наличие окна прозрачности на длинах волн 460–1100 нм, что необходимо при его использовании для генерации второй гармоники неодимового лазера (532 нм). Проведенные измерения нелинейно-оптических коэффициентов полученных молекулярных кристаллов позиционируют их как перспективный материал для применения в качестве генераторов высших оптических гармоник, в частности, Nd:YAG-лазеров.

Авторы Т.В. Тимофеева и С.И. Драгута выражают благодарность National Science Foundation (NSF) за поддержку по гранту DMR-0934212 (PREM).

### Литература

1. Debrus S., Ratajczak H., Venturini J., Pincon N., Baran J., Barycki J., Glowiak T., Pietraszko A. Novel non-linear optical crystals of noncentrosymmetric structure based on hydrogen bonds interactions between organic and inorganic molecules // *Synthetic Metals*. 2002. V. 127. N 1–3. P. 99–104.
2. Prakash M.J., Radhakrishnan T.P. SHG active salts of 4-nitrophenolate with H-bonded helical formations: Structure-directing role of ortho-aminopyridines // *Crystal Growth and Design*. 2005. V. 5. N 2. P. 721–725.
3. Srineevasan R., Rajasekaran R. Growth and optical studies of 2-aminopyridine bis thiourea zinc sulphate (2-APTZS) single crystals for NLO applications // *Journal of Molecular Structure*. 2013. V. 1048. P. 238–243.
4. Qin J., Su N., Dai C., Yang C., Liu D., Day M.W., Wu B., Chen C. A tetrahedral coordination compound for second-order nonlinear optics: synthesis, crystal structure and SHG of  $Zn(2-NH_2py)_2Cl_2$  // *Polyhedron*. 1999. V. 18. N 26. P. 3461–3464.
5. Dhanaraj P.V., Rajesh N.P., Bhagavannarayana G. Synthesis, crystal growth and characterization of an organic NLO material: Bis(2-aminopyridinium) maleate // *Physica B: Condensed Matter*. 2010. V. 405. N 16. P. 3441–3445.
6. Shkir M., Riscob B., Bhagavannarayana G. Synthesis, growth, structural, spectroscopic, crystalline perfection, second harmonic generation (SHG) and thermal studies of 2-aminopyridinium picrate (2APP): A new nonlinear optical material // *Solid State Sciences*. 2012. V. 14. N 7. P. 773–776.
7. Draguta S., Leonova E., Fokina M., Denisyuk I., Timofeeva T.V. N,N-Diethyl-4-[(E)-(pyridin-3-yl)diazanyl] aniline // *Acta Crystallographica Section E: Structure Reports Online*. 2013. V. 69. N 8. P. o1280.
8. Hameeda A.S.H., Yub W.C., Chenb Z.B., Taia C.Y., Lan C.W. An investigation on the growth and characterization of DAST crystals grown by two zone growth technique // *Journal of Crystal Growth*. 2005. V. 282. N 1–2. P. 117–124.
9. Bhar G.C., Choudhary A.K., Kumbhakar P. Study of laser induced damage threshold and effect of inclusions in some nonlinear crystals // *Applied Surface Science*. 2000. V. 161. N 1. P. 155–162.
10. Vijayan N., Bhagavannarayana G., Babu R.R., Gopalakrishnan R., Mourya K.K., Ramasamy P. A comparative study on solution- and Bridgman-grown single crystals of benzimidazole by high-resolution X-ray diffractometry, Fourier transform infrared, microhardness, laser damage threshold, and second-harmonic generation measurements // *Crystal Growth and Design*. 2006. V. 6. N 6. P. 1542–1546.
11. Kurtz S.K., Perry T.T. A powder technique for the evaluation of nonlinear optical materials // *Journal of Applied Physics*. 1968. V. 39. N 8. P. 3798–3813.

**Павловец Илья Михайлович**

– инженер-исследователь, аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, pvlvts@gmail.com

**Фокина Мария Ивановна**

– кандидат физико-математических наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, mari2506@rambler.ru

**Драгута Сергей Ильич**

– аспирант, Университет Нью-Мехико, Лас-Вегас, США, sergiudraguta@gmail.com

**Тимофеева Татьяна Владимировна**

– кандидат химических наук, главный исследователь, Университет Нью-Мехико, Лас-Вегас, США, tvtimofeeva@nmhu.edu

- Денисюк Игорь Юрьевич* – доктор физико-математических наук, зав. кафедрой, старший научный сотрудник, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, denisiuk@mail.ifmo.ru
- Илиа М. Павловец* – research engineer, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, pvlvts@gmail.com
- Мария И. Фокина* – Associate professor, PhD, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, mari2506@rambler.ru
- Sergiu I. Draguta* – Graduate student, MS, New Mexico Highlands University, Las Vegas, NM 87701, USA, sergiudraguta@gmail.com
- Tatiana V. Timofeeva* – Principal investigator, New Mexico Highlands University, Las Vegas, NM 87701, USA, tvtimofeeva@nmhu.edu
- Igor Yu. Denisyuk* – Department head, D.Sc., senior scientist, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, denisiuk@mail.ifmo.ru

*Принято к печати 03.04.14*  
*Accepted 03.04.14*

УДК 621.362; 621.315.562

**ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТВЕРДОГО РАСТВОРА  $Mg_2Si_{0,3}Sn_{0,7}$  p-ТИПА, ПОЛУЧЕННОГО МЕТОДОМ ГОРЯЧЕГО ПРЕССОВАНИЯ<sup>1</sup>****Г.Н. Исаченко<sup>a, b</sup>, Л.В. Бочков<sup>a, b</sup>, А.Ю. Самунин<sup>b</sup>, М.И. Федоров<sup>a, b</sup>, Л.П. Булат<sup>a</sup>, Е.А. Гуриева<sup>b</sup>, А. Шик<sup>c</sup>**<sup>a</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, isachenko@inbox.ru<sup>b</sup> Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербург, Россия, boch245@rambler.ru<sup>c</sup> Университет Торонто, Торонто, Канада, shik@ecf.utoronto.ca

Показано, что термоэлектрическое преобразование энергии, позволяющее утилизировать низкопотенциальное тепло, является одним из путей внедрения энергосберегающих технологий, причем для работы термоэлектрических генераторов необходимы полупроводниковые материалы p- и n-типа с высокой термоэлектрической добротностью. В настоящей работе исследована возможность использовать в качестве пары для хорошо изученного термоэлектрического материала на основе  $Mg_2Si$ - $Mg_2Sn$  n-типа твердый раствор  $Mg_2Si_{0,3}Sn_{0,7}$  p-типа, в том числе имеющий наноструктуру. Разработана технологическая схема получения сильнолегированного твердого раствора  $Mg_2Si_{0,3}Sn_{0,7}$  p-типа путем горячего прессования из нанопорошка. Данная технология позволила сократить время получения однородного материала и улучшила его физико-химические свойства. Для исследования изготовлены образцы тремя способами: прямое сплавление, в результате которого получены поликристаллы; горячее прессование из микрочастиц; наноструктурирование, т.е. горячее прессование из наночастиц. Методом рентгеноструктурного анализа установлено, что размеры зерен в наноструктурных образцах имеют величину около 40 нм. Измерение коэффициентов электропроводности и термоЭДС осуществлено зондовым методом. Для измерения коэффициента теплопроводности использован стационарный абсолютный метод. По измеренным значениям кинетических коэффициентов в диапазоне температур 77–800 К определена термоэлектрическая добротность. Показано, что коэффициенты электропроводности, термоЭДС и фактор мощности слабо зависят от способа приготовления твердого раствора, причем теплопроводность у спрессованных из наночастиц образцов оказалась выше, чем у образцов, полученных прямым сплавлением, т.е. в данном случае наноструктурирование не привело к увеличению термоэлектрической добротности. Сделан вывод, что поликристаллический полупроводник  $Mg_2Si_{0,3}Sn_{0,7}$  может быть использован в качестве p-ветви термоэлектрического генератора, хоть наноструктурирование и не привело к росту добротности. Сделано предположение, что увеличения добротности можно ожидать при дальнейшем уменьшении размеров нанозерен.

**Ключевые слова:** термоэлектрическое преобразование энергии, термоэлектрические свойства, термоэлектрические генераторы, термоЭДС, наноструктуры, термоэлектрическая добротность, силициды, соединения магния.

**THERMOELECTRIC PROPERTIES OF HOT-PRESSED p-TYPE  $Mg_2Si_{0,3}Sn_{0,7}$  SOLID SOLUTION<sup>1</sup>****G.N. Isachenko<sup>a, b</sup>, L.V. Bochkov<sup>a, b</sup>, A.Yu. Samunin<sup>b</sup>, M.I. Fedorov<sup>a, b</sup>, L.P. Bulat<sup>a</sup>, E.A. Gurieva<sup>b</sup>, A. Shik<sup>c</sup>**<sup>a</sup> ITMO University, Saint Petersburg, Russia, isachenko@inbox.ru<sup>b</sup> Ioffe Physical-Technical Institute, Saint Petersburg, Russia, boch245@rambler.ru<sup>c</sup> University of Toronto, Toronto, Canada, shik@ecf.utoronto.ca

It is shown that thermoelectric energy conversion which gives the possibility for utilizing a low potential heat is one of the ways for adoption of energy-saving technologies; and semiconductor materials with p-type and n-type conductivities having high thermoelectric figure of merit are necessary for operation of thermoelectric generators. The paper deals with possibility of usage of the p- $Mg_2Si_{0,3}Sn_{0,7}$  solid solution (with a nanostructured modification) as a couple for the well studied thermoelectric material based on n- $Mg_2Si$ - $Mg_2Sn$ . A technological scheme for fabrication of heavily doped  $Mg_2Si_{0,3}Sn_{0,7}$  solid solution of p-type by hot pressing from nanopowder is developed. The given technology has made it possible to reduce duration of a homogeneous material fabrication and has improved its physical and chemical properties. The samples were made by three ways: direct fusion for polycrystals fabrication; hot pressing from microparticles; nanostructuring, i.e. hot pressing from nanoparticles. By X-ray diffraction it is shown that sizes of structural elements in the fabricated samples are about 40 nm. The probe technique is used for measurement of electric conductivity and Seebeck coefficient. The stationary absolute method is used for measurement of thermal conductivity. Thermoelectric figure of merit is defined by measured values of kinetic coefficients in the temperatures range of 77 – 800 K. It was demonstrated, that electric conductivity, Seebeck coefficient and the power factor do not depend practically on a way of solid solution preparation. Thermal conductivity of samples pressed from nanoparticles has appeared to be higher, than of samples, obtained by direct fusion; i.e. in this case nanostructuring has not led to increase of thermoelectric figure of merit. The conclusion is drawn, that polycrystalline semiconductor  $Mg_2Si_{0,3}Sn_{0,7}$  can be used as a p-branch for a thermoelectric generator though nanostructuring has not led to the figure of merit growth. The assumption is made, that thermoelectric figure of merit improvement can be expected at the further reduction of the nanograins size.

**Keywords:** thermoelectric power conversion, thermoelectric properties, thermoelectric generators, Seebeck coefficient, nanostructures, thermoelectric figure of merit, silicides, magnesium compounds.

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №14-08-31678 и частично при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01).

<sup>1</sup> The work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (grant №14-08-31678) and partially by the Government of the Russian Federation (grant 074-U01).

## Введение

В связи с истощением ископаемых энергоресурсов все более востребованными в последнее время становятся возобновляемые источники энергии и различные энергосберегающие технологии. Одним из возможных методов повышения эффективности энергетических установок является использование низкопотенциального тепла. Утилизация такого бросового тепла возможна практически только с помощью термоэлектрических генераторов (ТЭГ), в основе работы которых лежит эффект Зеебека. Термоэлектрические генераторы имеют ряд принципиальных достоинств, таких как надежность, долговечность, простота управления, произвольная ориентация в пространстве и др. В связи с этим они незаменимы там, где требуется надежный источник электроэнергии, способный работать десятки лет без вмешательства человека, например, в дальнем космосе.

За последние годы в мире резко возрос интерес к исследованиям и разработкам в области термоэлектрического преобразования энергии. Многие десятки миллионов долларов США выделяют на эти проекты фонды и организации DARPA, DOE и NSF (США), NEDO (Япония), SAISTDF, NSFC и MOST (Китай), FP7 (Евросоюз) и др. Так, Еврокомиссия инвестировала более 15 млн. евро на выполнение 10 проектов, которые объединены в 3 кластера:

1. объемные термоэлектрические наноматериалы;
2. пленочные термоэлектрические наноматериалы;
3. термоэлектрические системы [1].

Основной целью всех этих программ является существенное увеличение КПД и других эксплуатационных характеристик термоэлектрических генераторов (в настоящее время их КПД не превышает 10–12%). Это позволило бы сделать экономически целесообразным, например, использование термоэлектрических генераторов в автомобилях и других транспортных средствах для получения дополнительной электроэнергии от преобразования отходящего тепла, которое обычно сбрасывается в атмосферу. Актуальность проблемы демонстрирует уже тот факт, что каждые два года в Берлине проходят специальные международные термоэлектрические конференции, посвященные вопросам утилизации отработанного тепла на транспорте и в промышленности [2].

Диапазон температур 600–950 К (характерные температуры сгорания органического топлива) является наиболее интересным для обеспечения работы термоэлектрических генераторов, предназначенных, в частности, для утилизации бросового тепла. В этом температурном диапазоне в качестве основного термоэлектрического генераторного материала обычно используется теллурид свинца PbTe [3]. Однако свинец является особо токсичным веществом; он уже запрещен к использованию в странах Евросоюза в любых приборах, устройствах и агрегатах. Причем он не только токсичен и дорог, но еще и имеет плохие механические характеристики, а также требует сложной защиты против окисления и возгонки. Кроме того, сейчас в мире наблюдается увеличение спроса на теллур, что приводит к его резкому удорожанию. В связи с этим теллурид свинца не удовлетворяет требованиям нетоксичности, дешевизны и технологичности.

Возникает проблема поиска эффективного и дешевого генераторного термоэлектрического материала. Желательно, чтобы этот материал состоял из дешевых компонентов, был прост в изготовлении и экологически безопасен. Можно убедиться, что под такие критерии очень хорошо подходит полупроводник  $Mg_2Si$  и твердые растворы на его основе [4–7].

КПД термоэлектрического генератора, в первую очередь, определяется свойствами полупроводникового материала, из которого он изготовлен. Параметром, который связывает КПД преобразования энергии и характеристики материала, является термоэлектрическая добротность  $Z = \frac{\alpha^2 \sigma}{\kappa}$ , где  $\alpha$  – коэффициент термоЭДС;  $\sigma$  – коэффициент электропроводности;  $\kappa$  – коэффициент теплопроводности. Часто также используется безразмерный параметр  $ZT$ , где  $T$  – абсолютная температура. Современные коммерчески доступные термоэлектрические материалы имеют значение  $ZT$ , не превышающее единицу.

В многочисленных работах показано, что в твердых растворах  $Mg_2Si$ – $Mg_2Sn$  n-типа проводимости нетрудно достичь безразмерной термоэлектрической добротности  $ZT$  более единицы [4–7], а при сложном легировании она может принимать значения даже  $ZT = 1,4$ .

Классическая конструкция термоэлектрических генераторов включает в себя пары полупроводниковых ветвей с различным типом проводимости. Таким образом, чтобы создать законченную конструкцию термоэлемента, необходимо в пару к материалу n-типа подобрать и материал с p-типом проводимости. Поскольку устройству предстоит работать при высоких температурах, на совместимость материалов накладываются дополнительные требования, основным из которых являются согласование коэффициентов термического расширения для материалов n- и p-типа. В идеальном случае следовало бы получить термоэлектрически эффективный материал обоих типов проводимости на одной основе. К сожалению, термоэлектрическую добротность определяет, главным образом, зонная структура, причем зонная структура, предпочтительная для одного типа носителей, совсем не обязательно будет так же хороша и для

других носителей. Исследование линейки твердых растворов  $Mg_2Sn-Mg_2Si$  р-типа показало, что термоэлектрическая добротность таких составов невысока, при этом наиболее перспективные с точки зрения добротности твердые растворы имеют состав, близкий к  $Mg_2Sn$  [8–10].

Для практического использования указанных материалов р-типа в паре с твердым раствором п-типа необходимо добиться увеличения их эффективности. Использование наноструктурирования как возможного метода увеличения термоэлектрической добротности твердых растворов на основе  $BiTe-SbTe$  и других материалов было обосновано в целом ряде работ (см., например, [11–15]). Как показывают расчеты, увеличения термоэлектрической добротности можно ожидать и в твердых растворах  $Mg_2Si-Mg_2Sn$  [16]. Для проверки этой гипотезы в настоящей работе исследуется влияние наноструктурирования на термоэлектрические свойства твердого раствора  $Mg_2Si_{0,3}Sn_{0,7}$  р-типа проводимости.

### Технология изготовления образцов

Получить однородный твердый раствор в системе  $Mg_2Si-Mg_2Sn$  – непростая технологическая задача. Во-первых, сплаваемые компоненты различаются по плотности. В процессе синтеза происходит сплавление легких компонентов – магния и кремния – с тяжелым оловом, и в отсутствие перемешивания будет наблюдаться расслоение компонентов. Для исключения этого явления осуществляется нагрев непосредственно синтезируемых компонентов электромагнитным полем высокочастотного генератора, которое достаточно эффективно перемешивает расплав. Во-вторых, при кристаллизации происходит разброс по составу из-за особенности фазовой диаграммы. Как видно из рис. 1, фазовая диаграмма исследуемых твердых растворов характеризуется большой разницей между линиями солидуса и ликвидуса и, следовательно, для гомогенизации твердого раствора, полученного методом прямого сплавления, требуется дополнительный длительный отжиг.

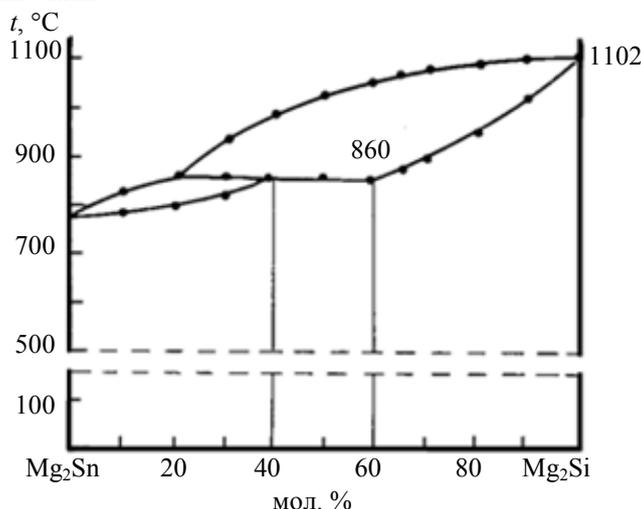
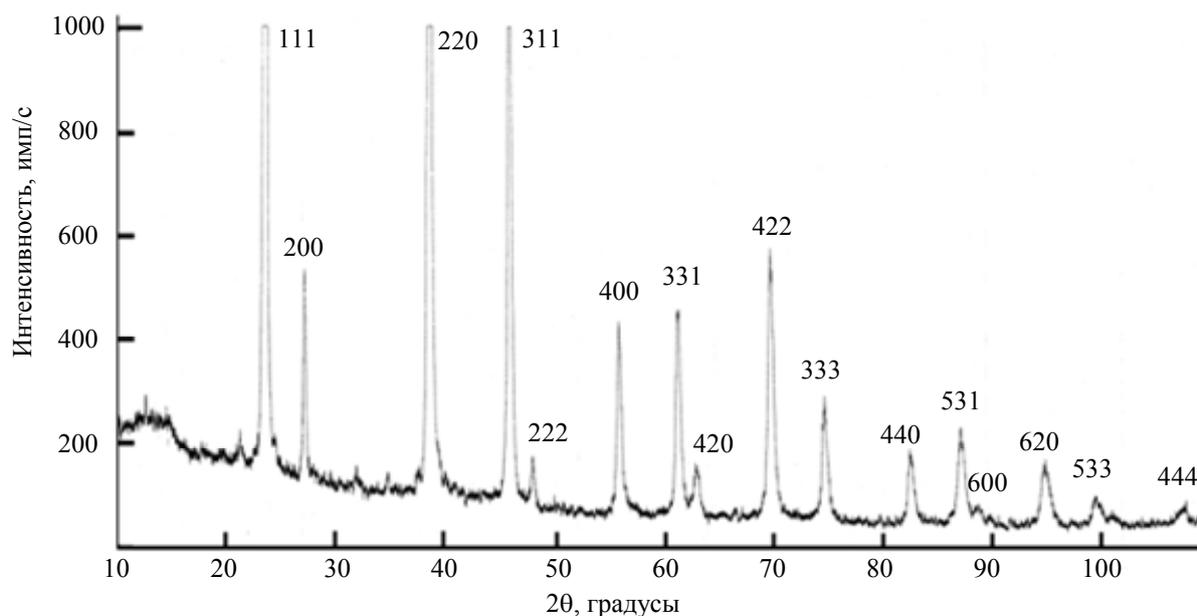


Рис. 1. Фазовая диаграмма системы твердых растворов  $Mg_2Sn-Mg_2Si$  [17]

Время отжига можно сократить, если полученный путем сплавления материал подвергнуть помолу и прессованию. Результаты исследования показывают, что образцы, спрессованные из порошка с частицами размером порядка 100 мкм, по термоэлектрическим свойствам существенно не отличаются от полученных прямым сплавлением с последующим отжигом. Отжиг необходим и для спрессованных образцов, хоть и более кратковременный [18].

Дальнейшее уменьшение размеров зерен, помимо гомогенизации твердого раствора, должно привести к росту добротности вследствие наноструктурирования. Для проверки этого обстоятельства была предпринята попытка непосредственно получить образец из порошка с размерами зерен порядка десятков нанометров. Однако образцы, непосредственно полученные из размолотых сильнолегированных слитков, имели свойства, характерные для нелегированных материалов. По всей видимости, в процессе размола происходил либо уход, либо компенсация легирующей примеси, и концентрация свободных носителей снижалась на два порядка.

Чтобы обойти эту проблему, была предложена технология, при которой легирующая примесь добавлялась непосредственно в процессе размола в шаровой мельнице. В этом случае концентрация дырок в образцах получалась высокой и соответствовала оптимальной для термоэлектрического материала концентрации носителей. Результаты рентгенофазового анализа показали, что полученные таким образом образцы представляют собой хорошо сформированный твердый раствор  $Mg_2Si_{0,3}Sn_{0,7}$  (рис. 2). На рентгенограмме не наблюдаются пики оксида магния. По анализу ширины пиков можно определить размер нанокристаллита [19] – в исследуемом образце размер гранул составлял примерно 40 нм.


 Рис. 2. Диффрактограмма образца твердого раствора  $Mg_2Si_{0,3}Sn_{0,7}$ 

На изготовленных таким методом образцах исследовались их термоэлектрические свойства и сопоставлялись со свойствами образцов аналогичных составов, полученных другими методами.

#### Экспериментальные результаты. Термоэлектрические свойства

Были измерены основные термоэлектрические параметры: коэффициент термоЭДС, электропроводность и теплопроводность в диапазоне температур 77–800 К.

Коэффициенты термоЭДС и электропроводности исследовались как на установке фирмы «Linseis», так и на специальной установке, разработанной для этих целей в Физико-техническом институте им. А.Ф. Иоффе [20]. Принцип измерения этих параметров на данных установках аналогичен, а полученные результаты не превышают погрешности измерений в 3%. Теплопроводность измерялась классическим стационарным абсолютным методом [21]. Одновременно измерялись коэффициенты термоЭДС и электропроводности, и рассчитывалась термоэлектрическая добротность  $Z$ . Измерение всех трех величин на одном образце позволяет избежать погрешностей, связанных с геометрическими размерами, и повысить точность определения  $Z$ . Установка для исследования термоэлектрической добротности описана в [4].

Температурная зависимость коэффициента термоЭДС для образцов твердого раствора  $Mg_2Si_{0,3}Sn_{0,7}$ , полученных тремя различными способами, приведена на рис. 3, а. Характер поведения всех трех кривых практически не отличается друг от друга.

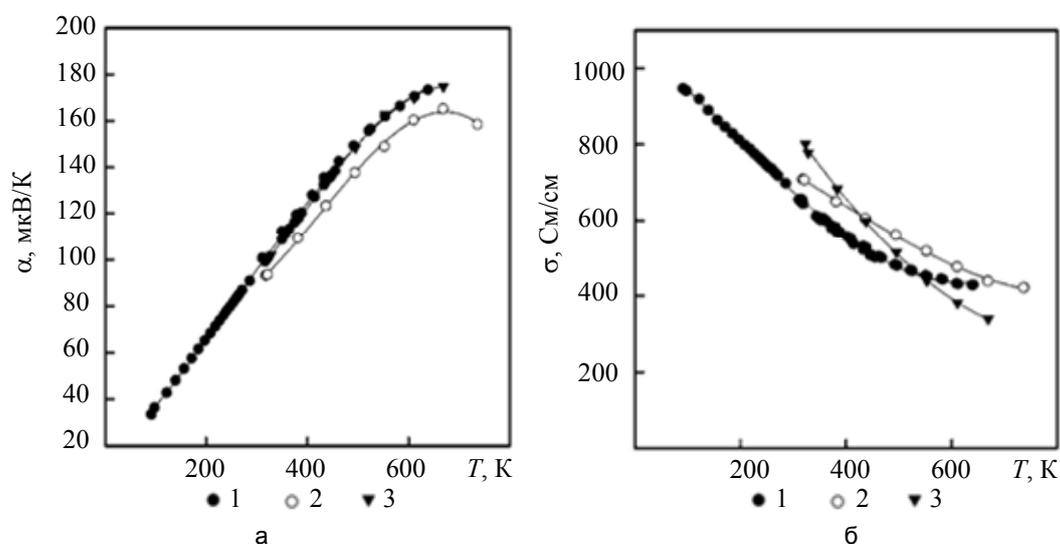


Рис. 3. Температурная зависимость коэффициента: термоэдс (а); электропроводности (б).  
 1 – образец, полученный из нанопорошка; 2 – образец, полученный из микропорошка;  
 3 – поликристаллический образец

На рис. 3, б приведены зависимости электропроводности от температуры. Как видно, абсолютные значения электропроводности образцов, полученных различными способами, близки друг к другу, однако их зависимость от температуры несколько отличается. Согласно результатам измерений на других составах и образцах другого типа проводимости, при низких температурах наблюдается излом электропроводности при температурах ниже комнатной [18]. Такая зависимость объясняется рассеянием на границах зерен и зависит от концентрации оксида магния в материале. В нашем же случае такой излом не наблюдается. С другой стороны, на образце из нанопорошка излом присутствует при высоких температурах, что свидетельствует о перераспределении механизмов рассеяния.

Ожидаемый положительный результат от использования нанопорошка при прессовании – снижение теплопроводности по сравнению с поликристаллическим образцом. Однако, как показывают результаты измерений (рис. 4, а), наибольшим тепловым сопротивлением обладает поликристаллический образец. Теплопроводность прессованных образцов оказалась более высокой.

График зависимости термоэлектрической добротности, которая определяется описанными выше параметрами, приведена на рис. 4, б. Наибольшая добротность наблюдается на поликристаллическом образце, это связано с низкой теплопроводностью именно в поликристаллической структуре.

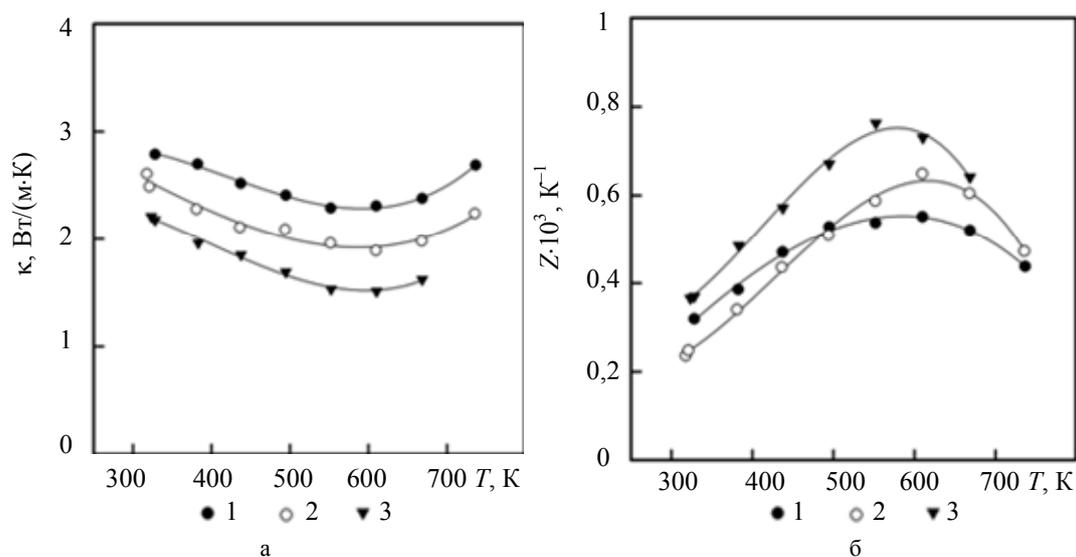


Рис. 4. Температурные зависимости: коэффициента теплопроводности (а); термоэлектрической добротности (б). 1 – образец, полученный из нанопорошка; 2 – образец, полученный из микропорошка; 3 – поликристаллический образец

### Заключение

В работе предложена технология получения наноструктурного термоэлектрического материала из нанопорошка сильнолегированного твердого раствора  $Mg_2Si_{0,3}Sn_{0,7}$  р-типа.

Были экспериментально исследованы следующие образцы указанного состава:

1. поликристаллический образец;
2. образец, полученный из микропорошка;
3. образец, полученный из нанопорошка.

Исследование термоэлектрических свойств образцов, изготовленных тремя методами (прямое сплавление, в результате которого получены поликристаллы; горячее прессование из микрочастиц; наноструктурирование) показало, что электропроводность и коэффициент термоЭДС, а следовательно, и фактор мощности  $\alpha^2\sigma$  слабо зависят от способа получения твердого раствора. Оказалось, что на образцах твердого раствора  $Mg_2Si_{0,3}Sn_{0,7}$ , приготовленных из порошков с размером частиц порядка нескольких десятков нанометров, не наблюдается снижение теплопроводности, поэтому не наблюдается увеличение термоэлектрической эффективности в этих материалах. По-видимому, размеры зерен порядка 40 нм в прессованном образце еще слишком велики, чтобы начал проявляться эффект дополнительного рассеяния фононов на границах структурных элементов. Представляет значительный интерес дальнейшее уменьшение размеров нанозерен в твердых растворах данного и смежных составов и соответствующее исследование термоэлектрических свойств. Тем не менее, поликристаллический полупроводник  $Mg_2Si_{0,3}Sn_{0,7}$  может быть использован в качестве р-ветви термоэлектрического генератора.

Авторы выражают благодарность Н.Ф. Картенко за помощь при проведении рентгеноструктурных исследований и Е.П. Заяц за содействие в измерении температурных зависимостей кинетических коэффициентов.

## Литература

1. NANO4TE cluster [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.nano4te-cluster.eu/>, свободный. Яз. англ. (дата обращения 02.04.2014).
2. 4<sup>th</sup> Thermoelectric Conference Utilizing Waste Heat in Transport and Industry [Электронный ресурс]. Режим доступа: [http://www.its.org/system/files/140311\\_TEG\\_Programm\\_en\\_V10\\_final.pdf](http://www.its.org/system/files/140311_TEG_Programm_en_V10_final.pdf), свободный. Яз. англ. (дата обращения 02.04.2014).
3. Thermoelectric Handbook: Macro to Nano / Ed. D.M. Rowe. CRC Press, 2005. 1014 p.
4. Zaitsev V.K., Fedorov M.I., Gurieva E.A., Eremin I.S., Konstantinov P.P., Samunin A.Yu., Vedernikov M.V. Highly effective  $Mg_2Si_{1-x}Sn_x$  thermoelectrics // Physical Review B. 2006. V. 74. N 4. Art. N 045207.
5. Isoda Y., Nagai T., Fuziu H., Imai Y., Shinohara Y. Thermoelectric properties of Sb-doped  $Mg_2Si_{0.5}Sn_{0.5}$  / Proc. of 25th International Conference on Thermoelectrics, ICT'06. Vienna, Austria, 2006. P. 406–410.
6. Zhang Q., He J., Zhu T.J., Zhang S.N., Zhao X.B., Tritt T.M. High figures of merit and natural nanostructures in  $Mg_2Si_{0.4}Sn_{0.6}$  based thermoelectric materials // Applied Physics Letters. 2008. V. 93. N 10. Art. N102109.
7. Choi S.-M., Kim K.-H., Kim I.-H., Kim S.-U., Seo W.-S. Thermoelectric properties of the Bi-doped  $Mg_2Si$  system // Current Applied Physics. 2011. V.11. N 3 SUPPL. P. S388–S391.
8. Исаченко Г.Н., Зайцев В.К., Федоров М.И., Бурков А.Т., Гуриева Е.А., Константинов П.П., Ведерников М.В. Кинетические свойства твердых растворов  $Mg_2Si_xSn_{1-x}$  p-типа при  $x < 0.4$  // Физика твердого тела. 2009. Т. 51. № 9. С. 1693–1696.
9. Isoda Y., Tada S., Nagai T., Fujii H., Shinohara Y. Thermoelectric properties of p-type  $Mg_{2.00}Si_{0.25}Sn_{0.75}$  with Li and Ag double doping // Journal of Electronic Materials. 2010. V. 39. N 9. P. 1531–1535.
10. Fedorov M.I., Zaitsev V.K., Isachenko G.N. High effective thermoelectrics based on the  $Mg_2Si$ - $Mg_2Sn$  solid solution // Diffusion and Defect Data Pt.B: Solid State Phenomena. 2011. V. 170. P. 286–292.
11. Ma Yi., Hao Q., Poudel B., Lan Y., Yu Bo, Wang D., Chen G., Ren Z. Enhanced thermoelectric figure-of-merit in p-type nanostructured bismuth antimony tellurium alloys made from elemental chunks // Nano Letters. 2008. V. 8. N 8. P. 2580–2584.
12. Minnich A.J., Dresselhaus M.S., Ren Z.F., Chen G. Bulk nanostructured thermoelectric materials: current research and future prospects // Energy and Environmental Science. 2009. V. 2. N 5. P. 466–479.
13. Lan Y., Minnich A.J., Chen G., Ren Z. Enhancement of thermoelectric figure-of-merit by a bulk nanostructuring approach // Advanced Functional Materials. 2010. V. 20. N 3. P. 357–376.
14. Дмитриев А.В., Звягин И.П. Современные тенденции развития физики термоэлектрических материалов // Успехи физических наук. 2010. Т. 180. № 8. С. 821–838.
15. Bulat L.P., Pshenai-Severin D.A., Karatayev V.V., Osvenskii V.B., Parkhomenko Yu.N., Lavrentev M., Sorokin A., Blank V.D., Pivovarov G.I., Bublik V.T., Tabachkova N.Yu. Bulk nanocrystalline thermoelectrics based on Bi-Sb-Te solid solution // The Delivery of Nanoparticles / Ed. A.A. Hashim. InTech, 2012. P. 454–486.
16. Pshenai-Severin D.A., Fedorov M.I., Samunin A.Y. The influence of grain boundary scattering on thermoelectric properties of  $Mg_2Si$  and  $Mg_2Si_{0.8}Sn_{0.2}$  // Journal of Electronic Materials. 2013. V. 42. N 7. P. 1707–1710.
17. Никитин Е.Н., Ткаленко Э.Н., Зайцев В.К., Заславский А.И., Кузнецов А.К. Исследование диаграммы состояний и некоторых свойств твердых растворов  $Mg_2Si$ - $Mg_2Sn$  // Известия АН СССР. Неорганические материалы. 1968. Т. 4. № 11. С. 1902–1906.
18. Samunin A.Y., Zaitsev V.K., Konstantinov P.P., Fedorov M.I., Isachenko G.N., Burkov A.T., Novikov S.V., Gurieva E.A. Thermoelectric properties of hot-pressed materials based on  $Mg_2Si_nSn_{1-n}$  // Journal of Electronic Materials. 2013. V. 42. N 7. P. 1676–1679.
19. Курлов А.С., Гусев А.И. Определение размера частиц, микронапряжений и степени неомогенности в наноструктурированных веществах методом рентгеновской дифракции // Физика и химия стекла. 2007. Т. 33. № 3. С. 383–392.
20. Burkov A.T., Heinrich A., Konstantinov P.P., Nakama T., Yagasaki K. Experimental set-up for thermopower and resistivity measurements at 100–1300 K // Measurement Science and Technology. 2001. V. 12. N 3. P. 264–272.
21. Петров А.В. Методики измерения теплопроводности полупроводников при высоких температурах // Термоэлектрические свойства полупроводников. Сборник трудов I и II совещаний по термоэлектричеству / Под ред. В.А. Кутасова. М.-Л.: Изд. АН СССР, 1963. С. 27–35.

**Исаченко Григорий Николаевич** – кандидат физ.-мат. наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия; старший научный сотрудник, Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербург, Россия; [isachenko@inbox.ru](mailto:isachenko@inbox.ru)

**Бочков Леонид Викторович** – ведущий электроник, Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербург, Россия; аспирант заочного обучения, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия; [boch245@rambler.ru](mailto:boch245@rambler.ru)

- Самунин Александр Юрьевич** – научный сотрудник, Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербург, Россия, samunin@yandex.ru
- Федоров Михаил Иванович** – доктор физ.-мат. наук, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия; зав. лабораторией, Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе, m.fedorov@mail.ioffe.ru
- Булат Лев Петрович** – доктор физ.-мат. наук, зав. кафедрой, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, bulat@irbt-itmo.ru
- Гуриева Елена Алексеевна** – кандидат физ.-мат. наук, старший научный сотрудник, Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербург, Россия, isachenko@inbox.ru
- Шик Александр** – доктор физ.-мат. наук, профессор, Университет Торонто, Торонто, Канада, shik@ecf.utoronto.ca
- Grigory N. Isachenko** – Associate professor, ITMO University, Saint Petersburg, Russia; senior researcher, PhD, Ioffe Physical-Technical Institute, Saint Petersburg, Russia; isachenko@inbox.ru
- Leonid V. Bochkov** – leading engineer, Ioffe Physical-Technical Institute, Saint Petersburg, Russia; postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, Russia; boch245@rambler.ru
- Alexander Yu. Samunin** – scientific researcher, Ioffe Physical-Technical Institute, Saint Petersburg, Russia, samunin@yandex.ru
- Mikhail I. Fedorov** – Professor, ITMO University, Saint Petersburg, Russia; Head of laboratory, D.Sc., Ioffe Physical-Technical Institute, Saint Petersburg, Russia, m.fedorov@mail.ioffe.ru
- Lev P. Bulat** – Department head, Professor, D.Sc., ITMO University, Saint Petersburg, Russia, bulat@irbt-itmo.ru
- Elena A. Gurieva** – senior researcher, PhD., Ioffe Physical-Technical Institute, Saint Petersburg, Russia, isachenko@inbox.ru
- Alexander Shik** – Professor, D.Sc., University of Toronto, Toronto, Canada, shik@ecf.utoronto.ca

*Принято к печати 03.04.2014*  
*Accepted 03.04.2014*

УДК 537.311.322

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ВЫРАЩИВАНИЯ ОБЪЕМНЫХ КРИСТАЛЛОВ КАРБИДА КРЕМНИЯ ПОЛИТИПА 3С ДЛЯ СИЛОВЫХ ПРИБОРОВ

П.В. Булат<sup>а</sup>, А.А. Лебедев<sup>а</sup>, Ю.Н. Макаров<sup>б</sup><sup>а</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, pavelbulat@mail.ru<sup>б</sup> Группа компаний «Нитридные кристаллы», Нью-Йорк, США

Рассмотрена задача создания гетерополитипных приборных структур на карбиде кремния, предназначенных для силовых приборов, не подверженных деградации электрических свойств. Рассмотрено явление политипизма. Приведены характеристики различных политипов SiC. Приведены сведения о причинах и следствиях деградации *p-n*-структур силовых приборов на основе SiC при прохождении большой плотности прямого тока. Показано, что гетеропереходы между политипами SiC могут обладать большим структурным совершенством, чем гетеропереходы между полупроводниками с различной химической природой. Сделан вывод о перспективности применения гетероструктур на основе политипа 3C-SiC в приборах современной силовой электроники. Приведен краткий обзор возможных методов выращивания монокристаллов 3C-SiC. Предложена принципиальная схема создания гетерополитипных структур 3C-SiC на базе подложек политипа 6H-SiC.

**Ключевые слова:** карбид кремния, политип, политипность, сублимационная эпитаксия, гетерополитипные структуры, 3C-SiC.

## POSSIBILITY RESEARCH FOR SILICON CARBIDE BULK CRYSTALS GROWTH OF 3C POLYTYP FOR POWER DEVICES

P.V. Bulat<sup>а</sup>, A.A. Lebedev<sup>а</sup>, Yu.N. Makarov<sup>б</sup><sup>а</sup> ITMO University, Saint Petersburg, Russia, pavelbulat@mail.ru<sup>б</sup> «Nitride Crystals Group», New York, USA.

The paper deals with creation of heteropolytypes instrument structures on silicon carbide for power devices not subjected to degradation of electrical properties. The phenomenon of polytypism is considered. Characteristics of different SiC polytypes are given. Information is cited about the causes and effects for degradation of *p-n*-structures of power devices based on SiC at large density direct current passing. It is shown that hetero-transitions between SiC polytypes may have more structural perfection than hetero-transitions between semiconductors with different chemical nature. Conclusion is made about application prospects for heterostructures based on 3C-SiC polytype in devices of modern power electronics. A brief overview of the possible methods for 3C-SiC single crystals growth is done. A basic scheme for creation of heteropolytype 3C-SiC structures based on substrates of 6H-SiC polytype is suggested.

**Keywords:** silicon carbide, polytype, polytypeness, sublimation epitaxy, heteropolytype structures, 3C-SiC.

### Введение

Карбид кремния (SiC) – идеальный материал для силовых приборов. Известно, что благодаря своим электрофизическим параметрам SiC является весьма перспективным материалом для изготовления силовых приборов, в том числе и сверхвысокочастотного (СВЧ) диапазона. SiC обладает большой критической напряженностью поля пробоя ( $E_{пр} \sim 3$  МВ/см), высокой теплопроводностью (приблизительно 3,8 Вт/(см·К)) и большими скоростями насыщения электронов (приблизительно  $2,5 \cdot 10^7$  см/с). Кроме того, приборы на основе SiC способны работать при повышенных температурах (до 850°C). В последние годы был достигнут значительный прогресс в разработке силовых приборов на основе SiC СВЧ диапазона [1].

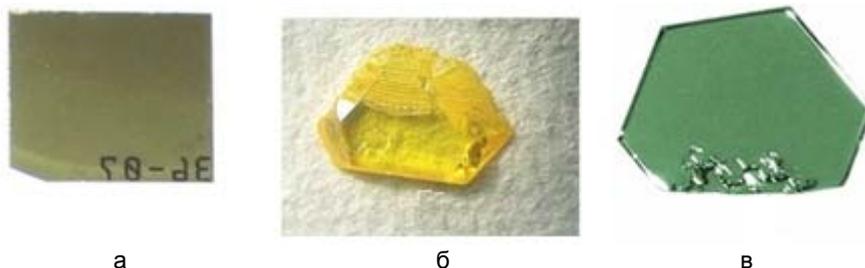


Рис. 1. Кристаллы (3×5 см) SiC различных политипов: 4H-SiC (а); 3C-SiC (б); 6H-SiC (в)

Достигнутый за последние 20 лет прогресс в развитии технологии SiC, позволил изготовить на его основе практически все типы полупроводниковых приборов. Кроме налаженного промышленного изготовления SiC подложек, в последние годы начат выпуск диодов Шоттки с напряжением пробоя до 600 В и прямыми токами до 20 А. Ожидается, что следующим серийно выпускаемым прибором будет высокочастотный полевой транзистор MESFET. Помимо своих уникальных электрофизических свойств, SiC обладает возможностью кристаллизоваться в различных модификациях (политипах). Политипы SiC, имея одинаковую химическую природу, могут значительно отличаться по своим электрофизическим па-

раметрам и внешнему виду (рис. 1). В последние годы в мире усилился интерес к получению и исследованию гетерополитипных структур на основе SiC.

### Проблема – деградация со временем кристаллической решетки

Серьезной проблемой, мешающей широкой коммерциализации силовых биполярных приборов на основе SiC, является деградация *p-n*-структур при прохождении большой плотности прямого тока. Еще в 1981 г. была обнаружена деградация спектра излучения синих SiC-светодиодов (светоизлучающих диодов) с течением времени [2]. В спектре излучения появлялся максимум излучения в зеленой области спектра, который также был пространственно локализован на рабочей плоскости диода. Авторы объясняли свои результаты образованием включений кубического политипа 3C-SiC в SiC 6H политипа (см. пояснения к рис. 2, 3) в *p-n*-структурах под действием прямого тока. Позже, после создания силовых выпрямительных диодов на основе SiC, было обнаружено, что их характеристики также ухудшались с увеличением времени работы. Это выражалось в увеличении токов утечек и снижении пробивного напряжения при обратном включении и увеличении сопротивления диода в прямом направлении [3].

Исследованию этого явления было посвящено большое число публикаций, и было установлено, что причиной деградации являются так называемые «stacking faults» (SF, дефекты укладки атомов), т.е. образование прослоек кубического SiC внутри гексагонального SiC политипов 4H или 6H при протекании через него прямого тока [4]. Оказалось, что энергия, выделяемая при безызлучательной рекомбинации электрон-дырочной пары в SiC, достаточна для преодоления барьера, отвечающего смещению атома в другое положение. Таким образом, происходила перестройка решетки гексагонального политипа – смещение атома из гексагональных положений кристаллической решетки в кубические и образование прослойки кубического политипа. Начальной точкой роста SF служили дислокации, находящиеся в объеме эпитаксиального слоя или на границе раздела эпитаксиального слоя и подложки. Фактически SF является квантовой ямой более узкозонного 3C-SiC внутри гексагонального SiC, вызывая интенсивную рекомбинацию, а следовательно, уменьшение времени жизни и увеличение последовательного сопротивления базовой области прибора. Под действием прямого тока линейные размеры SF быстро увеличивались параллельно кристаллической оси C кристалла. При достижении SF металлургической границы *p-n*-перехода происходила полная деградация прибора.

Деградация, связанная с образованием SF, в настоящее время является одной из основных проблем при разработке биполярных приборов на основе SiC. Цель настоящей работы – показать пути развития силовой электроники на основе SiC, исследовать возможность создания приборных гетерополитипных *p-n*-структур на основе 3C-SiC.

### Политипность SiC

Благодаря большой ширине запрещенной зоны, высокой теплопроводности, значительной термической, химической и радиационной стойкости SiC рассматривался в первую очередь как перспективный материал для силовой электроники. В то же время SiC обладает возможностью кристаллизоваться в различных модификациях (политипах), имеющих одинаковый химический состав, но различные электрические параметры. Это делает SiC перспективным материалом и с точки зрения создания различных типов гетероструктур.

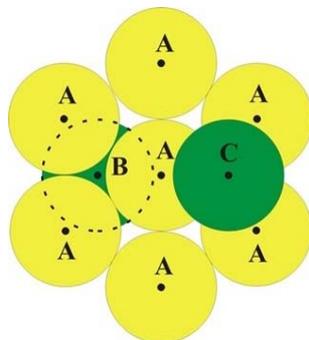


Рис. 2. Расположение центров атома в различных слоях кристаллической решетки

Существование различных кристаллических модификаций SiC было обнаружено в 1912 г. [5]. Позже это явление было названо политипизмом, т.е. полиморфизмом в одном направлении [6, 7]. SiC относится к наиболее ярким представителям политипных соединений. Сам термин «политипизм» был специально введен для него, вследствие того, что различные кристаллические формы SiC структурно очень близки друг к другу. В настоящее время известно свыше 200 кристаллических модификаций SiC [8].

На рис. 2 изображены положения центров атомов при плотной шаровой упаковке. Если в первом слое центры всех шаров находятся в точках А, то для второго слоя уже возможно положение центров в точках В или С. То, какое из возможных положений займут атомы во втором и последующих слоях, определяет структуру политипа.

Для характеристики политипа также часто используют обозначения Рамследа [9], состоящие из натурального числа, равного числу слоев в периоде в направлении, перпендикулярном базовой плоскости (рис. 3), и буквенного символа, характеризующего сингонию решетки Браве: С-кубическая, Н-гексагональная, R-ромбоэдрическая, например, 3С, 4Н, 6Н.

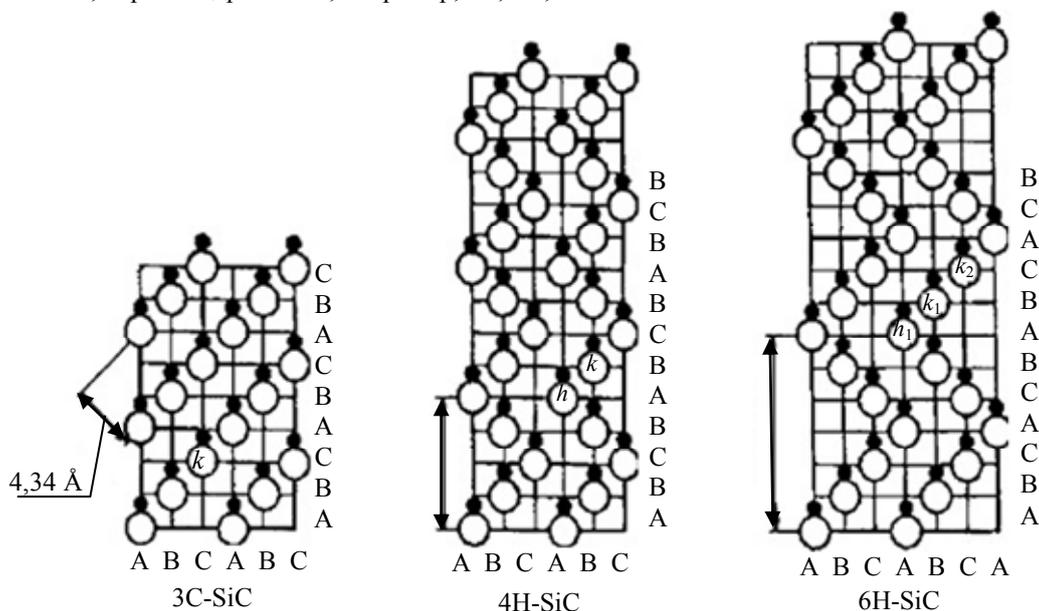


Рис. 3. Периодичность кристаллической решетки SiC различных политипов

### Перспективы применения гетерополитипных структур на основе 3С-SiC в силовой электронике

Гетеропереходами в полупроводниках называются контакты двух различных по химическому составу полупроводников, а также двух различных кристаллических политипов одного полупроводника. Последние называются гетерополитипными. С точки зрения технологии производства силовых приборов гетерополитипным структурам свойственны следующие преимущества:

- отсутствие взаимной диффузии компонент гетеропар;
- незначительное рассогласование постоянных решетки;
- одинаковые химические свойства;
- возможность создания гетероперехода в уже выращенной структуре.

Среди более чем двухсот политипов SiC одним из наиболее интересных является кубический политип 3С-SiC. Он обладает максимальной среди политипов SiC подвижностью носителей заряда  $1200 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$  [10], величина которой не зависит от кристаллографического направления. Это существенно упрощает технологию изготовления силовых приборов, так как не требует точного позиционирования пластин с приборными эпитруктурами. При этом величина запрещенной зоны существенно зависит от политипа и изменяется от 2,39 эВ для 3С-SiC и до 3,3 эВ для 2Н-SiC. Таким образом, разница в величинах запрещенных зон ( $\Delta E_{g[\text{H-C}]}$ ) для кубического (3С) и чисто гексагонального (2Н) политипов SiC составляет около 0,9 эВ. Остальные параметры 3С-SiC (критическое поле, максимальные рабочие температуры, скорость насыщения электронов, теплопроводность) незначительно отличаются от параметров гексагональных политипов (таблица).

Наиболее перспективным представляется создание гетероструктур между кубическим и одним из гексагональных  $n\text{H-SiC}$  политипов SiC. Чтобы представить, как происходит встраивание кубической решетки в гексагональную, нужно посмотреть сверху на кубик, стоящий на одной из своих вершин. Проекция такого кубика на горизонтальную плоскость будет иметь форму шестиугольника (рис. 4). При этом растущая пленка 3С-SiC будет иметь другую кристаллическую ориентацию, чем использовавшаяся для роста подложка  $n\text{H-SiC}$ . Если исходная гексагональная подложка имела ориентацию (0001), т.е. срез выполняется по верхней плоскости гексагона, то выращенный эпитаксиальный слой будет иметь ориентацию (111), что соответствует плоскости, проходящей через противоположные вершины куба (1–2–3 на рис. 4).

Параметр	2H-SiC	4H-SiC	6H-SiC	3C-SiC
Последовательность наложения слоев плотнейшей упаковки	AB	ABCВ	ABCACB	ABC
Индексы Ягоджинского	h	hc	hcc	c
Процент «гексагональности» $\gamma$ , %	100	50	33	0
Постоянная решетки, нм	$a = 0,3076$ $c = 0,5048$	$a = 0,3073$ $c = 1,0053$	$a = 0,308$ $c = 1,5117$	0,434
Ширина запрещенной зоны, эВ	3,33	3,26	3,0	2,39
Теплопроводность при $T=300$ К, Вт/(см·К)		3,7	4,9	3,6
Критическая напряженность поля пробоя $E_{cr}$ , МВ/см		2–3	2–3	более 1,5
Подвижность электронов $\mu_n$ при $T=300$ К, $\text{см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$		не менее 850	не менее 450	не менее 1000
Скорость насыщения $V_s \times 10^7$ , см/с		2	2	2,7
Подвижность дырок, $\mu_p$ при $T=300$ К, $\text{см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$		не менее 120	не менее 100	не менее 40

Таблица. Избранные свойства SiC различных политипов

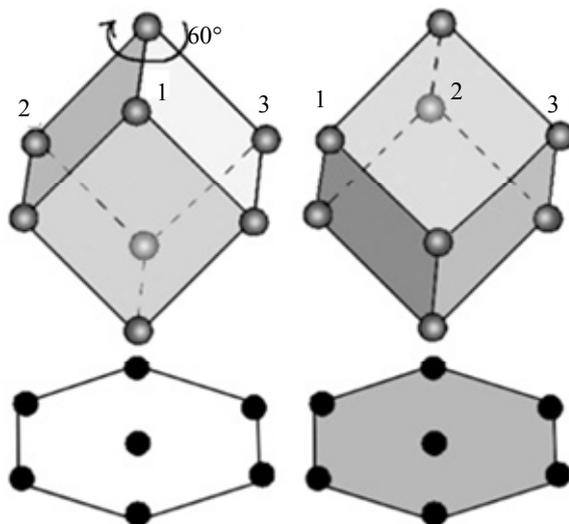


Рис. 4. Схема встраивания кубической решетки 3C-SiC в гексагональную решетку

Эти кристаллографические особенности выращивания пленок 3C-SiC на основе подложек *n*H-SiC приводит к так называемому псевдоморфному росту [11, 12]. Это означает, что в плоскости роста постоянные решеток кубического и гексагональных политипов практически совпадают (рассогласование решеток менее 0,1%). При этом в направлении, перпендикулярном плоскости роста, постоянные решеток кубического и гексагонального политипов будут отличаться. Это показывает теоретическую возможность получения близких к идеальным гетероструктур между поли типами SiC. Таким образом, поли тип 3C-SiC представляется наиболее интересным.

Как указывалось выше, главной проблемой силовых биполярных приборов на основе SiC является деградация со временем *p-n*-структур при прохождении прямого тока большой плотности из-за появления включений прослоек кубического SiC внутри гексагонального SiC поли типов 4H или 6H. Однако нетрудно предположить, что этот механизм деградации будет отсутствовать в приборах на основе 3C-SiC. Кубический карбид кремния является наиболее узкозонным из поли типов SiC, и, в любом случае, структурные дефекты не могут образовывать в нем квантовых ям. Однако до сих пор этот предположение не имеет надежного экспериментального подтверждения.

#### Метод выращивания пленок и объемных кристаллов 3C-SiC

**Метод Лэли.** Методом Лэли и модифицированным методом Лэли, используемыми для получения объемных кристаллов гексагональных поли типов SiC, не удается вырастить 3C-SiC. В 70-х годах про-

шлого века была разработана технология получения монокристаллов 3C-SiC методом термического разложения трихлорсилана в водороде на нагретой графитовой подложке. Однако этим методом не удалось получать кристаллы с размерами больше нескольких миллиметров. Позже была предложена технология газофазовой эпитаксии пленок 3C-SiC на поверхности подложек из кремния. С помощью данного метода получают слои 3C-SiC большой площади, но из-за значительного рассогласования кристаллических решеток (около 20%) и низких температур роста, ограниченных температурой плавления кремния, структурное совершенство получаемых пленок остается невысоким. Это не позволяет применять получаемые слои 3C-SiC для промышленного производства полупроводниковых приборов.

### Сублимационная эпитаксия

Альтернативной технологией выращивания эпитаксиальных слоев 3C-SiC является сублимационная эпитаксия в вакууме (SEV) 3C-SiC на основе подложек гексагональных политипов 4H-SiC, 6H-SiC. Ранее была показана возможность получения толстых эпитаксиальных слоев 3C-SiC с хорошим структурным совершенством на основе подложек различных гексагональных политипов SiC [13] площадью около 0,5–0,8 см<sup>2</sup>. Метод SEV фактически является упрощенным высокотемпературным вариантом молекулярно-лучевой эпитаксии. Преимущества данного метода:

- эпитаксия проводится при температурах 2100–2300 К, что является более «естественными» условиями для роста кристаллов SiC (самозарождение кристаллов SiC на стенках графитовой печи наблюдается при 2500–2800 К) и приводит к резкому снижению вероятности образования структурных дефектов;
- метод SEV позволяет проводить перед ростом сублимационное травление «in situ» для получения атомарно гладкой поверхности и в результате получать совершенную границу раздела между эпитаксиальными слоями;
- рост происходит в высоком вакууме, что уменьшает неконтролируемое легирование и его влияние на процесс гетерополитипной эпитаксии.

Общие принципы трансформации политипа при сублимационной эпитаксии изложены в работах [14–16].

Методом SEV были получены гомоэпитаксиальные *p-n*-3C-SiC-структуры на основе подложек 6H-SiC [17]. Недостатком сублимационной эпитаксии вообще и SEV, в частности, является то, что источник роста не возобновляется в процессе роста. Это приводит к изменению с течением времени соотношения Si/C в зоне роста и, как следствие, плохой контролируемости процесса эпитаксии. Это может привести к появлению слоев SiC, имеющих мелкодвойниковую структуру, или образованию слабелегированных областей *p*-3C-SiC внутри слоя *n*-3C-SiC [18, 19].

### Направления развития технологии роста монокристаллов 3C-SiC

Авторами показана возможность получения вполне качественных эпитаксиальных слоев 3C-SiC на основе подложек 6H-SiC политипно однородных, толстых (более 100 мкм), хорошего структурного совершенства с диаметром не менее 25 мм. С учетом достигнутых скоростей роста приблизительно 200 мкм/ч толщина этих слоев за несколько процессов может быть увеличена до размеров, характерных для объемных слитков SiC. Более перспективным представляется использование данных структур как затравок при выращивании слитков объемного 3C-SiC модифицированным методом Лэли, где скорости роста еще в несколько раз выше. В дальнейшем подобный слиток может быть разделен на отдельные монокристаллические подложки по стандартной технологии, используемой для обработки слитков гексагонального карбида кремния.

Таким образом, имеются предпосылки создания технологии для получения объемных кристаллов 3C-SiC для коммерческого использования, не поддающихся деградации, связанной с образованием SF. Следовательно, будет устранена проблема, мешающая широкому промышленному выпуску силовых приборов на основе карбида кремния.

### Заключение

На основе рассмотрения существующих технологий создания гетероструктур и выращивания монокристаллов карбида кремния политипа 3C предложен способ создания затравок и выращивания толстых эпитаксиальных слоев 3C-SiC на подложках 6H-SiC. Планируется разработать технологию изготовления 3C-SiC подложек, которые могут быть использованы для производства силовых приборов на основе карбида кремния. Следует ожидать, что гетерополитипные структуры на основе политипа 3C-SiC будут обладать большим структурным совершенством, чем гетеропереходы между полупроводниками с различной химической природой. Таким образом, можно предполагать, что создание приборов на основе 3C-SiC гетерополитипных структур станет одним из наиболее актуальных направлений полупроводниковой электроники ближайшего будущего.

### Литература

1. Cooper J.A., Melloch M.R., Woodall J.M., Spitz J., Schoen K.J., Henning J.P. Recent advances in SiC power devices // *Materials Science Forum*. 1998. V. 264-268. Part 2. P. 895–900.
2. Ziegler G., Theis D. New degradation phenomena in blue light emitting silicon carbide diodes // *IEEE Transactions on Electron Devices*. 1981. V. ED-28. N 4. P. 425–427.
3. Bergman J.P., Lendenmann H., Nilsson P.A., Lindefelt U., Skytt P. Crystal defects as source of anomalous forward voltage increase of 4H-SiC diodes // *Materials Science Forum*. 2001. V. 353–356. P. 299–302.
4. Miao M.S., Limpijumngong S., Lambrecht W.R.L. Stacking fault band structure in 4H-SiC and its impact on electronic devices // *Applied Physics Letters*. 2001. V. 79. N 26. P. 4360–4362.
5. Baumhauer H. Über die krystalles carborundums // *Z. Kristallogr.* 1912. V. 50. P. 33–38.
6. Baumhauer H. Über die modificationendes carborundums und die erscheinung der polytypie // *Z. Kristallogr.* 1915. V. 55. P. 249–254.
7. Schner C.J., Polytypism in one dimension // *Acta Crystallogr.* 1955. V. 8. N 5. P. 279–284.
8. Verma A.R., Krishna P. *Polymorphism and Polytypism in Crystals*. NY: Wiley, 1966. 274 p.
9. Ramsdell L.S. Studies on silicon carbide // *Am. Mineral.* 1947. V. 32. P. 64–71.
10. Levinshtein M.E., Rumyantsev S.L., Shur M.S. *Properties of Advanced Semiconductor Materials: GaN, AlN, InN, BN, SiC, SiGe*. John Wiley and Sons, Inc., 2001. 194 p.
11. Fissel A., Schroter B., Kaiser U., Richter W. Advances in the molecular-beam epitaxial growth of artificially layered heteropolytypic structures of SiC // *Applied Physics Letters*. 2000. V. 77. N 15. P. 2418–2420.
12. Takagi H., Nishiguchi T., Ohta S., Furusho T., Ohshima S., Nishino S. Crystal growth of 6H-SiC (01-14) on 3C-SiC (001) substrate by sublimation epitaxy // *Materials Science Forum*. 2004. V. 457–460. N 1. P. 289–292.
13. Lebedev A.A., Zelenin V.V., Abramov P.L., Bogdanova E.V., Lebedev S.P., Nel'son D.K., Razbirin B.S., Shcheglov M.P., Tregubova A.S., Suvajarvi M., Yakimova R. A study of thick 3C-SiC epitaxial layers grown on 6H-SiC substrates by sublimation epitaxy in vacuum // *Semiconductors*. 2007. V. 41. P. 263–265.
14. Vodakov Yu.A., Lomakina G.A., Mokhov E.N. Non-stoichiometry and polytypism of silicon carbide // *Sov. Phys. Solid State*. 1982. V. 24. P.780.
15. Vakhner Yu., Tairov Yu.M. About SiC (Sc) polytypism, grown from melt // *Sov. Phys. Solid State*. 1970. V. 12. P. 1213.
16. Vodakov Yu.A., Mokhov E.N., Roenkov A.D., Anikin M.M. Impurity effects on silicon carbide polytypism // *Sov. Tech. Phys. Lett.* 1979. V. 5. P.147.
17. Lebedev A.A., Strel'chuk A.M., Davydov D.V., Savkina N.S., Tregubova A.S., Kuznetsov A.N., Solov'ev V.A., Poletaev N.K. 3C-SiC p-n structures grown by sublimation on 6H-SiC substrates // *Semiconductors*. 2003. V. 37. N 4. P. 482–484.
18. Savkina N., Tregubova A., Scheglov M., Soloviev V., Volkova A., Lebedev A. Characterization of 3C-SiC epilayers grown on 6H-SiC substrates by vacuum sublimation // *Materials Science and Engineering B: Solid-State Materials for Advanced Technology*. 2002. V. 91-92. P. 317-320.
19. Savkina N.S., Strel'chuk A.M., Sorokin L.M., Mosina G.N., Tregubova A.S., Solov'ev V.V., Lebedev A.A. Characterization of 3C-SiC/6H-SiC heterostructures grown by vacuum sublimation // *Materials Science Forum*. 2003. V. 433–436. P. 293-296.

- Булат Павел Викторович** – кандидат физ.-мат. наук, кандидат экономических наук, зав. международной лабораторией, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, pavelbulat@mail.ru
- Лебедев Александр Александрович** – доктор технических наук, инженер, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, shura.lebe@mail.ioffe.ru
- Макаров Юрий Николаевич** – кандидат физ.-мат. наук, Президент группы компаний «Нитридные кристаллы», Нью-Йорк, США, Yuri.makarov@semicrys.fi.ru
- Pavel V. Bulat** – PhD, Head of International Laboratory, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, pavelbulat@mail.ru
- Alexander A. Lebedev** – engineer, D.Sc., ITMO University, Saint Petersburg, Russia, shura.lebe@mail.ioffe.ru
- Yuri N. Makarov** – PhD, President, «Nitride Crystals Group», New York, USA, Yuri.makarov@semicrys.fi.ru

Принято к печати 01.04.2014

Accepted 01.04.2014

УДК 546.571 (621.793.79)

## МОДИФИКАЦИЯ ПРИПОВЕРХНОСТНЫХ СЛОЕВ СИЛИКАТНЫХ СТЕКОЛ ПРИ ЭЛЕКТРОННОМ ОБЛУЧЕНИИ<sup>1</sup>

В.С. Брунов<sup>a</sup>, О.А. Подсвиров<sup>b</sup>, А.И. Сидоров<sup>a, c</sup>, Д.В. Чураев<sup>b</sup><sup>a</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, brunov@oi.ifmo.ru<sup>b</sup> Санкт-Петербургский политехнический университет, Санкт-Петербург, Россия, olegpodsvir@mail.ru<sup>c</sup> Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ», Санкт-Петербург, Россия, aisidorov@qip.ru

Представлены результаты экспериментального исследования модификации приповерхностных слоев силикатных стекол при воздействии электронных пучков с энергией электронов 5–50 кэВ и дозой облучения 20–50 мКл/см<sup>2</sup>. Показано, что при воздействии электронного пучка на стекла при энергии электронов 20–50 кэВ в приповерхностном слое стекла формируется градиентный оптический волновод с увеличением показателя преломления на оси волновода  $\Delta n = 0,01–0,04$ . Скорость химического травления стекла в облученной зоне увеличивается до двух раз, что связано с разрушением сетки стекла. При энергии электронов менее 10 кэВ на поверхности стекол, содержащих серебро, в зависимости от дозы облучения формируется пленка или наночастицы серебра размером менее 20 нм. При энергии электронов 20–50 кэВ и дозе облучения 20–50 мКл/см<sup>2</sup> происходит растворение в объеме стекла тонких пленок серебра, нанесенных на поверхность стекла. Основными механизмами, приводящими к данным эффектам, являются: разрыв химических связей пространственной сетки стекла энергичными электронами, формирование области отрицательного объемного заряда в стекле и полевая миграция положительных ионов металла в область отрицательного объемного заряда. Полученные результаты могут быть использованы для создания устройств фотоники, интегральной оптики и наноплазмоники.

**Ключевые слова:** электронное облучение, оптический волновод, пленка серебра, наночастицы серебра, плазмонный резонанс.

## MODIFICATION OF SURFACE LAYERS FOR SILICATE GLASSES BY ELECTRON IRRADIATION<sup>1</sup>

V.S. Brunov<sup>a</sup>, O.A. Podsvirov<sup>b</sup>, A.I. Sidorov<sup>a, c</sup>, D.V. Churaev<sup>b</sup><sup>a</sup> ITMO University, Saint Petersburg, Russia, brunov@oi.ifmo.ru<sup>b</sup> Saint Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia, olegpodsvir@mail.ru<sup>c</sup> Saint Petersburg Electrotechnical State University «LETI», Saint Petersburg, Russia, aisidorov@qip.ru

Experimental research results of silicate glass surface layers modification by the influence of electron beams with 5-50 keV energies and 20-50 mC/cm<sup>2</sup> doses are presented. It is shown that during the glasses exposure to an electron beam with 20-50 keV electron energies, a gradient optical waveguide with increased refractive index on waveguide axis  $\Delta n = 0.01-0.04$  is formed in the surface layer. Chemical etching rate is increased in the exposed area by up to two times which is related to glass grid destruction. Depending on irradiation dose thin film or silver nanoparticles with the size less than 20nm are formed on the surface of the silver containing glasses for electron energies less than 10 keV. Silver films drawn on the surface of the glass are dissolved into the glass bulk for electron energies 20-50 keV and 20-50 mC/cm<sup>2</sup> dose. Basic mechanisms causing these effects are: chemical bonds breaking of spatial glass grid by high energy electrons, formation of negative volume charge inside the glass and field migration of positive metal ions into the volume charge region. Achieved results can be used in photonics, integral optics and nanoplasmonics device fabrication.

**Keywords:** electron irradiation, optical waveguide, silver film, silver nanoparticles, plasmon resonance.

### Введение

Модификация поверхности стекол широко используется для создания функциональных устройств фотоники – оптических волноводов и устройств на их основе, дифракционных решеток и голограмм, микроканалов для микрофлюидных устройств и других [1–7]. Для модификации приповерхностных слоев используют метод ионного обмена [7], ионную имплантацию [8], воздействие фемтосекундных лазерных импульсов [6, 9], термообработку в восстановительной атмосфере [10], химическое травление и ряд других методов. В работах [11–14] было экспериментально показано, что при воздействии электронного луча на стекла, содержащие ионы серебра или меди, в приповерхностном слое стекла непосредственно при электронном облучении либо при последующей термообработке формируются наночастицы серебра или меди, обладающие плазмонным резонансом. Толщина модифицированного слоя варьируется от 0,2 до 30 мкм при изменении энергии электронов от 5 до 50 кэВ.

Целью настоящей работы было исследование новых функциональных возможностей модификации поверхности силикатных стекол методом электронного облучения.

### Методика экспериментов

В экспериментах использовались образцы, представляющие собой полированные плоскопарал-

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 г. (соглашение № 14.В37.21.0169 Минобрнауки РФ от 20.07.2012).

<sup>1</sup> The paper was supported by the Federal Program "Scientific and Scientific-pedagogical Personnel of Innovative Russia" for 2009-2013, (agreement № 14.B37.21.0169 of the Russian Federation Ministry of Education and Science dated 20.07.2012).

тельные пластины из оптического стекла К8 следующей системы:  $\text{SiO}_2\text{-B}_2\text{O}_3\text{-Al}_2\text{O}_3\text{-BaO-K}_2\text{O-Na}_2\text{O}$  (первая группа образцов). Во второй группе образцов в приповерхностный слой стекла К8 вводилось серебро методом ионного обмена  $\text{Ag}^+ \rightarrow \text{Na}^+$  в расплаве смеси  $\text{NaNO}_3 + \text{AgNO}_3$  при  $t = 320^\circ\text{C}$ . В третьей группе образцов на поверхность стекла К8 методом вакуумного напыления наносилась пленка серебра толщиной 80–100 нм. Электронное облучение проводилось на сканирующем электронном микроскопе JEED-2 с энергией электронов  $E = 5\text{--}50$  кэВ, при плотности электронного тока  $j = 40\text{--}50$  мкА/см<sup>2</sup> и дозе облучения  $Q = 20\text{--}50$  мкКл/см<sup>2</sup>. Поперечный размер электронного пучка на поверхности образца составлял 1 мм. Поперечный размер пучка был выбран исходя из удобства последующих оптических измерений.

Облучение электронами проводилось при комнатной температуре, однако необходимо учитывать, что, согласно расчетам, при электронном облучении с указанными выше параметрами электронного луча приповерхностный слой стекла нагревается примерно до  $110^\circ\text{C}$ . Для удаления поверхностного заряда, возникающего на стекле в процессе облучения электронами, на поверхность стекла наносилась пленка Al толщиной 100 нм, которая заземлялась. После электронного облучения пленка Al удалялась травлением в водном растворе KOH. Спектры оптической плотности образцов измерялись с помощью спектрофотометра Cary500 при комнатной температуре.

### Экспериментальные результаты и обсуждение

**Формирование оптического волновода.** В данном эксперименте облучение стекла К8 из первой группа образцов проводилось путем сканирования электронного луча по поверхности стекла от одного края до другого края. Энергия электронов была равна 50 кэВ, доза облучения – 50 мкКл/см<sup>2</sup>. Последующий анализ показал, что после электронного облучения под поверхностью стекла в облученной зоне произошло увеличение показателя преломления стекла, что привело к формированию оптического волновода. На рис. 1, а, показана фотография торца волновода, сделанная с помощью оптического микроскопа. Возбуждение волноводных мод производилось с противоположного края пластины (рис. 1, б). Из рис. 1, а, видно, что в волноводе сформировались, по крайней мере, две волноводные моды. Их асимметрия вызвана асимметрией распределения плотности электронов в луче.

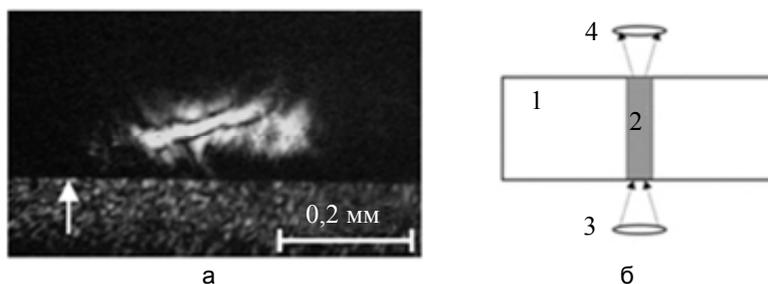


Рис. 1. Фотография торца стеклянной пластины с волноводными модами ( $E = 50$  кэВ,  $Q = 50$  мкКл/см<sup>2</sup>). Стрелка указывает на край пластины (а). Оптическая схема измерений: 1 – стеклянная пластина; 2 – волновод, записанный электронным лучом; 3 – линза, фокусирующая излучение лазера на торец волновода; 4 – объектив микроскопа (б)

Так как волновод находится под поверхностью стекла, то невозможно провести измерение изменения показателя преломления обычными методами. Однако при наблюдении в отраженном свете в области волновода видны интерференционные полосы (рис. 2, а).

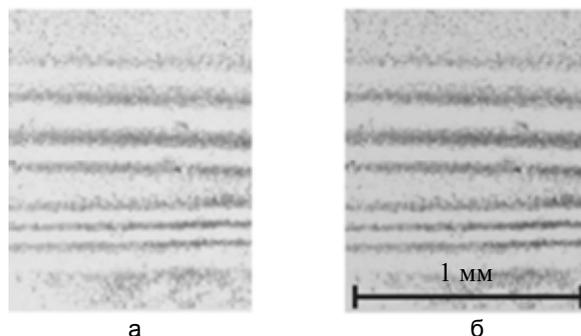


Рис. 2. Фотографии интерференционной картины в области волновода до термообработки (а) и после термообработки при  $t = 500^\circ\text{C}$  в течение 3 ч (б)

Это позволяет, зная толщину волновода, рассчитать изменение показателя преломления в данном слое стекла. Расчет показал, что изменение показателя преломления в центре волновода лежит в пределах

$\Delta n = 0,04-0,01$ . Такое изменение показателя преломления является чрезвычайно большим. Причиной увеличения показателя преломления в облученной зоне стекла может быть:

1. увеличение концентрации ионов натрия  $\text{Na}^+$ , обладающих высокой подвижностью, за счет их полевой миграции в область отрицательного объемного заряда, созданного электронным пучком. Однако увеличение концентрации ионов натрия может увеличить показатель преломления лишь на величину  $10^{-4}-10^{-5}$  [7];
2. возникновение механических напряжений в облученной зоне за счет перераспределения ионов натрия;
3. изменение структуры стекла за счет разрушения сетки стекла энергичными электронами.

Для определения основного механизма изменения показателя преломления была проведена термообработка образца при  $t = 500^\circ\text{C}$  в течение 3 ч. При такой термообработке термическая диффузия ионов натрия должна привести к ликвидации градиента их концентрации и к исчезновению механических напряжений. Однако эксперимент показал, что после термообработки интерференционные полосы в области волновода практически не изменились (ср. рис. 2, а, и рис. 2, б). Это указывает на то, что основным механизмом увеличения показателя преломления стекла после облучения электронным лучом является радикальное изменение структуры стекла в результате разрушения пространственной сетки стекла энергичными электронами. Таким образом, облучение силикатных стекол электронным лучом позволяет формировать в них оптические волноводы. Достоинством данного метода является его органичное сочетание с электронной литографией, что позволяет формировать в стекле сложные волноводные структуры.

**Формирование канала.** Как было показано выше, электронное облучение вызывает разрушение пространственной сетки стекла. Это должно приводить к изменению химических свойств облученной зоны стекла. Для подтверждения этого было проведено химическое травление стекла с волноводом в 3*N* водном растворе плавиковой кислоты (HF) в течение 1,5 ч. На рис. 3 показана фотография фрагмента торца стекла после травления. Из рисунка видно, что в результате травления в облученной зоне стекла образовался канал. Глубина канала в центральной части составляет 19 мкм. Следует учитывать, что глубина канала не соответствует толщине модифицированного слоя стекла. Это связано с тем, что, во-первых, травлению подвергается не только облученная зона, но и вся поверхность стекла, во-вторых, с тем, что продолжительность травления была выбрана произвольно. Контрольный эксперимент показал, что скорость травления необлученного стекла аналогичного состава составляет 0,23 мкм/мин. Измерения толщины образца производились микрометрическим методом. Сравнение скоростей травления необлученного и облученного участков стекла позволяет сделать вывод, что в центре облученной зоны скорость травления увеличилась в 2,1 раза. Форма поперечного профиля канала определяется различной скоростью травления в центре канала и на его краях. Причиной этого является колоколообразный поперечный профиль пучка электронов.

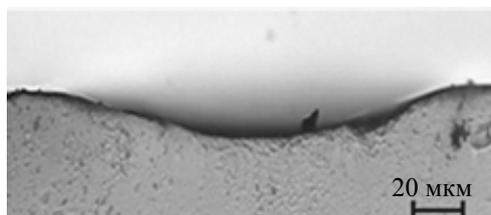


Рис. 3. Фотография торца стекла в области волновода после травления в плавиковой кислоте ( $E = 50$  кэВ,  $Q = 25$  мКл/см<sup>2</sup>)

Таким образом, облучение электронами с последующим химическим травлением позволяет формировать на поверхности силикатного стекла каналы. Данный метод может быть использован для создания микрофлюидных устройств – химических сенсоров и биосенсоров, а также микрореакторов. Для формирования системы закрытых каналов пластина с каналами может быть соединена с другой стеклянной пластиной методом оптического контакта [10].

**Формирование пленки и наночастиц серебра на поверхности стекла.** Эксперименты показали, что облучение электронами с энергией 5–7 кэВ стекло с ионами серебра (вторая группа образцов) приводит к появлению на поверхности стекла сплошной металлической пленки, обладающей зеркальным металлическим блеском. На рис. 4 показаны спектры оптической плотности образца стекла до электронного облучения и после облучения электронами с энергией 5 и 7 кэВ. На вставке (рис. 4) показана фотография пленки серебра на поверхности стекла, сделанная с помощью оптического микроскопа на просвет. Неправильная форма пленки связана с несимметричным распределением плотности электронного тока в пучке.

Необходимо отметить, что спектры оптической плотности являются интегральными по области, отмеченной пунктиром на вставке на рис. 4. Из рисунка видно, что после облучения электронами происходит не только увеличение оптической плотности в широком спектральном интервале, связанное с фор-

мированием сплошной пленки серебра, но и появление полосы поглощения с максимумом на  $\lambda = 425$  нм, что характерно для плазмонного резонанса наночастиц серебра [15–17]. Это указывает на то, что при электронном облучении формируется не только сплошная пленка серебра, но и наночастицы серебра. Спектральное положение и форма плазмонной полосы поглощения позволяют оценить размеры наночастиц серебра, которые могут варьироваться в пределах 1–20 нм [15–17]. При этом наночастицы могут формироваться как на поверхности стекла, так и в микро- и нанотрещинах вблизи поверхности, которые возникают при механической полировке стекла [18].

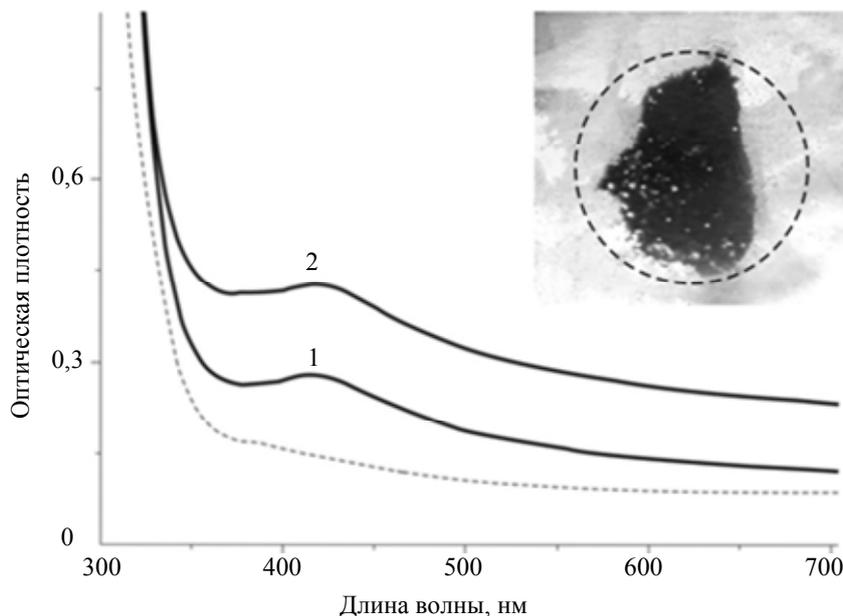


Рис. 4. Спектральные зависимости оптической плотности стекла после электронного облучения: 1 –  $E = 5$  кэВ,  $Q = 20$  мКл/см<sup>2</sup>; 2 –  $E = 7$  кэВ,  $Q = 33$  мКл/см<sup>2</sup>. Пунктирная линия – до электронного облучения. На вставке – фотография поверхностной пленки серебра под микроскопом на просвет. Пунктиром показана область измерения оптической плотности диаметром 2 мм

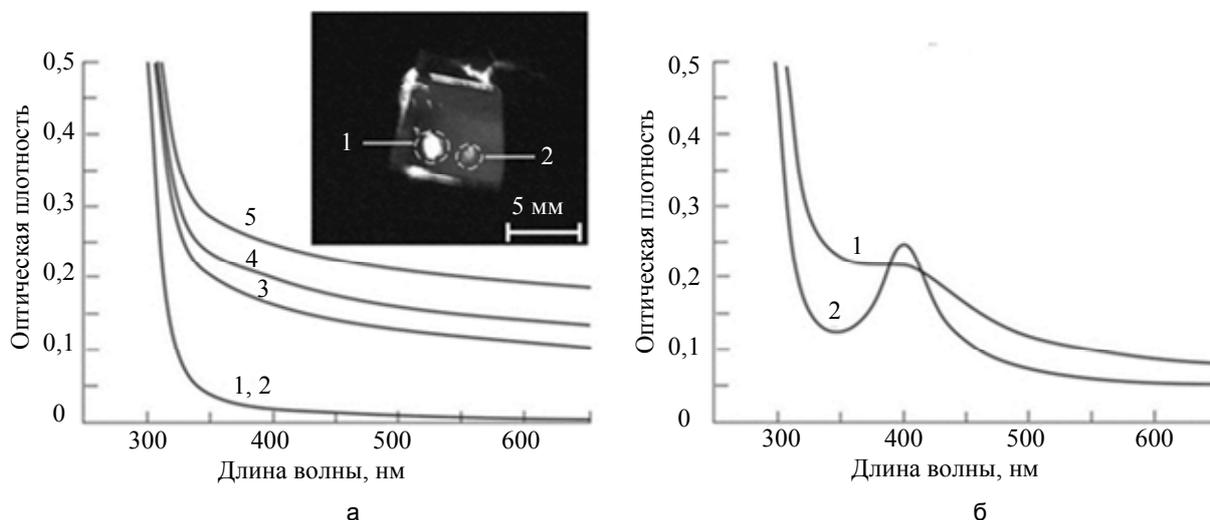


Рис. 5. Спектры оптической плотности: 1 – необлученное стекло; облученных зон образца после удаления пленки серебра: 2 –  $E = 10$  кэВ; 3 – 30 кэВ; 4 – 40 кэВ; 5 – 50 кэВ (на вставке – фотография образца на просвет до удаления оставшейся пленки серебра: 1 –  $E = 50$  кэВ, 2 – 40 кэВ) (а); после электронного облучения и термообработки при  $t = 500^\circ\text{C}$  в течение 1 ч: 1 –  $E = 40$  кэВ, 2 – 50 кэВ (б). Толщина пленки серебра 80 нм,  $Q = 20$  мКл/см<sup>2</sup>,  $j = 50$  мкА/см<sup>2</sup>

Облучение электронами относительно малой энергии приводит к образованию непосредственно вблизи поверхности стекла отрицательного объемного заряда. Возникающее при этом электрическое поле вызывает полевую миграцию подвижных положительных ионов металлов ( $\text{Ag}^+$ ,  $\text{Na}^+$ ) из объема стекла в

область отрицательного объемного заряда. Эксперименты показали, что пленка серебра, образовавшаяся на поверхности стекла после электронного облучения, растворяется в 10% водном растворе  $\text{HNO}_3$  за время менее 5 мин. При этом исчезает и плазменная полоса поглощения.

**Растворение пленки серебра в стекле.** На вставке (рис. 5, а) показана фотография образца из стекла с пленкой серебра толщиной 80 нм (третья группа образцов), сделанная на просвет, после облучения электронами с энергией  $E = 10, 30, 40$  и  $50$  кэВ и дозой  $20$  мКл/см<sup>2</sup>. Из фотографии видно, что при  $E = 50$  кэВ произошло полное исчезновение пленки серебра в облученной зоне, а при  $E = 40$  кэВ – частичное. После химического удаления оставшейся пленки серебра было обнаружено слабое изменение окраски облученных зон от исходно бесцветной до серой при  $E = 30, 40$  и  $50$  кэВ. Спектры оптической плотности необлученного стекла и облученных зон показаны на рис. 5, а. Из рисунка видно, что для  $E = 10$  кэВ изменения поглощения стекла не произошло. Для  $E = 30, 40$  и  $50$  кэВ произошло равномерное увеличение поглощения в спектральном интервале  $300\text{--}650$  нм. Увеличение оптической плотности связано, в основном, с увеличением дефектов структуры стекла. После термообработки при  $t = 500^\circ\text{C}$  спектры оптической плотности участков, облученных электронами с  $E = 10$  и  $30$  кэВ, не изменились.

Однако на спектрах оптической плотности участков, облученных электронами с  $E = 40$  и  $50$  кэВ, появились плазменные полосы поглощения (рис. 5, б), характерные для сферических наночастиц серебра размером  $2\text{--}10$  нм [12]. Таким образом, воздействие электронов с энергией  $40\text{--}50$  кэВ на стекло с пленкой серебра на поверхности приводит к растворению этой пленки в стекле. Последующая термообработка позволяет преобразовать растворенное в стекле серебро в наночастицы. Механизм растворения пленки серебра в стекле заключается в следующем. При облучении стекла электронами с энергией  $40\text{--}50$  кэВ в объеме стекла на глубине  $20\text{--}30$  мкм формируется область отрицательного объемного заряда. Это приводит к вытягиванию ионов  $\text{Ag}^+$  из пленки и их полевой миграции в стекло в область отрицательного заряда.

### Заключение

Таким образом, облучение электронами силикатных стекол приводит к существенному изменению физических, химических и оптических свойств приповерхностного слоя стекла. Это позволяет формировать на поверхности стекла электронно-лучевым методом оптические волноводы, каналы, тонкие пленки и наночастицы серебра для стекол, содержащих ионы серебра, а также растворять пленки серебра в объеме стекла. Полученные результаты могут найти применение при создании устройств фотоники, плазмоники и микрофлюидных устройств для биологии и медицины.

### Литература

1. Engheta N., Salandrino A., Alu A. Circuit elements at optical frequencies: nanoinductors, nanocapacitors, and nanoresistors // *Phys. Rev. Lett.* 2005. V. 95. N 9. Art. N 095504.
2. Ams M., Marshall G.D., Dekker P., Dubov M., Mezentsev V.K., Bennion I., Withford M.J. Investigation of ultrafast laser–photonic material interactions: challenges for directly written glass photonics // *IEEE Journal on Selected Topics in Quantum Electronics*. 2008. V. 14. N 5. P. 1370–1388.
3. Qiu J., Miura K., Hirao K. Femtosecond laser-induced microfeatures in glasses and their applications // *Journal of Non-Crystalline Solids*. 2008. V. 354. N 12–13. P. 1100–1111.
4. Quaranta A., Cattaruzza E., Gonella F. Modeling the ion exchange process in glass: Phenomenological approaches and perspectives // *Materials Science and Engineering B*. 2008. V. 149. P. 133–139.
5. Gallagher J.G., de la Rue R.M. Single-mode stripe optical waveguides formed by silver ion exchange // *Electronics Letters*. 1976. V. 12. N 16. P. 397–398.
6. Femtosecond laser micromachining: Photonic and microfluidic devices in transparent materials / Eds R. Osellame, G. Cerullo, R. Ramponi. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2012. 483 p.
7. Tervonen A., West B.R., Honkanen S. Ion-exchanged glass waveguide technology: a review // *Optical Engineering*. 2011. V. 50. N 7. Art. N 071107.
8. Stepanov A.L. Modification of implanted metal nanoparticles in dielectrics by high-power laser pulses // *Reviews on Advanced Materials Science*. 2003. V. 4. N 2. P. 123–138.
9. Завестовская И.Н. Лазерное наноструктурирование поверхности материалов // *Квантовая электроника*. 2010. Т. 40. № 11. С. 942–954.
10. Образцов П.А., Нашекин А.В., Никоноров Н.В., Сидоров А.И., Панфилова А.В., Брунков П.Н. Формирование наночастиц серебра на поверхности силикатных стекол после ионного обмена // *ФТТ*. 2013. Т. 55. № 6. С. 1180–1186.
11. Игнатьев А.И., Нашекин А.В., Неведомский В.М., Подсвилов О.А., Сидоров А.И., Соловьев А.П., Усов О.А. Особенности формирования наночастиц серебра в фототерморефрактивных стеклах при электронном облучении // *ЖТФ*. 2011. Т. 81. № 5. С. 75–80.
12. Podsvirov O.A., Ignatiev A.I., Nashchekin A.V., Nikonorov N.V., Sidorov A.I., Tsekhomskii V.A., Usov O.A., Vostokov A.V. Modification of Ag containing photo-thermo-refractive glasses induced by electron-

- beam irradiation // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section B. 2010. V. 268. N 19. P. 3103–3106.
13. Подсвилов О.А., Сидоров А.И., Цехомский В.А., Востоков А.В. Формирование нанокристаллов меди в фотохромных стеклах при электронном облучении и термообработке // ФТТ. 2010. Т. 52. № 9. С. 1776–1779.
14. Sidorov A.I., Nashchekin A.V., Nevedomsky V.N., Usov O.A., Podsvirov O.A. Self-assembling of silver nanoparticles in glasses under electron beam irradiation // International Journal of Nanoscience. 2011. V. 10. N 6. P. 1265–1268.
15. Климов В.В. Наноплазмоника. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 480 с.
16. Kriebig U., Vollmer M. Optical properties of metal clusters. Berlin: Springer-Verlag, 1995. 532 p.
17. Nikonov N.V., Sidorov A.I., Tsekhomsky V.A. Silver nanoparticles in oxide glasses: Technologies and properties // Silver Nanoparticles / Ed. D.P. Perez. Vukovar: In-Tech, 2010. P. 177–201.
18. Справочник технолога-оптика / Под ред. С.М. Кузнецова, М.А. Окатова. Л.: Машиностроение, 1983. 414 с.

<b>Брунов Вячеслав Сергеевич</b>	– инженер, аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, brunov@oi.ifmo.ru
<b>Подсвилов Олег Алексеевич</b>	– доктор физ.-мат. наук, профессор, Санкт-Петербургский политехнический университет, Санкт-Петербург, Россия, olegpodsvir@mail.ru
<b>Сидоров Александр Иванович</b>	– доктор физ.-мат. наук, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия; профессор, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ», Санкт-Петербург, Россия, aisidorov@qip.ru
<b>Чураев Денис Владиславович</b>	– аспирант, Санкт-Петербургский политехнический университет, Санкт-Петербург, Россия, deon_ac@yahoo.com
<b>Vyacheslav S. Brunov</b>	– engineer, postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, brunov@oi.ifmo.ru
<b>Oleg A. Podsvirov</b>	– Professor, D.Sc., Professor, Saint Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia, olegpodsvir@mail.ru
<b>Aleksander I. Sidorov</b>	– Professor, D.Sc., Professor, ITMO University, Saint Petersburg, Russia; Professor, Saint Petersburg Electrotechnical State University «LETI», Saint Petersburg, Russia, aisidorov@qip.ru
<b>Denis V. Churaev</b>	– postgraduate, Saint Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia, deon_ac@yahoo.com

*Принято к печати 26.02.2014*

*Accepted 26.02.2014*

УДК 535.37

## ЛЮМИНЕСЦЕНТНЫЕ СВОЙСТВА СИЛИКАТНЫХ СТЕКОЛ С ИОНАМИ ЦЕРИЯ И СУРЬМЫ<sup>1</sup>

А.М. Клыкова<sup>a</sup>, А.И. Сидоров<sup>a, b</sup>, Т.А. Шахвердов<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, alinaklykova91@gmail.com

<sup>b</sup> Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ», Санкт-Петербург, Россия, aisidorov@qip.ru

Представлены результаты экспериментального исследования спектров возбуждения люминесценции и люминесценции силикатных стекол, содержащих ионы церия и сурьмы. Изучены особенности люминесценции, а также влияние ультрафиолетового облучения и термообработки на люминесценцию и состояние ионов церия и сурьмы в стекле. Исследовались стекла системы  $\text{Na}_2\text{O-ZnO-Al}_2\text{O}_3\text{-SiO}_2\text{-NaF-NaBr}$  с добавками  $\text{CeO}_2$  и  $\text{Sb}_2\text{O}_3$ . Синтез проводился в платиновых тиглях на воздухе при температуре 1450°C. Образцы представляли собой полированные стеклянные пластины толщиной 0,5–1 мм. Ультрафиолетовое облучение проводилось с помощью ртутной лампы, имеющей широкий спектр излучения в спектральном интервале 240–390 нм. Термообработка осуществлялась в муфельных печах Nabertherm. Спектры люминесценции и возбуждения люминесценции измерялись с помощью спектрофлуориметра MPF-44A (PerkinElmer) при комнатной температуре. Измеренные спектры люминесценции корректировались с учетом спектральной чувствительности фотоприемника спектрофлуориметра. Установлено, что в силикатных стеклах ионы  $\text{Sb}^{3+}$  могут находиться в двух энергетических состояниях, которым соответствует различное окружение ионами кислорода. Термообработка таких стекол в окислительной атмосфере приводит к увеличению концентрации ионов  $\text{Sb}^{3+}$  с большим количеством ионов кислорода в окружении. В стеклах, содержащих ионы церия и сурьмы, ультрафиолетовое облучение приводит к изменению валентности ионов церия и сурьмы, что сопровождается тушением люминесценции. Последующая термообработка стекол приводит к появлению обратных процессов и восстановлению спектров возбуждения люминесценции. Исследование люминесцентных свойств фото-термо-рефрактивных стекол с ионами церия и сурьмы позволило сделать вывод о практической значимости данной работы. На основе таких стекол могут быть созданы перспективные полифункциональные материалы, удовлетворяющие всем современным потребностям фотоники.

**Ключевые слова:** люминесценция, термообработка, силикатные стекла, УФ облучение, спектр возбуждения.

## LUMINESCENT PROPERTIES OF SILICATE GLASSES WITH CERIUM IONS AND ANTIMONY<sup>1</sup>

A.M. Klykova<sup>a</sup>, A.I. Sidorov<sup>a, b</sup>, T.A. Shakhverdov<sup>a</sup>

<sup>a</sup> ITMO University, Saint Petersburg, Russia, alinaklykova91@gmail.com

<sup>b</sup> Saint Petersburg Electrotechnical State University "LETI", Saint Petersburg, Russia, aisidorov@qip.ru.

The paper deals with the results of an experimental study of luminescence excitation spectra and luminescence of silicate glasses containing cerium ions and antimony. The aim of this work was to study the features of the luminescence and the effect of UV irradiation and heat treatment on luminescence and the state of cerium ions and antimony in glass. We investigated glass system  $\text{Na}_2\text{O-ZnO-Al}_2\text{O}_3\text{-SiO}_2\text{-NaF-NaBr}$  with additives  $\text{CeO}_2$  and  $\text{Sb}_2\text{O}_3$ . Synthesis was carried out in platinum crucibles in the air at 1450°C. The samples were polished glass plates with a thickness of 0.5-1 mm. UV irradiation was carried out with a mercury lamp having a wide range of radiation in the spectral range 240-390 nm. It was conducted in a Nabertherm muffle furnaces. Luminescence spectra and excitation spectra were measured using a spectrofluorimeter MPF-44A (PerkinElmer) at the room temperature. Measured luminescence spectra were corrected in view of the spectral sensitivity of the photodetector for spectrofluorimeter. Adjustment of the excitation spectra for the spectral dependence of the intensity of the excitation source was not carried out. During the experiments it was found that in silicate glasses  $\text{Sb}^{3+}$  ions can exist in two energy states, which corresponds to a different environment with oxygen ions. Heat treatment of these glasses in an oxidizing atmosphere leads to an increase in ion concentration of  $\text{Sb}^{3+}$  ions with a greater amount of oxygen in the environment. In glasses containing antimony and cerium ions, ultraviolet irradiation causes a change in the valence of cerium ions and antimony, which is accompanied by luminescence quenching. Subsequent heat treatment of glass leads to the inverse processes and restore luminescence excitation spectra. The study of fluorescent properties of silicate glasses with cerium and antimony ions led to the conclusion of the practical significance of this work. Promising multifunctional materials can be created on the basis of these glasses that meet all the needs of modern photonics.

**Keywords:** luminescence, heat treatment, silicate glass, UV irradiation, excitation spectra.

### Введение

Фото-термо-рефрактивные (ФТР) стекла, содержащие ионы серебра, находят широкое применение в оптике и фотонике [1–3]. Для формирования в таких стеклах фоточувствительных свойств в них добавляют фотосенсибилизатор – ионы церия и восстановитель – ионы сурьмы [1]. Исходно серебро в ФТР стеклах

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 г.г. (Соглашение № 14.В37.21.0169, Минобрнауки РФ), а также при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01).

<sup>1</sup> The work was supported by the Federal Program "Scientific and Scientific-Pedagogical Personnel of Innovative Russia" for 2009-2013 (Agreement № 14.B37.21.0169, the Ministry of Education and Science of the Russian Federation), as well as with state financial support for the leading universities of the Russian Federation (grant 074-U01).

находится в виде ионов  $\text{Ag}^+$  и заряженных молекулярных кластеров  $\text{Ag}_n^{m+}$  [4]. После облучения ФТР стекла ультрафиолетовым (УФ) излучением в полосу поглощения ионов  $\text{Ce}^{3+}$  ионы и молекулярные кластеры серебра переходят в нейтральное состояние [4], в котором они обладают интенсивной люминесценцией в видимой области спектра [4–8]. Ионы сурьмы, благодаря восстановительным свойствам, также оказывают влияние на концентрацию нейтральных молекулярных кластеров серебра. Известно, что ионы церия и сурьмы также обладают люминесценцией [9–16]. Исходя из этого, при изучении люминесцентных свойств ФТР стекол, содержащих серебро, церий и сурьму, необходимо определить, какой вклад в люминесценцию стекла вносят ионы церия и сурьмы, а также как влияют на люминесценцию этих ионов УФ облучение и термообработка (ТО). В связи с этим целью настоящей работы было исследование особенностей люминесценции силикатных стекол, содержащих ионы церия и сурьмы, а также влияния УФ облучения и ТО на люминесценцию и состояние этих ионов в стекле.

### Методика экспериментов

В работе исследовались стекла системы  $\text{Na}_2\text{O}-\text{ZnO}-\text{Al}_2\text{O}_3-\text{SiO}_2-\text{NaF}-\text{NaBr}$  с добавками  $\text{CeO}_2$  и  $\text{Sb}_2\text{O}_3$ . Такие стекла являются основой для ФТР стекол. Стекла были синтезированы в Университете ИТМО [6]. Синтез проводился в платиновых тиглях на воздухе при температуре  $1450^\circ\text{C}$ . Образцы представляли собой полированные стеклянные пластины толщиной 0,5–1 мм. УФ облучение проводилось с помощью ртутной лампы, имеющей широкий спектр излучения в спектральном интервале 240–390 нм. ТО проводилась в муфельных печах Nabertherm. Спектры люминесценции и возбуждения люминесценции измерялись с помощью спектрофлуориметра MPF-44A (PerkinElmer) при комнатной температуре. Измеренные спектры люминесценции корректировались с учетом спектральной чувствительности фотоприемника спектрофлуориметра. Корректировка спектров возбуждения на спектральную зависимость интенсивности источника возбуждения не проводилась.

### Результаты и обсуждение

На рис. 1 показаны спектр возбуждения люминесценции и спектры люминесценции стекла, содержащего только ионы сурьмы. Из рисунка видно, что спектр возбуждения люминесценции содержит две полосы с максимумами на  $\lambda = 240$  нм и 280 нм. Спектр люминесценции также содержит две перекрывающиеся полосы с максимумами на  $\lambda = 370$  нм и 375 нм. Существенное уширение спектров люминесценции связано с тем, что измерения проводились при комнатной температуре. Известно, что в ФТР стеклах ионы сурьмы могут находиться в трехвалентном ( $\text{Sb}^{3+}$ ) и пентавалентном ( $\text{Sb}^{5+}$ ) состояниях [1]. Однако из сопоставления с литературными данными [9] следует, что ионы  $\text{Sb}^{5+}$  имеют полосу люминесценции в спектральном интервале 450–650 нм при возбуждении излучением с  $\lambda = 275$  нм. В этом случае ионы  $\text{Sb}^{5+}$  лишь вносят вклад в длинноволновый край полос люминесценции, показанных на рис. 1.

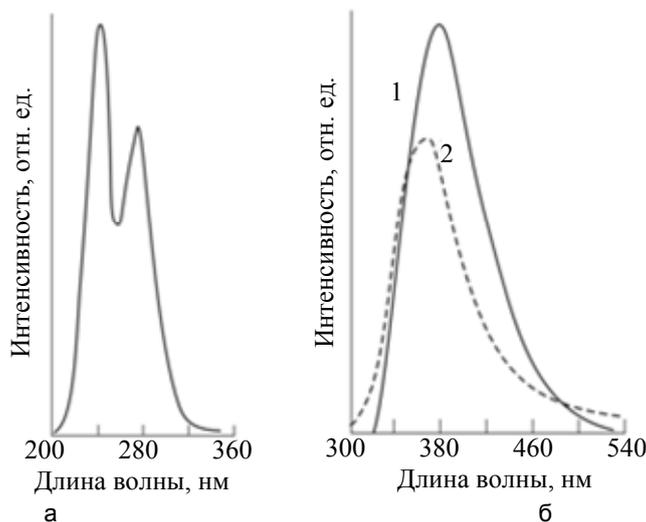


Рис. 1. Спектры возбуждения люминесценции с длиной волны люминесценции 367 нм (а) и люминесценции стекла с ионами сурьмы с длинами волн возбуждения: 240 нм (1) и 280 нм (2) (б)

Из сопоставления с литературными данными [10–13] можно сделать вывод, что наблюдаемые полосы люминесценции с  $\lambda = 370$  нм и 375 нм связаны с ионами  $\text{Sb}^{3+}$  и соответствуют переходу  $^3\text{P}_1-^1\text{S}_0$ . В оксидных матрицах ионы  $\text{Sb}^{3+}$  находятся в окружении ионов кислорода. Изменение количества ионов кислорода, а также их положения относительно ионов сурьмы приводит к изменению энергетического состояния и к спектральному сдвигу полос люминесценции и возбуждения люминесценции ионов  $\text{Sb}^{3+}$  [10]. Наличие двух полос люминесценции и возбуждения люминесценции в исследованных стеклах ука-

зывает на наличие двух энергетических состояний ионов  $Sb^{3+}$  с различным окружением. В дальнейшем ионы  $Sb^{3+}$ , отвечающие за полосы возбуждения люминесценции с  $\lambda = 240$  нм и 280 нм, будут обозначаться  $Sb^{3+}(I)$  и  $Sb^{3+}(II)$  соответственно. Так как полосы возбуждения люминесценции хорошо разрешимы, а полосы люминесценции сильно перекрываются, то для дальнейшего анализа будут использоваться полосы возбуждения люминесценции.

ТО стекла с ионами  $Sb^{3+}$  в окислительной атмосфере должна приводить к изменению кислородного окружения ионов  $Sb^{3+}$  и к изменению спектральных характеристик люминесценции. Влияние ТО на спектры возбуждения люминесценции стекла с ионами сурьмы иллюстрирует рис. 2. ТО проводилась на воздухе при  $t = 450^\circ C$  в течение 5 ч. Из рисунка видно, что в результате ТО полоса возбуждения люминесценции с  $\lambda = 280$  нм увеличивается, а полоса возбуждения люминесценции с  $\lambda = 240$  нм уменьшается. Отсюда можно сделать вывод, что ионы  $Sb^{3+}(II)$  имеют в окружении большее количество ионов кислорода, чем  $Sb^{3+}(I)$ .

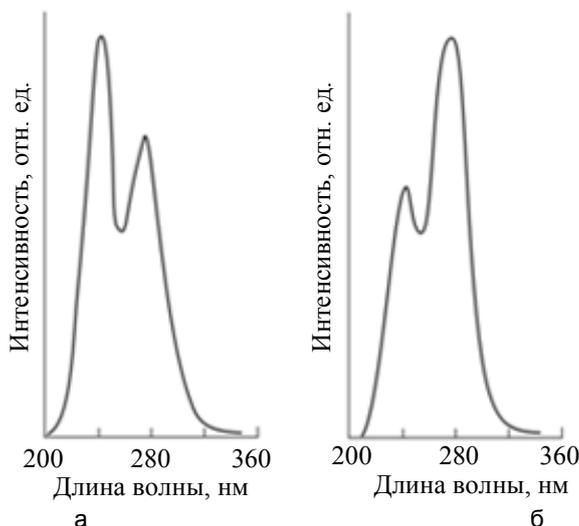


Рис. 2. Влияние ТО на спектры возбуждения люминесценции стекла с ионами сурьмы: до ТО (а); после ТО при  $t = 450^\circ C$  в течение 5 ч (б). Длина волны люминесценции 367 нм

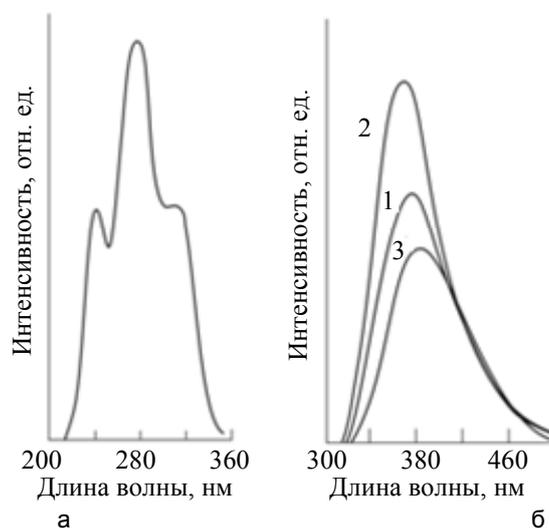


Рис. 3. Спектры возбуждения люминесценции с длиной волны люминесценции 367 нм (а) и люминесценции стекла с ионами церия и сурьмы с длинами волн возбуждения: 240 нм (1), 280 нм (2) и 320 нм (3) (б)

На рис. 3 показаны спектр возбуждения люминесценции и спектры люминесценции стекла, содержащего ионы церия и сурьмы. Из рисунка видно, что в данном случае имеются три полосы возбуждения люминесценции с максимумами на  $\lambda = 240$  нм, 280 нм и 320 нм, причем полоса возбуждения с  $\lambda = 320$  нм связана с люминесценцией ионов церия  $Ce^{3+}$  [14–16] и соответствует переходу  $5d-4f$ . На спектрах люминесценции наблюдаются три сильно перекрывающиеся полосы с максимумами на  $\lambda = 370$  нм, 375 нм и 385 нм. Из них последняя полоса соответствует люминесценции ионов  $Ce^{3+}$ . Обращает на себя внимание то, что полоса возбуждения люминесценции, соответствующая ионам  $Sb^{3+}(II)$ , имеет примерно

в 2 раза бóльшую амплитуду, чем полоса возбуждения, соответствующая ионам  $Sb^{3+}(I)$ . Причиной этого является то, что на стадии отжига стекла, который проводится после варки стекла, происходят окислительные процессы, аналогичные тем, которые происходят при ТО. Необходимо отметить, что на стадии отжига стекла часть ионов  $Sb^{3+}$  переходит в пятивалентное состояние. Освободившиеся при этом электроны захватываются ионами церия, переводя его из четырехвалентного состояния в трехвалентное, а также захватываются дефектами сетки стекла.

Рис. 4 иллюстрирует влияние УФ облучения и ТО на спектры возбуждения люминесценции стекла с ионами сурьмы и церия. В результате УФ облучения интенсивность люминесценции во всех трех полосах уменьшается в 30 раз, а амплитуды полос возбуждения, соответствующие ионам  $Sb^{3+}(I)$  и  $Sb^{3+}(II)$ , примерно выравниваются (рис. 4, б). Причиной этого являются следующие фотохимические процессы. При УФ облучении часть ионов  $Sb^{3+}$  и  $Ce^{3+}$  отдает электроны в стекло, переходя при этом в пяти- и четырехвалентные состояния соответственно. Свободные электроны захватываются, в основном, ионами пятивалентной сурьмы с образованием  $(Sb^{5+})^-$ , а также дефектами сетки стекла. ТО при  $t = 450^\circ C$  в течение 1 ч приводит спектры возбуждения стекла примерно в исходное состояние (рис. 4, в). Причиной этого является то, что при ТО ионы  $(Sb^{5+})^-$  отдают в стекло захваченный электрон. Освободившиеся при этом электроны переводят часть ионов пятивалентной сурьмы и четырехвалентного церия в трехвалентное состояние.

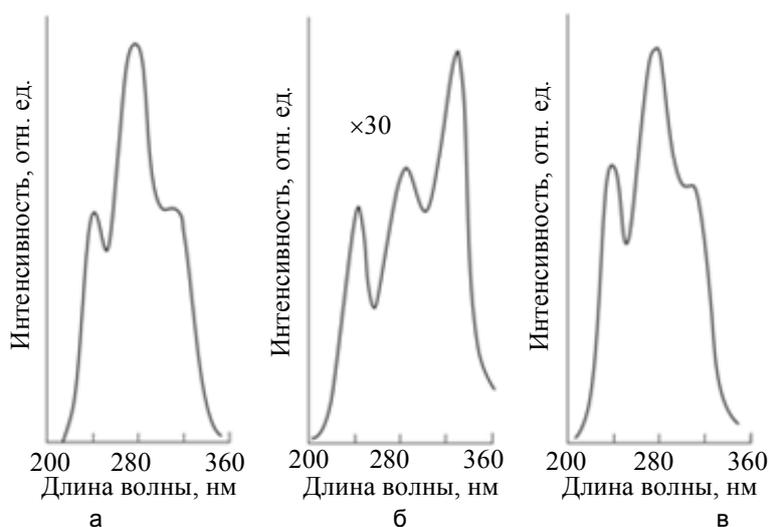


Рис. 4. Влияние УФ облучения и ТО на спектры возбуждения люминесценции стекла с ионами сурьмы и церия: до УФ облучения (а); после УФ облучения в течение 30 мин (б); после ТО при  $t = 450^\circ C$  в течение 1 ч (в). Длина волны люминесценции 367 нм

#### Заключение

Представленные результаты показывают, что в силикатных стеклах ионы  $Sb^{3+}$  могут находиться в двух энергетических состояниях, которым соответствует различное окружение ионами кислорода. Термообработка таких стекол в окислительной атмосфере приводит к увеличению концентрации ионов  $Sb^{3+}$  с бóльшим количеством ионов кислорода в окружении. В стеклах, содержащих ионы церия и сурьмы, ультрафиолетовое облучение приводит к изменению валентности ионов церия и сурьмы, что сопровождается тушением люминесценции. Последующая термообработка стекол приводит к появлению обратных процессов и восстановлению спектров возбуждения люминесценции.

Авторы выражают благодарность А.И. Игнатьеву за синтез стекол.

#### Литература

1. Silver nanoparticles. Ed. D.P. Perez. Vukovar, Croatia, InTech, 2010. 334 p.
2. Encyclopedia of smart materials. Ed. M. Schwartz. John Wiley & Sons, 2002. 1073 p.
3. Афанасьев В.П., Васильев В.Н., Игнатьев А.И., Колобкова Е.В., Никоноров Н.В., Сидоров А.И., Цехомский В.А. Новые люминесцентные стекла и стеклокерамики и перспективы их использования в тонкопленочной солнечной энергетике // Оптический журнал. 2013. Т. 80. № 10. С. 69–79.
4. Игнатьев А.И., Никоноров Н.В., Сидоров А.И., Шахвердов Т.А. Влияние ультрафиолетового облучения и термообработки на люминесценцию молекулярных кластеров серебра в фото-термо-рефрактивных стеклах // Оптика и спектроскопия. 2013. Т. 114. № 5. С. 838–844.
5. Агафонова Д.С., Егоров В.И., Игнатьев А.И., Сидоров А.И. Влияние ультрафиолетового облучения и температуры на люминесценцию молекулярных кластеров серебра в фото-термо-рефрактивных стеклах // Оптический журнал. 2013. Т. 80. № 8. С. 51–56.

6. Dubrovin V.D., Ignatiev A.I., Nikonorov N.V., Sidorov A.I., Shakhverdov T.A., Agafonova D.S. Luminescence of silver molecular clusters in photo-thermo-refractive glasses // *Optical Materials*. 2014. V. 36. N 4. P. 753–759.
7. Kuznetsov A.S., Velázquez J.J., Tikhomirov V.K., Mendez-Ramos J., Moshchalkov V.V. Quantum yield of luminescence of Ag nanoclusters dispersed within transparent bulk glass vs. glass composition and temperature // *Applied Physics Letters*. 2012. V. 101. N 25. Art. N 251106.
8. Kuznetsov A.S., Tikhomirov V.K., Moshchalkov V.V. UV-driven efficient white light generation by Ag nanoclusters dispersed in glass host // *Materials Letters*. 2013. V. 92. P. 4–6.
9. Yang S.-L., Cheng W.-D., Zhang H., Lin C.-S., Zhang W.-L., He Z.-Z.  $KZn_4SbO_7$  and  $KZn_4Sb_3O_{12}$ : syntheses, structures and photophysics of  $Sb^{5+}$  control materials // *Dalton Transactions*. 2010. V. 39. N 40. P. 9547–9553.
10. Chen L., Luo A.-Q., Zhang Y., Chen X.-H., Liu H., Jiang Y., Chen S.-F., Chen K.-J., Kuo H.-C., Tao Y., Zhang G.-B. The site-selective excitation and the dynamical electron–lattice interaction on the luminescence of  $YBO_3: Sb^{3+}$  // *Journal of Solid State Chemistry*. 2013. V. 201. P. 229–236.
11. Paje S.E., Garcia M.A., Villegas M.A., Llopis J. Optical properties of silver ion-exchanged antimony doped glass // *Journal of Non-alline Solids*. 2000. V. 278. N 1-3. P. 128–136.
12. Oomen E.W.J.L., Smit W.M.A., Blasse G. Jahn-Teller effect in the emission and excitation spectra of the  $Sb^+$  ion in  $LPO_4$  ( $L = Sc, Ln, Y$ ) // *Physical Review B*. 1988. V. 37. N 1. P. 18–26.
13. Masai H., Matsumoto S., Fujiwara T., Tokuda Y., Yoko T. Photoluminescent properties of Sb-doped phosphate glass // *Journal of American Ceramic Society*. 2012. V. 95. N 3. P. 862–865.
14. Glebova L., Ehrt D., Glebov L. Luminescence of dopants in PTR glass // *Phys. Chem. Glasses: Eur. J. Glass Sci. Technol. B*. 2007. V. 48. N 5. P. 328–331.
15. Caldino U., Speghini A., Bettinelli M. Optical spectroscopy of zinc metaphosphate glasses activated by  $Ce^{3+}$  and  $Tb^{3+}$  ions // *Journal of Physics Condensed Matter*. 2006. V. 18. N 13. P. 3499–3508.
16. Eljoughari N., Parent C., Zhang J.C., Daoudi A., Leflem G. White-light generation using fluorescent glasses Activated by  $Ce^{3+}$ ,  $Tb^{3+}$  and  $Mn^{2+}$  ions // *Journal of Physics*. 1992. V. 4(2). P. 257–260.

- Клыкова Алина Михайловна** – студент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, alinaklykova91@gmail.com
- Сидоров Александр Иванович** – доктор физико-математических наук, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия; профессор, старший научный сотрудник, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ», Санкт-Петербург, Россия aisidorov@qip.ru
- Шахвердов Теймур Азимович** – кандидат физ.-мат. наук, ведущий инженер, старший научный сотрудник, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, teimur@list.ru
- Alina M. Klykova** – student, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, alinaklykova91@gmail.com
- Alexander M. Sidorov** – Professor, ITMO University, Saint Petersburg, Russia; Professor, D.Sc., senior scientific researcher, Saint Petersburg Electrotechnical State University "LETI", Saint Petersburg, Russia, aisidorov@qip.ru
- Teimur A. Shakhverdov** – leading engineer, PhD, senior scientific researcher, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, teimur@list.ru

Принято к печати 11.03.2014

Accepted 11.03.2014

УДК 537.9, 536.631, 539.26

## ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОЗАЩИТНЫХ СВОЙСТВ КОМПОЗИТНОГО МАТЕРИАЛА ЖИДКОЕ СТЕКЛО–МИКРОЧАСТИЦЫ ГРАФИТА<sup>1</sup>

В.А. Гостев<sup>а</sup>, Е.А. Питухин<sup>а</sup>, А.С. Устинов<sup>а</sup>, Д.А. Яковлева<sup>а</sup>

<sup>а</sup> Петрозаводский государственный университет, Петрозаводск, Россия, vgostev@psu.karelia.ru

Приведены результаты исследования композитного материала жидкое стекло–микрочастицы графита с повышенной термостойкостью и теплоизоляционными свойствами. Предложена композиция, состоящая из графита (42% по массе), жидкого стекла  $\text{Na}_2\text{O}(\text{SiO}_2)_n$  (50% по массе) и отвердителя – натрия кремнефтористого  $\text{Na}_2\text{SiF}_6$  (8% по массе). Предложена технология получения такой композиции. Экспериментально получены образцы композитного материала с частицами наполнителя (графита) размером несколько микрометров. Это подтверждено исследованием образцов методами рентгеноструктурного анализа и электронной микроскопии. Проведен качественный и количественный фазовый анализ структуры композитного материала. Выявлены значения предельных нагрузок, которые приводят к разрушению композитного материала. Выявлен характер разрывной поверхности. Определены численные значения удельной теплоемкости и коэффициента теплопроводности. Экспериментально получены зависимости удельной теплоемкости и коэффициента теплопроводности от температуры при монотонном нагреве. Исследования подтвердили повышенные теплоизоляционные свойства предложенной композиции. Композитные материалы с такими характеристиками могут быть рекомендованы в качестве покрытий, предназначенных для уменьшения тепловых потерь и устойчивых к воздействию высоких температур. В силу общедоступности и низкой стоимости компонентов предложенный материал может производиться в промышленных масштабах.

**Ключевые слова:** композиционный материал, теплоизоляционные свойства, жидкое стекло, наполнитель графит, рентгеноструктурный анализ, теплоемкость, теплопроводность.

## THERMAL INSULATION PROPERTIES RESEARCH OF THE COMPOSITE MATERIAL WATER GLASS–GRAPHITE MICROPARTICLES<sup>1</sup>

V.A. Gostev<sup>a</sup>, E.A. Pituhin<sup>a</sup>, A.S. Ustinov<sup>a</sup>, D.A. Yakovleva<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Petrozavodsk State University, Petrozavodsk, Russia, vgostev@psu.karelia.ru

Research results for the composite material (CM) water glass–graphite microparticles with high thermal stability and thermal insulation properties are given. A composition consisting of graphite (42 % by weight), water glass  $\text{Na}_2\text{O}(\text{SiO}_2)_n$  (50% by weight) and the hardener - sodium silicofluoric  $\text{Na}_2\text{SiF}_6$  (8% by weight). Technology of such composition receipt is suggested. Experimental samples of the CM with filler particles (graphite) and a few microns in size were obtained. This is confirmed by a study of samples by X-ray diffraction and electron microscopy. The qualitative and quantitative phase analysis of the CM structure is done. Load limit values leading to the destruction of CM are identified. The character of the rupture surface is detected. Numerical values of specific heat and thermal conductivity are defined. Dependence of the specific heat capacity and thermal conductivity on temperature at monotonic heating is obtained experimentally. Studies have confirmed the increased thermal insulation properties of the proposed composition. CM with such characteristics can be recommended as a coating designed to reduce heat losses and resistant to high temperatures. Due to accessibility and low cost of its components the proposed material can be produced on an industrial scale.

**Keywords:** composite material, thermal insulation properties, water glass, graphite filler, X-ray analysis, specific heat, thermal conductivity

### Введение

В настоящее время одной из важных проблем является создание материалов и покрытий, предназначенных для уменьшения тепловых потерь и устойчивых к воздействию высоких температур. Одним из путей решения данного вопроса является разработка технологии приготовления и применения композитов, после нанесения которых на поверхность замедляется ее прогрев [1]. За последние десятилетия композиты активно вошли в практику и заменили традиционные материалы в энергетике, транспорте, электронике и других сферах деятельности. Отличие большинства композиционных материалов от традиционных состоит в том, что процесс их изготовления может быть совмещен с процессом изготовления изделия [1]. Применение графита в качестве наполнителя [2] обосновано его высокой температурной и химической стойкостью. Широко известны композиционные материалы (КМ) на основе оксидных форм магния и алюминия [3–6] и других глиноземсодержащих компонентов, которые близки по составу, но имеют различную химическую активность по отношению к жидкому стеклу. Также существует мировой опыт применения композитных технологий на основе углеродных волокон [7–12].

Авторами настоящей работы разработан, получен и экспериментально исследован новый по составу КМ с повышенной термостойкостью и теплоизоляционными свойствами.

### Исследование исходного материала наполнителя

Исследован фазовый состав исходного графита методом рентгеноструктурного анализа на дифрактометре ДРОН-3 в  $\text{FeK}\alpha$  излучении. Время регистрации интенсивности при каждом фиксированном угле

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке Программы стратегического развития Петрозаводского государственного университета на 2012–2016 годы.

<sup>1</sup>The work was supported by the Program for strategic development of Petrozavodsk State University for 2012-2016.

составляло 20 с. Съёмки проводились в геометрии на отражение в интервале углов 3–145° с шагом 0,05°. По результатам анализа (рис. 1) сделан вывод, что модификация графита является гексагональной. В материале выявлено наличие примеси кремнезема SiO<sub>2</sub> до 3% по массе.

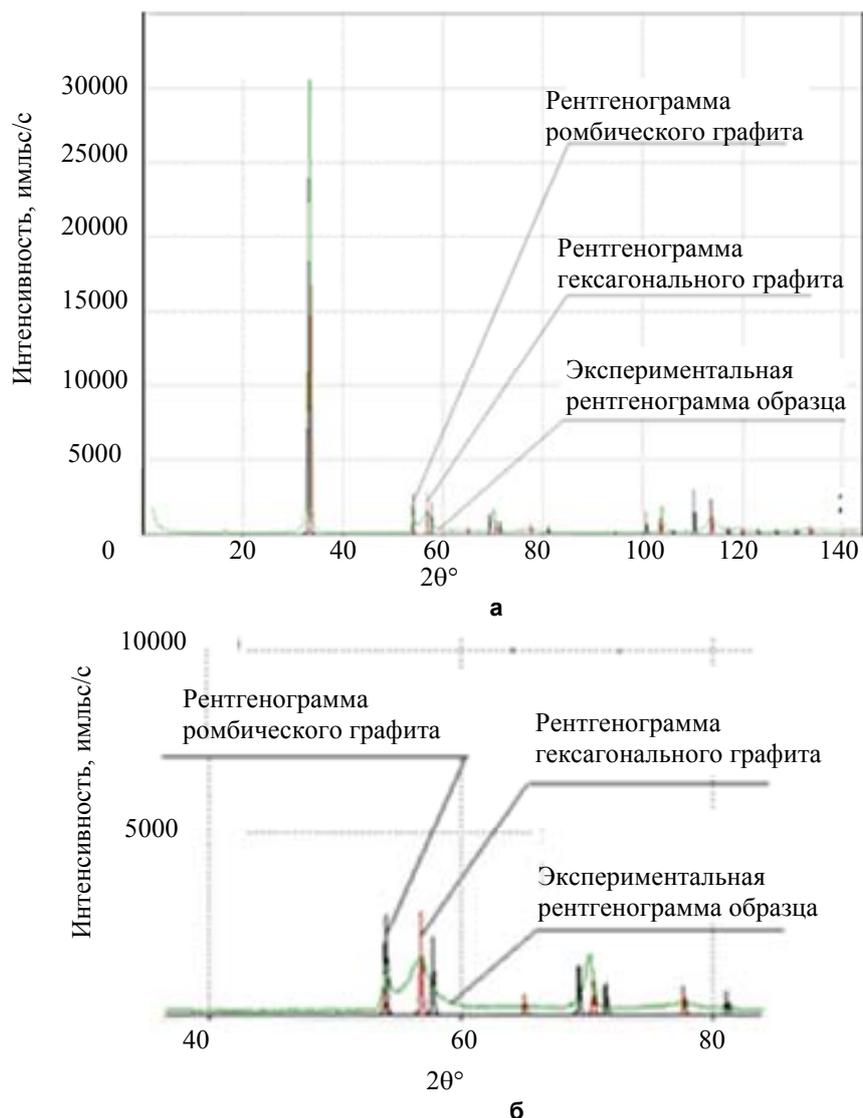


Рис. 1. Общий вид теоретически рассчитанной рентгенограммы ромбического, гексагонального графитов (а): экспериментальная рентгенограмма образца графита в диапазоне  $2\theta=40^{\circ}-80^{\circ}$  (б)

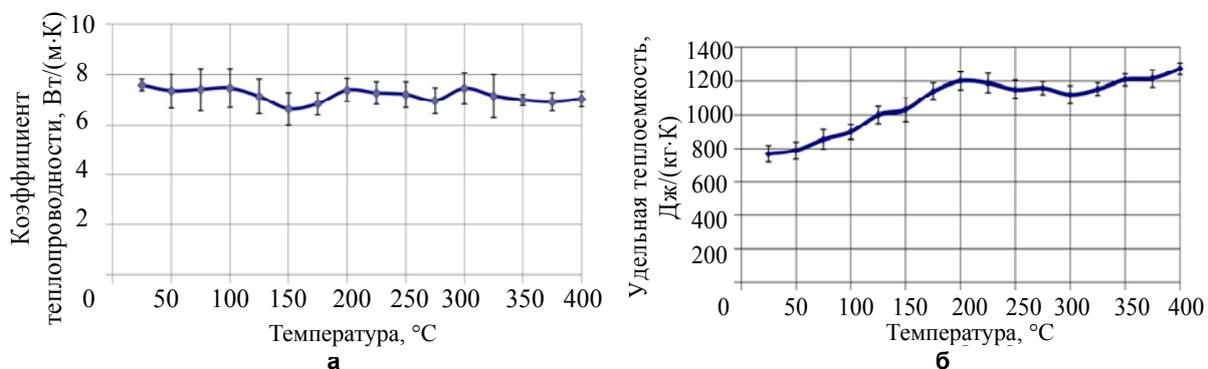


Рис. 2. Значения коэффициента теплопроводности  $\lambda$  графита (а) и значения удельной теплоемкости  $c$  графита (б) при изменении температуры от 25°C до 400°C

Для определения термостойкости исходных образцов графита и оценки теплоизоляционных свойств были проведены измерения коэффициента теплопроводности (рис. 2, а) и удельной теплоемкости (рис. 2, б) при температуре от 25 °С до 400 °С с помощью измерителей ИТ- $\lambda$ -400 и ИТ-с-400 в режиме

монотонного нагрева [13–15]. Результаты измерений обрабатывались методами математической статистики. Случайная погрешность измерений при коэффициенте Стьюдента, равном 2,9, с вероятностью 0,90 показана на графиках (рис. 2).

Из рис. 2, а, видно, что значение коэффициента теплопроводности КМ при изменении температуры от 25 °С до 400 °С меняется незначительно и остается в диапазоне 6–8 Вт/(м·К) с учетом случайной погрешности измерений. Рис. 2, б, иллюстрирует кусочно-линейный характер возрастания удельной теплоемкости. При изменении температуры в интервале от 25 °С до 200 °С наблюдается значительный рост удельной теплоемкости от 800 Дж/(кг·К) до 1200 Дж/(кг·К) по сравнению с участком нагрева от 200 °С до 400 °С, где удельная теплоемкость возрастает незначительно от 1200 Дж/(кг·К) до 1270 Дж/(кг·К). Такая зависимость может объясняться, в частности, испарением внутренней влаги на первом участке нагрева КМ.

#### Получение композитного материала на основе жидкого стекла с наполнителем графитом

На первом этапе изготовления микрокомпозиции был получен микропорошок графита с размером частиц 1–10 мкм путем помола исходных образцов, что, по нашему мнению, обеспечивает большую поверхность смачивания, увеличение адгезии и площади фазового контакта. Помол осуществлялся с помощью лабораторной планетарно-центрибежной мельницы – активатора ГЕФЕСТ-2 (АГО-2У).

На втором этапе приготавливался композитный материал. В качестве связующего компонента выбрано жидкое стекло натриевое  $\text{Na}_2\text{O}(\text{SiO}_2)_n$  с силикатным модулем 2,8. Жидкостекольную композицию готовили при комнатной температуре, смешивая вручную в ступке порошок графита (42% по массе), жидкое стекло (50% по массе) и отвердитель – натрий кремнефтористый  $\text{Na}_2\text{SiF}_6$  (8% по массе). Соотношение компонентов подобрано авторами работы экспериментально при условии отсутствия разрушения образцов при нагреве до 100 °С, что позволило проводить исследования при повышенной температуре. Процентное соотношение по массе определялось путем взвешивания на электронных весах. Процесс смачивания частиц связующим компонентом протекал в течение 7 суток. Снимки поверхности образцов с помощью электронного микроскопа Hitachi SU 1510 (рис. 3) подтвердили, что частицы графита в композиции имеют размеры несколько микрометров. Структура поверхности хорошо просматривается.

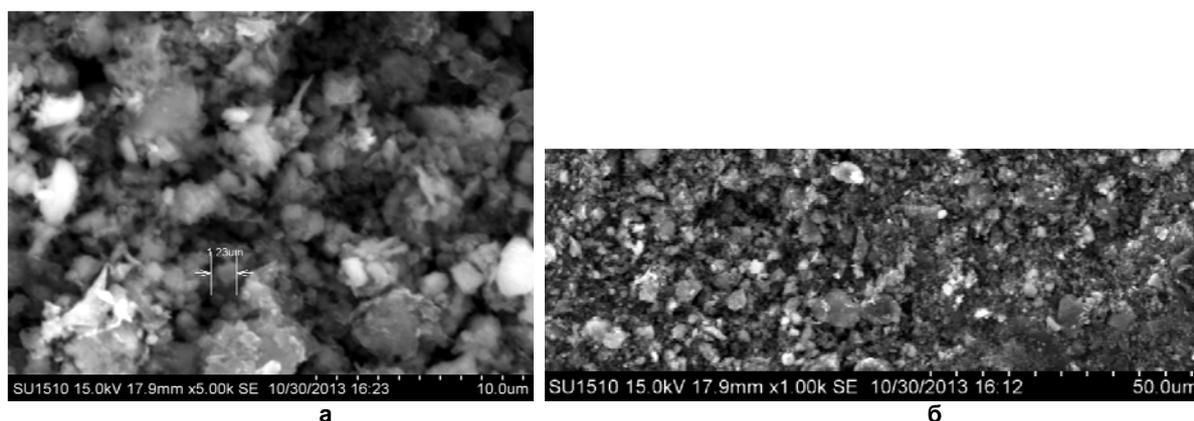


Рис. 3. Микрофотографии поверхности жидкостекольной композиции с наполнителем графитом с размерами изображения по горизонтали: 10 мкм (а); 50 мкм (б)

#### Механические испытания композиционного материала на прочность

Важной характеристикой, определяющей прочностные свойства композиционного материала, является адгезия [6]. Эта характеристика в значительной степени влияет на наступление предельного состояния при нагрузках. Для исследования процессов, происходящих при смешении графита с жидким стеклом в присутствии отвердителя, проведены механические испытания композиционного материала [16, 17] с целью определения нагрузки, необходимой для отрыва испытываемого покрытия от поверхности основания. Готовая композиция наносилась на деревянные образцы (толщина слоя 2 мм). После полного высыхания образцы разрывали, определяя нагрузку в момент разрыва покрытия с точностью 10 Н/м<sup>2</sup>. Нагрузка на образец прикладывалась путем подвешивания груза на приспособления – крючки (рис. 4, а, б). Разрушение образцов (рис. 4, в-д) происходило по границе композитного материала и подложек по самой структуре в продольном сечении. Трещины в образцах не образовывались. Предельное зафиксированное значение нагрузки составило 1,22 МПа.

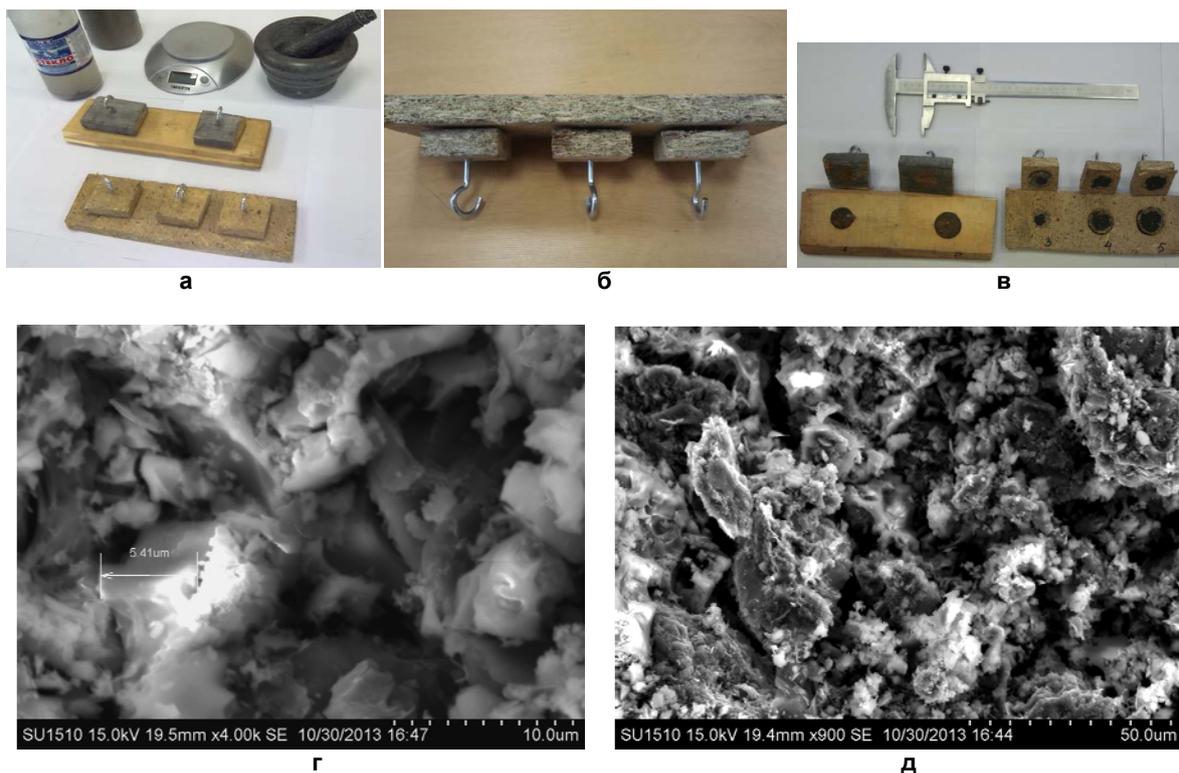


Рис. 4. Приспособления для определения нагрузки для отрыва покрытия и снимки разрывной поверхности после эксперимента (электронный микроскоп Hitachi SU 1510): деревянные приспособления (общий вид) (а); деревянные приспособления (вид сбоку) (б); характер отрыва покрытия (в); микрофотографии поверхности отрыва (масштаб 10 мкм) (г); микрофотографии поверхности отрыва (масштаб 50 мкм) (д)

#### Исследование строения и физических свойств композитного материала на основе жидкого стекла с наполнителем графитом

С целью обеспечения достоверности результатов эксперимента исследовались четыре одинаковых образца. Для определения термостойкости композитного материала два образца монотонно нагревали от 25 °С до 400 °С. Другие два образца являлись контрольными. Проведен рентгеноструктурный анализ образцов с использованием дифрактометра ДРОН-3 (FeK $\alpha$  излучение, длина волны  $1,93597 \cdot 10^{-10}$  м) (рис. 5).

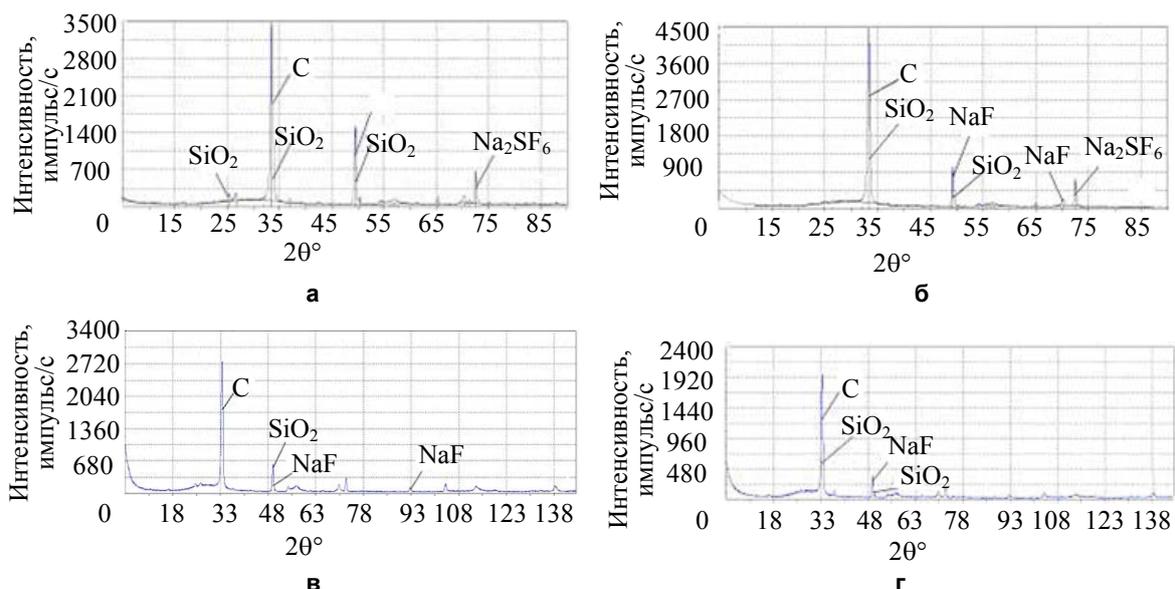


Рис. 5. Рентгенограммы исследуемых образцов: № 1 (а); № 2 (б); № 3 (в); № 4 (г)

Из сравнения рентгенограмм всех четырех образцов – двух, прогретых до 400 °С (рис. 5, а, б), и двух, не подвергавшихся прогреву (рис. 5, в, г) – видно, что положения дифракционных максимумов совпадают. Качественный анализ показал, что исследуемые образцы многофазны. Фаза графита принадлежит гексагональному графиту. Диоксид кремния  $\text{SiO}_2$  находится в кристаллическом состоянии  $\alpha$ -кварц. Изменение фона при  $2\theta=27$  показывает, что в композиции присутствуют также аморфный диоксид кремния  $\text{SiO}_2$  и фторид натрия  $\text{NaF}$  в виде кристаллов. Присутствие фазы натрия кремнефтористого  $\text{Na}_2\text{SiF}_6$  в кристаллическом виде показывает, что химическая реакция образования геля кремниевой кислоты, который связывает фазу наполнителя, прошла не полностью.

Количественный анализ фазового состава производился на электронном микроскопе Hitachi SU 1510 и на дифрактометре ДРОН-3. Анализ базируется на точном определении положений дифракционных максимумов. Результаты исследования КМ приведены в таблице. Спектры излучения, полученные на электронном микроскопе, приведены на рис. 6.

Фаза	Массовые доли компонентов в образцах, %				Среднее значение, %	Молярная масса, г/моль	Молярная доля, $x_i$
	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4			
C	42,1	42	44,2	42,4	42,6	12	0,76
NaF	22,8	21	22,8	21,7	22,1	41,98	0,11
$\text{SiO}_2$	33	32,7	30,9	34,2	32,8	60,08	0,12
$\text{Na}_2\text{SiF}_6$	2,1	4,3	2,1	1,7	2,5	188	0,01

Таблица. Значения массовых и молярных долей компонентов КМ

Таким образом, авторами показано, что исследуемый материал характеризуется термостойкостью и способен сохранять практически неизменным химическое строение в диапазоне температур от 25 °С до 400 °С.

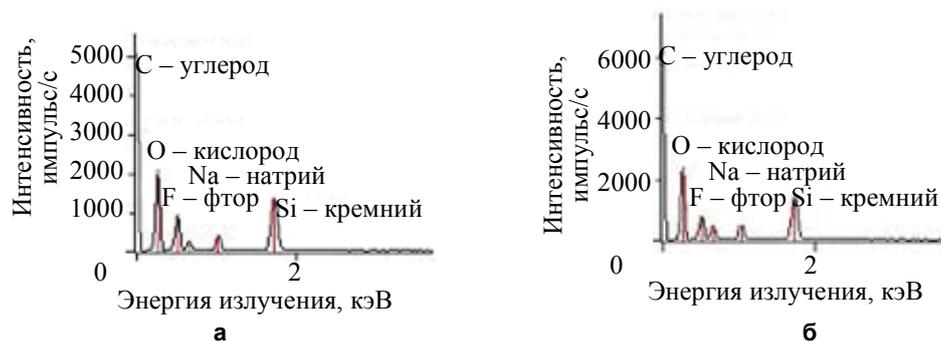


Рис. 6. Спектр излучения образцов КМ, не подвергавшегося прогреву (образец № 1) (а) и прогретого (образец № 2) (б)

Для оценки теплоизоляционных свойств образцов КМ проведены измерения коэффициента теплопроводности  $\lambda$ , Вт/(м·К) (рис. 7, а) и удельной теплоемкости смеси  $c_{см}$  (рис. 7, б) при температуре от 25 °С до 400 °С с помощью измерителей ИТ- $\lambda$ -400 и ИТ-с-400 в режиме монотонного нагрева [7–9]. Результаты измерений обрабатывались методами математической статистики. Случайная погрешность измерений при коэффициенте Стьюдента, равном 2,9 с вероятностью 0,90 показана на графиках (рис. 7).

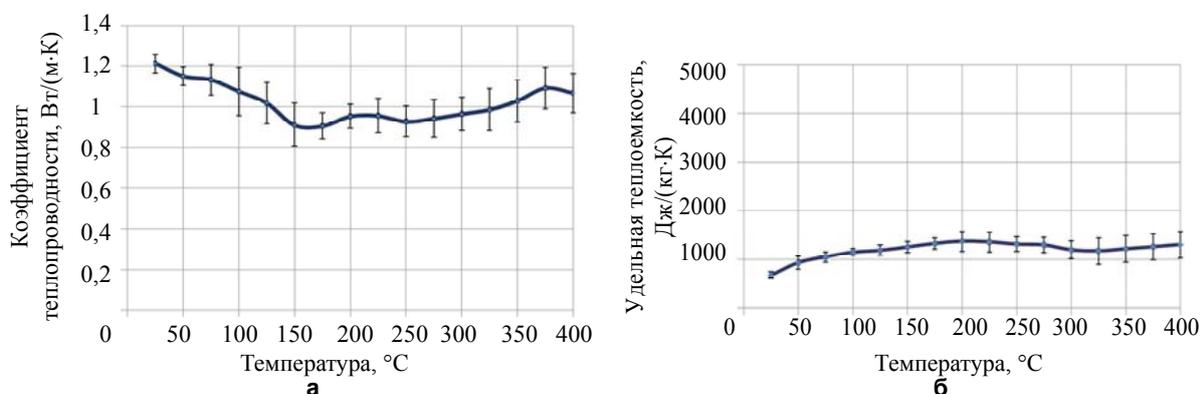


Рис. 7. Температурная зависимость образцов КМ: коэффициента теплопроводности  $\lambda$  (а) и удельной теплоемкости  $c_{см}$  (б) в диапазоне от 25°С до 400°С

Таким образом, в ходе исследования показаны повышенные теплоизоляционные свойства КМ. Так, при монотонном увеличении температуры в диапазоне от 25 °С до 400 °С значение удельной теплоемкости логарифмически возрастает от 700 до 1200 Дж/(кг·К). В конце нагрева наблюдается замедление роста удельной теплоемкости. Значение коэффициента теплопроводности в том же температурном диапазоне (плавный нагрев) находится в пределах 0,85–1,2 Вт/(м·К).

### Заключение

Исследован композиционный материал с повышенной термостойкостью и теплоизоляционными свойствами [6, 18].

Рентгеноструктурный анализ образцов, подвергнутых нагреву до 400 °С, показал, что материал способен сохранять неизменным химическое строение, что подтверждает его повышенную термостойкость. Экспериментально полученные зависимости удельной теплоемкости и коэффициента теплопроводности от температуры показали хорошие теплоизоляционные свойства композитного материала.

Композитный материал с такими характеристиками может быть применен в качестве материала или покрытия, предназначенного для уменьшения тепловых потерь и устойчивого к воздействию высоких температур. В силу общедоступности и низкой стоимости его компонентов предложенный материал может производиться в промышленных масштабах.

### Литература

1. Карпов Я.С., Ивановская О.В. Композиционные материалы: компоненты, структура, переработка в изделия. Харьков: Изд-во Нац. аэрокосм. ун-та, 2001. 153 с.
2. Химическая энциклопедия: В 5 т. / Гл. ред. И.Л. Кнунянц, Н.С. Зефирова. М.: Советская энциклопедия, 1998.
3. Коренев В.И., Данилов В.В. Растворимое и жидкое стекло. СПб: Стройиздат, 1996. 213 с.
4. Романенков И.Г., Левитес Ф.А. Огнезащита строительных конструкций. М: Стройиздат, 1991. 320 с.
5. Мешалкин А.Б., Каплун А.Б. Исследование фазовых равновесий в системе Na<sub>2</sub>O-SiO<sub>2</sub> // Журнал неорганической химии. 2003. Т. 48. № 10. С. 1712–1714.
6. Еремина Н.В. Огнезащитные композиции на основе жидкого стекла и механически активированных оксидов алюминия и магния: Дис. ... канд. техн. наук. Томск, 2007. 156 с.
7. Murariu M., Dechief A.L., Bonnaud L., Paint Y., Gallos A., Fontaine G., Bourbigot S., Dubois P. The production and properties of polylactide composites filled with expanded graphite // Polymer Degradation and Stability. 2010. V. 95. N 5. P. 889–900.
8. Huang J., Baird D.G., McGrath J.E. Development of fuel cell bipolar plates from graphite filled wet-lay thermoplastic composite materials // Journal of Power Sources. 2005. V. 150. N 1–2. P. 110–119.
9. Sadasivuni K.K., Ponnamma D., Thomas S., Grohen Y. Evolution from graphite to graphene elastomer composites // Progress in Polymer Science. 2014. V. 39. N 4. P. 749–780.
10. Das A., Kasaliwal G.R., Jurk R., Boldt R., Fischer D., Stöckelhuber K.W., Heinrich G. Rubber composites based on graphene nanoplatelets, expanded graphite, carbon nanotubes and their combination: A comparative study // Composites Science and Technology. 2012. V. 72. N 16. P. 1961–1967.
11. Barreto C., Proppe J., Fredriksen S., Hansen E., Rychwalski R.W. Graphite nanoplatelet/pyromellitic dianhydride melt modified PPC composites: Preparation and characterization // Polymer. 2013. V. 54. N 14. P. 3574–3585.
12. Wang B., Jiao Y., Gu A., Liang G., Yuan L. Dielectric properties and mechanism of composites by superposing expanded graphite/cyanate ester layer with carbon nanotube/cyanate ester layer // Composites Science and Technology. 2014. V. 91. P. 8–15.
13. ГОСТ 7076-99. Материалы и изделия строительные. Метод определения теплопроводности и термического сопротивления при стационарном тепловом режиме. Введ. 01.04.2000. М.: Стандартинформ, 2000. 27 с.
14. ГОСТ 23250-78. Материалы строительные. Метод определения удельной теплоемкости. Введ. 01.01.1979. М.: Изд-во стандартов, 1979. 11 с.
15. Волков Д.П., Кораблев В.А., Заричняк Ю.П. Приборы и методы для измерения теплофизических свойств веществ. СПб: СПбГУ ИТМО, 2006. 66 с.
16. ГОСТ 15140-78. Материалы лакокрасочные. Методы определения адгезии. Введен 01.01.79. М.: Изд-во стандартов, 1979. 12 с.
17. ГОСТ 28574-90. Защита от коррозии в строительстве. Конструкции бетонные и железобетонные. Методы испытаний адгезии защитных покрытий. Введ. 01.01.1991. М.: Изд-во стандартов, 1990. 7 с.
18. Волкова В.К. Теплофизические свойства композиционных материалов с полимерной матрицей и твердых растворов. М.: Наука образование, 2011. 104 с.

- Гостев Валерий Анатольевич* – кандидат физико-математических наук, доцент, Петрозаводский государственный университет, Петрозаводск, Россия, [vgostev@psu.karelia.ru](mailto:vgostev@psu.karelia.ru)
- Питухин Евгений Александрович* – доктор технических наук, профессор, Петрозаводский государственный университет, Петрозаводск, Россия, [Eugene@petsu.ru](mailto:Eugene@petsu.ru)
- Устинов Антон Сергеевич* – старший преподаватель, Петрозаводский государственный университет, Петрозаводск, Россия, [smi06@mail.ru](mailto:smi06@mail.ru)
- Яковлева Дарья Алексеевна* – студент, Петрозаводский государственный университет, Петрозаводск, Россия, [speedtree@rambler.ru](mailto:speedtree@rambler.ru)
- Valeriy A. Gostev* – Associate professor, PhD, Petrozavodsk State University, Petrozavodsk, Russia, [vgostev@psu.karelia.ru](mailto:vgostev@psu.karelia.ru)
- Eugene A. Pitukhin* – Professor, D.Sc., Professor, Petrozavodsk State University, Petrozavodsk, Russia, [Eugene@petsu.ru](mailto:Eugene@petsu.ru)
- Anton S. Ustinov* – senior lecturer, Petrozavodsk State University, Petrozavodsk, Russia, [smi06@mail.ru](mailto:smi06@mail.ru)
- Darya A. Yakovleva* – student, Petrozavodsk State University, Petrozavodsk, Russia, [speedtree@rambler.ru](mailto:speedtree@rambler.ru)

*Принято к печати 07.02.2014*

*Accepted 07.02.2014*

УДК 621.391.037.372

ФОРМИРОВАНИЕ ШТРИХ-КОДА ПО ИЗОБРАЖЕНИЯМ ЛИЦ  
НА ОСНОВЕ ГРАДИЕНТОВ ЯРКОСТИ<sup>1</sup>

Г.А. Кухарев<sup>a</sup>, Ю.Н. Матвеев<sup>b, c</sup>, Н.Л. Щеголева<sup>d</sup>

<sup>a</sup> Западно-Поморский технологический университет в Щецине, Щецин, Польша, gkukharev@wi.zut.edu.pl

<sup>b</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, matveev@mail.ifmo.ru

<sup>c</sup> ООО «ЦРТ-инновации», Санкт-Петербург, Россия, matveev@speechpro.ru

<sup>d</sup> Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет (ЛЭТИ), Санкт-Петербург, Россия, NLSchegoleva@etu.ru

Приведен анализ существующих подходов к формированию штрих-кодов, дано описание типовой структуры системы формирования штрих-кодов по изображениям лиц. Предложен метод формирования линейного штрих-кода по изображениям лиц, основанный на разностных градиентах яркости, представляющих изображения лиц в форме исходных признаков. Далее эти признаки усредняются на ограниченном числе интервалов, квантуются в диапазоне десятичных цифр от 0 до 9 и преобразуются в стандартный штрих-код. Тестирование выполнено на базе Faces94 и базе композитных лиц различных возрастов. В рамках тестов показано, что сформированный штрих-код не изменяется при изменении локальных размеров лиц, их повороте в плоскости XY, изменении ракурса и зеркальном повороте вокруг вертикальной оси, а также при изменениях речевой мимики и возрастных изменениях лиц. Предложенный метод предлагает новое решение для практики использования в реальных условиях – при наличии динамики изменения параметров изображений лиц. При этом подход не требует больших вычислительных затрат, а также использования специализированных пакетов программ по обработке изображений, что создает условия для формирования линейных штрих-кодов в рамках мобильных систем и систем реального времени.

**Ключевые слова:** изображения лиц, градиенты яркости, штрих-код, системы реального времени.

CREATING OF BARCODES FOR FACIAL IMAGES  
BASED ON INTENSITY GRADIENTS<sup>1</sup>

G.A. Kukharev<sup>a</sup>, Yu.N. Matveev<sup>b, c</sup>, N.L. Shchegoleva<sup>d</sup>

<sup>a</sup> Westpomeranian University of Technology, Szczecin, Poland, gkukharev@wi.zut.edu.pl

<sup>b</sup> ITMO University, Saint Petersburg, Russia, matveev@mail.ifmo.ru

<sup>c</sup> «STC-Innovation» LLC, Saint Petersburg, Russia, matveev@speechpro.com

<sup>d</sup> Saint Petersburg Electrotechnical University (LETI), Saint Petersburg, Russia, NLSchegoleva@etu.ru

The paper provides analysis of existing approaches to the generating of barcodes and description of the system structure for generating of barcodes from facial images. The method for generating of standard type linear barcodes from facial images is proposed. This method is based on the difference of intensity gradients, which represent images in the form of initial features. Further averaging of these features into a limited number of intervals is performed; the quantization of results into decimal digits from 0 to 9 and table conversion into the standard barcode is done. Testing was conducted on the Face94 database and database of composite faces of different ages. It showed that the proposed method ensures the stability of generated barcodes according to changes of scale, pose and mirroring of facial images, as well as changes of facial expressions and shadows on faces from local lighting. The proposed solutions are computationally low-cost and do not require the use of any specialized image processing software for generating of facial barcodes in real-time systems.

**Keywords:** facial images, brightness gradients, barcode, real-time systems.

Введение

Кодирование с помощью штрих-кодов разнообразных товаров, платежных счетов и финансовых документов, рекламных объявлений и услуг широко и бесповоротно вошло в нашу повседневную жизнь. Чтение таких штрих-кодов осуществляется просто и мгновенно с помощью специальных считывающих устройств, а понимание их содержательной части вообще не составляет труда, поскольку здесь решается задача в рамках поиска по упорядоченному списку.

Идеи использования штрих-кодов входят и в совершенно новые области, в том числе, например, и в области биометрии и боди-арта [1, 2]. Так, в [1] впервые в современной истории было показано применение штрихового кода для идентификации людей в момент реализации ими электронных платежей, а в [2] штрих-код, нанесенный на тело человека, рекламируется как модная татуировка. Через 10 лет после опубликования работы [1] авторы работ [3, 4] отметили, что вся информация о человеческом лице содержится в горизонтальных линиях, таких как линия бровей, линия глаз и линия губ. Эту информацию мож-

<sup>1</sup> Работа выполнена при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01).

<sup>1</sup> This work was financially supported by the Government of the Russian Federation (Grant 074-U01)

но представить в виде набора черных и белых линий, т.е. в виде некоторого бинарного кода, который авторы назвали «биологическим штрих-кодом». А в работе [5] отмечается, что биологический штрих-код, трансформированный в стандартный штрих-код, можно использовать для идентификации людей. Методы построения и применения биологического штрих-кода в задаче сравнения изображений лиц были представлены в монографии [6], хотя их широкое применение остается под вопросом, что также отмечено в [6]. Этот вывод основывается на том, что представление изображений лиц в форме бинарных кодов может быть полезным только в случае задачи классификации обобщенного класса «изображения лиц людей» среди других классов изображений, не включающих лица.

Наиболее полно история задач построения штрих-кодов по изображениям лиц и возможные подходы к ее решению представлены в работах [7–9]. В работе [7] представлен метод формирования штрих-кода непосредственно по заданному изображению лица. Этот метод основан на вычислении гистограммы яркости исходного полутонового изображения, усреднении гистограммы на ограниченном числе интервалов яркости, последующем квантовании в диапазоне десятичных цифр от 0 до 9 и табличном преобразовании полученного результата в стандартный линейный штрих-код EAN-8.

Отметим, что предложенный в [7] метод может иметь некоторые ограничения в практике его применения в биометрии, поскольку в качестве основных признаков исходных изображений лиц используются гистограммы их яркости. С другой стороны, например, гистограммы яркости, используемые как признаки, обеспечивают высокую результативность поиска изображений с лицами в больших базах данных [10] и часто являются единственным инструментом в системах поиска изображений по содержанию (Content-based image retrieval – CBIR).

Тем не менее, в настоящей работе, развивающей идеи [7], предлагается новый подход для представления изображения лица в форме линейных штрих-кодов по типу EAN-8, EAN-13 (или UPS) в условиях заметной динамики изменения параметров изображений лиц. При этом подход не требует больших вычислительных затрат, а также использования специализированных пакетов программ по обработке изображений, что создает условия для формирования линейных штрих-кодов в реальном времени и реализации их в рамках мобильных систем.

Далее в работе рассматривается структура и функции системы формирования штрих-кода для изображений лиц, метод формирования штрих-кода на основе разностных градиентов изображений лиц, результаты его тестирования в рамках выполненных компьютерных экспериментов. Моделирование выполнено в среде пакета MATLAB: соответствующие скриншоты содержат исходные изображения, промежуточные результаты и сформированные штрих-коды.

### Система формирования штрих-кода

Структура системы формирования штрих-кода представлена на рис. 1 и включает четыре основных блока: 1 – блок предобработки исходных изображений; 2 – экстрактор признаков; 3 – кодер признаков; 4 – генератор штрих-кода; а также вход и выход системы.



Рис. 1. Структура системы формирования штрих-кода

На вход системы поступает исходное изображение, а на выходе получаем сформированный по этому изображению штрих-код стандартного типа. В блоке 1 решаются две основные задачи. Первая – анализ исходного изображения с оценкой его параметров – размера, шкалы цветности, а также угла отклонения линии глаз от горизонтали. Вторая – поворот изображения на плоскости, если это необходимо исходя из результатов анализа, корректировка размеров изображения и выравнивание его яркости. Примеры решения этих задач можно найти, например, в монографии [6].

Часто в биометрических системах распознавания людей по лицам человек, стоящий перед камерой, старается выполнить условия, обеспечивающие стабильность съемки – захват портрета анфас при нейтральном выражении лица. Эти условия являются необходимыми для формирования стабильного штрих-кода. Однако в реальных сценариях достаточно сложно выдержать эти условия, поэтому необходимо допустить некоторые изменения изображений лиц, поступающих на вход системы. Так, в системах, основанных на идеях бимодальности [11], входными данными являются не только лица, но и голос человека. В этом случае мимика человека изменяется в процессе взаимодействия с системой – при произно-

шении некоторого контрольного слова или ответа на заданный вопрос. Примеры возможных изменений лиц для этих случаев показаны на рис. 2 (изображения взяты из базы изображений лиц Faces94 [12]).



Рис. 2. Изменение мимики говорящего человека (а) и выбор области интересов (б)

Обеспечение стабильности кодирования изображений лиц в условиях, показанных на рис. 2, зависит от выбора признаков, представляющих лица. Эта задача решается в блоке 2 (экстракторе признаков) (рис. 1). В предлагаемом ниже методе экстракция признаков осуществляется только из верхней области лица, в которую не включается область ниже середины промежутка нос/рот (область  $\frac{3}{4}$  на рис. 2, б). Верхняя (выбранная) часть лица не связана с мимикой произношений, что может обеспечить стабильность представляющих ее признаков.

При этом блок 3 (рис. 1) системы решает задачу кодирования признаков с представлением их требуемым числом десятичных цифр. Это достигается усреднением признаков на ограниченном числе интервалов и их квантованием в диапазоне десятичных цифр от 0 до 9. Именно на этом этапе элиминируется неучтенное ранее влияние динамики изменений параметров исходных изображений (и значений признаков) на результат кодирования.

Задача блока 4 в этом случае становится тривиальной – перекодирование результата, полученного в блоке 3, по таблицам в соответствии с алгоритмом [13] формирования стандартного штрих-кода. При этом алгоритм [13] включает вычисление контрольной суммы для кода, полученного в блоке 3, и преобразование этого кода в бинарную матрицу, представляющую исходное изображение в графической форме штрих-кода стандартного вида.

Предлагаемые в работе подходы позволяют формировать линейные штриховые коды по изображениям лиц в формате EAN-8 и могут быть применены для формирования других линейных штрих-кодов, например EAN-13 и UPS [13].

### Метод формирования штрих-кода

Пусть исходное изображение, представленное в шкале GRAY, имеет размер  $M \times N$ , и задачей является представление этого изображения в форме стандартного штрих-кода EAN-8.

Первоначальная экстракция признаков из исходного изображения основана на процедуре вычисления разностных градиентов яркости двух зеркально расположенных окон высотой  $H \geq 1$  пикселей и длиной, равной ширине исходного изображения. Идею метода формирования разностных градиентов и их кодирования в скользящем окне поясняет рис. 3.

Окна синхронно скользят по изображению лица с шагом  $S \geq 1$ . На каждом шаге скольжения вычисляются расстояния (например, в евклидовой метрике) между соответствующими областями изображений, «накрываемых окнами». Скольжение окон производится в области интереса, определяемой  $\frac{3}{4}$  области лица, что показано на рис. 3, а. При этом скольжение окон начинается практически на границе «волосы/лоб», а заканчивается на нижней границе области носа или под ним. Разностные градиенты в окнах, преобразованные в расстояния, подчеркивают перепады значений яркости на границе волосы/лоб, границах линии бровей, линии глаз и линии нос/губы – т.е. именно по линиям «биологического кода лица». Вычисленные значения расстояний представляют, таким образом, интегральную характеристику наименее изменяемой части лица в условиях заметной динамики параметров изображений с лицами.

В исходном положении два окна  $U$  и  $D$ , состоящие из  $H$  строк каждое, расположены зеркально относительно оси  $X$ . Всего выполняется  $T = LA$  шагов скольжения, причем  $L$  – длина кода, а  $A$  – интервал усреднения, определяемый числом признаков, по которым производится их усреднение.

При формировании штрих-кода в формате EAN-8  $L = 7$ , а параметр  $A \geq 2$  в общем случае выбирается из условия непересечения нижней границы  $(M - H)$  области интересов:

$$T = LA \leq (M - H). \quad (1)$$

При этом значение  $T$  должно примерно приходиться на нижнюю границу носа или между носом и губами, что примерно соответствует  $\frac{3}{4}$  высоты области лица. Это позволит исключить из рассмотрения нижнюю часть лица и, таким образом, элиминировать влияние эмоций и лицевой мимики на стабильность формирования штрих-кода. С другой стороны, если расчетное значение  $T > (M - H)$ , то необходимо

увеличивать размер исходного изображения до выполнения условия (1). Такое увеличение выполняется в блоке 1 системы на этапе коррекции размера изображения, о чем говорилось выше.

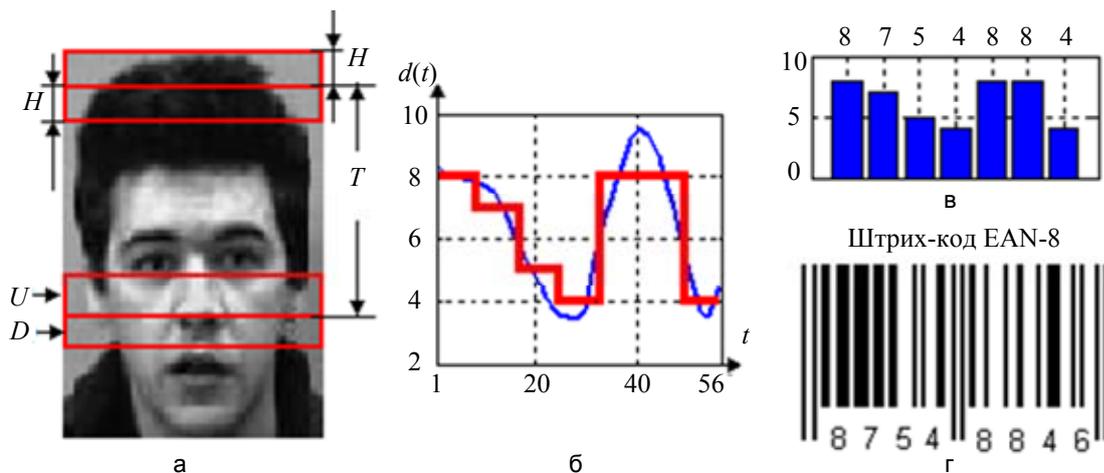


Рис. 3. К пояснению идеи метода градиентов: изображение с начальным и конечным положением верхнего ( $U$ ) и нижнего ( $D$ ) прямоугольных окон (а); плавная кривая расстояний  $d(t)$  между окнами и ее квантованное представление (ломаная кривая) (б); представление квантованных расстояний в форме бар-кода из 7 цифр (в) и сформированный штрих-код (г)

Теперь определим расстояние  $d(t)$  между окнами  $U$  и  $D$ :

$$d(t) = \|U(t) - D(t)\|, \forall t=1, 2, \dots, T, \quad (2)$$

где  $U(t)$  и  $D(t)$  – окна для шага скольжения  $t$ .

Полученный по (2) результат представлен на рис. 3, б, в форме плавной кривой. Далее этот результат передается на вход блока 3, где осуществляется его нормирование:

$$\bar{d}(t) = d(t) / \max(d), \quad t = 1, \dots, T. \quad (3)$$

Полученные по (3) значения усредняются на временном интервале  $A$  и затем квантуются в диапазоне десятичных цифр от 0 до 9 с помощью масштабного множителя  $scale$ :

$$\bar{d}(l) = f\left[\frac{scale}{A} \sum_{j=1}^A d(A(l-1) + j)\right], \quad l=1, 2, \dots, L, \quad (4)$$

где  $f[\cdot]$  – округление до целого с отбрасыванием дробной части;  $scale$  – масштабный множитель и  $9 < scale < 10$ , не целое.

Тем самым в (4) также достигается представление вектора расстояний в форме десятичного кода заданной длины. Результат (4) показан на рис. 3, в. Полученный по (4) результат с выхода блока 3 передается на вход блока 4, где формируется окончательный штрих-код, состоящий из 8 цифр. Здесь используется стандартный алгоритм, описанный в [13]. Штрих-код для этого случая показан на рис. 3, г.

### Эксперименты

Цель поставленных экспериментов – проверка стабильности формирования штрих-кодов для изображений лиц в условиях заметной динамики их характеристик. Эксперименты выполнены на базе фото-портретов Faces94 [12] и базе композитных лиц, представляющих изменения возраста человека [14].

**Тест 1.** Тест выполнен на базе изображений лиц Faces94. Использовались 100 классов по 11 изображений в каждом классе этой базы, для которых определялся штрих-код EAN-8. Исходные изображения были переведены в формат GRAY и приведены к размеру  $112 \times 92$  пикселя. При этом изображения не подвергались какой-либо предобработке с целью выравнивания размера, позиций линии глаз и антропометрических характеристик лиц. Пример результата для выполненного теста приведен на рис. 4.

Из каждого класса выбирался портрет под номером 1, и для него определялся штрих-код для следующих значений параметров управления процессом кодирования:

$$\{H = 23; S = 1; L = 7; A = 8; T = 56; scale = 9,5\}.$$

Затем для следующих 10 портретов каждого класса (с номера 2 до номера 11) также определялись штрих-коды по тем же параметрам управления процессом кодирования. В результате тестирования по всем 100 классам было получено 775 связанных пар изображений, имеющих одинаковые штрих-коды. Эти связанные пары изображений принадлежали только своим классам, что составило более 70% для 1000 тестовых изображений или в среднем по 7 пар на класс. При этом все тестовые изображения лиц имели существенную динамику изменения характеристик, о которой говорилось выше и которую можно увидеть на рис. 2.

Корреляция как дополнительный инструмент проверки специально введена в этот тест. В этом случае, например, корреляция свидетельствует почти о 100%-ном их подобии между векторами расстояний  $d(t)$  для исходных изображений лиц, в связи с чем можно было ожидать и полного совпадения штрих-кодов для них. Именно этот штрих-код и показан на рис. 4, д. Оценивая этот результат, можно отметить, что, несмотря на заметную динамику изменений параметров изображений лиц базы Faces94 (например, на рис. 4 – разную мимику лиц), были получены одинаковые штрих-коды.

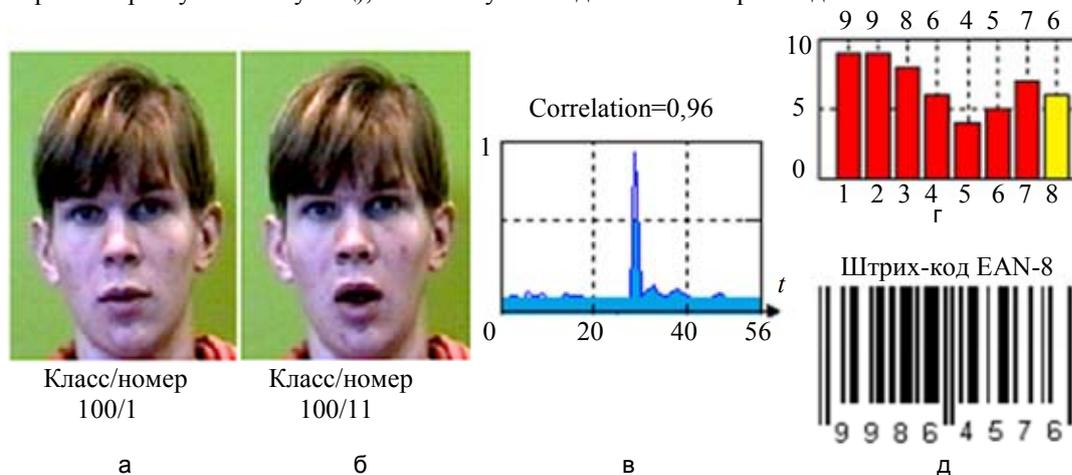


Рис. 4. Финишный результат для первого теста: первое (а) и последнее изображение (б), участвовавшие в тесте; фазовая корреляция между соответствующими признаками (в); квантованные значения расстояний в форме бар-кода для этих изображений (г); полученный штрих-код (д)



Рис. 5. Пример результатов для изображений с различной мимикой

На рис. 5 показан результат формирования штрих-кода для изображений, отличающихся мимикой и изменениями в области глаз. Здесь приведены две пары изображений лиц и соответствующий каждой паре штрих-код в стандарте EAN-8. При этом можно заметить следующее: изменения мимики лиц, изменение размера области лиц, а также и изменения в области глаз (глаза открыты или закрыты) не влияют на сформированный штрих-код. Эти результаты также получены в рамках теста 1.

**Тест 2.** Целью теста 2 – проверка стабильности формирования штрих-кода при изменении яркости контрольных изображений. Тест 2 реализован по тем же значениям параметров управления процессом кодирования, что тест 1. Однако, в отличие от теста 1, яркость контрольных изображений изменялась в пределах  $\pm 40\%$  относительно исходной яркости изображений базы Faces94. Полученные результаты сведены в таблицу. При этом можно отметить следующее: при изменении яркости на  $\pm 20\%$  относительно исходной результат остается достаточно стабильным; при изменении яркости на  $\pm 40\%$  относительно исходной число пар одинаковых штрих кодов уменьшилось почти вдвое.

Тест	1	2	3	4	база	5	6	7	8
Изображения									
Яркость %	140	130	120	110	100	90	80	70	60
Число пар	487	584	639	744	775	746	699	560	385

Таблица. Изменение числа найденных пар изображений при изменении их яркости

**Тест 3.** Целью теста была проверка стабильности формирования штрих-кода при зеркальном повороте тестового изображения и сохранения этой стабильности при дополнительной динамике изменений параметров изображений – шумов при съемке, локальных размеров лиц, поворота лица в плоскости XY,

поворота по ракурсу, а также при изменениях мимики лица. В рамках этого теста изображения лиц каждого класса (от номера 2 до номера 11) зеркально поворачивались относительно вертикальной оси, и для них определялись штрих-коды по тем же значениям параметров управления процессом кодирования, что и в тесте 1. При этом число найденных пар для 100 классов изображений составило 607 – в среднем по 6 пар на каждый класс. Некоторые пары изображений лиц с одинаковыми кодами показаны на рис. 6. При этом отчетливо видно, что между изображениями внутри своих пар заметны существенные отличия по размерам области лиц, мимике, ракурсу, теням на области глаз.

**Тест 4.** Цель последнего теста – проверка стабильности формирования штрих-кода при «старении» лица. В эксперименте были использованы 38 композитных изображений лиц [14], соответствующих изменению возраста 20–24 года и 60–64 года. Таким образом, возрастные изменения лиц прослеживались на интервале примерно 40 лет. Отметим, что на этом интервале фазовая корреляция между изображениями снижается до значения «0,2», а коэффициент структурного подобия снижается до значения 0,65, хотя их начальные значения равны 1. Это говорит о существенном изменении формы, размера и текстуры соответствующих изображений, моделирующих старение лиц.



Рис. 6. Примеры пар изображений лиц с одинаковыми штриховыми кодами

Значения параметров управления процессом кодирования были выбраны на этапе решения вариационной задачи и приняты следующими:

$$\{H = 22; L = 7; A = 7; T = 49; scale = 9,7-9,9\}, \quad (5)$$

при этом параметр *scale* можно было выбирать любым из приведенного диапазона.

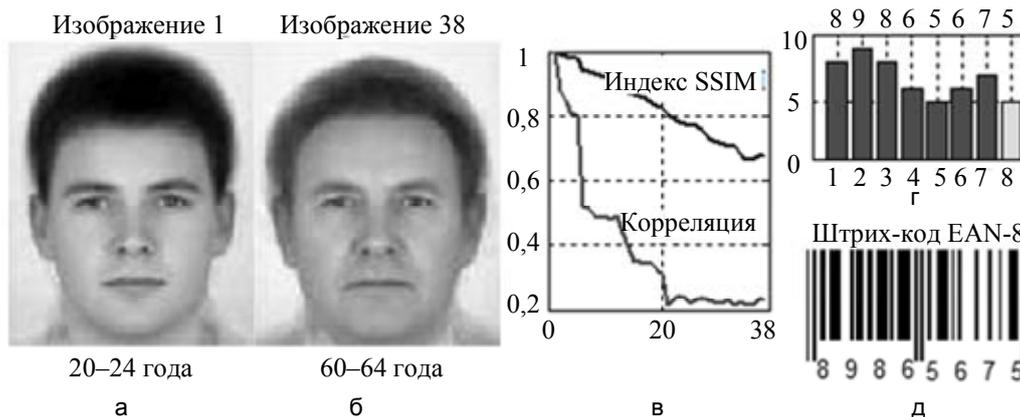


Рис. 7. Формирование штрих-кода при моделировании старения лиц: лица, соответствующие возрасту 20–24 (а) и 60–64 года (б); изменения значений корреляции и индекса структурного подобия SSIM [15] при изменении возраста лиц (в); квантованное представление градиентов яркости в форме бар-кода (г); соответствующий ему штрих-код (д)

Результаты выполненного эксперимента представлены на рис. 7, где показаны первое и последнее изображения базы [12], промежуточные оценки их подобия (рис. 7, в), бар-код квантованных и усредненных расстояний (рис. 7, г) и соответствующий им штрих-код (рис. 7, д). В бар-коде (рис. 7, г) светлый столбик определяет контрольное значение для первых 7 квантованных и усредненных значений расстояний.

Экспериментом показано, что в рамках метода разностных градиентов и параметров (5), штрих-код остается постоянным при моделировании старения лиц, хотя изменения формы, размера и текстуры соответствующих изображений были отмечены как формальными методами, так и заметны «на глаз».

### Заключение

В работе рассматривается задача формирования линейного штрих-код стандартного типа для изображений лиц. Для ее решения предложен метод, основанный на разностных градиентах яркости, представляющих изображения лиц в форме исходных признаков. Неучтенное в исходных признаках влияние динамики изменений параметров исходных изображений элиминируется их усреднением на ограниченном числе интервалов и квантованием в диапазоне десятичных цифр от 0 до 9. Полученный результат преобразуются затем в стандартный штрих-код. При этом штрих-коды формируются непосредственно по исходному изображению лица и, таким образом, содержат информацию о лице конкретного человека.

Проверка выполнена на этапе компьютерного моделирования на базе Faces94 и базе композитных лиц, моделирующих старение лица. Показано, что результат остается стабильным при изменении локальных размеров лиц, повороте лица по ракурсу и зеркальном повороте исходного изображения вокруг вертикальной оси, а также при изменениях мимики лица и его старении. Сформированный таким образом штрих-код может быть использован для индексирования, идентификации, распознавания и поиска людей, а предложенные методы определяют направления дальнейших исследований и применений штрих-кодов в практике.

### Литература

1. Heeter T.W. Method for verifying human identity during electronic sale transactions. Patent US N 5878155; заявл. 05.09.96; опубл. 02.03.99.
2. Barcode Tattoos of Scott Blake [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.barcodeart.com/store/wearable/tattoos/>, свободный. Яз. англ. (дата обращения 24.02.2014).
3. Dakin S.C., Watt R.J. Biological «bar codes» in human faces // Journal of Vision. 2009. V. 9. N 4. P. 1–10.
4. Goffaux V., Dakin S.C. Horizontal information drives the behavioral signatures of face processing // Frontiers in Psychology. 2010. V. 1. Article N 143.
5. Facial Barcodes Help Us Identify People [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.barcodesinc.com/news/?p=92>, свободный. Яз. англ. (дата обращения 24.02.2014).
6. Кухарев Г.А., Каменская Е.И., Матвеев Ю.Н., Щеголева Н.Л. Методы обработки и распознавания изображений лиц в задачах биометрии / Под ред. М.В. Хитрова. СПб: Политехника, 2013. 388 с.
7. Кухарев Г.А., Матвеев Ю.Н., Щеголева Н.Л. Экспресс-метод генерации штрих-кода по изображениям лиц // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2014. № 2 (90). С. 99–106.
8. Querini M., Italiano G.F. Facial biometrics for 2D barcodes // Proc. of the Federated Conference on Computer Science and Information Systems, FedCSIS 2012. Wroclaw, Poland, 2012. Art. N 6354334. P. 755–762.
9. Querini M., Italiano G.F. Facial recognition with 2D color barcodes // International Journal of Computer Science and Application. 2013. V. 10. N 1. P. 78–97.
10. Forczmanski P., Kukharev G. Comparative analysis of simple facial features extractors // Journal of Real-Time Image Processing. 2007. № 1. P. 239–255.
11. Матвеев Ю.Н. Технологии биометрической идентификации личности по голосу и другим модальностям // Инженерный журнал: наука и инновации. 2012. № 3 (3). С. 5.
12. Collection of Facial Images: Faces94. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://cswww.essex.ac.uk/mv/allfaces/faces94.html>, свободный. Яз. англ. (дата обращения 24.02.2014).
13. Алгоритм формирования штрих-кода EAN-8. [Электронный ресурс]. Режим доступа: [http://www.cherry-notes.spb.ru/barcode\\_ean8.htm](http://www.cherry-notes.spb.ru/barcode_ean8.htm), свободный. Яз. рус. (дата обращения 24.02.2014).
14. Burt D.M., Perrett D.I. Perception of age in adult Caucasian male faces: Computer graphic manipulation of shape and colour information // Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences. 1995. V. 259. N 1355. P. 137–143.
15. Dosselmann R., Yang X.D. A comprehensive assessment of the structural similarity index // Signal, Image and Video Processing. 2011. V. 5. N 1. P. 81–91.

**Кухарев Георгий Александрович** – доктор технических наук, профессор, Западно-Поморский технологический университет в Щецине, Щецин, Польша, [gkukharev@wi.zut.edu.pl](mailto:gkukharev@wi.zut.edu.pl)

**Матвеев Юрий Николаевич** – доктор технических наук, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, [matveev@mail.ifmo.ru](mailto:matveev@mail.ifmo.ru); главный научный сотрудник, ООО «ЦРТ-инновации», Санкт-Петербург, Россия, [matveev@speechpro.com](mailto:matveev@speechpro.com)

- Щеголева Надежда Львовна*** – кандидат технических наук, доцент, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет (ЛЭТИ), Санкт-Петербург, Россия, NLSchegoleva@etu.ru
- Georgy A. Kukharev*** – Professor, D.Sc., Professor, Westpomeranian University of Technology, Szczecin, Poland, kukharev@wi.zut.edu.pl
- Yuri N. Matveev*** – Professor, D.Sc., ITMO University, Saint Petersburg, Russia, matveev@mail.ifmo.ru; Chief scientific researcher, «STC-Innovation», LLC, Saint Petersburg, Russia, matveev@speechpro.com
- Nadezhda L. Shchegoleva*** – Associate professor, PhD, Saint Petersburg Electrotechnical University (LETI), Saint Petersburg, Russia, NLSchegoleva@etu.ru

*Принято к печати 12.03.14*

*Accepted 12.03.14*

УДК 51-56

## ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУРЫ КОНСОЛИДИРУЮЩЕГО РЕШЕНИЯ В БИОМЕТРИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ ИДЕНТИФИКАЦИИ ЛИЧНОСТИ

А.В. Тимофеев<sup>а</sup><sup>а</sup> JSK «EqualiZoom», Астана, Казахстан, timofeev.andrey@gmail.com

Работа посвящена строгому решению задачи параметрической оптимизации структуры консолидирующего классификационного решения для ансамбля независимых классификаторов. Оптимизированное консолидирующее решение обеспечивает минимум классификационной ошибки для экспоненциальной функции потерь. Свойства предложенного решения строго доказаны. Решаемая задача имеет актуальное практическое приложение в мультимодальных биометрических системах идентификации личности, когда консолидирующее идентификационное решение принимается по результатам независимых решений идентификационной задачи ансамблем мономодальных классификаторов, имеющих различные показатели эффективности функционирования. Также актуально использование предложенного подхода в мультимодальных системах мониторинга протяженных объектов при решении задачи классификации типа угрозы, по данным пространственно распределенной сети датчиков различной физической природы, которые характеризуются различными показателями точности измерения. Предложенное решение легко реализуется на практике и органично имплементируется в реально функционирующие системы. Имитационное моделирование предложенного подхода проводилось на специально сформированной бимодальной биометрической базе данных. Результаты имитационного моделирования показали высокую практическую эффективность предложенного метода.

**Ключевые слова:** консолидирующее классификационное решение, минимум ошибки классификации, экспоненциальная функция потерь.

## PARAMETRIC OPTIMIZATION OF THE MULTIMODAL DECISION-LEVEL FUSION SCHEME IN AUTOMATIC BIOMETRIC PERSON'S IDENTIFICATION SYSTEMS

A.V. Timofeev<sup>а</sup><sup>а</sup> JSK «EqualiZoom», Astana, Kazakhstan, timofeev.andrey@gmail.com

This paper deals with an original method of structure parametric optimization for multimodal decision-level fusion scheme which combines the results of the partial solution for the classification task obtained from assembly of the monomodal classifiers. As a result, a multimodal fusion classifier which has the minimum value of the total error rate has been obtained. Properties of the proposed approach are proved rigorously. Suggested method has an urgent practical application in the automatic multimodal biometric person's identification systems and in the systems for remote monitoring of extended objects. The proposed solution is easy for practical implementation into real operating systems. The paper presents a simulation study of the effectiveness of this optimized multimodal fusion classifier carried out on special bimodal biometrical database. Simulation results showed high practical effectiveness of the suggested method.

**Keywords:** consolidating classification decision, minimum of classification error, exponential losses function.

### Введение

В настоящее время биометрические системы идентификации личности последовательно развиваются в направлении использования мультимодального принципа, который обеспечивает более надежное решение задачи идентификации личности по ее биометрическим признакам в сравнении с обычными, мономодальными системами. В случае использования мультимодального принципа рассматривается ансамбль биометрических признаков, каждый из которых соответствует определенной биометрической модальности [1, 2]. Процесс комбинирования информации, поступившей с различных биометрических модальностей, принято называть мультимодальной биометрией [3, 4]. Эта область науки имеет множество прикладных аспектов. Например, в системах контроля доступа совместно используются биометрические параметры голоса, параметры цифрового изображения лица и отпечатки папиллярного рисунка пальцев. Практика показывает, что совместная обработка информации по всему ансамблю биометрических признаков во многих случаях позволяет кардинально повысить надежность решения задачи идентификации личности по биометрическим признакам [5–8]. Однако в силу различных причин на практике отсутствует техническая возможность решения идентификационной задачи с использованием совместного пространства первичных признаков для различных биометрических модальностей. Наоборот, для анализа доступны лишь результаты решения идентификационной задачи, реализованные в рамках соответствующих биометрических модальностей. Таким образом, консолидирующее идентификационное решение может изучаться в рамках проблемы комбинации классификаторов [2, 9], когда каждый классификатор соответствует определенной биометрической модальности, а консолидированное идентификационное решение ищется в классе выпуклых оболочек. В этом случае возникает задача оптимизации параметров выпуклой оболочки так, чтобы консолидирующее решение обеспечивало максимальную надежность идентификации личности. Известные методы решения аналогичной задачи, например [10–12], доставляют решение, оптимальное в смысле критерия Неймана–Пирсона. Однако в целом ряде практических приложений, например, в системах биометрического контроля доступа, важно настроить систему идентификации так,

чтобы достигался минимум суммы вероятностей ошибок первого и второго рода. Настоящая работа посвящена решению именно этой задачи.

### Постановка задачи

Сделаем следующие допущения:

- объекты классификации могут принадлежать только одному из двух классов, которые обозначены «+1» и «-1»;
- $N$  – число биометрических модальностей;
- каждая биометрическая модальность  $i, i \in \{1, \dots, N\}$ , генерирует соответствующее многомерное пространство первичных признаков  $x^{(i)}, x^{(i)} \in X^{(i)}$ , где  $X^{(i)}$  – пространство признаков  $i$ -й биометрической модальности.

Таким образом, каждый подлежащий классификации объект описывается набором первичных признаков из многомерного параметрического пространства. Это многомерное параметрическое пространство состоит из  $N$  параметрических пространств  $X^{(i)}, i = 1, \dots, N$ , соответствующих отдельным модальностям, и называется обобщенным пространством первичных признаков.

Суть задачи классификации объекта: анализируя многомерные признаки  $x^{(i)}, x^{(i)} \in X^{(i)}, i \in \{1, \dots, N\}$ , классификатор должен принять решение о том, какому из двух классов принадлежит объект. Для конкретной биометрической модальности  $i$  результат классификации представляет собой так называемую дискриминантную функцию  $h_i(\cdot)$  или  $i$ -классификатор. В настоящей работе рассматривается случай  $N$  биометрических модальностей, поэтому мы имеем дело с  $N$  классификаторами  $\mathbf{h}(\cdot) = \{h_i(\cdot) | i \in \{1, 2, \dots, N\}\}$ . Множество классификаторов  $\mathbf{h}(\cdot)$  (ансамбль классификаторов), используется для конструирования так называемой интегральной дискриминирующей функции (DFS – decision fusion solution). В настоящей работе рассматривается частный, но очень распространенный случай DFS, а именно: выпуклая оболочка множества функций  $h_i(\cdot), i \in \{1, 2, \dots, N\}$  [5, 9]. Этот тип DFS называется «decision-level fusion scheme» [3]. Итак, мы имеем  $N$  параметрических пространств  $X^{(i)}, i = 1, \dots, N$  и классификаторы  $h_i(x^{(i)}), i = 1, \dots, N$ , каждый из которых отображает соответствующий вектор признаков  $x^{(i)} \in X^{(i)}$  на множество меток  $\mathbf{Y} = \{-1, 1\}$ . Другими словами, каждый классификатор  $h_i(x^{(i)}), i = 1, \dots, N$  показывает, какому из двух классов «+1» и «-1» соответствует вектор первичных признаков  $x^{(i)} \in X^{(i)}$ . Очевидна следующая запись:  $y_i = h_i(x^{(i)}), i = 1, \dots, N; y_i \in \mathbf{Y}$ .

Каждый из классификаторов  $h_i(x^{(i)}), i = 1, \dots, N$  зависит от векторов настроечных параметров  $\delta^{(i)} \in \Delta^{(i)}: h_i \equiv h_i(x^{(i)} | \delta^{(i)})$ . Для каждого  $i = 1, \dots, N$  задано соответствующее обучающее множество  $\lambda^{(i)}$ , которое содержит  $m^{(i)}$  образцов с априорно определенными метками классов. Таким образом,  $\lambda^{(i)} = \{(x_j^{(i)}, y_j | j = 1, m^{(i)})\}, i = 1, \dots, N$ . Эти множества используются для обучения группы классификаторов  $\mathbf{h}(\cdot)$ .

Обозначим:

- $\mathbf{X} = X^{(1)} \otimes X^{(2)} \dots \otimes X^{(N)}$  – обобщенное пространство первичных признаков;
- $\mathbf{X} \setminus X^{(k)} = X^{(1)} \otimes X^{(2)} \dots \otimes X^{(k-1)} \otimes X^{(k+1)} \dots \otimes X^{(N)}$ ;
- $\delta = (\delta^{(1)}, \delta^{(2)}, \dots, \delta^{(N)}) \in \Delta^{(1)} \otimes \Delta^{(2)} \otimes \dots \otimes \Delta^{(N)} = \Delta$ ;
- $\bar{x} = (x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(N)}) \in \mathbf{X}$ ;
- $\bar{x} \setminus x^{(k)} = (x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(k-1)}, x^{(k+1)}, \dots, x^{(N)}) \in \mathbf{X} \setminus X^{(k)}$ ;
- $\mathbf{h}(\bar{x} | \delta) = (h_1(x^{(1)} | \delta^{(1)}), h_2(x^{(2)} | \delta^{(2)}), \dots, h_N(x^{(N)} | \delta^{(N)})) \in R^N$ ;
- $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N) \in R^N$ ;
- $h_k(x^{(k)} | \bullet) = h_k(x^{(k)} | \delta^{(k)})$ ;
- события:  $\varpi_i(\delta^{(i)}) : \{y \neq h_i(x^{(i)} | \delta^{(i)})\}, \omega_i(\delta^{(i)}) : \{y = h_i(x^{(i)} | \delta^{(i)})\}$ ;
- $\varepsilon(k | \delta^{(k)}) = \mathbf{E}_{x^{(k)} \sim X^{(k)}}(\varpi_k(\delta^{(k)}))$  – средняя тотальная ошибка (average total error)  $k$ -го классификатора;
- $\mathbf{1}_E(\omega)$  – индикаторная функция события  $\omega$ ;
- $\varepsilon(\delta) = (\varepsilon(1 | \delta^{(1)}), \varepsilon(2 | \delta^{(2)}), \dots, \varepsilon(N | \delta^{(N)}))$ .

Допустим:

- элементы обучающего и тестового множеств взаимно независимы и описываются неизвестным многомерным распределением  $\Lambda$ ;
- правило DFS  $H(\bar{x}|\delta) = H(h_1(x^{(1)}|\delta^{(1)}), h_2(x^{(2)}|\delta^{(2)}), \dots)$  настраивается (обучается) на множествах  $\lambda^{(i)}$ ,  $i = 1, \dots, N$ , в результате этого обучения определяются параметры  $\delta$ ; функция  $H(\bar{x}|\delta)$  отображает  $\mathbf{X}$  на  $\mathbf{Y}$ ;
- DFS  $H(\bar{x}|\delta)$  имеет форму  $H(\bar{x}|\delta) = \mathbf{a}\mathbf{h}^T(\bar{x}|\delta) = \sum_i \alpha_i h_i(x^{(i)}|\delta^{(i)})$ ;
- классификационная процедура, основанная на DFS, определяется согласно правилу  $y(\bar{x}|\delta) = \text{SIGN}(H(\bar{x}|\delta))$ .

Целью настоящей работы является определение такого DFS  $H(\bar{x}|\delta)$ , которое минимизирует средний риск  $\mathbf{E}_{\bar{x}, y}(\exp(y, \mathbf{a}\mathbf{h}^T(\bar{x}|\delta)))$ . Здесь  $L(\cdot)$  – выпуклая функция потерь. Таким образом, при фиксированном векторе параметров  $\delta \in \Lambda$ , необходимо решить следующую оптимизационную задачу:

$$\mathbf{a}^*(\delta) = \text{Arg Inf}_{\mathbf{a}} \left( \mathbf{E}_{\bar{x}, y} \left( L(y, \mathbf{a}\mathbf{h}^T(\bar{x}|\delta)) \right) \right). \quad (1)$$

В этом случае DFS  $H^*(\bar{x}|\delta) = \mathbf{a}^*(\delta)\mathbf{h}^T(\bar{x}|\delta)$ , что полностью удовлетворяет требованиям постановки задачи. При этом  $\mathbf{a}^*(\delta) = (\alpha_1^*(\delta^{(1)}), \alpha_2^*(\delta^{(2)}), \dots, \alpha_N^*(\delta^{(N)})) \in R^N$ .

### Основной результат

Основным результатом представленной работы является следующая теорема.

**Теорема 1.** Для априорно заданного набора  $\varepsilon(\delta)$ , вектора  $\delta$ , решающей функции  $H(\bar{x}|\delta) = \mathbf{a}\mathbf{h}^T(\bar{x}|\delta)$  и экспоненциальной функции потерь справедливо:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^*(\delta) &= \text{Arg Inf}_{\mathbf{a}} \left( \mathbf{E}_{\bar{x}, y} \left( L(y, \mathbf{a}\mathbf{h}^T(\bar{x}|\delta)) \right) \right) = \\ &= \left( 0, 5 \ln \left( \frac{1 - \varepsilon(1|\delta^{(1)})}{\varepsilon(1|\delta^{(1)})} \right), 0, 5 \ln \left( \frac{1 - \varepsilon(2|\delta^{(2)})}{\varepsilon(2|\delta^{(2)})} \right), \dots, 0, 5 \ln \left( \frac{1 - \varepsilon(N|\delta^{(N)})}{\varepsilon(N|\delta^{(N)})} \right) \right). \end{aligned}$$

**Доказательство.** Для доказательства теоремы приведем очевидную запись:

$$\frac{\partial \mathbf{E}_{\bar{x}, y} \left( L(y, \mathbf{a}\mathbf{h}^T(\bar{x}|\delta)) \right)}{\partial \mathbf{a}} = \left( \frac{\partial \mathbf{E}_{\bar{x}, y} \left( L(y, \mathbf{a}\mathbf{h}^T(\bar{x}|\delta)) \right)}{\partial \alpha_1}, \frac{\partial \mathbf{E}_{\bar{x}, y} \left( L(y, \mathbf{a}\mathbf{h}^T(\bar{x}|\delta)) \right)}{\partial \alpha_2}, \dots \right) = 0.$$

Таким образом, мы имеем систему нелинейных уравнений:

$$\frac{\partial \mathbf{E}_{\bar{x}, y} \left( L(y, \mathbf{a}\mathbf{h}^T(\bar{x}|\delta)) \right)}{\partial \alpha_i} = 0, \quad i = 1, \dots, N. \quad (2)$$

Очевидно, что для получения решения (1) достаточно решить систему (2) относительно переменных  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$  при экспоненциальной функции потерь  $L(x) = \exp(-x)$ . Иначе говоря, вектор  $\mathbf{a}^*$ , представляющий (2), совпадает с вектором параметров из (1). Величина  $\mathbf{a}\mathbf{h}^T(\bar{x}|\delta)$  называется классификационным зазором для гипотезы  $\mathbf{h}^T(\bar{x}|\delta)$ . При фиксированном  $\bar{x}$  соответствующая ему величина средних потерь определяется выражением  $\mathbf{E}_y \left( \exp(-y\mathbf{a}\mathbf{h}^T(\bar{x}|\delta)) \right) | \bar{x}$ . Так как величины  $y$  и  $h_i(x^{(i)}|\delta^{(i)})$  могут принимать только два значения, +1 или -1, в условиях допущенной независимости величин  $h_i(x^{(i)}|\delta^{(i)})$ ,  $x^{(i)}$  ( $i = 1, \dots, N$ ), следующие выражения верны для любого  $k \in \{1, 2, \dots, N\}$ :

$$\frac{\partial \mathbf{E}_{\bar{x} \sim \mathbf{X}} \left[ \mathbf{E}_y \left( \exp \left( -\sum_{i=1}^N y \alpha_i h_i(x^{(i)} | \cdot) \right) \middle| \bar{x} \right) \right]}{\partial \alpha_k} = \mathbf{E}_{\bar{x} \sim \mathbf{X}} \left[ \mathbf{E}_y \left( \frac{\partial \exp \left( -\sum_{i=1}^N y \alpha_i h_i(x^{(i)} | \cdot) \right)}{\partial \alpha_k} \middle| \bar{x} \right) \right] =$$

$$\mathbf{E}_{\bar{x} \sim \mathbf{X}} \left[ \mathbf{E}_y \left( \left( -y h_k(x^{(k)} | \cdot) \right) \exp \left( -\sum_{i=1}^N y \alpha_i h_i(x^{(i)} | \cdot) \right) \middle| \bar{x} \right) \right] =$$

$$\mathbf{E}_{\bar{x} \sim \mathbf{X}} \left[ \mathbf{E}_y \left( \left( -y h_k(x^{(k)} | \cdot) \right) \prod_{i=1}^N \exp \left( -y \alpha_i h_i(x^{(i)} | \cdot) \right) \middle| \bar{x} \right) \right] =$$

$$\mathbf{E}_{\bar{x} \sim \mathbf{X}} \left[ \mathbf{E}_y \left\{ \left( -y h_k(x^{(k)} | \cdot) \right) \prod_{i=1}^N \left\langle e^{-y \alpha_i h_i(x^{(i)} | \cdot)} \mathbf{1}_E(\omega_i(\delta^{(i)})) + e^{-y \alpha_i h_i(x^{(i)} | \cdot)} \mathbf{1}_E(\varpi_i(\delta^{(i)})) \right\rangle \middle| \bar{x} \right\} \right] =$$

$$\mathbf{E}_{\bar{x} \sim \mathbf{X}} \left[ \mathbf{E}_y \left\{ \left( -y h_k(x^{(k)} | \cdot) \right) \prod_{i=1}^N \left\langle e^{-\alpha_i} \mathbf{1}_E(\omega_i(\delta^{(i)})) + e^{\alpha_i} \mathbf{1}_E(\varpi_i(\delta^{(i)})) \right\rangle \middle| \bar{x} \right\} \right] =$$

$$\mathbf{E}_{\bar{x} \sim \mathbf{X}} \left[ \mathbf{E}_y \left\{ \left\langle \prod_{i \neq k}^N \left( e^{-\alpha_i} \mathbf{1}_E(\omega_i(\delta^{(i)})) + e^{\alpha_i} \mathbf{1}_E(\varpi_i(\delta^{(i)})) \right) \right\rangle \right\} \right]$$

$$\left\langle \left( -y h_k(x^{(k)} | \cdot) \right) \cdot \left( e^{-\alpha_k} \mathbf{1}_E(\omega_k(\delta^{(k)})) + e^{\alpha_k} \mathbf{1}_E(\varpi_k(\delta^{(k)})) \right) \middle| \bar{x} \right\rangle = \mathbf{E}_{\bar{x} \sim \mathbf{X}} \left[ \mathbf{E}_y \left\{ \mathbf{E}_y \left\{ \left\langle \prod_{i \neq k}^N e^{-y \alpha_i h_i(x^{(i)} | \cdot)} \right\rangle \right\} \right\} \right]$$

$$\left\langle \left( -y h_k(x^{(k)} | \cdot) \right) e^{-\alpha_k} \mathbf{1}_E(\omega_k(\delta^{(k)})) + \left( -y h_k(x^{(k)} | \cdot) \right) e^{\alpha_k} \mathbf{1}_E(\varpi_k(\delta^{(k)})) \middle| \bar{x} \right\rangle =$$

$$\mathbf{E}_{\bar{x} \sim \mathbf{X}} \left[ \mathbf{E}_y \left\{ \left\langle \prod_{i \neq k}^N e^{-y \alpha_i h_i(x^{(i)} | \cdot)} \right\rangle \cdot \left\langle -e^{-\alpha_k} \mathbf{1}_E(\omega_k(\delta^{(k)})) + e^{\alpha_k} \mathbf{1}_E(\varpi_k(\delta^{(k)})) \right\rangle \middle| \bar{x} \right\} \right] =$$

$$\mathbf{E}_{\bar{x} \setminus x^{(k)} \sim \mathbf{X} \setminus X^{(k)}} \left[ \mathbf{E}_y \left\{ \left\langle \prod_{i \neq k}^N e^{-y \alpha_i h_i(x^{(i)} | \cdot)} \right\rangle \middle| \bar{x} \setminus x^{(k)} \right\} \right]$$

$$\mathbf{E}_{x^{(k)} \sim X^{(k)}} \left[ \mathbf{E}_y \left\{ \left( -e^{-\alpha_k} \mathbf{1}_E(\omega_k(\delta^{(k)})) + e^{\alpha_k} \mathbf{1}_E(\varpi_k(\delta^{(k)})) \right) \middle| x^{(k)} \right\} \right]$$

Для упрощения записи обозначим  $A(i \neq k) = \mathbf{E}_{\bar{x} \setminus x^{(k)} \sim \mathbf{X} \setminus X^{(k)}} \left[ \mathbf{E}_y \left\{ \left\langle \prod_{i \neq k}^N e^{-y \alpha_i h_i(x^{(i)} | \cdot)} \right\rangle \middle| \bar{x} \setminus x^{(k)} \right\} \right]$ .

Следуя (2), имеем:

$$\mathbf{E}_{\bar{x} \setminus x^{(k)} \sim \mathbf{X} \setminus X^{(k)}} \left[ \mathbf{E}_y \left\{ \left\langle \prod_{i \neq k}^N e^{-y \alpha_i h_i(x^{(i)} | \cdot)} \right\rangle \middle| \bar{x} \setminus x^{(k)} \right\} \right]$$

$$\mathbf{E}_{x^{(k)} \sim X^{(k)}} \left[ \mathbf{E}_y \left\{ \left( -e^{-\alpha_k} \mathbf{1}_E(\omega_k(\delta^{(k)})) + e^{\alpha_k} \mathbf{1}_E(\varpi_k(\delta^{(k)})) \right) \middle| x^{(k)} \right\} \right] =$$

$$A(i \neq k) \mathbf{E}_{x^{(k)} \sim X^{(k)}} \left[ \mathbf{E}_y \left\{ \left( -e^{-\alpha_k} \mathbf{1}_E(\omega_k(\delta^{(k)})) + e^{\alpha_k} \mathbf{1}_E(\varpi_k(\delta^{(k)})) \right) \middle| x^{(k)} \right\} \right] = 0.$$

Далее,

$$A(i \neq k) \mathbf{E}_{x^{(k)} \sim X^{(k)}} \left[ -e^{-\alpha_k} \mathbf{P}(\omega_k | x^{(k)}, \delta^{(k)}) + e^{\alpha_k} \mathbf{P}(\varpi_k | x^{(k)}, \delta^{(k)}) \right] =$$

$$= A(i \neq k) \left( \mathbf{E}_{x^{(k)} \sim X^{(k)}} \left[ -e^{-\alpha_k} \mathbf{P}(\omega_k | x^{(k)}, \delta^{(k)}) \right] + \mathbf{E}_{x^{(k)} \sim X^{(k)}} \left[ e^{\alpha_k} \mathbf{P}(\varpi_k | x^{(k)}, \delta^{(k)}) \right] \right) =$$

$$= A(i \neq k) \left( \mathbf{E}_{x^{(k)} \sim X^{(k)}} \left[ -e^{-\alpha_k} \mathbf{P}(\omega_k | x^{(k)}, \delta^{(k)}) \right] + \mathbf{E}_{x^{(k)} \sim X^{(k)}} \left[ e^{\alpha_k} \mathbf{P}(\varpi_k | x^{(k)}, \delta^{(k)}) \right] \right) =$$

$$= A(i \neq k) \left( -e^{-\alpha_k} \cdot (1 - \varepsilon(k | \delta^{(k)})) + e^{\alpha_k} \varepsilon(k | \delta^{(k)}) \right) = 0.$$

Легко видеть, что

$$\alpha_k^* (\delta^{(k)}) = 0, 5 \ln \left( (1 - \varepsilon(k | \delta^{(k)})) / \varepsilon(k | \delta^{(k)}) \right).$$

Таким образом,

$$\boldsymbol{\alpha}^* (\boldsymbol{\delta}) = \left( 0, 5 \ln \left( \frac{1 - \varepsilon(1 | \delta^{(1)})}{\varepsilon(1 | \delta^{(1)})} \right), 0, 5 \ln \left( \frac{1 - \varepsilon(2 | \delta^{(2)})}{\varepsilon(2 | \delta^{(2)})} \right), \dots, 0, 5 \ln \left( \frac{1 - \varepsilon(N | \delta^{(N)})}{\varepsilon(N | \delta^{(N)})} \right) \right).$$

Теорема доказана.

Теорема 1 определяет такой способ выбора вектора параметров  $\alpha^*(\delta)$  для интегральной дискриминирующей функции  $H(\bar{x}|\delta)$ , при котором DFS  $H(\bar{x}|\delta) = \alpha^*(\delta) \mathbf{h}^T(\bar{x}|\delta)$  доставляет минимум величины среднего риска  $E_{\bar{x}-x,y}(\exp(-y\alpha \mathbf{h}^T(\bar{x}|\delta)))$  при экспоненциальной функции потерь и фиксированном векторе параметров  $\delta$ . Набор средних тотальных ошибок  $\varepsilon(\delta) = (\varepsilon(1|\delta^{(1)}), \varepsilon(2|\delta^{(2)}), \dots, \varepsilon(N|\delta^{(N)}))$ , который определяет качество работы отдельных классификаторов ансамбля, определяется априорно, на основании статистических исследований классификаторов  $h_1(x^{(1)}|\delta^{(1)}), h_2(x^{(2)}|\delta^{(2)}), \dots, h_N(x^{(N)}|\delta^{(N)})$ .

### Экспериментальные результаты исследования предложенного метода

Хорошим примером практического использования бимодальной биометрической стратегии является задача верификации клиента системы телебанкинга, где для подтверждения авторизации используются две биометрические модальности – лицо клиента и его голос. На стадии регистрации клиента в системе фиксируется его биометрическая информация. В частности, в течение нескольких сеансов снимаются образцы его голоса и лица, которые в дальнейшем используются для построения соответствующих биометрических моделей. Эти модели сохраняются в специальной бимодальной базе данных биометрических образцов и используются в момент биометрической авторизации клиента путем сравнения сохраненной (эталонной) биометрической модели и модели, построенной в течение текущего клиентского сеанса.

Итак, используя бимодальные биометрические данные, мы будем решать проблему верификации клиента. Пусть число клиентов –  $N$ , тогда биометрическая база данных будет содержать  $N$  бимодальных моделей. Обозначим:

- $\Theta = \{\theta_i | i = 1, \dots, N\}$  – множество клиентов;
- $x^{(v)}(\theta_i)$  и  $x^{(f)}(\theta_i)$  – вектора первичных признаков для модальности «голос» и «лицо» соответственно, относящиеся к клиенту  $\theta_i \in \Theta$ . Другими словами, совершенно достоверно известно, что образцы  $x^{(v)}(\theta_i)$  and  $x^{(f)}(\theta_i)$  получены от клиента  $\theta_i \in \Theta$  на этапе его регистрации в системе;
- $x^{(v)}(?|\theta_i)$  и  $x^{(f)}(?|\theta_i)$  – вектора первичных признаков для модальностей «голос» и «лицо», которые гипотетически соответствуют клиенту  $\theta_i \in \Theta$ . Другими словами, гипотеза о том, что образцы  $x^{(v)}(?|\theta_i)$  и  $x^{(f)}(?|\theta_i)$  соответствуют клиенту  $\theta_i \in \Theta$ , нуждается в подтверждении путем использования формальной процедуры бимодальной биометрической верификации;
- $\delta = (\delta^{(v)}, \delta^{(f)})$ ,  $\bar{x}(i) = (x^{(v)}(\theta_i), x^{(f)}(\theta_i))$ ,  $\bar{x}(?|i) = (x^{(v)}(?|\theta_i), x^{(f)}(?|\theta_i))$ .

Система верификации по голосу проверяет достоверность гипотезы  $H_v$ : «полученные при авторизации образцы  $x^{(v)}(?|\theta_i)$  действительно соответствуют клиенту  $\theta_i$ ». Система верификации клиента по лицу проверяет достоверность гипотезы  $H_f$ : «полученные при авторизации образцы  $x^{(f)}(?|\theta_i)$  действительно соответствуют клиенту  $\theta_i$ ». Целью системы бимодальной верификации клиента является проверка достоверности гипотезы  $H_{vf}$ : «полученные при авторизации бимодальные биометрические образцы  $\bar{x}(i)$  действительно соответствуют клиенту  $\theta_i$ ». Таким образом, мы исследуем случай, когда для идентификации клиента используются две биометрические модальности одновременно. Здесь  $H_f, H_v, H_{vf} \in \{true, false\}$ . Мы имеем:

- **первая модальность** – голос; соответствующий классификатор –  $h_v(\cdot|\delta^{(v)})$ ,

$$\forall_{i=1}^N h_v(x^{(v)}(?|\theta_i)|\delta^{(v)}) = \begin{cases} -1, & \text{if } H_v = false \\ 1, & \text{if } H_v = true \end{cases};$$

- **вторая модальность** – лицо; соответствующий классификатор –  $h_f(\cdot|\delta^{(f)})$ ,

$$\forall_{i=1}^N h_f(x^{(f)}(?|\theta_i)|\delta^{(f)}) = \begin{cases} -1, & \text{if } H_f = false \\ 1, & \text{if } H_f = true \end{cases};$$

- **интегральное решение** – лицо и голос; классификатор –  $H_{vf}^*(\bar{x}(i)|\delta)$ ,

$$\forall_{i=1}^N H_{vf}^*(\bar{x}(?|i)|\delta) = \begin{cases} -1, & \text{if } (H_{vf} = false) \\ 1, & \text{if } (H_{vf} = true) \end{cases}.$$

Здесь  $\delta^{(v)}$  и  $\delta^{(f)}$  – вектора параметров для классификаторов  $h_v(\cdot)$  и  $h_f(\cdot)$ . Как правило, эти параметры выбираются так, чтобы минимизировать величины ошибок  $\varepsilon(v|\delta^{(v)})$  и  $\varepsilon(f|\delta^{(f)})$ . Для численного исследования свойств предложенной DFS была использована искусственно собранная бимодальная база данных. В этой базе собраны биометрические образцы, соответствующие 36 гипотетическим людям. При этом образцы голосов брались из базы Chains Corpus [13], а изображения лиц – из базы Face-Place [14]. Условимся называть эту синтетическую базу СС-FPF. Величины ошибок  $\varepsilon(v|\delta^{(v)})$  и  $\varepsilon(f|\delta^{(f)})$  были определены по результатам численного моделирования на соответствующих частях («голосовой» и «лицевой») базы СС-FPF. Опустим детали алгоритмической реализации классификаторов  $h_v(\cdot)$  и  $h_f(\cdot)$ , так как эта информация, очевидно, не имеет отношения к пониманию результатов, представленных в настоящей работе. Отметим лишь, что  $h_v(\cdot)$ ,  $h_f(\cdot)$  строились с использованием методов, описанных в [15]. Обозначим тотальную ошибку интегрального классификатора символом  $\varepsilon(vf|\delta^{(v)},\delta^{(f)})$ .

Таблица содержит результаты численного исследования. Здесь  $\varepsilon(v|\delta^{(v)})=6,1\%$ ,  $\varepsilon(f|\delta^{(f)})=1,4\%$ . Сравниваются два различных метода формирования DFS. Первый метод является оптимальным: здесь вектор  $\alpha^*(\delta)$  выбран согласно Теореме 1 и обозначен символом  $H_{vf}^*(\bar{x}(?|i)|\delta)$ ,  $i \in \{1, \dots, N\}$ . Второй метод обозначен  $H_{vf}^E(\bar{x}(?|i)|\delta)$ ,  $i \in \{1, \dots, N\}$  и  $H_{vf}^E(\bar{x}(?|i)|\delta) = \alpha^E(\delta) \mathbf{h}^T(\bar{x}(?|i)|\delta)$ ,  $i \in \{1, \dots, N\}$ . Правило формирования:

$$\mathbf{h}(\bar{x}(?|i)|\delta) = (h_v(x^{(v)}(?|i)|\delta^{(v)}), h_f(x^{(f)}(?|i)|\delta^{(f)})),$$

$$\alpha^E(\delta) = (\varepsilon^{-1}(v|\delta^{(v)}) (\varepsilon^{-1}(v|\delta^{(v)}) + \varepsilon^{-1}(f|\delta^{(f)}))^{-1}, \varepsilon^{-1}(f|\delta^{(f)}) (\varepsilon^{-1}(v|\delta^{(v)}) + \varepsilon^{-1}(f|\delta^{(f)}))^{-1}).$$

Другими словами, вектор  $\alpha^E(\delta)$  определен эмпирически, в отличие от вектора  $\alpha^*(\delta)$ . Следовательно, соответствующий ему DFS  $H_{vf}^E(\cdot)$  является эмпирическим консолидирующим решением. Содержание таблицы демонстрирует, что оптимальный классификатор  $H_{vf}^*(\cdot)$  имеет минимальные показатели ошибки классификации (0,7%), по сравнению с классификатором  $H_{vf}^E(\cdot|\delta)$ , который имеет несколько больший уровень ошибки классификации: 0,8%.

	Тотальная ошибка, %	
	$\varepsilon(v \delta^{(v)}), \%$	$\varepsilon(f \delta^{(f)}), \%$
$h_f(\cdot)$ (модальность – «лицо»)	–	1,4
$h_v(\cdot)$ (модальность – «голос»)	6,1	–
	$\varepsilon(vf \delta^{(v)},\delta^{(f)})$	
$H_{vf}^*(\cdot)$ (оптимальное интегральное решение)	0,7%	
$H_{vf}^E(\cdot)$ (эмпирическое интегральное решение)	0,8%	

Таблица. Результаты численного моделирования

### Заключение

В работе предложен новый метод параметрической оптимизации структуры консолидирующего классификатора в мультимодальных биометрических системах, который объединяет результаты решения классификационных задач в отдельных биометрических модальностях. По сути дела, получено строгое решение задачи параметрической оптимизации структуры консолидирующего классификационного решения для ансамбля независимых классификаторов. Оптимизированное консолидирующее решение обеспечивает минимум ошибки классификации для экспоненциальной функции потерь. Решаемая задача имеет актуальное практическое приложение в мультимодальных биометрических системах идентификации личности. Имитационное моделирование показало практическую приемлемость полученных результатов.

## Литература

1. Prabhakar S., Pankati S., Jain A.K. Biometric recognition: Security and privacy concerns // IEEE Security and Privacy. 2003. V.1. N 2. P. 33–42.
2. Jain A.K. Biometric recognition: How do I know who you are? // Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics). 2005. V. 3617 LNCS. P. 19–26.
3. ISO/IEC TR 24722:2007. Information technology – Biometrics - Multimodal and Other Multibiometric Fusion. 28.02.2006. Geneva, International Organization for Standardization. 32 p.
4. Ross A., Jain A.K. Information fusion in biometrics // Pattern Recognition Letters. 2003. V. 24. N 13. P. 2115–2125.
5. Матвеев Ю.Н. Технологии биометрической идентификации личности по голосу и другим модальностям // Инженерный журнал: наука и инновации. 2012. №3. С. 5.
6. Ross A., Jain A. Multimodal biometrics: An overview // Proc. XII European Signal Processing Conference (EUSIPCO). Vienna, Austria, 2004. P. 1221–1224.
7. Xu L., Kryzak A., Suen C.Y. Methods of combining multiple classifiers and their application to handwriting recognition // IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. 1992. V. 22. N 3. P. 418–435.
8. Ross A., Jain A.K., Qian J.Z. Information fusion in biometrics // Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics). 2001. V. 2091 LNCS. P. 354–359.
9. Wang Y., Tan T., Jain A.K. Combining face and iris biometrics for identity verification // Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics). 2003. V. 2688. P. 805–813.
10. Viswanathan R., Varshney P.K. Distributed detection with multiple sensors: Part I – fundamentals // Proc. of the IEEE. 1997. V. 85. N 1. P. 54–63.
11. Varshney P.K. Distributed Detection and Data Fusion. NY: Springer, 1997. 299 p.
12. Viswanathan R., Ansari A. Distributed detection of a signal in generalized Gaussian noise // IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing. 1989. V. 37. N 5. P. 775–778.
13. CHAINS: Characterizing Individual Speakers [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://chains.ucd.ie/corpus.php>, свободный. Яз. англ. (дата обращения 27.03.2014).
14. Face Place – The CNBC Wiki [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.face-place.org>, свободный. Яз. англ. (дата обращения 27.03.2014).
15. Timofeev A.V. The guaranteed estimation of the Lipschitz classifier accuracy: confidence set approach // Journal of the Korean Statistical Society. 2012. V. 41. N 1. P. 105–114.

*Тимофеев Андрей Владимирович* – доктор технических наук, научный директор, JSK «EqualiZoom», Астана, Казахстан, [timofeev.andrey@gmail.com](mailto:timofeev.andrey@gmail.com)

*Andrey V. Timofeev* – D.Sc., Scientific Director, JSK «EqualiZoom», Astana, Kazakhstan, [timofeev.andrey@gmail.com](mailto:timofeev.andrey@gmail.com)

*Принято к печати 31.03.2014*  
*Accepted 31.03.2014*

УДК 519.61:511-33

## ВЫЧИСЛЕНИЕ МАТРИЦ МЕРСЕННА И АДАМАРА МЕТОДОМ СКАРПИ

Н.А. Балонин<sup>а</sup>, Ю.Н. Балонин<sup>а</sup>, М.Б. Сергеев<sup>а, б</sup>

<sup>а</sup> Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения (ГУАП), Санкт-Петербург, Россия, korbendfs@mail.ru

<sup>б</sup> НИИ информационно-управляющих систем, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, mbse@mail.ru

**Постановка проблемы.** Основные обобщения матриц Адамара связывают с матрицами максимального детерминанта или с не оптимальными по детерминанту матрицами с ортогональными столбцами (взвешенные матрицы, матрицы Мерсенна, Эйлера и т.п.); способы вычисления квазиортогональных матриц Мерсенна локального максимума детерминанта изучены недостаточно полно. Целью работы является развитие теории матриц Мерсенна и Адамара изучением обобщенного метода Скарпи.

**Методы.** Экстремальные решения ищутся, в общем, минимизацией максимума абсолютных значений элементов исследуемых матриц с последующей классификацией их по количеству и значениям уровней, зависящих от порядков. Менее универсальные, но более эффективные методы опираются на структурные инварианты квазиортогональных матриц (методы Сильвестра, Пэли, Скарпи и т.п.).

**Результаты.** Рассматриваются обобщения матриц Адамара и Белевича на нечетные порядки в виде семейства квазиортогональных матриц, в частности, к ним принадлежат двухуровневые матрицы Мерсенна. Даны определения слоя и сечения на множестве всех обобщенных матриц. Приведены алгоритмы вычисления матриц соседствующих слоев и сечений по матрицам меньшего порядка. Приводятся примеры аппроксимации, вплоть до критичного порядка 22, структур матриц Белевича матрицей Мерсенна третьего порядка. Приводится новая формулировка модифицированного метода Скарпи аппроксимации матриц Адамара высоких порядков матрицами Мерсенна низких порядков. Метод Вильямсона раскрывается примером приближения модульно одноуровневых матриц матрицами с малым количеством уровней.

**Практическая значимость.** Обосновывается эффективность развиваемого направления для построения полосовых фильтров. Алгоритмы нахождения матриц Мерсенна методом Скарпи использованы при построении исследовательского программного комплекса. Субоптимальные по детерминанту матрицы составляют основу фильтров Мерсенна и применяются для сжатия и маскирования изображений.

**Ключевые слова:** ортогональные матрицы, матрицы Адамара, матрицы Белевича, матрицы Мерсенна, числа Мерсенна, метод Скарпи, массив Вильямсона, защита видеоданных.

## MERSENNE AND HADAMARD MATRICES CALCULATION BY SCARPIS METHOD

N.A. Balonin<sup>а</sup>, Yu.N. Balonin<sup>а</sup>, M.B. Sergeev<sup>а, б</sup>

<sup>а</sup> Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation (SUAI), Saint Petersburg, Russia, korbendfs@mail.ru

<sup>б</sup> Research Institute of Information and Control Systems, ITMO University, mbse@mail.ru

**Purpose.** The paper deals with the problem of basic generalizations of Hadamard matrices associated with maximum determinant matrices or not optimal by determinant matrices with orthogonal columns (weighing matrices, Mersenne and Euler matrices, etc.); calculation methods for the quasi-orthogonal local maximum determinant Mersenne matrices are not studied enough sufficiently. The goal of this paper is to develop the theory of Mersenne and Hadamard matrices on the base of generalized Scarpis method research.

**Methods.** Extreme solutions are found in general by minimization of maximum for absolute values of the elements of studied matrices followed by their subsequent classification according to the quantity of levels and their values depending on orders. Less universal but more effective methods are based on structural invariants of quasi-orthogonal matrices (Silvester, Paley, Scarpis methods, etc.).

**Results.** Generalizations of Hadamard and Belevitch matrices as a family of quasi-orthogonal matrices of odd orders are observed; they include, in particular, two-level Mersenne matrices. Definitions of section and layer on the set of generalized matrices are proposed. Calculation algorithms for matrices of adjacent layers and sections by matrices of lower orders are described. Approximation examples of the Belevitch matrix structures up to 22-nd critical order by Mersenne matrix of the third order are given. New formulation of the modified Scarpis method to approximate Hadamard matrices of high orders by lower order Mersenne matrices is proposed. Williamson method is described by example of one modular level matrices approximation by matrices with a small number of levels.

**Practical relevance.** The efficiency of developing direction for the band-pass filters creation is justified. Algorithms for Mersenne matrices design by Scarpis method are used in developing software of the research program complex. Mersenne filters are based on the suboptimal by determinant matrices and are used for image masking and compression.

**Keywords:** orthogonal matrices, Hadamard matrices, Belevitch matrices, Mersenne matrices, Mersenne numbers, Scarpis method, Williamson array, video information protection.

### Введение

Матрицы, в том числе ортогональные и квазиортогональные, нашли применение в задачах обработки изображений с целью их сжатия, маскирования, помехоустойчивого кодирования [1–3]. В работе [4] приведены алгоритм и программа поиска и исследования  $M$ -матриц [5], частными представителями которых являются матрицы Адамара [6], Мерсенна [7], Эйлера [8] и Ферма [9]. Матрицы перечислены в последовательности убывания переменной  $d$  в значении их порядка  $n = 4k - d$ , где  $d = 0, 1, 2, 3$ .

Тема матриц Адамара возникла после публикации им в работе [6] неравенства для оценки значения модуля определителя матрицы сверху и пары оригинальных матриц 12-го и 20-го порядка (помимо основной последовательности Сильвестра), на которых достигается максимальная оценка.

Спустя четыре года итальянский математик Умберто Скарпи опубликовал первый оригинальный метод их нахождения [10], содержание которого сводится к тому, чтобы рассчитывать матрицы высоких порядков на основании матриц более низких порядков. В отношении некоторых матриц результат не был превзойден более поздним подходом Пэли [11], нашедшим применение теории конечных полей Галуа для построения матриц Адамара с помощью символов Лежандра. Отметим, что порядки матриц, найденных Скарпи,  $(n-1)n$  для  $n = 4k$ , где  $k = 1, 2, 3, \dots$ , кратны порядкам матриц Мерсенна. Настоящая работа раскрывает это обстоятельство глубже и показывает новые способы вычисления матриц Мерсенна, Белевича [12] и Адамара, а также их приближений на основании того, что мы будем называть подходом или методом Скарпи.

### Слой и сечения матриц

Напомним: матрица Мерсенна  $M_n$  [7] – квадратная матрица порядка  $n = 4k-1$  с элементами  $\{1, -b\}$ , такая, что  $M_n^T M_n = \mu I_n$ . Здесь  $I_n$  – единичная матрица,  $\mu = \frac{(n+1) + (n-1)b^2}{2}$ , причем  $b = \frac{1}{2}$  при  $n = 3$ , в остальных случаях  $b = \frac{q - \sqrt{4q}}{q-4}$ , где  $q = n+1$ . Количество элементов  $b$  в каждом столбце матрицы на единицу меньше количества единичных элементов.

В качестве примера на рис. 1 приведена матрица третьего порядка, построенная для первого числа Мерсенна  $n = 2^k - 1 = 3$  при  $k=2$ . Название матриц связано с числами Мерсенна, для которых в [7] опубликован алгоритм их нахождения. Здесь черный цвет соответствует  $-b$  (или  $-1$  у матриц Адамара), а белый – единице.

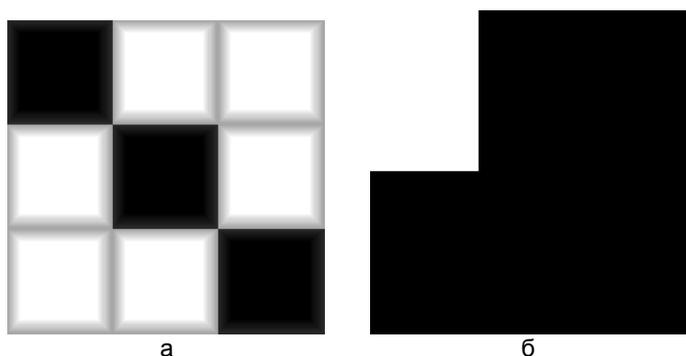


Рис. 1. Портрет матрицы  $M_3$  (а) и гистограмма модулей ее элементов (б)

**Определение.** Слоем матриц семейства Адамара будем называть совокупность квазиортогональных матриц с известными функциями зависимости значений элементов (уровней) матриц слоя от заданных показателем  $d$  значений порядков.

Матрицы Адамара, Мерсенна и Эйлера, согласно [6–8], образуют слои для  $n = 4k-d$  при  $d = 0, 1, 2$  соответственно. Матрицы Ферма такого непрерывного слоя не образуют, поскольку для них функции уровня определены на узком множестве значений  $n = 2^k+1$  при четных  $k$  [9].

Следствием такого подхода к классификации матриц семейства Адамара является представление о том, что все названные выше объекты являются проявлением одного математического объекта, данного совокупностью слоев и сечений – матриц соседних слоев для заданных показателем  $k$  значений порядков.

Нахождение любой матрицы сечения автоматически влечет за собой нахождение всех остальных, поскольку они отражают одно и то же: матрицы сечения взаимно зависимы. Например, матрица Адамара  $H_4$  получается из приведенной выше матрицы Мерсенна  $M_3$  округлением ее отрицательных элементов до значения  $-1$  с добавлением каймы в виде строки и столбца с отрицательными элементами для соблюдения баланса положительных и отрицательных элементов. Этот алгоритм построения матриц Адамара напрямую использует свойство общности, вытекающие из близости матриц сечения соседствующих слоев. На рис. 2 он продемонстрирован на примере нахождения матрицы Адамара 12-го порядка (предложенного в работе [6]), но на основе матрицы Мерсенна  $M_{11}$ .

Помимо матриц одного сечения, в соответствии с подходом Скарпи, можно опираться на близость матриц соседствующих сечений – данный аспект темы раскроем на примере алгоритма построения матриц Белевича.

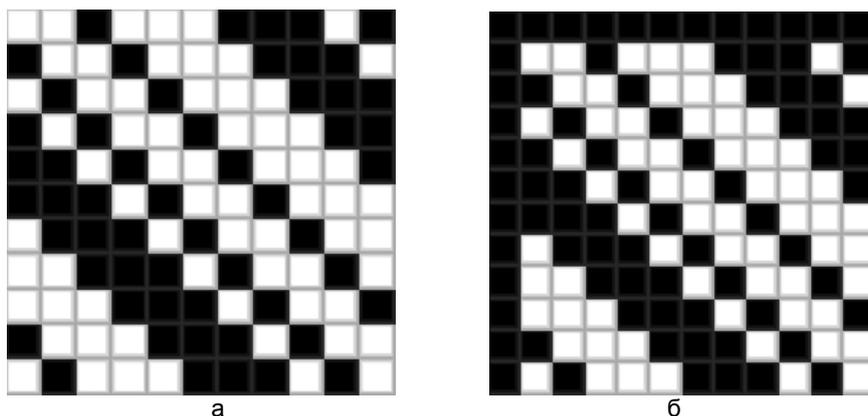


Рис. 2. Портреты матриц Мерсенна ( $M_{11}$ ) (а) и Адамара ( $H_{12}$ ) (б)

**Построение матриц Белевича на основе матриц Мерсенна**

Из матриц, на два порядка меньших матриц Адамара и тесно связанных с ними, известны симметричные конференц-матрицы Белевича  $C_n$  [12] – квадратные матрицы порядков  $n$  с элементами  $\{1, -1\}$  и нулевой диагональю, такие, что  $C_n^T C_n = (n-1)I_n$ . Известно, что они не существуют для значений  $n-1$ , не разложимых на сумму квадратов двух целых чисел. Для  $n = 22$ , например, найдена иная – шестиуровневая квазиортогональная матрица с экстремальным значением определителя [13]. Хотя такие матрицы слоя не образуют, с их помощью можно найти некоторые матрицы Адамара согласно алгоритму Пэли в виде

$$H_{2n} = \begin{pmatrix} C_n + I & -C_n + I \\ -C_n + I & -C_n - I \end{pmatrix}.$$

Вопрос возможности построения матриц Белевича достаточно сложен для исследования, поскольку нет достоверных сведений относительно пропуска в последовательности этих матриц уже при  $n = 66$ . Первый проблемный порядок матриц Адамара – 668. Приведенный выше критерий существования касается не столько матриц Белевича, сколько вообще всех рациональных матриц, и ничего на эту тему не говорит. Тем больший интерес представляет использование для их вычисления  $M$ -матриц, включающих матрицы с иррациональными значениями коэффициентов [5].

Матрица Белевича связана с матрицей Адамара удвоенного порядка, в отношении которой уже известна ее связь с матрицами Мерсенна порядка  $n-1$ . Следовательно, по матрице  $M_{131}$  можно найти, например, проблемную для 66-го порядка матриц Белевича матрицу  $H_{132}$ . Но больший интерес сейчас для нас представляет возможность построения матриц Белевича (и Адамара) с помощью матриц Мерсенна значительно меньших по сравнению с ними порядков.

В том, что это возможно, убеждают примеры, дающие представление о связности того единого объекта, который они собой представляют. В самом деле, анализ показывает, что первые две матрицы Белевича  $C_6$  и  $C_{10}$  строятся без видимого изменения структуры матрицы  $M_3$  ее округлением и копированием с добавлением обязательных нулевых элементов диагонали, отображаемых на рис. 3 клетками серого цвета.

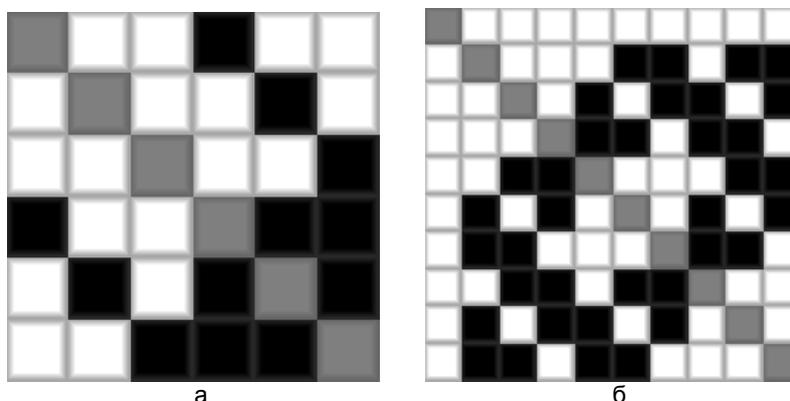


Рис. 3. Портреты матриц Белевича: вариант  $C_6$  (а); вариант  $C_{10}$  (б)

Для согласования размерности матрица десятого порядка  $C_{10}$  снабжается каймой из 1. Несложно заметить, что знаки блоков матриц Белевича отвечают логике знаков элементов матриц  $H_2$  и  $M_3$  (обобщение правила кронекерова произведения при нахождении сложносоставных матриц Пэли). На этом

возможности структуры третьего порядка должны, казалось бы, исчерпаться. Однако еще Скарпи заметил, что остается степень свободы в том, чтобы, не меняя структуры, циклически сдвигать столбцы блоков, например, по мере удаления их от диагонали (рис. 4).

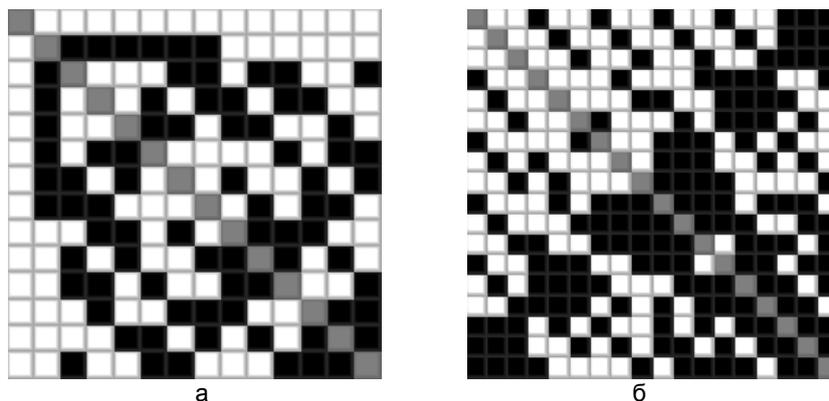


Рис. 4. Портреты матриц Белевича: вариант  $C_{14}$  (а); вариант  $C_{18}$  (б)

Матрица  $C_{14}$  (рис. 4, а) имеет двойную кайму, у блоков за пределами первой и второй блочных диагоналей смещены столбцы. У матрицы  $C_{18}$  (рис. 4, б) возникают моноблоки (специфический разрыв, обеспечивающий ортогональность столбцов с потерей структуры блока) – шесть закрашенных черным внедиагональных блоков третьего порядка.

Вычисление матриц высокого порядка на основе матриц Адамара низкого порядка характерно для альтернативного конструкциям Пэли метода Скарпи. Очевидно, рассмотренный способ его развивает, но касается он уже матриц Белевича. Замещение элементов, возникающее здесь, впервые встречается в алгоритме построения конструкций Пэли (при замене нулевых элементов единичными). В рассматриваемом варианте замещаются не элемент, а цепочки блоков, которые тоже можно разместить на диагонали.

Следующей матрицы  $C_{22}$ , как известно, не существует, поскольку число  $n-1 = 21$  не разлагается на сумму двух квадратов.

Таким образом, напрашивается парадоксальный вывод: все матрицы Адамара порядка  $n$ , кратного 4, до  $n = 40$  включительно строятся на основе лишь матрицы Мерсенна  $M_3$ : матрицы  $M_3, H_4$  принадлежат одному сечению, из  $H_4$  получаем  $H_8, H_{16}, H_{32}$ , матрицы  $C_6, C_{10}, C_{14}, C_{18}$  связаны с  $M_3$  и дают промежуточные матрицы  $H_{12}, H_{20}, H_{24}, H_{28}, H_{36}, H_{40}$ , удвоениями порядка по Сильвестру можно получить и большее количество таких матриц. Матрица  $H_{44}$  – рубежная как раз потому, что  $C_{22}$  не существует, т.е. возникает кризис структуры с переходом к следующей «ведущей» матрице Мерсенна. Распространение структурных инвариантов матриц малых порядков на старшие порядки представляет существенный практический интерес.

### Приближение матриц Адамара матрицами Мерсенна

Проблемные порядки матриц Адамара, для которых производительность современных вычислительных машин не позволяет пока их вычислить методом Вильямсона [14], хорошо известны – это 668, 716, 892, 1004, 1132, 1244, 1388, 1436, 1676, 1772, 1916, 1948, 1964 и т.п. Отметим, что вчетверо меньшие значения – это порядки матриц Мерсенна относительно небольших порядков.

Иными словами, здесь правомерно применение разновидности метода Скарпи с использованием блочно-составных структур четвертого порядка. Ограничение на число блоков (четыре) препятствует точной аппроксимации матриц Адамара меньшими по размерам их матрицами, но это путь получения (как было видно выше на матрицах Белевича) точного или достаточно близкого к ним приближения. Среди ортогональных структур четвертого порядка хорошо известен массив Вильямсона [14]

$$W = \begin{pmatrix} w_1 & w_2 & w_3 & w_4 \\ -w_2 & w_1 & -w_4 & w_3 \\ -w_3 & w_4 & w_1 & -w_2 \\ -w_4 & -w_3 & w_2 & w_1 \end{pmatrix}.$$

Замещение элементов этого массива четырьмя так называемыми матрицами Вильямсона (или, для близкой структуры, матрицами Гетхальса–Зейделя) позволило найти перебором элементов все предыдущие столь же проблемные матрицы Адамара. К сожалению, количество операций перестановок их элементов слишком велико (даже при упрощении структур матриц Вильямсона до некоторых циклических, связанных с задающими их векторами), а, главное, это не имеет серьезной перспективы, поскольку не дает принципиального решения – обнаружение очередной матрицы отодвигает проблемный порядок, и только.

Так как в нашем распоряжении находится только одна матрица Мерсенна (или Эйлера [8], что также возможно) вчетверо меньшего порядка, удвоим ее, взяв в качестве первой матрицы Вильямсона модульно двухуровневую матрицу Мерсенна, а в качестве остальных трех – ее же, но с коэффициентами, округленными до значений  $\{1, -1\}$ . Тем самым относительное количество вещественных коэффициентов убывает вчетверо, и остается возможность обеспечить ортогональность расчетом варьируемого уровня  $b$ . Приравняем друг к другу последние три коэффициента массива Вильямсона, инвертируем по знаку три нижних его строки и переставим местами второй и третий столбец. Такая структура встречается, например, при симметрировании матрицы Белевича  $S_4$ , при которой она утрачивает свой диагональный вид. Для большей определенности будем называть структуру Пропусом (Propuses, Близнец), поскольку матрицы Эйлера и Мерсенна всегда идут парами и дают парные матрицы.

Работоспособность подхода Скарпи подтверждается тем, что стартовые матрицы Мерсенна  $M_3$  и Эйлера  $E_6$  сразу переходят в матрицы Адамара  $H_{12} = W_{12}$  и  $H_{24} = W_{24}$ . Отрыв от аппроксимируемой таким способом структуры матриц Адамара начинается только с применения матрицы  $M_7$ . Не меняя существенно матрицу  $W_{28}$ , предложенный в работе [4] алгоритм сжатия ее адамаровой нормы позволяет свести итог к матрице Адамара  $H_{28}$ , что демонстрируется на рис. 5.

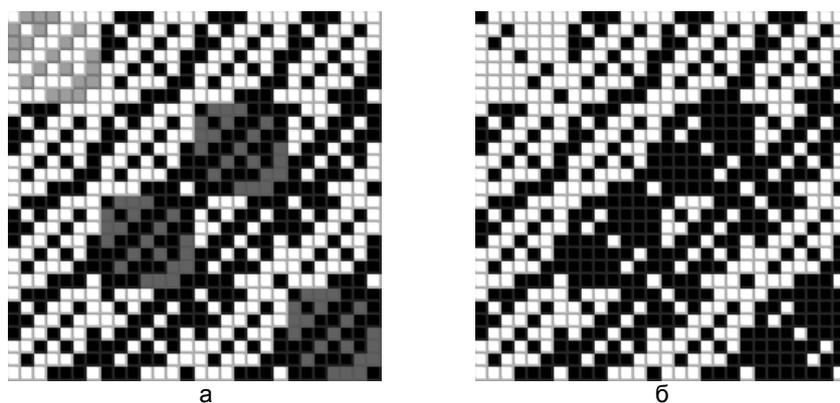


Рис. 5. Портреты матриц Вильямсона  $W_{28}$  (а) и Адамара  $H_{28}$  (б)

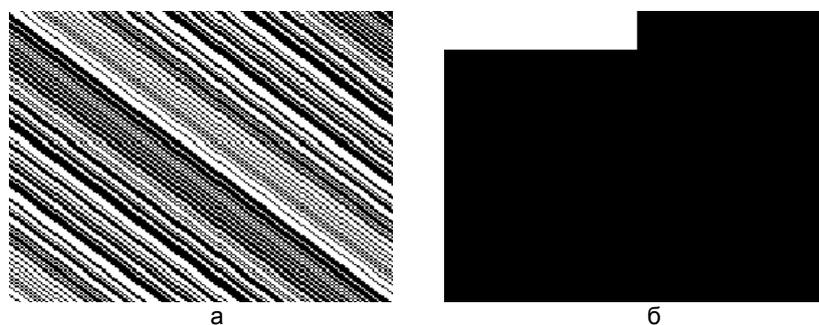


Рис. 6. Портрет матрицы  $M_{167}$  (а) и гистограмма модулей ее элементов (б)

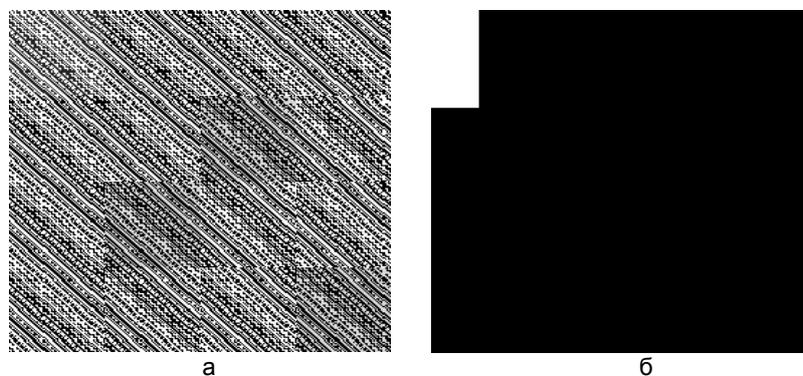


Рис. 7. Портрет матрицы приближения к  $H_{688}$  (а) и гистограмма модулей ее элементов (б)

Задача нахождения матрицы Адамара  $H_{28}$  решается редукцией структуры: измененная сжатием одна из четырех матриц Вильямсона содержит в явном виде не  $M_7$ , а уже встречавшиеся при построении матриц Белевича моноблоки и матрицу Мерсенна  $M_3$ . То, что за матрицами Вильямсона стоят матрицы Мерсенна, ранее в литературе не обсуждалось. Заметим, что и сами по себе матрицы Мерсенна стремятся

с ростом порядка к матрицам Адамара, поскольку их коэффициент  $b$  приближается к 1. Например, матрица Мерсенна относительно малого 167-го порядка, судя по гистограмме ее уровней, уже немногим отличается от матрицы Адамара (рис. 6).

Даже без сжатия (адаптации структуры) коэффициент  $b$ , характеризующий приближение массива Вильямсона с этой матрицей Мерсенна к матрице  $H_{668}$ , составляет около 70% от максимально возможного уровня (рис. 7).

### Модификация метода Скарпи

Наиболее интересный результат можно получить, находя при помощи матриц Мерсенна низкого порядка тот же самый сорт матриц порядка более высокого. Для учета условий ортогональности применим циклическую перестановку столбцов блоков, принесшую заметный успех при построении матриц Белевича. Поскольку в оригинале [10] еще отсутствует понятие матриц Мерсенна с их естественным разделением множества всех элементов на целые (1) и вещественные ( $-b$ ), идея прежнего метода Скарпи не может быть выражена в столь простой формулировке, как приводимая ниже.

**Модифицированный алгоритм.** Любую матрицу Мерсенна порядка  $n$ , где  $n$  – простое число, можно вставить саму в себя с циклическим сдвигом, пропорциональным ее положению, используя в качестве каймы замещаемый элемент матрицы: после нормализации и усечения каймы получим снова матрицу Мерсенна.

Величина циклического сдвига столбцов равна произведению индексов элементов расширяемой матрицы, отсчет их начинается с 0.

Стартовый элемент каймы блока (пересечение первых его строки и столбца) выбирается отрицательным. Под нормализацией подразумевается выравнивание знаков первого столбца и строки итоговой матрицы так, чтобы они были отрицательными – усечение каймы воспроизводит их количественный дефицит на единицу в матрице Мерсенна, но теперь уже порядка  $n^2+n-1$ . Коэффициент  $-b$  ее рассчитывается заново согласно определению. Отметим, что полином  $n^2+n-1=0$  имеет корни, равные по модулю числам золотого сечения, т.е. известная в математике пропорция, так или иначе, лежит в основе этого построения.

В качестве примера возьмем матрицу Мерсенна  $M_7$ , применим ее не для построения матрицы Вильямсона, а увеличим число блоков составной матрицы до значения ее порядка, вставляя матрицу саму в себя согласно алгоритму. После нормализации и усечения общей каймы получим матрицу Мерсенна  $M_{55}$ . Побочный продукт этого алгоритма – промежуточная матрица Адамара, поскольку это матрицы одного сечения (рис. 8). Показана матрица Адамара  $H_{56}$  до ее нормализации, что позволяет наблюдать структуру и характер сдвигов столбцов размножаемой матрицы.

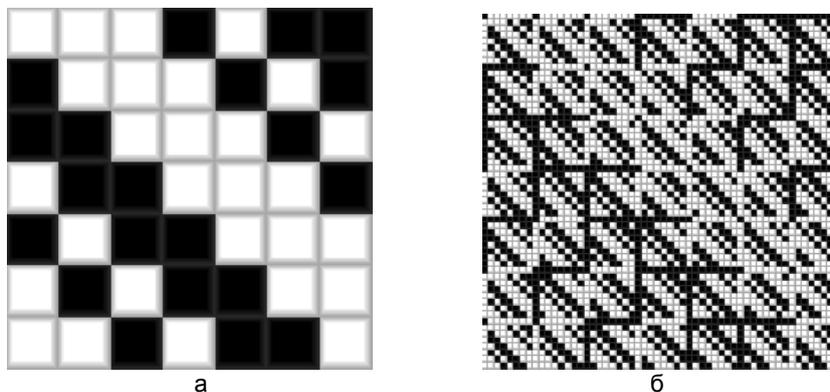


Рис. 8. Портреты матриц Мерсенна ( $M_7$ ) (а) и Адамара ( $H_{56}$ ) (б)

### Фильтр Мерсенна

Для многих приложений вычислительной математики, теории кодирования, цифровой обработки сигналов и др. важным требованием является простота и конечность множества значений функций ортонормированных систем. Первая из таких систем – система Радемахера – была построена как существенное упрощение аналога тригонометрической системы функций. Функции Радемахера имеют всего два значения  $\{1, -1\}$ , но их недостаток состоит в том, что система неполна и, следовательно, не является базисом в гильбертовом пространстве  $L_2$ . Полная система впервые была введена Дж. Уолшем. В отличие от функций Радемахера, функции Уолша можно разделить на четные и нечетные, этим они аналогичны синусам и косинусам. Такие функции применяются в практике помехоустойчивого сжатия и маскирования изображений, заменяя матрицу дискретного косинусного преобразования матрицей Адамара–Уолша в классическом тракте JPEG-алгоритма сжатия изображения [1, 3, 5].

Фильтр, построенный на матрице Мерсенна, будем называть фильтром Мерсенна.

Матрицы Мерсенна – двухуровневые, они содержат только элементы двух значений  $\{1, -b\}$  и допускают упорядочивание их строк и столбцов перестановками, результаты которых представлены на рис. 9.

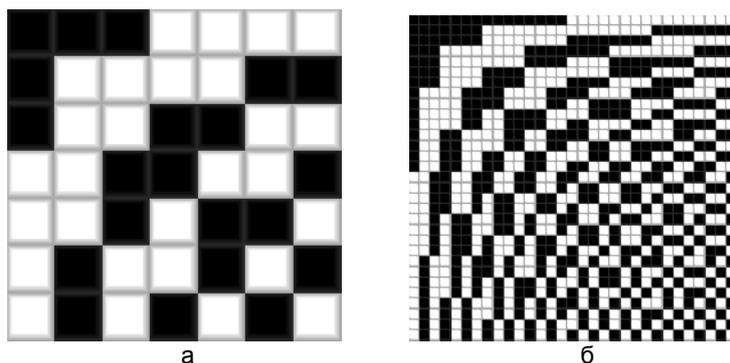


Рис. 9. Портрет матриц Мерсенна-Уолша  $M_7$  (а) и Мерсенна-Уолша  $M_{31}$  (б)

Пример применения фильтра Мерсенна на основе матрицы  $M_7$  к модельному изображению приведен на рис. 10.

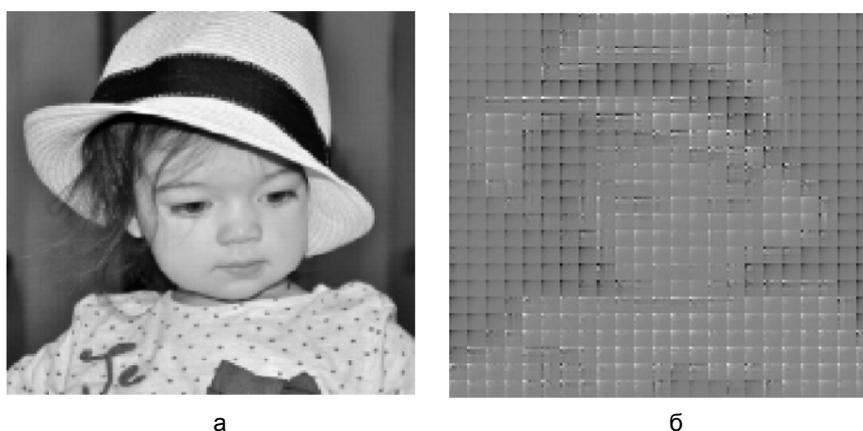


Рис. 10. Модельное изображение «Мария» (а) и матрица прореженных значений ее двумерного спектра (б)

Исходное и отфильтрованное изображения сравнивались по объемам, достигаемым алгоритмом статистической компрессии PNG (Portable Network Graphics). Исходное изображение перед обработкой имеет объем 37 кБ, обработанное фильтром Мерсенна составляет 32 кБ при малом сжатии, которое уменьшается до 26 кБ и ниже при высоком, более детально технология раскрыта в работах [15, 16].

Систему ортогональных функций, порождаемых упорядоченными по частоте столбцами матриц Мерсенна, будем называть системой функций Мерсенна–Уолша по аналогии с классическими функциями Уолша. Перечислим ее отличительные особенности и назовем причины, по которым такой базис сигналов может быть интересным. Система функций Мерсенна–Уолша – двухуровневая, такая же, как и классическая система. Она отличается от функций Уолша пониженным по амплитуде нижним значением  $-b$ , которое с ростом размерности системы стремится к  $-1$ . В этом смысле она не совпадает с системой функций Уолша, но является достаточно близкой аппроксимацией ее на нечетных значениях порядка. Систему функций Мерсенна–Уолша характеризует пониженное на единицу количество порождающих ее элементов столбцов матрицы Мерсенна, т.е. она более проста для вычисления, чем классическая.

Любой базис отличает предпочтительная область его применения. Система функций Мерсенна–Уолша более высокочастотная, чем система функций Уолша, в ее составе нет функции нулевой частоты (константы). Таким образом, она более предпочтительна для построения полосовых фильтров изображений (для обработки рисунков, где отсутствует монотонный фон). Первые единичные столбец и строка нормализованных матриц Адамара представляют собой ненужную составляющую, которая у полосовых фильтров никакой нагрузки не несет, поскольку отвечает частоте, которую они фильтруют. Иначе говоря, она означает лишние затраты процессорного времени. Однако заметим, что простое удаление канвы матрицы Адамара отбрасыванием ее первых строки и столбца нарушает ортогональность столбцов усеченной матрицы.

### Заключение

Для ряда приложений квазиортогональных матриц к помехоустойчивому кодированию информации, маскированию изображений и защите видеоданных целочисленные значения их элементов далеко

не столь важны, как высокая размерность решаемой задачи и наличие экстремальных качеств [1, 3–5, 17], которыми обладают матрицы Адамара и все близкие к ним матрицы их семейства. В работе подведены некоторые итоги использования алгоритма и программы исследования  $M$ -матриц [4].

Построение матриц Белевича при помощи матриц Мерсенна в настоящей работе публикуется впервые. Это означает, что матрицы Адамара и Белевича более высоких порядков достижимы не только при помощи матриц Мерсенна ближайшего к ним среза – имеются и более дальние связи. Приведенный в работе подход показывает вариант замены известного кронекерова произведения матриц Адамара, введенный еще Пэли, операциями с каймой и сдвигами столбцов матриц Мерсенна. Отсутствие некоторых матриц Белевича получило объяснение естественным исчерпанием комбинаторной возможности, сопровождаемой появлением в их составе моноблоков (разрыв структуры).

Матрицы Белевича и Адамара далеко не всегда являются конечной целью таких алгоритмов, поскольку известны приложения, например, при моделировании квазикристаллов [18, 19], в которых содержательная сторона задачи связывается с модульно двухуровневыми матрицами. По простоте и надежности поиска матрицы Мерсенна предпочтительнее матриц Адамара. Они занимают в тетраде матриц Адамара, Мерсенна, Эйлера и Ферма наиболее удаленное положение от матриц порядка  $4k-3$ , на котором наблюдается отсутствие явно выделенного и проходящего по всем порядкам матриц слоя. Справа и слева (по порядкам) от матриц Мерсенна находятся связанные с ними взаимно-однозначным соответствием матрицы Адамара и Эйлера.

Модификация алгоритма поиска матриц Белевича с циклической перестановкой столбцов позволяет непосредственно вычислять матрицы Мерсенна и Адамара высоких порядков, недостижимых при использовании метода Пэли [11]. Снижение числа блоков и отказ от перестановок элементов матрицы Мерсенна позволяет эффективно находить приближения матриц Адамара высоких проблемных порядков при имеющейся мощности вычислительной техники.

#### Литература

1. Мироновский Л.А., Слаев В.А. Стрип-метод преобразования изображений и сигналов. СПб: Политехника, 2006. 163 с.
2. Ерош И.Л., Сергеев А.М., Филатов Г.П. О защите цифровых изображений при передаче по каналам связи // Информационно-управляющие системы. 2007. № 5. С. 20–22.
3. Балонин Ю.Н., Востриков А.А., Сергеев М.Б. О прикладных аспектах применения  $M$ -матриц // Информационно-управляющие системы. 2012. № 1. С. 92–93.
4. Балонин Ю.Н., Сергеев М.Б. Алгоритм и программа поиска и исследования  $M$ -матриц // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2013. № 3 (85). С. 82–86.
5. Балонин Н.А., Сергеев М.Б.  $M$ -матрицы // Информационно-управляющие системы. 2011. № 1. С. 14–21.
6. Hadamard J. Résolution d'une question relative aux determinants // Bulletin des Sciences Mathématiques. 1893. V. 17. P. 240–246.
7. Балонин Н.А., Сергеев М.Б., Мироновский Л.А. Вычисление матриц Адамара-Мерсенна // Информационно-управляющие системы. 2012. № 5. С. 92–94.
8. Балонин Н.А., Сергеев М.Б. О двух способах построения матриц Адамара-Эйлера // Информационно-управляющие системы. 2013. № 1 (62). С. 7–10.
9. Балонин Н.А., Сергеев М.Б., Мироновский Л.А. Вычисление матриц Адамара-Ферма // Информационно-управляющие системы. 2012. № 6 (61). С. 90–93.
10. Scarpis U. Sui determinanti di valore Massimo // Rendiconti della R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. 1898. V. 31. P. 1441–1446.
11. Paley R.E.A.C. On orthogonal matrices // Journal of Mathematics and Physics. 1933. V. 12. P. 311–320.
12. Belevitch V. Theorem of  $2n$ -terminal networks with application to conference telephony // Electronic Communications. 1950. V. 26. P. 231–244.
13. Балонин Ю.Н., Сергеев М.Б.  $M$ -матрица 22-го порядка // Информационно-управляющие системы. 2011. № 5. С. 87–90.
14. Williamson J. Hadamard's Determinant Theorem and the Sum of Four Squares // Duke Math. J. 1944. V.11. P. 65–81.
15. Балонин Н.А., Сергеев М.Б. О расширении ортогонального базиса в задачах сжатия видеоизображений // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2014. № 2 (116). С. 11–15.
16. Востриков А.А., Балонин Ю.Н. Матрицы Адамара-Мерсенна как базис ортогональных преобразований в маскировании видеоизображений // Изв. вузов. Приборостроение. 2014. Т. 57. № 1. С. 15–19.
17. Балонин Н.А., Сергеев М.Б. Матрицы локального максимума детерминанта // Информационно-управляющие системы. 2014. № 1 (68). С. 2–15.
18. Балонин Н.А., Сергеев М.Б. Матрица золотого сечения  $G_{10}$  // Информационно-управляющие системы. 2013. № 6 (67). С. 2–5.

19. Балонин Н.А., Сергеев М.Б. М-матрицы и кристаллические структуры // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2013. № 3 (43). С. 58–62.

- Балонин Николай Алексеевич** – доктор технических наук, доцент, профессор, Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения (ГУАП), Санкт-Петербург, Россия, korbendfs@mail.ru
- Балонин Юрий Николаевич** – программист, Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения (ГУАП), Санкт-Петербург, Россия, tomaball@mail.ru
- Сергеев Михаил Борисович** – доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой, Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения (ГУАП), Санкт-Петербург, Россия; директор, НИИ информационно-управляющих систем, Университет ИТМО, mbse@mail.ru
- Nikolai A. Balonin** – Professor, D.Sc., Associate professor, Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation (SUAI), Saint Petersburg, Russia, korbendfs@mail.ru
- Yuri N. Balonin** – programmer, Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation (SUAI), Saint Petersburg, Russia, tomaball@mail.ru
- Mikhail B. Sergeev** – D.Sc., Professor, Department head; Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation (SUAI), Saint Petersburg, Russia; Director, Research Institute of Information and Control Systems, ITMO University, mbse@mail.ru

*Принято к печати 18.02.2014*

*Accepted 18.02.2014*

УДК 621.81.004.17:620.191.355.001.5

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ДЕТАЛЕЙ  
ИЗ АЛЮМИНИЕВО-МАГНИЕВЫХ И АЛЮМИНИЕВЫХ  
ДЕФОРМИРУЕМЫХ СПЛАВОВ ПРИ РОТАЦИОННОЙ ВЫТЯЖКЕД.Б. Леонов<sup>a, b</sup>, С.Д. Васильков<sup>a</sup>, А.Ю. Иванов<sup>a</sup><sup>a</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, dimilqn@mail.ru<sup>b</sup> ВМЗ АО Сопот, Сопот, Болгария, dimilqn@mail.ru

Рассматриваются проблемы ротационной вытяжки трубных или листовых заготовок из алюминий-магниевого и алюминий деформируемых сплавов. Обосновывается необходимость контроля распределения технологических остаточных напряжений по глубине поверхностного слоя заготовок в процессе ротационной вытяжки. Исследуется деталь из алюминий сплав АМг5, получаемая трехэтапной ротационной вытяжкой. Остаточные напряжения  $\sigma$  определялись резистивным электроконтактным методом. Выполнен анализ напряженного состояния заготовок после каждого этапа ротационной вытяжки. С применением теории планирования эксперимента проведены исследования влияния режимов обработки и термообработки на уровень остаточных напряжений в материале заготовок. Параметром оптимизации процесса принята величина остаточных напряжений, а факторами процесса – технологические режимы ротационной вытяжки и межэтапной термообработки. На основе статистического расчета представлена математическая модель процесса (по критерию Фишера). Получены технологические режимы обработки, при которых обеспечивается наименьший уровень остаточных напряжений в поверхностном слое исследуемых образцов и оптимальное распределение остаточных напряжений по глубине поверхностного слоя заготовок. Разработанная методика может быть рекомендована для применения в производственных условиях при изготовлении осесимметричных деталей из алюминий-магниевого и алюминий деформируемых сплавов методом ротационной вытяжки.

**Ключевые слова:** остаточные напряжения, ротационная вытяжка, неразрушающий резистивный электроконтактный метод, теория планирования эксперимента.

STRESS STATE STUDY FOR PARTS OF ALUMINIUM-MAGNESIUM AND  
ALUMINIUM WROUGHT ALLOYS AT ROTARY SPINNINGD.B. Leonov<sup>a, b</sup>, S.D. Vasilkov<sup>a</sup>, A.Yu. Ivanov<sup>a</sup><sup>a</sup> ITMO University, Saint Petersburg, Russia, dimilqn@mail.ru<sup>b</sup> "VMZ" Co, Sopot, Bulgaria, dimilqn@mail.ru

The paper deals with the problems of rotary spinning of pipe or sheet workpieces made of aluminium-magnesium and aluminium wrought alloys. The need to control depth distribution of internal stresses in the workpiece surface layer in the rotary spinning process is determined. An Al-Mg5 aluminum alloy part is researched, which is obtained after 3 - stage rotary spinning. By the use of non-destructive resistance electric contact method, measurements and analysis of the stressed state for the workpieces after each stage of rotary spinning are made. According to the experiment planning theory, research of the influence of processing and thermal treatment modes on the levels of residual stresses  $\sigma$  in the workpieces material is conducted. The value of the residual stresses is assumed as an optimization parameter, and the technological modes of spinning and the modes of the thermal treatment applied between the rotary spinning stages - as factors of the process. Statistical estimation is made, which makes it possible to obtain an adequate mathematical model (estimated by the Fisher's criterion) describing the relation between the optimization parameter and the optimization factors. Technological processing modes with the lowest level of residual stresses in the surface layer of the researched samples and the optimal depth distribution of residual stresses in the workpiece surface layer are obtained. Developed method is applicable in all operating conditions for parts manufacturing of different geometry and different materials.

**Keywords:** residual stresses, rotary spinning, nondestructive resistance electric-contact method, experiment planning theory.

## Введение

В различных отраслях промышленности [1] широкое распространение нашли осесимметричные детали, изготавливаемые ротационной вытяжкой трубных или листовых заготовок из алюминий-магниевого и алюминий деформируемых сплавов (рис. 1). Процесс ротационной вытяжки характеризуется локализацией деформации в небольшой зоне обрабатываемого металла, перемещение которой, вследствие вращения заготовки и подачи инструмента по заданным траекториям, приводит к необратимому изменению формы и получению нужного изделия. Ротационная вытяжка успешно конкурирует с механической обработкой по производительности и позволяет использовать более простые по форме и способу получения заготовки [2, 3].



Рис. 1. Детали, изготавливаемые ротационной вытяжкой

Технологическая операция изготовления деталей приборов из металлов и сплавов сопровождается накоплением или перераспределением остаточных напряжений, которые могут оказывать существенное влияние на эксплуатационные характеристики изделий. Причиной возникновения внутренних напряжений при ротационной вытяжке является наличие очага пластической деформации. Появление таких напряжений может привести к локальным деформациям и дефектам заготовки. Увеличение сжимающих напряжений может привести к гофрообразованию, а растягивающие напряжения могут привести к образованию окружных трещин [4]. Оба случая являются браковочными показателями изделий. Это обуславливает необходимость контроля распределения внутренних напряжений по глубине поверхностного слоя заготовок в процессе проведения ротационной вытяжки. Для определения остаточных напряжений можно использовать как разрушающие методы (метод Давыденкова–Биргера, метод зондирующей лунки и др.) [5–7], так и неразрушающие методы (резистивный электроконтактный, магнитный, акустический, рентгеновский и др.) [8, 9]. Применение разрушающих методов позволит получить характер распределения напряжений по глубине поверхностного слоя изделий, но при этом придется разрушить заготовку или готовое изделие, поэтому применение неразрушающего метода предпочтительнее. В настоящей работе для определения механических остаточных напряжений поверхностного слоя деталей использован неразрушающий резистивный электроконтактный метод, основанный на корреляции между интегральными электрическими и механическими характеристиками металлов и сплавов – удельным электрическим сопротивлением  $\rho$  в  $h$ -слое металла и механическими напряжениями [9, 10].

**Исследуемый образец и постановка эксперимента**

В качестве объекта исследования использована деталь из алюминиевого сплава АМг5, приведенная на рис. 2. В табл. 1, 2 приведены состав и основные свойства используемого материала АМг5 в соответствии с ГОСТ 21631-76 [11].

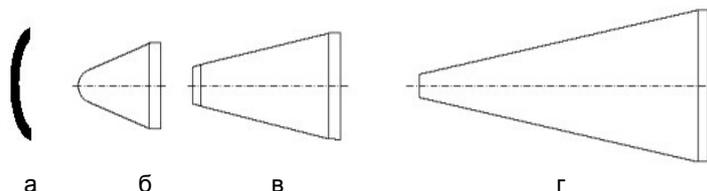


Рис. 2. Деталь из АМг5 диаметром 70 мм, полученная после трехэтапной ротационной вытяжки: исходная заготовка толщиной 6 мм (а); первый этап ротационной вытяжки (толщина стенки 2 мм, угол конуса 64°) (б); второй этап ротационной вытяжки (толщина стенки 1,2 мм, угол конуса 43°) (в); третий этап ротационной вытяжки (толщина стенки 0,8 мм, угол конуса 25°) (г)

Fe	Si	Mn	Ti	Al	Cu	Be	Mg	Zn	Примеси
не более 0,5	не более 0,5	0,3–0,8	0,02–0,1	91,9–94,68	не более 0,1	0,0002–0,005	4,8–5,8	не более 0,2	не более 0,1

Таблица 1. Химический состав материала АМг5 (в процентах)

Предел прочности $\sigma_b$ , МПа	Предел текучести $\sigma_t$ , МПа	Относительное удлинение $\Delta$ , %	Плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	Модуль упругости $E$ , ГПа	Удельное электрическое сопротивление $R \times 10^9$ , Ом·м
275	130	12–15	2650	71	64

Таблица 2. Механические и физические свойства материала АМг5 при температуре  $T = 20^\circ\text{C}$

Технологический процесс обработки детали включает трехэтапную ротационную вытяжку, проводимую на двухроликовом станке модели LEIFELD ST-400. После проведения каждого этапа ротационной вытяжки заготовки подвергались низкотемпературному отжигу при температуре  $T = 350^\circ\text{C}$  для снятия

остаточных напряжений. На заключительном этапе изготовления детали механические и прочностные характеристики материала должны быть не ниже указанных в табл. 2.

С целью исследования влияния режимов вытяжки на остаточные напряжения в поверхностном слое заготовок из материала АМг5 был проведен эксперимент по следующему плану:

- измерение и анализ напряженного состояния заготовок резистивным электроконтактным методом после каждого этапа ротационной вытяжки;
- исследование влияния режимов обработки и термообработки на уровень остаточных напряжений в материале заготовок с применением теории планирования эксперимента;
- получение технологических режимов обработки, гарантирующих наименьшие остаточные напряжения в поверхностном слое заготовок.

### Методы исследования и результаты

Замеры напряжений проведены с использованием прибора СИТОН, работающего на принципе неразрушающего резистивного электроконтактного метода [9]. С целью получения более достоверных результатов перед началом измерения контролируемая поверхность на заготовках была обезжирена и высушена. Датчик поочередно устанавливался в трех местах под углом  $120^\circ$  на окружной поверхности каждой заготовки (зоны проведения замеров –  $0^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $240^\circ$ ).

Результаты измерений показаны на рис. 3. Глубина замеров и установка датчика предусмотрены методикой функционирования прибора СИТОН, который реализует неразрушающий резистивный электроконтактный метод измерения.

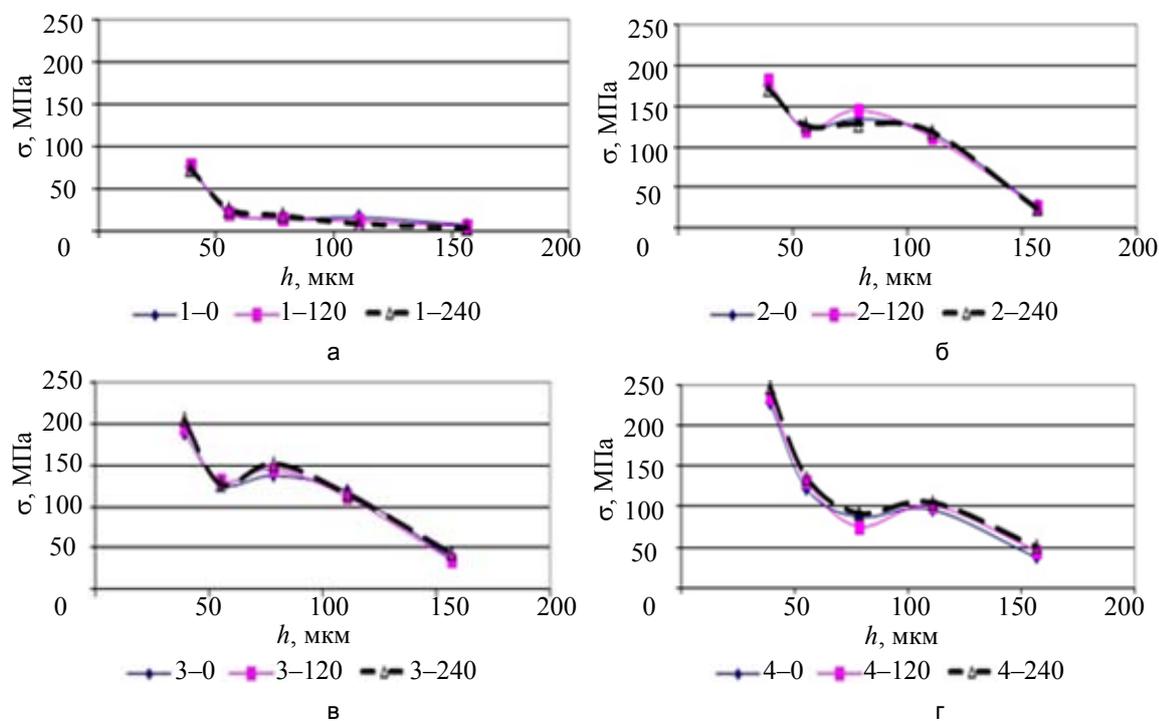


Рис. 3. Распределение остаточных напряжений по глубине поверхностного слоя заготовок. Каждый график содержит три кривые, соответствующие зонам проведения замеров (в градусах) на поверхности заготовки: исходная заготовка (а); первый этап ротационной вытяжки (б); второй этап ротационной вытяжки (в); третий этап ротационной вытяжки (г)

Характер распределения напряжений на рис. 3 показывает, что они являются растягивающими. Видно, что после каждого этапа ротационной вытяжки, несмотря на проведенную термообработку, внутренние растягивающие напряжения увеличиваются. На последнем этапе ротационной вытяжки (рис. 3, г) внутренние напряжения близки к пределу прочности материала АМг5  $\sigma_b$  для данного материала (табл. 2). Это обуславливает необходимость исследования влияния технологических режимов обработки детали с целью уменьшения внутренних напряжений.

### Анализ полученных результатов

Анализ полученных результатов проведен с использованием теории планирования эксперимента [12]. Его целью было получение наименьшего уровня значений остаточных напряжений в поверхностном слое исследуемых заготовок при варьировании технологических режимов обработки и термообработки. Параметром оптимизации являлась величина остаточных напряжений  $\sigma$  (в расчете принимали макси-

мальную величину остаточных напряжений, измеряемых в поверхностном слое каждой заготовки). Факторами процесса приняты технологические режимы ротационной вытяжки и режимы проводимой термообработки после каждого перехода ротационной вытяжки (табл. 3). Уровни варьирования факторов выбраны исходя из технических возможностей использованного оборудования (LEIFELD ST-400) и результатов предварительных экспериментов [13, 14].

Фактор	Кодовое обозначение	Интервалы варьирования	Уровень факторов		
			Нижний (-1)	Базовый (0)	Верхний (+1)
Продольная подача $S$ , мм/об	$X_1$	$\pm 0,39$	0,02	0,41	0,8
Обороты шпинделя $n$ , об/мин	$X_2$	$\pm 20$	780	800	820
Температура термообработки $T$ , °C	$X_3$	$\pm 20$	330	350	370

Таблица 3. Основные факторы и диапазоны их варьирования

Поскольку факторы процесса неоднородны и измеряются в различных единицах, а числа, выражающие величины факторов, имеют различные порядки, они были приведены к единой системе счисления путем перехода от действительных значений факторов к кодированным [12]:

$$\tilde{X}_i = \frac{X_i - X_{i\text{осн}}}{\Delta X_i},$$

где  $\tilde{X}_i$  – кодированное значение фактора;  $X_i$  – действительные значения фактора;  $X_{i\text{осн}}$  – значение фактора на основном уровне;  $\Delta X_i$  – интервал варьирования текущего фактора;  $i$  – номер фактора.

Проведенный статистический расчет позволил получить:

- адекватную математическую модель процесса (по критерию Фишера), описывающую связь между параметром и факторами оптимизации:

$$\sigma = 207,3 + 13,75S - 3,2n - 5,8T + 2,1S \cdot n + 3,275n \cdot T + 2,75S \cdot n \cdot T;$$

- технологические режимы обработки, при которых обеспечивается наименьший уровень остаточных напряжений в поверхностном слое образцов из материала АМг5, получаемых методом ротационной вытяжки (табл. 4);
- оптимальное распределение остаточных напряжений по глубине поверхностного слоя заготовок, обработанных при данных режимах (рис. 4).

Продольная подача $S$ , мм/об	Обороты шпинделя $n$ , об/мин	Температура термообработки $T$ , °C
0,21	815	360

Таблица 4. Технологические режимы обработки для получения наименьшего уровня остаточных напряжений в поверхностном слое образцов

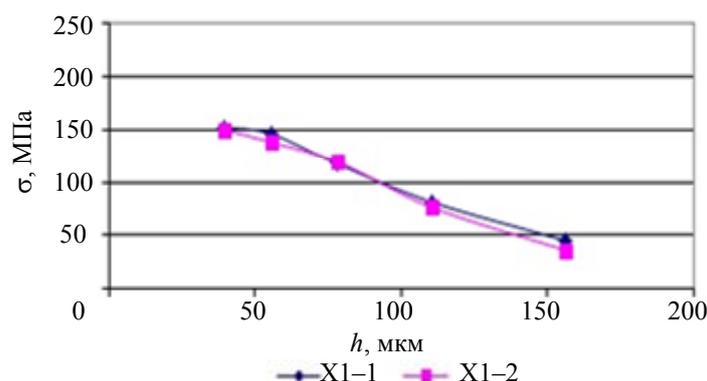


Рис. 4. Оптимальное распределение остаточных напряжений по глубине поверхностного слоя заготовок

Для проверки механических характеристик материала в конце исследования из заготовок, имеющих распределение остаточных напряжений, показанное на рис. 4, были вырезаны образцы согласно ГОСТ 1497-84 [15]. Испытания показали, что удлинение опытных образцов от момента начала текучести материала (при нагрузке 140 МПа) до момента разрыва образца (при нагрузке 290 МПа) составило 15%. Полученные результаты испытаний на разрыв (при растяжении) удовлетворяют требованиям по пределу текучести  $\sigma_t$ , временному сопротивлению  $\sigma_b$  и относительному максимальному удлинению  $\delta$  материала АМг5.

### Заключение

Резистивным электроконтактным методом проведена оценка напряженного состояния образцов из материала АМг5, получаемых методом ротационной вытяжки. Можно утверждать, что предложенная методика применима при различных производственных условиях, для деталей, отличающихся по размеру и форме, изготавливаемых ротационной вытяжкой трубных или листовых заготовок из алюминий-магниевого и алюминиевого деформируемых сплавов. Предлагаемая методика исследования позволяет создавать базу данных (зависимость уровня остаточных напряжений в поверхностном слое материала от применяемого оборудования и режимов обработки), которой впоследствии может пользоваться любое предприятие, обладающее таким или аналогичным оборудованием.

### Литература

1. Яковлев С.П., Трегубов В.И., Яковлев С.С. Изменение механических свойств горячекатаных труб из стали 12ХЗГНМФА при ротационной вытяжке // Известия ТулГУ. Технические науки. 2010. № 2–2. С. 3–11.
2. Дудка Д.В., Трегубов В.И. Влияние технологических параметров на образование напльва при ротационной вытяжке осесимметричных деталей // Известия ТулГУ. Технические науки. 2011. № 1. С. 3–13.
3. Гредитор М.А. Давильные работы и ротационное выдавливание. М.: Машиностроение, 1971. 239 с.
4. Добровольский В.И., Куликов А.Д., Бурлаков И.А. Анализ распределения деформаций при ротационной вытяжке // Научные труды (Вестник МАТИ). 2010. № 17 (89). С. 167–171.
5. Ivanov A.Y., Leonov D.B. Analysis of the methods for control and measurement of residual stress // Journal of the Technical University - Sofia, Plovdiv branch. 2012. V. 17. P. 13–19.
6. Мрочек Ж.А., Макаревич С.С., Кожуро Л.М. и др. Остаточные напряжения. Минск: УП «Технокрит», 2003. 352 с.
7. Kraus I., Trofimov V.V. Rentgenová tenzometrie. Praha: Academia, 1988. 248 p.
8. Handbook of residual stress and deformation of steel / ed. by Totten G., Howes M., Inoue T. Ohio: ASM International, 2002. 550 p.
9. Валетов В.А., Васильков С.Д., Сисюков А.Н., Юльметова О.С. Методика исследования характеристик поверхностного слоя деталей приборов: Учебное пособие. СПб: СПбГУ ИТМО, 2010. 92 с.
10. Васильков С.Д., Александров А.С., Афанасьев И.В. Определение остаточных напряжений в поверхностном слое деталей из алюминиевого сплава после механической обработки // Инструмент и технологии. 2010. № 27. С. 26–29.
11. ГОСТ 21631-76. Листы из алюминия и алюминиевых сплавов. Введ. 01.07.1977. М.: Изд-во стандартов, 1976. 28 с.
12. РДМУ 109-77. Методика выбора и оптимизации контролируемых параметров технологических процессов. Введ. 01.07.1978. М.: Издательство стандартов, 1978. 48 с.
13. Леонов Д., Иванов А. Контроль на остаточные напряжения при спиннинговане на детали от алюминий-магниевого сплава // Сборник научни трудове от «Юбилейна научна конференция по повод 10 години от създаването на НВУ». Велико Търново. 2012. Т. 7. С. 120–126.
14. Иванов А.Ю., Леонов Д.Б. Технологические методы обеспечения качества изделия // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. 2011. № 5 (75). С. 111–114.
15. ГОСТ 1497-84. Металлы. Методы испытаний на растяжение. Введ. 01.01.1986. М.: Изд-во стандартов, 1984. 24 с.

<i>Леонов Димитян Божидаров</i>	– аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия; начальник отдела, ВМЗ АО Сопот, Сопот, Болгария, dimilqn@mail.ru
<i>Васильков Сергей Дмитриевич</i>	– кандидат технических наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, vasilkovsd@mail.ru
<i>Иванов Андрей Юрьевич</i>	– кандидат технических наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, ivaanur72@mail.ru
<i>Dimilyan B. Leonov</i>	– postgraduate; ITMO University, Saint Petersburg, Russia; Section head, VMZ Co, Sopot, Bulgaria, dimilqn@mail.ru
<i>Sergey D. Vasilkov</i>	– Associate professor, PhD, Associate professor, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, vasilkovsd@mail.ru
<i>Andrei Yu. Ivanov</i>	– Associate professor, PhD, Associate professor, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, ivaanur72@mail.ru

Принято к печати 25.12.13

Accepted 25.12.13

УДК 520.224.2. 224.4

## ВЫСОТНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ТЕМПЕРАТУРЫ ИЗОТЕРМИЧЕСКОГО КОСМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА СФЕРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

А.М. Дзитолев<sup>а</sup>, Е.В. Лаповок<sup>а</sup>, С.И. Ханков<sup>а</sup>

<sup>а</sup> Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия, dzitoi8@gmail.com

Исследован тепловой баланс сферического космического объекта в околоземном космическом пространстве. Получено аналитическое описание стационарной средней температуры такого объекта с учетом наличия внутренних источников тепловыделений и поглощаемого его поверхностью солнечного излучения. Математическая модель, описывающая тепловой баланс космического объекта, представлена единым уравнением, сочетающим две частные модели. Одна модель учитывает, помимо теплоотдачи излучением от объекта в космическое пространство, также и излучение в сторону Земли. Вторая учитывает только затенение Земли потоком излучения в космическое пространство. Выбор модели определяется направлением результирующего потока излучения между объектом и Землей. Получены функции, описывающие высотные зависимости температуры космического объекта сферической формы. В тени Земли выбор модели и формул, описывающих температуру космического объекта, определяется величиной удельной мощности тепловыделений и его температурным уровнем. На солнечном участке траектории выбор вида высотной функции зависит также от отношения коэффициента поглощения солнечного излучения к степени черноты поверхности объекта. Предложены критерии, позволяющие до начала расчетов выбирать вид функции, описывающей относительное изменение температуры объекта с ростом высоты. Представлены результаты расчетов, проведенных с использованием высотных функций, вытекающих из двух моделей, и указаны границы применимости этих функций. Выведенные аналитические формулы позволяют вычислять температуру сферического космического объекта. Полученные выводы справедливы для объектов выпуклой формы типовых конфигураций.

**Ключевые слова:** тепловой баланс, космический объект, тепловой режим объекта в околоземном космическом пространстве.

## HIGH-RISE TEMPERATURE DEPENDENCES FOR ISOTHERMAL SPACE OBJECT OF THE SPHERICAL FORM

A.M. Dzitoev<sup>a</sup>, E.V. Lapovok<sup>a</sup>, S.I. Khankov<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Mozhaisky Military Space Academy, Saint Petersburg, Russia, dzitoi8@gmail.com

Thermal balance of spherical space object in a near-earth space is investigated. Analytical description of stationary average temperature of such object in view of the existence of internal sources of thermal emissions and sunlight absorbed by its surface is received. Mathematical model, describing thermal balance of space object, is presented by the uniform equation combining two private models. One model considers heat irradiation from the object into space and radiation towards the Earth as well. The second one considers a shielding of a radiation stream into space by the Earth only. The choice of a model is defined by the direction of resultant radiation stream between object and the Earth. Functions describing high-rise dependences of temperature for space object of the spherical form are received. In the Earth shadow the choice of a model and the formulas, describing temperature for space object, is defined by the value of specific power of thermal emissions and its temperature level. On a solar site of a trajectory the choice of high-rise function type depends also on the ratio between coefficient of sunlight absorption and the degree of blackness for object surface. Criteria are offered making it possible to choose the function type, describing the relative change of object temperature with the height growth, prior to the beginning of calculations. Results of calculations carried out with the usage of high-rise functions, following from two models, are presented, and the limits of applicability for these functions are specified. Deduced analytical formulas give the possibility to calculate the temperature of spherical space object. Received conclusions are correct for convex form objects of standard configurations.

**Keywords:** thermal balance, space object, object thermal mode in a near space.

### Введение

При проектировании космических аппаратов и средств обеспечения их тепловых режимов повсеместно используются численные методы расчетов [1–5]. На создание специальных программ затрачиваются большие усилия и средства. Актуальным направлением исследований закономерностей формирования тепловых режимов космических объектов (КО) является разработка аналитических методов расчета [6–12]. Для расчетов температур КО в околоземном космическом пространстве (ОКП) необходимо определение величин падающих на КО и отдаваемых им лучистых тепловых потоков [6, 7].

Для КО типовых конфигураций ранее были разработаны методы расчетов нестационарных температур при их движении по различным орбитам для случая отсутствия внутренних источников тепловыделений [7–9]. Однако наличие источника тепловой мощности, отводимой внешней поверхностью КО излучением, может изменить зависимости его температуры от высоты орбиты. Относительные или безразмерные высотные зависимости стационарных температур КО от высоты орбиты следует рассматривать как важнейшие характеристики. Они позволяют определять общие закономерности формирования тепловых режимов для КО различных конфигураций и с различными коэффициентами поглощения их поверхностей в спектре как инфракрасного теплового, так и солнечного излучения.

Ранее были исследованы коэффициенты облученности тепловым излучением Земли КО цилиндрической и конической формы [13, 14], а также тепловое подобие КО указанных конфигураций и КО сферической формы. Все КО выпуклой формы с некоторой степенью приближения и в рамках опреде-

ленного диапазона изменения их геометрических параметров можно привести к одной из типовых конфигураций. Однако наиболее наглядный результат может быть получен на примере КО сферической формы без потери общности получаемых выводов.

Целью настоящей работы являлась разработка аналитической методики расчетов высотных зависимостей температур КО сферической формы на основе исследования его полного теплового баланса с учетом всех тепловых воздействий в ОКП и при наличии в нем внутренних тепловыделений.

### Физическая модель теплового взаимодействия КО с Землей

В ОКП на КО воздействуют три внешних потока излучения, которые формируют его тепловой баланс и температурный уровень: собственное тепловое излучение Земли, прямое и отраженное Землей солнечное излучение. Необходимо отметить различия природы этих излучений. Прямая солнечная заливка определяется только солнечной постоянной, а удельный поглощаемый КО поток солнечного излучения зависит только от коэффициента поглощения поверхности КО. Отраженное Землей солнечное излучение определяется солнечной постоянной, величиной альбедо Земли и углом на Солнце. Данный угол определяет величину комбинированного коэффициента облученности КО, равного отношению падающего на поверхность КО светового потока к величине интегрального потока солнечного излучения, отраженного Землей во всех направлениях.

Собственное тепловое излучение Земли отличается от первых двух указанных факторов теплового воздействия (связанных с солнечным излучением) тем, что между Землей и КО осуществляется теплообмен излучением в спектре собственного теплового излучения Земли. Это означает, что теплоотдача от КО в общем случае, при высокой температуре КО, может осуществляться в холодное космическое пространство и в направлении Земли (обратный поток излучения). В то же время в спектре солнечного излучения никакое обратное взаимодействие между КО и Землей не требует учета. Исходя из этого, необходимо отдельное рассмотрение модели тепловой подсветки КО собственным тепловым излучением Земли.

На рис. 1 представлена схема для описания теплового взаимодействия КО с Землей и холодным космосом. На рис. 1, а, представлена модель подсветки КО Землей. С поверхности КО Земля видна под углом  $2\theta_0$  (половинный угол  $\theta_0$  используется в расчетах коэффициента облученности КО [6]). Размер КО настолько меньше размера земного шара, что в указанном масштабе КО может быть представлен только в виде точки. На рис. 1, б, приведена модель подсветки сферического КО Землей в спектре ее собственного теплового излучения. При этом начало системы координат перенесено из центра Земли в центр КО (из точки  $O'$  в точку  $O$ ). Диаметр сферического КО столь мал по сравнению с диаметром Земли, что для любой точки поверхности КО в поперечном направлении можно считать, что подсветка Землей осуществляется строго из одного и того же направления и в пределах одного и того же угла  $2\theta_0$ .

На рис. 1, в, схематически изображены вложенные друг в друга подобные конусы, ограничивающие телесные углы, под которыми с различных точек поверхности КО видна Земля. Величины отрезков  $EF$ ,  $EO$  и  $ED$  пренебрежимо малы по сравнению с отрезком  $OG$  на рис. 1, а, равным высоте КО над поверхностью Земли. Исходя из этого, при расчете интегрального коэффициента облученности привязка к конкретной точке поверхности сферического КО в вертикальном направлении не имеет значения.

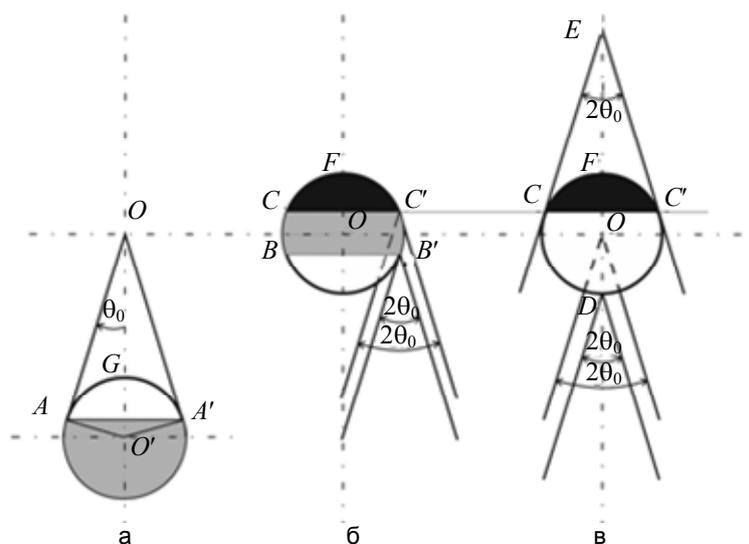


Рис. 1. Схема подсветки космического объекта собственным тепловым излучением Земли: модель подсветки КО участком поверхности Земли в пределах дуги  $AGA'$  (а); модель подсветки участков поверхности сферического объекта тепловым излучением Земли (б); схема облученности сферического космического объекта тепловым излучением Земли в пределах линейного угла  $2\theta_0$ , под которым

из сферического объекта видна Земля (в)

На основе изложенного обоснования инвариантности положения вершины конуса в любой точке КО можно распространить те же соображения при расчетах затенения Землей теплового излучения КО в пределах того же конуса.

Задача решалась в рамках допущений изотермичности поверхности Земли и ламбертовских законов отражения, а также изотермичности КО.

### Математическая модель радиационного теплообмена КО в ОКП

Уравнение теплового баланса КО в общем случае имеет вид

$$q_0 + q_s + q_e = Q + Q_w + Q_s + Q_e, \quad (1)$$

где  $q_0$  – изменение теплосодержания КО, определяемого через поверхностную плотность теплоемкости [7];  $q_s$  – удельный тепловой поток, излучаемый КО в космическое пространство;  $q_e$  – результирующий удельный тепловой поток, определяющий сброс избыточной тепловой энергии от КО в сторону Земли;  $Q$  – удельный тепловой поток излучения Земли, поглощаемый поверхностью КО;  $Q_w$  – поверхностная плотность мощности тепловыделений на внешней поверхности КО, обусловленная действием внутренних источников тепловой энергии;  $Q_s$  – удельный тепловой поток прямой солнечной засветки, поглощенный поверхностью КО;  $Q_e$  – удельный тепловой поток отраженного Землей солнечного излучения, поглощенный поверхностью КО.

Для упрощения анализа рассмотрим стационарный тепловой режим, что не ограничивает общности выводов. В этом случае  $q_0 = 0$ . Рассмотрим остальные компоненты теплового баланса в (1) по отдельности.

Величина  $q_s$  определяется из соотношения

$$q_s = \varepsilon \frac{\Omega_s}{4\pi} \sigma T^4, \quad (2)$$

где  $\varepsilon$  – степень черноты поверхности КО;  $\Omega_s$  – телесный угол, в пределах которого КО излучает в космическое пространство;  $\sigma$  – постоянная Стефана–Больцмана;  $T$  – температура на поверхности КО.

Результирующий поток  $q_e$  описывается выражением

$$q_e = \varepsilon \frac{\Omega_e}{4\pi} \sigma (T^4 - T_e^4), \quad (3)$$

где  $\Omega_e$  – телесный угол, под которым с КО видна Земля;  $T_e$  – эффективная температура Земли,  $T_e = 254,8$  К [15].

Поглощаемый поверхностью КО удельный тепловой поток  $Q$  определяется по формуле [6, 7]

$$Q = \varepsilon \varphi_c Q_0, \quad (4)$$

где  $\varphi_c$  – коэффициент облученности поверхности сферического КО Землей;  $Q_0$  – удельный тепловой поток, излучаемый Землей на верхней границе атмосферы,  $Q_0 = 239$  Вт/м<sup>2</sup> [15].

Поглощаемый удельный тепловой поток прямого солнечного излучения вычисляется по формуле [7]

$$Q_s = \alpha_s \Phi E, \quad (5)$$

где  $\alpha_s$  – коэффициент поглощения поверхностью КО солнечного излучения;  $\Phi$  – отношение площади миделя засвечиваемой Солнцем поверхности КО к его полной площади поверхности, для сферы  $\Phi = 0,25$ ;  $E$  – солнечная постоянная,  $E = 1366$  Вт/м<sup>2</sup>.

Удельный поток поглощаемого поверхностью КО отраженного Землей солнечного излучения описывается соотношением

$$Q_e = \alpha_s \varphi_k A E, \quad (6)$$

где  $\varphi_k$  – комбинированный коэффициент облученности КО, равный отношению падающего на КО удельного потока солнечного излучения, отраженного Землей, к солнечной постоянной;  $A$  – глобальное альbedo Земли,  $A = 0,3$  [15].

Телесный угол  $\Omega_e$ , входящий в формулу (3), выражается через половинный линейный угол  $\theta_0$ , под которым с поверхности КО видна Земля, с помощью соотношения

$$\Omega_e = 2\pi(1 - \cos \theta_0) = 2\pi(1 - \sqrt{1 - \sin^2 \theta_0}). \quad (7)$$

Угол  $\theta_0$  может быть выражен через коэффициент облученности Землей площадки, лежащей в плоскости местного горизонта  $\varphi_0$ , формулой [6]

$$\theta_0 = \arcsin \sqrt{\varphi_0}; \quad \varphi_0 = \left( \frac{R}{R+h} \right)^2, \quad (8)$$

где  $R$  – средний радиус Земли,  $R = 6371$  км;  $h$  – высота КО над поверхностью Земли.

Коэффициент облученности  $\varphi_0$  описывает рассеяние фронта сферической волны излучения Земли на удалении от нее на расстояние  $h$ .

Коэффициент облученности сферического объекта тепловым излучением Земли  $\varphi_c$  выражается через  $\varphi_0$  соотношением [7]

$$\varphi_c = 0,5 \left( 1 - \sqrt{1 - \varphi_0} \right). \quad (9)$$

Подставив (8) в (7), с учетом (9) получим

$$\Omega_e = 4\pi\varphi_c. \quad (10)$$

С учетом очевидного равенства

$$\Omega_s + \Omega_e = 4\pi \quad (11)$$

можно получить выражение для  $\Omega_s$ . Из (10) и (11) следует, что

$$\Omega_s = 4\pi(1 - \varphi_c). \quad (12)$$

Подставим (12) и (10) в (2) и (3), а затем (2)–(6) в (1), получим уравнение

$$(1 - \varphi_c) \sigma T^4 + k \varphi_c \sigma (T^4 - T_e^4) = \varphi_c Q_0 + \frac{Q_w}{\varepsilon} + \alpha_s E (\Phi + A \varphi_k), \quad (13)$$

где  $k$  – коэффициент, определяемый следующими условиями:

$$k = \begin{cases} 1 & \text{при } T > T_e \\ 0 & \text{при } T \leq T_e \end{cases}. \quad (14)$$

Последнее условие необходимо для исключения двойного учета теплового влияния Земли в случае, когда  $T < T_e$ .

#### Аналитические функции для описания высотных зависимостей температуры КО

Решение уравнения (13) удобно представить в виде

$$T = T_e Y; \quad T_e = \sqrt[4]{\frac{Q_0}{\sigma}} = 254,8 \text{ К}; \quad Y = \sqrt[4]{F_e + F_s}; \quad (15)$$

$$F_e = \frac{(1+k)\varphi_c + N}{1 - (1-k)\varphi_c}; \quad F_s = n_s M \frac{\Phi + A\varphi_k}{1 - (1-k)\varphi_c}; \quad N = \frac{Q_w}{\varepsilon Q_0}; \quad M = \frac{E}{Q_0} = 5,715.$$

Принимая значение для сферы  $\Phi = 0,25$  [7] и  $A = 0,3$ , получим конкретное выражение для  $F_s$  в случае абсолютно черной поверхности КО ( $n_s = 1$ ) в виде

$$F_s = \frac{1,429 + 1,715\varphi_k}{1 - (1-k)\varphi_c}. \quad (16)$$

Аналитическая функция  $Y(h)$  (15) представляет собой относительную высотную зависимость температуры КО. При  $F_s = 0$  (16) функция  $Y$  (15) является частной функцией, описывающей относительное изменение температуры КО с ростом высоты в тени Земли.

#### Критерий выбора функции для описания высотных зависимостей температурного уровня КО

На солнечном участке траектории практически всегда реализуются условия, при которых необходимо принимать  $k = 1$ . Исключение составляют маловероятные ситуации, когда коэффициент поглощения солнечного излучения очень мал и  $n_s \ll 1$ .

Для случая нахождения КО в тени Земли соотношение для расчета температуры упрощается до

$$T = T_e f_i; \quad f_i = \sqrt[4]{F_e}. \quad (17)$$

В случае  $k = 1$  высотная функция  $f_i$  из (17) примет вид

$$f_1 = \sqrt[4]{2\varphi_c + N}. \quad (18)$$

При  $k = 0$  получим

$$f_2 = \sqrt[4]{\frac{\varphi_c + N}{1 - \varphi_c}}. \quad (19)$$

Зона действия высотной функции  $f_1$  определяется из условия

$$f_1 > 1 \text{ или } N > 1 - 2\varphi_c. \quad (20)$$

Границей действия функций  $f_1$  и  $f_2$  является условие  $f_1 = f_2 = 1$ . Функция  $f_2$  предназначена для описания противоположной ситуации, когда  $f_2 < 1$ .

Соотношение (20) совместно с условием (14) составляют критерий выбора модели теплообмена КО в ОКП, который определяет соответствующий выбор аналитической функции, описывающей высот-

ную зависимость температуры КО. Еще до начала расчетов температур КО следует установить выполнение или невыполнение неравенства (20), что позволит выбрать правильное значение  $k$ .

При  $N = 0$  (при отсутствии внутренних тепловыделений) выполняется известное соотношение [7]

$$T = T_e \sqrt[4]{\frac{\Phi_c}{1 - \Phi_c}}. \quad (21)$$

Представляет интерес оценка мощности тепловыделений в КО, необходимой для выполнения условия (20), которую проведем для абсолютно черной поверхности КО, когда  $\epsilon = 1$ . При малой высоте орбиты  $h = 200$  км и при  $\Phi_c = 0,376$  получим  $N > 0,25$ , откуда  $Q_w > 60$  Вт/м<sup>2</sup>. При радиусе КО 1 м нетрудно получить требуемую суммарную мощность  $P > 750$  Вт. Для больших высот соответствующие значения составляют  $N > 1$ ,  $Q_w > 239$  Вт/м<sup>2</sup> и  $P > 3$  кВт. В результате оказывается, что в диапазоне изменения высот от низких до геостационарных следует использовать высотную функцию вида (18) в случае удельной мощности тепловыделений с поверхности КО от 60 до 240 Вт/м<sup>2</sup>. В противном случае достаточно использовать высотную функцию вида (19), а при отсутствии тепловыделений в КО его температура в тени Земли определяется по формуле (21).

### Результаты расчетов

На рис. 2 представлены зависимости температуры КО от высоты орбиты в тени Земли.

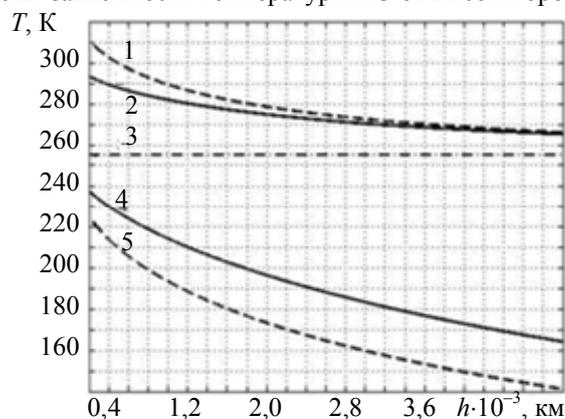


Рис. 2. Зависимость температуры КО от высоты над поверхностью Земли на теневом участке.

Линии 1 и 2 соответствуют наличию в КО внутренних тепловыделений с поверхностной плотностью мощности 239 Вт/м<sup>2</sup> ( $N = 1$ ). Горизонтальной линией 3 отмечена эффективная температура Земли 254,8 К. Линии 4 и 5 соответствуют случаю отсутствия тепловыделений. Сплошными линиями 2 и 4 даны зависимости, при расчете которых принято  $k = 1$ , штриховыми 1 и 5 – при  $k = 0$

Посередине графика горизонтальной штрих-пунктирной линией отмечено значение эффективной температуры Земли 254,8 К. Кривые, лежащие выше этой линии, построены с использованием формулы (19) для случая наличия внутри КО источника тепловыделений, создающего на поверхности КО удельный тепловой поток, равный удельному тепловому потоку излучения Земли на верхней границе атмосферы 239 Вт/м<sup>2</sup> ( $N = 1$ ). Ниже линии, соответствующей значению 254,8 К, приведены зависимости от высоты над Землей температуры КО при отсутствии в нем внутренних тепловыделений ( $N = 0$ ). Сплошными линиями даны зависимости температур КО от высоты, построенные с учетом обратного потока от КО к Земле ( $k = 1$ ), а штриховыми – без учета этого потока ( $k = 0$ ).

Из рис. 2 можно сделать следующие выводы об основных закономерностях формирования теплового баланса и температурного уровня КО в тени Земли.

1. При наличии в КО внутренних тепловыделений его температуры во всем диапазоне изменения высот лежат выше уровня 254,8 К – по данным расчетов, вплоть до высоты 40000 км, когда  $T = 255,4$  К. В этом случае разные модели – учитывающая и не учитывающая обратный результирующий поток от КО к Земле ( $k = 1$  и  $k = 0$ ) – приводит с погрешностью менее 1 К к одному и тому же результату при высотах свыше 3000 км. Это означает, что на больших высотах тепловое влияние Земли снижается, а тепловой баланс КО определяется главным образом его теплоотдачей в космическое пространство при полностью преобладающем влиянии в приходной части баланса внутренних тепловыделений.
2. При наличии в КО внутренних тепловыделений на малых высотах (до 3000 км) следует учитывать теплоотдачу от КО к Земле, особенно это необходимо при высотах от 200 до 2000 км, в противном случае погрешность определения температуры КО может составлять от 2 до 18 К.
3. При отсутствии внутренних тепловыделений в КО следует использовать высотную зависимость температуры, описываемую аналитической формулой (21), т.е. без учета обратного теплового потока от КО к Земле. В данном случае сплошная линия приведена для иллюстрации возможных завышений

температур КО при использовании модели, не соответствующей физическому смыслу. При высоте 40000 км значения температур для сплошной и штриховой линий составляют 79,6 и 67 К соответственно.

### Заключение

На основе исследования теплового баланса космического объекта сферической формы получена новая общая аналитическая формула для расчета высотных зависимостей его температуры при наличии внутренних тепловыделений с учетом поглощаемой солнечной энергии и теплообмена с Землей. Выбор частной упрощенной расчетной формулы определяется по критерию соотношения между температурой объекта и эффективной температурой Земли.

Даже при наличии внутренних тепловыделений в тени Земли, если не выполняется условие (20), расчет проводится по традиционным методикам, изложенным в [7]. Высотная функция вида (19) может использоваться для космического объекта с абсолютно черной поверхностью, если поверхностная плотность мощности, выделяемая его наружной поверхностью, менее 60 Вт для низких орбит и 240 Вт для высоких орбит. Однако при уменьшении степени черноты указанные значения поверхностной плотности мощности снижаются пропорционально значению степени черноты. Исходя из этого, для всего высотного диапазона может оказаться достаточным значение  $Q_w = 25 \text{ Вт/м}^2$  при  $\epsilon = 0,1$ , что для объекта радиусом 1 м соответствует полной мощности тепловыделений до 300 Вт. В этом случае необходимо использовать высотную функцию вида (18).

Для упрощения анализа и получения результатов в наиболее наглядном виде исследования проведены для космического объекта сферической формы. Тем не менее, полученные результаты являются общими и для объекта любой выпуклой формы. При этом будут изменяться конкретные значения коэффициентов облученности и удельные мощности тепловыделения, разделяющие области применения моделей. Выводы распространяются и на случай нестационарного теплового режима космического объекта.

### Литература

1. Малоземов В.В. Тепловой режим космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1980. 232 с.
2. Космические аппараты / Под общ. ред. К.П. Феоктистова. К71 М.: Воениздат, 1983. 319 с.
3. Салахутдинов Г.М. Тепловая защита в космической технике. М.: Знание, 1982. 64 с.
4. Авдеевский В.С., Галицкий Б.М., Глебов Г.А. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике: Учебник для авиационных специальностей вузов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1992. 528 с.
5. Залетаев В.М., Капинос Ю.В., Сургучев О.М. Расчет теплообмена космического аппарата. М.: Машиностроение, 1971. 317 с.
6. Моделирование тепловых режимов космического аппарата и окружающей его среды / Под ред. Г.П. Петрова. М.: Машиностроение, 1971. 382 с.
7. Каменев А.А., Лаповок Е.В., Ханков С.И. Аналитические методы расчета тепловых режимов и характеристик собственного теплового излучения объектов в околоземном космическом пространстве. СПб: НТЦ им. Л.Т. Тучкова, 2006. 186 с.
8. Баёва Ю.В., Лаповок Е.В., Ханков С.И. Методика расчета нестационарных температур космического объекта на круговых орбитах // Известия ВУЗов. Приборостроение. 2013. Т. 56. № 12. С. 51–56.
9. Баёва Ю.В., Лаповок Е.В., Ханков С.И. Методика расчета нестационарных температур космического объекта, движущегося по эллиптической орбите // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2013. № 6 (88). С. 67–72.
10. Баёва Ю.В., Лаповок Е.В., Ханков С.И. Аналитическая методика расчета тепловых потоков в околоземном космическом пространстве, формирующих тепловой режим космических телескопов // Оптический журнал. 2013. Т. 80. № 5. С. 30–37.
11. Баёва Ю.В., Лаповок Е.В., Ханков С.И. Метод поддержания заданного температурного диапазона космического аппарата, движущегося по круговой орбите с заходом в тень Земли // Известия ВУЗов. Приборостроение. 2013. Т. 56. № 7. С. 56–61.
12. Лаповок Е.В., Ханков С.И. Аналитическое описание нестационарных температур изотермического объекта в условиях его лучистого теплообмена с окружающей средой // Известия ВУЗов. Приборостроение. 2012. Т. 55. № 3. С. 56–60.
13. Дзитолев А.М., Ханков С.И. Методика расчета коэффициентов облученности цилиндрического космического объекта подсветкой Земли // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2014. № 1 (89). С. 145–150.
14. Дзитолев А.М., Ханков С.И. Тепловое подобие космических объектов типовых конфигураций // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2014. № 2 (90). С. 130–136.

15. Trenberth K.E., Fasullo J.T., Keihl J. Earth's global energy budget // Bulletin of the American Meteorological Society. 2009. V. 90. № 3. P. 311–323.

- Дзитоев Азамат Миронович* – адъюнкт, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия, dzitoi8@gmail.com
- Лаповок Евгений Владимирович* – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия, leva0007@rambler.ru
- Ханков Сергей Иванович* – доктор технических наук, ведущий научный сотрудник, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия, Leva0007@rambler.ru
- Azamat M. Dzitoev* – postgraduate, Mozhaisky Military Space Academy, Saint Petersburg, Russia, dzitoi8@gmail.com
- Evgeniy V. Lapovok* – senior research scientist, PhD, Mozhaisky Military Space Academy, Saint Petersburg, Russia, leva0007@rambler.ru
- Sergey I. Khankov* – chief staff scientist, D.Sc., Mozhaisky Military Space Academy, Saint Petersburg, Russia, Leva0007@rambler.ru

*Принято к печати 25.02.2014*  
*Accepted 25.02.2014*

УДК 519.1

## МЕТОД ВИЗУАЛИЗАЦИИ МЕТАГРАФА

Е.С. Штогрин<sup>а</sup>, А.С.Кривенко<sup>а</sup>

<sup>а</sup> Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Институт телекоммуникационных систем, Киев, Украина, L\_Shtogrina@mail.ru

Проведен анализ методов визуализации разных типов графов. Сделан вывод об актуальности разработки метода визуализации метаграфов. Описываются проблемы размещения узлов, принадлежащих и не принадлежащих метавершинам, пересечения фигур метавершин, которые возникают при решении задачи визуализации метаграфа. Данные проблемы рассмотрены на примере. Определены критерии, по которым полученное изображение считается наглядным для пользователя и однозначно соответствует заданному метаграфу. Поставлена задача визуализации метаграфа. Для ее решения предложен метод визуализации, основанный на принципах силовых алгоритмов. В рамках данного метода определены правила действия сил между узлами. Эти силы зависят от типа узлов, между которыми действуют, и наличия ребер между ними. Применение предложенного метода позволяет строить графическое представление метаграфа, который соответствует заданной предметной области. Метод не предполагает участия человека при формировании изображения, что позволяет экономить время при частых изменениях, которые требуют перестройки изображения. Полученное изображение позволяет визуализировать сущности предметной области и связи между ними, применить методы графического анализа. Определены дальнейшие направления работы – минимизация количества пересечений ребер и площади, занимаемой результирующим изображением. Модификация метода визуализации метаграфа с учетом данных направлений позволит улучшить визуальное представление метаграфа.

**Ключевые слова:** метаграф, визуализация, граф, метавершина, графическое представление.

## METAGRAPH VISUALIZATION METHOD

O.S. Shtogrina<sup>а</sup>, O.S. Kryvenko<sup>а</sup>

<sup>а</sup> National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Institute of Telecommunication Systems, Kyiv, Ukraine, L\_Shtogrina@mail.ru

Analysis of visualization techniques for various types of graphs is done. Conclusion about the relevance of method development for metagraph visualizing is made. The paper deals with issues that arise when solving the problem of metagraph visualization, such as: the placement of nodes that belong to metaverices and do not belong to them, figures intersection of metaverices. These problems are exemplified. Criteria are proposed for the final image to be considered coherent, understandable for users and corresponding to a predetermined metagraph. The problem of metagraph visualization is posed. The method based on the principles of force algorithms is proposed for the problem solving. The rules for forces between metagraph nodes are defined in the framework of the method. These forces depend on nodes type between which they are performed and the presence of edges between them. This method does not involve human intervention during the formation of the image, thus saving time at frequent changes that require rebuilding of the image. The resulting image gives the possibility to portray clearly the entities of the subject area and the links between them. Graphical analysis methods can be applied to the image. Areas for the future researches are identified. They are: minimization of the number of edges intersections and the area occupied by the resulting image. Results of the modified visualization method can improve the visual metagraph representation.

**Keywords:** metagraph, visualization, graph, metavertex, graphical representation.

## Введение

Графы являются естественным и наглядным способом представления сложных структур. Это позволяет широко использовать их в задачах коммуникации и транспортировки, в задачах поиска маршрутов и создания карт, в системах обработки информации для параллельных и распределенных вычислений, в системах поддержки принятия решений, в системах обработки транзакций и др. Теория графов применяется при разработке эффективных алгоритмов оптимизации и наглядном представлении предметных областей для их дальнейшего анализа. Представление в виде простого графа позволяет рассматривать отдельные элементы информации и их связи между собой. Однако во многих случаях недостаточно представления и изучения взаимодействия отдельных элементов. Рассмотрение взаимосвязанных множеств элементов и взаимодействия между группами элементов может предоставить качественно новый взгляд на задачу и ее решение. Например, может возникнуть необходимость вместе рассматривать несколько переменных в моделях систем поддержки принятия решений, несколько логических переменных в правилах баз знаний, несколько документов в системах документооборота. Существуют структуры, которые позволяют частично решить эту проблему – это гиперграфы и hi-графы [1], но они имеют свои недостатки. В работе [2] для решения описанной выше проблемы предложена такая разновидность графов, как метаграфы, и рассмотрено применение метаграфов для формализации логического вывода, моделирова-

ния функционирования устройств, моделирования бизнес-процессов с использованием диаграмм выполнения работ (workflow).

Визуализация метаграфа, сформированного для решения одной из вышеперечисленных задач, предоставит возможность графического анализа задачи. Это, в свою очередь, позволит находить противоречия и неточности в модели предметной области, представленной метаграфом, которые трудно выявить, используя текстовое или формальное представление. Большое количество элементов предметной области, а также ее частое изменение приводят к необходимости частого обновления изображения метаграфа, что затруднительно реализовывать вручную. Вследствие этого задача автоматического построения визуального представления метаграфа является актуальной.

### Проблема визуализации метаграфа

На сегодняшний день развитие получили методы генерации изображений графов и графовых структур как малых (до 200 вершин), так и больших размеров (тысячи вершин). Классические силовые алгоритмы основаны на физических аналогиях и могут быть использованы для построения графов произвольного вида. Изображения, созданные с их помощью, содержат мало пересечений ребер и симметрию [3]. К этой группе относятся «пружинные алгоритмы» [4, 5], алгоритмы, имитирующие действие сил гравитации [6] и магнитных сил, а также алгоритмы, основанные на минимизации энергии [7]. Для визуализации графов больших размеров существуют многоуровневые алгоритмы [8, 9]. Они требуют решения NP-полных задач, задач кластеризации графа, GC-фильтрации графа [10]. В работах [11, 12] рассматриваются методы визуализации гиперграфов для отображения данных больших объемов. Данные подходы эффективны для графов, но не подходят для метаграфа, так как метаграф имеет отличную от графа структуру.

Наиболее полное и подробное описание метаграфа дано в работе [2], где метаграф был определен как двойка: порождающее множество и множество ребер. В работе [13] в силу специфики поставленной задачи, по аналогии к теории гиперграфов, к определению метаграфа были добавлены еще две составляющие: множество метавершин и множество метаребер. Так как для решения задачи визуализации метаграфа важны типы узлов и их соотношения, целесообразно расширить определение, данное в [2], и выделить отдельно множество вершин и множество метавершин метаграфа. Выделять и отдельно рассматривать метаребра нет необходимости, так как при визуализации метаграфа важным является наличие ребер, но не их тип. В связи с этим множество ребер будет содержать все ребра метаграфа, независимо от того, какие типы узлов метаграфа они соединяют.

Приведем определение метаграфа, которое учитывает описанные выше особенности и будет использоваться при изложении последующего материала. Метаграф – это тройка множеств  $S = \langle V, M, E \rangle$ ,

где  $V = \{v_r | r = \overline{1, N_V}\}$  – порождающее множество (множество вершин метаграфа),  $N_V$  – количество вершин метаграфа;  $M = \{m_q | q = \overline{1, N_M}\}$  – множество метавершин,  $N_M$  – количество метавершин;

$E = \{e_h | h = \overline{1, N_E}\}$  – множество ребер,  $N_E$  – общее количество ребер в метаграфе.

Метавершина метаграфа – это вершина, которая включает множество вершин  $m_q = \{v_r | v_r \in V, r = \overline{1, N_{m_q}}\}$ , где  $N_{m_q}$  – количество вершин, входящих в метавершину  $m_q$ .

Для упрощения дальнейшей подачи материала введем понятие узла метаграфа  $mv \in (V \cup M)$ , таким образом, это вершина или метавершина. Тогда ребро метаграфа определяется как  $e_h = (mv_{out}, mv_{in})$ , где  $mv_{out}$  – узел, из которого выходит ребро,  $mv_{in}$  – узел, в который входит ребро.

Так как алгоритмы визуализации графов не учитывают структуру метаграфа, то в них нет механизмов учета вложенности вершин в метавершины.

Рассмотрим подробнее проблемы, которые могут возникнуть, если для нахождения позиций вершин метаграфа использовать алгоритм визуализации графов. В этом случае можно получить неправильное графическое представление метаграфа, которое не соответствует заданному метаграфу.

Пусть дан метаграф (рис. 1)

$$S_1 = \left\langle \begin{array}{l} \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}\}, \\ \{m_1, m_2, m_3, m_4\}, \\ \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\} \end{array} \right\rangle,$$

где  $m_1 = \{v_6, v_7\}$ ,  $m_2 = \{v_3, v_4\}$ ,  $m_3 = \{v_3, v_5\}$ ,  $m_4 = \{v_1, v_2, v_3\}$ ,  $e_1 = (m_1, v_9)$ ,  $e_2 = (m_2, v_9)$ ,  $e_3 = (v_4, v_7)$ ,  $e_4 = (v_8, m_4)$ ,  $e_5 = (v_5, v_{10})$ .

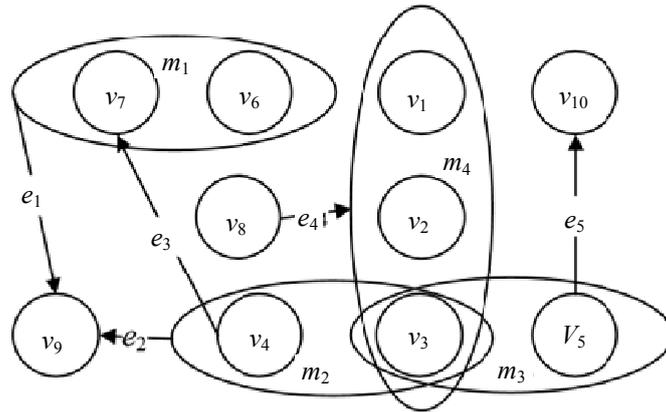


Рис. 1. Пример правильного графического представления метаграфа \$S\_1\$

Если алгоритм визуализации графов применить только к множеству вершин, то не будут рассчитываться собственно положения метавершин, а также учитываться ребра, инцидентные метавершинам. Метавершины в таком случае можно сформировать за счет обводки принадлежащих им вершин. После такой визуализации метавершин может возникнуть проблема размещения в метавершине узлов, не принадлежащих ей. На рис. 2 показан пример такого размещения. Узлы, расположенные неправильно, выделены темным цветом, \$v\_1 \notin m\_1\$, \$v\_5 \notin m\_4\$, \$m\_3 \notin m\_4\$, но на рисунке видно, что это не так.

В случае применения алгоритма визуализации графов к множеству вершин и метавершин вершины, принадлежащие метавершине, будут расположены вне метавершины за счет того, что их положение будет вычисляться независимо друг от друга.

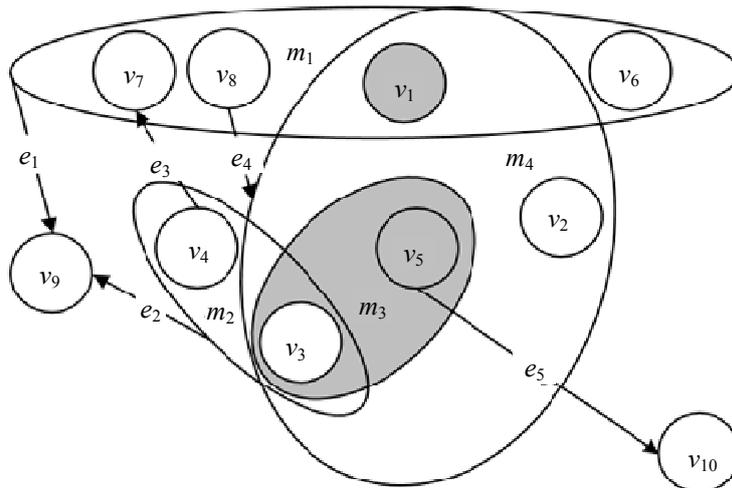


Рис. 2. Пример неправильного графического представления метаграфа \$S\_1\$

**Критерии правильной визуализации метаграфа**

Каждая вершина \$v\_r\$ и метавершина \$m\_q\$ имеет позицию – координаты на плоскости \$\mathbf{p}\_{v\_r} = (x\_{v\_r}, y\_{v\_r})\$, \$\mathbf{p}\_{m\_q} = (x\_{m\_q}, y\_{m\_q})\$. Вектора \$\mathbf{P}\_V = (\mathbf{p}\_{v\_1}, \mathbf{p}\_{v\_2}, \dots, \mathbf{p}\_{v\_{N\_V}})\$ – вектор позиций вершин, \$\mathbf{P}\_M = (\mathbf{p}\_{m\_1}, \mathbf{p}\_{m\_2}, \dots, \mathbf{p}\_{m\_{N\_M}})\$ – вектор позиций метавершин, полностью определяют расположение узлов для визуализации. Введем \$\mathbf{p}\_{mv\_i}\$ – обозначение для координаты узла, который может быть вершиной, если \$mv\_i \in V\$, или метавершиной, если \$mv\_i \in M\$. Расстояние между узлами рассчитывается как евклидово расстояние между точками: \$l\_{e\_h} = \|\mathbf{p}\_{mv\_i} - \mathbf{p}\_{mv\_j}\|\$.

Определим «графическое представление метавершины» на плоскости как геометрическую фигуру \$F\_{m\_q}\$, которая имеет позицию \$\mathbf{p}\_{m\_q}\$ и форму. Позиция метавершины на конечном изображении метаграфа

– центр ее фигуры. «Графическое представление ребра» определим как кривую  $F_{e_h}$ , которая задана между координатами начала и конца ребра. Тогда «графическое представление метаграфа» будет определяться тройкой  $W_S = \langle P_V, F_M, F_E \rangle$ , где  $F_M = \{F_{m_q}\}$  – множество фигур метавершин,  $F_E = \{F_{e_h}\}$  – множество кривых, определяющих ребра.

Графическое представление будет правильным, т.е. будет соответствовать заданному метаграфу, если отображение  $S \rightarrow W_S$  изоморфно. Определим критерии, при выполнении которых графическое представление метаграфа будет правильным:

1. Координаты вершин не равны:  $\forall i, \forall j: i \neq j \Rightarrow p_{v_i} \neq p_{v_j}$ , причем координаты метавершин могут быть равны при наличии общих внутренних вершин.
2. Только координаты вершин, принадлежащих метавершине  $m_q$ , находятся в  $F_{m_q}$ :

$$\forall v_r: v_r \in m_q \Rightarrow p_{v_r} \in F_{m_q}, \forall v_r: v_r \notin m_q \Rightarrow p_{v_r} \notin F_{m_q}.$$

3. Фигуры метавершин, не имеющих общих внутренних вершин, не пересекаются:  $\forall j, \forall k: m_j \cap m_k = \emptyset \Rightarrow F_{m_j} \cap F_{m_k} = \emptyset$ .

Основные требования к эстетичности графического представления графа – минимальное количество пересечений ребер, приблизительно равная длина ребер и др. – описаны в работах [3–5]. Эти требования также справедливы и для метаграфа. Но для метаграфа более важно правильное расположение метавершин и их форма, чем длина ребер.

### Метод визуализации метаграфа

Опишем постановку задачи нахождения правильного графического представления метаграфа.

Дано:

1. Метаграф  $S = \langle V, M, E \rangle$ .
2.  $P_V, P_M$  – начальное расположение узлов.
3. Критерии правильной визуализации метаграфа.
4. Прямоугольная область  $U$ , в которой должно размещаться изображение метаграфа.

Найти: Графическое представление метаграфа.

Для решения поставленной задачи необходимо определить:

1. расположение вершин, не входящих в метавершины;
2. расположение метавершин с учетом взаимного расположения метавершин, которые имеют общие внутренние вершины;
3. взаимное расположение вершин в метавершине;
4. форму фигур метавершин;
5. кривые  $F_{e_h}$ , определяющие ребра.

Предложенный метод визуализации метаграфа основан на алгоритме Фрюхтермана–Рейнгольда для визуализации ненаправленных графов [5]. Граф рассматривается как система объектов, соединенных пружинами по определенным правилам. Каждая из пружин действует на соединенные ею вершины с силой притяжения или отталкивания. Под действием пружин система движется до тех пор, пока не установится равновесие – сумма сил, действующих на узел, равна нулю. Гарантируется, что узлы размещаются внутри  $U$  – прямоугольной области экрана и (или) бумаги. С каждой итерацией алгоритма узлы двигаются на расстояние  $\delta(t)$  в направлении вектора суммарной силы, действующей на узел. Функция  $\delta(t)$  зависит от времени и убывает. Если вектор смещения выталкивает узел за границу области  $U$ , соответствующая координата вектора смещения обрывается, а сила продолжает действовать по касательной к границе области  $U$ .

Для визуализации метаграфа предлагается модифицировать алгоритм Фрюхтермана–Рейнгольда следующим образом: рассмотреть все возможные пары узлов и ввести дополнительные коэффициенты балансировки сил. Тогда силы будут вычисляться по следующим формулам:

– сила отталкивания узла  $u$  от узла  $v$ :

$$f_{\text{rep}_{uv}} = Kr_{uv} \frac{l^2}{\|p_{mv_u} - p_{mv_v}\|} p_{0_{vu}} \quad (1)$$

при  $u = v$ ,  $f_{\text{rep}_{uv}} = 0$ ;

– сила притяжения узла  $u$  к узлу  $v$ :

$$\mathbf{f}_{\text{attr}_{uv}} = Ka_{uv} \frac{\|p_{mv_u} - p_{mv_v}\|^2}{l} \mathbf{p}_{0_{uv}} \quad (2)$$

при  $u = v$ ,  $\mathbf{f}_{\text{attr}_{uv}} = 0$ , где  $l$  – идеальная длина ребра для метаграфа – вычисляется как функция от площади размещения и количества узлов:

$$l = \sqrt{\frac{\text{area}(U)}{N_V + N_M}}, \quad (3)$$

$\mathbf{p}_{0_{vu}}$  – единичный вектор направления из  $\mathbf{p}_{mv_v}$  в  $\mathbf{p}_{mv_u}$ .

Коэффициенты  $Kr_{uv}$  и  $Ka_{uv}$  зависят от типа каждого узла в паре и их соотношения. Силы отталкивания действуют между каждой парой узлов с коэффициентом  $Kr_{uv}$ . Между парами «метавершина и входящая в нее вершина»  $Kr_{uv} = 0$ . Коэффициент при силе отталкивания со стороны метавершины зависит от количества ее внутренних вершин. Тогда метавершина с большим количеством внутренних вершин  $N_{mq}$  будет отталкивать другие узлы сильнее, чем метавершина с меньшим количеством  $N_{mq}$ . Коэффициент при силе отталкивания со стороны вершины равен 1.

Силы притяжения действуют между смежными узлами с коэффициентом  $Ka_{uv}$ , что гарантирует расположение узлов ближе друг к другу при наличии ребра между ними. Сила притяжения со стороны метавершины зависит от количества внутренних вершин, как и при вычислении сил отталкивания. Между метавершинами и вложенными в них вершинами сила притяжения действует с коэффициентом  $Ka_{uv} > 1$ . Эта сила обеспечивает расположение вложенных вершин внутри фигуры метавершины и их движение за метавершиной при ее перемещении под действием сил со стороны остальных узлов. Сила притяжения между всеми вложенными в метавершину вершинами действует с коэффициентом  $Ka_{uv} > 1$ , за счет чего обеспечивается меньшая площадь фигуры метавершины. Сила притяжения для пар вершина-вершина действует с коэффициентом 1 для обеих вершин.

Тогда общая сила, действующая на узел  $u$ , будет рассчитываться по следующей формуле:

$$\mathbf{F}_{\text{spring}_u} = \sum_v \mathbf{f}_{\text{rep}_{uv}} + \sum_v \mathbf{f}_{\text{attr}_{uv}}. \quad (4)$$

Блок-схема алгоритма решения задачи визуализации метаграфа представлена на рис. 3.

Применение данного метода позволяет найти такие координаты узлов, при которых графическое представление метаграфа будет правильным. Фигуру метавершины можно принять за эллипс. Однако для уменьшения занимаемой площади, избегания пересечений фигур метавершин и повышения читаемости изображения для метавершин с тремя и более внутренними вершинами ее можно определять как минимальную выпуклую оболочку множества позиций внутренних вершин. Для нахождения этой оболочки можно использовать алгоритмы Джарвиса, Грэхема или Чана [14].

В самом простом случае ребра можно задать как прямые, соединяющие фигуры узлов. Однако при таком изображении возникают проблемы множественных пересечений ребер и пересечений фигур метавершин ребром. Исходя из этого, необходимо рассчитывать форму ребра, которое будет огибать узлы, как кривую Безье или В-сплайн [15, 16].

### Заключение

В работе затронуты основные проблемы визуализации метаграфа, предложены критерии правильного графического представления метаграфа, а также предложен метод визуализации метаграфа, основанный на принципах силовых алгоритмов. Изображение метаграфа, полученное с помощью предложенного метода, удовлетворяет вышеуказанным критериям, т.е. однозначно соответствует заданному метаграфу.

Использование предложенного метода визуализации метаграфа позволяет применять методы графического анализа в задачах, в которых используются метаграфы, без затрат времени на ручное построение изображений. В дальнейшем планируется доработка метода для определения формы ребра, минимизации количества пересечений ребер и занимаемой площади.

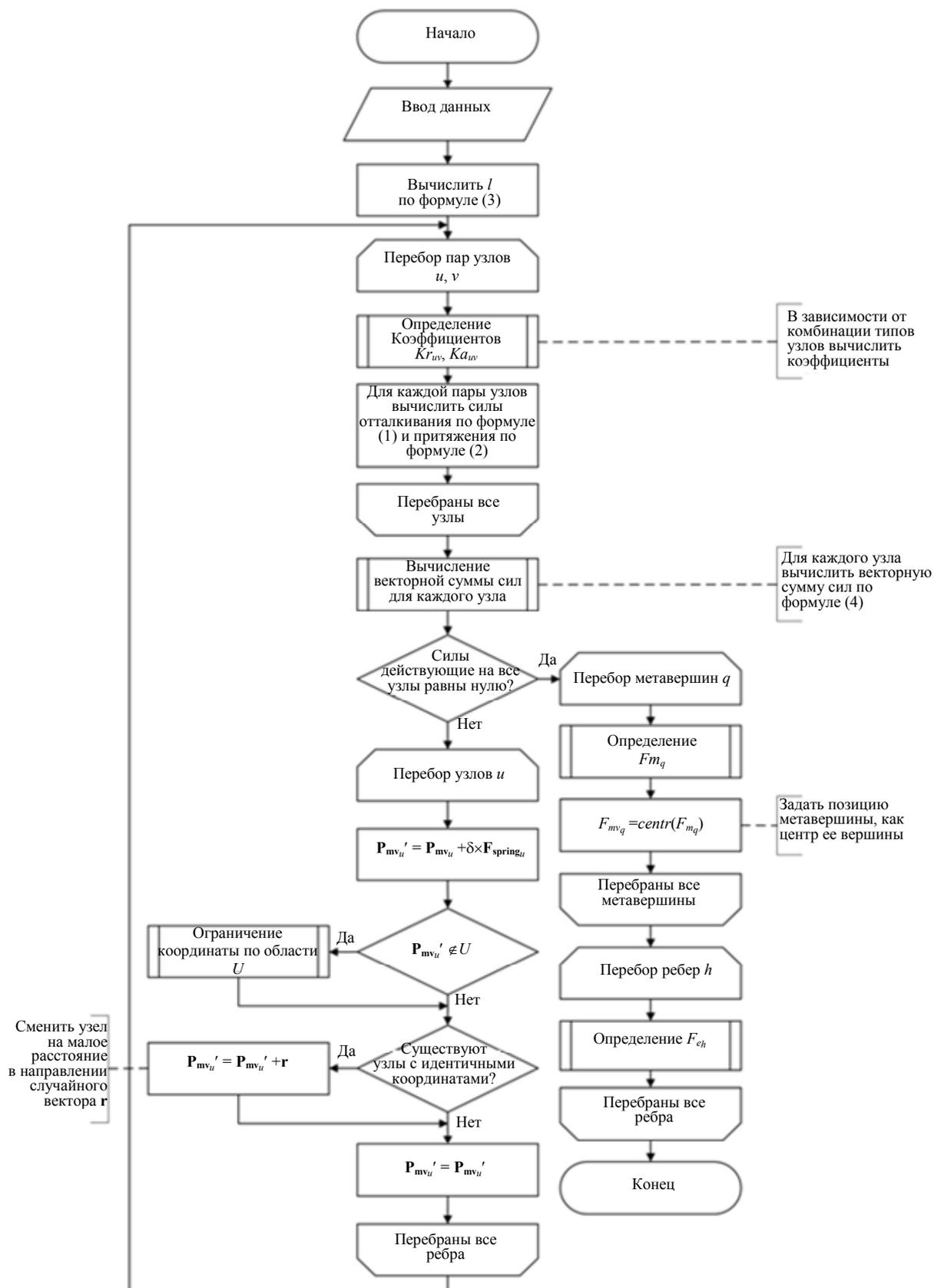


Рис. 3. Блок-схема алгоритма решения задачи визуализации метаграфа

## Литература

1. Grossman O., Harel D. On the algorithmics of higraphs. Technical Report, Rehovot, Israel. 1997. 32 p.
2. Basu A., Blanning R.W. Metagraphs and their applications. Springer, 2006. 172 p.
3. Eades P., Lin X. Spring algorithms and symmetry // Theoretical Computer Science. 2000. V. 240. N 2. P. 379–405.
4. Eades P. A heuristic for graph drawing // Congressus Numerantiunt. 1984. N 42. P. 149–160.
5. Fruchterman T.M.J., Reingold E.M. Graph drawing by force-directed placement // Software-Practice and Experience. 1991. V. 21. N 11. P. 1129–1164.
6. Barnes J., Hut P. A hierarchical  $O(N \log N)$  force-calculation algorithm // Nature. 1986. V. 324. N 4. P. 446–449.
7. Kamada T., Kawai S. An algorithm for drawing general undirected graphs // Information Processing Letters. 1989. V. 31. N 1. P. 7–15.
8. Nachul S., Junger M. Drawing Drawing large graphs with a potential-field-based multilevel algorithm // Lecture Notes in Computer Science. 2004. V. 3383. P. 285–295.
9. Archambault D., Munzner T., Auber D. TopoLayout: Multilevel graph layout by topological features // IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics. 2007. V.13. N 2. P. 305–316.
10. Harel D., Koren Y. A fast multi-scale method for drawing large graphs // Journal of Graph Algorithms and Applications. 2002. V. 6. N 3. P. 177–202.
11. Jin R., Xiang Y., Fuhry D., Dragan F.F. Overlapping Matrix Pattern Visualization: A Hypergraph Approach // Proc. of IEEE International Conference on Data Mining, ICDM. Pisa, Italy, 2008. Art. N 4781126. P. 313–322.
12. Paquette J., Tokuyasu T. Hypergraph visualization and enrichment statistics: How the EGAN paradigm facilitates organic discovery from big data // Proc. SPIE - The International Society for Optical Engineering. 2011. V. 7865. Art. N 78650E.
13. Астанин С.В., Драгныш Н.В., Жуковская Н.К. Вложенные метаграфы как модели сложных объектов // Инженерный вестник Дона. 2012. Т. 23. № 4-2 (23). С. 76.
14. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К. Алгоритмы. Построение и анализ. 2-е изд. М.: Вильямс, 2005. 1296 с.
15. Роджерс Д., Адамс Дж. Математические основы машинной графики. М.: Мир, 2001. 604 с.
16. Holten D. Hierarchical edge bundles: Visualization of adjacency relations in hierarchical data // IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics. 2006. V. 12. N 5. P. 741–748.

- Штогриня Елена Сергеевна** – ассистент, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Институт телекоммуникационных систем, Киев, Украина, L\_Shtogrina@mail.ru
- Кривенко Александра Сергеевна** – студент, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Институт телекоммуникационных систем, Киев, Украина, alexakryvenko@gmail.com
- Olena S. Shtogrina** – assistant, National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Institute of Telecommunication Systems, Kyiv, Ukraine, L\_Shtogrina@mail.ru
- Oleksandra S. Kryvenko** – student, National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Institute of Telecommunication Systems, Kyiv, Ukraine, alexakryvenko@gmail.com

Принято к печати 12.02.14  
Accepted 12.02.14

УДК 621.314.5: 681.537

## АНАЛИТИЧЕСКОЕ И МОДЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АКТИВНОГО ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ В СИСТЕМАХ ЭЛЕКТРОПРИВОДА

С.Г. Герман-Галкин<sup>а, б</sup>, З.Ч. Звежевич<sup>б</sup>, Н.А. Поляков<sup>а</sup>

<sup>а</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, ggsg@yandex.ru

<sup>б</sup> Морская Академия в Щецине, Щецин, Польша, z.zwierzewicz@am.szczecin.pl

На основе метода основной (гладкой) составляющей и метода результирующего вектора разработано математическое описание активного полупроводникового преобразователя. Получены уравнения, описывающие установившиеся режимы работы активного полупроводникового преобразователя. На их основе рассчитаны и построены регулировочные и электромагнитные характеристики активного полупроводникового преобразователя. Показано, что преобразователь представляет собой существенно нелинейную систему, исследование динамики которой может быть осуществлено только с использованием современных программных продуктов. В пакете Simulink разработана структурная модель активного полупроводникового преобразователя и проведено исследование ее динамики. Моделирование показало, что динамические процессы при переключении активного полупроводникового преобразователя из режима активного выпрямителя в режим ведомого инвертора и обратно существенно нелинейны. При некоторых сочетаниях параметров может наступить отказ в работе преобразователя. Предложена замкнутая нелинейная структура системы управления активным полупроводниковым преобразователем. Синтезированы регуляторы, придающие всей системе заданные статические и динамические характеристики. Разработана структурная модель замкнутой системы, проведено ее исследование и получены динамические характеристики. Результаты исследования подтвердили свойства активного полупроводникового преобразователя, заложенные при его синтезе.

**Ключевые слова:** активный полупроводниковый преобразователь, активный выпрямитель, статическая характеристика, регулировочная характеристика, токовый коридор.

## ANALYTICAL AND MODEL STUDY OF ACTIVE SEMICONDUCTOR CONVERTER IN ELECTRICAL DRIVE SYSTEMS

S. G. German-Galkin<sup>а, б</sup>, Z.C. Zwierzewicz<sup>б</sup>, N. A. Poliakov<sup>а</sup>

<sup>а</sup> ITMO University, Saint Petersburg, Russia, ggsg@yandex.ru

<sup>б</sup> Maritime University of Szczecin, Szczecin, Poland, z.zwierzewicz@am.szczecin.pl

Mathematical description of the active semiconductor converter based on the main (smooth) component method and method of resulting vector is proposed. Equations are obtained which describe steady state modes of operation for the active semiconductor converter. According to these equations of steady state modes of operation, control and electromagnetic characteristics of the active semiconductor converter are estimated and provided. It is shown that the active semiconductor converter is a strongly non-linear system. To investigate its dynamics only modern simulation software should be used. Structural model of the active semiconductor converter is developed with the usage of Simulink software package, and investigation of its dynamics is performed. Modeling showed that dynamic processes during switching of the active semiconductor converter operation mode from active voltage converter mode to grid-commutated inverter mode are strongly non-linear. At some combinations converter operation failure may ensue. Closed-loop non-linear structure of control system is suggested for the active semiconductor converter. Regulators are synthesized which provide specified static and dynamic features to the whole system. Structural model of closed-loop control system is developed. Its investigation is performed and its dynamic characteristics are obtained. Research results confirmed the features of the active semiconductor converter built into during its synthesis.

**Keywords:** active semiconductor converter, active voltage converter, static characteristic, regulation curve, current corridor.

### Введение

Активным полупроводниковым преобразователем (АПП) в настоящей работе назван трехфазный полупроводниковый коммутатор, связывающий сеть переменного тока с цепью постоянного тока. Основная задача АПП состоит в обеспечении двухсторонней энергетической связи между цепями переменного и постоянного тока. Необходимость в такой энергетической связи типична для электропривода постоянного и переменного тока.

Кроме основной задачи, АПП может решать и дополнительные задачи, такие как обеспечение:

- синусоидальной формы потребляемого из сети тока;
- коэффициента мощности  $PF=1$  во всем диапазоне регулирования электропривода;
- регулирования напряжения в звене постоянного тока.

При работе исполнительской машины электропривода в двигательном режиме АПП выполняет функцию активного выпрямителя (АВ). При работе исполнительской машины в генераторном режиме АПП выполняет функцию сетевого автономного инвертора (САИ) [1]. Необходимость рекуперации энергии торможения в сеть переменного тока актуальна для электроприводов от 10 кВт и выше.

Основной целью настоящего исследования является разработка аналитических и численных методов анализа и на их базе – расчет статических и динамических характеристик АПП с выявлением его свойств при работе в режимах АВ и САИ, а также при переходе между этими режимами. В такой постановке задача решается впервые.

Основой аналитических методов рассматриваемого класса систем служит теоретическое положение, разработанное А.А. Булгаковым [2], заключающееся в том, что электромагнитные, электромеханические и энергетические характеристики АПП определяются основной (гладкой) составляющей. Пульсации напряжений, токов и мощностей в системе, вызванные переключением силовых полупроводниковых элементов, создают незначительные искажения формы напряжений, токов и дополнительные (обычно незначительные) потери. Основываясь на этом положении, удалось аналитически описать электромагнитные процессы в АПП и, используя это описание, получить замкнутые аналитические выражения для расчета электромагнитных установившихся процессов, рассчитать и построить статические характеристики АПП по гладкой (основной) составляющей и оценить его свойства.

В дальнейшем, после создания модели, эти режимы были исследованы (реализованы) на модельной установке, проведено сравнение их с полученными аналитическими результатами и доказана адекватность модели. Исследование АПП в установившихся режимах работы позволило рассчитать диапазон изменения напряжений и токов в схеме, их предельные значения, а также влияние параметров АПП на эти значения.

В динамике АПП представляет собой нелинейную многосвязную импульсную систему с дискретно изменяющимися параметрами. Даже при использовании анализа по гладкой (основной) составляющей система остается существенно нелинейной, и анализ ее динамики возможен численными методами на основе компьютерного моделирования [3–5].

К настоящему времени для исследования динамики аналогичных систем разработано большое количество программных продуктов, таких как MATLAB, Design Lab, Work Banch, OrCAD, TCAD и др. [1, 6, 7]. В нашей работе для исследования динамических свойств АПП применен пакет Simulink. С использованием разработанных в этом пакете структурных моделей исследованы переходные процессы при переходе АПП из режима АВ в режим САИ. Предложена замкнутая нелинейная структура системы управления АПП, синтезированы регуляторы, придающие всей системе заданные статические и динамические характеристики. Разработана структурная модель замкнутой системы в пакете Simulink, проведено ее исследование; получены динамические характеристики, подтвердившие заложенные при синтезе свойства АПП.

### Математическое описание АПП

В основе математического описания электромагнитных процессов в АПП по гладкой составляющей лежит метод пространственного вектора [8]. При описании электромагнитных процессов в АПП с использованием метода пространственного вектора функциональная схема АПП преобразуется к виду, представленному на рис. 1. В этой функциональной схеме преобразователь с одной стороны подключен к трехфазной сети переменного тока с напряжением  $U_1$  через дроссель, с другой – к цепи постоянного тока с фильтром.

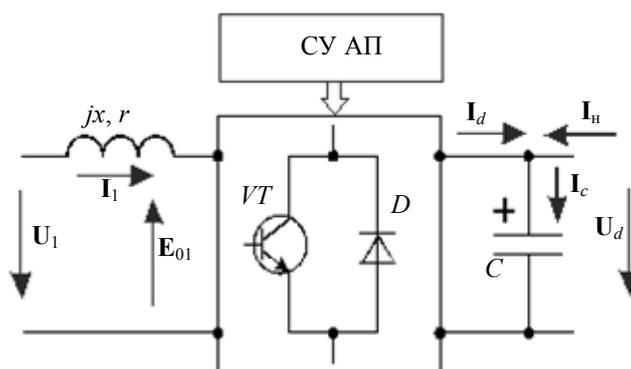


Рис. 1. Функциональная схема АПП: СУ АП – система управления активным преобразователем; С – конденсатор; VT – транзисторный ключ; D – обратный диод;  $I_1$  – сетевой ток;  $I_d$  – ток в звене постоянного тока;  $U_d$  – напряжение в звене постоянного тока;  $I_c$  – ток через конденсатор;  $I_n$  – ток нагрузки

Со стороны сети математическое описание АПП может быть представлено в следующем виде:

$$U_1 = e_{01} + L \frac{di_1}{dt} + ri_1 + jxi_1, \quad (1)$$

где  $U_1$  – результирующий вектор напряжения сети;  $e_{01}$  – вектор-функция противоЭДС АПП по первой гармонике;  $i_1$  – вектор-функция тока в сети;  $L$  – индуктивность дросселя;  $j$  – орт мнимой оси (оператор поворота на  $90^\circ$ );  $r, x$  – активное и реактивное сопротивления, учитывающие сопротивление источника, дросселя и двух проводящих полупроводниковых приборов АПП.

По отношению к сети переменного тока АПП генерирует ЭДС, первая гармоника (гладкая составляющая) которой равна

$$e_{01} = \frac{mu_d}{2} e^{j\varphi_m}, \quad (2)$$

где  $u_d$  – напряжение в звене постоянного тока;  $m$  – коэффициент модуляции;  $\varphi_m$  – фаза напряжения модуляции по отношению к напряжению сети,  $e$  – число Эйлера. В синхронно вращающейся системе координат ( $x$  – вещественная ось,  $y$  – мнимая ось) при совмещении вещественной оси с вектором напряжения сети уравнения (1)–(2) запишутся в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} U_x = U_1 = e_x + L \frac{di_x}{dt} + ri_x - xi_y, \\ 0 = e_y + L \frac{di_y}{dt} + ri_y + xi_x, \\ e_x = \frac{mu_d}{2} \cos\varphi_m, \\ e_y = \frac{mu_d}{2} \sin\varphi_m, \\ e_{01} = \sqrt{e_x^2 + e_y^2}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Для полного описания АПП систему уравнений (3) следует дополнить уравнением энергетического баланса между сетью и нагрузкой и уравнением Кирхгофа в цепи постоянного тока:

$$\left. \begin{aligned} \frac{3}{2} U_1 i_x = u_d i_d + \frac{3}{2} r(i_x^2 + i_y^2), \\ C \frac{du_d}{dt} = i_d - i_H = i_d - \frac{u_d}{R}. \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

где  $C, R$  – емкость конденсатора фильтра и сопротивление нагрузки.

#### Исследование статических характеристик АПП

В установившемся режиме уравнения (3)–(4), описывающие АПП, преобразуются к виду

$$\left. \begin{aligned} U_1 = E_x + rI_x - xI_y, \\ 0 = E_y + rI_y + xI_x, \\ E_x = \frac{mU_d}{2} \cos\varphi_m, \\ E_y = \frac{mU_d}{2} \sin\varphi_m, \\ E_{01} = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}. \end{aligned} \right\}, \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{3}{2} U_1 i_x = U_d I_d + \frac{3}{2} r(I_x^2 + I_y^2), \\ I_d = \frac{U_d}{R}. \end{aligned} \right\}. \quad (6)$$

Некоторые свойства АПП удобно выяснить, не прибегая к решению, а используя векторные диаграммы, построенные для установившегося режима работы. Векторные диаграммы АПП в синхронно вращающейся системе координат ( $x, y$ ) для двух характерных режимов работы активного выпрямителя и сетевого инвертора, построенные по уравнениям (5)–(6), показаны на рис. 2, а, б, и рис. 2, в, г, соответственно. Эти диаграммы построены в предположении  $x \gg r$ , что обычно и имеет место в АПП.

При работе АПП в режиме активного выпрямителя фаза между напряжением сети и током, потребляемым АПП,  $\varphi < 90^\circ$ , при этом для  $E_{01} < U_1$  (рис. 2, а) этот ток имеет индуктивный характер, а для  $E_{01} > U_1$  – емкостной характер (рис. 2, б). При работе АПП в режиме активного выпрямителя фаза модуляции  $\varphi_m$  отрицательна. При работе АПП в режиме САИ фаза между напряжением сети и током, генерируемым АПП в сеть,  $\varphi > 90^\circ$ , при этом для  $E_{01} < U_1$  этот ток имеет также индуктивный характер (рис. 2, в), а для  $E_{01} > U_1$  – емкостной (рис. 2, г). При работе АПП в режиме САИ фаза модуляции  $\varphi_m$  положительна. Этот предварительный качественный анализ позволяет в дальнейшем построить модель АПП и оценить ее адекватность. Здесь необходимо заметить, что активная мощность, передаваемая

преобразователем в нагрузку или сеть, зависит, главным образом, от значения и знака фазы модуляции.

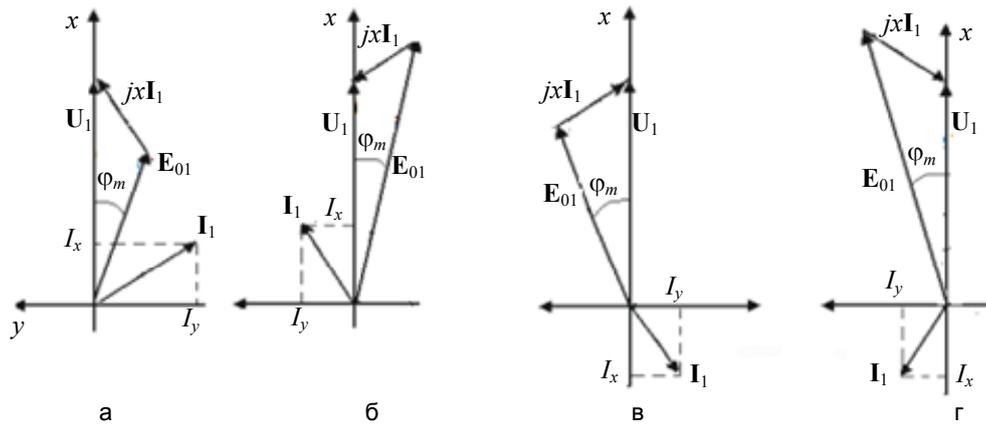


Рис. 2. Векторные диаграммы АПП: режим активного выпрямителя (а–б); режим сетевого инвертора (в–г)

Уравнения (5)–(6) позволяют аналитически исследовать статические характеристики АПП. Основная статическая характеристика, представляющая зависимость выходного напряжения от коэффициента и фазы модуляции, определяется на основании совместного решения уравнений (5)–(6) в установившемся режиме. При этом переход из режима АВ в режим САИ и обратно при изменении знака фазы модуляции можно учесть изменением знака сопротивления нагрузки. Тогда уравнение для определения напряжения на нагрузке (в звене постоянного тока) запишется в виде

$$U_d = \frac{\frac{3}{4}mU_1 \frac{R_\phi}{z^2} (r \cos \varphi_m - x \sin \varphi_m)}{1 + \frac{3}{8}m^2 \frac{rR_\phi}{z^2}}, \tag{7}$$

где  $R_\phi$  – сопротивление нагрузки, учитывающее знак фазы модуляции,  $z = \sqrt{r^2 + x^2}$  – полное сопротивление АПП на стороне переменного тока. Из уравнения (7) следует, что при  $\varphi_m = 0$  напряжение на выходе не зависит от фазы модуляции и равно

$$U_d = \frac{\frac{3}{4}mU_1 \frac{rR}{z^2}}{1 + \frac{3}{8}m^2 \frac{rR}{z^2}}. \tag{8}$$

Это напряжение обусловлено наличием внутренних потерь в АПП, учитываемых сопротивлением  $r$ . В связи с этим переход из режима АВ в режим САИ и обратно осуществляется при выполнении условия  $r \cos \varphi_m - x \sin \varphi_m = 0$ , что позволяет найти значение фазы модуляции при переходе (9):

$$\varphi_{m0} = \arctg \frac{r}{x}. \tag{9}$$

С учетом уравнения (8) значение сопротивления нагрузки в уравнении (7) запишется в виде

$$R_\phi = R \cdot \text{sign}(-\varphi_m + \varphi_{m0}). \tag{10}$$

Все дальнейшие исследования АПП осуществляются в относительных (безразмерных) величинах.

За базовые значения приняты следующие напряжение и ток:  $U_b = U_1$ ,  $I_b = \frac{U_b}{z}$ , тогда уравнение (7) запишется в виде

$$U_{d\_pu} = \frac{\frac{3}{4}m \frac{R_\phi}{z^2} (r \cos \varphi_m - x \sin \varphi_m)}{1 + \frac{3}{8}m^2 \frac{rR_\phi}{z^2}}. \tag{11}$$

Напряжение на выходе АПП зависит от его собственных параметров, от сопротивления нагрузки и параметров управления. Зависимость от фазы модуляции этого напряжения показана на рис. 3, а. Взяв производную по фазе, можно определить ее значение, при котором напряжение на выходе максимально:

$$\varphi_m = \pm \arctg \frac{x}{r}. \tag{12}$$

Из уравнения (11) следует, что напряжение на нагрузке при постоянных параметрах АПП зависит как от коэффициента модуляции  $m$ , так и от фазы модуляции  $\varphi_m$ . Предельная для любого значения сопротивления нагрузки  $R$  величина выходного напряжения достигается при единственном значении фазы модуляции, определенной уравнением (12). Для этого значения ниже приведены регулировочные характеристики активного трехфазного преобразователя для нескольких значений сопротивления нагрузки и при следующих параметрах:  $r = 0,4 \text{ Ом}$ ,  $x = 3,14 \text{ Ом}$ ,  $U_1 = 310 \text{ В}$ .

Представленные на рис. 3 зависимости свидетельствуют о том, что при работе АПП в режиме зависимого инвертора (при рекуперации энергии в сеть) и значительных коэффициентах модуляции напряжение в звене постоянного тока значительно превышает напряжение при работе АПП в режиме АВ, что объясняется наличием потерь в преобразователе.

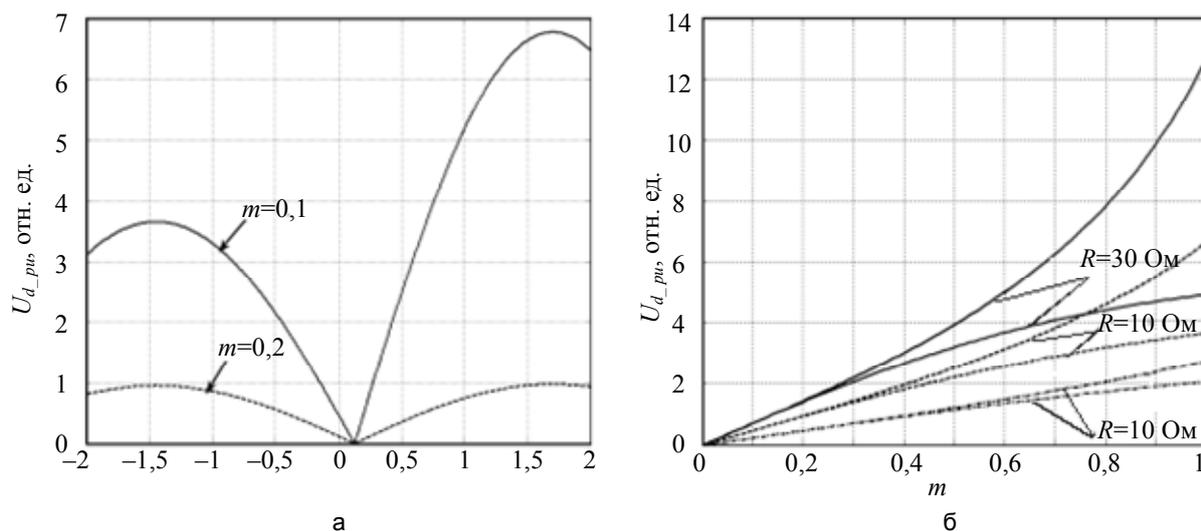


Рис. 3. Статические характеристики АПП: зависимости напряжения в нагрузке от: фазы модуляции (а); коэффициента модуляции (б)

Из системы уравнений (4) рассчитываются электромагнитные и энергетические характеристики АПП в относительных единицах (13)–(14).

$$\left. \begin{aligned} I_{x\_pu} &= \frac{r}{z} - \frac{mU_{d\_pu}}{z} (r\cos\varphi_m + x\sin\varphi_m), \\ I_{y\_pu} &= -\frac{x}{z} + \frac{mU_{d\_pu}}{z} (x\cos\varphi_m - r\sin\varphi_m), \\ I_{1\_pu} &= \sqrt{I_{x\_pu}^2 + I_{y\_pu}^2}, \end{aligned} \right\}, \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} P_{1\_pu} &= 1,5UI_{x\_pu}, \\ Q_{1\_pu} &= -1,5I_{y\_pu}, \\ S_{1\_pu} &= 1,5\sqrt{I_{x\_pu}^2 + I_{y\_pu}^2}, \end{aligned} \right\}, \quad (14)$$

где  $U_{d\_pu} = \frac{U_d}{U_b}$ ,  $I_{x\_pu} = \frac{I_x}{I_b}$ ,  $I_{y\_pu} = \frac{I_y}{I_b}$  – относительные величины напряжения и токов.

Относительная мощность в звене постоянного тока ( $P_{d\_pu}$ ) и относительные потери в АПП ( $\Delta P_{pu}$ ) определяются из уравнения (15):

$$P_{d\_pu} = \frac{U_d^2}{RU_b I_b} = \frac{z}{R} U_{d\_pu}^2, \quad \Delta P_{pu} = 1,5 \frac{I_1^2 r}{U_b I_b} = 1,5 \frac{r}{z} I_{1\_pu}^2. \quad (15)$$

На рис. 4, а, б, показаны рассчитанные по уравнениям (11)–(13) электромагнитные характеристики, построенные в функции от коэффициента модуляции  $m$ . Представлены зависимости активного и реактивного токов от коэффициента модуляции для фазы модуляции в двух режимах работы АПП. Расчет осуществлялся для различных сопротивлений нагрузки  $R$  для АПП со следующими параметрами:  $U_1 = 310 \text{ В}$ ,  $r = 0,4 \text{ Ом}$ ,  $x = 3,14 \text{ Ом}$ .

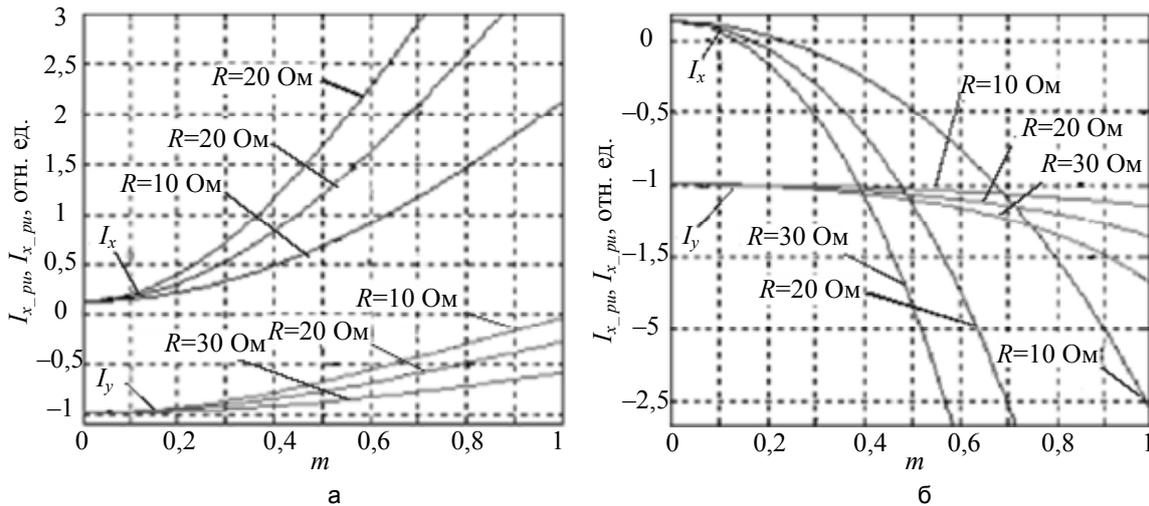


Рис. 4. Электромагнитные характеристики АПП: режим активного выпрямителя  $\varphi_m = -1,5$  рад (а); режим сетевого инвертора  $\varphi_m = +1,5$  рад (б)

По результатам исследования, представленным на рис. 4, можно сделать следующие выводы:

- составляющая тока  $I_x$  определяет активную мощность, потребляемую АПП из сети или отдаваемую в сеть;
- при положительном значении  $\varphi_m$  АПП генерирует энергию в сеть, при отрицательном значении  $\varphi_m$  АПП потребляет энергию из сети;
- составляющая тока  $I_y$ , сдвинутая по фазе на  $90^\circ$  относительно напряжения, определяет реактивную мощность, потребляемую АПП из сети;
- при всех значениях коэффициента модуляции  $m$  для заданных  $\varphi_m$  и заданных параметрах АПП потребляет из сети положительную (индуктивную) мощность.

### Исследование динамических характеристик АПП

Полное математическое описание, выраженное уравнениями (3)–(4), свидетельствует о том, что АПП представляет собой существенно нелинейную динамическую систему, исследование которой может быть осуществлено с использованием современных программных продуктов [3]. Исследование динамических свойств этой системы осуществим с использованием разработанной в соответствии с математическим описанием структурной модели в пакете Simulink. Такая модель представлена на рис. 5. Модель содержит два канала определения токов, составленных по уравнениям (3) (Канал\_x, Канал\_y), в блоке  $U_c$  вычисляется напряжение на выходе АПП по второму уравнению (4), в блоке  $F(u)$  вычисляется ток  $i_d$  по первому уравнению (4). В блоке 1 рассчитываются коэффициенты при тригонометрических функциях (уравнение (3)), а в блоке 2 – знак сопротивления нагрузки в уравнении (10). На вход модели подается сигнал, задающий фазу модуляции с ограниченной скоростью изменения.

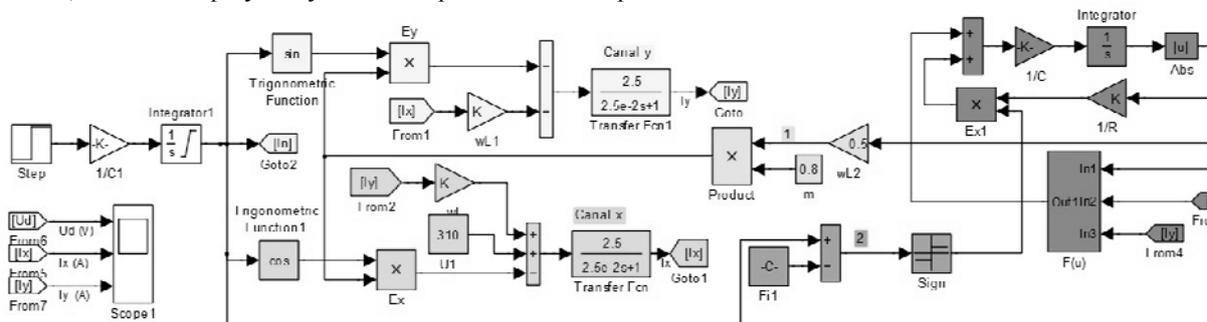


Рис. 5. Структурная модель АПП

На рис. 6 показаны напряжение на выходе АПП и токи (мощности). Моделирование осуществлялось при коэффициенте модуляции  $m = 1,0$ , при изменении фазы модуляции от  $-1$  до  $1$  рад, в момент  $0,2$  с для АПП с вышеприведенными параметрами. Моделирование показало, что характер протекания переходных процессов зависит от величины и знака фазы модуляции, от коэффициента модуляции и от величины сопротивления нагрузки. При некоторых сочетаниях перечисленных параметров может произойти

опрокидывание преобразователя. Устойчивость работы АПП зависит также от скорости изменения входного управляющего сигнала (фазы модуляции). По кривым (рис. 6) определяются также и установившиеся значения переменных, которые совпадают со значениями, рассчитанными выше (рис. 3), что подтверждает адекватность модели.

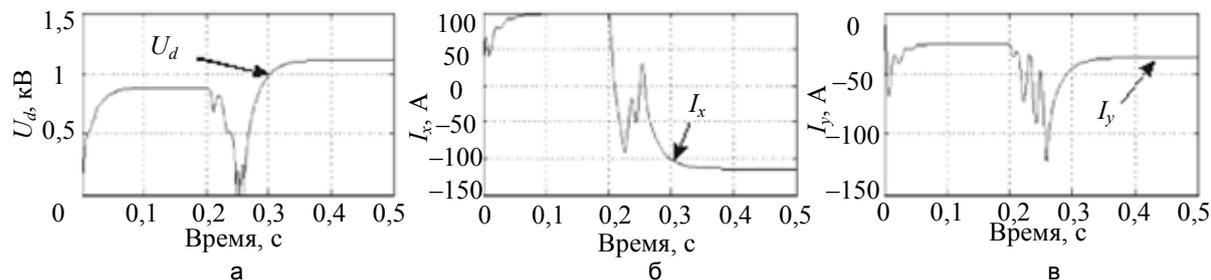


Рис. 6. Результат моделирования: напряжение на выходе АПП (а); активный ток в сети (б); реактивный ток в сети (в)

### Модельное исследование АПП в замкнутой по току и по напряжению системе

Приведенные выше исследования показывают, что при независимом алгоритме управления АПП может обеспечить требование  $PF = 1$  только при фиксированных значениях коэффициента модуляции, напряжения на нагрузке и сопротивления нагрузки и имеет достаточно низкий КПД во всем диапазоне изменения коэффициента модуляции. Кроме того, в динамических режимах АПП проявляет себя как существенно нелинейная система, синтез регуляторов для которой представляется на сегодняшний день задачей трудноразрешимой [9–11]. Исходя из этого, при построении схемы управления АПП, рассчитываемого на работу с изменяющимся сопротивлением нагрузки, приходится отказаться от независимого алгоритма управления. Для непосредственного задания активной и реактивной составляющих тока на входе АПП необходимо организовать токовое управление преобразователем [3]. В этом случае управление организуется в синхронно вращающейся системе координат  $(x, y)$ , с релейной отрицательной обратной связью по составляющим  $i_x, i_y$  тока. Такое управление получило название «токового коридора».

Для непосредственного задания активной и реактивной составляющих тока на входе АПП необходимо управление инвертором в синхронно вращающейся системе координат  $(x, y)$ , с релейной отрицательной обратной связью по току. При таком управлении электромагнитные и энергетические характеристики АПП описываются уравнениями (4), в которых  $i_x, i_y$  являются заданными функциями.

Для реализации автоматического перехода из режима САИ и обратно управлению АПП требуется выполнение условия  $U_d = \text{const}$ . Для этого канал управления активным током включается в контур стабилизации (регулирования) напряжения в звене постоянного тока АПП.

Задача поддержания напряжения в звене постоянного тока является основной задачей управления АПП. В качестве дополнительной задачи обычно выдвигается требование поддержания коэффициента мощности равным единице [1, 3, 12–14], кроме того, может рассматриваться задача коррекции гармонического состава сетевого тока [15–17]. Модель, которая позволяет исследовать электромагнитные, энергетические и динамические характеристики АПП при заданном стабилизированном напряжении в звене постоянного тока и раздельном управлении по проекциям токов в сети  $I_x$  и  $I_y$ , представлена на рис. 7.

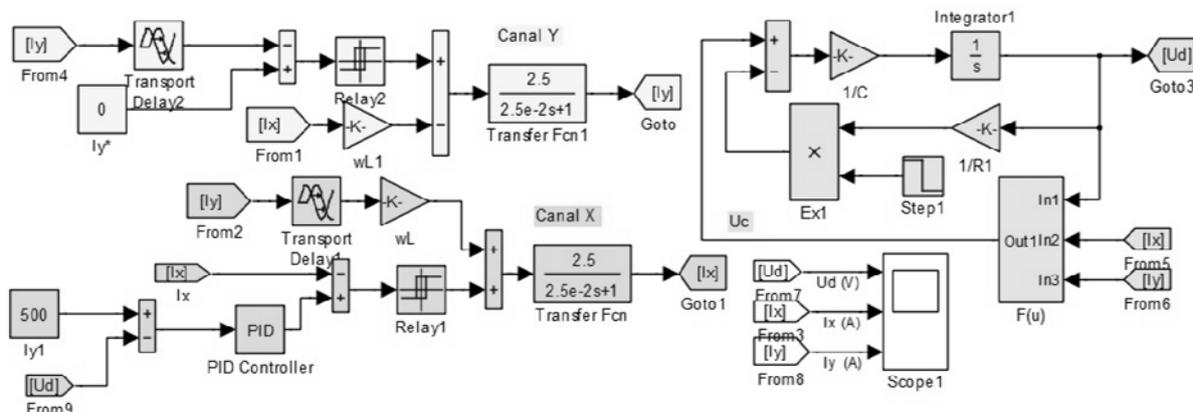


Рис. 7. Структурная модель АПП для исследования его электромагнитных, энергетических и динамических характеристик

Для стабилизации или регулирования выходного напряжения активного выпрямителя канал управления активным током включается в контур стабилизации напряжения в звене постоянного тока АПП. При этом контур напряжения строится как внешний по отношению к контуру активного тока.

Результаты моделирования представлены на рис. 8. Переходные процессы по напряжению на выходе и активному току в сети при переключении АПП из режима активного выпрямителя в режим САИ в момент времени 0,07 с показаны на рис. 8, а, б. Из рис. 8, в, видно, что реактивный ток в сети поддерживается близким к нулю. Параметры пропорционально-интегрально-дифференциального регулятора в канале активного тока рассчитываются исходя из требований к переходному процессу в системе, которая приблизительно описывается аperiодическим звеном.

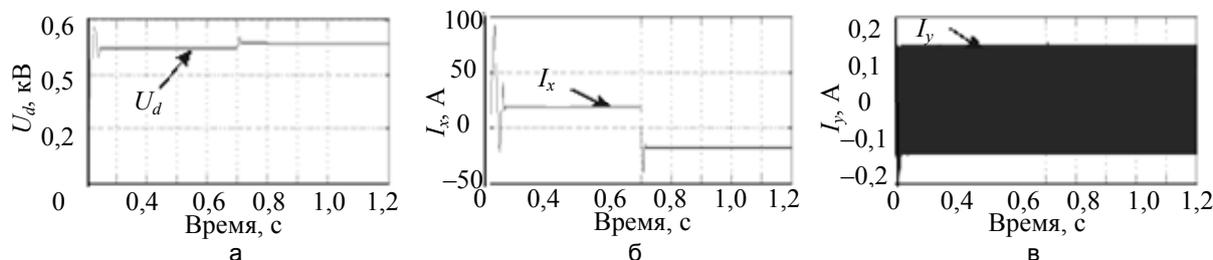


Рис. 8. Результат моделирования: напряжение на выходе АПП (а); активный ток в сети (б); реактивный ток в сети (в)

Результаты моделирования показывают, что перерегулирование выходного напряжения в переходных режимах незначительно и АПП стабилизирует напряжение на заданном уровне независимо от режима работы. В контуре активного и реактивного токов имеет место скользящий режим. В контуре активного тока имеет место значительный скачок тока в переходных режимах. В контуре реактивного тока можно считать ток равным заданному, т.е. нулю.

#### Заключение

АПП является нелинейной динамической системой с дискретно изменяющимися параметрами. Получено математическое описание АПП по «гладкой составляющей». Проведено исследование статических характеристик с учетом его линейных и нелинейных свойств. Статические свойства АПП исследованы аналитическими методами. Динамические свойства АПП исследованы с использованием структурных моделей в пакете Simulink. Адекватность моделей подтверждается совпадением рассчитанных установившихся значений переменных со значениями, полученными в ходе моделирования. Осуществлен синтез структуры и регуляторов, обеспечивающих стабилизацию напряжения в звене постоянного тока АПП и единичного коэффициента мощности при переключении из режима активного выпрямителя в режим сетевого инвертора. Построена структурная модель АПП в замкнутой системе, исследованы ее динамические процессы, доказана ее работоспособность и выполнение заданных требований.

#### Литература

1. Герман-Галкин С.Г. Виртуальные лаборатории полупроводниковых систем в среде Matlab–Simulink. СПб: Лань, 2013. 448 с.
2. Булгаков А.А. Новая теория управляемых выпрямителей. М.: Наука, 1970. 320 с.
3. Герман-Галкин С.Г., Гаврилов Р.С. Исследование активного полупроводникового преобразователя в среде Matlab-Simulink // Электротехника. 2011. Т.82. № 4. С. 51–56.
4. Zwierniewicz Z. Nonlinear Adaptive Control Synthesis Using Model Basis Functions // International Journal of Factory Automation, Robotics and Soft Computing. 2007. N 2, April. P. 102–107.
5. Zwierniewicz Z. Nonlinear adaptive tracking-control synthesis for functionally uncertain systems // International Journal of Adaptive Control and Signal Processing. 2010. V. 24. N 2. February. P. 96–105.
6. Szczyński R. Komputerowa symulacja układów energoelektronicznych. Gdańsk: Wyd/ Politechnika Gdańska. 1999. 317 p.
7. Разевиг В.Д. Применение программ P-CAD и PSpice для схемотехнического моделирования на ПЭВМ. Вып.1. М: Радио и связь, 1992. 72 с.
8. Розанов Ю.К., Рябчицкий М.В., Кваснюк А.А. Силовая электроника. М: Издательский дом МЭИ, 2007. 632 с.
9. Абдуллин А.А., Дроздов В.Н. Анализ робастности неадаптивной системы управления электропривода с вариациями структуры и параметров // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2012. № 6 (82). С. 40–44.
10. Zwierniewicz Z. On Generalization of Integral Control to a Class of Nonlinear Uncertain Systems // Archives of Control Sciences. 2010. V. 20. N 2. P. 187–198.

11. Zwierzewicz Z. Metody i algorytmy w systemach automatycznego sterowania statkiem. Szczecin: Wydawnictwo Naukowe Akademii Morskiej w Szczecinie. 2012. 179 p.
12. Борисов П.А., Седнев А.К. Математическое моделирование электропривода постоянного тока с активным выпрямителем // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. 2009. № 3 (61). С. 35–41.
13. Борисов П.А., Киреев А.А., Поляков Н.А. Моделирование системы управления трехфазным активным выпрямителем напряжения с преобразованием координат // Известия ТулГУ. Технические науки, 2010. № 3–2. С. 59–64.
14. Борисов П.А., Томасов В.С. Моделирование и анализ электромагнитных процессов в силовых цепях активных выпрямителей напряжения // Труды V Международной конференции «Электромеханика, электротехнологии и электроматериаловедение» МКЭЭЭ–2003, Часть I. Украина, Алушта. 2003. С. 727–730.
15. Беляков Ю.О., Кульманов В.И. Регулирование гармонического состава выходного напряжения высокочастотного инвертора // Труды МЭИ Электропривод и системы управления. М.: Изд. МЭИ, 2013. Вып. 689. С. 48–55.
16. Борисов П.А., Поляков Н.А. Синхронизация трехфазных активных выпрямителей напряжения с питающей сетью // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2012. № 4 (80). С. 55–60.
17. Абдуллин А.А., Поляков Н.А. Синтез системы фазовой автоподстройки частоты для трехфазного активного выпрямителя напряжения // Изв. вузов. Приборостроение. 2013. Т. 56. № 12. С. 38–43.

<i>Герман-Галкин Сергей Германович</i>	–	доктор технических наук, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия; профессор, Морская академия в Щецине, Щецин, Польша, ggsg@yandex.ru
<i>Звежевич Зенон Чеславович</i>	–	доктор технических наук, профессор, Морская академия в Щецине, Щецин, Польша, z.zwierzewicz@am.szczecin.pl
<i>Поляков Николай Александрович</i>	–	аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, Polyakov.ets.itmo@gmail.com
<i>Sergei G. German-Galkin</i>	–	Professor, ITMO University, Saint Petersburg, Russia; Professor, D.Sc., Professor, Maritime University of Szczecin, Szczecin, Poland, ggsg@yandex.ru
<i>Zenon C. Zwierzewicz</i>	–	Professor, D.Sc., Professor, Maritime University of Szczecin, Szczecin, Poland, z.zwierzewicz@am.szczecin.pl
<i>Nikolai A. Poliakov</i>	–	postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, Polyakov.ets.itmo@gmail.com

*Принято к печати 14.03.2014*  
*Accepted 14.03.2014*

УДК 537.5

## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ТЛЕЮЩЕМ РАЗРЯДЕ В ВОЗДУШНОЙ СМЕСИ ПРИ НИЗКИХ ДАВЛЕНИЯХ

М.В. Чернышева<sup>a</sup>, В.П. Марек<sup>b</sup>, А.С. Чирцов<sup>c</sup>, Д.А. Швагер<sup>c</sup>

<sup>a</sup> Институт фундаментальной электроники, Париж, Франция, Maria.Tchernycheva@ief.u-psud.fr

<sup>b</sup> Эколь - Политехник, Париж, Франция, nika.marek@mail.ru

<sup>c</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, alex\_chirtsov@mail.ru

В соответствии с запланированным циклом исследований по развитию методов численного моделирования многокомпонентных газоразрядных сред, основанных на современной концепции нелокальной плазмы, построены простые тестовые численные модели газового разряда в воздухе при пониженных давлениях. В рамках полуэмпирического подхода рассчитана зависимость от давления падения напряжения на разрядном промежутке как суммы падений в прикатодном слое и на положительном столбе тлеющего разряда, вычисляемых в соответствии с их моделями, учитывающими ионизацию электронным ударом из основного состояния, рекомбинацию носителей на стенках разрядной трубки, ионно-электронную эмиссию с катода и потерю энергии электронами при столкновениях с невозбужденными молекулами. Рассчитанные зависимости падения напряжения от давления сопоставлены с результатами численного моделирования разряда, выполненного на основе решения системы гидродинамических уравнений для концентраций в двумерном случае при учете перечисленных процессов. В рамках вышесказанных приближений обе модели привели к удовлетворительно согласующимся между собой результатам, которые оказались существенно заниженными по сравнению с экспериментальными результатами в соответствующей нормальной тлеющей разрядной области высоких давлений. Полученные расхождения могут объясняться недостаточной полнотой системы элементарных процессов, учитываемых при моделировании. Например, неучтенное присутствие в качестве примесей газов из трехатомных молекул может приводить к увеличению столкновительных потерь энергии электронов, что, в свою очередь, должно приводить к увеличению напряженности электрического поля в положительном столбе по сравнению с полученными в моделях значениями.

**Ключевые слова:** тлеющий разряд, численное моделирование, положительный столб, прикатодный слой, нормальный разряд, аномальный разряд, полуэмпирическая модель, двумерная модель.

## COMPUTATIONAL MODELING IN THE STUDY OF GLOW DISCHARGE PHYSICAL PROCESSES IN THE AIR AT LOW PRESSURES

M.V. Tchernycheva<sup>a</sup>, V.P. Marek<sup>b</sup>, A.S. Chirtsov<sup>c</sup>, D.A. Shvager<sup>c</sup>

<sup>a</sup> Institut d'Electronique Fondamentale Paris, France, Maria.Tchernycheva@ief.u-psud.fr

<sup>b</sup> Ecole Polytechnique, Paris, France, nika.marek@mail.ru

<sup>c</sup> ITMO University, Saint Petersburg, Russia, alex\_chirtsov@mail.ru

Simple numerical models of low-pressure air gas discharge were developed based on modern concepts of nonlocal plasma methods of the computational simulation of multi-component discharge environments. Voltage drop at the discharge gap was calculated as a sum of incidences in the cathode sheath and on the positive column of a glow discharge as part of the semi-empirical approach. Electron impact ionization of the ground state, the recombination of charged particles on the walls of the discharge tube, ion-electron emission from the cathode, and the energy loss of electrons in collisions with ground state molecules have been taken into account in the models. The calculated voltage drop, depending on the pressure, has been compared with the results of another numerical discharge model based on the solutions of hydrodynamic equations for the particle densities in a two-dimensional case. Within these approximations, both models give satisfactory agreement between their results, which are strongly underestimated compared to the experiment corresponding to the normal high-pressure glow discharge. The resulting discrepancy can be explained by an incompleteness of elementary processes taken into account in the simulation. For example, an unaccounted presence of gases from triatomic molecules as an impurity can lead to an increase in the collision energy losses of electrons, which in turn should lead to an increased electric field in the positive column, as compared with the values obtained in the models.

**Keywords:** glow discharge, computational modeling, positive column, cathode sheath, normal discharge, abnormal discharge, semi-empirical model, two-dimensional model.

### Введение

Изучение газовых разрядов в воздушных смесях актуально с точки зрения многочисленных приложений (в том числе – интенсивно развивающихся современных плазменных технологий) и одновременно представляет фундаментальный интерес как удобный для эксперимента, но весьма сложный для анализа тестовый объект для приобретающих все большую популярность методов численного моделирования газовых разрядов [1–3], основанных на использовании недавно выдвинутой и интенсивно развивающейся концепции нелокальной плазмы [4]. В группе разрядов в воздухе на современном этапе наибольший интерес вызывают разряды при атмосферных давлениях (см., например, подборки публикаций [5, 6]). В связи с развитием нанотехнологий усилился интерес к микроразрядам, возникающим при нормальных давлениях в коротких межэлектродных промежутках [7–9]. Поэтапный переход к атмосферным микроразрядам от популярных для экспериментальных исследований середины XX века разрядов при пониженных давлениях [10] важен для работ по созданию газовых микродетекторов, основанных на принципах электронной столкновительной спектроскопии [11].

На протяжении более чем вековой истории развития физики газового разряда попытки построения его теоретического описания, ориентированные на построение количественных моделей, предпринимались, главным образом, в отношении протекания токов в однокомпонентных газах [12]. Развитие в прошлом веке и до сих пор используемые аналитические варианты основаны на полуэмпирических подходах и содержат большое число определяемых из эксперимента «подгоночных» параметров. Численное моделирование газоразрядной плазмы из-за его ресурсоемкости также осуществлялась, главным образом, для однокомпонентных сред и для низкоразмерных моделей.

В эпоху компьютеризации, предоставившей пользователям практически неограниченные вычислительные ресурсы, ситуация с численным моделированием газовых разрядов кардинально изменилась. В связи с этим становится оправданной организация комплексных экспериментальных и теоретических исследований разрядов в газовых смесях (в том числе воздушной) с целью развития надежных методов их численного моделирования.

### Методы моделирования газоразрядных сред

По-видимому, наиболее радикальный путь построения теории газового разряда сегодня состоит в его моделировании на «усредненно-микроскопическом» уровне. Подразумевается численное решение задачи расчета пространственных и временных распределений концентраций наиболее важных для динамики системы компонент газоразрядной смеси в различных квантовых состояниях. Помимо трудностей чисто вычислительного характера (моделирование макросистемы с большим числом подансамблей взаимодействующих и превращающихся друг в друга частиц), задача осложнена рядом физических проблем. К ним относятся выбор алгоритмов ограничения набора учитываемых процессов и числа квантовых состояний частиц плазмы и задание значений констант скоростей  $k_{p+q \rightarrow j+j'}$  (или соответствующих сечений) плазменных реакций рождения частицы определенного сорта в квантовом состоянии  $j$  и прочих продуктов  $\{j'\}$  в результате столкновения двух частиц  $p$  и  $q$  (в используемом описании одинаковые частицы в разных квантовых состояниях рассматриваются как различные компоненты газоразрядной смеси). Отдельную проблему составляет подбор данных о вероятностях элементарных процессов. В случае столкновений атомов и молекул, как правило, безальтернативным источником являются банки экспериментальных данных (например, [13]). Вероятности элементарных процессов с участием бесструктурных частиц (фотонов и электронов) могут рассчитываться становящимися все более доступными по ресурсоемкости квантовомеханическими методами [14]. Однако в важнейших для плазменных процессов случаях столкновений атомов с электронами традиционно используется борновское приближение [15] и его многочисленных модификации [15–17] нередко дают расхождения с результатами измерений в два и более раз [18, 19].

В усредненном микроскопическом подходе используется система гидродинамических уравнений для концентраций частиц рассматриваемого типа в заданном квантовом состоянии  $n_j$ :

$$\begin{cases} \frac{\partial n_j^{(\Sigma)}}{\partial t} = \sum_{p,q,j'} k_{p+q \rightarrow j+j'}^{(+)} n_p n_q - \sum_{p,j'} k_{j+p \rightarrow \{j'\}}^{(+)} n_j n_p - (\nabla, \mathbf{J}_j^{(\alpha)}), \\ \mathbf{J}_j^{(\alpha)} = -D_j \nabla n_j^{(\alpha)} + \mu_j q_j n_j^{(\alpha)} \mathbf{E}, \end{cases} \quad (1)$$

где помимо процессов рождения и гибели частиц  $j$  в результате столкновений учтены процессы переноса, описываемые их потоками  $\mathbf{J}_j$ , возникающими в результате диффузии и дрейфа под действием сил электрического поля (коэффициенты  $D_j$  и  $\mu_j$  соответственно). Помимо уравнений баланса, численная модель газоразрядной среды должна быть дополнена уравнениями для электрического поля,

$$\mathbf{E} = -\nabla \varphi, \quad \Delta \varphi = -4\pi \sum_j q_j n_j, \quad (2)$$

и аналогичными по форме (1) уравнениями баланса для энергий.

Подходы к численному решению системы (1)–(2) во многом зависят от того, какая модель плазмы (одно-, двух- или трехмерная) используется в рассматриваемой задаче. В одномерном случае для простейших физических моделей оказываются возможными популярными сегодня приближенные полуаналитические подходы. Модели, претендующие на более адекватное и приближенное к реальности описание, столь сложны, что для выполнения соответствующих расчетов приходится использовать профессиональные пакеты численного моделирования (например, COMSOL [20]) и системы высокопроизводительных вычислений. В случае разрядов в многокомпонентных смесях объект моделирования оказывается чрезвычайно сложным даже для такого подхода. При заведомо упрощенном рассмотрении воздуха как смеси азота и кислорода, наряду с изменениями электронных состояний двухатомных молекул, возникает необходимость учета гигантского числа элементарных процессов, вызывающих переходы между их колебательными и вращательными состояниями, а также множество плазмохимических реакций с участием молекул и отдельных атомов в различных возбужденных состояниях. Реальная картина процессов в плазме воздушного разряда еще более усложнена из-за присутствия многочисленных примесей, в том числе, трехатомных молекул. Перечисленные причины приближают задачи микромоделирования воз-

душных разрядов к границам современных возможностей физики низкотемпературной плазмы и вычислительных технологий. Построение адекватной численной модели такой системы можно рассматривать как одну из итоговых задач-максимум программы исследовательской активности в области изучения нелокальной плазмы на ближайшие годы. Это соображение, наряду с практической значимостью воздушных разрядов, предопределило его выбор в качестве тестового объекта для работ по развитию, основанных на концепции нелокальной плазмы, методов численного моделирования разрядов в многокомпонентных смесях.

Задача построения еще более приближенных к реальности (не использующих усреднение) численных микромоделей открытого неравновесного ансамбля частиц многокомпонентной плазмы (основанных, например, на методе Монте-Карло) на современном этапе представляется малоперспективной.

Вместе с тем, до сегодняшнего дня при решении прикладных задач остаются весьма популярными развитые в XX веке сравнительно простые полуэмпирические методы моделирования газоразрядных сред, основанные на аналитических подходах [10, 12, 21]. В их рамках специфика газовых сред учитывается введением эмпирических подгоночных параметров, получаемых из сравнения с экспериментом. Такие методы основываются на заведомо упрощенном и усредненном физическом описании различных областей разряда и, очевидно, способны давать оценки его усредненных характеристик, нередко получаемых в рамках прикладных экспериментальных исследований. Именно такие характеристики были получены в [22] при измерениях электрических характеристик тлеющего разряда в воздухе при пониженных давлениях. Это позволило осуществить оценку применимости полуаналитических моделей для интегрального описания тлеющего разряда в сложной многокомпонентной газовой смеси, необходимую на начальном этапе выполнения работ по развитию более совершенных моделей, подразумевающих переход к микроописанию совокупности элементарных процессов в разряде.

### Полуэмпирическая модель тлеющего разряда в воздушной смеси

Основной вклад в измеряемое на опыте падение напряжения на межэлектродном зазоре традиционно приписывается прикатодной области и положительному столбу. Именно эти области разряда учитывались при моделировании процессов, определяющих интегральные электрические параметры разряда.

Описание электрических свойств положительного столба строится на основе его макроскопической модели, требующей выполнения условий баланса энергий и числа электронов. Требование равенства энергий (получаемой электронами от электрического поля и отдаваемой ими частицам плазмы при столкновениях) позволяет связать необходимую для вычисления падения напряжения в положительном столбе напряженность электрического поля  $E$  с электронной температурой  $T_e$ :

$$\frac{3}{2}T_e = \langle \varepsilon \rangle = 0,8 \frac{q_e}{\sigma \sqrt{\delta}} \frac{E}{N}. \quad (3)$$

Входящий в уравнение (3) параметр  $\delta$  определяет долю энергии электрона, отдаваемую им при каждом столкновении. В случае упругих столкновений с атомами его величина вычисляется на основе элементарной теории упругих столкновений. Столкновение же с молекулами требует нетривиального учета процессов возбуждения колебаний либо путем анализа экспериментальных данных, либо в результате отдельно выполняемого численного моделирования. В нашем случае были использованы экспериментальные данные [23–25].

В свою очередь, входящая в (3) электронная температура связана с частотой ионизации электронным ударом  $Z_i(T_e)$  и поперечными размерами трубки  $R$ . Эта связь следует из упрощенного (одномерного) варианта уравнения (1), в котором учитываются лишь доминирующий процесс прямой ионизации невозбужденных молекул и гибель свободных электронов в результате диффузии на стенке разрядной трубки:

$$\frac{d^2 n_e}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dn_e}{dr} + \frac{Z_i(T_e)}{D} n_e = 0. \quad (4)$$

В соответствии с распределением Саха частота ионизации экспоненциально зависит от отношения потенциала ионизации  $U_i$  к энергии электронов [26]:

$$Z_i = \alpha N \frac{6 \cdot 10^2}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{2kT_e}{m_e} \right)^{3/2} \frac{m_e}{q_e} \left( 1 + \frac{q_e U_i}{kT_e} \right) \exp \left( - \frac{q_e U_i}{kT_e} \right).$$

Совместно с граничным условием  $n_e(r=R) = 0$ , соответствующим гибели электронов на стенке, уравнение Бесселя (4) связывает  $T_e$  с радиусом  $R$  разрядной трубки. Необходимая для вычисления напряженности поля электронная температура определяется либо в результате численного решения всей описанной одномерной задачи (с возможным уточнением граничных условий на стенке [10]), либо при решении содержащего зависящий от типа газа экспериментально подбираемый параметр  $C$  трансцендентного уравнения

$$\sqrt{\frac{kT_e}{q_e U_i}} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{q_e U_i}{kT_e} \right) \exp\left( -\frac{q_e U_i}{kT_e} \right) 1,16 \cdot 10^7 (CpR)^2 = 1, \quad (5)$$

возникающего в случае использования известного для нулевых граничных условий решения (4) в форме  $R(Z_i / D)^{1/2} = 2,4$ .

Получаемые в результате описанных процедур зависимости электронной температуры и напряженности поля приведены на рис. 1, а, б. Падение напряжения на столбе вычисляется умножением рассчитанной напряженности поля  $E$  на экспериментально измеренную для тех же давлений длину положительного столба [22].

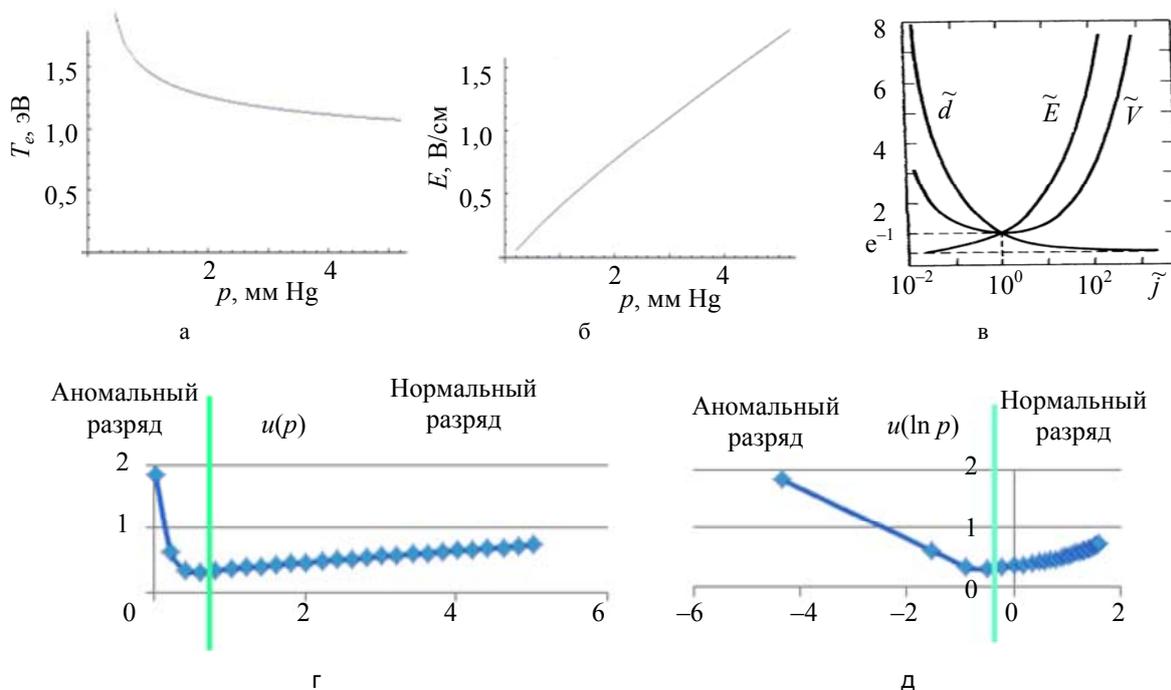


Рис. 1. К расчету падения напряжений  $u$  на положительном столбе и в катодном слое от давления  $p$ : полученная в результате численного решения (5) зависимость  $T_e(p)$  (а); рассчитанная зависимость напряженности поля в положительном столбе от давления (б); полученная в [10] зависимость толщины катодного слоя  $\tilde{d}$ , поля на катоде  $\tilde{E}$  и падения катодного напряжения  $\tilde{V}$  в безразмерных величинах (в); полученные в рамках расчетов зависимости катодного падения напряжения (в кВ) в трубке от давления воздуха (в мбар) в ней в обычном (г) и логарифмическом (д) масштабах

Вторая (доминирующая) часть измеряемой разности потенциалов разрядного промежутка приходится на катодную область, обеспечивающую самоподдерживающийся процесс генерации свободных электронов, необходимых для поддержания разряда. Вариант построения одномерной упрощенной модели однородного прикатодного слоя предложен в [10] на базе известного из элементарных курсов условия самоподдержания разряда:

$$\alpha d = \ln(1 + \gamma^{-1}), \quad (6)$$

связывающего между собой толщину прикатодного слоя  $d$ , ионизационный коэффициент  $\alpha$  и параметр  $\gamma$ , характеризующий вероятность выбивания электрона с катода в результате прихода на него иона. При использовании для  $\alpha$  эмпирической формулы Таундсена модель позволяет связать плотность тока на поверхности катода с падением напряжения в прикатодном слое и оценить минимальное падение напряжения в слое и соответствующее ему «нормальное значение» плотности тока на катоде  $j_n$  (рис. 1, в). Произведение этой нормальной плотности тока на площадь катода дает предельную величину разрядного тока, до достижения которой падение напряжения в прикатодной области остается постоянным («нормальный разряд»). При дальнейшем увеличении тока падение напряжения в слое начинает резко возрастать, что соответствует переходу к «аномальному» режиму разряда.

Для тестовой оценки падения напряжения в катодном слое взяты результаты, полученные в [10] в рамках простейших приближений (6). Выполненные с их использованием расчеты соответствующих плотностей тока на допускающем существование тлеющего разряда интервале давлений показали, что на реализованном в [22] интервале условий происходил переход от нормального типа разряда к аномальному (рис. 1, г, д).

Сделанные на основе [10] первоначальные тестовые оценки были уточнены в результате естественного обобщения полуаналитической модели прикатодного слоя, учитывающей неоднородность электрического поля. В нем был использован очевидный аналог критерия самоподдержания разряда (6) для случая зависимости напряженности поля от расстояния от катода:

$$\int_0^d \alpha(E(z)) dz = \ln(1 + \gamma^{-1}). \quad (7)$$

Для  $E(z)$  зависимость выбиралась либо линейной, либо соответствующей данным зондовых измерений в похожих разрядах. В обоих случаях относительные величины поправок к исходно полученным значениям катодного падения напряжения были не более 10%.

На рис. 2 приведены результаты выполненного на основе полуэмпирического подхода численного моделирования разряда с параметрами, соответствующими эксперименту [22], вместе с экспериментально полученными данными.

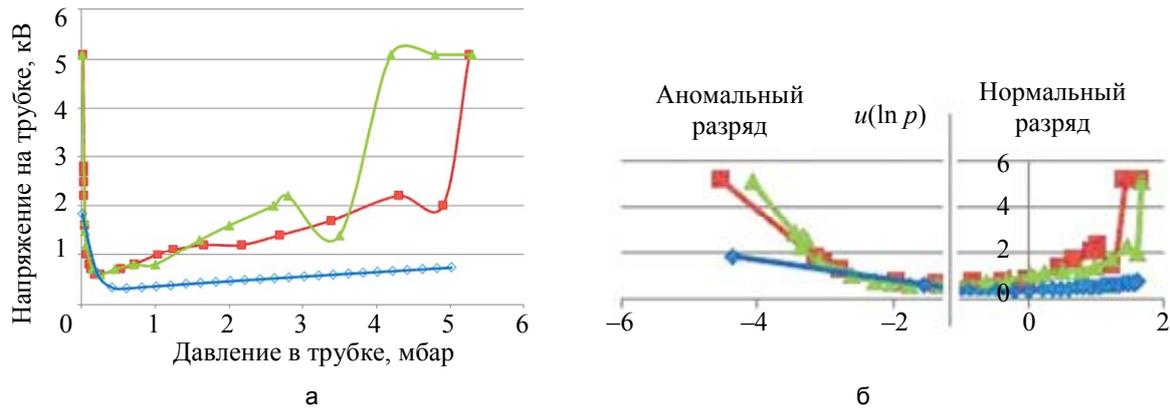


Рис. 2. Сравнение результатов численного моделирования при полуэмпирическом подходе (маркеры в виде ромбов) с экспериментально полученными зависимостями падений напряжений на трубке от давления (откачка трубки – маркеры в виде квадратов, напуск воздуха – треугольные маркеры) для питающего напряжения 5,1 кВ в обычном (а) и логарифмическом (б) масштабе

Существенно заниженные по сравнению с данными эксперимента результаты могут быть исправлены в результате варьирования подгоночных параметров полуэмпирической модели, полученных при измерениях [23–25] в существенно отличных от [22] условиях. Однако более привлекательным является подход, основанный на априорном улучшении физической модели путем явного учета существенно большего количества плазменных процессов, чем в (3)–(7). Такой подход требует перехода к микроскопическому описанию газоразрядных сред.

### Переход от полуэмпирических макроскопических моделей газоразрядной плазмы к микромоделям

В качестве первого шага на пути построения сглаженной микроскопической модели разряда в воздушной смеси необходима апробация гидродинамического подхода на модельной системе, физические свойства которой максимально соответствуют приближениям, использованным в полуаналитических расчетах по методике (3)–(7).

В практике изучения воздушных разрядов и предварительных оценок их параметров весьма популярно использование его упрощенного аналога – разряда в аргоне. Возможность замены оправдывается близостью величины энергии ионизации аргона к мало различающимся между собой значениям для азота и кислорода. Учет в полуэмпирическом подходе только двух механизмов образования свободных электронов в разряде (ионизация молекул из основного состояния электронным ударом и выбивание электронов с катода ионами) делает удобным использование описанного в [20] стандартного примера моделирования разряда в аргоне для создания сглаженной микроскопической модели системы, соответствующей приближениям (3)–(7). В результате были выполнены расчеты распределения потенциала вдоль оси цилиндрической трубки и интегрального падения напряжения на межэлектродном участке при различных давлениях газа в рамках существенно двумерной численной модели разряда в аргоне, обладающего цилиндрической симметрией, параметры которого соответствовали использованным при полуэмпирических расчетах воздушного разряда (рис. 3).

Исходная модель разряда в аргоне учитывала следующие компоненты газоразрядной среды: атомы в невозбужденном состоянии ( $Ar$ ), атомы в возбужденном долгоживущем метастабильном состоянии ( $Ar^*$ ), однократные ионы аргона в основном состоянии ( $Ar^+$ ) и электроны ( $e$ ). В результате, помимо аналогов рассматриваемых в (3)–(7) процессов (прямой ионизации из основного состояния электронным ударом и ухода заряженных частиц на стенки), список реакций, протекающих в объеме,



содержал процессы с участием возбужденных атомов, которые, при прочих равных условиях, способны облегчать ионизацию и приводить к уменьшению эффективного сопротивления разрядного промежутка. Другой очевидной причиной, способной привести к аналогичным расхождениям результатов, получаемых по сопоставляемым моделям (3)–(7) и (8), является существенное различие в вероятностях  $\gamma$  выбивания с катода электронов ионами аргона и азота (соответственно 0,09 [27] и 0,005 [28]). В результате расчеты по схеме (8) дали еще более заниженный результат (рис. 3, а, кривые 2 и 3).

Исключение из рассмотрения реакций с участием атомов аргона в метастабильных состояниях путем искусственного уменьшения констант скорости их возбуждения на 1–2 порядка не привело к значительным изменениям интегральных электрических свойств модельного разряда, а корректировка эффективности выбивания электронов с катода повысила величину падения напряжения в прикатодном слое и привела к хорошему согласию между сопоставляемыми моделями в области аномального разряда, соответствующей падающему участку кривой  $U(p)$  (рис. 3, а, кривые 1 и 3). На соответствующем нормальном разряде интервале давлений результаты расчетов по описанной микромоделю все еще остаются сильно заниженными.

На рис. 3, б, приведены зависимости распределения потенциала вдоль оси трубки, полученные при усредненном микромоделировании разряда в аргоне (8) в описанном модельном газе, имитирующем воздушную смесь. Как видно, доминирующий вклад принадлежит падению напряжения в прикатодной области, которое в области аномального разряда согласуется с полуэмпирическими расчетами. В области нормального разряда рост падения напряжения с давлением должен обуславливаться увеличением напряженности поля в положительном столбе, для которого микромодель дает заниженные значения. Последнее, по-видимому, связано с некорректным учетом механизмов потери энергии электронами при столкновениях, которая может быть грубо описана с помощью входящего в (3) параметра  $\delta$ . В случае инертного газа он оценивается отношением масс электрона и атома и имеет величину порядка  $10^{-4}$ , для столкновений с молекулярным азотом значение  $\delta$  оказывается примерно в 20 раз большим [24, 25]. При условии примерного равенства электронных температур (во всех трех случаях моделирования 1–1,5 эВ) в соответствии с (3) корректный учет потерь энергии электронами должен привести к существенному возрастанию напряженности поля (и, следовательно, падения напряжения) в положительном столбе примерно в 4 раза. В результате значения падения напряжения в области нормального разряда должны совпадать с результатами аналитической модели или даже превышать их. Последнее, разумеется, требует проверки с использованием микромоделю тлеющего разряда в молекулярном азоте и его смеси с кислородом, а также сопоставления результатов моделирования с экспериментом.

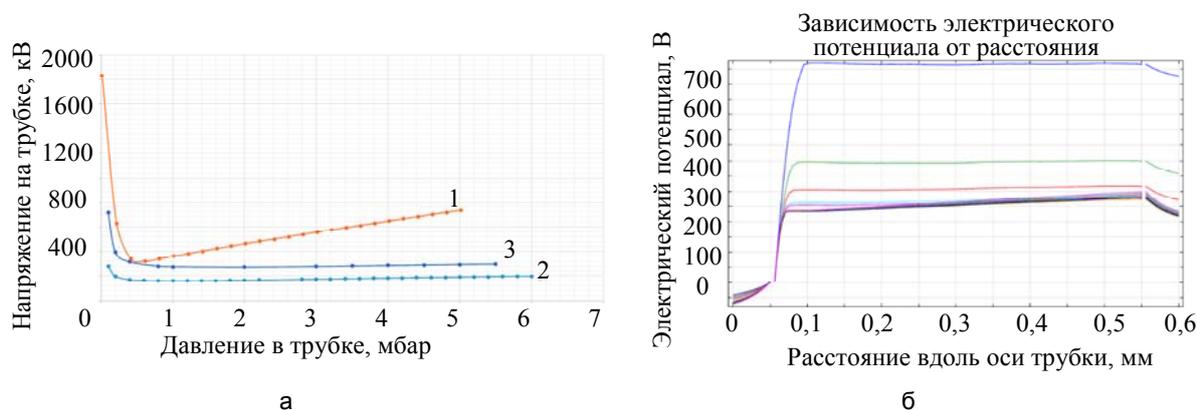


Рис. 3. Результаты численного моделирования газового разряда в замещающем воздушную смесь эффективном газе при учете прямой и каскадной (через метастабильное состояние) ионизации при различных давлениях и питающем напряжении в 5,1 кВ: зависимости межэлектродного падения напряжения от давления замещающего газа (1 – полуаналитическая модель; 2 – разряд в аргоне; 3 – разряд в воздухоподобном модельном газе) (а); продольные профили распределения электрического потенциала вдоль оси трубки для различных давлений эффективного газа (б)

**Экспериментальное сопровождение работ по развитию методов микромоделирования разрядов в многокомпонентных газовых смесях**

Первые оценочные сопоставления основанных на двух подходах тестовых моделей разрядов в воздухе с результатами экспериментальных измерений проводились по интегральным электрическим характеристикам разряда. Данные были получены на лабораторной установке, созданной на базе промышленно выпускаемого комплекта оборудования [29] и предназначенной для эксперимента по организации физического учебного практикума нового типа, включающего в себя в качестве обязательной составляющей научную деятельность обучаемых [30–32].

Тлеющий разряд зажигался в межэлектродном промежутке длиной 500 мм в трубке диаметром 50 мм, откачиваемой до давления от нескольких торр до сотых торра, от источника, подключаемого через балластное сопротивление в 5 Мом и регулируемого на интервале от 0 до 10 кВ. При питающих напряжениях 3–10 кВ наблюдался устойчивый тлеющий разряд с четко выраженной прикатодной областью и стратифицированным положительным столбом. Перечисленные параметры были использованы при построении рассмотренных моделей.

Полученные зависимости интегральных характеристик разряда от давления и питающих напряжений свидетельствуют о систематическом занижении рассчитываемых в рамках тестируемых методов полей и межэлектродных падений напряжения в тлеющем разряде в воздухе (рис. 4). Одной из главных причин может быть несоответствие реальных потерь электронами их энергии при столкновениях с используемым в моделях описанием из-за присутствия в реальной воздушной смеси примесей из трехатомных молекул (воды, углекислого газа) с богатыми колебательными и вращательными энергетическими спектрами. Для ответа на поставленный вопрос необходимы измерения в чистых газах, а также в смесях, содержащих калиброванные добавки. Кроме того, детальный характер описания газоразрядных сред, даваемый микромоделями, ставит вопрос о возможности получения экспериментальных данных с той же степенью полноты. Указанные соображения инициировали работы по созданию универсального измерительного стенда, включающего вакуумную камеру, допускающую зажигание разрядов с различной геометрией в газовых смесях с различными калиброванными составами и позволяющую осуществлять селективную по разрядному объему комплексную зондовую и оптическую (на следующем этапе) диагностику плазмы.

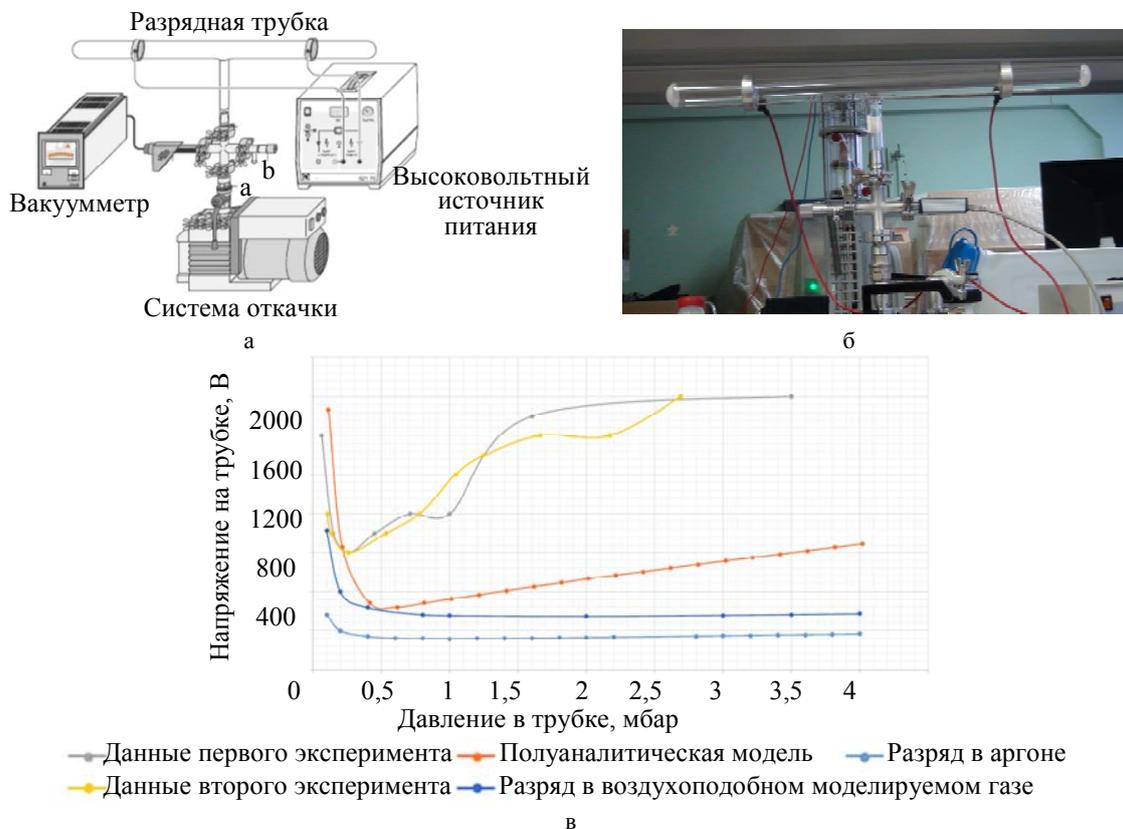


Рис. 4. Стандартная комплектация лабораторной установки для изучения газового разряда: схема учебной установки (а); общий вид установки (б); сопоставление данных, полученных на установке с результатами численного моделирования (в)

Систематические измерения характеристик газовых разрядов в различных смесях и ресурсоемкие расчеты подразумевают выполнение больших объемов сравнительно однотипных исследовательских работ, к которым могут привлекаться наиболее подготовленные и мотивированные учащиеся из различных возрастных групп. Указанная деятельность может рассматриваться как своеобразный методический эксперимент по решению широко обсуждаемой сегодня задачи раннего привлечения молодежи к научным исследованиям в целях обеспечения непрерывного перехода от обучения к исследовательской деятельности.

### Заключение

Результаты выполненного в рамках популярных сегодня полуэмпирических методов моделирования тлеющего разряда в длинной трубке с воздушной смесью при пониженных давлениях привели к существенно заниженным, по сравнению с данными эксперимента, значениям падения напряжения на межэлектродном промежутке. Полученные систематические расхождения были ожидаемы в связи с заведомо упрощенным характером подхода, основанного на аналитическом описании, и ставят вопрос о возможности построения более точных моделей разрядов в многокомпонентных газовых смесях. Выполненные на базе простейшей модели, использующей гипотетический воздухоподобный газ, тестовые расчеты, основанные на использовании усредненного микроскопического подхода, продемонстрировали качественно правильное поведение численной модели исследуемого разряда. Последнее открывает путь поэтапного развития модели с целью ее приближения к адекватному описанию разрядов в воздушной смеси. Детальное описание разрядов, получаемых в результате использования моделей апробированного типа, требует соответствующего развития используемого измерительного оборудования в направлении существенного расширения номенклатуры получаемых на нем экспериментальных данных о разряде. Соответствующие работы выполняются.

### Литература

1. Bogdanov E.A., Kudryavtsev A.A., Ochikova Z.S. Main scenarios of spatial distribution of charged and neutral components in SF<sub>6</sub> plasma // IEEE Transactions on Plasma Science. 2013. V. 41. N 12. P. 3254–3267.
2. Богданов Е.А., Капустин К.Д., Кудрявцев А.А., Чирцов А.С. Сопоставление различных вариантов гидродинамического (*fluid*) моделирования продольной структуры микроразряда атмосферного давления в гелии // ЖТФ. 2010. Т. 80. № 10. С. 41–53.
3. Bogdanov E.A., Chirtsov A.S., Kudryavtsev A.A. Fundamental nonambipolarity of electron fluxes in 2D plasmas // Physical Review Letters. 2011. V. 106. N 19. Art. N195001.
4. Kaganovich I.D., Demidov V.I., Adams S.F. and Raites Y. Non-local collisionless and collisional electron transport in low-temperature plasma // Plasma Physics and Controlled Fusion. 2009. V. 51. N 12. Art N124003.
5. Современные проблемы физики газового разряда [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://physelec.phys.msu.ru/science/discharge/discharge.html>, свободный. Яз. рус. (дата обращения 12.11.2013).
6. Студентам и школьникам – книги – газовый разряд [Электронный ресурс]. Режим доступа: [http://www.ph4s.ru/book\\_ph\\_gazryad.html](http://www.ph4s.ru/book_ph_gazryad.html), свободный. Яз. рус. (дата обращения 12.11.2013).
7. Автаева С.В., Оторбаев Д.К., Скорняков А.В. Экспериментальное исследование характеристик тлеющего разряда в воздухе // Вестник КРСУ. 2002. Т 2. № 2. С. 4–6.
8. Mahadevan S., Raja L.L. Simulations of direct-current air glow discharge at pressures 1 Torr: Discharge model validation // Journal of Applied Physics. 2010. V. 107. N 9. Art. N093304.
9. Gambling W.A., Edels H. The high-pressure glow-discharge in air // British Journal of Applied Physics. 1954. V. 5. N 1. P. 36–39.
10. Грановский В.Л. Электрический ток в газе. Установившийся ток. М.: Наука, 1971. 490 с.
11. Кудрявцев А.А., Мустафаев А.С., Цыганов А.Б., Чирцов А.С., Яковлева В.И. Спектры энергии электронов в гелии, наблюдаемые в микроплазменном детекторе CES // ЖТФ. 2012. Т. 82. № 10. С. 1–6.
12. Кудрявцев А.А., Смирнов А.С., Цендин Л.Д. Физика тлеющего разряда. СПб: Лань, 2010. 512 с.
13. Compilation of electron cross sections used by A.V. Phelps [Электронный ресурс]. Режим доступа: [http://jilawwww.colorado.edu/~avp/collision\\_data/electronneutral/electron.txt/](http://jilawwww.colorado.edu/~avp/collision_data/electronneutral/electron.txt/) свободный. Яз. англ. (дата обращения 14.09.2013).
14. Собельман И.И. Введение в теорию атомных спектров. М.: Физматгиз, 1963, 640 с.
15. Вайнштейн Л.А., Собельман И.И., Юков Е.А. Сечения возбуждения атомов и ионов электронами. М.: Наука, 1973. 142 с.
16. Очкур В.И. О методе Борна–Оппенгеймера в теории атомных столкновений // ЖЭТФ. 1963. Т. 45. С. 753.
17. Гордеев С.В., Чирцов А.С. Столкновительные переходы между различающимися по спину высоковозбужденными уровнями атомов второй группы // Вестник СПбГУ. Серия 4. Физика. Химия. 1991. № 1. С. 146–149.

18. Марек В.П., Чирцов А.С. Исследование столкновительных переходов с изменением спина между высоковозбужденными состояниями атомов гелия методом лазерной накачки // Известия Международной академии наук высшей школы. 2012. № 2 (60). С. 29–36.
19. Marek V., Chirtsov A. Research of collisional displacement of diverse highly excited states of Helium by means of the method of levels laser injection in cluster and plasma zone // Proc. of Int. Scientific Seminar Physics of Laser Processes and Applications. Ryazan, 2012. P. 96–101.
20. Russian Comsol Page. HUMUSOFT [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.humusoft.com/produkty/comsol/ru> свободный. Яз. рус. (дата обращения 14.09.2010).
21. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. М.: Наука, Физматлит, 1987. 592 с.
22. Чирцов А.С., Марек В.П. Варианты использования компьютерных технологий для интенсификации практикумов и приближения учебных работ к научным исследованиям // Информатика и образование. 2013. № 9. С. 22–34.
23. Ashihara O. The electron energy loss rates by polar molecules // Institute of Space and Aeronautical Science, Tokyo. 1975. V. 40. N 530. P. 257.
24. Dalidchik F.I., Sayasov Yu.S. Recombination of electrons in molecular gases // Journal of Experimental and Theoretic Physics, 1965. V. 49. P. 302–305.
25. Rudge M.R.H. Theory of ionization of atoms by electron impact // Reviews of Modern Physics. 1968. V. 40. P. 564.
26. Энгель А. Ионизированные газы / Пер. с англ. М., ГИФМЛ, 1959. 332 с.
27. Добрецов Л.Н., Гомоюнова М.В. Эмиссионная электроника. М.: Наука, 1966. 564 с.
28. Браун С. Элементарные процессы в плазме газового разряда / Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1961. 322 с.
29. Catalogues – LD DIDACTIC [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.ld-didactic.de/en/catalogues.html> свободный. Яз. англ. (дата обращения 12.05.2013).
30. Марек В.П., Чирцов А.С. Разработка мультимедийных описаний для нового лабораторного практикума по физике // Материалы XII Межд. конф. Физика в системе современного образования (ФССО-13). Петрозаводск: ПетрГУ, 2013. Т. 2. С. 217–220.
31. Чирцов А.С., Марек В.П. Новые подходы к созданию и использованию мультимедийных ресурсов // Компьютерные инструменты в образовании. 2011. №1. С. 58–72.
32. Чирцов А.С., Абутинов М.В., Марек В.П., Микушев С.В. Новые варианты использования информационных и мультимедийных технологий для реализации непрерывного высшего образования // Физическое образование в вузах. 2012. Т. 18. № 1. С. 109–125.

<b>Чернышева Мария Владимировна</b>	–	работник-исследователь 1-го класса, Институт фундаментальной электроники, Париж, Франция, Maria.Tchernycheva@ief.u-psud.fr
<b>Марек Вероника Петровна</b>	–	студент, магистр, Эколь - Политехник, Париж, Франция, nika.marek@mail.ru
<b>Чирцов Александр Сергеевич</b>	–	кандидат физ.-мат. наук, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия; доцент, Санкт-Петербургский государственный университет, физический факультет, alex_chirtsov@mail.ru
<b>Швагер Данила Александрович</b>	–	аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, shvagerdani@gmail.com
<b>Maria V. Tchernycheva</b>	–	Chargé de recherche CNRS 1 classe, PhD, Institut d'Electronique Fondamentale, Paris, France, Maria.Tchernycheva@ief.u-psud.fr
<b>Veronica P. Marek</b>	–	student, Ecole Polytechnique, Paris, France, nika.marek@mail.ru
<b>Alexander S. Chirtsov</b>	–	Professor, PhD, Associate professor, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, alex_chirtsov@mail.ru
<b>Danila A. Shvager</b>	–	postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, shvagerdani@gmail.com

Принято к печати 25.03.14  
Accepted 25.03.14

УДК 519.688: 681.2.088

## ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОШИБОК ПРЕДСКАЗАНИЯ ЗНАЧЕНИЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКОГО СИГНАЛА В АЛГОРИТМЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ КАЛМАНА<sup>1</sup>

Е.Л. Дмитриева<sup>а</sup>, И.П. Гуров<sup>а</sup>

<sup>а</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, blakkati@rambler.ru

Рассмотрены основные особенности алгоритма нелинейной фильтрации Калмана применительно к задаче динамической обработки интерферометрических сигналов. Получены аналитические оценки, определяющие статистические характеристики ошибок предсказания значений сигнала, проведен анализ гистограмм ошибок с учетом изменения различных параметров интерферометрического сигнала. Выполнено моделирование операции предсказания сигнала при известных фиксированных параметрах и изменяющихся параметрах сигналов в алгоритме нелинейной фильтрации Калмана. Получены количественные оценки ошибок предсказания значений интерферометрического сигнала путем построения и анализа гистограмм ошибок при воздействии аддитивного шума и при случайных изменениях амплитуды и частоты интерферометрического сигнала. Показано, что нелинейный фильтр Калмана обеспечивает обработку сигналов со случайно изменяющимися параметрами, однако непосредственно не учитывает погрешность линеаризации гармонической функции, представляющей интерферометрический сигнал, что является источником погрешностей фильтрации. Основным недостатком линейного предсказания состоит в негауссовской статистике ошибок предсказания, в том числе при случайных отклонениях амплитуды и (или) частоты сигнала. При стохастической фильтрации интерферометрических сигналов целесообразно использовать процедуры предсказания, основанные на учете локальных статистик сигнала и его параметров.

**Ключевые слова:** интерферометрический сигнал, нелинейный фильтр Калмана, ошибка предсказания, гауссовский шум, гистограмма.

## STATISTICAL CHARACTERISTICS INVESTIGATION OF PREDICTION ERRORS FOR INTERFEROMETRIC SIGNAL IN THE ALGORITHM OF NONLINEAR KALMAN FILTERING<sup>1</sup>

E.L. Dmitrieva<sup>a</sup>, I.P. Gurov<sup>a</sup>

<sup>а</sup> ITMO University, Saint Petersburg, Russia, blakkati@rambler.ru

Basic peculiarities of nonlinear Kalman filtering algorithm applied to processing of interferometric signals are considered. Analytical estimates determining statistical characteristics of signal values prediction errors were obtained and analysis of errors histograms taking into account variations of different parameters of interferometric signal was carried out. Modeling of the signal prediction procedure with known fixed parameters and variable parameters of signal in the algorithm of nonlinear Kalman filtering was performed. Numerical estimates of prediction errors for interferometric signal values were obtained by formation and analysis of the errors histograms under the influence of additive noise and random variations of amplitude and frequency of interferometric signal. Nonlinear Kalman filter is shown to provide processing of signals with randomly variable parameters, however, it does not take into account directly the linearization error of harmonic function representing interferometric signal that is a filtering error source. The main drawback of the linear prediction consists in non-Gaussian statistics of prediction errors including cases of random deviations of signal amplitude and/or frequency. When implementing stochastic filtering of interferometric signals, it is reasonable to use prediction procedures based on local statistics of a signal and its parameters taken into account.

**Keywords:** interferometric signal, nonlinear Kalman filtering, prediction error, Gaussian noise, histogram.

### Введение

Бесконтактные методы исследования и контроля объектов применяются во многих отраслях науки и техники [1, 2]. Интерферометрические методы являются наиболее точными и обеспечивают бесконтактные измерения различных характеристик исследуемых объектов [1–3].

Для обработки интерферометрических сигналов широко используются методы, основанные на преобразовании Фурье (см., например, [4]). Недостаток таких методов состоит в необходимости регистрации полного набора данных перед их обработкой, что ограничивает быстродействие и в ряде случаев не позволяет проводить динамические измерения характеристик исследуемых объектов.

Во многих случаях для оценки состояния динамической системы используются методы фильтрации Калмана [5, 6], основанные на описании систем и сигналов при помощи стохастических дифференциальных и разностных уравнений. В методе дискретной фильтрации Калмана осуществляется предсказание (прогноз) значений параметров сигнала и его значения для каждого шага дискретизации на основе информации, полученной на предыдущем шаге. В результате сравнения фактически зарегистрированного и прогнозируемого значений сигнала определяется невязка, используемая как поправка к предсказанным значениям параметров на каждом шаге. Данный подход успешно использован для динамической обработки интерферометрических сигналов в бесконтактной профилометрии и оптической когерентной томо-

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации и государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01).

<sup>1</sup> The work was done under financial support by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation and by state financial support for the leading universities of the Russian Federation (project 074-U01).

графии [7–10], при обработке двумерных картин интерференционных полос [11], в интерферометрии фазового сдвига с трехмерным развертыванием фазы [12], при высокоточном интерферометрическом контроле перемещений [13], при обработке интерферометрической информации радара с синтезированной апертурой [14].

Степень оптимальности фильтра в значительной мере определяется статистическими характеристиками погрешностей при использовании существенно нелинейной модели сигнала. В теории линейной фильтрации Калмана обычно используется предположение о гауссовском статистическом распределении ошибок предсказания и гауссовском шуме наблюдения [5, 7, 15]. Применительно к интерферометрическим сигналам, зависящим от параметров нелинейно, это допущение не вполне корректно, и требуется провести исследование источников ошибок предсказания для рассматриваемого вида сигналов.

В настоящей работе представлены результаты исследования статистических характеристик ошибок предсказания для дискретной последовательности значений сигналов в форме гармонических функций, широко используемых для описания интерферометрических сигналов.

### Метод нелинейной дискретной фильтрации Калмана

Алгоритм нелинейной фильтрации Калмана основывается на использовании параметрической модели сигнала, которую в общем случае можно представить в векторной форме:

$$\mathbf{s}(k) = \mathbf{h}(k, \boldsymbol{\theta}(k)) + \mathbf{n}(k),$$

где  $\mathbf{h}(k, \boldsymbol{\theta}(k))$  – нелинейная модель сигнала (функция наблюдения);  $\boldsymbol{\theta}$  – вектор параметров;  $\mathbf{n}(k)$  – шум наблюдения;  $k$  – номер дискретного отсчета,  $k=1, \dots, K$ , в выборке из  $K$  отсчетов с шагом дискретизации  $\Delta x$  по независимой переменной  $x$ . Задача фильтрации состоит в получении динамических оценок вектора параметров  $\hat{\boldsymbol{\theta}}(k)$  с обеспечением требуемой точности и помехоустойчивости по отношению к шуму наблюдений. Эволюция параметров сигнала на  $k$ -ом шаге дискретизации определяется уравнением

$$\boldsymbol{\theta}(k) = \boldsymbol{\theta}(k-1) + \mathbf{f}(k, \boldsymbol{\theta}(k-1)) + \mathbf{w}(k),$$

где  $\mathbf{f}(k, \boldsymbol{\theta}(k))$  – известная векторная функция, которая в общем случае учитывает возможное нелинейное изменение вектора параметров;  $\mathbf{w}(k)$  – формирующий шум.

Априорная оценка параметров (предсказание) для  $k$ -го шага обработки

$$\bar{\boldsymbol{\theta}}(k) = \mathbf{T}(k) \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) \tag{1}$$

определяется матрицей перехода  $\mathbf{T}(k)$  при линейной эволюции параметров в интерферометрической системе с использованием апостериорной оценки вектора параметров  $\hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1)$ , полученной на предыдущем шаге.

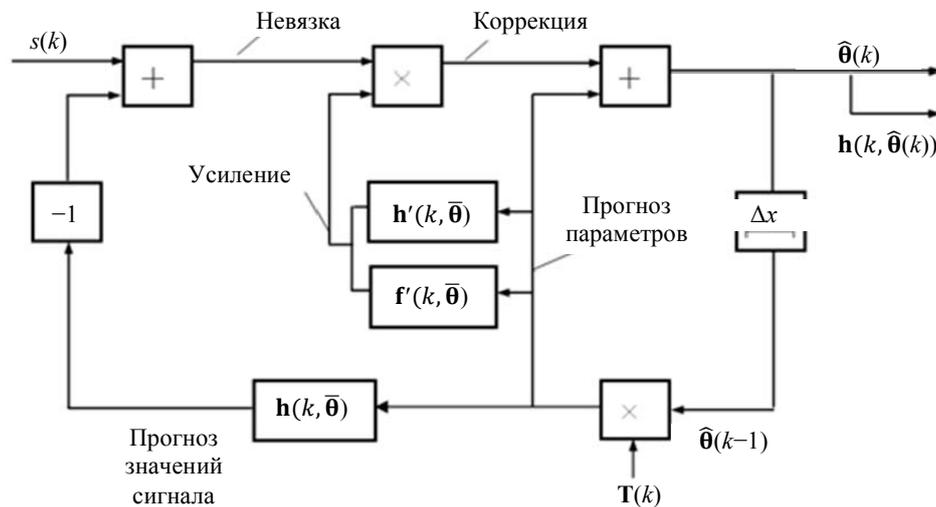


Рис. 1. Структурная схема дискретного нелинейного фильтра Калмана

Динамическая оценка вектора параметров  $\hat{\boldsymbol{\theta}}(k)$  вычисляется как

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k) = \bar{\boldsymbol{\theta}}(k) + \mathbf{P}(k) [\mathbf{s}_{obs}(k) - \mathbf{h}(k, \bar{\boldsymbol{\theta}}(k))], \tag{2}$$

где  $\bar{\boldsymbol{\theta}}(k)$  – вектор параметров, предсказанный в (1),  $\mathbf{P}(k)$  – коэффициент усиления фильтра, осуществляющий коррекцию вектора параметров  $\bar{\boldsymbol{\theta}}(k)$  по ошибке прогноза сигнала,  $\mathbf{s}_{obs}(k)$  – регистрируемая последовательность дискретных отсчетов сигнала.

Структура нелинейного фильтра Калмана представлена на рис. 1. На этой схеме иллюстрируются операции, определяемые выражениями (1) и (2), с получением динамических оценок вектора параметров

$\hat{\theta}(k)$  и значений функции наблюдения  $\mathbf{h}(k, \hat{\theta}(k))$ . Отметим, что при выполнении коррекции параметров в нелинейном фильтре Калмана используются оценки производных функций  $\mathbf{h}'(k, \bar{\theta})$  и  $\mathbf{f}'(k, \bar{\theta})$ . Более подробное описание алгоритма приведено, например, в работе [9].

### Погрешности предсказания значений интерферометрического сигнала

Модель скалярного интерферометрического сигнала  $s(k) = h(k, \theta(k))$  с постоянной амплитудой  $A$  представляется в виде

$$s(k) = A \cos(2\pi f_0 k \Delta x + \varphi(k)), \quad (3)$$

где  $f_0$  – несущая частота;  $\varphi(k)$  – случайные отклонения фазы, от которых значения сигнала зависят нелинейно.

Известно, что если функция  $g(x)$  имеет конечную производную в точке  $x_0$ , то ее можно аппроксимировать в окрестности этой точки линейной функцией при разложении в ряд Тейлора и использовании первой производной. При этом

$$g(x) \approx g(x_0) + g'(x_0)(x - x_0). \quad (4)$$

Применительно к сигналу (3) при отсутствии случайных отклонений фазы уравнение (4) при  $x_0 = (k-1)\Delta x$  принимает вид

$$\hat{s}(k) = A \cos(2\pi f_0 (k-1)\Delta x) - 2\pi f_0 A \sin(2\pi f_0 (k-1)\Delta x) \Delta x. \quad (5)$$

Следовательно, погрешность предсказания определяется как

$$\delta s(k) = \hat{s}(k) - s(k) = A \cos(2\pi f_0 (k-1)\Delta x) - 2\pi f_0 A \sin(2\pi f_0 (k-1)\Delta x) \Delta x - A \cos(2\pi f_0 k \Delta x). \quad (6)$$

При использовании известной формулы сложения гармонических функций

$$a \sin \varphi + b \cos \varphi = \sqrt{a^2 + b^2} \sin\left(\varphi + \arcsin\left(\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right)\right)$$

погрешность предсказания (6) можно представить в форме

$$\delta s(k) = A \sqrt{1 + (2\pi f_0 \Delta x)^2} \sin\left(2\pi f_0 (k-1)\Delta x + \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f_0 \Delta x)^2}}\right)\right) - A \cos(2\pi f_0 k \Delta x). \quad (7)$$

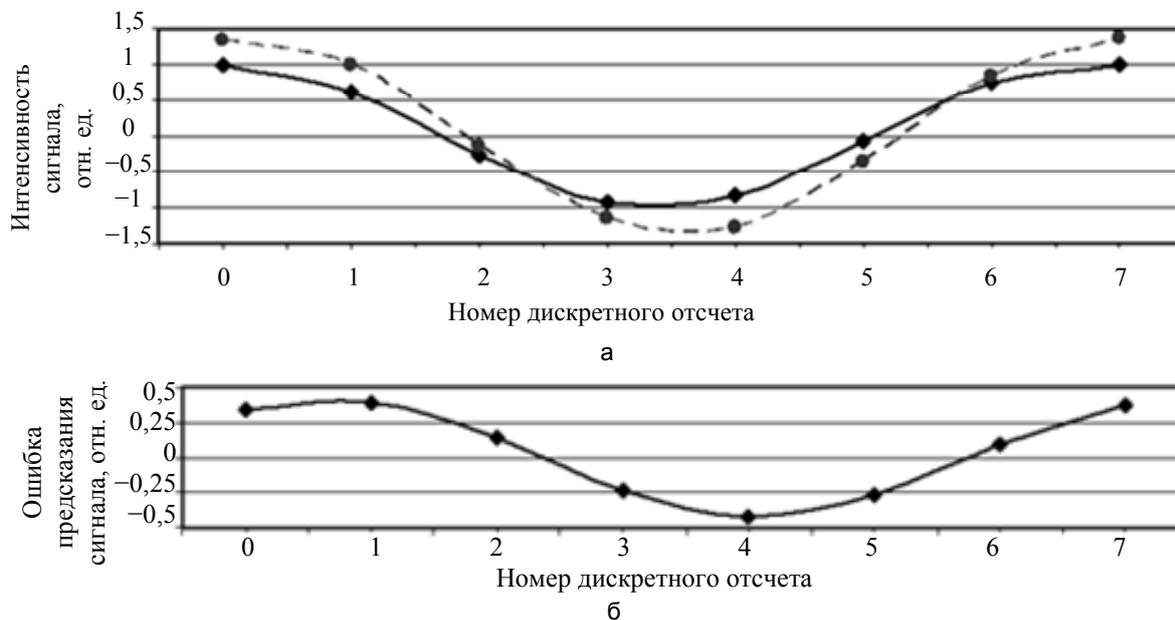


Рис. 2. Исходный сигнал и результат линейного предсказания: сплошная линия – интерферометрический сигнал при количестве отсчетов на периоде, равном 7, пунктирная – линейное предсказание согласно выражению (5) (а); изменение погрешности предсказания в пределах одного периода интерферометрического сигнала (б)

Из (7) следует, что погрешность предсказания снижается при уменьшении приращения фазы в пределах шага дискретизации, т.е. при  $2\pi f_0 \Delta x \rightarrow 0$ . Из (7) также видно, что погрешность предсказания носит характер гармонической функции, имеющей частоту исходного сигнала, причем амплитуда и начальная фаза этой функции зависят от частоты сигнала и шага дискретизации.

На рис. 2, а, сплошной линией представлен пример интерферометрического сигнала при количестве отсчетов на периоде, равном 7, пунктирной линией показан результат линейного предсказания соглас-

но выражению (5). На рис. 2, б, иллюстрируется определяемая выражением (7) погрешность предсказания значений сигнала, приведенного на рис. 2, а.

Гистограмма погрешности предсказания, построенная с использованием отсчетов на длине реализации в 20 периодов сигнала и представляющая оценку плотности вероятности погрешности (7), показана на рис. 3. Гистограмма соответствует плотности вероятности гармонического случайного процесса, т.е. является существенно негауссовской.



Рис. 3. Гистограмма погрешностей предсказания

В случае влияния аддитивного шума наблюдения интерферометрический сигнал дополнительно искажается. Рассмотрим погрешности предсказания для этого случая.

Пусть сигнал вида (3) подвержен влиянию аддитивного шума

$$s(k) = A \cos(2\pi f_0 k \Delta x) + n(k), \tag{8}$$

где  $n(k)$  – гауссовский шум наблюдения с нулевым средним значением.

На рис. 4, а, показан пример сигнала (8) при  $A = 1$  и среднем квадратичном отклонении (СКО) шума, равном 0,3. На рисунке пунктирной линией иллюстрируются значения предсказанного сигнала вида (5) при влиянии шума. Из рисунка видно, что, как и следовало ожидать, аддитивный шум складывается с ошибкой предсказания. Погрешности предсказания с учетом шума наблюдения иллюстрируются на рис. 4, б, гистограмма погрешностей приведена на рис. 4, в.

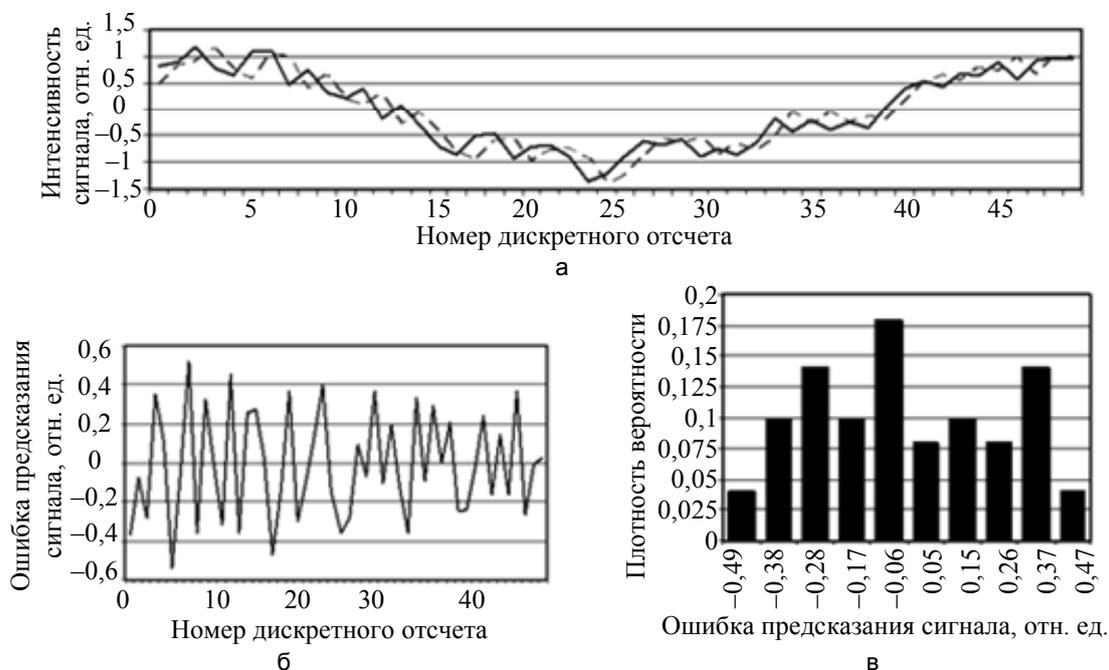


Рис. 4. Исходный сигнал (сплошная линия) и результат предсказания (пунктирная линия – значения предсказанного сигнала вида (5) при влиянии шума) (а); ошибка предсказания с учетом шума наблюдения (б); гистограмма погрешностей предсказания (в)

Известно, что плотность вероятности суммы независимых случайных величин равна свертке маргинальных плотностей вероятности. Гистограмма, представленная на рис. 4, в, определяется сверткой

гистограммы, показанной на рис. 3, с гистограммой для гауссовского шума наблюдения и теоретически содержит два максимума (при отношении сигнала к шуму по мощности более единицы, (см., например, [3], с. 31)), что указывает в общем случае на негауссовский характер погрешности линейного предсказания в условиях аддитивного гауссовского шума наблюдения.

При формировании интерферометрического сигнала возможны также случайные отклонения амплитуды сигнала, обусловленные, в частности, степенью отражения излучения от исследуемого объекта. При этом возникает дополнительная составляющая погрешности предсказания сигнала.

При отклонениях амплитуды  $\delta A(k)$  интерферометрический сигнал (8) принимает вид

$$s(k) = (A + \delta A(k)) \cos(2\pi f_0 k \Delta x) + n(k). \quad (9)$$

Примем, что амплитуда сигнала изменяется по случайному закону, определяемому стохастическим разностным уравнением первого порядка

$$\delta A(k) = (\alpha_A - 1)\delta A(k-1) + w_A(k),$$

где  $\alpha_A$  – положительное число,  $0 < \alpha_A < 1$ ,  $w_A(k)$  – гауссовский формирующий шум с нулевым средним значением и СКО  $\sigma_{w_A}$ .

Полученные результаты иллюстрируются примером на рис. 5, а, при величине  $\alpha_A = 0,2$ . Погрешность предсказания с учетом шума наблюдения  $n(k)$  и отклонений амплитуды  $\delta A(k)$ , а также гистограмма погрешностей показаны на рис. 5, б, и рис. 5, в, соответственно. Видно, что гистограмма имеет сложную негауссовскую форму с несколькими локальными максимумами.

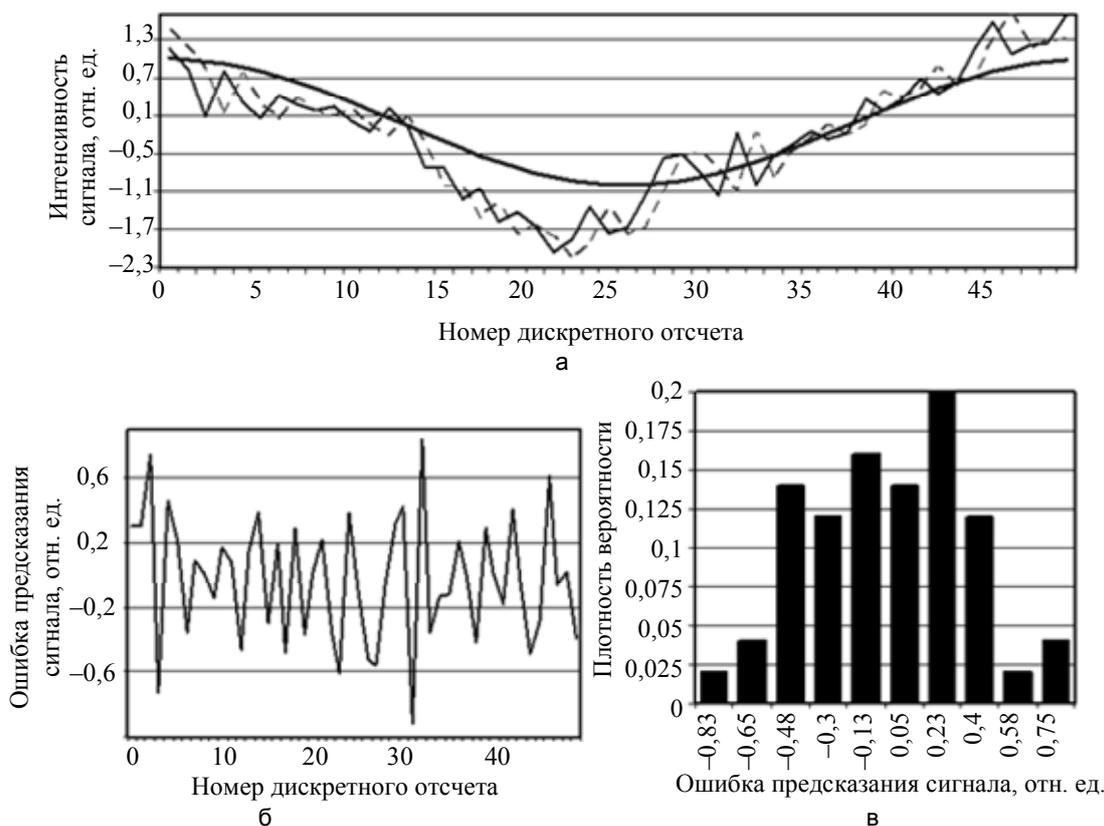


Рис. 5. Идеализированный сигнал без отклонений амплитуды и шума наблюдения (толстая линия), модельный сигнал вида (9) (тонкая линия) и результат предсказания (пунктирная линия) (а); ошибка предсказания при случайных отклонениях амплитуды сигнала и влиянии шума наблюдения (б); гистограмма погрешностей предсказания (в)

При случайных отклонениях локальной частоты интерферометрический сигнал представляется в виде

$$s(k) = A \cos(2\pi f_0 k \Delta x + \varphi(k)) + n(k),$$

где отклонения фазы вычисляются как

$$\varphi(k) = 2\pi\beta \sum_{i=1}^k f_i \Delta x,$$

где  $f_i$  – значения локальных отклонений частоты;  $\beta$  – малое положительное число, определяющее сте-

пень отклонений фазы сигнала. Изменение частоты сигнала можно определить аналогично отклонениям амплитуды с использованием стохастического разностного уравнения первого порядка

$$f(k) = (\alpha_f - 1)f(k-1) + w_f(k),$$

где  $\alpha_f$  – положительное число,  $0 < \alpha_f < 1$ .

Полученные результаты показаны на рис. 6, а. Погрешность предсказания с учетом шума наблюдения и отклонений частоты, а также гистограмма погрешностей представлены на рис. 6, б, и рис. 6, в, соответственно.

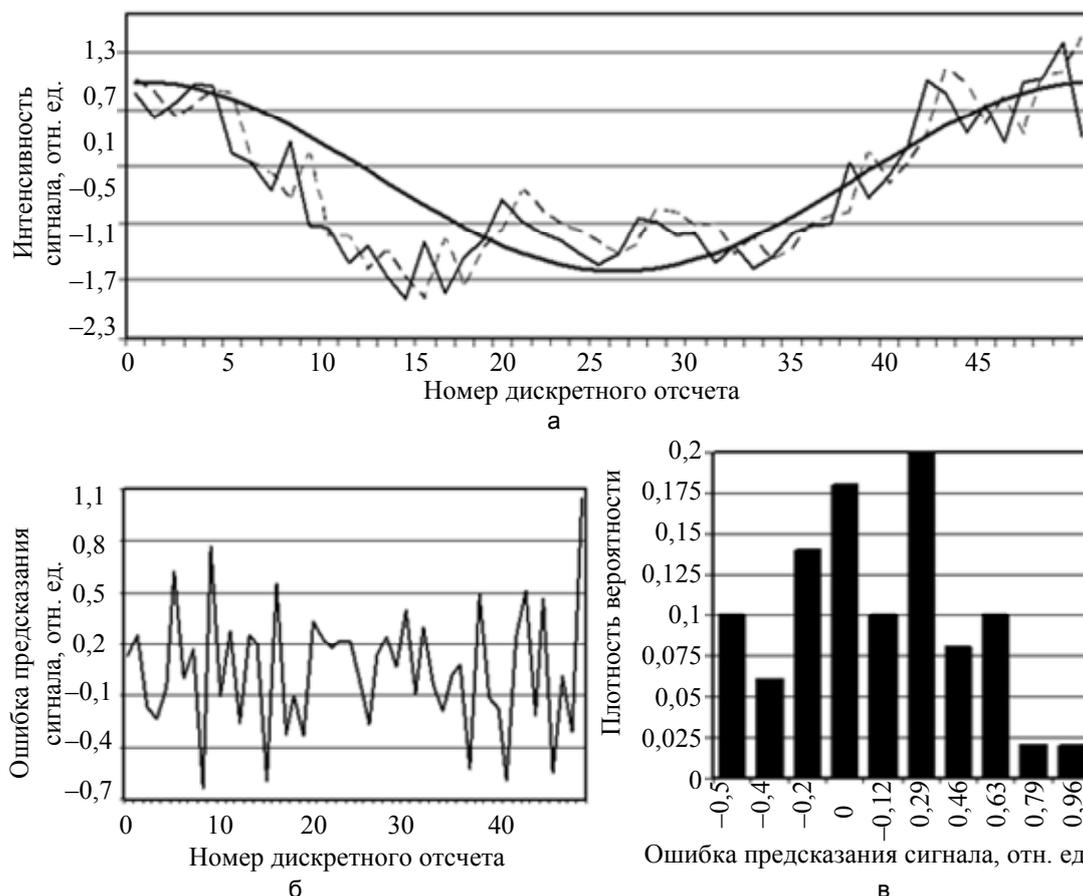


Рис. 6. Идеализированный сигнал без локальных отклонений частоты (толстая линия), модельный сигнал (тонкая линия) и результат предсказания (пунктирная линия) (а); ошибка предсказания с учетом отклонений частоты и шума наблюдения (б); гистограмма погрешности предсказания (в)

Таким образом, результаты проведенных исследований показывают, что гистограммы погрешности предсказания (см. рис. 4, в, рис. 5, в, рис. 6, в) имеют сложную негауссовскую форму с несколькими пиками. Следовательно, при использовании линейного предсказания в условиях случайных отклонений амплитуды и (или) частоты интерферометрического сигнала гипотеза о гауссовской статистике погрешностей неправомерна, что может вызывать погрешности и неустойчивость алгоритма нелинейной фильтрации Калмана применительно к интерферометрическим сигналам.

### Заключение

Проведена оценка статистических характеристик ошибок предсказания значений интерферометрического сигнала путем построения и анализа гистограмм ошибок для различных условий и случайных изменений параметров сигнала.

Нелинейный фильтр Калмана обеспечивает обработку сигналов с нелинейно изменяющимися параметрами, однако не является оптимальным, так как непосредственно не учитывает погрешность линеаризации гармонической функции, представляющей интерферометрический сигнал.

Основной недостаток линейного предсказания состоит в негауссовской статистике ошибок предсказания, в том числе при случайных отклонениях амплитуды и (или) частоты сигнала. При стохастической фильтрации интерферометрических сигналов целесообразно использовать методы предсказания, основанные на учете локальных статистик сигнала и его параметров, что представляет предмет дальнейших исследований.

### Литература

1. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чирков А.С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука, 1981. 640 с.
2. Malacara D. Optical Shop Testing. 2<sup>nd</sup> ed. NY, John Wiley & Sons, 1992. 792 p.
3. Васильев В.Н., Гуров И.П. Компьютерная обработка сигналов в приложении к интерферометрическим системам. СПб: БХВ Санкт-Петербург, 1998. 240 с.
4. Takeda M. Fourier fringe analysis and its application to metrology of extreme physical phenomena: a review // Applied Optics. 2013. V. 52. N 1. P. 20–29.
5. Kalman R.E. A New approach to linear filtering and prediction problems // Journal of Basic Engineering. 1960. V 82. N 1. P. 35–45.
6. Балакришнан А.В. Теория фильтрации Калмана / Пер. с англ. М.: Мир, 1988. 169 с.
7. Gurov I., Ermolaeva E., Zakharov A. Analysis of low-coherence interference fringes by the Kalman filtering method // Journal of the Optical Society of America A. 2004. V. 21. N 2. P. 242–251.
8. Gurov I., Volynsky M., Zakharov A. Evaluation of multilayer tissues in optical coherence tomography by the extended Kalman filtering method // Proc. SPIE - The International Society for Optical Engineering. 2007. V. 6734. Art. N 67341P.
9. Волынский М.А., Гуров И.П., Захаров А.С. Динамический анализ сигналов в оптической когерентной томографии методом нелинейной фильтрации Калмана // Оптический журнал. 2008. Т. 75. № 10. С. 89–94.
10. Gurov I., Volynsky M. Dynamic fringe analysis in spectral interferometry and optical coherence tomography based on recurrence computational algorithms // Fringe 13, 7th International Workshop on Advanced Optical Imaging and Metrology. Springer-Verlag, 2013. P. 313–316.
11. Гуров И.П., Захаров А.С. Анализ характеристик интерференционных полос методом нелинейной фильтрации Калмана // Оптика и спектроскопия. 2004. Т. 96. № 2. С. 210–216.
12. Gurov I., Volynsky M., Vorobeva E. Dynamic wavefront evaluation in phase shifting interferometry based on recurrence fringe processing // Int. Conf. on Advanced Phase Measurement Methods in Optics and Imaging // AIP Conf. Proc. 2010. V. 1236. P. 479–484.
13. Park T.-J., Choi H.-S., Han C.-S., Lee Y.-W. Real-time precision displacement measurement interferometer using the robust discrete time Kalman filter // Optics and Laser Technology. 2005. V. 37. N 3. P. 229–234.
14. Nies H., Loffeld O., Wang Y. Two dimensional Kalman filter approach for phase unwrapping of TerraSAR-X data2008 // 7th European Conference on Synthetic Aperture Radar, EUSAR. Friedrichshafen, Germany, 2008. P. 1–4.
15. Чердынцев В.А. Радиотехнические системы. Минск: Высшая школа, 1988. 372 с.

<i>Дмитриева Екатерина Леонидовна</i>	– аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, blakkati@rambler.ru
<i>Гуров Игорь Петрович</i>	– доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, gurov@mail.ifmo.ru
<i>Ekaterina L. Dmitrieva</i>	– postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, blakkati@rambler.ru
<i>Igor P. Gurov</i>	– Department head, D.Sc., Professor, ITMO University, gurov@mail.ifmo.ru

Принято к печати 31.03.2014

Accepted 31.03.2014

УДК 004.42; 519.85

## РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ПРОЦЕДУРЫ МНОГОМЕРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА<sup>1</sup>

Т.М. Зубкова<sup>a</sup>, Е.Н. Ишакова<sup>a, b</sup>, М.А. Токарева<sup>a</sup><sup>a</sup> Оренбургский государственный университет, Оренбург, Россия, bars87@mail.ru<sup>b</sup> Академия при Президенте Российской Федерации, РАНХиГС, Оренбург, Россия, en\_ischa@mail.ru

Описана методика проведения многокритериальной оптимизации конструктивных параметров технологического объекта. Приведен обзор существующих методов оптимизации и анализ работ в области фундаментальных исследований и решения прикладных задач. Сформулирована постановка задачи на основании требований к технологическому процессу, позволяющая подобрать геометрические размеры рабочих органов машины и скорости протекания технологического процесса таким образом, чтобы результирующие технико-экономические параметры были оптимальными. В постановке задачи описано применение метода рабочих характеристик, адаптированного к конкретной предметной области. Приведена реализация поставленной задачи, описана методика построения характеристик исследуемого объекта с условием ограничений некоторых параметров как в аналитическом, так и в графическом представлении. На основании теоретических исследований разработана программная система, позволяющая автоматизировать нахождение оптимальных решений для конкретных задач. Используя имеющиеся исходные данные, характеризующие объект исследования, можно установить идентификаторы и ввести ограничения как с одной стороны, так и в интервале. В результате получена визуальная картина зависимостей основных параметров исследования от остальных, которые могут оказывать влияние на протекание технологического процесса и на качество выпускаемой продукции. Полученная оптимальная область показывает использование разных вариантов конструкции технологического объекта в приемлемом кинематическом диапазоне, что позволяет исследователю выбирать наилучшее конструктивное решение.

**Ключевые слова:** векторная оптимизация, параметрический синтез, кубический сплайн, многокритериальная оптимизация, программная система, оптимальная область, технологический процесс, технологический объект.

## VISUALIZATION SOFTWARE DEVELOPMENT FOR PROCEDURE OF MULTI-DIMENSIONAL OPTIMIZATION OF TECHNOLOGICAL PROCESS FUNCTIONAL PARAMETERS<sup>1</sup>

Т.М. Zubkova<sup>a</sup>, E.N. Ishakova<sup>a, b</sup>, M.A. Tokareva<sup>a</sup><sup>a</sup> Orenburg State University, Orenburg, Russia, bars87@mail.ru<sup>b</sup> Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration, Orenburg, Russia, En\_ischa@mail.ru

A method for multi-criteria optimization of the design parameters for technological object is described. The existing optimization methods are overviewed, and works in the field of basic research and applied problems are analyzed. The problem is formulated, based on the process requirements, making it possible to choose the geometrical dimensions of machine tips and the flow rate of the process, so that the resulting technical and economical parameters were optimal.

In the problem formulation application of the performance method adapted to a particular domain is described. Task implementation is shown; the method of characteristics creation for the studied object in view of some restrictions for parameters in both analytical and graphical representation. On the basis of theoretical research the software system is developed that gives the possibility to automate the discovery of optimal solutions for specific problems. Using available information sources, that characterize the object of study, it is possible to establish identifiers, add restrictions from the one side, and in the interval as well. Obtained result is a visual depiction of dependence of the main study parameters on the others, which may have an impact on both the flow of the process, and the quality of products. The resulting optimal area shows the use of different design options for technological object in an acceptable kinematic range that makes it possible for the researcher to choose the best design solution.

**Keywords:** vector optimization, parametric synthesis, cubic spline, multi-criteria optimization, program system, optimum area, technological process, technological object.

### Введение

Векторная оптимизация широко применяется при решении прикладных задач в области машиностроения [1], экономики [2], радиоэлектроники [3], систем автоматизированного управления [4], нефтеперерабатывающего производства [5] и других областях.

В фундаментальных исследованиях рассмотрены вопросы решения задач оптимизации на метрических пространствах [6, 7]; при заданных линейных ограничениях [8]; предложены методы выпуклого анализа [9–11]; решены вопросы устойчивости в задачах оптимизации [12, 13]; разработаны

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Правительства Оренбургской области (грант № 14-08-97031).<sup>1</sup> The paper was financially supported by the government of the Orenburg region (grant № 14-08-97031).

методы приближенных решений в задачах векторной оптимизации [14]; теории векторных алгоритмов метода Монте-Карло для решения систем интегральных уравнений [15].

Среди методов отыскания оптимального (или рационального) решения по нескольким параметрам можно выделить метод Парето, весовой метод, метод векторной оптимизации на дискретном множестве; при линейных целевых функциях и линейных ограничениях; при гладких целевых функциях и отсутствии ограничений [16].

Несмотря на достаточную разработанность методов векторной оптимизации, остаются открытыми вопросы их прикладной привязки к решению проблем конкретной предметной области, и, в частности, к подбору конструктивных параметров технологических объектов.

### Постановка задачи

Любой технологический процесс характеризуется энергоемкостью, производительностью машины и качеством выпускаемой продукции. При проведении параметрического синтеза можно подобрать геометрические размеры рабочих органов и скорость протекания технологического процесса таким образом, чтобы энергоемкость была минимальной, производительность – максимальной, качество выпускаемой продукции – удовлетворительным и др. Таким образом, необходимо решить многокритериальную задачу, т.е. провести векторную оптимизацию для достижения поставленных целей.

Один из наиболее удобных методов проведения параметрического синтеза технологических машин – метод рабочих характеристик. В нем исследователь ищет оптимум одного из технологических параметров, например,  $p_1$ , при всех остальных показателях, приведенных в разряд ограничений типа равенства, т.е. решается задача нахождения  $p_{1\max}$  при  $p_2=\text{const}$ ,  $p_3=\text{const}$ , ...,  $p_n=\text{const}$  [16].

Найденное максимальное значение  $p_{1\max}$  зависит от фиксированных значений  $p_2=\text{const}$ ,  $p_3=\text{const}$ , ...,  $p_n=\text{const}$ . Эта зависимость является рабочей поверхностью вида  $p_{1\max}=f(p_2, p_3, \dots, p_n)$ .

Для нахождения рабочей поверхности величину  $p_{1\max}$  определяют при всех интересующих проектировщика комбинациях параметров  $p_2, \dots, p_n$ .

Рабочая поверхность, рассматриваемая как функция одного из своих аргументов, называется рабочей характеристикой. Таким образом, можно составить  $m-1$  рабочую характеристику. Доказано, что рабочая поверхность содержит все точки, принадлежащие оптимальной поверхности. Необходимым и достаточным условием совпадения рабочей и оптимальной поверхностей является монотонно убывающий характер всех соответствующих этой поверхности рабочих характеристик. Исходя из этого, после отыскания рабочих характеристик необходимо исключить из них все возрастающие участки [16].

### Реализация поставленной задачи

Суть рассматриваемого метода состоит в том, что в прямоугольной системе координат определяется зависимость одного параметра от другого при неизменных значениях всех остальных параметров оптимизируемого объекта. При изучении влияния на технико-экономические результаты конструктивного (геометрического или технологического) параметра объекта его фиксированное значение изменяется ступенчато при постоянных значениях остальных параметров. Получается система зависимостей первого параметра от второго, разнящихся значениями конструктивного параметра и образующих координатную сетку другой системы координат, в которой переменной является конструктивный (геометрический, технологический) параметр.

В первой системе координат строится координатная сетка изменения третьего, четвертого и пятого параметров. Поверхность, образованная точками зависимости первого параметра от второго, является рабочей или оптимальной поверхностью рассматриваемого конструктивного (геометрического, технологического) параметра. Данные характеристики могут быть использованы для нахождения оптимальной поверхности параметров и последующего параметрического синтеза оптимального технологического объекта.

Множество параметров  $M_i$ ,  $i \in [1, \dots, n]$  (множество качеств и свойств технологического объекта) может быть представлено в виде  $M_i = M_i(N_1, N_2, \dots, N_n)$ , где  $N_1, N_2, \dots, N_n$  – геометрические, конструктивные, кинематические и другие параметры.

Анализ результатов оптимизации предопределен программой вычислений, в которой рассматриваемые параметры вычисляются и ограничиваются допустимыми значениями. Ограничения параметров имеют вид

$$p_n \leq k_1, \quad (1)$$

$$k_2 \leq p_n \leq k_3, \quad (2)$$

$$p_n \geq k_4, \quad (3)$$

где  $k_1, k_2, k_3, k_4$  – возможные уровни ограничения параметров. До начала оптимизации исследователь должен определить ограничения параметров в виде (1), (2) или (3). При построении рабочих характеристик первого, второго, третьего и так далее до  $n$ -го вспомогательного параметра необходимо включать эти

ограничения в число определяемых значений, причем таким образом, чтобы в область допустимых значений попало достаточное число функциональных зависимостей рабочих характеристик [17]. Тогда в принятой системе координат функциональные зависимости на рабочей поверхности ограничат оптимальный участок, если таковой имеется. Также оптимальный участок может быть ограничен значениями параметров, которые выбраны в качестве основных  $p_{осн1}$  и  $p_{осн2}$ . Графическое представление полученных результатов более наглядно отражает вид взаимосвязи между интересующими исследователя параметров.

По имеющейся математической модели, заданным исходным данным (геометрическим, конструктивным, кинематическим), а также данным, характеризующим свойства обрабатываемого материала, получаем результаты, которые являются технико-экономическими параметрами технологического процесса (рис. 1).

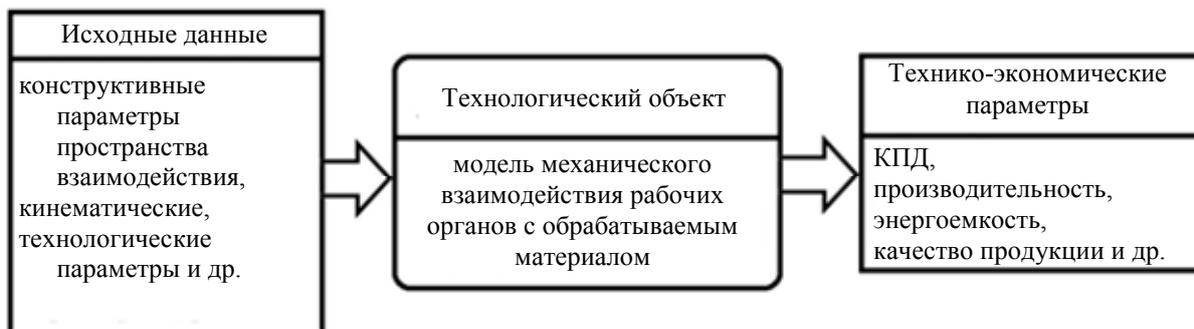


Рис. 1. Взаимосвязь входных параметров технологического процесса и результатов обработки материала

Из получившихся технико-экономических параметров можно выбрать два, которые в настоящий момент имеют наибольший интерес, и обозначить их через  $I_1$  и  $I_2$ , далее по этим параметрам провести оптимизацию.

Выбрав какой-то параметр из исходных, например, диаметр конструктивного элемента, можно изменять его значения в сторону увеличения или уменьшения и соответственно получать значения технико-экономических параметров для каждого изменения, т.е. получать семейства зависимостей  $p_i = f(I_1)$ ,  $i \in [1, \dots, n]$  и  $I_2 = f(I_1)$  для выбранного изменяющегося входного параметра.

Затем технико-экономические параметры разделяются по конструкциям, сортируются по интересующему параметру ( $I_1$ ). Проводится интерполяция кубическим сплайном в виде

$$y_i = a_i + b_i(x - x_{i-1}) + c_i(x - x_{i-1})^2 + d_i(x - x_{i-1})^3,$$

где  $a_i, b_i, c_i, d_i$  – коэффициенты кубического сплайна,  $x \in [x_{i-1}, x_i]$ ,  $i \in [2, \dots, n]$ .

Коэффициенты сплайна можно определить, если принять в узлах непрерывность первой и второй производных и нулевую кривизну в граничных точках  $x_0$  и  $x_n$ . Последнее предположение не может существенно отразиться на точности определения оптимальной области, поскольку относится к контуру рабочей характеристики. Интерполяция проводится для выходных параметров  $p_1$  от интересующего параметра  $I_1$ ,  $p_2$  от  $I_1$ ,  $p_3$  от  $I_1$ , ...,  $p_n$  от  $I_1$ , а также  $I_2$  от  $I_1$ .

Получаем зависимости  $p_1 = f(n, I_1)$ ,  $p_2 = f(n, I_1)$ ,  $p_3 = f(n, I_1)$ , ...,  $p_n = f(n, I_1)$  и  $I_2 = f(n, I_1)$ , где  $n$  – варианты изменения входного параметра (рис. 2). Все эти зависимости характерны тем, что каждая из них построена при изменении некоторого входного параметра, влияние которого исследуется при изменении скорости протекания технологического процесса, а все остальные входные параметры имеют постоянные значения. Количество семейств диаграмм на характеристике определяется количеством вариантов, которых должно быть не менее пяти, поскольку при таком значении можно определить вид графика достаточно точно.

Далее определяем интервалы изменения выходных параметров, они могут иметь верхнюю границу  $p_{1в}$  – считаем, что большие значения этого параметра могут негативно сказаться на качестве готовой продукции или привести к быстрому износу оборудования и т.п. (рис. 2, а). Параметры могут иметь нижнюю границу  $p_{3н}$  – меньшие значения данного параметра нецелесообразны (рис. 2, в). Значения параметров могут также находиться в интервале  $p_{2в}-p_{2н}$ , как показано на рис. 2, б, или не иметь ограничений, когда весь диапазон представленной характеристики удовлетворяет заданным требованиям (рис. 2, г).

Если прямая ограничений не пересекает все варианты зависимости  $p_1 = f(n, I_1)$ , то нас будут интересовать первая и последняя точки на этих кривых. Если ветвь кривой параллельна оси абсцисс, то может быть два варианта решения. В первом случае, если ограничения на данный параметр выполняют все конструкции, то на основном графике они отображаются согласно своим граничным значениям по  $I_1$ . Во

втором случае, если какие-то конструкции не попадают в заданный интервал, на основном графике они просто отбрасываются.

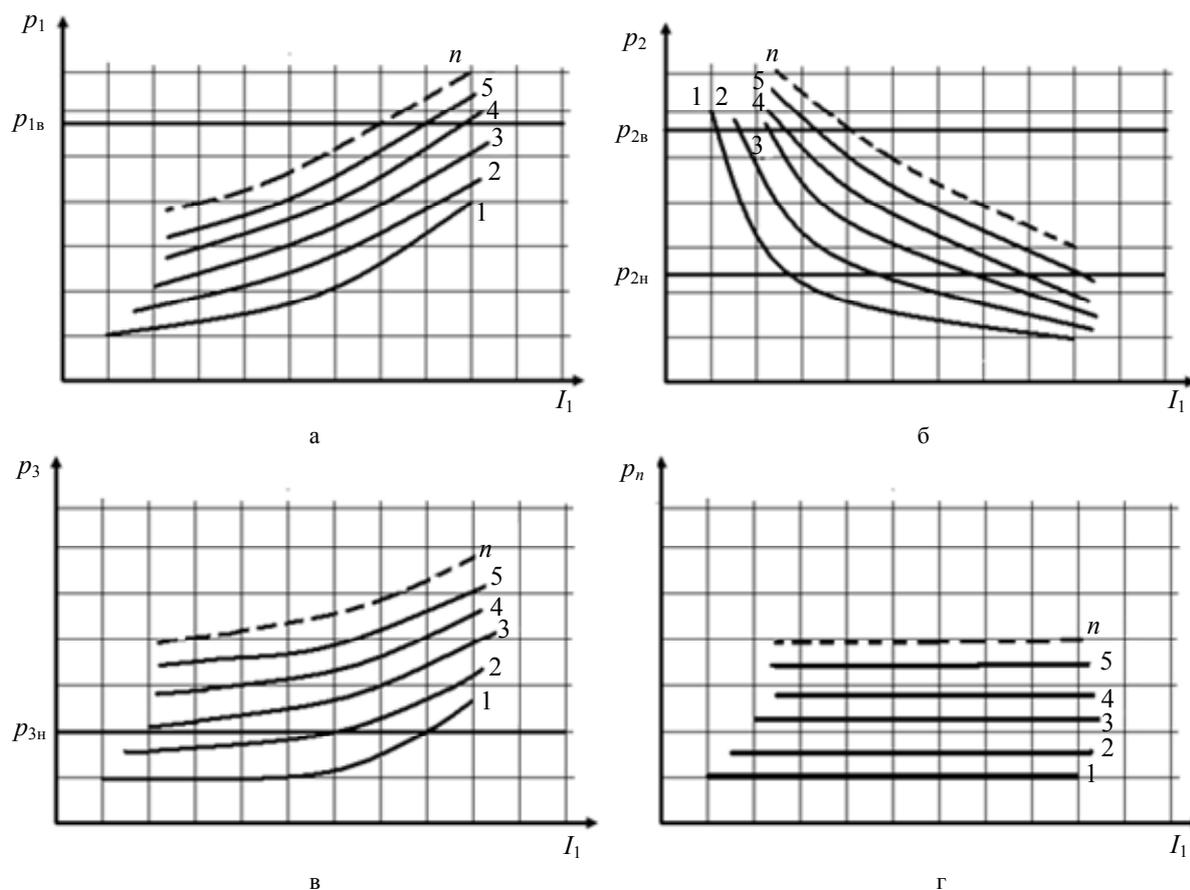


Рис. 2. Схематическое изображение зависимостей  $p_1 = f(n, I_1)$ ,  $p_2 = f(n, I_1)$ ,  $p_3 = f(n, I_1)$ ,  $p_n = f(n, I_1)$  и промежуточные построения для границ оптимальной области: параметры имеют верхнюю границу (а); параметры находятся в интервале (б); параметры имеют нижнюю границу (в); параметры не имеют ограничений (г); 1– $n$  – номера вариантов конструкций

Таким образом, в результате вышеописанных действий получаем от первого параметра  $I_1$  матрицу размерностью  $(n \times 2)$  значений, аналогичные матрицы получаем от второго и третьего параметров и т.д. Затем по сплайнам зависимостей второго основного параметра от первого  $I_2 = f(I_1)$  и найденным значениям первого основного параметра  $I_1(n, 2)$  находим значения второго основного параметра. По вновь полученным точкам строим кубический сплайн  $I_2 = f(I_1)$  при постоянном значении первого основного параметра  $p_1 = \text{const}$ , по этим кривым определим оптимальную область выбранного входного параметра согласно условиям (1)–(3).

Далее по полученным данным возможно построение графических зависимостей. Строятся оси координат первого и второго основных параметров, координатная сетка по оси  $Ox$ , проводится масштабирование и разбивка по осям  $Ox$  и  $Oy$ . Строятся кривые  $I_2 = f(n, I_1)$ ,  $p_1 = \text{const}$ ,  $p_2 = \text{const}$ ,  $p_3 = \text{const}$  и т.д., затем с учетом ограничений определяется оптимальная область. На ней видно, при каких значениях входного параметра интересующий нас технико-экономический параметр (выходной параметр) становится максимальным с учетом ограничений других параметров. Согласно ограничениям, показанным на рис. 2, получаем оптимальную область (рис. 3).

На рис. 3 видно, что конструкции 1 и 2 не попадают в оптимальную область, т.е. не удовлетворяют заданным требованиям по некоторым параметрам. В оптимальную область входят конструкции 3, 4 и 5 в определенных кинематических ограничениях.

Далее фиксируем значение этого входного параметра и переходим к нахождению оптимального значения другого параметра. Этот процесс продолжится до тех пор, пока не будут исследованы все входные параметры, для которых есть смысл проводить параметрический синтез.

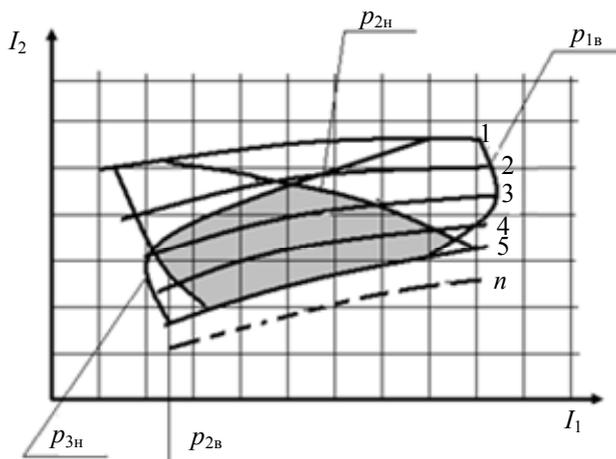


Рис. 3. Построение оптимальной области

**Результаты применения разработанной методики**

По данной методике разработана программная система (ПС), которая позволяет автоматизировать процесс оптимизации [18]. На рис. 4, а, показана работа ПС.

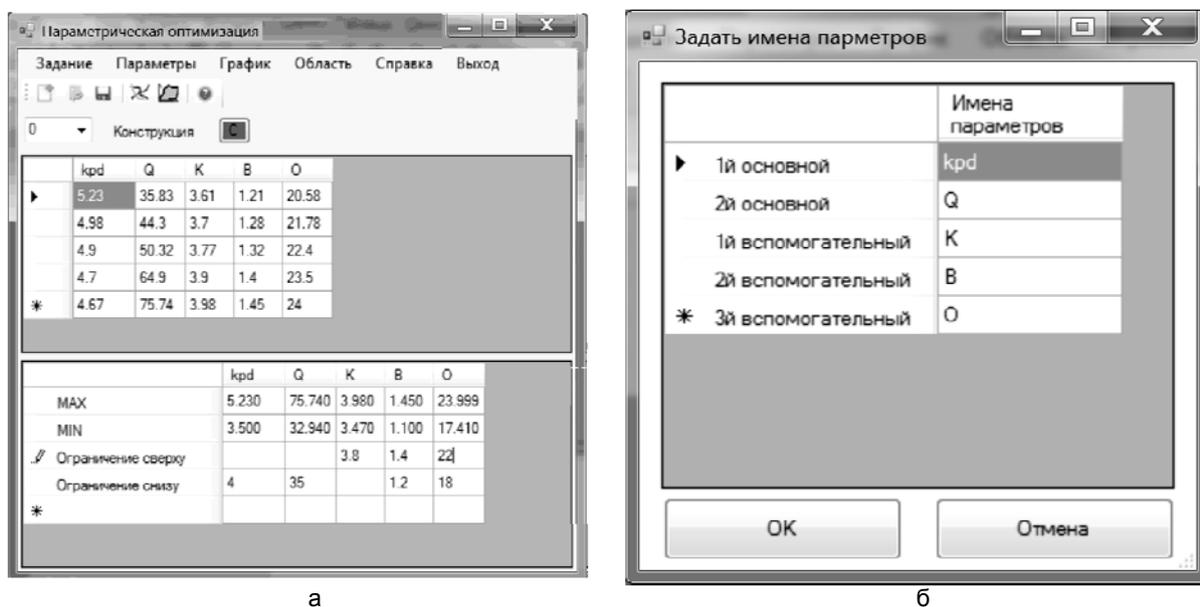


Рис. 4. Работа программной системы (а); идентификация параметров (б)

В закладке «Задание» можно ввести новые данные (например, полученные с помощью физического эксперимента) или открыть данные, сохраненные в результате вычислительного эксперимента (рис 4, а). В закладке «Параметры» можно ввести названия исследуемых переменных, как основных, так и вспомогательных (рис. 4, б). В нижней части основного окна вводятся ограничения параметров, которые по семантике могут задавать границу сверху и снизу или диапазон. Можно построить зависимости выбранных параметров в виде графиков, как показано на рис. 5, а (закладка «Графики»). С учетом ограничений, показанных на рис. 4, а, оптимальная область исследуемого объекта имеет вид, представленный на рис. 5, б. Панель инструментов дублирует наиболее частые действия основного меню.

Графики зависимостей параметров выполняются разными цветами для улучшения визуального восприятия идентифицируемых параметров.

**Заключение**

Таким образом, на основании рассмотренной методики векторной оптимизации у исследователя появляется возможность получить технологическую машину с заранее заданными свойствами и характеристиками. Разработанная программная система позволяет повысить производительность труда инженера-конструктора. Данный метод также может быть успешно применен для решения задач оптимизации в других научных областях.

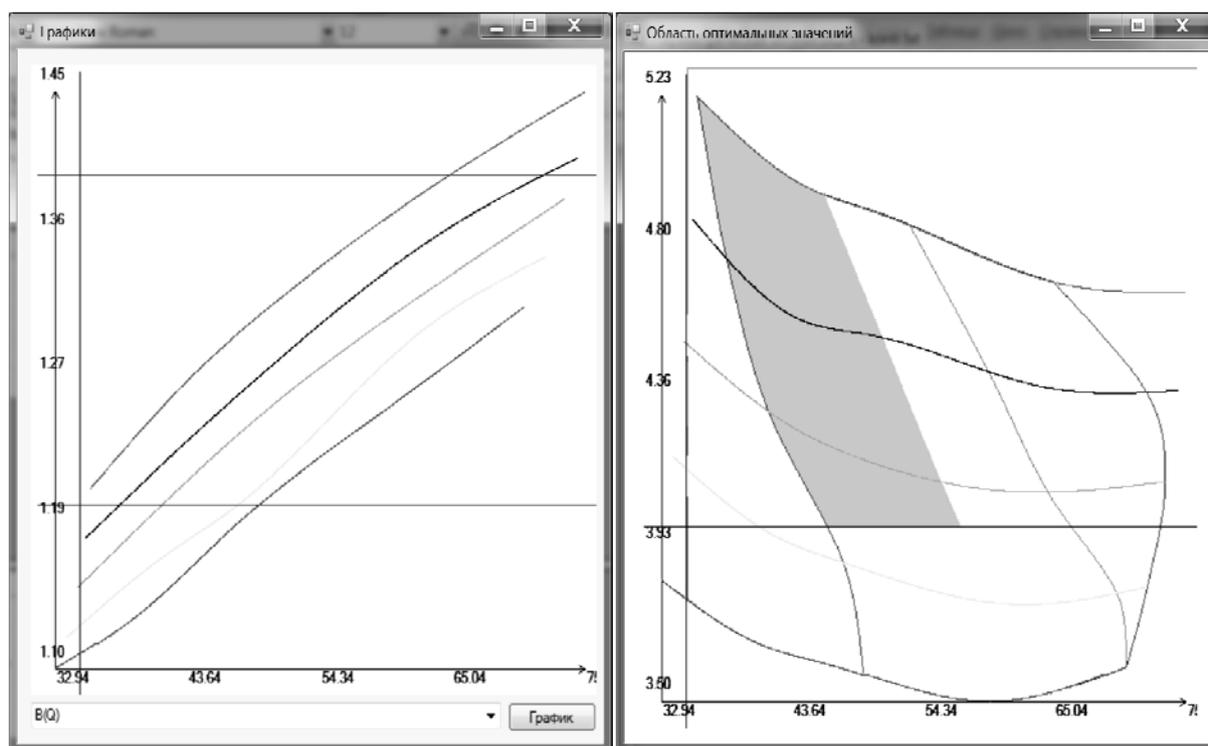


Рис. 5. Построение графических зависимостей (а); оптимальная область исследуемого объекта (б)

### Литература

1. Зубкова Т.М. Параметрический синтез технологических объектов с использованием программных средств // Вестник Оренбургского государственного университета. 2006. № 5. С. 150–157.
2. Никонов О.И., Медведев М.А. Методы векторной оптимизации в работе с контрагентами предприятий // Экономика региона. 2011. № 3. С. 217–224.
3. Охрушак Д.В., Скоблилова Н.М., Стасюк В.И., Мухин А.М. Векторная оптимизация комбинированных систем фазовой автоподстройки // Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника. 2003. Т. 46. № 8. С. 30–34.
4. Северин В.П. Векторная оптимизация интегральных квадратичных оценок систем автоматического управления // Известия РАН. Теория и системы управления. 2005. № 2. С. 52–61.
5. Сизиков А.П. Разработка предметно-ориентированных систем оптимизации (на примере нефтеперерабатывающего производства) // Управление большими системами: сборник трудов. 2012. Т. 40. С. 291–310.
6. Бахтин В.И., Гороховик В.В. Условия оптимальности первого и второго порядка в задачах векторной оптимизации на метрических пространствах // Труды института математики и механики УрО РАН. 2009. Т. 15. № 4. С. 32–43.
7. Брусов В.С., Суздальцев А.Л. Применение теоретико-множественного подхода к учету неопределенностей при решении задач векторной оптимизации // Автоматика и телемеханика. 2008. № 4. С. 94–100.
8. Гавалец М., Гад М., Циммерман К. Задачи оптимизации при (max, min)-линейных ограничениях в виде равенств и/или неравенств // Фундаментальная и прикладная математика. 2012. Т. 17. № 6. С. 3–21.
9. Кутателадзе С.С. Многоцелевые задачи выпуклой геометрии // Сибирский математический журнал. 2009. Т. 50. № 5. С. 1123–1137.
10. Титаренко В.Н., Ягола А.Г. Метод отсечения выпуклых многогранников и его применение к некорректным задачам // Вычислительные методы и программирование. 2000. Т. 1. № 1. С. 8–13.
11. Пиуновский А.Б. Управляемые случайные последовательности: методы выпуклого анализа и задачи с функциональными ограничениями // Успехи математических наук. 1998. Т. 53. № 6 (324). С. 129–192.
12. Емеличев В.А., Кузьмин К.Г., Леонович А.М. Устойчивость в векторных комбинаторных задачах оптимизации // Автоматика и телемеханика. 2004. № 2. С. 79–92.
13. Лебедева Т.Т., Семенова Н.В., Сергиенко Т.И. Устойчивость векторных задач целочисленной оптимизации: взаимосвязь с устойчивостью множеств оптимальных и неоптимальных решений // Кибернетика и системный анализ. 2005. Т. 41. № 4. С. 89–100.

14. Рабинович Я.И. О сравнении приближенных решений в задачах векторной оптимизации // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2006. Т. 46. № 10. С. 1790–1801.
15. Михайлов Г.А., Медведев И.Н. Векторные оценки метода Монте-Карло: двойственные представления и оптимизация // Сибирский журнал вычислительной математики. 2010. Т. 13. № 4. С. 423–438.
16. Руднев В.Е., Володин К.М., Лучанский В.Б., Петров В.Б. Формирование технических объектов на основе системного анализа. М.: Машиностроение, 1991. 318 с.
17. Карташов Л.П., Зубкова Т.М. Параметрический и структурный синтез технологических объектов на основе системного подхода и математического моделирования. Екатеринбург: УрО РАН, 2009. 225 с.
18. Зубкова Т.М., Ишакова Е.Н., Кузьмин М.И. Программная система проведения параметрической векторной оптимизации: Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ №2013660216. Заявлено 02.09.2013. Опубл. 28.10.2013.

- |   |   |
|---|---|
| <i><b>Зубкова Татьяна Михайловна</b></i>  | – доктор технических наук, профессор, Оренбургский государственный университет, Оренбург, Россия, bars87@mail.ru  |
| <i><b>Ишакова Елена Николаевна</b></i>    | – кандидат педагогических наук, доцент, Оренбургский государственный университет Оренбург, Россия; Академия при Президенте Российской Федерации, РАНХиГС, доцент, en_ischa@mail.ru  |
| <i><b>Токарева Марина Афанасьевна</b></i> | – кандидат технических наук, доцент, зав. кафедрой, Оренбургский государственный университет, Оренбург, Россия, tokareva@unpk.osu.ru  |
| <i><b>Tatiana M. Zubkova</b></i>          | – Professor, D.Sc., Professor, Orenburg State University, Orenburg, Russia, bars87@mail.ru  |
| <i><b>Elena N. Ishakova</b></i>           | – Associate professor, PhD, Associate professor, Orenburg State University, Orenburg, Russia; Associate professor, Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration, Orenburg, Russia; en_ischa@mail.ru |
| <i><b>Marina A. Tokareva</b></i>          | – PhD, Associate professor, Department head, Orenburg State University, Orenburg, Russia, tokareva@unpk.osu.ru  |

*Принято к печати 03.03.2014*

*Accepted 03.03.2014*

УДК 004.9

### ПРИМЕНЕНИЕ МЕТАСИТУАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ОПИСАНИЯ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В СФЕРЕ ОБРАЗОВАНИЯ<sup>1</sup>

К.А. Конев<sup>а</sup>, Г.Р. Шакирова<sup>а</sup><sup>а</sup> ФГБОУ ВПО Уфимский государственный авиационный технический университет, Россия, Уфа, sireo@rambler.ru

Развивается концепция метаситуационного моделирования в области описания слабоформализованных недетерминированных социально-экономических процессов применительно к образовательной сфере. Целью работы является повышение эффективности и оптимизация процедуры принятия решений вообще и информационной поддержки слабоформализованных процессов, в частности. Для достижения поставленной цели предлагается введение концепции и методологии метаситуационного моделирования как интеграции ситуационного (событийного) и онтологического (семантического) подходов. Предполагается, что двухуровневое описание развития ситуации (на декларативном и дескриптивном уровнях) позволит варьировать уровень абстракции по отношению к процессу и получать доступ к данным и знаниям о нем на том этапе, когда это объективно необходимо. Другое очевидное преимущество предлагаемого подхода – простота реализации, что определяется широким распространением как ситуационного, так и онтологического подходов, а, следовательно, методов их формализации (математический аппарат) и инструментально-программной реализации (языки программирования, форматы представления и пр.). Для подтверждения целесообразности и работоспособности предлагаемого метаситуационного подхода в работе авторами рассматривается типичный пример слабоформализованной ситуации – один из вариантов оценочных средств, традиционно применяемый в любом образовательном учреждении. Детально описываются обе составляющие указанного процесса – ситуационная, задающая поэтапное развитие процедуры, и онтологическая, характеризующая таксономический аспект процесса. Определяется порядок формализованного описания структуры метаситуационной модели на основе XML-подобных форматов представления данных (категории «Семантический Веб»).

**Ключевые слова:** ситуационный подход, метаситуационные модели, принятие решений, таксономия, язык OWL.

### META-SITUATIONAL MODELING IN DESCRIPTION OF SOCIAL AND ECONOMIC PROCESSES IN EDUCATION<sup>1</sup>

K.A. Konev<sup>a</sup>, G.R. Shakirova<sup>a</sup><sup>а</sup> Ufa State Aviation Technical University, Ufa, Russia, sireo@rambler.ru

The paper deals with the development of meta-situational modeling concept in the field of formalized description of nondeterministic socio-economic processes in relation to education. The goal of the paper is to increase the efficiency and optimization of decision-making procedure, in general, and informational support for formalized processes, in particular. To achieve this goal, it is proposed to introduce the concept and methodology of modeling as meta-situational integration situation (event) and ontological (semantic) approaches. It is assumed that the two-level description of the situation (at declarative and descriptive levels) will give the possibility for varying levels of abstraction in relation to process and get access to data and knowledge about it at that stage, when it is objectively necessary. Another obvious advantage of the proposed approach is simplicity of implementation due to a widespread situation and ontological approaches and, consequently, their formalization methods (mathematical apparatus) and instrumental software implementation (programming languages, display formats, etc.). To verify the efficiency of the proposed meta-situational approach, a typical example of weakly formalized situations is considered - one of the options assessment tools traditionally used in education. Both components of the process are described in detail: situational one, specifying stepwise development procedures and ontological, characterizing taxonomic aspect of the process. The order of a formalized description for meta-situational model structure based on data representation formats similar to XML (category "Semantic Web") is determined.

**Keywords:** situational approach, meta-situational models, decision-making, taxonomy, OWL.

#### Введение

Социально-экономические системы в практике управления представляют особый интерес. К данному классу относят сложные вероятностные динамические системы, представляющие собой совокупность взаимосвязанных социальных и экономических субъектов и отношений по поводу распределения и потребления ресурсов, производства, распределения, обмена и потребления товаров и услуг. Специфика этих систем во многом определяется их стохастической, слабо детерминированной природой. Основным элементом неопределенности в них – человеческий фактор, значительно снижающий прогностические возможности процесса управления.

<sup>1</sup> Работа поддержана грантами РФФИ №№ 14-07-31344-мол-а, 13-07-00011-а.<sup>1</sup>The paper was supported by grants of the Russian Foundation for Basic Research №№ 14-07-31344-мол-а, 13-07-00011-а.

В научной литературе приведено множество методов и подходов к управлению в социально-экономических системах (см. например [1–10] и многие другие). Как правило, указанные методы и подходы характеризуются общими недостатками: экспертные оценки, лежащие в основе одних решений, не способны гарантировать однозначного результата, а принципы, используемые в других, больше подходят для строго детерминированных (как правило, технических) систем и недостаточно корректны для использования при описании социально-экономических процессов.

Актуальность поиска новых и оптимизации существующих подходов к управлению в социально-экономических системах не вызывает сомнений. Все современные научные и инженерные изыскания направлены на повышение эффективности управления в таких слабоформализуемых недетерминированных системах. В свете сказанного целью настоящей работы является повышение эффективности и оптимизация процедуры принятия решений вообще и информационной поддержки слабоформализованных процессов, в частности.

Социально-экономические системы и процессы имеют слабоформализованный характер, что предопределяет математический аппарат, используемый для описания управления ими. Исходя из этого, важную роль играет ситуационно-ориентированный подход, основанный на формализации процедуры управления за счет механизма теории множеств и логики предикатов.

Для достижения поставленной в работе цели предлагается введение концепции и методологии метаситуационного моделирования как интеграции ситуационного (событийного) и онтологического (семантического) подходов.

Исследование предлагаемого подхода к моделированию и описанию недетерминированного процесса рассматривается на примере ситуаций, имеющих место в образовательной сфере. Вообще говоря, социально-экономические процессы в сфере образования могут быть однозначно выделены в отдельный кластер процессов, поскольку их специфика определяется субъективностью и неоднородностью самой образовательной системы. В общем виде образовательная система представляется многоуровневой системой с многочисленными прямыми и обратными связями, обладающей отдельными свойствами, которые, внося положительный вклад в структурирование и функционирование системы в целом, затрудняют при необходимости быстрое применение корректирующих и управляющих воздействий. В этой связи очевидно, что применение только ситуационного подхода к поддержке процессов такого рода не является исчерпывающим и требует привнесения «интеллектуальной» составляющей, позволяющей рассмотреть развитие процесса не просто как набор этапов, а как комплекс знаний и фактов, связанных с этими этапами.

### Ситуационное управление и метаситуационное моделирование

Современные методы ситуационного управления опираются на подходы, предложенные Д.А. Поспеловым [11], который считал, что принципы ситуационного управления применимы к объектам с неопределенной или недостаточно изученной структурой и набором свойств.

В рамках теории и практики ситуационного управления особый интерес представляют ситуации, условно называемые типовыми. К ним относятся ситуации, связанные с выполнением конкретных функций и предполагающие использование известных типовых решений. Ситуации, все входы и выходы которых заранее известны, изучены и описаны в литературе (см. например [12–14]). Но в случае, если количество возможных типовых ситуаций и сопровождающих их случайных факторов велико, создание заранее заготовленных вариантов решений становится неразрешимой задачей. Такие ситуации занимают место между детерминированными и недетерминированными, и их принято относить к классу частично детерминированных, или слабодетерминированных. К данной категории относятся ситуации, возникающие в социально-экономических системах и процессах.

Метаситуационные модели – это формализованное описание ситуации, в основе которого лежит дискретно-событийная модель, представленная в виде иерархии конечного числа взаимосвязанных состояний (этапов) с ассоциированными с ними онтологическими описаниями. При таком подходе ситуация рассматривается с точки зрения ее онтологического описания на основе семантической модели, включающей таксоны, факты и правила, характеризующие конкретный этап развития ситуации. Под ситуацией принято понимать совокупность условий и обстоятельств, создающих определенную обстановку, положение [15].

Мета- (с греч. *μετά* – между, после, через) – часть сложных слов, обозначающая абстрагированность, обобщенность, промежуточность, следование за чем-либо, переход к чему-либо другому, перемену состояния, превращение [16]. В рамках метаситуационного моделирования ситуация рассматривается на двух укрупненных уровнях:

- декларативном, задающем общую структуру развития ситуации в виде последовательности взаимосвязанных этапов (верхний уровень абстракции);
- дескриптивном, определяющем детализированную характеристику отдельных этапов (состояний) развития и ситуации в целом (низкий уровень абстракции).

На декларативном уровне задается конечное множество состояний, описывающих развитие некоторой ситуации как последовательности связанных друг с другом этапов с правилами (условиями) переходов между ними. Декларативному уровню соответствует ситуационный срез модели, а также таксономия верхнего уровня, ассоциированная с иницилирующим состоянием.

Ситуация на декларативном уровне описывается посредством модели дискретно-событийного класса, реализуемого с помощью сетей Петри, иерархических ситуационных моделей, графов состояний и переходов и иных моделей конечных состояний (finite state model). Здесь и далее под декларативным уровнем понимается ситуационная модель.

Таким образом, приставка «мета-» обозначает специфику стиля ситуационного моделирования, подразумевающего частичное соединение методов ситуационного и онтологического моделирования.

В качестве базовой нотации описания декларативного уровня используется подход, принятый в методологии построения дискретно-событийных моделей [15, 17–23]. Каждое состояние обозначается символом  $\circ$ , при этом наименование (или идентификатор) состояния размещается над этим символом. Переходы между состояниями обозначаются вертикальными линиями, соединенными направленными линиями с соответствующими состояниями. Предикат перехода представляется в виде текста (в форме выражения логики предикатов), размещенного над символом перехода.

Раскрашенная модель, предназначенная для использования в задачах поддержки принятия решений, является одним из представлений метаситуационной модели на декларативном уровне. Специфика раскрашенной метаситуационной модели определяется тем, что в зависимости от уровня развития ситуации могут быть выделены следующие классы переходов:

- автоматический переход по строгому критерию;
- интеллектуальный переход на основе прецедентной модели и нечеткой логики;
- автоматизированный переход на основе анализа варианта из системы поддержки принятия решений;
- автоматизированный переход по выбору эксперта.

С учетом обозначенной выше нотации различные классы переходов будут иметь следующий вид:

- автоматический переход – нет заливки;
- интеллектуальный переход – штриховая заливка;
- автоматизированный переход с поддержкой принятия решений – сплошная заливка серым цветом;
- автоматизированный переход по выбору эксперта – сплошная заливка черным цветом.

Наглядность предлагаемой нотации (с учетом классов переходов) позволит однозначно обозначить точки принятия решений в рассматриваемом процессе. Очевидно, что использование раскрашенной метаситуационной модели целесообразно только в задачах принятия решений (причем в случае наличия сравнительного большого числа альтернативных путей).

На дескриптивном уровне метаситуационной модели каждому состоянию (этапу) ситуации ставятся в соответствие собственные фрагменты общего онтологического описания ситуации. Под онтологическим описанием понимается набор правил, характеризующих отношения таксонов в виде триплетов типа «объект–свойство–значение». Ключевой характеристикой каждого триплета является обязательное наличие ассоциации с таксономией состояния инициализации ситуационной модели. Несмотря на это, допускаются частные характеристики объектов (элементов ситуации), применимые на конкретном этапе развития ситуации.

Каждому объекту присущи характеристики двух видов:

- общие, доступные по ассоциации с таксономией состояния инициализации ситуационной модели;
- частные, актуальные для конкретного состояния ситуационной модели. Математический аппарат дескриптивного уровня формируется с помощью формализованной модели, построенной на основе семантических правил и логики предикатов.

Каждый объект в триплете имеет множество свойств, а свойство принимает значения из определенного диапазона. Таким образом, можно записать соотношение  $\Pi = \{O, P, V\}$ , где  $O$  – объект,  $P = \{P_i\}$  – множество его свойств;  $V = \{V_{ij}\}$  – множество значений этих свойств.

Триплет связан с каждым состоянием ситуации и изменяется при переходе от состояния к состоянию. В каждой ситуации триплет может иметь постоянную (статичную) и переменную (динамическую) части. Постоянная часть триплета не меняется в течение всей ситуации. Динамическая составляющая соответственно может сопровождаться изменениями в структуре триплета.

Можно выделить следующие формы представления модели на дескриптивном уровне:

- обобщенная форма, в которой свойства объекта в триплете не раскрываются, показывающая динамику изменения объектов в различных состояниях;
- имплективная форма, отображающая только структуру триплета в разных состояниях и демонстрирующая изменение структуры ситуации от состояния к состоянию;
- табличная форма, в которой свойства объекта раскрываются в таблице специального вида, что может быть полезно при решении практических задач программирования.

**Метаситуационное моделирование процесса сдачи экзамена**

Метаситуационное моделирование относится к разряду методов и подходов, предназначенных для информационной поддержки слабоформализованных процессов, к числу которых относятся, прежде всего, социально-экономические. Ярким примером такого процесса является прием экзамена в образовательном учреждении [5, 24, 25]. Процедура приема экзамена заключается в том, что студент отвечает на вопросы экзаменационного билета, а преподаватель анализирует ответ и принимает решение о дополнительных вопросах. Если вопросы необходимы, то студент возвращается в исходное состояние – ответу на вопросы. Если дополнительные вопросы не нужны, то преподаватель переходит к выбору оценки.

На уровне ситуационной модели процедура включает (рис. 1):

- состояния (state):
  - формирование ответа студента (S1);
  - анализ необходимости дополнительных ответов (S2);
  - формирование дополнительных вопросов (S3);
  - оценивание ответа (S4);
  - формирование оценки «неудовлетворительно» (S5);
  - формирование оценки «удовлетворительно» (S6);
  - формирование оценки «хорошо» (S7);
  - формирование оценки «отлично» (S8);
- переходы и условия (condition):
  - проверка окончания ответа (C1);
  - проверка достаточности данных для оценки (C2);
  - проверка окончания вопроса (C3);
  - выбор оценки (C4).

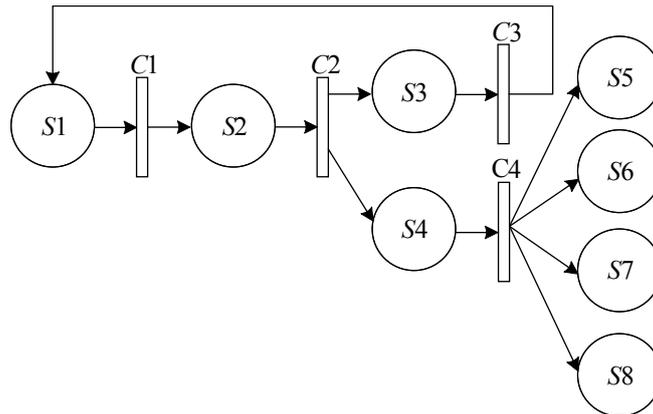


Рис. 1. Схема ситуационной модели на декларативном уровне

Отметим, что принятие решения осуществляется только по двум – C2 и C4 – из четырех переходов, в которых отсутствует однозначное условие, по которому можно переходить в следующее состояние. Тем не менее, со временем критерии могут быть сформированы на основе прецедентов.

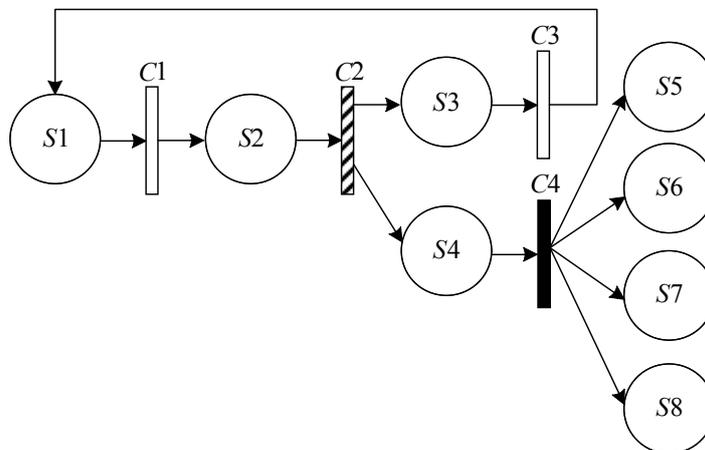


Рис. 2. Схема ситуационной модели на декларативном уровне с раскрашенными переходами

В модели (рис. 2) имеется два типа переходов: автоматические (C1 и C3) и интеллектуальные (C2). Оставшийся переход (C4) делать автоматическим нецелесообразно: принятие окончательного решения об оценке должно оставаться за экспертом. При этом система поддержки принятия решений может «рекомендовать» оценку по своим критериям или на основе прецедентных моделей.

Структура триплета в модели включает следующие объекты: протокол экзамена (O1) и экзаменационная ведомость (O2). Свойства объектов можно выразить следующим набором: ответ студента (P1), дополнительные вопросы (P2), комментарии к оценке (P3), оценка (P4).

Состояния S5–S8 примечательны тем, что в них генерируется одно значение у однотипных свойств обоих объектов. Иными словами, оценка ставится и в протокол, и в экзаменационную ведомость. Если рассматривать ситуационную модель в аспекте человеко-машинного взаимодействия, то объекты можно рассматривать как формы ввода, а свойства – как поля ввода. При этом оценка в форму ведомости может переноситься автоматически, что будет соответствовать модернизированной ситуационной модели, представленной на рис. 3.

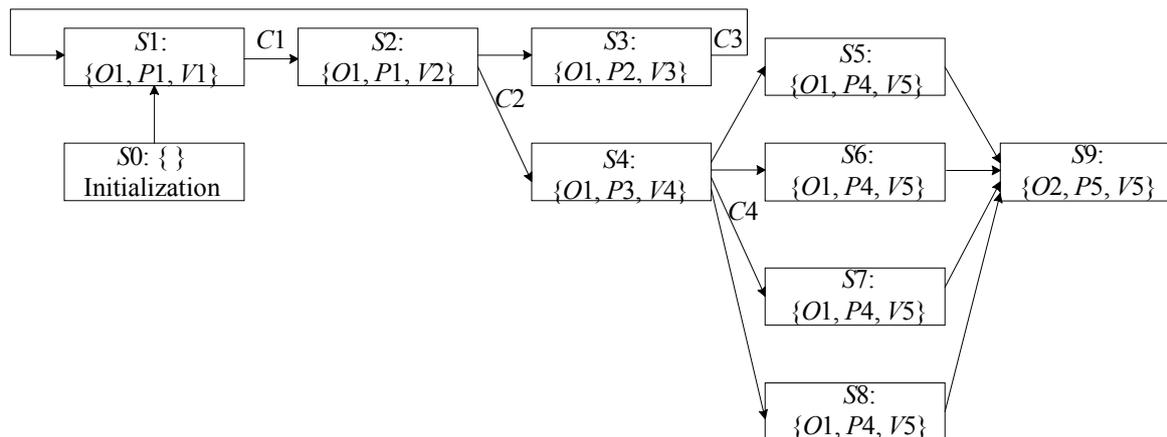


Рис. 3. Обобщенная усовершенствованная модель экзамена на дескриптивном уровне

На рис. 3 видно, что при добавлении события «Занесение в ведомость» дублирование однотипных свойств триплетов нивелируется.

В имплективной форме рассматриваемая модель будет иметь следующий вид:

$S0: \{\} \rightarrow S1: \{O1, P1, V1\} \rightarrow S2: \{O1, P1, V2\} \rightarrow S3: \{O1, P2, V3\} \rightarrow S4: \{O1, P3, V4\} \rightarrow S5: \{O1, P4, V5\} \rightarrow S6: \{O1, P4, V5\} \rightarrow S7: \{O1, P4, V5\} \rightarrow S8: \{O1, P4, V5\} \rightarrow S9: \{O2, P5, V5\}$ .

Такое представление более компактно, но менее информативно. Оно позволяет определить состав объектов, а также набор их свойств и допустимых значений. Детализированная дескриптивная модель с раскрытыми свойствами триплетов может быть представлена в табличной форме (таблица).

Ситуационная модель приема экзамена на дескриптивном уровне			
Стадия	Объект	Итерация	Свойство: Значение
S1	O1: Протокол экзамена	$i = 0$	P1: V1 №_билета := число1 Студент := строка1 Преподаватель := строка2 Дата_экзамена := дата1 Задания := список наборов строк1 Ответы := список наборов строк2 Доп_вопросы := пусто Доп_ответы := пусто Комментарий := пусто Оценка := пусто
		$i = 1$	ИницБлокаДопВопросов := пусто Доп_вопросы := пусто Доп_ответы := пусто
		$i > 1$	ИницБлокаДопВопросов := Да/Нет Доп_вопросы := список наборов строк3 Доп_ответы := список наборов строк4
S2	O1: Протокол экзамена	$i = 0$	P1: V2 (первая итерация) №_билета := число1 Студент := строка1 Преподаватель := строка2 Дата_экзамена := дата1 Оценка := пусто Задания := список наборов строк1 Ответы := список наборов строк2 Комментарий := пусто

Ситуационная модель приема экзамена на дескриптивном уровне			
Стадия	Объект	Итерация	Свойство: Значение
		$i = 1$	<i>ИницБлокаДопВопросов := Да/Нет</i> <i>Доп_вопросы := пусто</i> <i>Доп_ответы := пусто</i>
		$i > 1$	<i>ИницБлокаДопВопросов := Да/Нет</i> <i>Доп_вопросы := список_наборов_строк3</i> <i>Доп_ответы := список_наборов_строк4</i>
...			
S9	O2: Ведомость экзамена	$i = 0$	<i>P5: V6</i> <i>№_билета := число1</i> <i>Студент := строка1</i> <i>Преподаватель := строка2</i> <i>Дата_экзамена := дата1</i> <i>Оценка := строка3</i>

Таблица. Ситуационная модель приема экзамена на дескриптивном уровне

Анализ таблицы показывает, что ситуация имеет потенциал для дальнейшей декомпозиции, поскольку в ней задействовано всего два объекта. Однако в рамках поставленной задачи дальнейшее выделение структуры состояний не имеет практического смысла. Построим онтологическую модель для процесса приема экзамена.

### Онтологический аспект процесса

Таксономия инициирующего состояния для процесса экзамена будет включать следующие понятия: «преподаватель», «студент», «билет», «задание», «вопрос», «ответ», «оценка», «оценка по видам». При этом ряд понятий наследуются из таксономии процесса более высокого порядка (учебный процесс), а некоторые понятия вводятся именно для процесса экзамена (рис. 4).

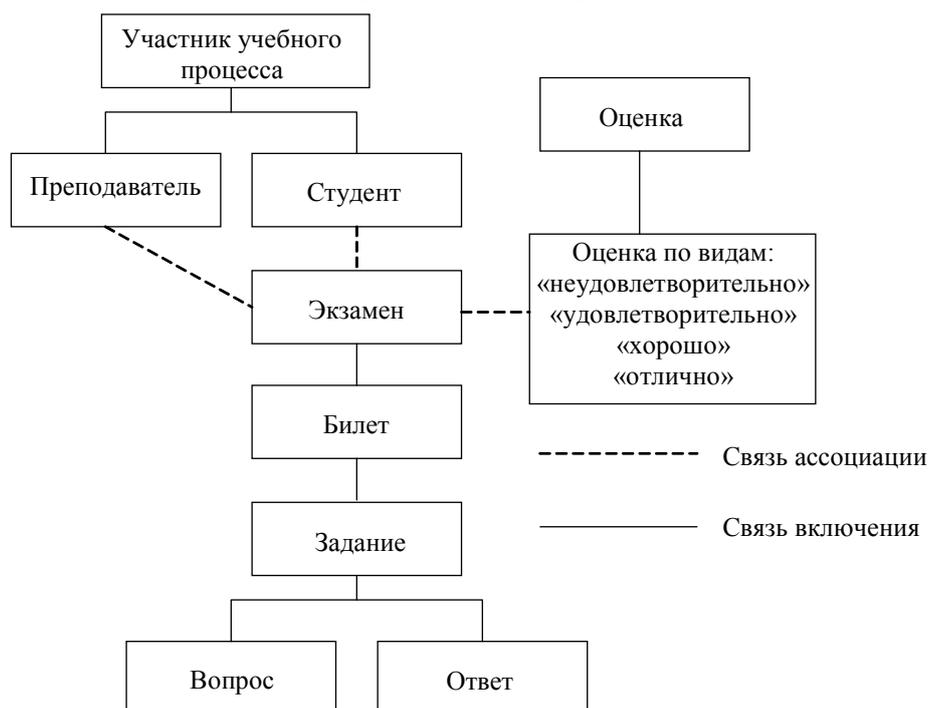


Рис. 4. Таксономия процесса проведения экзамена

На основе логической модели онтологии можно построить ее описание, «понятное» компьютеру, т.е. обладающее характеристиками, которые компьютер может однозначно интерпретировать. Для данной цели целесообразно использовать язык OWL (Web Ontology Language) – стандарт W3C для представления онтологий в Веб [26]. Разметка OWL позволит сформировать код, понятный для интерпретаторов (семантических объектов), на основе которого могут работать поисковые системы, что обеспечивает возможность встраивания отдельных компонент таксономии в другие онтологические модели, масштабируя и детализируя описание предметной области.

Документы OWL являются разновидностью RDF-документов, поэтому корнем OWL-онтологии является элемент `rdf:RDF`, в котором определяются используемые пространства имен. Основным элементом OWL-онтологии является класс. Как известно, существует описание класса, основанное на RDFS-

схеме. В OWL вводится собственный объект для обозначения классов: owl:Class. Фактически он является наследником rdfs:Class, поэтому характеризуется теми же методами и свойствами.

Для построения OWL-модели процесса аудита использованы функциональные возможности бесплатного приложения Protege-OWL. Иерархическое представление соответствующих классов и их XML-разметка представлены на рис. 5, 6.

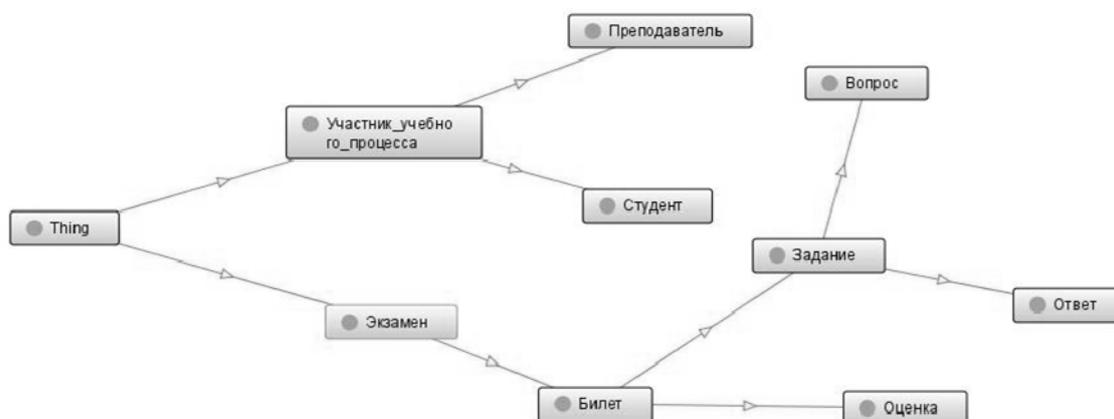


Рис. 5. Таксономия процесса проведения экзамена в Protege-OWL

На рис. 5 элемент Thing (owl:Thing) – стандартное обозначение корня иерархического представления классов (таксонов) онтологии. Все классы (таксоны) иерархии являются наследниками данного класса и к ним применимы все принципы объектно-ориентированного программирования (проектирования) – наследование, инкапсуляция, полиморфизм. Элемент owl:Thing является необходимым элементом веб-онтологии, определенным спецификацией W3C для всех диалектов OWL.

```

▼<Ontology xmlns="http://www.w3.org/2002/07/owl#"
  xmlns:rdfs="http://www.w3.org/2000/01/rdf-schema#"
  xmlns:xsd="http://www.w3.org/2001/XMLSchema#"
  xmlns:rdf="http://www.w3.org/1999/02/22-rdf-syntax-ns#"
  xml:base="http://www.semanticweb.org/asu/ontologies/2014/study_process"
  ontologyIRI="http://www.semanticweb.org/asu/ontologies/2014/study_process"
  versionIRI="http://www.semanticweb.org/asu/ontologies/2014/study_process">
  <Prefix name="rdf" IRI="http://www.w3.org/1999/02/22-rdf-syntax-ns#" />
  <Prefix name="rdfs" IRI="http://www.w3.org/2000/01/rdf-schema#" />
  <Prefix name="xsd" IRI="http://www.w3.org/2001/XMLSchema#" />
  <Prefix name="owl" IRI="http://www.w3.org/2002/07/owl#" />
  ▼<Declaration>
    <Class IRI="#Билет" />
  </Declaration>
  ▼<Declaration>
    <Class IRI="#Вопрос" />
  </Declaration>
  ▼<Declaration>
    <Class IRI="#Задание" />
  </Declaration>
  ▼<Declaration>
    <Class IRI="#Ответ" />
  </Declaration>
  ▼<Declaration>
    <Class IRI="#Оценка" />
  </Declaration>
  ▼<Declaration>
    <Class IRI="#Преподаватель" />
  </Declaration>
  ▼<Declaration>
    <Class IRI="#Студент" />
  </Declaration>
  ▼<Declaration>
    <Class IRI="#Участник_учебного_процесса" />
  </Declaration>

```

Рис. 6. OWL-онтология процесса принятия экзамена

### Заключение

Таким образом, с помощью метаситуационного моделирования – подхода, основанного на ситуационных методах моделирования слабоформализованных бизнес-процессов и поддержке принятия реше-

ний в социально-экономических системах, имеется возможность построения модели процесса и его описания при помощи разметки. Указанный подход представляет собой интеграцию двух методологий моделирования и управления – ситуационной и семантической. На основе предложенного подхода построен пример, иллюстрирующий один из наиболее известных процессов – процесс принятия экзамена, который показывает принципиальную применимость подхода для всего класса социально-экономических процессов в области образования. Построенная метаситуационная модель представлена на декларативном и дескриптивном уровнях, привязана к таксономии и описана на языке OWL.

### Литература

1. Шеховцов Н.Г. Задача принятия инженерных решений в условиях неопределенности // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2006. № 6 (29). С. 237–239.
2. Клыков Ю.И. Семиотические основы ситуационного управления. М.: МИФИ, 1974. 220 с.
3. Конев К.А. Измерение степени формализации бизнес-процессов на основе анализа их организованности // Методы менеджмента качества. 2010. № 9. С. 28–33.
4. Конев К.А. Совершенствование функции управления выпускающей кафедрой // Методы менеджмента качества. 2009. № 3. С. 26–30.
5. Конев К.А. Практика применения компетентностного подхода в электронном обучении с использованием Moodle // Качество. Инновации. Образование. 2013. № 9 (100). С. 37–43.
6. Морозов А.А., Косолапов В.Л. Информационно-аналитические технологии поддержки принятия решений на основе регионального социально-экономического мониторинга. Киев: Наукова думка, 2002. 230 с.
7. Геловани В.А., Башлыков А.А., Бритков В.Б., Вязилов Е.Д. Интеллектуальные системы поддержки принятия решений во внештатных ситуациях с использованием информации о состоянии природной среды. М.: Эдиториал УРСС, 2001. 304 с.
8. Куликов Г.Г., Конев К.А., Старцев Г.В. Методика повышения качества управления бизнес-процессами кафедры // Качество. Инновации. Образование. 2008. № 4 (35). С. 25–31.
9. Куликов Г.Г., Конев К.А., Старцев Г.В. Совершенствование бизнес-процессов выпускающей кафедры образовательного учреждения // Методы менеджмента качества. 2008. № 2. С. 24–29.
10. Куликов Г.Г., Конев К.А., Суворова В.А., Старцев Г.В. Формирование показателей критериев для автоматизированного расчета и мониторинга рейтинга преподавателя в едином информационном пространстве кафедры // Вестник УГАТУ. 2010. Т. 14. № 4 (39). С. 175–184.
11. Поспелов Д.А. Ситуационное управление: теория и практика. М.: Наука, 1986. 228 с.
12. Шаш Н.Н. Обучение персонала. Ситуационный менеджмент. М.: ИД «РАВНОВЕСИЕ», 2007. 347 с.
13. Падучева Е.В. Семантические типы ситуаций и значение «всегда» // Семантика и информатика. 1985. Вып. 24. С. 96–116.
14. Литвак Б.Г. Разработка управленческого решения, М.: Дело, 2005. 393 с.
15. Миронов В.В., Конев К.А., Шакирова Г.Р. Ситуационный подход к управлению: истоки и перспективы // Автоматизация и управление в технических системах. 2013. № 4.2. С. 111–118.
16. Мета- – Википедия [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://ru.wikipedia.org/wiki/МЕТА->, свободный. Яз. рус. (дата последнего обращения 24.03.2014).
17. Филиппович А.Ю. Интеграция систем ситуационного, имитационного и экспертного моделирования. М.: ООО Эликс+, 2003. 300 с.
18. Горшенин В.А. Ситуационное управление как основа устойчивого развития государства. М.: Наследие, 1999. 161 с.
19. Миронов В.В., Юсупова Н.И., Шакирова Г.Р. Ситуационно-ориентированные базы данных: концепция, архитектура, XML-реализация // Вестник УГАТУ. 2010. Т. 14. № 2 (37). С. 233–244.
20. Шакирова Г.Р., Попкова Е.Е. Интеллектуальная поддержка учебного процесса на основе семантических технологий веб 3.0 // Ученые записки ИСГЗ. 2013. № 1-1 (11). С. 426–432.
21. Ильясов Б.Г., Миронов В.В., Юсупова Н.И. Иерархические модели процессов управления: описание, интерпретация и лингвистическое обеспечение. Уфа: УГАТУ, 1994. 152 с.
22. Ильясов Б. Г., Миронов В. В., Юсупова Н. И. Модели предупреждения критических режимов управляемых объектов в условиях неопределенности: Препринт. Уфа: УНЦ РАН, 1994. 245 с.
23. Ильясов Б. Г., Миронов В. В., Юсупова Н. И. Модели критических ситуаций при управлении техническими объектами: Препринт. Уфа: УНЦ РАН, 1996. 166 с.
24. Куликов Г.Г., Конев К.А., Шилина М.А., Попкова Е.Е. Формирование учебно-методического контента для распределенной организации обучения студентов филиала вуза на примере профиля «Прикладная информатика в экономике» // Вестник УГАТУ. 2011. Т. 15. № 2 (42). С. 204–214.
25. Куликов Г.Г., Сулейманова А.М., Конев К.А., Старцев Г.В. Формирование и применение системной модели учебного процесса образовательного учреждения // Вестник УГАТУ. 2006. Т. 8. № 5. С. 43–47.

26. Бессмертный И.А. Семантическая паутина и искусственный интеллект // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2009. № 6 (64). С. 77–83.

- Конев Константин Анатольевич** – кандидат технических наук, доцент, зам. зав. кафедрой, ФГБОУ ВПО Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфа, Россия, sireo@rambler.ru
- Шакирова Гульнара Равилевна** – кандидат технических наук, доцент, ФГБОУ ВПО Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфа, Россия, gulya\_shakirova@mail.ru
- Konstantin A. Konev** – Associate professor, PhD, Associate professor, Ufa State Aviation Technical University, Ufa, Russia, sireo@rambler.ru
- Gulnara R. Shakirova** – Associate professor, PhD, Ufa State Aviation Technical University, Ufa, Russia, gulya\_shakirova@mail.ru

*Принято к печати 18.02.14*

*Accepted 18.02.14*

**КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ  
BRIEF PAPERS**

УДК 004.65

**КОМПОНЕНТНАЯ АРХИТЕКТУРА СИСТЕМЫ ДОСТУПА К ВЕБ-СЕРВИСАМ****А.М. Дергачев<sup>а</sup>, А.А. Дергачев<sup>а</sup>**<sup>а</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, dam600@mail.ru

Представлена компонентная архитектура системы организации доступа к веб-сервисам. Разработано исполнительное ядро системы – процессор запросов к веб-сервисам. Реализован прототип типового решения проектирования и развертывания инфраструктуры управления веб-сервисами интернет-ориентированных информационно-вычислительных систем. Работа направлена на развитие исследований, проводимых в области формирования плана выполнения запросов к веб-сервисам – плана вызова веб-сервисов. Основными результатами работы являются: компонентная архитектура системы организации доступа к веб-сервисам, прототип типового решения проектирования – процессор запросов к веб-сервисам.

**Ключевые слова:** веб-сервис, типовое решение проектирования, интернет, среда выполнения.

**COMPONENT ARCHITECTURE OF WEB SERVICES ACCESS MANAGEMENT SYSTEM****A.M. Dergachev, A.A. Dergachev**<sup>а</sup> ITMO University, Saint Petersburg, Russia, dam600@mail.ru

The component architecture of Web services access management system is presented. The executive kernel of the system is designed –processor of requests to web services. The prototype of design pattern is implemented – the infrastructure of Web services management system for Internet-based information systems. The work is aimed at developing research in the field of formation of Web services requests submission plan, which is named as Web services execution plan. The main results of the work are: component architecture of Web services access management system; prototype of the design pattern –processor of requests to Web services.

**Keywords:** Web service, design pattern, Internet, runtime environment.

Формальное представление веб-сервисов [1] и концептуальное расширение их функционального описания [2] позволяют единожды формализовать план выполнения запроса в терминах формальных операций и использовать его в дальнейшем при формировании плана вызова веб-сервисов информационно-вычислительных систем, например, распределенных систем анализа данных [3]. Прозрачность формирования плана вызова конкретных экземпляров веб-сервисов может быть обеспечена программной средой выполнения, реализующей соответствующие алгоритмы поиска и выбора сервисов-исполнителей на основе параметров качества обслуживания веб-сервисов [4–6]. Разработка типового решения проектирования среды выполнения может стать основой компонентной реализации системы доступа к веб-сервисам и развертывания на ее основе сервис-ориентированной инфраструктуры интеграции информационно-вычислительных систем [7, 8].

Для программной реализации среды выполнения и проведения эксперимента была разработана представленная на рисунке архитектура системы доступа к динамически меняющемуся составу опубликованных в Интернет веб-сервисов. Описание веб-сервисов, созданных для проведения эксперимента, выполнено на стандартном языке WSDL. Формальные операции, выполняемые веб-сервисами, представлены в двух форматах: без параметров и с входными/выходными параметрами. Например, для веб-сервисов индустрии приборостроения операция «разработать печатную плату» в качестве входного параметра использует принципиальную схему, а в качестве выходного – технологический файл с программой управления производством печатной платы. Для веб-сервисов корпоративных информационных систем страховых компаний операция «получить страховой полис» в качестве входного параметра может использовать код региона, а в качестве выходного – страховой полис. Для хранения WSDL-описаний использованы UDDI-реестры, являющиеся стандартом для публикации-обнаружения веб-сервисов. Взаимодействие с сервисами осуществляется с помощью SOAP-сообщений (XML-сообщений по SOAP-протоколу) поверх протокола HTTP. Ядром реализации системы доступа является разработанный процессор запросов, выполняющий следующие функции: преобразование операций, поиск веб-сервисов, формирование реестра оценок качества обслуживания веб-сервисов [1], формирование и выполнение плана вызова веб-сервисов.

Процессор запросов к веб-сервисам разработан по компонентной технологии и состоит из пяти независимых функционально законченных программных модулей: локатора сервисов, преобразователя операций, монитора транзакций, оптимизатора запросов и исполнителя планов [6]. Локатор сервисов осуществляет выборку WSDL-описаний из UDDI-реестров. Реализация клиентской части модуля выполнена с использованием программного интерфейса WASP UDDI API компании Systinet для разработанного ею платформенно-независимого UDDI-реестра, рассчитанного на использование внутри организации или между организациями-партнерами внутри «виртуального» предприятия. Преобразователь операций в

соответствии с формализованным планом вызова веб-сервисов, являющимся графом зависимостей выполнения формальных операций, выбирает из полученных локатором сервисов WSDL-описаний реальные операции-кандидаты для формирования реального плана вызова веб-сервисов в соответствии с вариантами и типами совпадений. Монитор транзакций отвечает за сбор информации о выполнении каждой реальной операции конкретного веб-сервиса. Целью сбора информации является накопление значений показателей качества обслуживания веб-сервиса в локальном хранилище данных реляционного типа, являющемся частью конкретного экземпляра процессора сервисных запросов. Оптимизатор запросов является главным модулем исполнительного ядра системы организации доступа к веб-сервисам – процессора запросов к веб-сервисам. Его задача состоит в формировании реального плана вызова веб-сервисов с лучшими показателями качества обслуживания. Исполнитель планов осуществляет вызов веб-сервисов посредством SOAP-сообщений для выполнения операций согласно сформированному оптимизатором реальному плану вызова веб-сервисов.



Рисунок. Архитектура системы организации доступа к веб-сервисам

Для подтверждения работоспособности разработанного по компонентной технологии процессора запросов к веб-сервисам был проведен эксперимент. Алгоритмы формирования плана вызова веб-сервисов – алгоритм полной оптимизации (АПО), алгоритм оптимизации операций (АОО) и алгоритм вероятностной оценки (АВО) [4] – реализованы в виде динамически загружаемых программных модулей. При оценке работоспособности процессора запросов к веб-сервисам учитывалось время выполнения различных алгоритмов формирования плана вызова веб-сервисов в зависимости от количества экземпляров реальных операций на одну формальную операцию, сравнивалось время выполнения различных алгоритмов формирования плана вызова сервисов между собой, а также проводилось сравнение идентичности планов, полученных разными алгоритмами. Эксперимент проводился на компьютере, оснащенный процессором AMD Phenom II Six-Core 1075T с тактовой частотой 3 ГГц, 16 ГБ оперативной памяти, жестким диском емкостью 1 ТБ, под управлением операционной системы Solaris 10. Программная реализация системы организации доступа к веб-сервисам развертывалась на сервере приложений Java EE GlassFish 3.1 и СУБД Oracle 10g.

Эксперимент показал, что с увеличением количества реальных операций на одну формальную операцию характер зависимости времени выполнения алгоритмов от количества формальных операций, приходящихся на один запрос, не меняется. При средней сложности запроса, требующего выполнения от 15 до 20 операций, приходящихся на один запрос, время формирования плана вызова веб-сервисов с заданными параметрами качества обслуживания веб-сервисов и принятие решения о его использовании несравнимо меньше, чем поиск и выбор исполнителя из множества конкурирующих веб-сервисов непосредственно пользователем информационно-вычислительной системы. Сравнение идентичности планов вызова веб-сервисов, полученных с использованием статистических данных по алгоритмам АПО и АОО, с планом вызова веб-сервисов, полученного с учетом вероятностной оценки показателей качества обслуживания веб-сервисов по алгоритму АВО, позволяет сделать вывод о целесообразности использования

последнего, так как он позволяет более точно прогнозировать динамику изменения показателей качества обслуживания веб-сервисов, и, как следствие, более объективно выбирать исполнителя из множества конкурирующих веб-сервисов.

Полученные результаты позволяют считать предложенную в работе компонентную архитектуру системы организации доступа к веб-сервисам перспективной, а реализованный процессор запросов к веб-сервисам – прототипом типового решения проектирования и развертывания инфраструктуры управления веб-сервисами Интернет-ориентированных информационно-вычислительных систем. Реализация алгоритмов, представленная загружаемыми модулями процессора запросов к веб-сервисам, позволяет динамически, без перекомпиляции ядра, подгружать для формирования плана вызова веб-сервисов вновь разработанные или улучшенные алгоритмы, что делает предложенную в работе архитектуру перспективной в плане ее открытости и масштабируемости.

1. Дергачев А.М. Проблемы эффективного использования сетевых сервисов // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. 2011. № 1 (71). С. 83–87.
2. Дергачев А.А. Концептуальное расширение функционального описания веб-сервисов // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2014. № 2 (90). С. 174–176.
3. Дергачев А.А. Анализ данных на основе платформы SQL-MAPREDUCE // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2014. № 1 (89). С. 66–71.
4. Yu T., Zhang Y., Lin K.J. Efficient algorithms for Web services selection with end-to-end QoS constraints // ACM Transactions on the Web. 2007. V. 1. N 1. art. N 6.
5. Dover D., Dafforn E. Search Engine Optimization Secrets. Indianapolis: Wiley Publishing, Inc., 2011. 456 p.
6. Ouzzani, M., Bouguetta A. Semantic Web Services for Web Databases. Springer Science+Business Media, 2011. 155 p.
7. Марьин С.В., Ковальчук С.В. Сервисно-ориентированная платформа исполнения композитных приложений в распределенной среде // Изв. вузов. Приборостроение. 2011. Т. 54. № 10. С. 21–29.
8. Семерханов И.А., Муромцев Д.И. Интеграция информационных систем на основе технологии связанных данных // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2013. № 5 (87). С. 123–127.

<i>Дергачев Андрей Михайлович</i>	– кандидат технических наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, dam600@mail.ru
<i>Дергачев Александр Андреевич</i>	– аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, dergachev.itmo@mail.ru
<i>Andrey M. Dergachev</i>	– Associate professor, Ph.D., ITMO University, Saint Petersburg, Russia, dam600@mail.ru
<i>Alexander A. Dergachev</i>	– postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, dergachev.itmo@mail.ru

*Принято к печати 04.04.14*

*Accepted 04.04.2014*

**РЕДАКЦИОННАЯ ЭТИКА**

Деятельность редакции направлена на информирование широкого круга научной общественности о новых научных разработках, технических решениях. В своей работе редакция руководствуется такими важнейшими принципами, как достоверность, научная значимость и актуальность публикуемых работ.

Политика редакционной коллегии журнала базируется на требованиях Российского законодательства в отношении обеспечения авторского права, на этических принципах, поддерживаемых сообществом ведущих издателей научной периодики.

Порядок приема, оценки и опубликования научных статей является открытым. Редакция оперативно информирует авторов и других заинтересованных специалистов обо всех изменениях существующих правил. Участники издательского процесса обязаны объяснить любые отклонения от установленной процедуры.

Редакция не допускает к публикации материалы, содержание которых запрещено законодательством Российской Федерации или носящих характер умаления чести, достоинства и деловой репутации любого лица, организации, государственных структур.

Редакция несет ответственность за качество опубликованных научных статей, а также осуществляет поддержку инициатив, направленных на снижение количества некорректных действий со стороны исследователей и нарушений норм этики.

Редакция требует от авторов подтверждения, что рукописи статей нигде ранее не публиковались и не представлялись для опубликования в других изданиях, что в текстах рукописей отсутствуют опубликованные ранее материалы других авторов без ссылки на первоисточники (плагиат). При выявлении таких фактов рукопись статьи немедленно отклоняется.

Редакция берет на себя ответственность за неразглашение персональных данных авторов и рецензентов, а также другой информации, полученной в ходе профессионального взаимодействия.

Получение авторами в ходе исследований негативных результатов не является препятствием для их опубликования в журнале. Редакция поощряет научные дискуссии и обмен опытом на страницах издания.

Редакция берет на себя ответственность за соблюдения научной этики при рецензировании статей, поощряет честную научную дискуссию между авторами и рецензентами. Редакционная коллегия, с учетом письменной аргументации авторов, вправе принять статью к опубликованию даже при наличии отрицательной рецензии, либо направить статью на дополнительное рецензирование.

Редакционная коллегия вправе вносить в текст статьи редакционные правки после согласования их с авторами.

Авторы представляемых в редакцию материалов несут всю ответственность за достоверность содержащейся в них информации, за соответствие материалов нормам законодательства, морали и этики.

Редакция ожидает соблюдения авторами следующих принципов:

- оригинальность и научная новизна исследований;
- достоверность полученных результатов;
- объективное обсуждение значимости исследований;
- признание вклада других лиц, обязательное наличие библиографических ссылок на использованные работы;
- представление в качестве соавторов всех участников, внесших существенный вклад в исследование; одобрение окончательной версии работы всеми соавторами и их полное согласие с представлением рукописи к публикации;
- незамедлительное сообщение об обнаружении автором существенных ошибок или неточностей в публикации и взаимодействия с редакцией с целью скорейшего исправления ошибок или изъятия публикации, своевременного исправления ошибок и неточностей, выявленных редакцией;
- отсутствие в статье заимствований без ссылок на первоисточники (плагиата).

## ПРАВИЛА ПРЕДОСТАВЛЕНИЯ РУКОПИСЕЙ

Статьи принимаются в электронном виде (karmanov@mail.ifmo.ru), либо на DVD. В распечатанном виде **с подписями авторов** материалы представляются в редакцию по запросу после прохождения процедуры рецензирования.

**Комплект документов** должен включать:

- текст статьи с заверстанными рисунками и таблицами,
- форму сведений о статье (рус., англ.),
- формы сведений об авторах (на каждого автора); допускается указание нескольких мест работы автора;
- файлы с рисунками к статье в оригинальном формате (предпочтительно JPEG) с максимальным разрешением; допускается представление цветных рисунков, если в черно-белом варианте теряется полезная информация.

**Объем статьи**, включая иллюстрации, таблицы и список литературы, не должен превышать 8 страниц машинописного текста. Оригинал-макет статьи выполняется в редакторе Word for Windows (версия не ниже 2003 года).

**Основной текст** набирается шрифтом Times New Roman, размер 12 pt обычный, межстрочный интервал одинарный, поля сверху 20 мм, остальные поля 25 мм. Абзацный отступ 10 мм. Аннотация (объем 150-250 слов) печатается шрифтом Times New Roman 10 pt обычный, межстрочный интервал одинарный, выравнивание по ширине страницы.

**Название статьи** печатается шрифтом Times New Roman 12 pt полужирный, межстрочный интервал одинарный.

**Название подраздела** печатается шрифтом Times New Roman 12 pt полужирный, межстрочный интервал одинарный, пустыми строками не отделяется. Формулы набираются в редакторе Microsoft Equation Ed. 3.0.

Параметры стиля:

**текста** – Times New Roman, прямой;

**функций, переменных и цифр** – шрифт латинских букв Times New Roman курсив, греческих букв – Symbol прямой; русских букв, цифр, скобок – Times New Roman прямой шрифт. Обозначения функций (sin, cos, tg, ctg, min, max, extr) – прямой шрифт. Те же правила написания применяются и в отношении верхних и нижних индексов: обычный – 10 pt, крупный индекс – 12 pt, мелкий индекс – 8 pt, крупный символ – 16 pt, мелкий символ – 12 pt.

**матриц и векторов** – Times New Roman, прямой, полужирный (знак вектора «стрелка» не ставится).

Отдельные переменные в тексте допускается набирать в текстовом режиме с соблюдением требований, указанных для формул.

**Разделительный знак десятичных дробей** – запятая.

**При оформлении рисунков и графиков** используется шрифт Times New Roman. Стиль написания переменных должен соответствовать требованиям к основному тексту.

Используются только единицы измерения, соответствующие системе СИ, либо разрешенные к применению наравне с единицами системы СИ.

**Список использованной литературы** рекомендуется не менее 15 позиций для полнотекстовой статьи и не менее 8 – для краткого сообщения. Оформляется в соответствии с ГОСТ 7.0.5-2008. Нумерация позиций – согласно очередности ссылок в тексте.

**Более подробную информацию смотрите на сайте <http://.ntv.ifmo.ru>**