

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНСТИТУТ
ТОЧНОЙ МЕХАНИКИ И ОПТИКИ (ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)**

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК

Выпуск 3

**ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ,
СИСТЕМЫ И ТЕХНОЛОГИИ
ТОЧНОЙ МЕХАНИКИ**



**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2001**

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор

ВАСИЛЬЕВ Владимир Николаевич – доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники Российской Федерации, ректор

Члены редколлегии

ГУРОВ Игорь Петрович – доктор технических наук, профессор, зам декана факультета компьютерных технологий и управления

КАРАСЕВ Вячеслав Борисович – кандидат технических наук, профессор, проректор

КОЛЕСНИКОВ Юрий Леонидович – доктор физико-математических наук, профессор, проректор

МУСАЛИМОВ Виктор Михайлович – доктор технических наук, профессор кафедры мехатроники

НИКИФОРОВ Владимир Олегович – доктор технических наук, профессор, проректор

ПОДЛЕСНЫХ Виктор Иванович – кандидат экономических наук, доцент, зам. декана гуманитарного факультета

ПУТИЛИН Эдуард Степанович – доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой оптических технологий

СТАФЕЕВ Сергей Константинович – доктор технических наук, профессор, декан естественнонаучного факультета

СТУДЕНИКИН Леонид Михайлович – зам. начальника научно-исследовательской части

ТАРЛЫКОВ Владимир Алексеевич – доктор технических наук, профессор кафедры квантовой электроники и биомедицинской оптики

ЯКОВЛЕВ Евгений Борисович – доктор технических наук, профессор кафедры лазерных технологий и экологического приборостроения

Секретариат

ГУСАРОВА Наталия Федоровна – кандидат технических наук, доцент кафедры технологий профессионального обучения, ученый секретарь

КАЗАР Людмила Николаевна – начальник отдела охраны интеллектуальной собственности, ответственный секретарь

ПРЕДИСЛОВИЕ

В сборнике предлагаются наиболее интересные работы по актуальным направлениям научных исследований в сфере высоких технологий, выполненные сотрудниками университета в 2001 г.

В разделе "Исследование физических процессов и систем" представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований физических процессов в упругих механических, квантовых волноводных, диэлектрических и теплофизических системах, используемые как при создании математических моделей систем, так и при разработке приборных комплексов для исследования таких процессов.

Работы, представленные в разделе "Технологии точной механики", отражают результаты исследований по таким актуальным проблемам технологии приборостроения, как автоматизация технологической подготовки производства с целью сокращения времени и стоимости подготовки производства изделий приборостроения, использование прогрессивных технологий быстрого прототипирования в приборостроении, формирование регулярного микрорельефа поверхностей и повышение их эксплуатационных свойств и др.

Техническое перевооружение промышленности и выход на новые высокие технологии предполагает автоматизацию технологических комплексов, которая, начиная с 60-х годов прошлого столетия, неразрывно связана с внедрением в их системы управления полупроводниковых преобразователей электрической энергии, отличающихся высокими энергетическими, регулировочными и динамическими характеристиками.

Созданию современных методов анализа и синтеза электроприводов и мощных источников электропитания с импульсными полупроводниковыми преобразователями в системах управления посвящено большинство работ, помещенных в разделе "Электромеханика и электротехнологии". Научная новизна их состоит в развитии теории расчета и методов проектирования систем управления с импульсными полупроводниковыми преобразователями применительно к прецизионным электроприводам постоянного и переменного тока и источникам тока программируемой формы для установок нестационарного электролиза.

Завершающий раздел сборника освещает работу сотрудников университета по двум направлениям приборостроения в области точной механики – измерительным технологиям и компьютерной томографии. Первое из указанных направлений представлено рядом работ по технологиям, используемым при контроле физических и механических процессов в жидких и твердых средах. Полученные результаты позволяют расширить границы применимости приборов точной механики в горной промышленности и медицине. Второе направление представлено работами по анализу параметров и характеристики ЯМР-томографов, магниторезонансным изображениям и их применению в медицинской диагностике, клинической терапии, онкологии, исследовании мозга. В данном разделе сборника впервые описан мини-томограф, созданный в университете.



*В.Н. Васильев,
ректор*

ВЫНУЖДЕННЫЕ РЕЗОНАНСНЫЕ КОЛЕБАНИЯ
НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

А.Г. Кривошеев

В [1–3] развит метод многочленного преобразования динамических уравнений движения нелинейных механических систем с конечным числом степеней свободы. Этот метод применим ко многим колебательным системам, для которых характерна малость вещественных частей собственных чисел матрицы линейной части уравнений. Многочленные преобразования могут выполняться численно-аналитически с применением ПК [4, 5].

В данной работе рассматривается применение метода многочленных преобразований к исследованию нелинейной колебательной системы с двумя степенями свободы в случае внешнего резонанса. Разработан алгоритм преобразования исходных неавтономных дифференциальных уравнений к автономному виду, удобному для исследования устойчивости колебаний. Особенностью рассмотренного здесь случая резонанса является наличие поддиагональных элементов матрицы линейной части преобразованных уравнений.

Рассмотрим механическую систему с двумя степенями свободы и с голономными нестационарными периодическими связями. Допустим, что ее уравнения Лагранжа имеют матричный вид

$$A\ddot{q} + B\dot{q} + Cq = h_1 \cos \omega_0 t + h_2 \sin \omega_0 t + \sum_{|v|=2}^3 h_v \cdot \cos^{v_0} \omega_0 t \cdot \sin^{v'_0} \omega_0 t \cdot q_1^{v_1} \cdot q_2^{v_2} \cdot \dot{q}_1^{v'_1} \cdot \dot{q}_2^{v'_2}. \quad (1)$$

Здесь $q = [q_1 q_2]^T$ – вектор обобщенных координат системы; A, B, C – постоянные матрицы, причем матрица A – обратимая; $h_1, h_2, h_v = [h_v^1, h_v^2]^T$ – постоянные векторы; суммирование ведется по векторному индексу $v = [v_0 v_1 v_2 v'_0 v'_1 v'_2]$ с нормой $|v| = v_0 + v_1 + \dots + v'_2$. Предположим, что характеристическое уравнение $\det[A\lambda^2 + B\lambda + C] = 0$ имеет сопряженные комплексные корни $\lambda_s = \alpha_s + i\omega_s$, $\bar{\lambda}_s = \alpha_s - i\omega_s$, $\omega_s > 0$, $s = 1, 2$ с малыми ненулевыми вещественными частями и различными мнимыми частями:

$$\max |\alpha_s| = \varepsilon \ll \omega_j, \quad j=0,1,2; \quad |\omega_1 - \omega_2| \gg \varepsilon.$$

Считая коэффициенты h_v^s достаточно малыми, приведем периодическую систему (1) методом многочленного преобразования к возможно более простому виду.

Введем дополнительную переменную $q_0 = \cos \omega_0 t$, удовлетворяющую дифференциальному уравнению с фиксированными начальными данными:

$$\ddot{q}_0 + \omega_0^2 q_0 = 0; \quad q_0(0) = 1; \quad \dot{q}_0(0) = 0. \quad (2)$$

Тогда уравнения (1), (2) могут быть представлены как автономная система шестого порядка

$$\dot{x} = Px + \sum_{|v|=2}^3 p_v x^v, \quad x = [q_0 q_1 q_2 \dot{q}_0 \dot{q}_1 \dot{q}_2]^T; \quad x^v = q_0^{v_0} \dots \dot{q}_2^{v'_2}. \quad (3)$$

Далее в системе (3) выполним линейную замену переменных $x=\tilde{A}y$, которая преобразует матрицу P к квазидиагональной форме

$$\tilde{P}=\tilde{A}^{-1}P\tilde{A}=\begin{bmatrix} \Lambda & 0 \\ 0 & \bar{\Lambda} \end{bmatrix}; \quad \Lambda=\begin{bmatrix} \lambda_0 & 0 & 0 \\ \mu & \lambda_1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}.$$

Поддиагональный элемент $\mu \neq 0$ в случае, когда собственные числа $\lambda_0=i\omega_0, \lambda_1$ близки к кратным, т.е. выполняется резонансное соотношение $|\omega_0-\omega_1| \approx \varepsilon$. В остальных случаях $\mu=0$ и матрица $\tilde{P}$ является диагональной. После приведения подобных степенных одночленов получаем систему

$$\dot{y}=\tilde{P}y+\sum_{|v|=2}^3 \hat{P}_v y^v, \quad y=[y_0 y_1 y_2 \bar{y}_0 \bar{y}_1 \bar{y}_2]^T. \quad (4)$$

В системе (4) уравнения являются комплексно-сопряженными, причем переменные $y_0, \bar{y}_0$ удовлетворяют отделяющимся уравнениям

$$\dot{y}_0=\lambda_0 y_0; \quad \dot{\bar{y}}_0=\bar{\lambda}_0 \bar{y}_0; \quad y_0(0)=\bar{y}_0(0)=1. \quad (5)$$

Затем в системе (4) выполним многочленную замену переменных

$$y=z+\sum_{|v|=2}^3 a_v z^v. \quad (6)$$

Результатом такого преобразования с удержанием членов до третьего порядка включительно будет система

$$\dot{z}=\tilde{P}z+\sum_{|v|=2}^3 \tilde{P}_v z^v, \quad z=[z_0 z_1 z_2 \bar{z}_0 \bar{z}_1 \bar{z}_2], \quad \tilde{P}_v=[0 \tilde{p}_v^1 \tilde{p}_v^2 0 \tilde{p}_v^3 \tilde{p}_v^4]. \quad (7)$$

В этой системе два уравнения относительно $z_0, \bar{z}_0$ сохраняются в виде (5), а в остальных уравнениях формируется структура степенных одночленов с минимальным количеством ненулевых коэффициентов $\tilde{p}_v^s$. Поскольку уравнения являются комплексно-сопряженными, можно рассматривать два уравнения при $s=1, 2$. Коэффициенты системы $\tilde{p}_v^s$ связаны с коэффициентами преобразования a_v^s равенствами с рекуррентно вычисляемыми правыми частями [3]:

$$\tilde{p}_v^s + d_v^s a_v^s = c_v^s, \quad |v|=2,3; \quad s=1,2. \quad (8)$$

Выбор $\tilde{p}_v^s \neq 0$ подчинен условию малости по модулю делителей

$$d_v^s = v_0 \lambda_0 + v_1 \lambda_1 + \dots + v'_2 \bar{\lambda}_2 - \lambda_s \equiv \text{Re } d_v^s + i \text{Im } d_v^s, \quad (9)$$

$$\text{Re } d_v^s = \sum_{j=1}^2 (v_j + v'_j) \alpha_j - \alpha_s; \quad \text{Im } d_v^s = \sum_{j=1}^2 (v_j - v'_j) \omega_j - \omega_s$$

с заранее назначенной малой константой $\tilde{\varepsilon} > 0$. При этом для каждого $s=1, 2$ векторные индексы $v: |v|=2,3$ подразделяются на множество особых индексов $M_s = \{v: |d_v^s| \leq \tilde{\varepsilon}\}$, для которых $a_v^s=0, \tilde{p}_v^s=c_v^s$ и множество неособых индексов, для которых $\tilde{p}_v^s=0, a_v^s=c_v^s/d_v^s, v \notin M_s$. При сделанных предположениях о собственных числах λ_s малость делителей определяется малостью их мнимых частей, т.е. выявлением резонансных соотношений вида

$$|k_0\omega_0+k_1\omega_1+k_2\omega_2|\approx\varepsilon, \quad k_j=0,\pm 1,\pm 2,\pm 3, \quad 2\leq\sum_{j=0}^2|k_j|\leq 4. \quad (10)$$

Исходные уравнения (1) при условии отсутствия резонансных соотношений (10) рассмотрены в [6]. В данной работе рассмотрим случай резонанса $\omega_0\approx\omega_1$, в котором особые индексы образуют следующие множества:

$$M_1=\left\{[200100], [200010], [110100], [110010], [101001], [020100], [020010], [011001]\right\};$$

$$M_2=\{[101100], [101010], [011100], [011010], [002001]\}.$$

В нерезонансном случае каждое из множеств M_1 и M_2 состояло из трех индексов. В рассматриваемом резонансном случае к M_1 добавляются пять особых индексов, а к M_2 – два индекса.

Первые три уравнения преобразованной системы (7) имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{z}_0 &= i\omega_0 z_0, \quad z_0(0)=1; \\ \dot{z}_1 &= \mu z_0 + \lambda_1 z_1 + (\tilde{p}_1^1 + \tilde{p}_2^1 z_0 \bar{z}_1 + \tilde{p}_4^1 z_1 \bar{z}_1 + \tilde{p}_5^1 z_2 \bar{z}_2) z_0 + \\ &+ (\tilde{p}_3^1 + \tilde{p}_6^1 z_1 \bar{z}_0 + \tilde{p}_7^1 z_1 \bar{z}_1 + \tilde{p}_8^1 z_2 \bar{z}_2) z_1; \\ \dot{z}_2 &= \lambda_2 z_2 + (\tilde{p}_1^2 + \tilde{p}_2^2 z_0 \bar{z}_1 + \tilde{p}_3^2 z_1 \bar{z}_0 + \tilde{p}_4^2 z_1 \bar{z}_1 + \tilde{p}_5^2 z_2 \bar{z}_2) z, \end{aligned} \quad (11)$$

а остальные три уравнения являются попарно комплексно сопряженными с ними. В уравнениях (11) при коэффициентах $\tilde{p}_j^s$ используется скалярный индекс j , равный порядковым номерам векторных индексов из множеств M_s , $s=1, 2$, а также учтено равенство $z_0 \bar{z}_0=1$.

Уравнения (11) содержат переменную $z_0=\exp i\omega_0 t$ и не являются автономными, но путем замены переменных $z_1=z_0 u_1$; $z_2 \equiv u_2$ приводятся к двум автономным уравнениям относительно переменных u_1, u_2 :

$$\begin{aligned} \dot{u}_1 &= \mu + \tilde{p}_1^1 + (\lambda_1 - \lambda_0 + \tilde{p}_3^1) u_1 + \tilde{p}_2^1 \bar{u}_1 + \tilde{p}_4^1 u_1 \bar{u}_1 + \tilde{p}_5^1 u_2 \bar{u}_2 + (\tilde{p}_6^1 u_1 + \tilde{p}_7^1 u_1 \bar{u}_1 + \tilde{p}_8^1 u_2 \bar{u}_2) u_1; \\ \dot{u}_2 &= (\lambda_2 + \tilde{p}_1^2) u_2 + (\tilde{p}_2^2 \bar{u}_1 + \tilde{p}_3^2 u_1 + \tilde{p}_4^2 u_1 \bar{u}_1 + \tilde{p}_5^2 u_2 \bar{u}_2) u_2. \end{aligned}$$

Представив в этих уравнениях переменные $u_s=\rho_s \exp i\varphi_s$ и разделив их вещественные и мнимые части, получаем автономную дифференциальную систему следующей матричной структуры относительно переменных ρ_s, φ_s :

$$\begin{bmatrix} \dot{\rho}_1 \\ \rho_1 \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\rho}_2 \\ \dot{\varphi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 \\ \Phi_1 \\ R_2 \\ \Phi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ R_{21} & R_{22} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Здесь функции $R_s(\rho_1, \rho_2)$, $\Phi_s(\rho_1, \rho_2)$, $R_{sj}(\rho_1)$, $\Phi_{sj}(\rho_1)$ имеют вид полиномов от ρ_1, ρ_2 . В системе (12) замкнуты первые три уравнения относительно трех "медленных" переменных: двух амплитудных переменных ρ_1, ρ_2 и одной фазовой переменной φ_1 .

Таким образом, исходная неавтономная периодическая система (1) методом многочленных преобразований приведена к автономной рекуррентной системе четвертого порядка, для которой задачи определения стационарных режимов резонансных колебаний и исследования их устойчивости решаются типовыми алгебраическими операциями. Решение этих задач выходит за рамки данной статьи.

Литература

1. Мельников Г.И. К теории нелинейных колебаний // Вестник ЛГУ. 1964. № 1. С. 88–98.
2. Мельников Г.И. О характере затухания возмущенного движения в двух особых случаях // Вестник ЛГУ. 1965. № 19. С. 99–111.
3. Мельников Г.И. Динамика нелинейных механических и электромеханических систем. Л.: Машиностроение, 1975. 200с.
4. Кривошеев А.Г., Мельников Г.И. Вынужденные колебания механических систем с нелинейными характеристиками полиномиального вида // Прикладная механика. 1990. Т. 26, № 1. С. 108–113.
5. Мельников Г.И., Кривошеев А.Г. О многочленном преобразовании нелинейных динамических уравнений // Проблемы алгебры и кибернетики. Материалы международной конференции. Гомель, 1995. С. 66.
6. Мельников Г.И., Кривошеев А.Г. О применении метода многочленных преобразований к теории нелинейных колебаний / Проблемы Пространства, Времени, Движения. Т. II. СПб, 1997. С. 185–190.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА МНОГОЧЛЕННЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ВИБРОЗАЩИТНЫХ СИСТЕМ

С.Е. Иванов

Рассматривается нелинейная виброзащитная система с тремя степенями свободы, с нелинейными правыми частями в виде многочленов до четвертой степени от фазовых переменных с постоянными и периодическими параметрами. Методом многочленных преобразований [1, 2] уравнения движения системы приводятся к автономному виду в рамках принятой точности. Выделяются существенные константы, характеризующие переходные процессы и установившиеся режимы колебаний. Определяется алгоритм метода многочленных преобразований для нелинейных систем с тремя степенями свободы, выводятся алгоритмические формулы, удобные для программирования. Приводится описание основных блоков программы, разработанной в системе Mathematica 4.1, реализующей метод многочленных преобразований.

Введение

При исследовании динамики виброзащитных систем необходимо использовать нелинейные математические модели. Рассмотрим актуальную нелинейную задачу и метод исследования виброзащитных систем. Применим метод многочленных преобразований фазового вектора для исследования нелинейной виброзащитной системы с тремя степенями свободы в условиях периодического кинематического воздействия. Нелинейные правые части системы представлены в виде многочленов до четвертой степени от фазовых переменных с постоянными и периодическими параметрами. Дифференциальные уравнения движения виброзащитной системы в общем виде записываются как

$$A\ddot{q} + B\dot{q} + Cq = \sum_{|\mu|=1}^4 g_{\mu} \cos(\omega t)^{\mu_1} \sin(\omega t)^{\mu_2} + \sum_{\substack{|\nu|=2 \\ |\nu| > \nu_1 + \nu_2}}^4 h_{\nu} \cos(\omega t)^{\nu_1} \sin(\omega t)^{\nu_2} q_1^{\nu_3} q_2^{\nu_4} q_3^{\nu_5} \dot{q}_1^{\nu_6} \dot{q}_2^{\nu_7} \dot{q}_3^{\nu_8}, \quad (1)$$

Здесь $q = [q_1, q_2, q_3]^T$ – вектор обобщенных координат системы, A, B, C – постоянные матрицы третьего порядка, $\mu = (\mu_1, \mu_2)$, $\nu = (\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4, \nu_5, \nu_6, \nu_7, \nu_8)$ – векторные индексы, $|\mu| = \mu_1 + \mu_2$, $|\nu| = \nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_8$, $g_{\mu} = [g_{\mu}^1, g_{\mu}^2, g_{\mu}^3]^T$, $h_{\nu} = [h_{\nu}^1, h_{\nu}^2, h_{\nu}^3]^T$ – векторы-столбцы.

Предполагается, что характеристическое уравнение $\text{Det}[A\lambda^2 + B\lambda + C] = 0$ имеет сопряженные корни $\lambda_s, \bar{\lambda}_s$ с малыми отрицательными вещественными частями. Положим также, что компоненты вектора нелинейных частей $|g^s_{\mu}| < 1$, $|h^s_{\nu}| < 1$ малы.

1. Многочленное преобразование системы

Приведем алгоритм метода многочленных преобразований, реализованный на языке программирования в среде Mathematica 4.1. Введем комплексно-сопряженные переменные $q_0 = \exp(i\omega t)$ и $\bar{q}_0 = \exp(-i\omega t)$, $\lambda_1 = i\omega$, тогда можно записать

$$\cos(\omega t) = \frac{1}{2}(q_0 + \bar{q}_0) \text{ и } \sin(\omega t) = \frac{1}{2i}(q_0 - \bar{q}_0). \quad (2)$$

Запишем систему (1), учитывая введенные комплексно-сопряженные переменные (2), в виде системы восьми дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\dot{X} = PX + R \quad (3)$$

Вектор-столбец новых переменных $X = [q_0, \bar{q}_0, q_1, q_2, q_3, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3]^T$, а квадратная блочная матрица 8×8 имеет вид

$$P \equiv \begin{bmatrix} W & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I \\ A^{-1}H & -A^{-1}C & -A^{-1}B \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ A^{-1}G \end{bmatrix}, W = \begin{bmatrix} i\omega & 0 \\ 0 & -i\omega \end{bmatrix}.$$

Здесь I – единичная диагональная матрица 3×3 , 0 – нулевая матрица,

$$H = [0.5(g_{10} - ig_{01}) \quad 0.5(g_{10} + ig_{01})],$$

$$G = \sum_{|\mu|=2}^4 (-i)^{\mu_2} 0.5^{\mu_1+\mu_2} g_{\mu} (q_0 + \bar{q}_0)^{\mu_1} (q_0 - \bar{q}_0)^{\mu_2} +$$

$$\sum_{\substack{|\nu|=2 \\ |\nu| > \nu_1 + \nu_2}}^4 (-i)^{\nu_2} 0.5^{\nu_1+\nu_2} h_{\nu} (q_0 + \bar{q}_0)^{\nu_1} (q_0 - \bar{q}_0)^{\nu_2} q_1^{\nu_3} q_2^{\nu_4} q_3^{\nu_5} \dot{q}_1^{\nu_6} \dot{q}_2^{\nu_7} \dot{q}_3^{\nu_8}.$$

Выполняется линейное преобразование вида

$$Y = DX. \quad (4)$$

Линейная часть системы (3) приводится к диагональному виду:

$$\dot{Y} = \Lambda Y + R \Big|_{X \rightarrow D^{-1}Y}, \text{ где } \Lambda = \text{diag}[\lambda_1, \bar{\lambda}_1, \dots, \lambda_4, \bar{\lambda}_4]. \quad (5)$$

Выполняется многочленное преобразование с точностью до членов четвертого порядка включительно:

$$y_s = z_s + \sum_{|\nu|=2}^4 a_{\nu}^s Z^{\nu}, (s = 3, \dots, 8), Z^{\nu} \equiv z_1^{\nu_1} z_2^{\nu_2} \dots z_8^{\nu_8}, \quad (6)$$

где a_{ν}^s – неизвестные коэффициенты преобразования. Введенные комплексно-сопряженные переменные не преобразовываются: $y_s = z_s$ ($s = 1, 2$). Результатом многочленного преобразования является автономная система

$$\dot{z}_s = \lambda_s z_s + \sum_{|\nu|=2}^4 q_{\nu}^s Z^{\nu}, (s = 3, \dots, 8), \quad (7)$$

где q_{ν}^s – искомые коэффициенты преобразованной системы.

Особые значения индекса при фиксированном s находятся как целочисленные неотрицательные решения двух уравнений [3]:

$$\sum_{k=1}^8 \lambda_k \nu_k - \lambda_s \approx 0, \quad \sum_{k=1}^8 \nu_k = 2, 3, 4. \quad (8)$$

Постоянные q_{ν}^s приравнивают нулю при неособых значениях индексов; при таких значениях вычисляют постоянные a_{ν}^s . Наоборот, при особых значениях индексов полагают коэффициенты a_{ν}^s равными нулю и вычисляют q_{ν}^s .

В нерезонансном случае, когда собственные частоты колебаний системы и частота вибрации не совпадают и не кратны, находим следующие особые индексы:

$$\text{при } q_{\nu}^3: \nu = (00100011), \nu = (00101100), \nu = (00210000), \nu = (11100000),$$

$$\text{при } q_{\nu}^5: \nu = (00001011), \nu = (00002100), \nu = (00111000), \nu = (11001000),$$

$$\text{при } q_{\nu}^7: \nu = (00000021), \nu = (00001110), \nu = (00110010), \nu = (11000010).$$

В преобразованной системе (7) сделаем замену переменных:

$$z_{s,s+1} \equiv \rho_s \exp(i(t \text{Im} \lambda_s \pm \theta_s)), \bar{z}_s = z_{s+1}, s = 3, 5, 7; \quad (9)$$

$$z_{1,2} \equiv \exp(\pm i t \omega)$$

В результате систему (7) можно представить в виде

$$\dot{\rho}_s = \text{Re}(\lambda_s)\rho_s + \text{Re}(\Psi), \quad \dot{\theta}_s = \rho_s^{-1} \text{Im}(\Psi), \quad s = 3, 5, 7, \quad (10)$$

$$\Psi = \sum_{|v|=2}^4 q_v^s \rho_3^{v_3+v_4} \rho_5^{v_5+v_6} \rho_7^{v_7+v_8} \exp(i(\theta_3(v_3 - v_4) + \theta_5(v_5 - v_6) + \theta_7(v_7 - v_8) - \theta_s)).$$

В нерезонансном случае экспонента не входит в систему (10), так как ее степень равна нулю. Стационарные решения можно найти, приравняв правые части системы (10) к нулю. Получив решение преобразованной системы (10) и подставив его в формулы замены переменных (9), найдем вектор Z . Вектор Y выражается через вектор Z по формулам многочленной замены (6). При решении системы (1) вектор X выражается через вектор Y по формулам замены, обратной линейной: $X = D^{-1}Y$.

Получим алгоритмические формулы для расчета коэффициентов преобразования и преобразованной системы.

Запишем систему (5) в переменных Z многочленного преобразования (6)

$$\dot{y}_s = \lambda_s z_s + \lambda_s \sum_{|v|=2}^4 a_v^s Z^v + R_s(Z). \quad (11)$$

Продифференцировав формулу многочленных преобразований (6) и учитывая равенство (7), получим:

$$\dot{y}_s = \lambda_s z_s + \sum_{|v|=2}^4 q_v^s Z^v + \sum_{|v|=2}^4 (a_v^s Z^v \sum_{k=1}^8 \lambda_k v_k) + \sum_{|v|=2}^4 (a_v^s Z^v \sum_{k=3}^8 v_k z_k^{-1} \sum_{|\mu|=2}^4 q_\mu^k Z^\mu). \quad (12)$$

Из формул (11) и (12) получим равенство:

$$\sum_{|v|=2}^4 q_v^s Z^v + \sum_{|v|=2}^4 (a_v^s Z^v (\sum_{k=1}^8 \lambda_k v_k - \lambda_s)) + \sum_{|v|=2}^4 (a_v^s Z^v \sum_{k=3}^8 v_k z_k^{-1} \sum_{|\mu|=2}^4 q_\mu^k Z^\mu) = R_s(Z), \quad (13)$$

($s = 3, \dots, 8$).

Приравнявая в (13) коэффициенты при одинаковых степенях Z , получаем систему алгебраических уравнений для определения неизвестных коэффициентов преобразования и преобразованной системы.

Для записи суммы по векторному индексу в программе использовано представление следующего вида:

$$\sum_{|v|=2}^4 p_{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8} = \sum_{i_8=2}^4 \sum_{i_7=0}^{i_8} \sum_{i_6=0}^{i_7} \sum_{i_5=0}^{i_6} \sum_{i_4=0}^{i_5} \sum_{i_3=0}^{i_4} \sum_{i_2=0}^{i_3} \sum_{i_1=0}^{i_2} p_{i_1, i_2 - i_1, i_3 - i_2, i_4 - i_3, i_5 - i_4, i_6 - i_5, i_7 - i_6, i_8 - i_7}. \quad (14)$$

2. Программная реализация метода

В системе Mathematica 4.1 на базе символьных преобразований многочленов была разработана программа для исследования методом многочленных преобразований нелинейных виброзащитных систем с тремя степенями свободы вида (1). Для контроля правильности получаемых результатов исходная система при заданных параметрах решалась численным методом.

Перечислим основные блоки разработанной программы.

Блок задания исходных параметров системы. На данном этапе задаются матрицы A, B, C , частота вынужденных колебаний ω и векторы g_μ , h_ν системы (1). Система записывается в виде (3). Определяются матрицы P, R .

Блок линейного преобразования системы. Определяется диагональная матрица Λ , составленная из собственных чисел P . Находится матрица D линейного преобразования (4), учитывая $DP = \Lambda D$, и матрица преобразования, обратного линейному, D^{-1} . Соответствующая нелинейной правой части в (5) матрица R преобразуется к новым переменным Y .

Блок представления суммы по векторному индексу. Реализуется (14).

Блок произведения многочленов, а также возведения в степень.

Блок определения особых индексов преобразования из равенств (8).

Блок преобразования равенства (13) к новым переменным Z .

Блок определения системы алгебраических уравнений для нахождения неизвестных коэффициентов преобразования и преобразованной системы. Строится система алгебраических уравнений путем приравнивания в (13) коэффициентов при одинаковых степенях Z .

Блок решения системы алгебраических уравнений. Определяются неизвестные коэффициенты преобразования и преобразованной системы.

Заключение

Рассмотрена задача исследования нелинейных виброзащитных систем. Приведена схема метода многочленных преобразований для исследования нелинейных виброзащитных систем с тремя степенями свободы. Описывается алгоритм программной реализации метода. Методом многочленных преобразований нелинейная периодическая система с заданной точностью приводится к автономному виду. Найдены существенные константы, определяющие качество движения. Метод позволяет получить достаточно подробные качественные и количественные характеристики изучаемых движений, исследовать установившиеся режимы колебаний для систем, находящихся в условиях периодического внешнего воздействия, а также изучать переходные процессы.

Литература

1. Мельников Г.И. Динамика нелинейных механических и электромеханических систем. Л: Машиностроение, 1975. 198 с.
2. Мельников Г.И. К теории нелинейных колебаний // Вестник ЛГУ. 1964. № 1. Вып.1. С. 88–98.
3. Фролов К.В. Нелинейные задачи динамики машин. М: Машиностроение, 1992. 376 с.
4. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М: Наука, 1981. 568 с.
5. Вибрации в технике. Справочник в 6-ти тт. Т. 6. / Под ред. К.В. Фролова. М.: Машиностроение, 1995. 456 с.
6. Фурман Ф.А., Фролов К.В. Прикладная теория виброзащитных систем. М: Машиностроение, 1980. 317 с.

ОЦЕНКА ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ГИБКИХ УПРАВЛЯЕМЫХ ТРУБОК ДЛЯ ЭНДОСКОПА

А.Ю. Иванов, А.В. Негодаев

Введение

Гибкая управляемая трубка для эндоскопа относится к оптико-механическим приборам, которые служат для осмотра и терапии полых органов и полостей тела в медицине, для осмотра труднодоступных полых пространств в технике [1]. В эндоскопах она представляет собой ту часть прибора, изменением положения которой оператор осуществляет полный осмотр исследуемой полости.

На сегодняшний день известно несколько видов гибких управляемых трубок для эндоскопа. Одна из них – гибкая управляемая трубка для эндоскопа [2] – содержит эластичную оболочку, внутри которой расположены последовательно соединенные звенья, содержащие кольцевой элемент и два симметрично расположенных по окружности шарнирных элемента, выполненных в виде роликов, причем в последующем звене оси шарнирных элементов попарно развернуты на 90° по отношению к осям шарнирных элементов предыдущего звена. Тросы управления расположены внутри сквозных отверстий, имеющих торообразную форму, кольцевых и соответствующих шарнирных элементов [1].

Недостатками данной трубки являются ограниченная надежность из-за большого количества используемых элементов, а также низкая технологичность, определяемая необходимостью точного изготовления и фиксации взаимного положения шарнирных элементов с кривизной поверхности, равной кривизне поверхности кольцевых элементов.

Учитывая вышесказанное, задачу повышения надежности работы эндоскопа можно решить за счет того, что кольцевой элемент имеет две плоскости симметрии. Это позволяет на основе одного типового элемента выполнить дистальный конец, состоящий из сопряженных одинаковых звеньев. Вследствие этого упрощается технология изготовления дистальной части и ее сборка (за счет уменьшения количества сопрягаемых поверхностей).

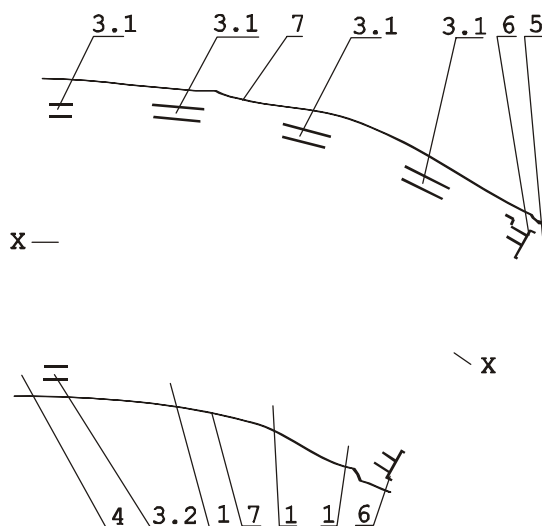


Рис. 1. Гибкая управляемая трубка

Предложенная нами гибкая управляемая трубка для эндоскопа (рис. 1) содержит шарнирно соединенные кольцевые элементы 1 с четырьмя сквозными отверстиями 2

(рис. 2), оси которых расположены равномерно по окружности параллельно оси трубки (X-X). Сопряженные кольцевые элементы повернуты друг относительно друга на 90° вокруг продольной оси трубки, тросы управления 3 закреплены в кольце 4 на дистальном конце, пропущены через внутренние отверстия 2 кольцевых элементов 1 и кольцо 5 на другом конце трубки, в кольцо 5 закреплены торцы сплеток 6 Брудена. Управляющие тросы 3 проходят через эти сплетки к тягам механизма управления (на рис. 1 этот механизм не показан). При необходимости для защиты звеньев от воздействия окружающей среды они могут быть помещены внутри эластичной оболочки 7.



Рис. 2. Горизонтальная проекция кольцевого элемента

Кольцевой элемент 1 имеет две плоскости симметрии (на рис. 2, 3 показана только одна плоскость симметрии), что позволяет на основе одного типового элемента выполнить дистальную часть (ДЧ) эндоскопа, состоящую из сопряженных одинаковых звеньев, повернутых друг относительно друга на 90° .

Для исключения остаточного вращающего момента при изгибах трубки на сопрягаемых поверхностях кольца в первой плоскости симметрии выполнены два выступа с призматическими пазами треугольного сечения со стороны внутренней поверхности кольцевого элемента 1, а во второй плоскости симметрии – два симметричных паза с призматическим зубом треугольного сечения со стороны внутренней поверхности элемента 1, позволяющие исключить (уменьшить) проскальзывание данных сопрягаемых (контактирующих) поверхностей друг относительно друга. При этом угол при вершине зуба меньше угла при вершине паза, а высота зуба не меньше глубины паза. Кроме того, угол между гранями, образующими паз выступа, больше угла между гранями, образующими зуб, и меньше 90° . Для повышения долговечности тросов управления 3 путем уменьшения силы трения и более плавного изгиба трубки в кольцевом элементе 1 (рис. 3) отверстия 2 с противоположной стороны зуба и паза имеют тороидальную форму. В исходном состоянии все тросы управления 3 равномерно натянуты. При этом оси симметрии кольцевых элементов 1 параллельны оси X-X трубки.

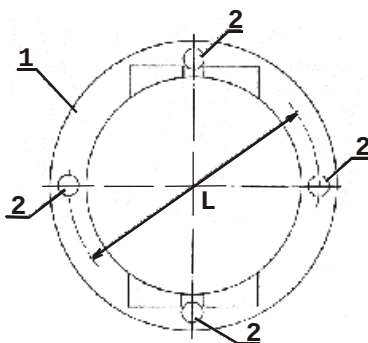


Рис. 3. Фронтальная проекция кольцевого элемента

Гибкая управляемая трубка для эндоскопа (рис. 1) работает следующим образом. С помощью механизма управления перемещают один из управляющих тросов 3 (например, 3.1 на рис. 1) на какую-либо величину. Это перемещение вызовет смещение нечетных кольцевых элементов 1, что обеспечивает изгиб трубки в направлении натяжения троса 3.1. Для изгиба трубки в противоположном направлении перемещают трос 3.2 этой пары. Аналогичным образом при перемещении пары тросов управления 3.3, 3.4 трубка изгибается в плоскости, перпендикулярной плоскости изгиба при перемещении тросов 3.1, 3.2. Комбинируя перемещения управляющих тросов 3, осуществляют панорамный обзор исследуемой полости без вращения всех элементов дистального конца вокруг оси.

Выделим отличительные признаки предложенной гибкой трубки. С одной стороны кольцевого элемента в первой плоскости симметрии выполнены два выступа с призматическими пазами и треугольным сечением со стороны внутренней поверхности кольцевого элемента. С другой стороны элемента во второй плоскости симметрии выполнены два симметричных паза с призматическим зубом треугольного сечения со стороны внутренней поверхности элемента. Угол при вершине зуба меньше угла при вершине паза; высота зуба не меньше глубины паза; угол между гранями, образующими паз выступа, больше угла между гранями, образующими зуб и меньше 90° . Шарнирно соединенные кольцевые элементы имеют две плоскости симметрии, что позволяет на основе одного типового элемента выполнить дистальную часть эндоскопа, состоящую из сопряженных одинаковых звеньев.

Таким образом, в результате применения предложенной гибкой управляемой трубки:

- повышается надежность работы эндоскопа с гибкой управляемой трубкой предложенной конструкции за счет того, что кольцевой элемент имеет две плоскости симметрии, что позволяет на основе одного типового элемента выполнить дистальную часть эндоскопа, состоящую из сопряженных одинаковых звеньев, повернутых друг относительно друга на 90° ;
- упрощается технология изготовления кольцевых элементов трубки и их сборка;
- расширяются функциональные возможности за счет обеспечения панорамного обзора исследуемой полости без вращения всех элементов дистального конца вокруг оси;
- исключается остаточный вращающий момент.

Для расчета основных механических характеристик данной гибкой управляемой трубки можно использовать те же методы, что и для расчета других видов гибких управляемых трубок. К настоящему времени известны [3, 4] некоторые подходы к расчету и исследованию механических систем эндоскопов. Опишем кратко методы для определения основных характеристик гибких управляемых трубок.

Геометрический метод позволяет описать кинематику механической системы эндоскопа. В этом случае гибкая управляемая трубка представляется в виде многозвенного механизма, состоящего из совокупности твердых тел. При расчете гибкой управляемой трубки определяется положение звеньев относительно неподвижной системы координат, а также относительные положения звеньев.

В кинетостатическом методе для расчета звена на прочность разработаны алгоритмы вычисления внутренних сил, приложенных к звену, а также сил реакций в кинематических парах. Для расчета сил реакций в парах применяется метод множителей Лагранжа, который в сочетании с принципом возможных перемещений приводит к уравнениям Лагранжа 1-го рода.

Для предложенной новой схемы используется метод конечных элементов (МКЭ). Основное содержание расчетов с применением МКЭ включает в себя представление гибкой управляемой трубки в виде совокупности конечных элементов. Математическая модель трубки сформирована на основе этого метода. Ранее для другой схемы

эндоскопа была использована иная модель [4]. В результате применения МКЭ получается элементная модель, состоящая из последовательного соединения конечных элементов. Учитывая, что ДЧ можно представить в виде совокупности конечных элементов, имеется возможность рассмотреть задачу разработки конечно-разностных моделей для исследования упругих деформаций. Осуществляется вывод конечно-элементных уравнений для стержневой конструкции. В данном расчете нагрузкой для ДЧЭ является внецентренное натяжение тросов, вызывающее изгиб данной ДЧ. При этом меняется как нагрузка в узлах конечно-элементной модели, так и ее геометрическая схема. В связи с этим задача определения перемещений узлов конечно-элементной модели является нелинейной в силовом и геометрическом смысле. Геометрическая нелинейность имеет место, когда перемещения конструкции (ДЧ) вызывают значительные изменения ее геометрии. Силовая нелинейность имеет место, когда изменение натяжения тросов вызывает изменения нагрузки в узлах конечно-элементной модели. Учет любого из этих двух типов нелинейности приводит к получению уравнений, содержащих нелинейные относительно определяемых основных неизвестных члены. Присутствие в уравнениях нелинейных членов не позволяет получить их решение в замкнутом виде, подобно тому, как это имело место при расчете линейных систем. Здесь приходится использовать процедуры последовательных приближений. Для данного случая нелинейные задачи с применением дискретных расчетных схем решаются методом последовательных нагружений с корректировкой матрицы жесткости и вектора нагрузки после каждого нагружения. Основное линейное уравнение, определяющее деформированное состояние конечно-элементной модели от действия сил, представленных вектором внешней нагрузки P , имеет вид: $K_{22} \Delta = P$, где Δ – перемещение свободных узлов, K_{22} – матрица жесткости для свободных узлов.

Заключение

Таким образом, известные по литературе [3, 4] методы исследования гибких управляемых трубок для эндоскопа можно использовать и для расчета новой предложенной трубки.

Литература

1. Эндоскоп гибкий медицинский ГД-Б-ВО-3А. Техническое описание и инструкция по эксплуатации. Ю-33.44.015 ТО, 1990.
2. пат. РФ, №2068229, МКИ А61 В 1/00, 1993
3. Храбров С.В. Анализ и исследование конструкции и технологии изготовления медицинского эндоскопа с целью повышения его качества. Автореферат диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. С.-П.: ИТМО, 1994.
4. Иванов А.Ю. Исследование и разработка методов определения механических характеристик гибких управляемых эндоскопов. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. С.-П.: ИТМО, 1998.

ПОЛИНОМИАЛЬНАЯ ЛИНЕАРИЗАЦИЯ СИСТЕМ МОДАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ

В.Г. Мельников

Для нелинейной автономной системы управления, содержащей линейную часть и однородные кубические формы относительно компонент вектора состояния, предлагается модифицированный метод нормализующего преобразования. В отличие от классического метода Пуанкаре-Дюлака, в нем не применяется переход к комплексным переменным, который требует знания спектра собственных значений матрицы линейной части системы. Получены расчетные алгебраические формулы преобразования системы к линейному виду в рамках принятой точности и в условиях внутренних резонансов в системе и обоснованы решения по полученным формулам.

Рассмотрим систему модального управления, содержащую электромеханическое исполнительное устройство с нагрузкой и регулятор с подлежащими выбору постоянными параметрами. Допустим, что состояние системы определено n -мерным вектором x , а силовые характеристики и характеристики управления – нелинейные и нечетные относительно координат вектора состояния. Они аппроксимированы степенными полиномами, содержащими линейные и кубические однородные формы с постоянными коэффициентами. При этом коэффициенты при кубических членах малы, что помечено малым множителем μ . Однородными формами пятой и более высоких степеней будем пренебрегать, относя их к малым величинам порядка μ^2 , а также пренебрегаем постоянно действующими возмущениями порядка μ^2 . Движения системы будем изучать в некоторой конечной окрестности D начала координат n -мерного вещественного пространства состояний R^n , а также расширенного фазового пространства R^{n+1} , в котором добавлен отсчет независимой переменной $t \geq 0$. В качестве области D можно взять гипершар $D = \{x : x'x \leq 1\}$. Будем считать, что система динамических уравнений рассматриваемого объекта представлена в следующей нормальной форме Коши:

$$\dot{x}_i = \sum_{k=1}^n a_k^i x_k + \mu \sum_{v_k} a_{v_1 \dots v_n}^i x_1^{v_1} \dots x_n^{v_n}, \quad i = \overline{1, n}, \quad x \in D. \quad (1)$$

Эта система автономна и имеет линейную часть и нелинейную часть с малым параметром.

Применим прием опускания знаков суммирования по повторяющимся в произведениях индексам, а также векторные обозначения индексов $v = [v_1 \dots v_n]$, $|v| = v_1 + \dots + v_n$, введем векторы-столбцы коэффициентов, следуя [1–3], и краткие обозначения одночленов x^v . Получим более краткую запись динамических уравнений в форме одного векторного динамического уравнения, содержащего векторные коэффициенты a_k , a_v и скалярные одночлены x^v :

$$\dot{x} = a_k x_k + \mu a_v x^v, \quad (k = \overline{1, n}; |v| \geq 3) \quad \text{при} \quad x \in D \quad (2)$$

Здесь

$$a_k = \begin{bmatrix} a_k^1 \\ \dots \\ a_k^n \end{bmatrix}, \quad a_v = \begin{bmatrix} a_v^1 \\ \dots \\ a_v^n \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad x^v = x_1^{v_1} \dots x_n^{v_n}, \quad x_i = x^{e_i}, \quad e_i = [0 \dots 1 \dots 0].$$

В дальнейшем применяется также скалярная форма уравнения (2), т.е. система дифференциальных уравнений

$$\dot{x}_i = a_k^i x_k + \mu a_v^i x^v, \quad i = \overline{1, n}. \quad (3)$$

Пусть $[\lambda_1 \dots \lambda_n]'$ – вектор собственных значений матрицы системы $A = [a_1 \dots a_n] = [a_k^i]_1^n$, т.е. множество корней характеристического уравнения $\det[\lambda E - A] = 0$. Применим к данной системе метод нормализующего преобразования Пуанкаре-Дюлака [1–4], ограничиваясь в преобразовании однородными формами третьего порядка включительно.

Предположим, что вещественные части всех корней λ_i существенно отрицательны и, кроме того, они удовлетворяют следующему условию Пуанкаре-Дюлака отсутствия внутренних резонансов:

$$\lambda_v^i = \lambda_i - (v_1 \lambda_1 + \dots + v_n \lambda_n) \neq 0 \quad \forall |v| = 3, \quad i = \overline{1, n}. \quad (4)$$

Система алгебраических неравенств (4) представляет собой дополнительные ограничения на взаимное расположение корней на комплексной плоскости, что приводит к ограничениям на область допустимых значений параметров регулятора. Оно выполняется, например, для асимптотически устойчивых систем с существенным разбросом корней вдоль вещественной оси.

Согласно методу нормализации следует сначала привести систему (1) к каноническому виду, в котором линейная часть системы имеет жорданову форму. Если все корни системы (1) существенно различны, то она принимает следующий канонический вид:

$$\dot{\xi}_i = \lambda_i \xi_i + \mu \sum_{|v|=3} \alpha_v^i \xi^v, \quad i = \overline{1, n}. \quad (5)$$

Затем выполняется вторая, нелинейная замена переменных, приводящая систему к нормальной форме Пуанкаре, причем коэффициенты преобразования определяются известными алгебраическими формулами [1–4].

При условии (4) система (5) приводится с точностью до членов порядка μ^2 к линейному виду [1–4]:

$$\dot{\eta}_i = \lambda_i \eta_i + \mu^2 f_i(\eta), \quad i = \overline{1, n} \quad (6)$$

с помощью подстановки вида

$$\xi_i = \eta_i + \mu \sum_{|v|=3} \beta_v^i \eta^v, \quad i = \overline{1, n} \quad \text{при} \quad \beta_v^i = \alpha_v^i / \lambda_v^i \quad (7)$$

Такой способ связан с необходимостью предварительного определения спектра собственных значений λ_i и перехода к комплексным переменным, что, как правило, можно сделать только в численном виде и невозможно выполнить в условиях, когда матрица линейной системы содержит неизвестные параметры. Таким образом, классический способ с самого начала связан с необходимостью применения численных методов, что можно считать недостатком при символьных преобразованиях уравнений. В связи с этим будем решать задачу преобразования системы, минуя процедуру приведения ее к канонической форме.

Для уравнения (3) непосредственно выполним нелинейную многочленную замену переменных, содержащую кубические формы от координат вектора состояния с подлежащими определению коэффициентами b_v . Она имеет вид

$$y = x + \mu b_v x^v, \quad \text{при} \quad |v| = 3, \quad 0 \leq v_i \leq 3, \quad (8)$$

или в покомпонентном виде

$$y_i = x_i + \mu b_v^i x^v, \quad i = \overline{1, n}, \quad 0 \leq v_i \leq 3, \quad |v| = 3. \quad (9)$$

Переобозначая немые индексы $v \rightarrow v'$, $i \rightarrow k$, и учитывая (8) и (9), вычислим векторное выражение

$$\dot{y} - a_k y_k = \dot{x} + \mu b_v \frac{\partial x^v}{\partial x_i} \dot{x}_i - a_k x_k - a_k \mu b_v^k x^v \quad (10)$$

или

$$\dot{y} - a_k y_k = \mu((a_v - a_k b_v^k + a_k^i b_{v+e_i-e_k}^k (v_i + 1))x^v + \mu^2 \delta(x)). \quad (11)$$

Здесь вектор-функция $\delta(x)$ имеет вид однородной формы пятой степени с вещественными векторными коэффициентами, векторный индекс $(v + e_i - e_k) = [v_1 \dots (v_i + 1) \dots (v_k - 1) \dots v_n]$, причем считаются равными нулю все коэффициенты, имеющие отрицательные значения индексов. Имеем:

$$\delta(x) = a_{v''}^i b_{v'}^i x^{v' - e_i + v''}, \quad i = \overline{1, n}, \quad |v'| = 3; \quad |v''| = 3, \quad v_i' - 1 + v_i'' \geq 0, \quad (12)$$

Коэффициенты b_v преобразования (8) определяем из условия, чтобы в правой части векторного дифференциального уравнения (11) отсутствовала кубическая форма, т.е. из условия равенства нулю каждого коэффициента при μx^v . В результате получаем систему алгебраических линейных неоднородных векторных уравнений

$$\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n (v_i + 1) a_k^i b_{v - e_k + e_i}^k - \sum_{k=1}^n a_k b_v^k + a_v = 0, \quad v = [v_1 \dots v_n], \quad |v| = 3, \quad v_i \in [0, 3] \quad (13)$$

При условиях (13) векторное дифференциальное уравнение (11) принимает форму, не содержащую членов порядка μ :

$$\dot{y} - Ay = \mu^2 f \quad (14)$$

Отметим, что в первых суммах уравнений (13) следует полагать равными нулю члены, имеющие отрицательные значения индексов.

Система линейных уравнений (13) состоит из $n^* = n(n+1)(n+2)/3!$ векторных уравнений или из $N = n^2(n+1)(n+2)/6$ скалярных алгебраических линейных неоднородных уравнений. Она имеет единственное решение, заменяющее решение (7), получаемое с применением комплексного канонического линейного преобразования. Для определения решения системы (13) в символьном или числовом виде следует сгруппировать неизвестные величины b_v по значениям индексов v . Упорядочение неизвестных можно осуществить посредством условного принятия векторного индекса v за n -значное число и расположения неизвестных в порядке нарастания такого условного числа. Построенное матричное уравнение решается в символьной или числовой форме в системе Matematica 4 или MATLAB 6. Данный метод применен автором к системе управления с вектором состояния третьего порядка.

Работа поддержана грантом МО РФ, проект E00-4.0 – 45.

Литература

1. Брюно А.Д. Нормальная форма дифференциальных уравнений с малым параметром // Математические заметки. 1974. № 16. С.407–414.
2. Мельников Г.И. Динамика нелинейных механических и электромеханических систем. Л.: Машиностроение, 1975.
3. Старжинский В.М. Прикладные методы нелинейных колебаний. М.: Наука, 1977.
4. Журавлев В.Ф., Климов Д.М. Прикладные методы в теории колебаний. М.: Наука, 1977.
5. Melnikov V.G. Analysis of transient performance of system with unknown inertia load // Prepr. 8-th International Student Olympiad on Automatic Control. St.Petersburg, 2000. P.167-171.
6. Параметрические критерии фильтрационных свойств систем управления // Изв. вузов. Приборостроение. 2000. № 3. С. 25–28.

НЕЛИНЕЙНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ РЕГУЛИРОВАНИЯ ДАВЛЕНИЯ СЖИМАЕМОЙ СРЕДЫ В ЕМКОСТИ ПОСТОЯННОГО ОБЪЕМА

М.В. Потапов

Рассматривается пневмосистема, состоящая из емкости постоянного объема с установленным на ней регулятором давления. Регулирование давления в емкости осуществляется пружинным предохранительным клапаном пропорционального типа. Динамические процессы регулирования давления в такой системе описываются нелинейной системой обыкновенных дифференциальных уравнений 4-го порядка. Эти уравнения получены при условии квазистационарного изменения параметров среды в емкости и при отсутствии теплообмена с окружающей средой. Изучение задачи в такой постановке является развитием исследований, проведенных в работах [2, 4, 3]. Приводятся результаты компьютерного моделирования работы клапана. В начале статьи излагается классификация предохранительных клапанов и технические требования, предъявляемые к ним [1, 5].

Предохранительные устройства являются видом арматуры, используемой для автоматического выпуска избытка жидкой или газообразной среды из системы высокого давления при чрезмерном повышении давления в ней в систему низкого давления и обеспечивающей безопасную эксплуатацию установок и предотвращение аварий. Предохранительный клапан представляет собой механизм, автоматически открывающийся при повышении давления выше рабочего и закрывающийся при снижении давления до рабочего или несколько ниже него.

К предохранительным клапанам предъявляются следующие требования:

1. при достижении максимально допустимого давления клапан должен безотказно открываться и пропускать рабочую среду в требуемом количестве;
2. в открытом состоянии клапан должен работать устойчиво;
3. клапан должен закрываться при давлении ненамного ниже рабочего и при последующем возрастании давления до рабочего обеспечить требуемую герметичность;
4. в закрытом состоянии клапан должен обеспечивать требуемую степень герметичности при рабочем давлении.

При достижении заданного подъема клапан должен устойчиво оставаться открытым без вибраций, так как вибрации приводят к снижению пропускной способности клапана и недопустимому повышению давления. С целью исключения вибраций золотника размер сечения клапана и его конструкция должны соответствовать расчетным параметрам. Например, в случае превышения проходного сечения над расчетным в клапане после открытия давление резко падает ниже рабочего, и клапан закрывается с ударом золотника по седлу. Но, поскольку источник повышения давления не устранен, то клапан снова открывается с ударом по ограничителю подъема. Такая вибрация золотника приводит к разрушению уплотняющих кромок седла и золотника, а при работе на несжимаемой жидкости – и к гидроударам в системе.

Таким образом, нежелательные вибрационные режимы работы клапана целесообразно выявлять на этапе проектирования систем посредством математического моделирования.

Предохранительные клапаны классифицируются по принципу действия – клапаны прямого действия (открывающиеся непосредственно под действием рабочей среды) и клапаны непрямого действия (открытие предохранительного клапана осуществляется с помощью специального привода). По характеру подъема замыкающего органа выделяются клапаны пропорционального действия (подъем золотника происходит равномерно, пропорционально повышению давления в системе) и двухпозиционного действия (после небольшого повышения давления золотник

рывком поднимается на заданную величину практически без изменения давления среды). Имеются также классификации по ряду других характеристик – например, по виду нагрузки на золотник наиболее часто используются пружинные клапаны.

Рассмотрим пневмосистему, состоящую из емкости постоянного объема и установленного на ней предохранительного клапана (рис. 1).

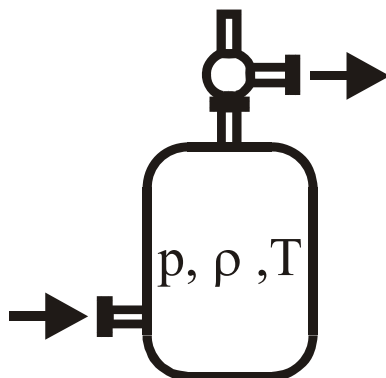


Рис. 1. Емкость постоянного объема с установленным на ней предохранительным клапаном

В начальный момент клапан закрыт и в емкость начинает поступать входной расход газа G_1 , который задается известной функцией времени. Давление в емкости увеличивается, и при достижении определенного значения (давления начала открытия) клапан начинает открываться. Дальнейший характер динамического процесса, протекающего в рассматриваемой пневмосистеме, определяется рядом параметров как емкости и сжимаемой среды, так и самого клапана.

Для изучения этих процессов воспользуемся математической моделью в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений (1)–(4), описывающих изменение параметров среды в емкости и изменение хода золотника.

Считая сжимаемую среду идеальным газом, изменение термодинамических параметров газа в емкости подчиняется уравнению состояния:

$$p = R\rho T, \quad (1)$$

где p – давление газа, ρ – плотность газа в баллоне, T – температура газа в баллоне, R – удельная газовая постоянная. При одновременном втекании и вытекании газа уравнения баланса массы и энергии газа, содержащегося в емкости, можно записать в следующем виде:

$$\begin{cases} \frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{V} \cdot (G_1 - G_2) \\ \frac{dp}{dt} = \frac{kR}{V} \cdot (T_1 G_1 - T G_2) \end{cases} \quad (2)$$

где G_1 – входной расход, G_2 – выходной расход, V – объем (вместимость) емкости, T_1 – температура входящего газа, k – показатель адиабаты. Уравнения (2) получены в предположении квазистационарного изменения параметров p , ρ , T , т.е. одинакового изменения во всех точках емкости, и при отсутствии теплообмена с окружающей средой.

Выходной расход, осуществляемый через открытый клапан, определяется по формуле

$$G_2 = \alpha(x) \cdot B \cdot F_c \cdot \sqrt{p \cdot \rho}, \quad (3)$$

где $\alpha(x)$ – коэффициент расхода клапана, заданный как функция приведенного хода золотника $x = h / h_m$, h – ход золотника; h_m – максимальный ход золотника; F_c – площадь сечения в седле клапана. При использовании формулы (3) предполагается, что

сброс среды через клапан происходит в надкритическом режиме, т.е. не зависит от отношения давлений p_a / p , где p_a – постоянное давление за клапаном. В этом случае параметр B является постоянной величиной.

Для замыкания уравнений (1)–(3) используется уравнение движения золотника

$$\frac{d^2 h}{dt^2} = F_z - F_{np} - F_{тр}, \quad (4)$$

где h – ход золотника; m – масса золотника; $F_z = \psi(x)F_c(p - p_a)$ – сила воздействия среды на золотник клапана, в которой используется силовая характеристика клапана в виде известной функции $\psi(x)$; $F_{np} = c(h + h_0)$ – сила действия пружины, c – коэффициент жесткости пружины; h_0 – поджатие пружины при закрытом клапане ($h = 0$); $F_{тр} = k_{мп}(dh/dt)$ – сила вязкого трения.

Ход золотника h подчинен неравенству $0 \leq h \leq h_m$ в силу конструктивных ограничений: при $h = 0$ клапан закрыт и золотник соприкасается с седлом; при $h = h_m$ клапан полностью открыт и золотник соприкасается с ограничителем его подъема. Процессы соударений золотника с этим ограничителем хода будем считать абсолютно неупругими.

На рис. 2 приведен график изменения хода золотника, полученный в результате численного интегрирования системы уравнений (1) – (4) при следующих числовых значениях параметров пневмосистемы: $V = 1\text{ м}^3$; средой является воздух: $R = 287 \text{ Дж / (кг К)}$, $k = 1.4$, $B = 0.6847$; $F_c = 0.000854865\text{ м}^2$ (диаметр седла 33мм); $k_m = 30$; $m = 1\text{ кг}$; $T_l = 290 \text{ К}$; $h_m = 0.010 \text{ м}$; $h_0 = 0.035 \text{ м}$; $c = 0.0002566 \text{ Н/м}$; $\alpha(x) = 0.8 x$; $\psi(x) = 1 - 0.25 x$.

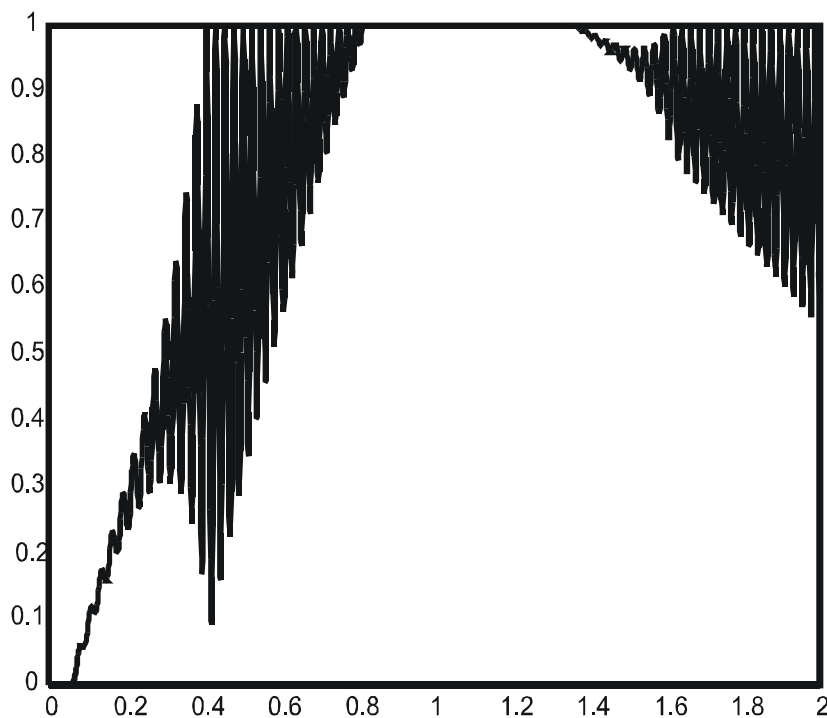


Рис. 2. График зависимости хода золотника от времени

Как видно из рис. 2, процесс открытия и закрытия клапана сопровождается высокочастотными вибрациями золотника. В связи с этим является актуальным изучение данной задачи аналитическими методами теории устойчивости движения с целью формулировки условий возникновения вибраций золотника клапана.

Работа поддержана грантом Министерства образования РФ, проект Е00 – 4.0 – 4.5, раздел "Механика".

Литература

1. Гринберг И.С., Кричкер И.Р. Классификация предохранительных клапанов // Химическое и нефтяное машиностроение. 1974. № 10. С. 12–15.
2. Кондратьева Т.Ф. Предохранительные клапаны. М.: Машиностроение, 1976.
3. Кривошеев А.Г. Исследование устойчивости стационарных режимов работы предохранительного клапана // Химическое и нефтяное машиностроение. 1988. № 2. С. 17–19.
4. Ситников Б.Т., Матвеев И.Б. Расчет и исследование предохранительных и переливных клапанов. М.: Машиностроение, 1972.
5. Тарасьев Ю.И., Кузин В.А. О классификации предохранительных клапанов // Химическое и нефтяное машиностроение. 1968. № 10. С. 31–33.

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ТЕПЛООБМЕН ОБЪЕКТОВ С ВНУТРЕННИМИ АДИАБАТИЧЕСКИ ИЗОЛИРОВАННЫМИ ПОЛОСТЯМИ

Н.А. Ярышев

Обобщенное операторное решение нестационарных задач теплопроводности квазиодномерных объектов при двухстороннем внешнем конвективно-лучистом воздействии было получено в работе [1], однако не нашло практического применения из-за сложной структуры передаточных функций. Точные аналитические решения опубликованы только для цилиндрических и сферических оболочек и приведены в монографиях [2, 3].

В случае адиабатической теплоизоляции внутренней полости тела задача упрощается и сводится к нахождению структуры лишь одной передаточной функции $Y(r, s)$, связывающей лапласовское изображение $T(r, s)$ температуры $t(r, \tau)$ с внешним воздействием $T_c(s)$ температуры окружающей среды $t_c(\tau)$:

$$T(r, s) = Y(r, s)T_c(s), \quad (1)$$

$$Y(r, s) = \left(\frac{\beta}{\beta_1} \right)^{-v} \frac{K_{v+1}(\beta_1)I_v(\beta) + I_{v+1}(\beta_1)K_v(\beta)}{\Phi(s)}, \quad (2)$$

$$\Phi(s) = f_3(s) + \frac{\beta_1\beta_2}{\zeta} f_4(s), \quad (3)$$

$$f_3(s) = I_v(\beta_2)K_{v+1}(\beta_1) + I_{v+1}(\beta_1)K_v(\beta_2), \quad (4)$$

$$f_4(s) = I_{v+1}(\beta_2)K_{v+1}(\beta_1) - I_{v+1}(\beta_1)K_{v+1}(\beta_2). \quad (5)$$

В выражениях (2)–(5)

$$\beta = \sqrt{\frac{s}{a}}r, \quad \beta_1 = \sqrt{\frac{s}{a}}r_1, \quad \beta_2 = \sqrt{\frac{s}{a}}r_2, \quad \zeta_2 = \frac{\alpha r_2}{\lambda}; \quad (6)$$

$I_v, I_{v+1}, K_v, K_{v+1}$ – модифицированные функции Бесселя с произвольным вещественным индексом v , s – параметр преобразования Лапласа, a и λ – теплопроводность тела, r_1 и r_2 – его внутренний и внешний определяющие размеры, r – локальная координата ($r_1 \leq r \leq r_2$), τ – время, ζ – безразмерный критерий теплообмена, α – коэффициент теплоотдачи между внешней поверхностью тела и средой.

Сохраняющаяся громоздкость решения задачи (1)–(6) может быть устранена, если учесть качественное подобие процессов теплообмена сплошных тел и объектов с теплоизолированной внутренней полостью, поверхность которой является поверхностью экстремального значения температуры аналогично центральной области (центру) сплошного тела при условии неизменности их внешней формы. Задача приближенного анализа тел с полостями (оболочек) сводится к поиску зависимостей, определяющих значения их факторов формы n и определяющих размеров L с последующим использованием двух- и трехпараметрических передаточных функций сплошного тела для приближенного расчета характерных температур оболочек при различных видах воздействия температуры внешней среды [4].

Приближенное значение (a – символ приближения) темпа регулярного режима m_a тел с внутренними адиабатически изолированными полостями найдем, заменив функцию $\Phi(s)$ согласно (3) полиномом второй степени относительно s :

$$\Phi(s) = 1 + A_1s + A_2s^2. \quad (7)$$

Коэффициенты A_1 и A_2 определяются на основе работы [1] и имеют следующий вид:

$$A_1(\kappa, \zeta, v) = \frac{\kappa^{2+2v} \left[1 - \frac{2v(1-\kappa)}{\zeta} \right]}{v(1+v)} + \frac{1 + \frac{2(1-\kappa)}{\zeta}}{1+v} - \frac{\kappa^2}{v}, \quad (8)$$

$$A_2(\kappa, \zeta, v) = \frac{\kappa^{2+2v} \left[1 + \frac{2(1-v)(1-\kappa)}{\zeta} \right]}{v(1-v^2)} + \frac{\kappa^{4+2v} \left[1 - \frac{2v(1-\kappa)}{\zeta} \right]}{v(2+v)(1+v)} +$$

$$\frac{1 + \frac{4(1-\kappa)}{\zeta}}{2(1+v)(2+v)} - \frac{\kappa^2 \left[1 + \frac{2(1-\kappa)}{\zeta} \right]}{v(1+v)} - \frac{\kappa^4}{2v(1-v)}, \quad (9)$$

в которых

$$\kappa = \frac{r_1}{r_2}, \quad \zeta = \frac{\alpha L}{\lambda} = \frac{\alpha(r_2 - r_1)}{\lambda}, \quad (10)$$

где r_1 и r_2 – обобщенные монокоординаты ("радиусы") внутренней S_1 и внешней S_2 поверхностей тела, L – его определяющий размер (определяющая толщина), ζ – критерий теплообмена (критерий Био) по отношению к определяющему размеру тела L . Искомое значение темпа теплообмена полого тела

$$m_a = \frac{4a}{r_2^2 \sqrt{A_1^2 - 2A_2^2}} = \frac{a\mu_a^2}{L^2}, \quad (11)$$

где безразмерный параметр μ_a находится по формуле

$$\mu_a(\kappa, \zeta, v) = \frac{2(1-\kappa)}{\sqrt[4]{A_1^2 - 2A_2^2}}. \quad (12)$$

Параметр κ , значения которого согласно (10) изменяются в пределах $0 \leq \kappa \leq 1$, определяет размер полости и переход от сплошного тела ($\kappa=0$, $r_1=0$, $r_2=L$) к стенке ($\kappa=1$) с определяющим размером $L=r_2-r_1$. Отметим, что $\mu_a(\kappa, \zeta, v)$ является приближенным значением первого корня (первого собственного числа) трансцендентного уравнения $\Phi(s)=0$ – см. (3)–(5).

Дальнейшие действия сводятся к расчету параметра $\mu_a(\kappa, \zeta, v)$ и нахождению на его основе значений фактора формы n_a тела с внутренней полостью при выполнении следующих требований:

- 1) индекс v реального тела с полостью приравнивается индексу $v_{\text{спл}}$ сплошного тела, имеющего такую же внешнюю форму и размеры, что и полое тело, причем величина $v_{\text{спл}}$ связана с фактором формы $n_{\text{спл}}$ соотношением $v_{\text{спл}}=(n_{\text{спл}}-1)/2$ и рассчитывается отдельно для разных групп тел [5];
- 2) темп m_a реального полого тела равен темпу m_{ac} сплошного тела сравнения с одномерным температурным полем, откуда при равенстве значений теплопроводности a и определяющих размеров L этих тел имеем:

$$m_a = m_{ac}, \quad \mu_a(\kappa, \zeta, v) = \mu_{ac}(n, \zeta). \quad (13)$$

Приближенное значение параметра μ_{ac} сплошного тела определяется по формуле

$$\mu_{ac} = \frac{\sqrt{(1+n)}\sqrt{2(3+n)}}{\sqrt[4]{1 + \frac{4}{\zeta} + \frac{2(3+n)}{\zeta^2}}}, \quad (14)$$

в которой $n=n_a(\kappa, \zeta, v, n)$ является искомым фактором формы тела с внутренней полостью.

Подставляя выражение (14) в (13) и решая с помощью операции root MathCad трансцендентное уравнение (13), находим:

$$n_a(\kappa, \zeta, v, n) := \text{root}(\mu_a(\kappa, \zeta, v) - \mu_{ac}(n, \zeta), n, 0, 0.001, 2). \quad (15)$$

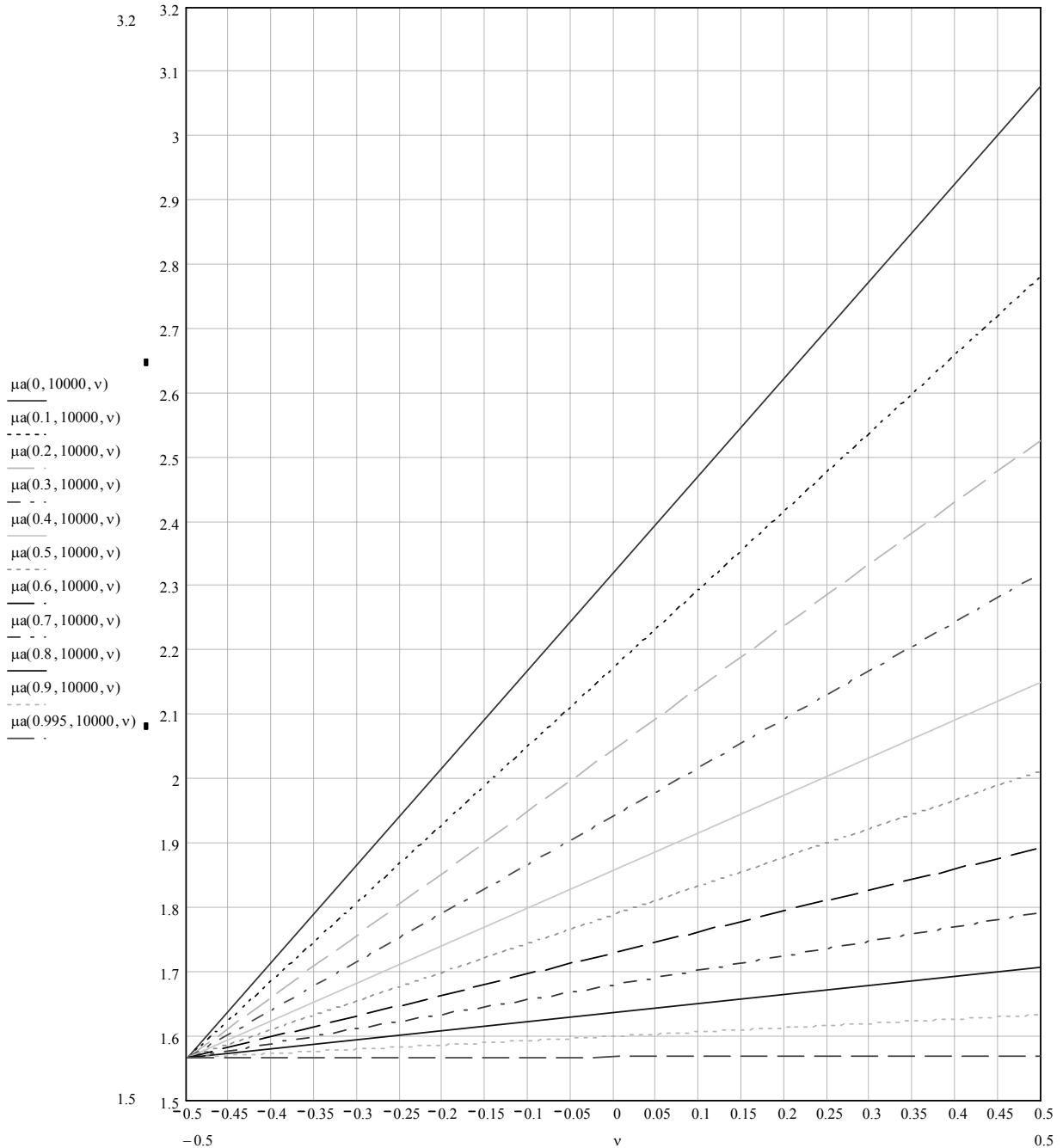


Рис. 1. Изменение $\mu_a(\kappa, 10000, v)$ при максимальных условиях $\zeta \rightarrow \infty$ для тел разных внешних конфигураций при изменении размера κ к внутренней полости

Отметим, что только для канонических сплошных и полых тел с одномерным температурным полем индекс $v=v_{\text{спл}}$ не зависит от ζ и численно равен $v=0,5, n=2$; $v=0, n=1$; $v=-0,5, n=0$ для сферических, цилиндрических и плоских оболочек, соответственно. Для реальных тел с многомерным температурным полем $v=v_{\text{спл}}$ является комплексной характеристикой, зависящей как от критерия ζ , так и от других физико-геометрических параметров сплошного тела [5], что необходимо помнить при пользовании формулами (12), (13) и (15).

В качестве примера на рис. 1 показаны графики изменения $\mu_a(\kappa, 10000, v)$ при максимальных условиях $\zeta \rightarrow \infty$ для тел разных внешних конфигураций при изменении размера κ к внутренней полости через 0,1 от $\kappa=0$ (верхняя кривая, сплошные тела) до

$\kappa \rightarrow 1$ (нижняя горизонтальная прямая, тонкостенные оболочки разной формы, $L \ll r_2$). Как видно из рисунка, в пределах значений $-0,5 \leq v \leq 0,5$ ход изменения μ_a от v близок к линейному.

Критерием надежности определения значений $\mu_a(\kappa, \zeta, v)$ и $n_a(\kappa, \zeta, v, n)$ может служить их сравнение с точными значениями этих величин для сферических и цилиндрических оболочек. Для сферических оболочек первые точные значения параметра $\mu_{st}(\kappa, \zeta, v)$ являются корнями трансцендентного уравнения $\Phi(s)=0$ —см. (3)—и находятся с помощью операции

$$\mu_{st}(\kappa, \zeta, v) := \text{root} \left[\frac{-\kappa v^2 + (1-\kappa)(\zeta - 1 + \kappa)}{v[(1-\kappa)^2 + \kappa v]} + \cot v, v, 0.001, \pi \right]. \quad (16)$$

Фактор формы $n_{st}(\kappa, \zeta, n)$ является первым корнем уравнения

$$n_{st}(\kappa, \zeta, n) := \text{root}(\mu_{st}(\kappa, \zeta, n) - \mu_t(n, \zeta), n, 0, 0.001, 2). \quad (17)$$

Аналогично для цилиндрических оболочек операции вычисления $\mu_{ct}(\kappa, \zeta, v)$ и $n_{ct}(\kappa, \zeta, n)$ формулируются в виде

$$\mu_{ct}(\kappa, \zeta, v) := \text{root}(f_{ct}(\kappa, \zeta, v), v, 0, 0.0001, 2.5), \quad (18)$$

где

$$f_{ct}(\kappa, \zeta, v) := \frac{J_1\left(\frac{\kappa v}{1-\kappa}\right)Y_0\left(\frac{v}{1-\kappa}\right) - J_0\left(\frac{v}{1-\kappa}\right)Y_1\left(\frac{\kappa v}{1-\kappa}\right)}{J_1\left(\frac{\kappa v}{1-\kappa}\right)Y_1\left(\frac{v}{1-\kappa}\right) - J_1\left(\frac{v}{1-\kappa}\right)Y_1\left(\frac{\kappa v}{1-\kappa}\right)} - \frac{v}{\zeta}, \quad (19)$$

$$n_{ct}(\kappa, \zeta, n) := \text{root}(\mu_{ct}(\kappa, \zeta, n) - \mu_t(n, \zeta), n, 0.001, 1). \quad (20)$$

Так как для цилиндрических оболочек значение $v=0$ является полюсом уравнения (19), в вычислениях выбираются близкие к нулю значения $v=-0,0001$ или $v=0,0001$, обеспечивающие практически одинаковый результат расчетов. Для концентрических сферических и цилиндрических оболочек определяющим размером является их толщина $L=r_2-r_1$. Функция $\mu_t(n, \zeta)$ определяется зависимостью

$$\mu_t(n, \zeta) = \frac{\mu_{t\infty}(n)}{\sqrt[4]{1 + \frac{4}{\zeta} + \frac{(\mu_{t\infty})^4}{(n+1)^2 \zeta^2}}}, \quad (21)$$

в которой

$$\mu_{t\infty}(n) = 1,5708 + 0,8826n - 0,0486n^2 \quad (22)$$

устанавливает взаимосвязь первого собственного числа уравнения

$$J_v(\mu) = 0 \quad (23)$$

с индексом v сплошного тела при $\zeta = \infty$ в диапазоне значений $-0,5 \leq v \leq 0,5$, что соответствует изменению фактора формы n сплошного тела в пределах $0 \leq n \leq 2$, так как для него $n=2v+1$.

Полученные расчетные соотношения (8)–(22) выявляют ряд особенностей динамики теплообмена полых однородных тел разной формы в зависимости от интенсивности теплообмена ζ и величины внутренней полости (изменение параметра κ).

1. Тела разной внешней формы с внутренними полостями при значении $\zeta \rightarrow \infty$ и изменении параметра κ в пределах $0 \leq \kappa \leq 1$ трансформируются от первоначального состояния сплошного тела с индексом $v_{\text{спл}}$ или фактором формы $n_{\text{спл}}$ к предельному случаю плоской стенки с индексом $v=-0,5$ (фактором формы $n=0$), что подтверждается графиками рис. 1. Влияние величины полости определяется наклоном кривых $\mu_a(\kappa, \zeta, v)$ к оси v .

2. Характеристические кривые изменения критерия

$$M_a(\kappa, \zeta, \nu) = \frac{m_a(\kappa, \zeta, \nu)}{m_a(\kappa, \infty, \nu)} = \left(\frac{\mu_a(\kappa, \zeta, \nu)}{\mu_a(\kappa, \infty, \nu)} \right)^2 \quad (24)$$

в зависимости от ζ для тел с полостями выходят за границы, очерченные кривыми сплошных тел (рис. 3 – шар $\circ$, цилиндр $\times$, пластина $+$), однако этот максимальный для сферических оболочек выход в пределах изменения полости $0,2 \leq \kappa \leq 0,6$ незначителен (см. рис. 2).

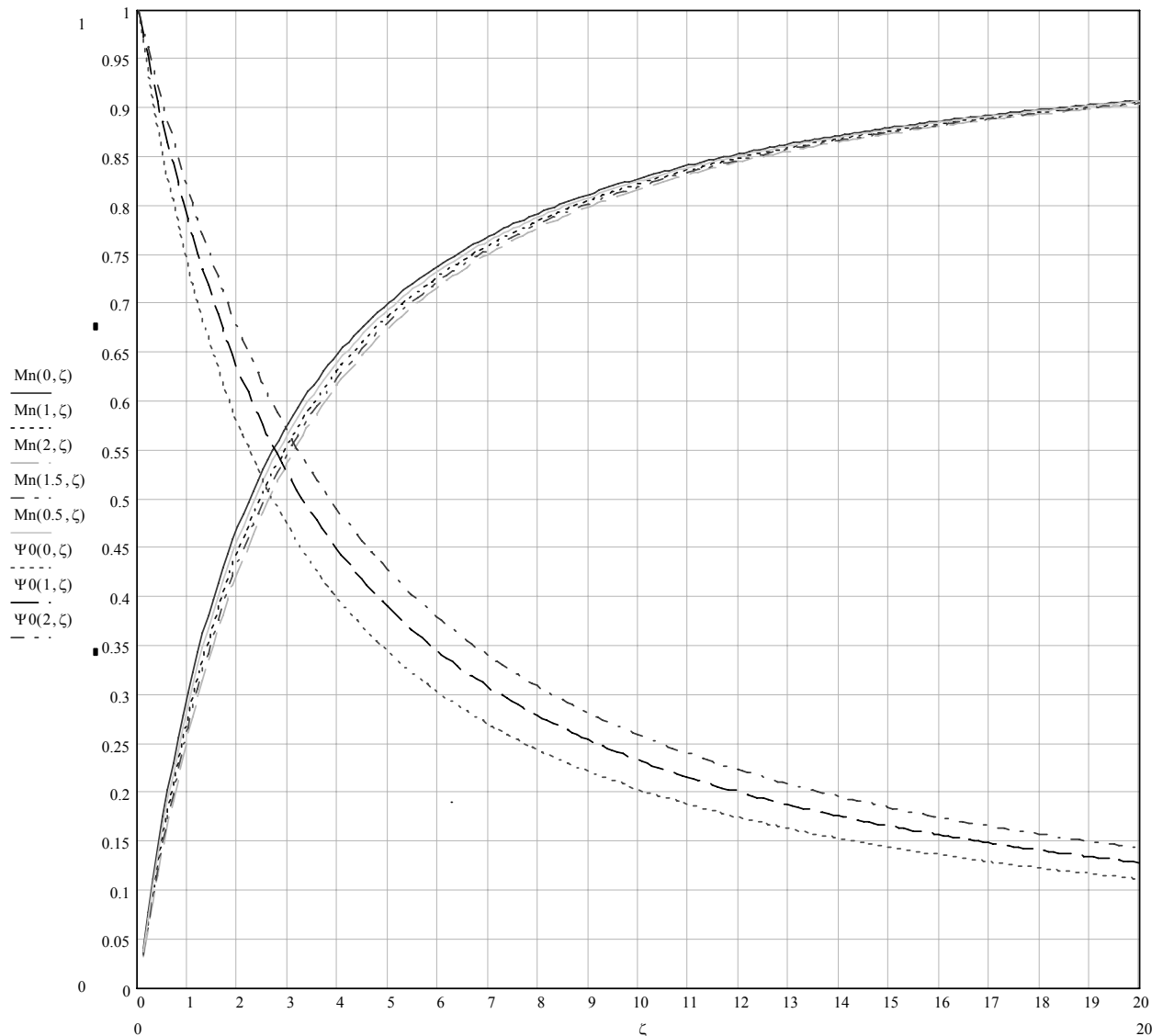


Рис. 2. Изменение критерия M_a в зависимости от ζ для тел с полостями

3. Фактор формы $n = n_a(\kappa, \zeta, \nu, n)$ тел с полостями является ключевым для расчета характерных температур этих объектов и находится в соответствии с операциями (15), (17) и (20). На рис. 3 приведены значения факторов формы полых тел, вид внутренней поверхности которых подобен наружной поверхности тела, при экстремальных условиях теплообмена $\zeta = 100000$, что практически равнозначно $\zeta = \infty$, в зависимости от размера полости $\kappa = r_1/r_2$. Кривые, идущие сверху вниз, отображают значения факторов формы различных тел: 1—сферические оболочки ($n_{\text{спл}}=2$), полый ограниченный архимедов цилиндр ($n_{\text{спл}}=1,64$), полый куб ($n_{\text{спл}}=1,43$), неограниченной длины полый цилиндр ($n_{\text{спл}}=1$) и квадратная полая призма ($n_{\text{спл}}=0,776$), полая стенка

($n_{\text{спл}}=0,02$). Точные значения $n_{st}(\kappa, \infty, n)$ и $n_{ct}(\kappa, \infty, n)$ для сферических и цилиндрических оболочек, рассчитанные согласно (17) и (20), показаны значками + и $\circ$ и подтверждают их хорошее совпадение с приближенными, полученными на основе (15).

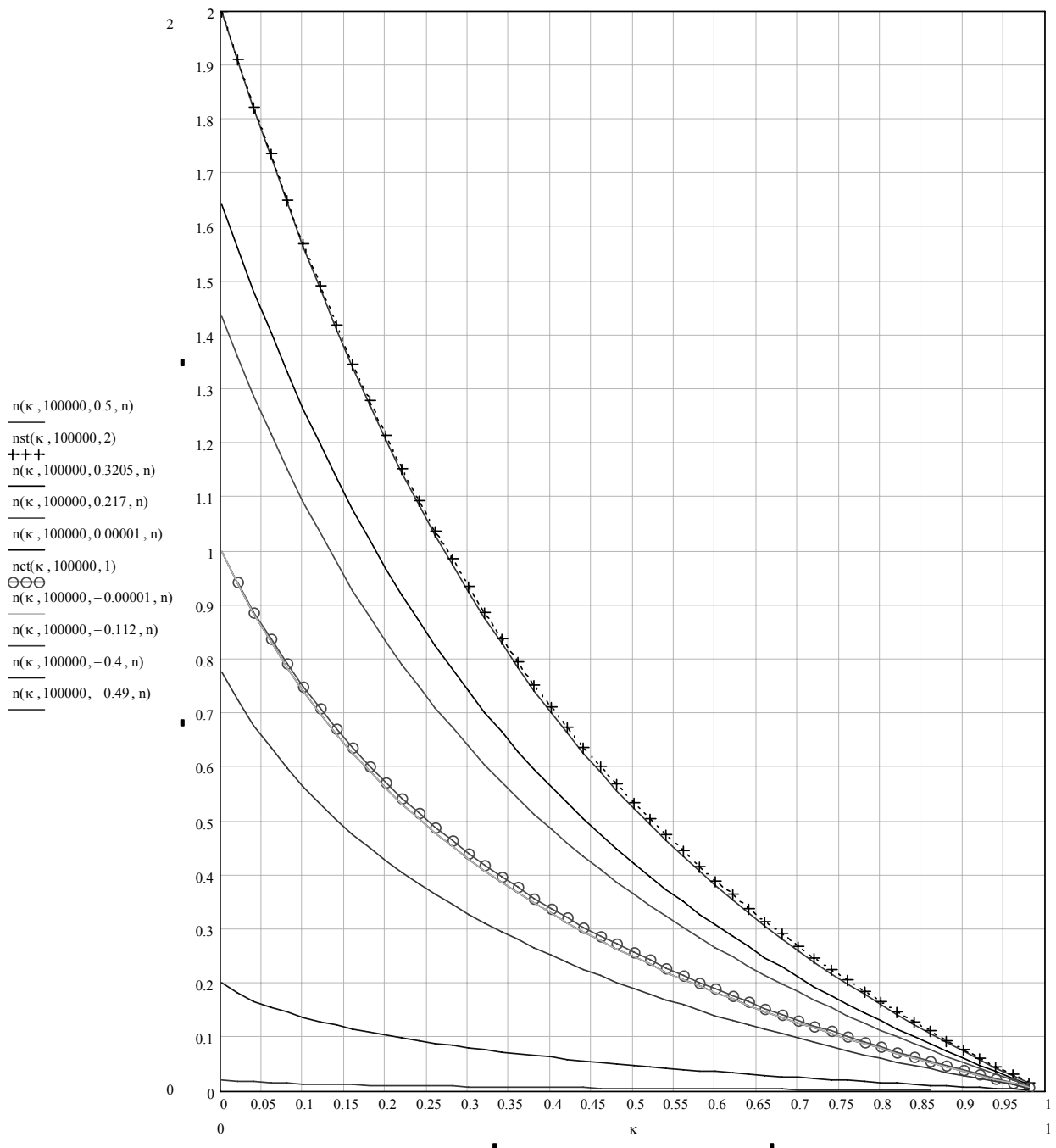


Рис. 3. Значения факторов формы полых тел, вид внутренней поверхности которых подобен наружной поверхности тела при экстремальных условиях теплообмена в зависимости от размера полости $\kappa = r_1/r_2$

Все выше рассмотренные равнотолщинные оболочки при $\kappa \rightarrow 1$ переходят в плоскую стенку заданной толщины L , для которой $n=0$. При $\kappa \rightarrow 0$ внутренняя полость исчезает и $n_a(\kappa, \infty, v, n)$ переходит в фактор формы $n_\infty = n(\infty)$ соответствующего сплошного тела, значение которого находится по рекомендациям работы [5].

4. Для расчета температуры тел с внутренними полостями рекомендуется, как и для сплошных тел, применять приближенные передаточные функции [4]:

$$Y_e(n, \rho, \zeta, s) = \frac{\exp[-\tau_e(n, \rho, \zeta)s]}{1 + \varepsilon(n, \rho, \zeta)s}, \quad (25)$$

$$Y_d(n, \rho, \zeta, s) = \frac{1 + \varepsilon_d(n, \infty) \rho^2 s}{[1 + \varepsilon_d(n, \zeta) s][1 + \tau_d(n, \rho, \zeta) s]} \quad (26)$$

соответственно для температуры $t(n, \rho, \zeta, \tau)$ внутренних и внешних областей полого тела при различных видах воздействия температуры внешней среды $t_c(\tau)$.

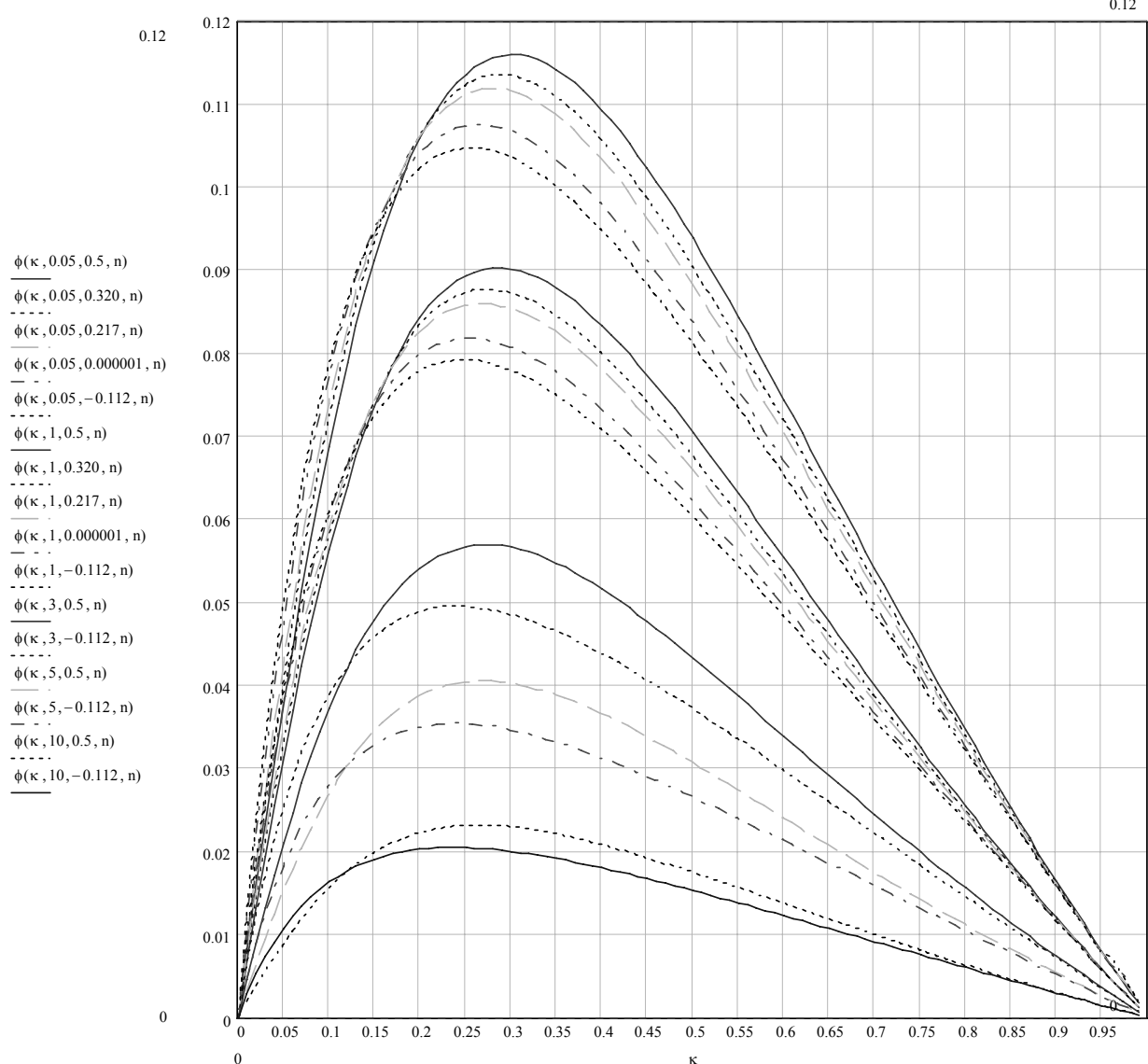


Рис. 4. Влияние критерия ζ на изменение фактора формы полых тел

В отличие от сплошного тела, относительная обобщенная координата ρ для полых тел отсчитывается от их внутренней поверхности, определяемой координатой r_1 :

$$\rho = \frac{r-r_1}{r_2-r_1} = \frac{r-r_1}{L}. \quad (27)$$

Значениям $\rho = 0$ соответствует средняя температура внутренней поверхности полого тела, а $\rho = 1$ – наружной поверхности. Формулы для расчета координат регулярной ρ_{reg} , среднеобъемной ρ_V поверхностей в переходных процессах сохраняют тот же вид, что и для сплошных тел [4].

5. Влияние критерия ζ на изменение фактора формы полых тел количественно определяется функцией

$$\frac{\delta n(\kappa, \zeta, \nu, n)}{n_{\text{спл}}} = \frac{n_a(\kappa, \zeta, \nu, n) - n_a(\kappa, \infty, \nu, n)}{n_{\text{спл}}}, \quad (28)$$

вид которой показан на рис. 4. Сверху вниз выделены три группы кривых, каждая из которых рассчитана для значений $\zeta=0,05; 1; 5$. Внутри группы также сверху вниз показано изменение $\delta n(\kappa, \zeta, \nu, n)/n_{\text{спл}}$, соответственно для полых тел (сфера, архимедов цилиндр, куб, бесконечной длины цилиндр и квадратная призма). Нижняя одиночная кривая построена для сферической оболочки при $\zeta=10$. Для заданных значений ζ максимум изменения $\delta n/n_{\text{спл}}$ наблюдается в интервале значений $\kappa=0,2\dots 0,4$. Общей тенденцией, как следует из графиков рис. 4, является возрастание фактора n с уменьшением ζ для всех рассмотренных полых тел в диапазоне значений $0,25 \leq \kappa \leq 1$.

5. Если внутренняя и внешняя поверхности полого тела не являются подобными или их центры смещены относительно друг друга, расчет фактора формы n и определяющего размера L усложняется и требует отдельного рассмотрения.

Литература

1. Андреева Л.Б., Ярышев Н.А. Передаточные функции для температуры криволинейных стенок и полых тел при обобщенных тепловых воздействиях // Инженерно-физический журнал, 1970. Т. 19, № 6. С. 1110–1117.
2. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964.
3. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967.
4. Ярышев Н.А. Расчет температуры однородного сплошного объекта при конвективном теплообмене // Изв. вузов. Приборостроение. 2000. Т.43, № 4. С.61–66.
5. Ярышев Н.А. Факторы формы тел в задачах нестационарной тепло проводности // Изв. вузов. Приборостроение. 2001. Т.44, № 3. С.40–44.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ПОЛИМОРФНОГО ПРЕВРАЩЕНИЯ ТИТАНОВЫХ СПЛАВОВ В ПРОМЫШЛЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЯХ

Л.В. Гоголев, А.В. Шарков

Рассматриваются методы определения температуры полиморфного превращения титановых сплавов и приводится описание экспериментальной установки, измерительная ячейка которой собрана на основе тепловой трубы.

Титановые сплавы широко применяются в различных отраслях промышленности, авиастроении, судостроении и др. Для соблюдения правильной технологии прокатки необходимо знание температуры полиморфного превращения (ТПП) титанового сплава. Если перед прокатным станом материал недогреть до требуемого уровня температуры и титан остался в очень твердой α -фазе, то велика вероятность поломки узлов самого прокатного стана. Если материал перегреть выше ТПП, то он полностью теряет свойства упругости и твердости, и эта партия идет в брак. Интервал ТПП для большинства сплавов титана лежит в диапазоне примерно 20–40 К на уровне 750–1050 °С (табл. 1) [1].

Таблица 1

Сплав	BT1-00	AT3	OT4-0	OT4	BT4	BT5
ТПП, °С	880-890	940-1000	860-930	920-960	960-1000	980-1030

BT6	BT8, BT9	BT14	BT15	BT23	TC5	TC6
970-1010	980-1020	920-960	750-800	890-930	970-1020	770-810

При фазовом переходе изменяются многие физические свойства: плотность, коэффициенты линейного расширения, электропроводность, удельное электрическое сопротивление, термоэлектрические, коэффициент излучения. Но наиболее резко изменяется теплоемкость. Яркой иллюстрацией этого является резкий скачок атомной теплоемкости чистого титана при 1155 К (882 °С), когда она достигает величины 126 Дж/(К · г-атом). Этот скачок связан с полиморфным превращением – переходом α -Ti $\rightarrow$ β -Ti (рис. 1).

В настоящее время на ведущих предприятиях, занимающихся прокатом титана, распространен надежный кристаллографический метод определения ТПП (метод пробных закалок) [1]. Метод пробных закалок реализуется следующим образом: партия титановых образцов одной плавки, по форме близкой к кубу (10×10×10 мм³ каждый), разделена на несколько групп по 4–5 штук. Первую группу образцов разогревают до температуры примерно на 30 К ниже ожидаемой ТПП. Группу быстро вынимают из печи и резко охлаждают в воде, фиксируя кристаллическую структуру. В печь сразу загружают новую группу образцов и разогревают до температуры примерно на 5 К выше предыдущей. После выдержки около часа эту группу также выгружают и охлаждают, затем еще одну группу и т.д., постепенно приближаясь к ТПП. Образцы маркируют по уровню температуры, спиливают, полируют, протравливают кислотой и под микроскопом определяют кристаллическую структуру и концентрацию α - β -фаз.

Недостатком метода пробных закалок является его трудоемкость и длительность, а также высокие требования к точности аппаратуры – погрешность

определения температуры в зоне нагрева образцов не должна превышать ± 1.5 К на уровне 1000 °С, а. неизотермичность в рабочем объеме не должна превышать ± 0.3 К.

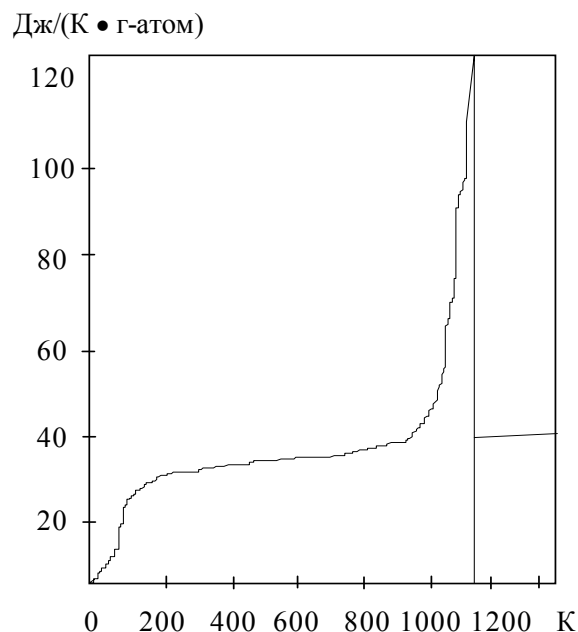


Рис. 1. Зависимость атомной теплоемкости чистого титана от температуры

Установки, применяемые в настоящее время на предприятиях, не обеспечивают необходимой точности измерения. Анализ измерений ТПП на этих установках показал, что неизотермичность рабочего объема печи составляет несколько градусов, а на разных установках одного и того же предприятия разница в результатах определения ТПП превышает 5 К.

Исходя из этого, для уменьшения количества брака при технологической обработке возникает необходимость создания новой аппаратуры, удовлетворяющей современным требованиям по точности определения ТПП, или использования других, более простых методов измерения, например, метода дифференциального термического анализа (ДТА). Суть этого метода состоит в регистрации температуры образца при его нагреве и определении температуры, при которой наблюдается максимальное ее отклонение от температуры печи $\Delta T = (T_{\text{обр}} - T_{\text{печи}})$. Блок-схема установки представлена на рис. 2.

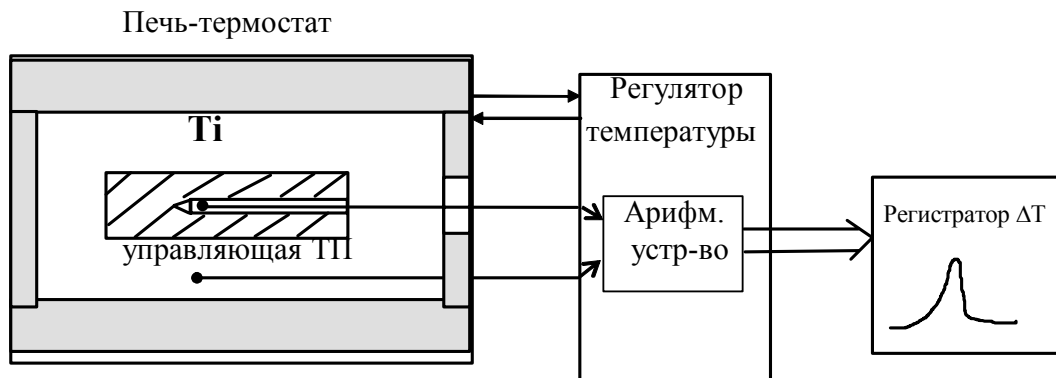


Рис. 2. Схема установки

ДТА-метод был реализован на установке, измерительная ячейка которой показана на рис. 3. Из-за свойства титана при нагреве впитывать кислород из воздуха в установке предусмотрена возможность нагрева образца в среде нейтрального газа.

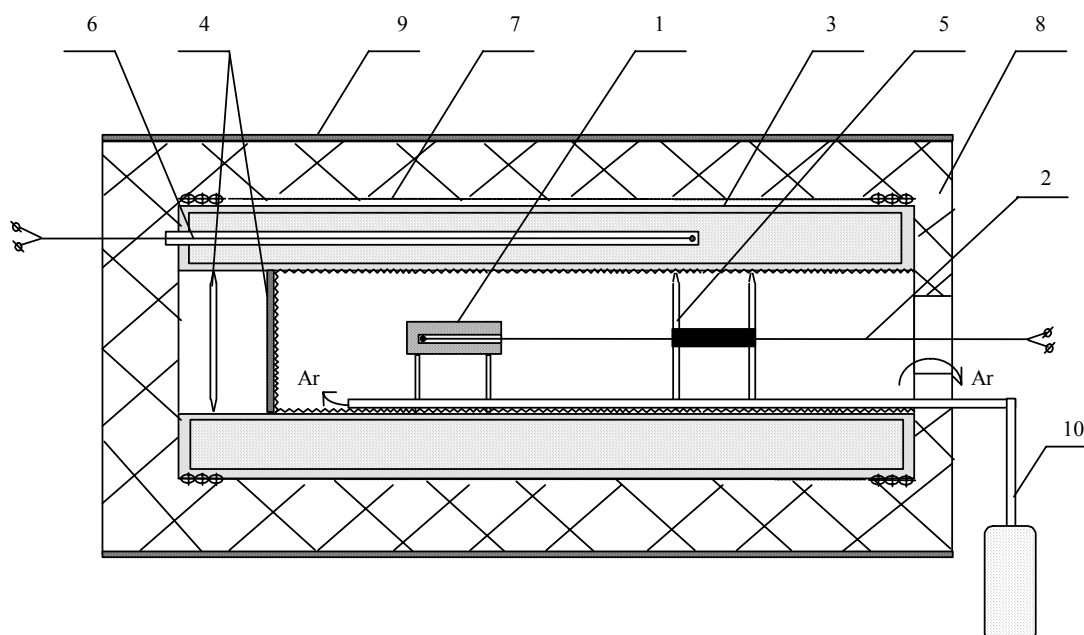


Рис. 3. Измерительная ячейка установки

Основными элементами печи-термостата (рис. 3) являются образец 1, измерительная термопара 2, тепловая труба 3, экраны 4 и 5, управляющая термопара 6, нагреватель 7, теплоизоляция 8, корпус печи 9, система подачи нейтрального газа (аргона) 10.

Использование высокотемпературной коаксиальной натриевой тепловой трубы в конструкции печи-термостата позволило:

- значительно упростить конструкцию, сохранив высокие метрологические параметры установки (без тепловой трубы пришлось бы создавать многозонную печь со сложной системой управления);
- уменьшить габариты установки почти в два раза по сравнению с существующими;
- получить высокие метрологические характеристики в динамическом режиме измерений.

Установка обеспечивает неравномерность осевого распределения температуры в рабочей зоне в пределах $\pm 0,3$ °C на длине не менее 250 мм в рабочем диапазоне температур от 500 до 900 °C, нестабильность поддержания температуры рабочей зоны не превышает $\pm 0,2$ К.

Для определения технических характеристик установки была проведена серия измерений ТПП сплава ВТ1-0 на 4-х образцах. На рис. 4 в качестве примера представлены типичные ДТА-кривые. Сверху изображен график температуры печи и образца одновременно. Наблюдается отклонение ΔT температуры образца от температуры печи при приближении к ТПП. На нижнем графике ДТА-кривая демонстрирует скачок разности температур.

По результатам измерений величина ТПП составила 905,1 °C, при этом случайная погрешность не превышает ± 1 К.

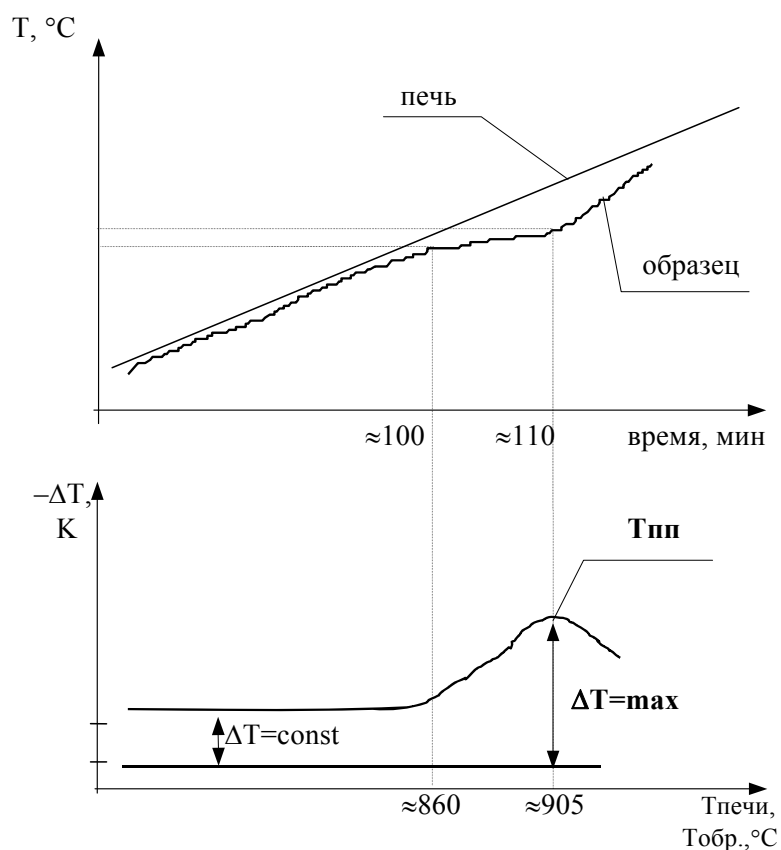


Рис. 4. Пример температурных измерений

Измерения проведены при скорости разогрева 2.5 К/мин. Скорость подбирается экспериментально, исходя из габаритов образца, величины ΔT и других параметров. До фазового перехода отставание температуры образца от температуры печи составляет не более 3.5 К, при фазовом переходе ΔT возрастает до 7–8 К. При скорости разогрева 5 К/мин отставание составит 8 К, а при фазовом переходе около 17 К. При этом максимум ΔT сдвигается в область более высоких температур примерно на 4.5 К.

В заключение следует отметить, что созданная установка позволяет определить ТПП с необходимой для титановых сплавов точностью и обеспечивает реализацию не только метода ДТА, но и метода пробных закалок.

Литература

1. Глазунов С.Г. Металлография титановых сплавов. М., 1980.
2. Конструкционные титановые сплавы // Тезисы докл. Школы, 13-18 марта 1977 / Ред. Богачев И.Н. Пермь: НТО Машпром, 1977
3. Колачев Б.А. Физическое металловедение титана. М.: Металлургия, 1976
4. Чернецов В.И. Способ определения фазового состава титановых сплавов. Л.: ЛДНТП, 1989

ПРИБОРНЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ ИСПЫТАНИЙ ТЕХНИКИ И СРЕДСТВ ЗАЩИТЫ НА УСТОЙЧИВОСТЬ К МОЩНЫМ ТЕПЛОВЫМ ВОЗДЕЙСТВИЯМ

**В.Г. Бахмат, П.С. Брусницын, Д.П. Волков,
В.А. Кораблев, С.Л. Макаров, А.В. Шарков, О.А. Некрасов**

Аппаратура и средства защиты для работы человека в экстремальных условиях должны обладать высокой надежностью, удобством в использовании, совместимостью с другими элементами техники (например, средства связи, поиска, диагностики и т.п.). Основные требования, а также методики испытаний средства защиты изложены в стандартах [1, 2]. Эти стандарты позволяют на основе свойств каждого отдельного элемента средств защиты (шлем, защитный костюм, обувь) определить их соответствие гигиеническим нормам, удобство использования и ношения.

При проведении сравнительных испытаний различных комплектов средств защиты требуется аппаратура, в которую должны входить следующие элементы:

- источник теплового излучения, способный создавать поток инфракрасного излучения плотностью до 40 кВт/м^2 на поверхности размером 0.6×0.6 метра для облучения элемента защитных средств (капюшон, шлем, забрало, защита груди, брюки или обувь);
- устройство для измерения температуры с инерционностью не более 1 с;
- устройство для измерения плотности лучистого теплового потока в диапазоне $5\text{--}40 \text{ кВт/м}^2$;
- устройство для регистрации сигнала от термометров с числом каналов не менее 6 и частотой опроса не менее 1 Гц по каждому каналу;
- манекен, приспособленный для одевания защитной одежды и оборудования и имеющий массогабаритные характеристики человека.

Разработанный приборный комплекс включает в себя следующие приборы и устройства:

- генератор инфракрасного излучения;
- комплект термоэлектрических термометров;
- автоматизированная система измерения температуры;
- преобразователь интегральных тепловых потоков;
- манекен для тепловых испытаний.

Ниже приведены краткие характеристики этих приборов и устройств.

1. Генератор инфракрасного излучения

В современной исследовательской практике для создания мощных лучистых потоков используются галогенные лампы, трубчатые металлические нагреватели [3] и инфракрасные лампы [4]. Для проведения испытаний эти излучатели непригодны, так как мощное излучение галогенных ламп может повредить зрение, а с помощью существующих трубчатых нагревателей и инфракрасных ламп невозможно получить тепловой поток плотностью 40 кВт/м^2 . В качестве источника излучения был выбран нагреватель из кварцевой трубы, внутри которой установлена спираль из нихромовой проволоки. Диаметр трубы 22 мм, длина 600 мм, потребляемая электрическая мощность 2,2 кВт. При этих параметрах температура поверхности кварца превышает 1000 К. Девять таких излучателей установлены параллельно в корпус с отражающими экранами из никелевой фольги. Питание нагревателей осуществляется переменным током от трехфазной сети 380 В. На расстоянии 0,2 м от поверхности излучателей плотность лучистого теплового потока достигает 40 кВт/м^2 и при увеличении этого расстояния убывает. Максимальная спектральная плотность излучения находится на

длине волны 3 мкм. Время выхода на рабочий режим генератора составляет 15 минут, мощность полезного излучения - 14 кВт.

2. Комплект термоэлектрических термометров

Для измерения температур в процессе испытаний требуются термометры, обладающие малой инерционностью, высокой чувствительностью и возможностью применения в труднодоступных местах на расстоянии до 15 м от регистрирующих приборов. Для этой цели изготовлен кабель из 6 термопар типа хромель-копель [5]. Диаметр электродов 0,2 мм, изоляция каждой термопары и общая теплоизоляция кабеля выполнены плетением из кремнеземной нити и пропитаны высокотемпературной композицией. Тепловая инерция термопары составляет 1 с, статические характеристики соответствуют ГОСТ 3044-84. Комплект термоэлектрических термометров может применяться в диапазоне температур от -50 °С до 600 °С. Погрешность измерения не превышает ± 1 К. Рабочие спаи термопар могут быть установлены на поверхности и в толще испытуемых материалов, на обмундировании и поверхности оборудования.

3. Автоматизированная система измерения температуры

Выпускаемые промышленностью и рекомендованные стандартами средства преобразования и регистрации сигнала от термометров не обладают требуемым быстродействием, поэтому была разработана автоматизированная система измерения температур, состоящая из блока холодных спаев, шестиканального усилителя постоянного тока и платы L-154, установленной в системном блоке ЭВМ и включающей в себя 32-канальный коммутатор и быстродействующий аналого-цифровой преобразователь. Разработанное программное обеспечение позволяет измерять температуру в 6 точках с частотой опроса 1 Гц по каждому из каналов, накапливать получаемую информацию и отображать ее в реальном масштабе времени в виде таблиц или графиков. Система может быть расширена до 32 каналов, а частота опроса увеличена до 100 Гц.

4. Преобразователь интегральных тепловых потоков

Стандарты [1,2] регламентируют проведение испытаний при фиксированных значениях лучистых тепловых потоков. Для измерения этих потоков применяются радиометры, например, описанные в работе [7], актинометры, тепломеры и другие устройства. Среди них нет прибора, способного измерять лучистые тепловые потоки до 50 кВт/м^2 и при этом сохранять работоспособность длительное время, поэтому был разработан оригинальный преобразователь интегральных тепловых потоков в электрический сигнал. Принцип действия этого прибора основан на нагревании твердой серой поверхности поглощенным тепловым потоком. Перепад температур между этой поверхностью и холодными деталями пропорционален плотности падающего на поверхность лучистого теплового потока.

Основание прибора термостатировано и защищено от перегревов водяным охладителем. Передняя поверхность преобразователя защищена хромированным экраном, в котором сделано отверстие для прохождения теплового потока, частично закрытое никелевой сеткой, которая ослабляет падающий на нее тепловой поток и уменьшает влияние внешних конвективных тепловых потоков.

Градуировка преобразователя производится при помощи модели абсолютно черного тела, выполненной в виде цилиндрической полости, температура которой может изменяться в пределах 20–650 °С. Полость выполнена в медном цилиндре, на поверхности которого установлен электрический нагреватель и термопара типа хромель-копель. При проведении градуировки считается, что полость излучает

тепловой поток в соответствии с законом Стефана-Больцмана.

5. Манекен для тепловых испытаний

Для проверки защитной одежды в экстремальных условиях изготовлен манекен. Он одет в униформу из шерстяных тканей, на ее поверхности можно устанавливать датчики температуры. Масса и габариты манекена соответствуют данным среднего человека. Имеется возможность перемещать манекен при помощи штатива, установленного на роликах, предусмотрено приспособление для подвески и протягивания термопарного кабеля. В процессе испытаний манекен одевают в защитную одежду, устанавливают рабочие спаи термопар в требуемых местах и по команде перемещают в заранее определенную точку с требуемыми значениями плотности теплового потока или температуры воздуха.

Разработанный приборный комплекс позволяет проводить испытания защитной одежды и оборудования и исследования в области противопожарной техники на современном техническом и научном уровне.

Литература

1. Международный стандарт ISO6942.
2. Международный стандарт ISO9151.
3. Андрейчук О.Б., Малахов Н.Н. Тепловые испытания космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1982. 143 с.
4. Левитин И.Б. Инфракрасная техника. Л.: Энергия, 1973. 157 с.
5. Чистяков В.С. Краткий справочник по теплотехническим измерениям. М.: Энергоатомиздат, 1990. 320 с.
6. Преобразователи термоэлектрические. ГОСТ 3044-84.
7. Геращенко О.Г., Сажина С.А. Радиометр абсолютный РАСС-1 для измерения интегральных полусферических лучистых тепловых потоков. Киев: "Реклама", 1979.

ВАРИАЦИОННОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО СУЩЕСТВОВАНИЯ ЛАКУНЫ В СПЕКТРЕ ЛАПЛАСИАНА ДИРИХЛЕ ДЛЯ ПЕРИОДИЧЕСКИ СВЯЗАННЫХ ВОЛНОВОДОВ

О.П. Мельничук, И.Ю. Попов

Развитие нанoeлектроники породило большое количество задач, связанных с описанием новых систем. Проблема состоит в решении уравнения Шредингера в различных ситуациях. В случае баллистического транспорта задача сводится к решению уравнения Гельмгольца с условиями Дирихле на границах областей. Представляет интерес описание распространения электронной волны по волноводам, связанным через малые отверстия. Подобные системы могут использоваться для создания новых нанoeлектронных устройств (квантовый интерференционный транзистор, квантовые переключатели и т.п.) [1]. Транспортные свойства электрона тесно связаны со спектральными свойствами соответствующего лапласиана Дирихле [2].

В [3, 4] показано, что наличие отверстия связи между двумя параллельными полосами приводит к возникновению связанного состояния, близкого к границе непрерывного спектра, и получены его вариационные оценки. В настоящей работе рассматривается случай двух полос с условием Дирихле, соединенных через периодическую систему малых отверстий. В этой ситуации возникает уже не связанное состояние, а зона. Для получения вариационной оценки верхнего края зоны, т.е. для величины лакуны, используется аналог метода, изложенного в [3, 4]. Для получения оценки зоны используется стандартное расслоение оператора по квазиимпульсу. Оператор в слое (при фиксированном значении квазиимпульса θ) имеет собственное значение. Оно оценивается с помощью прямых методов вариационного исчисления.

Пусть двумерные волноводы имеют одинаковые поперечные размеры d . Отверстия связи, шириной $2a$, расположены периодически с периодом L . Опишем выбор пробной функции ψ (на одном периоде $[-L/2, L/2]$). Пусть $\psi = F + G$,

$$F_{\left[-\frac{L}{2}, -a\right]}(x, y) = \alpha V(y) \left\{ e^{k(x+a)} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-nL(k-i\theta)} + e^{-k(x-a)} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-nL(k+i\theta)} + e^{k(x+a)} \right\},$$

$$F_{\left[a, \frac{L}{2}\right]}(x, y) = \alpha V(y) \left\{ e^{k(x+a)} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-nL(k-i\theta)} + e^{-k(x-a)} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-nL(k+i\theta)} + e^{-k(x-a)} \right\},$$

$$F_{[a, a]}(x, y) = \alpha V(y) \left\{ 1 + e^{k(x+a)} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-nL(k-i\theta)} + e^{-k(x-a)} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-nL(k+i\theta)} \right\},$$

$$G(x, y) = \sum_{-\infty}^{\infty} \eta \chi_{[Ln-a, Ln+a]} e^{inL\theta} \cos\left(\frac{\pi(x-nL)}{2a}\right) R(y),$$

где

$$R(y) = \begin{cases} e^{\frac{\pi y}{2a}}, & y \in \left[0, \frac{d}{2}\right], \\ 2\left(1 - \frac{y}{d}\right) e^{\frac{\pi d}{4a}}, & y \in \left[\frac{d}{2}, d\right], \end{cases}$$

$$V(y) = \sqrt{\frac{2}{d}} \sin\left(\frac{\pi y}{d}\right).$$

Здесь α , η и k – некоторые параметры, которые будут выбраны в дальнейшем.

Рассмотрим формулу $M(\psi) = (H\psi, \psi) - \frac{\pi^2}{d^2} \|\psi\|^2$, где H – лапласиан Дирихле. Она представима в виде

$$M(\psi) = \|\psi_x\|^2 + \|\psi_y\|^2 - \frac{\pi^2}{d^2} \|\psi\|^2.$$

Для выбранной пробной функции получаем:

$$\begin{aligned} M(\psi) &= \|F_x\|^2 + \|G_x\|^2 + \|G_y\|^2 - \int_{-a}^a G(x, 0) [\bar{F}_x(x, 0) + F_x(x, 0)] + \\ &+ \int_{-a}^a dx \int_0^d dy G_x [\bar{F}_x + F_x]. \end{aligned}$$

Функция F имеет вид:

$$\begin{aligned} F_{\left[-\frac{L}{2}, -a\right]}(x, y) &= \alpha V(y) \{Ae^{k(x+a)} + Be^{-k(x-a)} + e^{k(x+a)}\}, \\ F_{\left[a, \frac{L}{2}\right]}(x, y) &= \alpha V(y) \{Ae^{k(x+a)} + Be^{-k(x-a)} + e^{-k(x-a)}\}, \\ F_{[-a, a]}(x, y) &= \alpha V(y) \{1 + Ae^{k(x+a)} + Be^{-k(x-a)}\}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} A &= \sum_{n=1}^{\infty} e^{-nL(k-i\theta)} = \frac{e^{-nL(k-i\theta)}}{1 - e^{-nL(k-i\theta)}}, \\ B &= \sum_{n=1}^{\infty} e^{-nL(k+i\theta)} = \frac{e^{-nL(k+i\theta)}}{1 - e^{-nL(k+i\theta)}}, \quad A = \bar{B}. \end{aligned}$$

Найдем нормы функций.

$$\begin{aligned} \|F_x\|_{[-a, a]}^2 &= \alpha^2 k \left(AB(e^{4ka} - 1) - 2ake^{2ka} (A^2 + B^2) \right), \\ \|F_x\|_{\left[a, \frac{L}{2}\right]}^2 &= \frac{\alpha^2 k}{2} ((1 + A + B)(1 - e^{-k(L-2a)}) + \\ &+ 2ABe^{2ka} (\sinh kL - \sinh 2ka) - ke^{2ka} (L - 2a)(A^2 + B^2 + A + B)), \\ \|F\|_{\left[a, \frac{L}{2}\right]}^2 &= \frac{\alpha^2}{2k} ((1 + A + B)(1 - e^{-k(L-2a)}) + 2ABe^{2ka} (\sinh kL - \sinh 2ka) + \\ &+ ke^{2ka} (L - 2a)(A^2 + B^2 + A + B)), \\ \|F\|_{[-a, a]}^2 &= \frac{\alpha^2}{k} (2ak + 2(A + B)(e^{2ka} - 1) + AB(e^{4ka} - 1) + 2ake^{2ka} (A^2 + B^2)), \\ \|G_x\|^2 &= \eta^2 \frac{\pi^2}{4a} \|R\|^2, \\ \|G_y\|^2 &= \eta^2 a \|R'\|^2, \\ \|G\|^2 &= a\eta^2 \|R\|^2, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \|R\|^2 &= \frac{a}{\pi} + \left(\frac{d}{6} - \frac{a}{\pi} \right) e^{-\pi d/2a} < \frac{a}{\pi} (1 + \varepsilon), \\ \|R'\|^2 &= \frac{\pi}{4a} + \left(\frac{2}{d} - \frac{\pi}{4a} \right) e^{-\pi d/2a} < \frac{\pi}{4a}, \end{aligned}$$

$$A+B = \frac{2 \cos(\theta L) - 2e^{-kL}}{2 \cosh kL - 2 \cos(\theta L)},$$

$$AB = \frac{e^{-kL}}{2 \cosh kL - 2 \cos(\theta L)},$$

$$A^2 + B^2 = \frac{2 \cos(2\theta L) - 4e^{-kL} \cos(\theta L) + 2e^{-2kL}}{[2 \cosh kL - 2 \cos(\theta L)]^2}.$$

Оставшиеся члены в рассматриваемом выражении для $M(\psi)$ оцениваются следующим образом:

$$\|G_x\|^2 + \|G_y\|^2 < \frac{\pi}{4}(2+\varepsilon)\eta^2,$$

$$\int_{-a}^a G(x,0) [\bar{F}_x(x,0) + F_x(x,0)] = \alpha\eta \sqrt{\frac{2}{d}} \frac{8a}{d},$$

$$\int_{-a}^a dx \int_0^d dy G_x [\bar{F}_x + F_x] = -\alpha\eta \frac{4a\pi k^2 (A+B)}{\pi^2 + 4a^2 k^2} (e^{2ka} + 1) \int_0^d R V dy,$$

$$\int_0^d R V dy = \frac{d}{\pi} \sqrt{\frac{2}{d}} \frac{4a^2}{d^2 + 4a^2} + \frac{2e^{-\frac{\pi d}{4a}}}{\pi} \sqrt{\frac{2}{d}} (1-ad) < \frac{d}{\pi} \sqrt{\frac{2}{d}} \frac{4a^2}{d^2 + 4a^2} (1+\varepsilon_1).$$

Находим, что

$$M(\psi) < \|F_x\|^2 - \alpha\eta \sqrt{\frac{2}{d}} \frac{8a}{d} - \alpha\eta \sqrt{\frac{2}{d}} \frac{16da^3 k^2 (A+B)(e^{2ka} + 1)}{(\pi^2 + 4a^2 k^2)(d^2 + 4a^2)} (1+\varepsilon_1) +$$

$$+ \frac{\pi}{4}(2+\varepsilon)\eta^2.$$

После минимизации последних трех слагаемых по η получаем:

$$-\frac{\alpha^2}{\pi(2+\varepsilon)} \left[\sqrt{\frac{2}{d}} \frac{8a}{d} + \sqrt{\frac{2}{d}} \frac{16da^3 k^2 (A+B)(e^{2ka} + 1)}{(\pi^2 + 4a^2 k^2)(d^2 + 4a^2)} (1+\varepsilon_1) \right]^2 =$$

$$= -\alpha^2 \frac{2^7 a^2}{\pi d^3 (2+\varepsilon)} (1-\varepsilon_2),$$

т.е.

$$M(\psi) < \|F_x\|^2 - \alpha^2 \frac{2^7 a^2}{\pi d^3 (2+\varepsilon)} (1-\varepsilon_2).$$

При достаточно малых k $M(\psi) < 0$, поэтому для оценки сверху дроби $M(\psi)/\|\psi\|^2$ мы можем увеличивать ее знаменатель:

$$\|\psi\|^2 \leq 2\|F\|_{a < x < \frac{L}{2}}^2 + 2\|F\|_{-a < x < a}^2 + 2\|G\|_{-a < x < a}^2 = 2\|F\|_{a < x < \frac{L}{2}}^2 + 2\|F\|_{-a < x < a}^2 + 2a\eta^2 \|R\|^2.$$

Последнее слагаемое имеет порядок a^5 , поэтому

$$\|\psi\|^2 \leq 2 \left(\|F\|_{a < x < \frac{L}{2}}^2 + \|F\|_{-a < x < a}^2 \right) (1+\varepsilon_3).$$

Значение нормы $\|F\|^2$ существенно зависит от значений величин AB , $A+B$ и A^2+B^2 при различных θ и достаточно малых k . Эти величины будут различного порядка по k при $\theta = 0$ и $\theta \neq 0$:

$$\begin{aligned}
A+B &= \frac{2\cos(\theta L) - 2\left(1 - kL + \frac{k^2 L^2}{2} - \frac{k^3 L^3}{6} + o(k^3)\right)}{2\left(1 + \frac{k^2 L^2}{2} + \frac{k^4 L^4}{24} + o(k^4)\right) - 2\cos(\theta L)} = \\
&= \begin{cases} \frac{2}{kL} - 1 + \frac{1}{6}kL + o(k), & \theta = 0, \\ \frac{-2(1-\gamma) + 2kL + o(k)}{2(1-\gamma) + o(k)}, & \theta \neq 0, \end{cases} \\
AB &= \frac{1 - kL + \frac{k^2 L^2}{2} - \frac{k^3 L^3}{6} + o(k^3)}{2\left(1 + \frac{k^2 L^2}{2} + \frac{k^4 L^4}{24} + o(k^4)\right) - 2\cos(\theta L)} = \\
&= \begin{cases} \frac{1}{k^2 L^2} - \frac{1}{kL} + \frac{5}{12} - \frac{1}{12}kL + o(k), & \theta = 0, \\ \frac{1 - kL + o(k)}{2(1-\gamma) + o(k)}, & \theta \neq 0, \end{cases} \\
A^2 + B^2 &= \\
&= \frac{2\cos(2\theta L) - 4\left(1 - kL + \frac{k^2 L^2}{2} - \frac{k^3 L^3}{6} + \frac{k^4 L^4}{24} - \frac{k^5 L^5}{120} + o(k^5)\right)\cos(\theta L)}{\left[2\left(1 + \frac{k^2 L^2}{2} + \frac{k^4 L^4}{24} + o(k^4)\right) - 2\cos(\theta L)\right]^2} + \\
&+ \frac{2\left(1 - 2kL + 2k^2 L^2 - \frac{4k^3 L^3}{3} + \frac{2k^4 L^4}{3} - \frac{4k^5 L^5}{15} + o(k^5)\right)}{\left[2\left(1 + \frac{k^2 L^2}{2} + \frac{k^4 L^4}{24} + o(k^4)\right) - 2\cos(\theta L)\right]^2} = \\
&= \begin{cases} \frac{2}{k^2 L^2} - \frac{2}{kL} + \frac{5}{6} - \frac{1}{6}kL + o(k), & \theta = 0, \\ \frac{-2\gamma(2-\gamma) - 4kL(1-\gamma) + o(k)}{4(1-\gamma)^2 + o(k)}, & \theta \neq 0, \end{cases}
\end{aligned}$$

где $\gamma, -1 < \gamma < 1$, - это значение $\cos(\theta L)$.

Оценим знаменатель сверху, выбирая значения ψ при $\theta=0$.

$$\|\psi\|^2 \leq \frac{1}{k^2} \left(\frac{4}{L} + o(k^0) \right) \square \frac{C_1}{k^2}.$$

Норму $\|F_x\|$ в числителе будем оценивать также сверху:

$$\|F_x\|^2 \leq k^2 \left(\frac{5}{6}L + o(k^0) \right) \square k^2 C_2.$$

Значит, оценка для искомого выражения будет следующей:

$$\frac{M(\psi)}{\|\psi\|^2} \leq \frac{1}{C_1} \left(k^4 C_2 - \frac{2^7 a^2 k^2}{\pi d^3 (2 + \varepsilon)} (1 - \varepsilon_2) \right) (1 + \varepsilon_3).$$

После минимизации по k окончательно получим

$$\frac{M(\psi)}{\|\psi\|^2} \leq -\frac{C_2}{C_1} \frac{2a^4(1-\varepsilon_2)^2}{\pi^2 d^6(2+\varepsilon)^2} (1+\varepsilon_3).$$

Это оценка верхнего края зоны. Она доказывает существование лакуны. Одновременно мы получили следующую оценку лакуны Δ :

$$\Delta \geq \frac{C_2}{C_1} \frac{2a^4(1-\varepsilon_2)^2}{\pi^2 d^6(2+\varepsilon)^2} (1+\varepsilon_3)$$

Отметим, что полученная оценка не является точной.

Работа поддержана грантом РФФИ 01-01-00253.

Литература

1. Beenakker C.W.J., van Houten H. Quantum transport in semiconductor nanostructures // Solid State Physics, Advances in Research and Applications. 1991. V. 44. P. 1–228.
2. Bulla W., Gesztesy F., Renger W., Simon B. Weakly coupled bound states in quantum waveguides // Proc. Am. Math. Soc. 1997. V. 125. P. 1487–1495.
3. Exner P., Vugalter S.A. Asymptotic estimates for bound states in quantum waveguides coupled laterally through a narrow window. // Ann. Inst. Henri Poincaré. 1996. V. 65. № 1. P. 109–123.
4. Exner P., Vugalter S.A. Bound state asymptotic estimates for window-coupled Dirichlet strips and layers // J. Phys. A: Math. Gen. 1997. V. 30. P. 7863–7878.

ОЦЕНКА РЕЗОНАНСА ДЛЯ СВЯЗАННЫХ ВЫСОКОКОНТРАСТНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДОВ

С.В. Фролов

Введение

Исследование транспортных свойств диэлектрических волноводов в последнее время вызывает повышенный интерес в связи с появлением новых материалов – фотонных кристаллов. Хотя существует большое количество работ по экспериментальному и численному анализу подобных систем, получено мало аналитических и асимптотических результатов. С точки зрения асимптотического анализа большой интерес представляют высококонтрастные системы, в которых малым параметром является толщина диэлектрического слоя, диэлектрическая проницаемость которого велика. Наиболее продвинулись в изучении подобных систем группы физиков в США (Канзас) и Франции (Марсель) [1–3].

Настоящая статья посвящена анализу системы, состоящей из трех диэлектрических слоев, причем узкий средний слой имеет большую диэлектрическую проницаемость. Рассматриваются электромагнитные волны, распространяющиеся вдоль слоев. При этом анализ сводится к изучению двух возможных поляризаций, когда электрическое (или, соответственно, магнитное) поле перпендикулярно границе раздела. В обоих случаях задача сводится к скалярному уравнению для величины напряженности электрического (или, соответственно, магнитного) поля. Если электрическое поле $\mathbf{E}$ перпендикулярно плоскости системы, то в плоскости, перпендикулярной границе раздела, получаем двумерное уравнение Гельмгольца: $-\Delta E = \lambda \varepsilon(x) E$, где $\lambda = (\omega/c)^2$, ω – частота волны, c – скорость света, $\varepsilon(x)$ – диэлектрическая проницаемость.

Допустим, мы имеем две полосы диэлектрика с малым $\varepsilon = \varepsilon_1$, разделенные узкой (толщины δ) полосой диэлектрика с большим $\varepsilon = \varepsilon_2$, причем в разделяющей полосе есть малое отверстие ширины $2a$. В соответствующей трехмерной системе данному отверстию отвечает узкая бесконечная щель. В [4, 5] показано, что в подобной системе при условии $\varepsilon\delta \rightarrow 0$ или $\varepsilon\delta \rightarrow \text{const}$ ($\varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$), т.е. при высокой контрастности, спектр оператора Гельмгольца распадается на две части, одна из которых связана с транспортными свойствами узкого диэлектрического волновода, а другая близка к спектру оператора Гельмгольца в области, в которой описанная узкая полоса заменена на линию, на которой предполагается выполненным условие Дирихле. Таким образом, для описания такой системы при достаточно высокой контрастности можно использовать более простую задачу Дирихле. Наличие малого отверстия в разделяющей линии приводит к появлению резонанса [6]. Значит, при высокой контрастности у системы диэлектрических волноводов тоже будет резонанс, близкий к резонансу аналогичной задачи Дирихле. Для соответствующего квазисобственного (т.е. имеющего ненулевую мнимую часть) значения можно найти асимптотику по ширине отверстия связи.

Периодическая система отверстий связи вызывает появление зоны [7], причем имеется лакуна, отдаляющая ее от остальной части непрерывного спектра. Значит, при достаточно высокой контрастности соответствующая лакуна будет и у диэлектрических волноводов, т.е. система отверстий представляет собой разновидность фотонного кристалла (с лакуной в спектре).

1. Постановка задачи

Рассмотрим краевую задачу для уравнения Гельмгольца $(\Delta + k^2)u_a = 0$ в системе двух двумерных волноводов шириной d_+ и d_- ($d_+ > d_-$) соответственно, соединенных отверстием шириной $2a$.

На границах волноводов будем считать выполненными условия Дирихле, а в точках разрыва границ — условия Майкснера. При $r \rightarrow \infty$ ($r = |x|$) будем считать выполненным условие излучения Зоммерфельда $\frac{\partial u_a}{\partial r} - iku_a = o\left(\frac{1}{r}\right)$. Построим асимптотику квадрата квазисобственной частоты (резонанса) $\lambda_a = k_a^2$ поставленной краевой задачи вблизи нижней границы ветви непрерывного спектра $\frac{\pi^2}{d_-^2}$ по параметру a , считая этот параметр много меньшим длины волны. Зададимся целью найти главные члены разложения.

2. Решение задачи

Пусть $\Omega^\pm$ — это область, ограниченная волноводом шириной $d_\pm$. Введем систему координат Ox_1x_2 , совместив начало координат с серединой отверстия таким образом, чтобы ось Ox_1 совпадала с границей волноводов. Направление оси Ox_2 выберем таким, чтобы точки области Ω^+ имели положительные ординаты.

Рассмотрим асимптотический ряд следующего вида:

$$\left(\frac{\pi^2}{d_-^2} - k_a^2\right)^{\frac{1}{2}} = \sum_{j=2}^{\infty} \sum_{i=0}^{[(j-1)/2]} k_{ji} a^j \left(\ln \frac{a}{a_0}\right)^i. \quad (1)$$

Здесь a_0 — характерная единица длины.

Для нахождения нескольких первых коэффициентов k_{ji} в (1) воспользуемся методом согласования разложений. Будем согласовывать асимптотические разложения квазисобственной функции, соответствующей квазисобственной частоте k_a , имеющие вид:

$$\begin{aligned} \varphi_a(x) &= \left(\frac{\pi^2}{d_-^2} - k_a^2\right)^{\frac{1}{2}} \sum_{j=0}^{\infty} a^j P_{j+1} \left(D_y, \ln \frac{a}{a_0}\right) G^-(x, y, k) \Big|_{y=0}, \quad x \in \Omega^- \setminus S_{a_0 \left(\frac{a}{a_0}\right)^{1/2}} \\ \varphi_a(x) &= \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{i=0}^{[(j-1)/2]} v_{ji} \left(\frac{x}{a}\right) a^j \left(\ln \frac{a}{a_0}\right)^i, \quad x \in S_{2a_0 \left(\frac{a}{a_0}\right)^{1/2}} \\ \varphi_a(x) &= \left(\frac{\pi^2}{d_-^2} - k_a^2\right)^{\frac{1}{2}} \sum_{j=0}^{\infty} a^j P_{j+1} \left(D_y, \ln \frac{a}{a_0}\right) G^+(x, y, k) \Big|_{y=0}, \quad x \in \Omega^+ \setminus S_{a_0 \left(\frac{a}{a_0}\right)^{1/2}} \end{aligned}$$

Здесь S_t — сфера радиуса t с центром, совпадающим с серединой отверстия,

$v_{ji} \in W_{2,\text{loc}}^1(\Omega^+ \cup \Omega^-)$, P_m — некоторые полиномы от D_y , $\ln \frac{a}{a_0}$, имеющие вид

$$P_1(D_y, \ln \frac{a}{a_0}) = a_{10}^{(1)} \frac{\partial}{\partial n_y}$$

$$P_m(D_y, \ln \frac{a}{a_0}) = \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{i=0}^{[(j-1)/2]} a_{ji}^{(m)} \left(\ln \frac{a}{a_0} \right)^i D_y^{m-j+i}, m = 2, 3, 4, \dots,$$

где $a_{ji}^{(m)}$ — константы, $D_y^{2j+1} = \frac{\partial^{2j+1}}{\partial n_y^{2j+1}}$, $D_y^{2j+2} = \frac{\partial^{2j+2}}{\partial l_y \partial n_y^{2j+1}}$; l , n — вектора, имеющие координаты (1,0) и (0,-1) соответственно. $G^\pm$ — это функции Грина для волноводов $\Omega^\pm$.

Окончательно асимптотика квазисобственного значения (резонанса) будет выглядеть следующим образом:

$$k_a^2 = k_0^2 - k_{20}^2 a^4 - 2k_{20} \left(k_{40} + k_{41} \ln \frac{a}{a_0} \right) a^6 - \left(k_{40}^2 + 2k_{40}k_{41} \ln \frac{a}{a_0} + k_{41}^2 \left(\ln \frac{a}{a_0} \right)^2 \right) a^8 + o(a^8), \quad (2)$$

$$\text{где } k_0^2 = \frac{\pi^2}{d_-^2}, \quad k_{20} = \frac{\pi^3}{4d_-^3}, \quad \text{Im} k_{40} = \frac{\pi^5}{16d_-^2 d_+^2 \sqrt{d_+^2 - d_-^2}}, \quad \text{Re} k_{40} = \frac{\pi^4}{16d_-^2} \left(\frac{3\pi}{8d_-^3} - \frac{1}{d_-} (g_x^+ + g_x^-) \right),$$

$k_{41} = -\frac{\pi^5}{8d_-^5}$ ($g_x^\pm$ — значения в точке границы нормальных производных регулярных частей функций Грина соответствующих волноводов.)

3. Случай одинаковых волноводов

Рассмотрим теперь случай $d_- = d_+ = d$. В этой ситуации описанная выше схема дает уже асимптотику не квадрата квазисобственной частоты (резонанса), а собственной частоты, близкой к границе непрерывного спектра.

Окончательно для этого случая асимптотика собственного значения будет иметь вид (2), где $k_0^2 = \frac{\pi^2}{d^2}$, $k_{20} = \frac{\pi^3}{2d^2}$, $k_{40} = \frac{\pi^4}{4d^3} \left(-g_x + \frac{3\pi}{16d^2} \right)$, $k_{41} = -\frac{\pi^5}{8d^5}$.

Работа поддержана грантом РФФИ 01-01-00253.

Литература

1. W. Axmann and P. Kuchment. An efficient finite element method for computing spectra of photonic and acoustic band-gap materials I. Scalar case // J Comput. Phys. 1999. V. 150. P. 468–481.
2. D. C. Dobson. An efficient method for band structure calculations in 2-D photonic crystals // J Comp Phys. 1999. V. 149. P. 363–376.
3. J. D. Joannopoulos, R. D. Meade and J. N. Winn. Photonic Crystals. Molding the Flow of Light. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1995.
4. Figotin and P. Kuchment. Band-gap structure of spectra of periodic and acoustic media. I. Scalar model // SIAM J. Appl. Math. 1996. V. 56. № 1. P. 68–88.
5. W. Axmann, P. Kuchment, and L. Kunyansky. Asymptotic Methods for Thin High-Contrast Two-Dimensional PBG Materials // J. Lightwave technology. V. 17. №. 11. P. 1996–2007.
6. S. V. Frolov, I. Yu. Popov. Resonances for laterally coupled quantum waveguides // J. Math. Phys. 2000. V. 41. № 7. P. 4391–4405.
7. Yu. Popov. Asymptotics of bound states and bands for waveguides coupled through small windows // Appl Math. Lett. 2001. V. 14. P. 109–113.

АНАЛИТИЧЕСКИЙ ВИД ОПЕРАТОРА ЭВОЛЮЦИИ В МОДЕЛИ ТАВИСА-КАММИНГСА

И.П. Вадейко, Г.П. Мирошниченко, А.В. Рыбин, Ю. Тимонен

Нами исследуется задача о взаимодействии N двухуровневых систем с квантованным осциллятором, имеющая важное значение в квантовой оптике, в частности, в резонаторной квантовой электродинамике. Одна из первых физических реализаций такого взаимодействия, предложенная Тависом и Каммингсом [1], описывается так называемым гамильтонианом Тависа – Каммингса:

$$H = H_0 + V, \quad H_0 = \omega \cdot a^+ a + \omega_0 \left(S_3 + \frac{N}{2} \right), \quad V = g \left(a^+ \cdot S_- + a \cdot S_+ \right), \quad (1)$$

где N – число атомов в пакете, а ω и ω_0 – полевая и атомная частоты, соответственно. Операторы $S_{\pm}, S_3$ являются генераторами $su(2)$ алгебры, описывающей N -атомную подсистему, а операторы a, a^+ описывают квантованный осциллятор. Оператор H является обобщением одноатомного гамильтониана Джейнса – Каммингса, предложенного в 1963 г. [2]. В представлении взаимодействия и при условии точного резонанса $\omega = \omega_0$ оператор (1) совпадает с оператором взаимодействия $H_I = V$. Далее для простоты время будем измерять в единицах g , т.е. положим $g = 1$.

Ранее нами был разработан алгебраический метод, позволяющий построить теорию возмущений для данного резонансного оператора взаимодействия V (см. [3]). В основе метода лежит идея, что для решения поставленной задачи на собственные значения необходимо выбрать наиболее удобную алгебру в категории нелинейных $su_n(2)$ алгебр [4], к которой принадлежит и гамильтониан. В работе приведен общий рецепт для перехода от одной $su_n(2)$ алгебры к другой. С помощью такого подхода гамильтониан Тависа – Каммингса переписан в терминах обычной $su_1(2) \equiv su(2)$ алгебры и имеет вид

$$H_I = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \left[\left(\tilde{S}_+ + \tilde{S}_- \right) - \frac{\alpha}{2} \left(\tilde{S}_3 \tilde{S}_+ + \tilde{S}_- \tilde{S}_3 \right) - \frac{1}{2!} \left(\frac{\alpha}{2} \right)^2 \left(\tilde{S}_3^2 \tilde{S}_+ + \tilde{S}_- \tilde{S}_3^2 \right) - \left(\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(2n-3)!!}{n!} \left(\frac{\alpha \cdot \tilde{S}_3}{2} \right)^n \tilde{S}_+ + \tilde{S}_- \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(2n-3)!!}{n!} \left(\frac{\alpha \cdot \tilde{S}_3}{2} \right)^n \right) \right], \quad (2)$$

где $\tilde{S}_{\pm}, \tilde{S}_3$ – новые обозначения генераторов $su(2)$, описывающие возбуждения в системе и введенные, чтобы не путать их с операторами N атомной подсистемы. Константа α является параметром малости задачи и определяется начальными данными.

В работе предложен способ построения оператора эволюции в форме, удобной для последующих расчетов различных средних от физических наблюдаемых. В работе [3] взаимодействие изучено вплоть до третьего порядка малости по α и показано, что достигаемая точность достаточно высока, поэтому мы ограничимся тем же порядком. Исследуемый оператор имеет вид

$$H_I = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \left[\left(\tilde{S}_+ + \tilde{S}_- \right) - \frac{\alpha}{2} \left(\tilde{S}_3 \tilde{S}_+ + \tilde{S}_- \tilde{S}_3 \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{2} \right)^2 \left(\tilde{S}_3^2 \tilde{S}_+ + \tilde{S}_- \tilde{S}_3^2 \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{2} \right)^3 \left(\tilde{S}_3^3 \tilde{S}_+ + \tilde{S}_- \tilde{S}_3^3 \right) \right]. \quad (3)$$

Выделим в каждом порядке теории возмущений оператор $(\tilde{S}_+ + \tilde{S}_-)$:

$$\begin{aligned}
1) \tilde{S}_3 \tilde{S}_+ + \tilde{S}_- \tilde{S}_3 &= \frac{1}{2}(\tilde{S}_+ + \tilde{S}_-) + \frac{1}{2}[(\tilde{S}_+ + \tilde{S}_-) \tilde{S}_3 + \tilde{S}_3(\tilde{S}_+ + \tilde{S}_-)] \\
2) \tilde{S}_3^2 \tilde{S}_+ + \tilde{S}_- \tilde{S}_3^2 &= \frac{1}{2}[(\tilde{S}_+ + \tilde{S}_-) \tilde{S}_3^2 + \tilde{S}_3^2(\tilde{S}_+ + \tilde{S}_-)] + \frac{1}{2}[(\tilde{S}_+ + \tilde{S}_-) \tilde{S}_3 + \tilde{S}_3(\tilde{S}_+ + \tilde{S}_-)] \\
3) \tilde{S}_3^3 \tilde{S}_+ + \tilde{S}_- \tilde{S}_3^3 &= \frac{1}{2}[(\tilde{S}_+ + \tilde{S}_-) \tilde{S}_3^3 + \tilde{S}_3^3(\tilde{S}_+ + \tilde{S}_-)] \\
&+ \frac{3}{4}[(\tilde{S}_+ + \tilde{S}_-) \tilde{S}_3^2 + \tilde{S}_3^2(\tilde{S}_+ + \tilde{S}_-)] - \frac{1}{4}(\tilde{S}_+ + \tilde{S}_-)
\end{aligned} \quad (4)$$

Если теперь привести все подобные члены в операторе (3) и преобразовать его унитарной операцией $U_0 = \exp\left[\frac{\pi}{4}(\tilde{S}_+ - \tilde{S}_-)\right]$, то в результате получим:

$$\begin{aligned}
\sqrt{\alpha} \cdot \bar{H}_I &\equiv \sqrt{\alpha} \cdot U_0 H_I U_0^{-1} = 2\tilde{S}_3 \left[1 - \frac{\alpha}{4} + \left(\frac{\alpha}{4}\right)^3 - (S^2 - \tilde{S}_3^2) \left(\left(\frac{\alpha}{4}\right)^2 + 3\left(\frac{\alpha}{4}\right)^3 \right) \right] \\
&+ \left\{ \left[\frac{\alpha}{4} + \left(\frac{\alpha}{4}\right)^2 + \frac{3}{2}\left(\frac{\alpha}{4}\right)^3 \left(S^2 - \frac{2}{3} + \tilde{S}_3 - \tilde{S}_3^2 \right) \right] (2\tilde{S}_3 - 1) \tilde{S}_+ + \right. \\
&\left. \left[\tilde{S}_- (2\tilde{S}_3 - 1) \left[\frac{\alpha}{4} + \left(\frac{\alpha}{4}\right)^2 + \frac{3}{2}\left(\frac{\alpha}{4}\right)^3 \left(S^2 - \frac{2}{3} + \tilde{S}_3 - \tilde{S}_3^2 \right) \right] \right] \right\} \\
&- \left(\frac{\alpha}{4}\right)^2 \left[1 + \frac{3}{4}\alpha \right] [(\tilde{S}_3 - 1) \tilde{S}_+^2 + \tilde{S}_-^2 (\tilde{S}_3 - 1)] + \left(\frac{\alpha}{4}\right)^3 \left[\left(\tilde{S}_3 - \frac{3}{2}\right) \tilde{S}_+^3 + \tilde{S}_-^3 \left(\tilde{S}_3 - \frac{3}{2}\right) \right]
\end{aligned} \quad (5)$$

где S^2 – оператор Казимира $su(2)$ алгебры. Первое слагаемое в правой части выражения (5) является диагональным в базисе собственных векторов оператора $\tilde{S}_3$ и имеет нулевой порядок малости. Очевидно, удобнее его выделить из оператора эволюции отдельным сомножителем. Для этого используем известную формулу

$$F(x) = e^{x(A+B)} = e^{xA} \cdot T \left\{ \exp \left[\int_0^x Z(x') dx' \right] \right\}. \quad (6)$$

где $Z(x') = e^{-x'A} B e^{x'A}$, а $T\{ \}$ – операция упорядочивания по x , которая выстраивает операторы по возрастанию значения x . Выберем в качестве A диагональный оператор в выражении (5):

$$A(\tilde{S}_3) \equiv 2\tilde{S}_3 \left[1 - \frac{\alpha}{4} + \left(\frac{\alpha}{4}\right)^3 - (S^2 - \tilde{S}_3^2) \left(\left(\frac{\alpha}{4}\right)^2 + 3\left(\frac{\alpha}{4}\right)^3 \right) \right]. \quad (7)$$

Тогда $B = \sqrt{\alpha} \cdot \bar{H}_I - A$. Если обозначить за $x = -it \cdot \frac{1}{\sqrt{\alpha}}$, получим:

$$U_I(t) \equiv e^{-itH_I} = U_0^{-1} (e^{-it\bar{H}_I}) U_0 = U_0^{-1} \left(e^{xA} \cdot T \left\{ \exp \left[\int_0^x Z(x') dx' \right] \right\} \right) U_0. \quad (8)$$

Остается лишь получить явное выражение для $Z(x)$. Легко показать, что

$$\begin{aligned}
e^{-xA} \tilde{S}_3 e^{xA} &= \tilde{S}_3, \quad e^{-xA(\tilde{S}_3)} \tilde{S}_+ e^{xA(\tilde{S}_3)} = e^{-x[A(\tilde{S}_3) - A(\tilde{S}_3 - 1)]} \tilde{S}_+ \equiv \tilde{S}_+(x), \\
e^{-xA(\tilde{S}_3)} \tilde{S}_- e^{xA(\tilde{S}_3)} &= \tilde{S}_- e^{x[A(\tilde{S}_3) - A(\tilde{S}_3 - 1)]} \equiv \tilde{S}_-(x)
\end{aligned} \quad (9)$$

Оператор $Z(x)$ имеет тогда вид (см.(5)):

$$Z(x') = \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{\alpha}{4} + \left(\frac{\alpha}{4} \right)^2 + \frac{3}{2} \left(\frac{\alpha}{4} \right)^3 \left(S^2 - \frac{2}{3} + \tilde{S}_3 - \tilde{S}_3^2 \right) \right] (2\tilde{S}_3 - 1) \tilde{S}_+(x') + \\ & \tilde{S}_-(x') (2\tilde{S}_3 - 1) \left[\frac{\alpha}{4} + \left(\frac{\alpha}{4} \right)^2 + \frac{3}{2} \left(\frac{\alpha}{4} \right)^3 \left(S^2 - \frac{2}{3} + \tilde{S}_3 - \tilde{S}_3^2 \right) \right] \\ & - \left(\frac{\alpha}{4} \right)^2 \left[1 + \frac{3}{4} \alpha \right] \left[(\tilde{S}_3 - 1) \tilde{S}_+(x')^2 + \tilde{S}_-(x')^2 (\tilde{S}_3 - 1) \right] \\ & + \left(\frac{\alpha}{4} \right)^3 \left[\left(\tilde{S}_3 - \frac{3}{2} \right) \tilde{S}_+(x')^3 + \tilde{S}_-(x')^3 \left(\tilde{S}_3 - \frac{3}{2} \right) \right] \end{aligned} \right\}. \quad (10)$$

При вычислении какого-либо оператора физической наблюдаемой в представлении Гейзенберга необходимо выполнить преобразование U_0 , заменить все операторы $\tilde{S}_\pm$ на их нелинейный аналог $\tilde{S}_\pm(x)$ и вычислить среднее заданного оператора в обкладках $T \left\{ \exp \left[\int_0^x Z(x') dx' \right] \right\}$ с точностью до заданного порядка по α .

При этом T экспонента представляется в виде ряда по этому параметру. Проиллюстрируем сказанное на примере оператора $\tilde{S}_3$:

$$U_0 \tilde{S}_3(t) U_0^{-1} = U_0 e^{itH_I} \tilde{S}_3 e^{-itH_I} U_0^{-1} = -\frac{1}{2} (\tilde{S}_+(x) + \tilde{S}_-(x)) - \frac{1}{2} \left\{ \left[(\tilde{S}_+(x) + \tilde{S}_-(x)), \int_0^x Z(x') dx' \right] + \left[(\tilde{S}_+(x) + \tilde{S}_-(x)), \int_0^x \int_0^{x'} (Z(x') Z(x'')) dx'' dx' \right] + \dots \right\}. \quad (11)$$

В заключение отметим, что развитый метод позволяет аналитически находить средние значения физических наблюдаемых в различных порядках теории возмущений. Нами выделена секулярная часть оператора взаимодействия в виде преобразования $S_3, S_\pm \rightarrow S_3, S_\pm(x)$, что позволяет уже в нулевом порядке по α в разложении вида (11) обнаруживать существенные особенности динамики наблюдаемых в модели Тависа-Каммингса.

Литература

1. M. Tavis and F. W. Cummings, Phys. Rev. **170**, 379 (1968).
2. E.T. Jaynes and F.W. Cummings, Proc. IEEE **51**, 89 (1963).
3. I.P. Vadeiko, G.P. Miroshnichenko, A.V. Rybin, J. Timonen, Phys. Rev. A, submitted (November 2001).
4. Dong Ruan, Yufeng Jia and Hongzhou Sun, "Inhomogeneous boson realizations of the polynomial angular momentum algebra of arbitrary power" arXiv:quant-ph/0111007 (2001).

ОБ ОДНОМ ОБОБЩЕНИИ ТЕОРЕМЫ ВИЛЬСОНА

А.В. Норин

Широко известная в теории чисел теорема Вильсона (см., например, [1, 2, 3]) допускает простое обобщение, из которого легко получаются некоторые классические результаты и которое является удобным инструментом для решения некоторых учебных задач теории сравнений.

Теорема Вильсона.

$$p - \text{простое число} \Leftrightarrow (p-1)! \equiv -1 \pmod{p}.$$

Теорема (Обобщение теоремы Вильсона).

Если p – простое число, то для любого натурального $k < p$ выполняется

$$(p-k)! (k-1)! \equiv (-1)^k \pmod{p}. \quad (*)$$

Обратно, если для некоторого натурального $k < p$ имеет место сравнение (*), то p – простое число.

Доказательство. Для $k < p$ рассмотрим

$$f(k, p) = (p-1)(p-2) \cdots (p-k+1) - (-1)^{k-1} (k-1)!.$$

Очевидно, что $f(k, p) \equiv 0 \pmod{p}$. По теореме Вильсона

$$(p-1)(p-2) \cdots (p-k+1) \cdot (p-k)! \equiv -1 \pmod{p},$$

откуда получаем

$$\begin{aligned} f(k, p)(p-k)! + (-1)^{k-1} (k-1)! \cdot (p-k)! &\equiv -1 \pmod{p} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (-1)^{k-1} (k-1)! \cdot (p-k)! &\equiv -1 \pmod{p} \Leftrightarrow (k-1)! \cdot (p-k)! \equiv (-1)^k \pmod{p}. \end{aligned}$$

Замечание. Очевидно, что если сравнение (*) выполняется для какого-то натурального $k < p$, то оно выполняется для всех таких k .

В качестве следствий доказанной теоремы получим ряд известных результатов.

Следствие 1 (теорема Лейбница) – см., например, [1, 2]. В частном случае $k = 2$ получаем утверждение теоремы Лейбница:

$$p - \text{простое число} \Leftrightarrow (p-2)! \equiv 1 \pmod{p}.$$

Следствие 2.

$$p - \text{простое} \Leftrightarrow \left(\left(\frac{p-1}{2} \right)! \right)^2 + (-1)^{\frac{p-1}{2}} \div p.$$

Это утверждение следует из теоремы, если положить

$$k = \frac{p+1}{2}.$$

В частности, если p – простое число вида $4m+1$, то

$$\left(\left(\frac{p-1}{2} \right)! \right)^2 + 1 \div p,$$

(см., например, [1, 2, 3]). Если p – простое число вида $4m+3$, то

$$\left(\left(\frac{p-1}{2} \right)! \right)^2 - 1 \div p,$$

откуда следует, что для любого простого p выполняется, по крайней мере, одно из отношений:

$$\left(\frac{p-1}{2} \right)! + 1 \div p \quad \text{или} \quad \left(\frac{p-1}{2} \right)! - 1 \div p.$$

Таким образом, по крайней мере, одно из множеств чисел вида $n! + 1$ и $n! - 1$, где n – простое число, содержит бесконечное множество составных чисел [2].

Следствие 3.

p – простое число, $k < p \Rightarrow C_{p-1}^{k-1} \equiv (-1)^{k-1} \pmod{p}$. (см. [3])

Для доказательства рассмотрим равенство:

$$C_{p-1}^{k-1} \cdot (p-k)! \cdot (k-1)! = (p-1)!.$$

Тогда из формулы (*) и теоремы Вильсона следует

$$C_{p-1}^{k-1} \equiv (-1)^{k-1} \pmod{p}.$$

Следствие 4.

Если p – простое число вида $4n + 3$, то

$$(p-1)! + 1! \cdot (p-2)! + 2! \cdot (p-3)! + \dots + \left(\left(\frac{p-1}{2} \right)! \right)^2 \equiv 0 \pmod{p},$$

если p – простое число вида $4n + 1$, то

$$(p-1)! + 1! \cdot (p-2)! + 2! \cdot (p-3)! + \dots + \left(\left(\frac{p-1}{2} \right)! \right)^2 \equiv -1 \pmod{p}$$

Для доказательства достаточно просуммировать равенство (*) от $k = 1$ до $k = \frac{p+1}{2}$.

Доказанная теорема позволяет во многих случаях легко установить, простым или составным числом является число вида: $n! \pm 1$.

Рассмотрим задачу № 120 из книги [4].

Доказать, что

а) $61! + 1 \equiv 0 \pmod{71}$,

б) $63! + 1 \equiv 0 \pmod{71}$.

В задаче а) положим $p=71$ и $k=10$. Из формулы (*) имеем $61! \cdot 9! \equiv 1 \pmod{71}$. Так как $9! \equiv -1 \pmod{71}$, то имеет место утверждение а). В задаче б) достаточно положить $p=71$ и $k=8$.

Литература

1. К. Айерлэнд, М. Роузен. Классическое введение в современную теорию чисел. М: Мир, 1987.
2. В. Серпинский. Что мы знаем и чего мы не знаем о простых числах. М-Л: ГИФМЛ, 1963.
3. И.М. Виноградов. Основы теории чисел. М: Наука, 1972.
4. Избранные задачи из журнала "American Mathematical Monthly". М: Мир, 1977.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРЕДЕЛА ТЕКУЧЕСТИ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ УДАРНОМ НАГРУЖЕНИИ

Ю.И. Мещеряков, А.С. Самохвалов

Задача исследования – определение величины динамического предела текучести, измеренного при ударном нагружении плоских мишеней в легкогазовой пушке. Проведены серии экспериментальных испытаний. На основе теоретического анализа полученных данных определены значения динамического предела текучести для алюминиевого сплава Д16 и легированной конструкционной стали 38ХНЗМФА.

Для решения большинства задач при использовании материалов достаточно иметь представление об их свойствах в статических условиях, когда приложенные нагрузки меняются медленно. Однако такие исследования не обеспечивают надежного прогнозирования поведения материалов при динамических нагрузках, особенно в случае скоростей нагружения, сопоставимых со скоростью звука в материале.

В динамических исследованиях для реализации возможных способов возбуждения импульсов ударной нагрузки в конденсированных средах применяется различная экспериментальная техника [1–3, 7]. Лабораторные методы создания плоских ударных волн, использующие высокоинтенсивные источники энергии (детонация взрывчатого вещества, электровзрыв фольги, электронный пучок, лазерное излучение, сжатый газ), позволяют в широком диапазоне варьировать параметры ударной волны. Также существует большое количество методов регистрации импульсов ударной нагрузки в динамических исследованиях [1, 3]. Применение того или иного метода регистрации давлений и скоростей поверхностей обусловлено конструкцией экспериментальной установки и параметрами проведения эксперимента.

Задачей данной работы явилось проведение серии динамических испытаний материалов с целью определения динамического предела текучести при ударном нагружении. Динамический предел текучести является важным показателем прочности материалов и соответствует наименьшему напряжению, при котором образец пластически деформируется без увеличения динамической нагрузки. Так как большинство металлов не имеют явно выраженной площадки текучести, за значение динамического предела текучести обычно принимают величину напряжения, при котором остаточная деформация образца равна 0,2 %.

Реализация метода ударного нагружения плоских мишеней в легкогазовой пушке состоит в соударении летящего с большой скоростью ударника с плоскостью мишени, изготовленной из исследуемого материала (рис. 1). Распространение в мишени возникших после соударения волн деформаций приводит к формированию в плоскости, называемой плоскостью откола, растягивающих напряжений, вызывающих отрыв тыльной части мишени. Такое разрушение называется откольным.

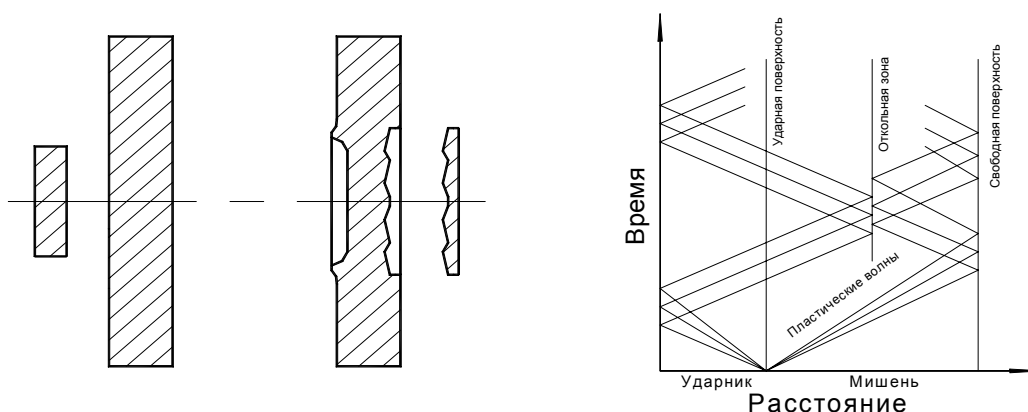


Рис. 1. Откольное разрушение

С точки зрения механики разрушения тыльный откол является сложным процессом, реализации которого на макроуровне предшествуют многие процессы на микроуровне [5]. Развитие разрушения начинается с одиночных трещин, очагом возникновения которых являются присутствовавшие до приложения нагрузки микротрещины и микропоры. С повышением нагрузки все большее количество микротрещин начинает активно расти, объединяясь в магистральную трещину, проходящую через весь образец. Так возникает область откольного разрушения, которая располагается на некотором расстоянии от свободной поверхности образца.

Действие ударной волны в материале можно рассматривать как действие продольной волны, которая приводит к образованию продольных напряжений

$$\sigma = \frac{1}{2} \rho (V_{fs} c_p + V_{HEL} (c_l - c_p)), \quad (1)$$

где ρ – плотность материала; V_{fs} – скорость свободной поверхности; c_p – скорость пластического фронта; V_{HEL} – скорость на пределе упругости Гюгонио; c_l – скорость продольной волны. Образование продольных напряжений приводит к деформации материала:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left(\frac{V_{HEL}}{c_l} + \frac{V_{fs} - V_{HEL}}{c_p} \right). \quad (2)$$

При выполнении экспериментов по реализации тыльного откола оказывается возможным непрерывно регистрировать временную историю напряжения или скорости частиц в плоскости откола, т.е. измеряемой характеристикой является временной профиль скорости свободной поверхности мишени. Для его регистрации широкое применение нашли лазерные интерферометры, используемые для измерения скорости частиц в процессе ударного нагружения материала. При реализации метода наибольшее распространение получил скоростной (дифференциальный) интерферометр [6], в котором лазерный луч, падая на движущуюся поверхность мишени, изменяет свою частоту пропорционально скорости этой поверхности, что и фиксируется последующей электронной схемой интерферометра.

Используя лазерный дифференциальный интерферометр в качестве регистратора скорости свободной поверхности мишени, можно измерить среднюю скорость частиц по частоте биений интерференционного сигнала. Изменение частоты биений определяет изменение средней скорости движения частиц

$$\bar{V}(t) = \frac{\lambda_0}{2\tau_s} N(t), \quad (3)$$

где $\bar{V}(t)$ – изменение во времени средней скорости частиц; $N(t)$ – изменение числа биений интерференционного сигнала; λ_0 – длина волны лазерного излучения; τ_s – время задержки лазерного луча в плече задержки интерферометра.

Установка для проведения экспериментов по ударному нагружению плоских мишеней (рис. 2) состоит из следующих частей: легкогазовой пневматической пушки, защитной вакуумной камеры, датчика скорости, лазерного дифференциального двухканального интерферометра.

Исследуемый образец (мишень) 3 устанавливается в защитной вакуумной камере 1. Предварительно к образцу крепятся контакты 2 устройства запуска регистрирующей аппаратуры. Снаряд, состоящий из ударника 4, закрепленного на полиэтиленовой пыже 5, помещается в ствол 6. После этого осуществляется откачка ствола до вакуума 10^{-2} атм для уменьшения воздушной подушки перед летящим снарядом. Разгон снаряда начинается после прорыва мембраны 7, отделяющей ствол от камеры высокого

давления 8, с помощью устройства прорыва 9. При этом в данном эксперименте скорость снаряда перед соударением с мишенью доходила до 400 м/с.

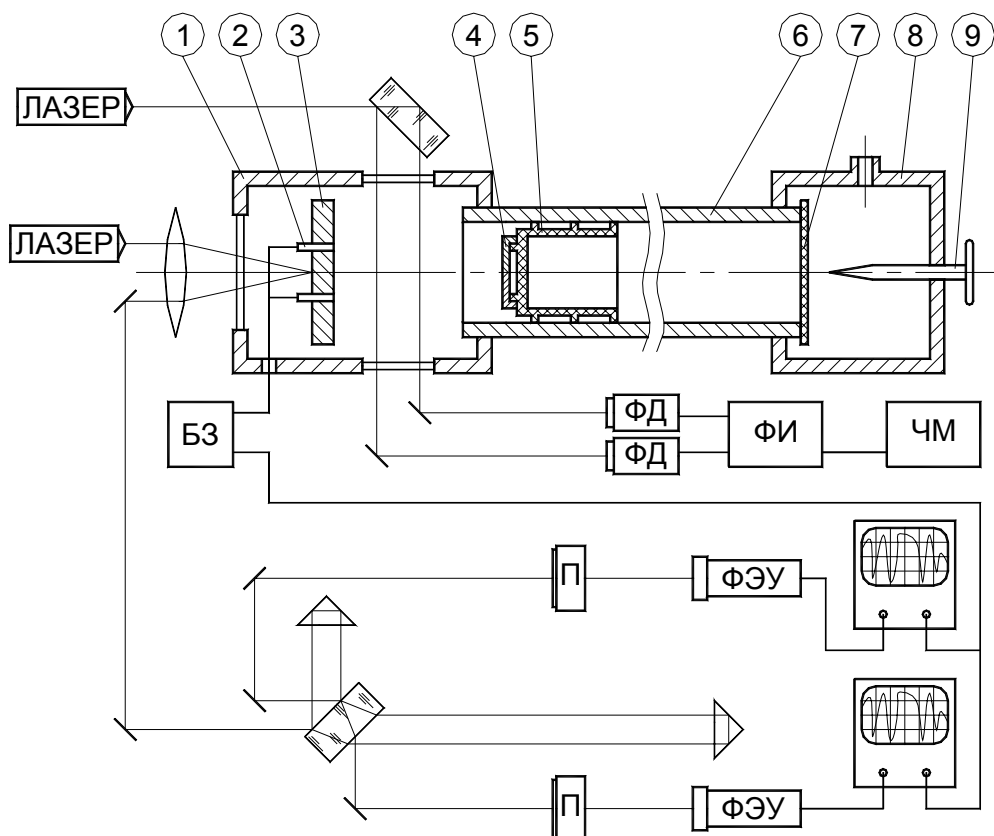


Рис. 2. Установка для проведения экспериментов по ударному нагружению плоских мишеней

Снаряд, пролетев ствол установки, соударяется с образцом, перед этим последовательно пересекая два лазерных луча, проходящих внутри защитной вакуумной камеры через специальные окна. В момент прерывания лучей в фотодиодах ФД возникают разнесенные во времени сигналы, которые после прохождения формирователя импульсов ФИ поступают в частотомер ЧМ, измеряющий временной интервал между этими импульсами, что позволяет вычислить скорость полета снаряда. Относительная погрешность определения скорости составила $\sim 1\%$.

При соударении ударника с образцом происходит замыкание контактов устройства запуска регистрирующей аппаратуры. Сигнал с контактов подается на блок задержки запускающего импульса БЗ, который, в свою очередь, после определенной задержки посылает сигнал запуска на осциллографы. Задержка производится с учетом времени прохождения ударной волны через образец.

Регистрация реакции материала образца на ударное воздействие производится с помощью лазерного дифференциального двухканального интерферометра, в состав которого входит светоделительное полупрозрачное зеркало, разделяющее луч лазера, отраженный от тыльной полированной поверхности образца, на два луча. Эти лучи, проходя различные пути через поляризаторы П, повернутые друг относительно друга на 90° , попадают в фотоэлектронные умножители ФЭУ, формирующие электрические сигналы, поступающие на осциллографы. В момент появления на экранах результирующих сигналов в виде интерферограмм проводится их фоторегистрация.

Для проведения экспериментов по ударному нагружению плоских мишеней в легкогазовой пушке были отобраны восемь образцов из сплава Д16 после естественного старения и восемь образцов из стали 38ХН3МФА в нормализованном состоянии [4]. Образцы представляли собой плоские полированные диски диаметром 52 мм и высотой 15 мм для образцов из дюралюминия и 5,68 мм для образцов из стали.

Расшифровка интерферограмм, полученных в результате испытаний, заключалась в построении на их основе профилей скорости свободной поверхности мишеней.

Графический анализ полученных профилей скорости свободной поверхности мишени позволил определить следующие величины: U_{fs} – скорость свободной поверхности, U_{HEL} – скорость на пределе упругости Гюгонио, Δt – время задержки между упругим и пластическим фронтом волны.

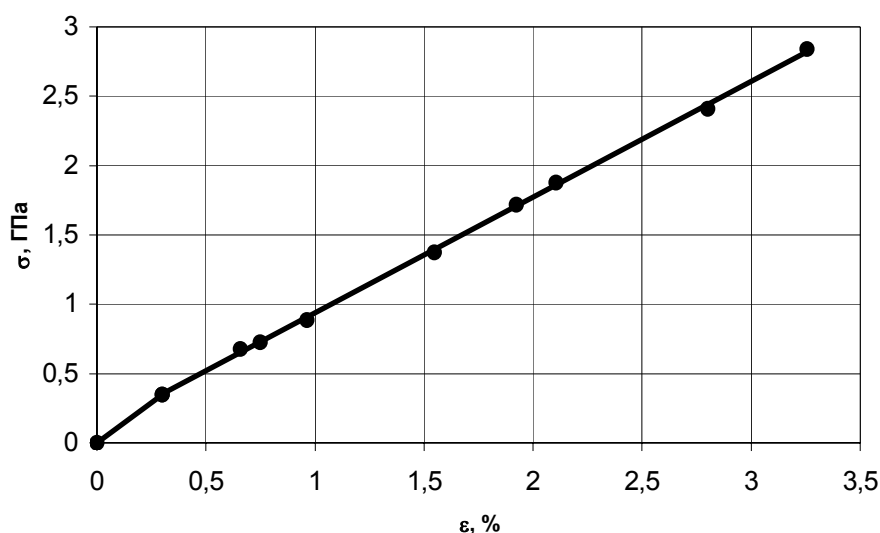


Рис. 3. Динамическая диаграмма ударного нагружения для сплава Д16

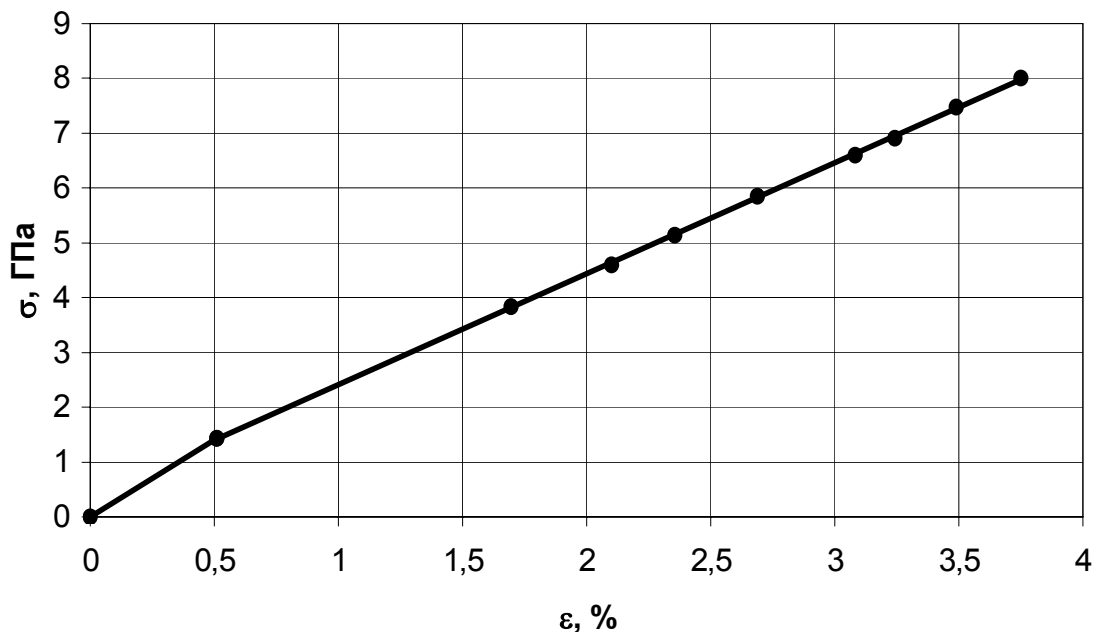


Рис. 4. Динамическая диаграмма ударного нагружения для стали 38ХН3МФА

Используя значения этих величин, а также значения плотности ρ и скорости распространения упругих продольных волн c_l для исследуемых материалов,

производились вычисления продольных напряжений σ (1) и деформаций ε (2). По полученным значениям продольных напряжений и деформаций строились динамические диаграммы ударного нагружения сплава Д16 (рис. 3) и легированной стали 38ХНЗМФА (рис. 4). Графический анализ диаграмм нагружения позволил получить динамический предел текучести Y_D образцов каждого из материалов, который соответствовал 0,2% пластической деформации образцов.

В результате проведенных динамических испытаний, последующего графического анализа профилей скоростей свободной поверхности образцов и построенных на их основе динамических диаграмм получены следующие значения динамического предела текучести: для сплава Д16 – 0,93 ГПа, для легированной конструкционной стали 38ХНЗМФА – 2,75 ГПа.

На основе проведенных исследований сделаны следующие выводы:

- использованный метод ударного нагружения плоских мишеней позволяет по результатам испытаний построить динамическую диаграмму нагружения и исследовать зависимость $\sigma(\varepsilon)$, которая является важной характеристикой динамических свойств материала;
- проведенные экспериментальные испытания дали возможность впервые получить численные значения динамического предела текучести для алюминиевого сплава Д16 и легированной конструкционной стали 38ХНЗМФА. Значения Y_D , полученные в результате динамических испытаний, превышают значения статических пределов текучести, что физически оправдано;
- метод ударного нагружения плоских мишеней в легкогазовой пушке целесообразно применять при изучении динамических характеристик новых материалов при их комплексном исследовании, а также для сопоставления результатов динамических испытаний с результатами микроструктурных исследований;
- экспериментальные испытания с применением метода плоских мишеней носят комплексный характер, что отражает современные тенденции исследования материалов.

Литература

1. Глушак Б.Л., Куропатенко В.Ф., Новиков С.А.. Исследование прочности материалов при динамических нагрузках. Новосибирск: Наука, 1992.
2. Динамика удара: Пер. с англ. / Зукас Дж.А., Николас Т., Свифт Х.В. и др. М.: Мир, 1985.
3. Канель Г.И., Разоренов С.В., Уткин А.В., Фортон В.Е.. Ударно-волновые явления в конденсированных средах. М.: Янус-К, 1996.
4. Конструкционные материалы: Справочник / Б.Н. Арзамасов, В.А. Брострем, Н.А. Буше и др.; Под общ. ред. Б.Н. Арзамасова. М.: Машиностроение, 1990.
5. Мещеряков Ю.И., Атрошенко С.А., Баличева Т.В., Диваков А.К., Петров Ю.А. Некристаллографические структурные уровни локализации динамического деформирования и разрушения материалов. Ленинград, 1989 (препринт / Ленинградский филиал Института машиноведения имени А.А. Благонравова АН СССР)
6. Мещеряков Ю.И., Диваков А.К.. Интерференционный метод регистрации скоростной неоднородности частиц в упруго-пластических волнах нагрузки в твердых телах. Ленинград, 1989 (препринт / Ленинградский филиал Института машиноведения имени А.А. Благонравова АН СССР)
7. Степанов Г.В.. Упруго-пластическое деформирование материалов под действием импульсных нагрузок. К.: Наукова думка, 1979.

СИНТЕЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗОМОРФНОЙ ЕМКОСТИ И СВОЙСТВ ФАЗ ТУННЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ТИПА ГОЛЛАНДИТА

С.А. Петров, Т.Ю. Синельщикова

Проведено комплексное исследование возможности применения в качестве матрицы для захоронения радионуклидов фаз с туннельной структурой типа голландита, кристаллизующихся в системе оксидов $\text{Me}_x\text{O}-\text{BaO}-\text{Al}_2\text{O}_3-\text{TiO}_2$ ($\text{Me}=\text{Cs}, \text{Sr}$). Определены оптимальные условия синтеза, изоморфная емкость и некоторые свойства полученных материалов.

Представленная работа посвящена изучению материалов, перспективных для применения в технологии SYNROC (синтетические минералы), используемой в целях связывания радионуклидов из радиоактивных отходов (РАО) [1]. Основной принцип технологии SYNROC – заключение твердых отходов в керамические матрицы на основе синтетических минералов, способных изоморфно (не меняя структуру соединения) включать катионы радионуклидов, образуя твердые растворы замещения или внедрения. Подобный подход оправдан рядом преимуществ таких матриц по сравнению с применяемыми в настоящее время (длительный срок эксплуатации, высокая химическая и термическая стойкость, низкие потери компонентов РАО в процессе синтеза). При этом важно учитывать, что в связи с радиоактивным распадом, наблюдаемым в РАО ($^{137}\text{Cs}^+ \rightarrow ^{137}\text{Ba}^{2+} + \beta$), возникает потребность использования структуры, в которой в одинаковых позициях одновременно могут размещаться ионы Ba и Cs. Кроме этого, необходимо, чтобы стабильность данной фазы не менялась под воздействием β -излучения, а также при изменении радиуса и заряда катиона Cs^+ в процессе хранения иммобилизованного продукта. Для этих целей подходит голландитовая фаза, реализуемая в технологии SYNROC и предназначенная, в первую очередь, для фиксации в кристаллической решетке ионов Cs^+ .

Особенностью сложных оксидов типа голландита является наличие туннелей вдоль одной из кристаллографических осей кристалла, в которых располагаются крупные катионы первой и второй группы периодической системы. Позиции в данных туннелях заполнены не полностью, что дает возможность для изоморфного замещения катионов Ba катионами Cs или Sr [2, 3] (рис.1).

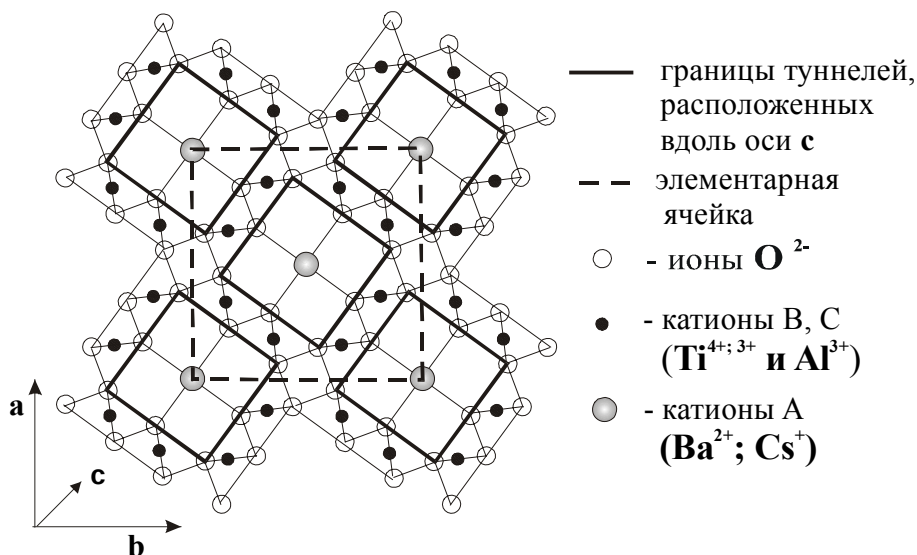


Рис. 1. Схема структуры голландита $\text{A}_x(\text{B,C})_8\text{O}_{16}$, проекция (001), пространственная группа $I4/m$, тетрагональная сингония, ионы O^{2-} (светлые кружки); катионы B, C ($\text{Ti}^{4+; 3+}$ и Al^{3+}) (темные кружки); катионы A (Ba^{2+} ; Cs^+) (затененные кружки)

В ходе работы были проведены исследования изоморфной емкости (возможностей взаимного замещения без изменения структуры и появления новых фаз) сложных оксидов следующих составов: $\text{Cs}_x\text{Ba}_{1-x/2}\text{Al}_2\text{Ti}_5\text{O}_{14}$, $\text{Sr}_x\text{Ba}_{1-x}\text{Al}_2\text{Ti}_5\text{O}_{14}$ – в системе $\text{Me}_2\text{O}(\text{Me}'\text{O})\text{-Al}_2\text{O}_3\text{-TiO}_2$ ($\text{Me}=\text{Cs}$; $\text{Me}'=\text{Ba}$, Sr).

Образцы готовились методом твердофазного синтеза из смеси исходных реактивов, взятых в соотношениях, отвечающих составу синтезируемого соединения. Спекание производилось в условиях воздушной среды атмосферного давления поэтапно при температурах 650 °С, 950 °С, 1250 °С в течение 18 часов.

Фазовый анализ полученных образцов проводился на дифрактометре ДРОН-3 по методу порошков. При этом, во избежание систематической ошибки измерения параметров элементарной ячейки, привлекалась методика внутреннего стандарта (Ge). Для оценки количества аморфной фазы был применен кристаллооптический метод с использованием иммерсионных жидких сред. Ход процесса синтеза контролировался с помощью дифференциально-термического анализа.

Точное определение пределов изоморфного вхождения Cs в структуру производилось посредством рентгенофазового анализа (РФА) и расчета параметров элементарной ячейки. Как известно, в случае изоморфного взаимного замещения катионов в структуре ячейки изменение ее параметров при вариации состава соединения ($a(x)$, $c(x)$, $V(x)$) по правилу Вегарда должно иметь линейный (в некоторых случаях квадратичный) характер. Анализ полученных зависимостей (рис. 2) показал, что катионы Cs изоморфно входят в структуру голландита в пределах $x \leq 0.7$, так как уже при $x=0.8$ изменения параметров не наблюдается, что указывает на границу растворимости Cs в твердом растворе. Это позволило сделать вывод о том, что фаза состава $\text{Cs}_x\text{Ba}_{1-x/2}\text{Al}_2\text{Ti}_5\text{O}_{14}$ со структурой типа голландита образуется в пределах $0 \leq x \leq 0.7$. Отклонение от правила Вегарда параметра c в сторону уменьшения вызвано, по всей вероятности, упорядочением крупных катионов (Cs, Ba) в туннельных позициях. Полученный предел растворимости соответствует 13,8 % Cs, что является достаточным для эффективного связывания Cs в выбранном составе голландитовой фазы.

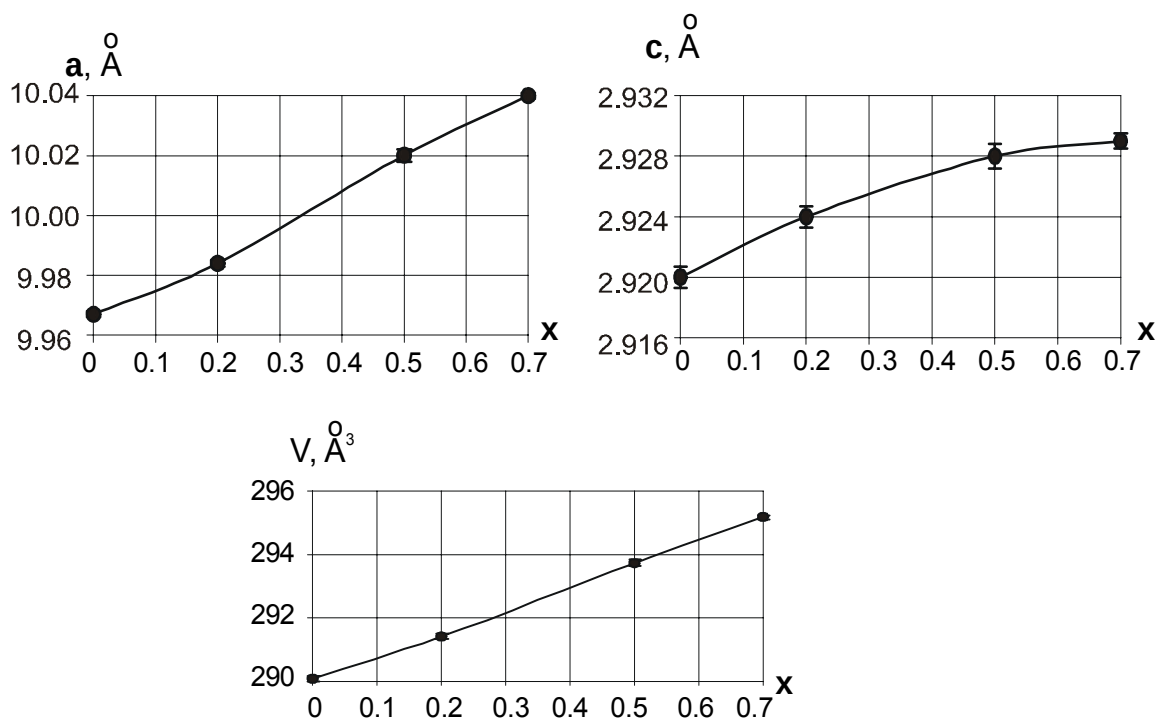


Рис. 2. Изменение параметров элементарной ячейки в зависимости от состава твердого раствора $\text{Cs}_x\text{Ba}_{1-x/2}\text{Al}_2\text{Ti}_5\text{O}_{14}$ ($0 \leq x \leq 0.7$)

Проведенные исследования возможности замещения Ba на Sr показали малую изоморфную емкость синтезированной голландитовой фазы. Уже при $x > 0.2$ в тех же условиях синтеза были получены не однофазные, а многофазные образцы, в которых, кроме голландитовой фазы, присутствовали TiO_2 и SrTiO_3 . Это указало на неэффективность применения данной структуры для фиксации Sr в необходимых количествах.

Кинетика образования голландита изучалась (рис. 3) с помощью прямого полуколичественного РФА на одном из образцов соединения $\text{Cs}_{0.5}\text{Ba}_{0.75}\text{Al}_2\text{Ti}_5\text{O}_{14}$ ($x=0.5$). Установлено, что голландит кристаллизуется без возникновения промежуточных фаз. Длительная выдержка (36 часов) при температурах 1150 °С, 1200 °С привела к образованию менее 90% голландита, и при этом остается некоторое количество исходного окисла TiO_2 .

Образование 95% голландита произошло при температуре 1250 °С за 4 часа. При больших экспозициях реализуются, по-видимому, процессы упорядочения, что отмечено на дифрактограммах появлением неидентифицируемого пика. Полная гомогенизация образцов наступила после 18 часов обжига. Дальнейшая выдержка (до 36 часов) характеризуется незначительным выделением TiO_2 . Это связано, по всей видимости, с тем, что состав исходной шихты не в полной мере соответствовал наиболее устойчивому химическому составу голландитовой фазы.

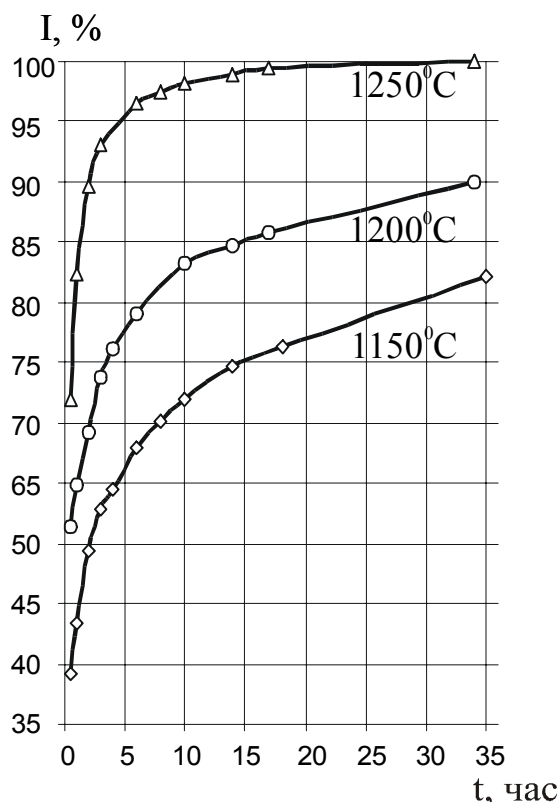


Рис. 3. Кинетические кривые образования голландитовой фазы состава $\text{Cs}_{0.5}\text{Ba}_{0.75}\text{Al}_2\text{Ti}_5\text{O}_{14}$ (I, - доля голландитовой фазы)

Таким образом, оптимальный режим синтеза данного соединения в условиях атмосферного давления воздушной среды соответствует обжигу при температуре около 1250 °С с экспозицией не менее 18 часов.

В итоге проведенной работы получены следующие результаты:

- выяснены пределы изоморфного вхождения Cs и Sr в структуру алюмо-титанатного голландита;

- определены оптимальные условия синтеза структуры алюмо-титанатного голландита в воздушной среде при атмосферном давлении.

Анализ результатов комплексного исследования дает возможность сделать основной вывод о том, что синтезированный минерал со структурой голландита может быть эффективно использован в качестве матрицы при захоронении радиоактивного Cs, но обладает недостаточной изоморфной емкостью для захоронения Sr.

Литература

1. Ringwood A.E., S.E. Kesson, K.D. Reeve et al. // SYNROC. Radioactive waste forms for the future. Elsevier Science Publ. B.V. 1988. p. 233 – 334
2. Guha J.P., Kolar D., Volavšek B. // Preparation and Characterization of New Ternary Compounds the System BaO-TiO₂-Al₂O₃. Journal Solid State Chemistry. 1984. V. 55, №2. P.125–132
3. Kesson E., White T.J. // [Ba_xCs_y][(Ti,Al)³⁺_{2x+y}Ti⁴⁺_{8-2x-y}]O₁₆ Synroc-type hollandites 1. Phase chemistry. Proc. R. Soc. Lond. A. 1986. V. 405. P.73-101

МЕХАНИЗМ ОБРАЗОВАНИЯ РЕГУЛЯРНОГО МИКРОРЕЛЬЕФА НА ПЛОСКИХ ПОВЕРХНОСТЯХ МНОГОШАРИКОВЫМ ИНСТРУМЕНТОМ

Ю.П. Кузьмин, Н.Д. Фролов, М.Ю. Кузьмин

Использование многошариковых инструментов для образования регулярных микрорельефов (РМР) на плоских поверхностях значительно повышает производительность обработки, но, одновременно, накладывает определенные ограничения в выборе режимов обработки и, тем самым, снижает универсальность метода. Образование РМР на плоских поверхностях (рис. 1) обеспечивается выбором соответствующих параметров режима вибронакатывания:

- перемещением со скоростью v инструмента или заготовки;
- числом двойных ходов $n_{\text{дв.х.}}$;
- амплитудой осциллирующего движения многошарикового инструмента A ;
- углом наклона оси инструмента к направлению перемещения инструмента или заготовки α .

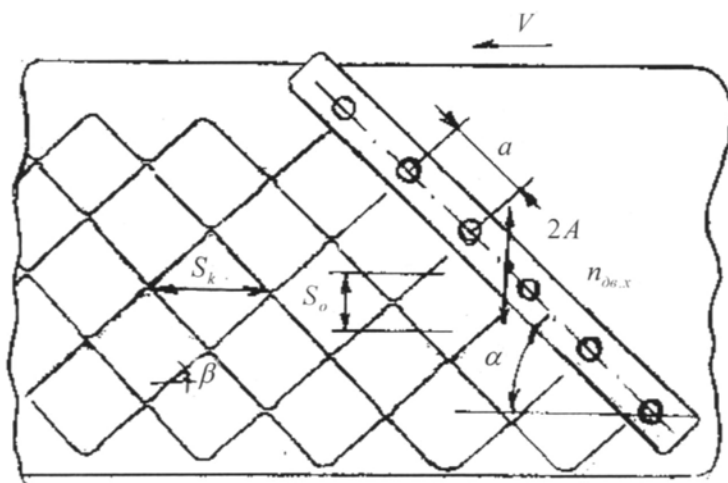


Рис. 1. Механизм образования РМР многошариковым инструментом

Найдем значения угла α , при котором происходит соприкосновение канавок образованных двумя соседними шариками инструмента, отстоящими друг от друга на расстоянии a . Составим уравнение движения центра первого и второго шарика инструмента:

$$y_1 = A \sin 2\pi \frac{x}{S_k}, \quad (1)$$

$$y_2 = A \sin(2\pi \frac{x}{S_k} + 2\pi\{i\}) + S_o, \quad (2)$$

где $\{i\}$ – дробная часть смещения второй кривой относительно первой; S_o – осевой шаг неровностей; S_k – круговой шаг неровностей. Найдем точку y_{12} пересечения двух синусоид, образованных двумя соседними шариками. Очевидно, что в этом случае должно выполняться условие $y_{12} = y_1 = y_2$. Приравняв друг другу уравнения (1) и (2), получим для y_{12} следующее выражение:

$$y_{12} = \frac{S_o}{2} - \sqrt{A^2 \cos^2 \pi\{i\} - \frac{S_o^2}{4} \operatorname{ctg}^2 \pi\{i\}}. \quad (3)$$

Касание этих двух синусоид происходит при выполнении условия $A^2 \cos^2 \pi\{i\} - \frac{S_o^2}{4} \operatorname{ctg}^2 \pi\{i\} = 0$, т.е. при условии

$$S_o = 2A \sin \pi\{i\}. \quad (4)$$

Учитывая, что расстояние между шариками инструмента равно a и угол наклона инструмента при обработке поверхности равен α , для S_o и $\{i\}$ можно найти следующие выражения:

$$S_o = a \sin \alpha, \quad (5)$$

$$\{i\} = \frac{a \cos \alpha}{S_k}. \quad (6)$$

С учетом выражений (5) и (6) $\sin \alpha = \frac{2A}{a} \sin(\pi \frac{a \cos \alpha}{S_k})$. Каждая синусоидальная кривая характеризуется углом наклона сетки β , который связан с шагом S_k и амплитудой A следующим выражением:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{2\pi A}{S_k}. \quad (7)$$

Введя обозначение $\frac{2A}{a} = k$ и связав между собой все предыдущие выражения, получим:

$$\sin \alpha = k \sin \frac{\cos \alpha}{k} \operatorname{tg} \beta. \quad (8)$$

Из последнего выражения найдем минимальные значения углов α , при которых возможно касание двух соседних синусоид. Очевидно, что это бывает при выполнении условия $\frac{\cos \alpha}{k} \operatorname{tg} \beta = \frac{\pi}{2}$ или $k = \frac{2 \cos \alpha}{\pi} \operatorname{tg} \beta$. При выполнении условия $\sin \alpha = k$ получим для $\sin \alpha$ и α следующие выражения:

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{2 \cos \alpha}{\pi} \operatorname{tg} \beta, \\ \alpha &= \arctg \frac{2 \operatorname{tg} \beta}{\pi}. \end{aligned} \quad (9)$$

Найдем численные значения минимальных углов α , при которых возможно касание синусоид для конкретных значений углов наклона синусоид β и соответствующих им значений коэффициентов k . Найденные данные сведем в табл. 1.

Таблица 1. Значения минимальных углов α

β	α	k
15	9,68	0,17
30	20,18	0,35
45	32,48	0,54
57,30	44,75	0,70
60	47,79	0,74
75	67,17	0,92

Для выявления характера границы раздела РМР I и III видов (линии касания) для трех различных значений углов наклона синусоид ($30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$) найдем численные значения углов наклона инструмента α при различных значениях k , используя уравнение (9), в которое подставлены конкретные значения углов β : $\sin \alpha = k \sin(\frac{\cos \alpha}{1,73k})$ при $\beta = 30^\circ$, $\sin \alpha = k \sin(\frac{\cos \alpha}{k})$ при $\beta = 45^\circ$, $\sin \alpha = k \sin(\frac{\cos \alpha}{0,58k})$ при $\beta = 60^\circ$. Полученные данные сведем в табл. 2.

Таблица 2. Значения углов наклона инструмента α от k

k	α		
	$\beta = 30^\circ$	$\beta = 45^\circ$	$\beta = 60^\circ$
0,35	20,18	-	-
0,54	26,20	32,48	-
0,74	28,05	39,70	49,79
1	29,00	42,35	55,85
2	29,66	44,40	59,20
3	29,70	44,73	59,70
5	29,80	44,81	59,79
10	30,00	45,00	60,00

Из табл. 2 видно, что угол наклона α инструмента с увеличением k стремится к углу наклона β синусоидальных кривых. По табличным данным построим графики зависимости значений углов α при различных углах β , при которых происходит касание синусоидальных кривых, образованных соседними шариками инструмента (рис. 2).

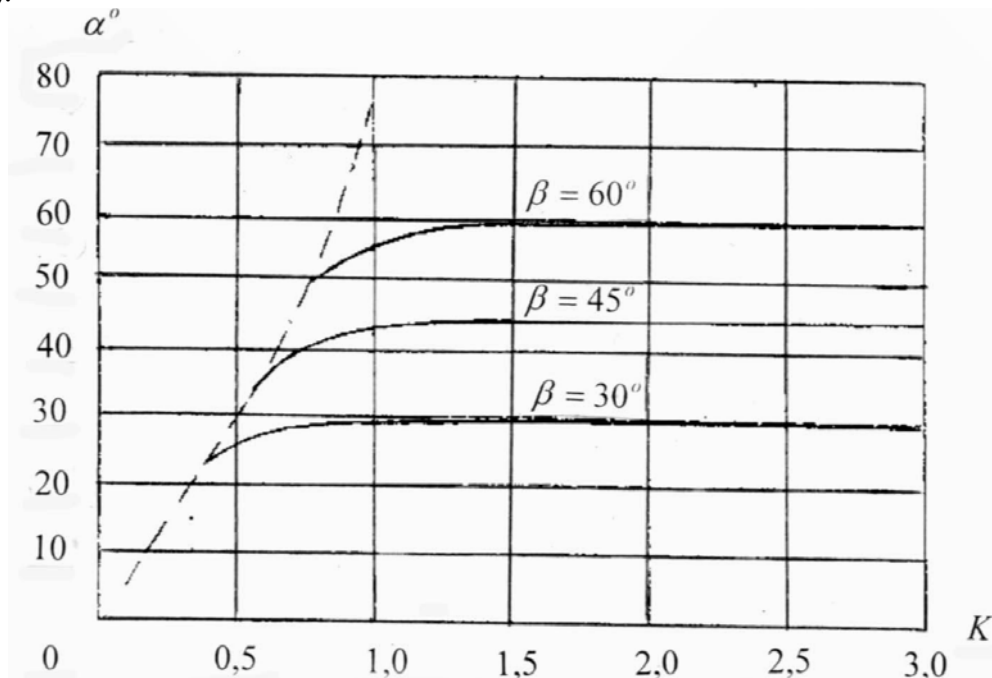


Рис. 2. Зависимость углов α от k

Представленные на рис. 2 кривые можно рассматривать как граничные условия образования различных видов РМР I, II и III видов. Точки режимов обработки, расположенные выше соответствующих кривых – условие образования РМР I вида, на кривых II вида выше соответствующих кривых III вида.

Найдем значения дробной части $\{i\}$, при которых происходит касание синусоидальных кривых, образованных соседними шариками при различных значениях k . Известно, что $\{i\} = \frac{a \cos \alpha}{S_k}$, а $S_k = \frac{2\pi A}{\operatorname{tg} \beta}$. Следовательно

$$\{i\} = \frac{\cos \alpha}{k\pi} \operatorname{tg} \beta. \quad (10)$$

Подсчитаем значения дробной части $\{i\}$ в зависимости от k для трех различных значений β с учетом полученных ранее значений углов α и сведем все это в табл. 3.

Таблица 3. Значения дробной части $\{i\}$ в зависимости от k

k	$\{i\}$		
	$\beta = 30^\circ$	$\beta = 45^\circ$	$\beta = 60^\circ$
0,35	0,50	-	-
0,54	0,31	0,50	-
0,74	0,22	0,33	0,50
1	0,16	0,24	0,31
2	0,080	0,11	0,14
3	0,053	0,075	0,093
5	0,032	0,045	0,055
10	0,016	0,022	0,028

Большой практический интерес представляет РМР с $\{i\} = 0,5$. Очевидно, что в этом случае $S_o = 2A = a \sin \alpha = ak$. Подставив в формулу (10) $k = \sin \alpha$, получим:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \beta}{\pi}. \quad (11)$$

Мы получили то же самое выражение, что и для минимальных углов α , при которых происходит касание синусоидальных кривых.

По численным значениям $\{i\}$ построены зависимости $\{i\}$ от k , приведенные на рис. 3.

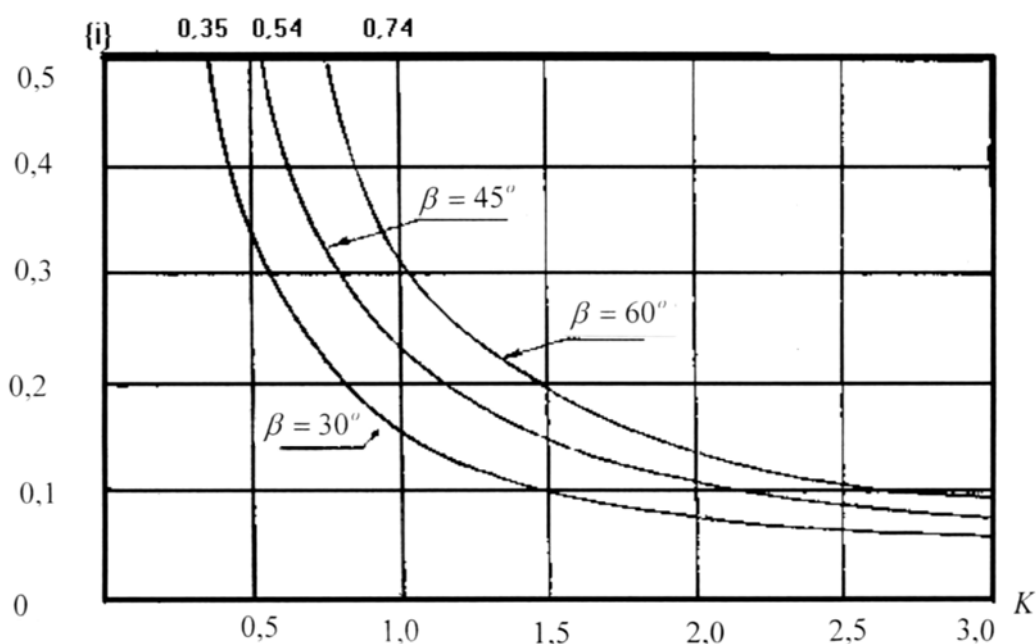


Рис. 3. Зависимость $\{i\}$ от k

Используя полученные зависимости и ранее известные формулы для A, S_o, S_k посмотрим, как изменяется форма ячеек РМР П-го вида при различных значениях k и $\{i\}$ (рис. 4).

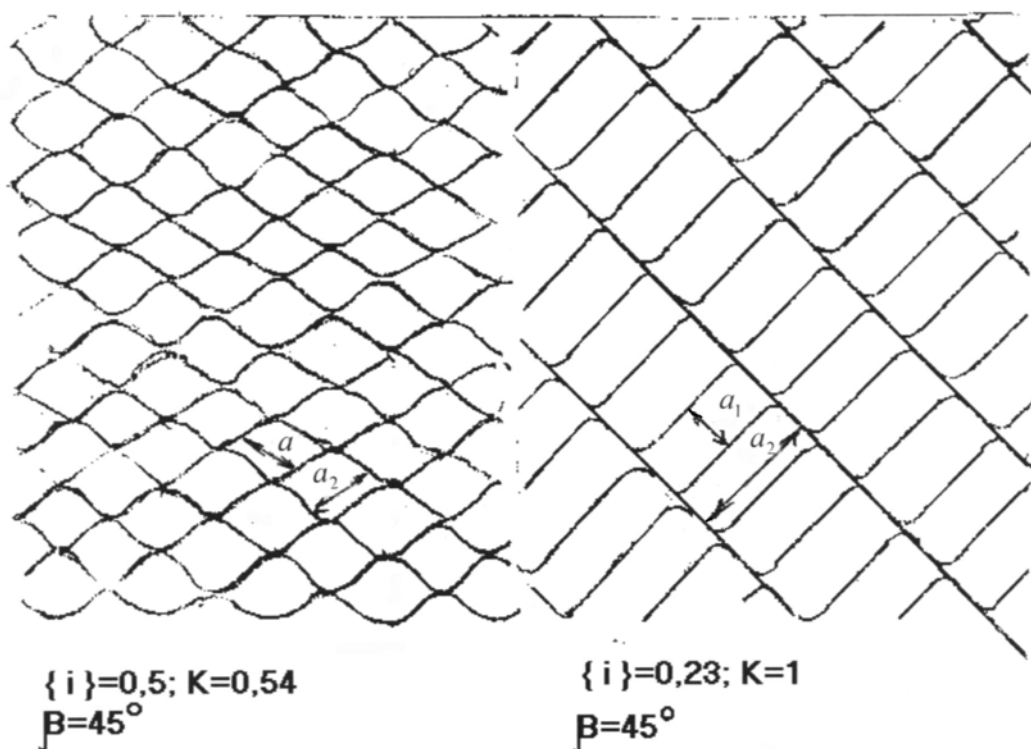


Рис. 4. Зависимость формы ячеек РМР от $\{i\}$ и k

Анализируя кривые, представленные на рис. 4, можно сделать следующие выводы:

- направление расположения ячеек РМР при обработке многошариковым инструментом совпадает с углом наклона инструмента;
- одна из сторон ячейки РМР при любых параметрах режима равна расстоянию между шариками инструмента;
- размер второй стороны ячейки непосредственно связан с расстоянием a и углом наклона α инструмента.

Таблица 4. Зависимость $\frac{a_2}{a_1}$ от k

k	$\frac{a_2}{a_1}$		
	$\beta = 30^\circ$	$\beta = 45^\circ$	$\beta = 60^\circ$
0,35	1	-	-
0,54	1,63	1	-
0,74	2,28	1,51	1
1	3,11	2,13	1,62
2	6,26	4,40	3,54
3	9,40	6,63	5,39
5	15,68	11,07	9,01
10	31,42	22,21	18,14

Длину стороны a_2 (см. рис. 4) можно найти из выражения

$$a_2 = \frac{S_k}{2 \cos \alpha} = \frac{\pi k a}{2 \cos \alpha \operatorname{tg} \beta}. \quad (12)$$

Данные об относительных размерах сторон сведены в табл. 4, а график зависимости $\frac{a_2}{a_1}$ от k при различных значениях углов β приведен на рис. 5.

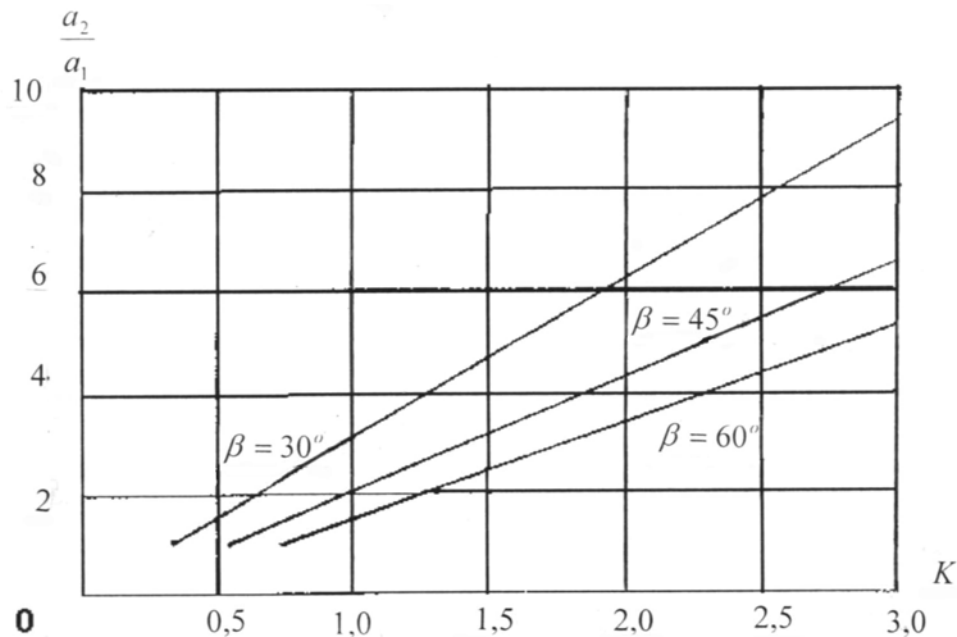


Рис. 5. Относительная зависимость размеров сторон ячейки РМР

Рассмотрим, как зависит площадь ячейки РМР, образованной границами соприкасающихся канавок, от k при различных углах наклона синусоид β . Известно, что площадь ячейки РМР S можно найти из следующего выражения:

$$S = S_0 S_k,$$

где $S_0 = a \sin \alpha$, а $S_k = \frac{2\pi A}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{\pi a k}{\operatorname{tg} \beta}$. Подставив S_0 и S_k , получим:

$$S = \frac{\pi a^2 k \sin \alpha}{\operatorname{tg} \beta}. \quad (13)$$

Составим табл. 5 для относительных значений $\frac{S}{a^2}$.

Таблица 5. Зависимость относительной площади ячейки РМР от k

k	$\frac{S}{a^2}$		
	$\beta = 30^\circ$	$\beta = 45^\circ$	$\beta = 60^\circ$
0,35	0,65	-	-
0,54	1,29	0,91	-
0,74	1,90	1,49	1,03
1	2,64	2,18	1,50
2	5,39	4,42	3,17
3	8,09	6,63	4,70
5	13,52	11,07	7,84
10	27,21	22,21	15,71

Данные таблицы представим в виде графика, приведенного на рис. 6.

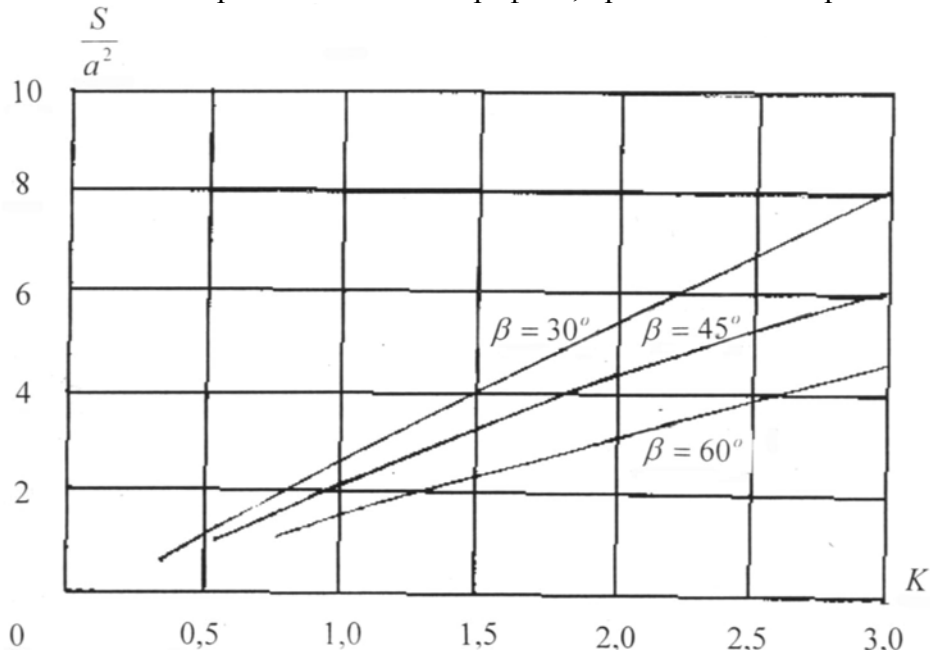


Рис. 6. Зависимость относительной площади ячейки РМР от k

Сравнивая кривые, приведенные на рис. 5 и рис. 6, видим, что, хотя характер их изменений идентичен, наблюдаются расхождения при $\beta = 30^\circ$ и $\beta = 60^\circ$, что можно объяснить тем, что при данных значениях углов ячейки РМР имеют менее прямоугольный характер, чем при угле $\beta = 45^\circ$.

Одним из важнейших параметров РМР является относительная опорная поверхность F_n . Считая, что ширина образуемой синусоидальной канавки равна 2ρ , значение относительной опорной поверхности можно найти из следующего выражения:

$$F_n = \frac{2\rho\lambda}{S_o S_k}, \quad (14)$$

где λ — длина синусоидальной линии за один круговой шаг неровностей S_k . Существует много различных формул для определения этого параметра, предложенных разными авторами, однако они довольно сложны для расчетов. Самый простой способ определения относительной опорной поверхности — представить синусоидальную канавку в виде пилообразной канавки. При таком подходе к расчету $\lambda = \frac{S_k}{\cos\beta}$.

Тогда

$$F_n = \frac{2\rho}{S_o \cos\beta}. \quad (15)$$

Ясно, что здесь появляется погрешность за счет того, что ширина этой приближенной канавки везде одинакова и равна $\frac{2\rho}{\cos\beta}$, хотя на самом деле она меньше

в верхней и нижней части синусоиды, где она равна 2ρ (рис. 7). Эту погрешность можно уменьшить, если учесть неравномерность ширины канавки. Попробуем найти более точные размеры канавки, представив ее в виде 'условной' канавки. Для этого из канавки с шириной $\frac{2\rho}{\cos\beta}$ вычтем площадь части синусоиды с амплитудой $\frac{2\rho}{\cos\beta} - 2\rho$,

т.е. найдем площадь части синусоиды:

$$y = \frac{2\rho}{\cos\beta}(1 - \cos\beta) \sin \frac{2\pi x}{S_k}. \quad (16)$$

$$\int_0^{\frac{S_k}{4}} \frac{2\rho}{\cos\beta}(1 - \cos\beta) \sin \frac{2\pi x}{S_k} = \frac{2\rho}{\cos\beta}(1 - \cos\beta) \frac{S_k}{2\pi} \cos \frac{2\pi x}{S_k} \cdot \frac{S_k}{4} = \frac{2\rho}{\cos\beta} \{1 - \cos\beta\} \frac{S_k}{2\pi}.$$

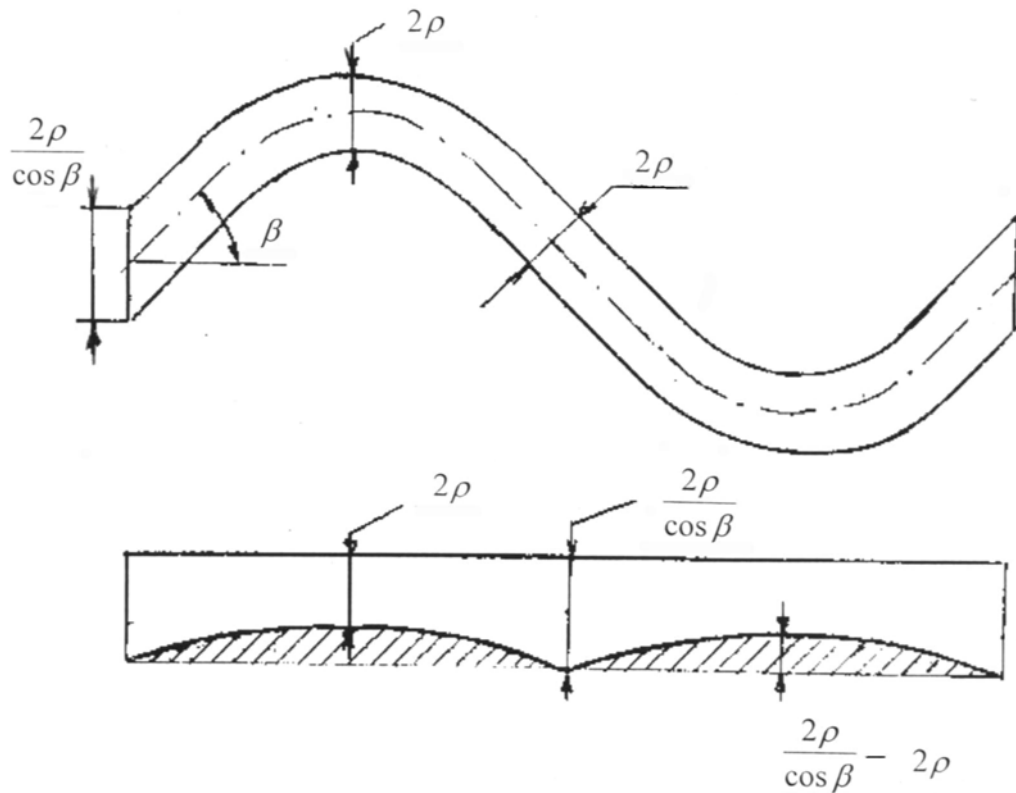


Рис. 7. Длина волны синусоидальной кривой и представление ее в виде "условной канавки переменной толщины"

Если полученное выражение разделить на $\frac{S_k}{4}$ и вычесть его из $\frac{2\rho}{\cos\beta}$, то мы получим толщину нашей "условной канавки", с помощью которой мы с большей точностью сможем вычислить величину относительной опорной поверхности:

$$2\rho_y = \frac{2\rho}{\cos\beta} \left(\frac{\pi - 2}{\pi} + \frac{2\cos\beta}{\pi} \right) \quad (17)$$

или

$$2\rho_y = \frac{2\rho}{\cos\beta} (0,36 + 0,64\cos\beta). \quad (18)$$

Используя выражение (18) и считая $S_o = a \sin \alpha$, представим F_n в следующем виде:

$$F_n = \frac{2\rho(0,36 + 0,64\cos\beta)}{a \cos\beta \sin \alpha}, \quad (19)$$

или

$$F_n = \frac{2\rho}{a} C. \quad (20)$$

Вычислим численные значения коэффициента C при различных углах β в зависимости от k (с учетом значений углов α , связанных с k). Результаты расчетов сведем в таблицу 6 и по их данным построим график зависимости C от k (рис. 8).

Таблица 6. Зависимость C от k

k	C		
	$\beta = 30^\circ$	$\beta = 45^\circ$	$\beta = 60^\circ$
0,35	3,06	-	-
0,54	2,39	2,14	-
0,74	2,25	1,80	1,78
1	2,19	1,71	1,65
2	2,14	1,64	1,59
3	2,13	1,63	1,58
5	2,12	1,63	1,58
10	2,11	1,63	1,58

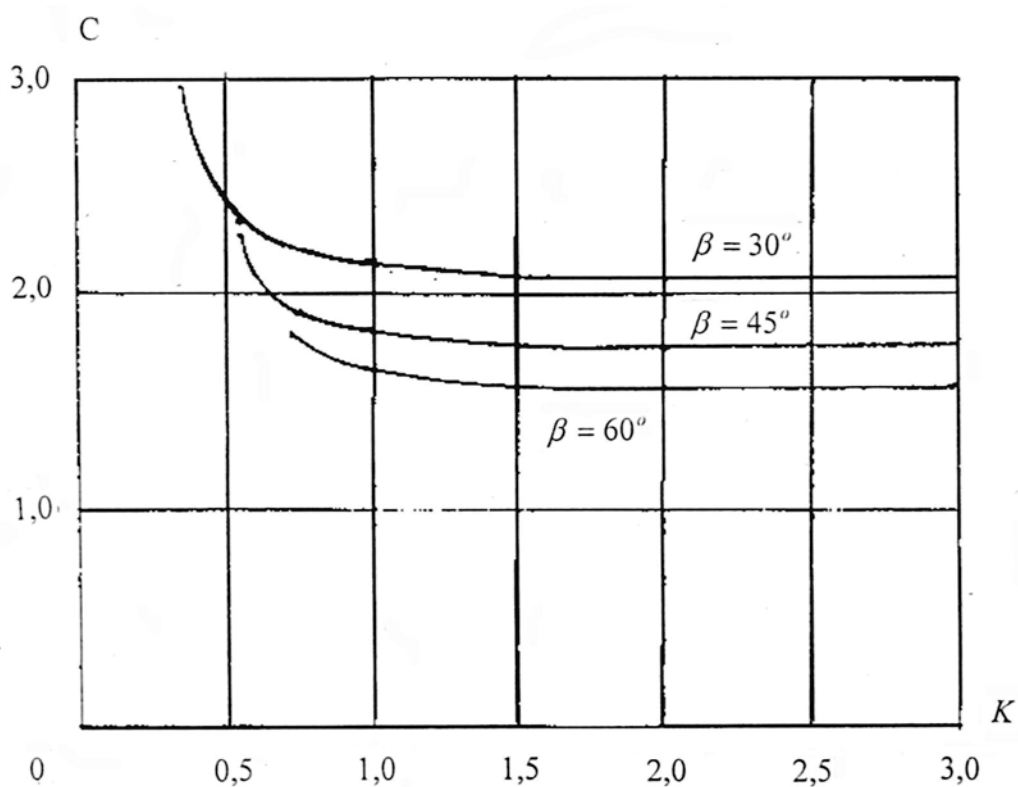


Рис. 8. Зависимость C от k

Таким образом, используя вышеприведенные зависимости, возможно на плоских листах и лентах получить регулярный микрорельеф с заданными геометрическими параметрами и характеристиками.

ОБРАЗОВАНИЕ РЕГУЛЯРНОГО МИКРОРЕЛЬЕФА ОДНРЯДНЫМ МНОГОШАРИКОВЫМ ИНСТРУМЕНТОМ

М.Ю. Кузьмин

Для образования регулярных микрорельефов (РМР) на поверхностях деталей машин и приборов вибронакатыванием целесообразно использовать многошариковый инструмент, позволяющий значительно повысить производительность обработки.

Одним из таких инструментов является многошариковая однорядная виброголовка с симметричным расположением шариков по окружности инструмента.

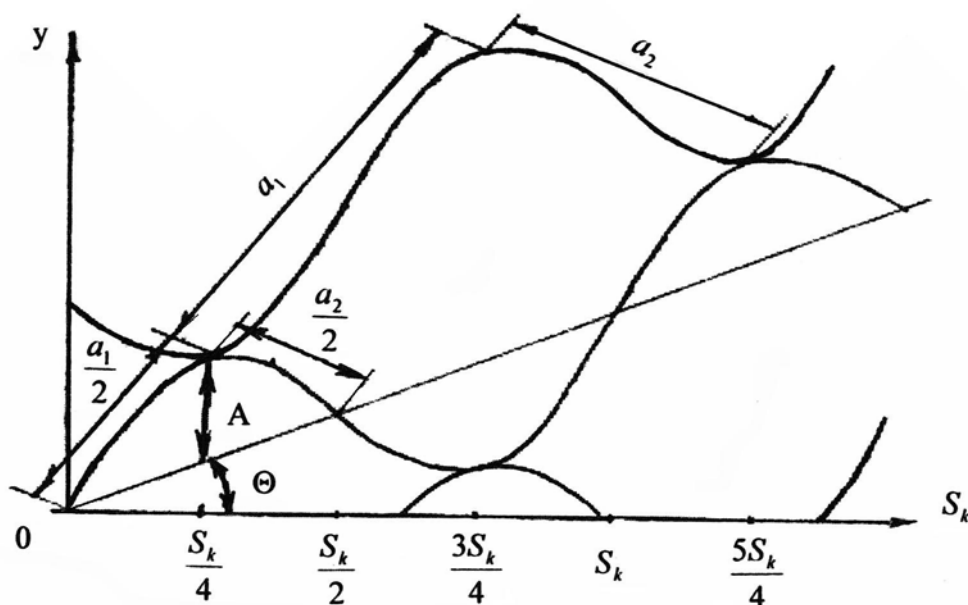


Рис. 1. Ячейка РМР, образованная двумя соседними синусоидами

В процессе вибронакатывания (рис. 1) уравнение движения шарика, имеющего нулевой индекс, можно представить следующим образом:

$$\gamma_0 = A \sin \frac{2\pi x}{S_k} + x \operatorname{tg} \Theta,$$

где A – амплитуда осцилляции инструмента; S_k – круговой шаг неровностей, в данном случае длина волны синусоиды; Θ – угол подъема винтовой линии регулярных микронеровностей ($\operatorname{tg} \Theta = \frac{n_u S_o}{\pi d_\gamma}$); n_u – число шариков в многошариковом инструменте;

S_o – осевой шаг неровностей; d_γ – диаметр заготовки.

Уравнение движения m -го шарика аналогично можно представить в виде

$$\gamma_m = A \sin \left(\frac{2\pi x}{S_k} + 2\pi m \{i\} \right) + m S_o + x \operatorname{tg} \Theta,$$

где $\{i\}$ – дробная часть отношения $\frac{m \pi d_\gamma}{n_u S_k}$.

Одной из характерных особенностей регулярного микрорельефа, образованного многошариковым инструментом, является увеличение угла подъема винтовой линии с ростом числа шариков инструмента и связанное с этим искажение формы ячеек микрорельефа. На рис. 1 представлена ячейка РМР, образованная двумя соседними синусоидами, имеющими угол подъема винтовой линии Θ , амплитуду A , круговой шаг $S_k = 4A$, осевой $S_o = 2A$ и смещенными друг относительно друга на $\{i\} = 0,5$

При одних и тех же параметрах синусоидальных кривых с изменением угла ϑ изменяются размеры сторон a_1 , a_2 и их отношение a_1/a_2 . Одну из сторон a_1 можно найти из следующего выражения:

$$\left(\frac{a_1}{2}\right)^2 = \left(\frac{S_k}{4}\right)^2 + \left(A + \frac{S_k}{4} \operatorname{tg} \vartheta\right)^2.$$

После соответствующих преобразований получим

$$a_1 = \frac{S_k}{2} + \sqrt{1 + (\operatorname{tg} \vartheta)^2}.$$

При нахождении выражения для a_2 в зависимости от угла ϑ получим две формулы, имеющие следующий вид:

$$a_{21} = \frac{S_k}{2} \sqrt{1 + (1 - \operatorname{tg} \vartheta)^2} \quad \text{при } \vartheta \leq 45^\circ;$$

$$a_{21} = \frac{S_k}{2} \sqrt{1 + (\operatorname{tg} \vartheta - 1)^2} \quad \text{при } \vartheta \geq 45^\circ.$$

После преобразования под знаком радикала обе предыдущие формулы примут вид

$$a_2 = \frac{S_k}{2} \sqrt{2 - 2\operatorname{tg} \vartheta + \operatorname{tg}^2 \vartheta}.$$

Для определения отношения сторон a_2/a_1 воспользуемся следующим выражением:

$$\frac{a_2}{a_1} = \sqrt{\frac{2 - 2\operatorname{tg} \vartheta + \operatorname{tg}^2 \vartheta}{1 + (1 + \operatorname{tg} \vartheta)^2}} = \sqrt{\frac{2 - 2\operatorname{tg} \vartheta + \operatorname{tg}^2 \vartheta}{2 + 2\operatorname{tg} \vartheta + \operatorname{tg}^2 \vartheta}}.$$

На основании вышеприведенной формулы найдем значения отношения a_2/a_1 при различных углах ϑ и представим их в виде графика на рис. 2.

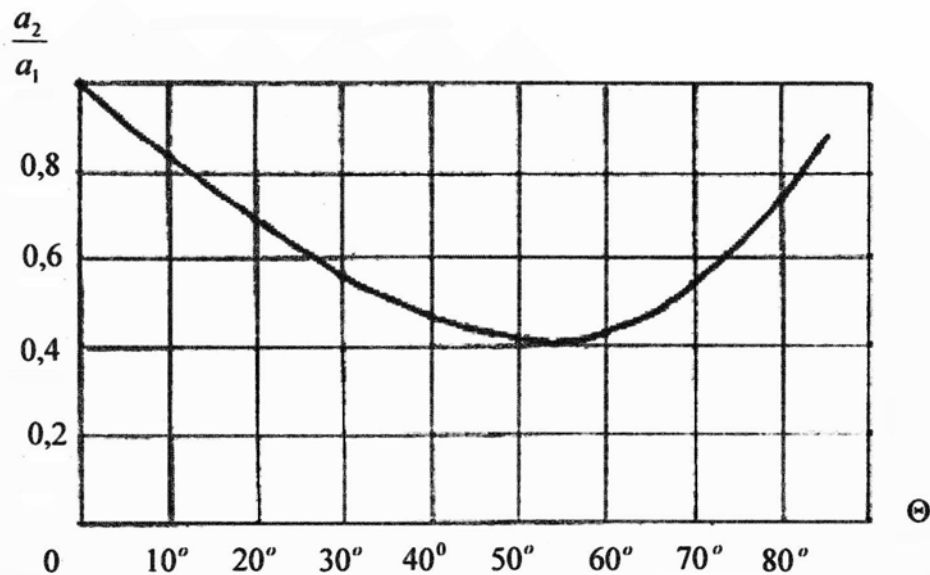


Рис. 2. Зависимость отношения сторон элемента РМР от угла ϑ

О том, как изменяется форма ячейки при различных значениях угла ϑ , можно получить представление из рис. 3.

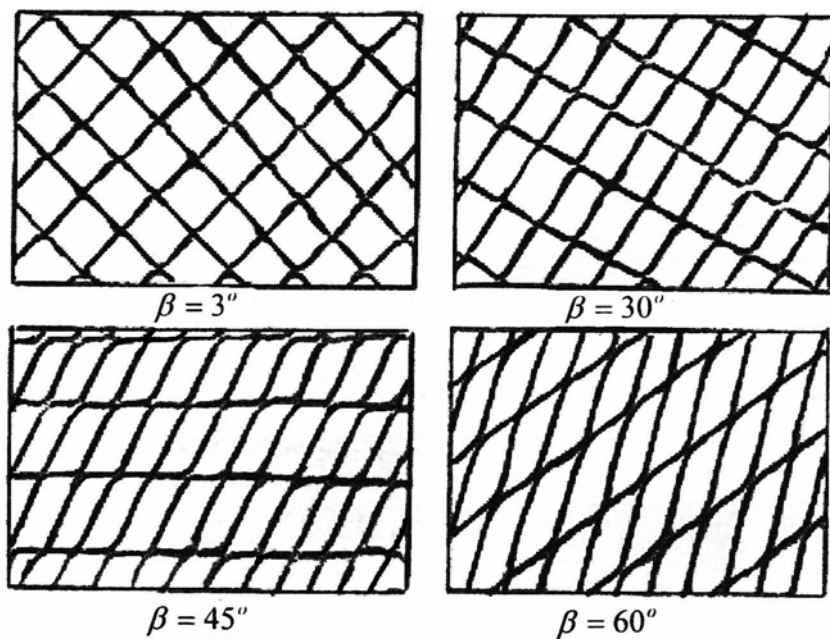


Рис. 3. Форма ячеек РМР при различных значениях угла ϑ

Из рис. 3 можно сделать вывод, что увеличение числа шариков в виброголовке приводит к увеличению угла ϑ и изменению формы ячеек РМР.

ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ВИБРОНАКАТЫВАНИЯ ОТВЕРСТИЙ МАЛОГО ДИАМЕТРА

А.Ю. Верещагин

Эффективный способ улучшения целого ряда эксплуатационных свойств деталей машин и приборов, таких, например, как повышение сопротивления трению и износу, заключается в оптимизации микрорельефа трущихся поверхностей деталей. Обработка методами поверхностного пластического деформирования, в частности, вибрационным накатыванием позволяет оптимизировать поверхность контакта путем создания маслосъемных регулярных микрорельефов, сохраняя при этом достаточную по величине опорную поверхность.

Реализация процесса вибронакатывания возможна с использованием различных конструкций виброголовок к универсальным и специальным станкам. Однако применение известных конструкций виброголовок для обработки протяженных поверхностей малых диаметров представляет значительные сложности. Это связано с малыми величинами размеров деформирующих элементов, амплитуд осцилляционного движения и усилий вибронакатывания, а с другой стороны, предопределяет незначительные затраты мощности на осуществление процесса, поэтому становится неоправданным использование мощных станков и виброголовок.

В условиях крупносерийного и массового производства появляется необходимость повышения производительности процесса вибронакатывания. При этом указанные ранее проблемы, возникающие с использованием известных конструкций виброголовок, увеличиваются или их применение становится вообще невозможным.

Ряд существенных недостатков имеют известные конструкции виброголовок [1] с цилиндрическими направляющими осцилляционного движения. Необходимость использования более мощных двигателей в них продиктована значительными потерями на трение. Направляющие осцилляционного движения имеют большую массу, габариты и недостаточную износостойкость. Наибольшее влияние описанные недостатки оказывают при обработке отверстий деталей малых диаметров и с малыми возвратно-поступательными перемещениями. В СПб ГИТМО (ТУ) разработана конструкция виброголовки, имеющей плоские направляющие осцилляционного движения. В ней указанные недостатки отсутствуют.

Увеличить производительность процесса вибронакатывания можно различными путями. Такая необходимость особенно очевидна, если учесть, что вибронакатывание является, как правило, конечной операцией технологического процесса [1, 2]. Сокращение ее длительности положительно влияет на трудоемкость изготовления изделия в целом. Одним из вариантов повышения производительности может быть параллельное совмещение операций по точению детали и вибронакатыванию. Но для отверстий малых диаметров это неосуществимо, поэтому следует обозначить наиболее общие пути повышения производительности вибронакатывания. В связи с этим возможно и необходимо повысить интенсивность режимов обработки, использовать инструмент с тремя и более деформирующими элементами, механизировать и автоматизировать процесс. Для повышения интенсивности режимов следует увеличить частоту осцилляций, установив в качестве привода электродвигатель с большим числом оборотов. Сохранение того же вида регулярного микрорельефа при увеличении числа осцилляций деформирующих элементов потребует увеличения числа оборотов заготовки. Увеличение количества деформирующих элементов также повышает производительность процесса вибронакатывания и позволяет увеличить в соответствующее число раз (кратное числу деформирующих элементов) продольную подачу при прочих равных условиях. Так, например, использование электродвигателя с большим в два раза числом оборотов потребует увеличить в два раза и обороты

заготовки, что приведет к уменьшению времени вибронакатывания заготовки во столько же раз. Если применить инструмент с тремя деформирующими элементами, то при условии трехкратного увеличения подачи время вибронакатывания уменьшится еще в три раза.

В состав виброголовки входит инструмент, который содержит деформирующие элементы. Для обработки протяженных отверстий малых диаметров наиболее оптимальным является инструмент, имеющий три деформирующих элемента – шарика. Обеспечить надежную работу одновременно трех шариков необходимо за счет точного изготовления их опорных элементов и элементов, ограничивающих перемещение, с целью расположения шариков в одной плоскости и исключения возможности заклинивания. Кроме указанных специфических требований, предъявляемых к инструменту, необходимо добавить наличие механизма регулирования усилия на деформирующих элементах с возможностью их ввода до и вывода после обработки без усилия. При этом регулировочные элементы механизма должны располагаться со стороны, противоположной той, которая вводится в обрабатываемую деталь. Данные требования особенно существенны при вибронакатывании протяженных отверстий малого диаметра. Такой инструмент создан в СПб ГИТМО (ТУ).

Снятие усилия обработки оказывается необходимым и при вибронакатывании прерывистых поверхностей, например, имеющих смазочные канавки или отверстия, шпоночные пазы, шлицы, ступенчатые поверхности (для исключения западания шарика и предотвращения его ударов). В этих случаях возникает возможность образования заусенцев, которые, отрываясь при работе, вызывают повышенный износ (вплоть до схватывания) трущихся поверхностей. Контроль и последующее удаление их очень трудоемко.

Вибронакатывание в условиях массового производства требует дальнейшей механизации и автоматизации процесса, поскольку применение высокопроизводительной универсальной оснастки нецелесообразно из-за большой трудоемкости операции за счет значительного вспомогательного времени, что не соответствует средней трудоемкости изготовления деталей массового производства. Поэтому следует использовать схемы вибронакатывания, в которых заготовка будет неподвижна, а все рабочие движения будут совершаться виброголовкой.

Контроль процесса вибронакатывания, заключающийся в контроле самого технологического процесса обработки детали, может эффективно применяться и в случае отверстий малых диаметров. Этот контроль производят во время настройки виброголовки и повторяют периодически в процессе обработки. Усилие поджатия деформирующих элементов виброголовки к поверхности, подлежащей обработке, является основным параметром технологического процесса и однозначно определяет получение нормированного качества обработанной поверхности. Его и следует контролировать. Такие параметры, как частота вращения детали, число двойных ходов деформирующих элементов, величина подачи, задаются кинематикой технологической оснастки и при обработке практически не изменяются.

Высокопроизводительный процесс реализации регулярных микрорельефов на поверхностях отверстий малого диаметра вибронакатыванием необходим и возможен. Он позволяет улучшить целый ряд эксплуатационных качеств, описанных в [1, 2] и уменьшить трудоемкость обработки деталей вибронакатыванием.

Литература

1. Шнейдер Ю.Г. Эксплуатационные свойства деталей с регулярным микрорельефом. 2-е изд. Л.: Машиностроение, 1982. 248 с., ил.
2. Шнейдер Ю.Г. Технология финишной обработки давлением: Справочник. СПб.: Политехника, 1998. 414 с., ил.

ТЕХНОЛОГИЯ СНИЖЕНИЯ АДСОРБЦИОННО-ДЕСОРБЦИОННЫХ СПОСОБНОСТЕЙ ПОВЕРХНОСТЕЙ, РАБОТАЮЩИХ В УСЛОВИЯХ ВЫСОКОГО ВАКУУМА

В.А. Васильев, М.В. Присягин

Известно, что поверхности металлов и сплавов, применяемых в вакуумной технике, адсорбируют на воздухе газы и особенно пары воды. Эти газы связаны с поверхностью в основном силами химической и большей частью физической адсорбции. Величина этих сил и количество адсорбированных монослоев в основном зависят от степени шероховатости поверхности, количества дефектов в структуре приповерхностного слоя, рода металлов и сплавов и ряда других факторов.

Как известно, наиболее часто используются в вакуумной технике такие конструкционные материалы, как нержавеющая сталь, углеродистая сталь, и значительно реже алюминий и его сплавы, титан, медь и другие материалы.

Для того, чтобы получить в вакуумной камере, сделанной, например, из нержавеющей стали, давление 10^{-7} – 10^{-9} Па и более низкое, необходимо обеспечить десорбцию газов, ранее адсорбированных внутренней ее поверхностью. Ее обычно осуществляют разными способами, наиболее эффективным и часто применяемым из которых является длительный, в течение нескольких десятков часов, прогрев стенок вакуумной камеры под откачкой при температуре 200–400°C. Но при прогреве камеры, особенно из углеродистой или нержавеющей стали, кроме поверхностной десорбции, идет процесс освобождения газов, растворенных и хемосорбированных ранее в толще стенок при плавке и прокате этой стали. Эти газы, основную часть которых составляет атомарный водород, диффундируют к поверхности, обращенной в вакуум. Количество атомов водорода в атомарном и молекулярном виде в спектре остаточных газов достигает в сумме до 90% при достижении давления в камере из нержавеющей стали 10^{-8} – 10^{-10} Па.

Растворимость H_2 в нержавеющей стали достаточно высока. В алюминии H_2 практически не растворяется. В связи с этим ряд исследователей используют алюминий и алюминиевые сплавы вместо нержавеющей стали для создания сверхвысоковакуумных установок. Немаловажным достоинством таких установок являются их значительно меньшая металлоемкость и вес при достаточной прочности. Главными же недостатками установок, изготовленных из алюминиевых сплавов, является более сложная и дорогая технология их изготовления, необходимость создания более твердых покрытий на фланцевые уплотнения, более сложная сварка узлов и деталей из этих сплавов друг с другом и с деталями из других металлов.

Растворимость H_2 в титане примерно на 5 порядков выше, чем у нержавеющей стали. По-видимому, из-за этого титан как конструкционный материал пока не находит широкого распространения в вакуумной технике, хотя и обладает рядом достоинств по сравнению с нержавеющей сталью (в 1,7 раза меньший удельный вес, большая жесткость, полная немагнитность, большая коррозионная стойкость).

Как было отмечено выше, количество адсорбированных газов у металлов и сплавов сильно зависит от степени шероховатости их поверхности. Так, у большинства сверхвысоковакуумных камер аналитических и технологических установок, выпускаемых многими известными фирмами, их внутренняя поверхность обычно обработана до степени шероховатости Ra 1–3 мкм. Такая поверхность в сечении выглядит примерно так, как показано на рис 1, а.

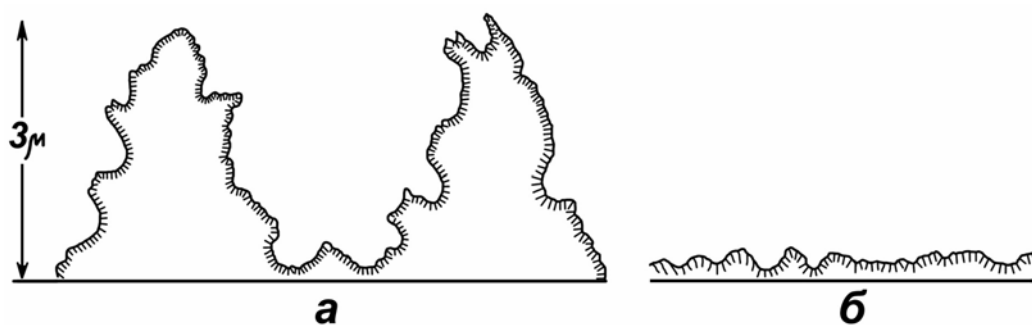


Рис. 1. Обработанные поверхности в сечении

Эта поверхность имеет относительно высокую степень шероховатости, а значит – большую реальную поверхность по сравнению с геометрической. На ней имеется значительное количество дефектов в структуре – микротрещин, инородных включений, следовательно, и огромное количество ненасыщенных ван-дер-ваальсовских сил, обуславливающих величину и количество сил физической адсорбции, а также возможное количество адсорбированных газов.

Если удастся отполировать эту поверхность до степени шероховатости $Ra\ 0,1\text{--}0,3\ \mu\text{м}$, то ее реальная площадь уменьшается больше, чем на порядок. Общее количество дефектов в структуре становится значительно меньше, и эта поверхность выглядит примерно так, как показано на рис. 1, б. Но на этой поверхности имеется еще достаточно большое количество микротрещин, границ срастания зерен компонентов сплавов, инородных включений, растворенных газов и других дефектов, которые и являются главными центрами физической адсорбции газов и особенно молекул воды, тяжелых углеводородов и других газов, имеющих наиболее высокую теплоту адсорбции.

Как нейтрализовать эти силы адсорбции, существенно снизить адсорбционно-десорбционную способность такой поверхности? В Институте аналитического приборостроения (ИАП) была разработана и впоследствии усовершенствована и внедрена в производство технология нанесения пленок металлов, таких как Al, Cu, Ag, Cr, V и других, на поверхность любых металлов и сплавов. Эта технология позволяла получать покрытия, обладающие очень низкими адсорбционно-десорбционными характеристиками. Так, на поверхности Al-пленки, нанесенной по этой технологии на влажном воздухе при атмосферном давлении, могло адсорбироваться всего $10^{-3}\text{--}10^{-5}$ мономолекулярных слоев H_2O вместо 1–10 монослоев, способных адсорбироваться на поверхности камеры из нержавеющей стали, полированной до степени шероховатости $Ra\ 0,1\text{--}0,3\ \mu\text{м}$. По этой технологии удалось создать на поверхности подложки плотную крупнокристаллическую пленку толщиной порядка $0,5\text{--}3\ \mu\text{м}$ с величиной плотно сросшихся отдельных монокристаллов около $3\text{--}10\ \mu\text{м}$ и более. Пленка Al, нанесенная по этой технологии на предварительно полированную поверхность нержавеющей стали, показанной на рис. 1, б, имела в сечении вид, приведенный на рис. 2.

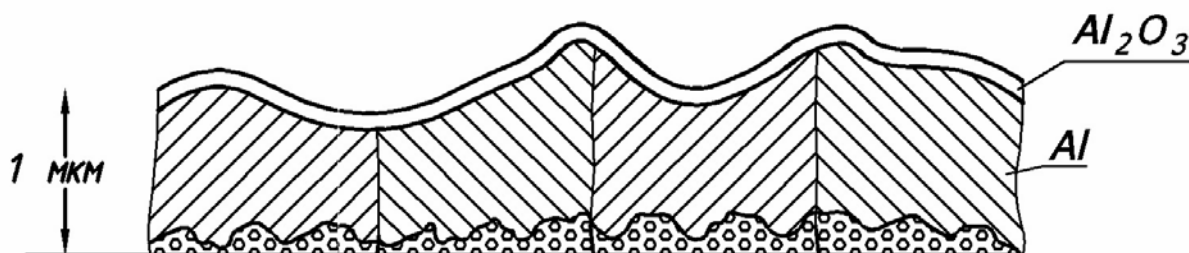


Рис. 2. Поверхность с нанесенным покрытием в сечении

Эта пленка имела на единице поверхности значительно меньше дефектов в структуре, чем подложка. На ее поверхности практически отсутствовали микротрещины, инородные включения, адсорбированные и химически связанные молекулы газов. Основными и немногочисленными центрами адсорбции такой пленки были только границы срастания зерен отдельных монокристаллов. Доля поверхности, занимаемая ими, составляла не более 0,01–0,001 % от поверхности всей пленки. Кроме этого, поверхность этой Al-пленки при соприкосновении с воздухом покрывалась тонкой пленкой Al_2O_3 толщиной до 20 Å. Как оказалось при последующих исследованиях, такая пленка Al с окисью Al обладает потенциальным барьером, непреодолимым для мигрирующего из толщи нержавеющей стали водорода.

Получить такую пленку из Al, да и из другого металла обычным методом вакуумного напыления не удастся по нескольким причинам. Во-первых, в вакууме 10^{-3} – 10^{-4} Па, который обычно достигается в не прогреваемых напылительных установках промышленного типа, при распылении металла вместе с их атомами на подложку попадают молекулы газов (H_2O , O_2 , N_2 , H_2 , CO , CO_2 , углеводороды и другие), десорбирующие со стенок камеры и диффундирующие со стороны насоса. Простой расчет показывает, что при давлении остаточных газов 10^{-3} – 10^{-4} Па в процессе напыления в течение, скажем, 5 минут с подложкой соударяется такое количество газовых молекул, что, если бы они садились на подложку с коэффициентом прилипания, близким к 1, то на ней образовался бы слой толщиной порядка 10^2 – 10^3 монослоев. За это же время напыления, например, пленки Al толщиной 1 мкм образуется на подложке порядка 3×10^3 моноатомных слоев Al. Если предположить, что большая часть молекул газа в процессе напыления Al замуровывается атомами Al, хемосорбируются им, то оказывается, что в максимуме на 3×10^3 моноатомных слоев Al приходится 1000–100 молекул газов, т.е. в алюминиевой пленке возможны примеси до 10^{-3} %. Правда, некоторая часть молекул газа может десорбироваться из пленки, но при этом все же остается достаточно большое количество дефектов в ее структуре.

Как устранить эту ситуацию? Были опробованы способы напыления путем термического испарения в молекулярно-вязкостном потоке атомов инертного газа. Наилучшие результаты были получены при напылении в потоке очень чистого гелия, получаемого испарением жидкой фазы. Он оказался самой чистой инертной средой, содержащей примеси менее 10^{-8} %. Кроме этого, атомы гелия имеют самые малые размеры, обладают самой высокой подвижностью и практически не адсорбируются при комнатной и более высокой температурах. При давлении He 2–8 Па средняя длина свободного пробега его атомов при комнатной температуре около 10^{-2} мм. Благодаря этому, если расстояние между испарителем и подложкой около 50–100 мм, испаряющиеся атомы алюминия на своем пути испытывают многократные соударения с атомами He, значительно теряют свою кинетическую энергию, скорость и направление движения. В результате этого атомы Al диффузно подлетают к поверхности подложки под самыми различными углами и конденсируются на ней, образуя пленку с крупными отдельными монокристаллами, плотно сросшимися между собой. Такая пленка при толщине порядка 1 мкм имеет среднюю величину монокристаллов порядка 3^{-10} мкм и содержит очень мало микротрещин, пор, включений хемосорбированных активных газов и других дефектов в структуре.

Многократно было отмечено, что поверхности вакуумных камер из нержавеющей стали, титана и даже обычной углеродистой стали, имеющие Al-пленку толщиной порядка 0,5–1 мкм, нанесенную по указанной технологии, обладают очень низкой адсорбционной способностью к молекулам воды и другим газам. Вместе с тем, такая пленка практически полностью перекрывает поступление в вакуумный объем камеры водорода из ее стенок, что связано с наличием на поверхности такой пленки плотного слоя Al_2O_3 толщиной порядка 1–2 нм, образующегося после соприкосновения

поверхности пленки с атмосферным воздухом. Этот слой окисла обладает значительным потенциальным барьером, который практически непреодолим для атомов водорода, диффундирующих из стенок камеры. Экспериментально это было замечено, когда вакуумные камеры из разных металлов и сплавов, содержащие на своей внутренней поверхности Al-пленку, нанесенную по указанной технологии, находясь даже длительное время на атмосферном воздухе, откачивались затем с помощью гелиевых крионасосов до давления 10^{-7} – 10^{-9} Па и ниже в течение нескольких часов – нескольких десятков часов без какого-либо прогрева этих камер.

Такая технология дала возможность начать использовать титан в качестве конструкционного материала камер в установках с полностью немагнитными свойствами, а также обычную углеродистую сталь в крупных сверхвысоковакуумных установках, что значительно удешевляет их.

Кроме обнаруженной очень низкой адсорбционно-десорбционной способности и газопроницаемости Al-пленок, была отмечена существенно более низкая степень их черноты или более высокая отражательная способность, особенно в инфракрасной области спектра и при низких температурах. Это наблюдается не только у Al-пленок, но и у всех пленок из хорошо электропроводных металлов (Ag, Au, Cu, и др.), особенно у медных при температуре жидкого He.

Перспективы использования Al и других пленок, получаемых по рассмотренной выше технологии, может дать существенный положительный эффект и при комнатной температуре, например, в волоконной оптике, в лазерной технике, в космической оптике и в других отраслях науки и техники.

Авторы выражают благодарность фирме "Криовакс" и лично М.П. Ларину за помощь в работе и ценные консультации.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ИЗМЕНЕНИЯ МИКРОГЕОМЕТРИИ ДЕТАЛЕЙ ПРИ ТРЕНИИ-СКОЛЬЖЕНИИ

В.А. Валетов, С.Д. Третьяков

Проблема повышения качества выпускаемой продукции актуальна практически для всех отраслей хозяйственной деятельности. В приборостроении, где требования к качеству изделий особенно высоки, повышение их надежности и долговечности невозможно без обеспечения оптимальной точности и качества поверхностей сопряжения элементов приборов. В большинстве случаев именно изнашивание подвижных узлов различных приборов приводит к преждевременному выходу всего изделия из строя. Поэтому создание оптимального микрорельефа рабочих поверхностей деталей является одним из основных и наиболее эффективных методов повышения качественных показателей машин и приборов. Исследования по оптимизации микрогеометрии рабочих поверхностей деталей проводятся уже в течение нескольких десятилетий как в нашей стране, так и за рубежом. В основной своей массе эти исследования направлены на решение проблемы с помощью параметрического описания микрогеометрии поверхности. Базируясь на стандартных критериях оценки микрогеометрии поверхности, которые могут определить лишь отдельные, усредненные характеристики отклонений реальной поверхности от идеальной, такие исследования не позволяют дать точную оценку этих отклонений.

Таким образом, для того, чтобы успешно решить задачу оптимизации микрогеометрии поверхностей, необходимо иметь возможность полного и точного описания микрорельефа функциональных поверхностей. Предложенный В.А. Валетовым [1] непараметрический подход к оценке микрогеометрии функциональных поверхностей позволяет не только решить проблему малой информативности стандартных параметрических критериев, но и открывает перед исследователями новые возможности применения методов оптимизации микрогеометрии поверхностей. Так, развитие различных микро- и нанотехнологий уже сейчас ставит перед учеными вопросы, связанные с возможностью контроля рельефа поверхностей малого масштаба. Естественно, что решать такие задачи при помощи отдельных стандартных критериев оценки микрорельефа не представляется возможным по причине их недостаточной информативности, а раздающиеся призывы к нахождению новых параметров оценки микрорельефа бессмысленны: полное параметрическое описание микрогеометрии поверхностей требует такого количества параметров, что делает задачу практически нерешаемой.

Непараметрический подход к оценке микрогеометрии функциональных поверхностей базируется на интерпретации профиля реальной поверхности как реализации случайной функции. И действительно, микрогеометрия реальной обработанной поверхности зависит от большого количества различных факторов (режимов резания, погрешностей формы, вибрации технологической системы и т.д.), поэтому ее и следует рассматривать как реализацию случайного поля. Таким образом, самую полную информацию о профиле содержат функции плотности распределения его ординат и углов наклона, и, соответственно, в качестве критериев оценки микрогеометрии поверхности используются графики этих функций. Для оценки микрорельефа поверхности могут использоваться графики функции плотности распределения и функции распределения ординат и углов наклона профиля. Графики функций распределения ординат и углов наклона профиля целесообразно применять при экспресс-анализе микрогеометрии поверхности или для приближенной оценки.

Непараметрический подход к оценке микрогеометрии поверхности выводит исследования по оптимизации микрорельефа поверхностей трения-скольжения на практические рельсы. При помощи функций плотностей распределения ординат

профиля и углов его наклона исследования по выявлению характера изменения микрорельефа функциональных поверхностей обретают более совершенное метрологическое обоснование. Таким образом, появляется возможность более достоверной проверки некоторых выводов и рекомендаций по оптимизации микрогеометрии поверхностей трения, которые были сделаны ранее на основе неинформативных параметрических критериев.

Так, широкое распространение получила гипотеза об "установившейся" или "равновесной" шероховатости [3]. На основе этой гипотезы были разработаны методики по оптимизации микрогеометрии функциональных поверхностей. В основе гипотезы об "установившейся" шероховатости лежит экспериментально полученный вывод о том, что по окончании процесса приработки устанавливается шероховатость, не зависящая от величины и характера первоначальной шероховатости, полученной при механической обработке, а зависящая от условий изнашивания. По мнению исследователей, такая шероховатость является оптимальной для данных условий трения и обеспечивает минимальное изнашивание. Таким образом, был сделан вывод о том, что после процесса приработки возникает некоторая шероховатость поверхности, которая уже не будет больше меняться ни при каких условиях и которой соответствует минимальный износ при трении [3]. Этот вывод базировался на том, что при достижении "равновесной" шероховатости прекращалось изменение ее параметров (R_a или R_z) и коэффициентов трения. И, что особо подчеркивалось исследователями, эта "равновесная" шероховатость является независимой от исходной микрогеометрии поверхности. Выводы, сделанные на основе гипотезы о "равновесной" шероховатости, нашли широкое применение в промышленном производстве. Но на практике оказалось, что не всегда приработанные поверхности, микрогеометрия которых была "доведена" до "равновесного" уровня, обладают наилучшими свойствами. Стоит отметить, что практически все исследования, проводимые с целью оптимизации микрогеометрии поверхности, опирались на стандартизованные параметрические критерии оценки шероховатости поверхности. Более того, чаще всего для описания профиля поверхности пользовались только одним единственным критерием (например, R_a или R_z). Это значит, что проблема требует продолжения исследований на более высоком метрологическом уровне.

Для решения задачи оптимизации микрогеометрии поверхности вначале необходимо более подробно изучить характер изменения микрорельефа функциональных поверхностей при трении. Здесь необходимо проведение ряда экспериментов с различными парами трения. Это позволит детально изучить характер изменения микрогеометрии при трении. Первый анализ, проведенных при помощи непараметрических критериев оценки микрогеометрии исследований, показал, что при достижении уровня так называемой "равновесной" шероховатости изменение ее не прекращается, так как при одних и тех же величинах таких параметров, как R_a , R_z и т.д., функции плотностей распределения ординат профилей этих поверхностей существенно различаются (рис.1).

Таким образом, проведенные исследования ясно показали, что такое явление, как "равновесная" шероховатость, не существует. Но, если такой неизменной шероховатости не существует, то можно сделать вывод о том, что изменение микрорельефа поверхностей в процессе их трения происходит постоянно. В таком случае задача оптимизации микрогеометрии поверхностей значительно усложняется.

Для решения задачи оптимизации микрогеометрии поверхности в условиях отсутствия некоторой постоянной шероховатости необходимо выявление закономерностей в изменении микрорельефа. Обнаружение таких закономерностей не только значительно упростит решение задач по оптимизации микрогеометрии поверхности, но и позволит вывести исследования по изменению микрогеометрии на качественно новый уровень.

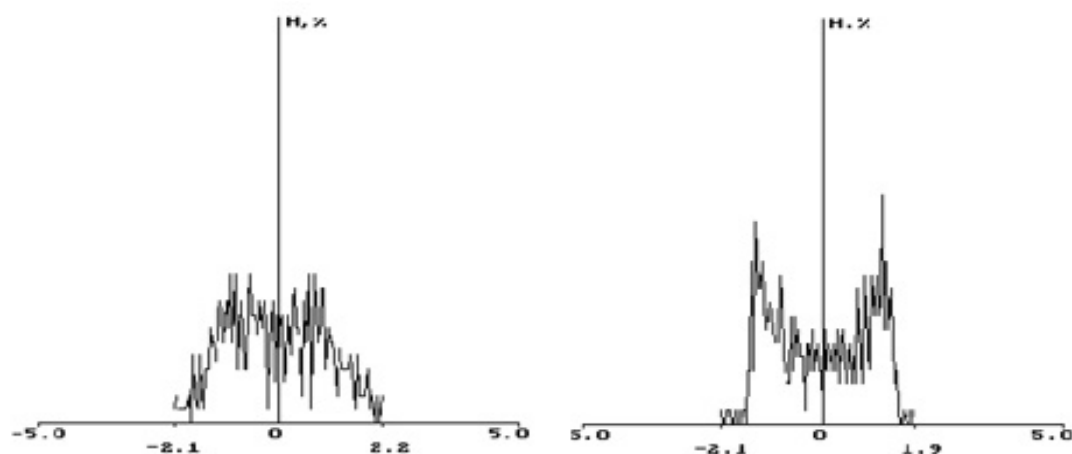


Рис. 1. Функции распределения ординат профилей двух поверхностей с одинаковыми значениями параметров R_a и R_z

Предположение о циклическом изменении характера микрогеометрии поверхности [2], которое было сделано на основе анализа изменения микрорельефа приработанных поверхностей при помощи непараметрических критериев оценки шероховатости, требует для своего подтверждения или опровержения проведения большого количества экспериментов. Те исследования, которые уже были проведены, позволяют все же утверждать, что в изменениях микрорельефа приработанных поверхностей существует некоторая цикличность. Так, на рис. 2 показаны графики функций плотности распределения ординат профиля поверхности, микрорельеф которой подвергался изучению каждый раз после 10-минутной работы.

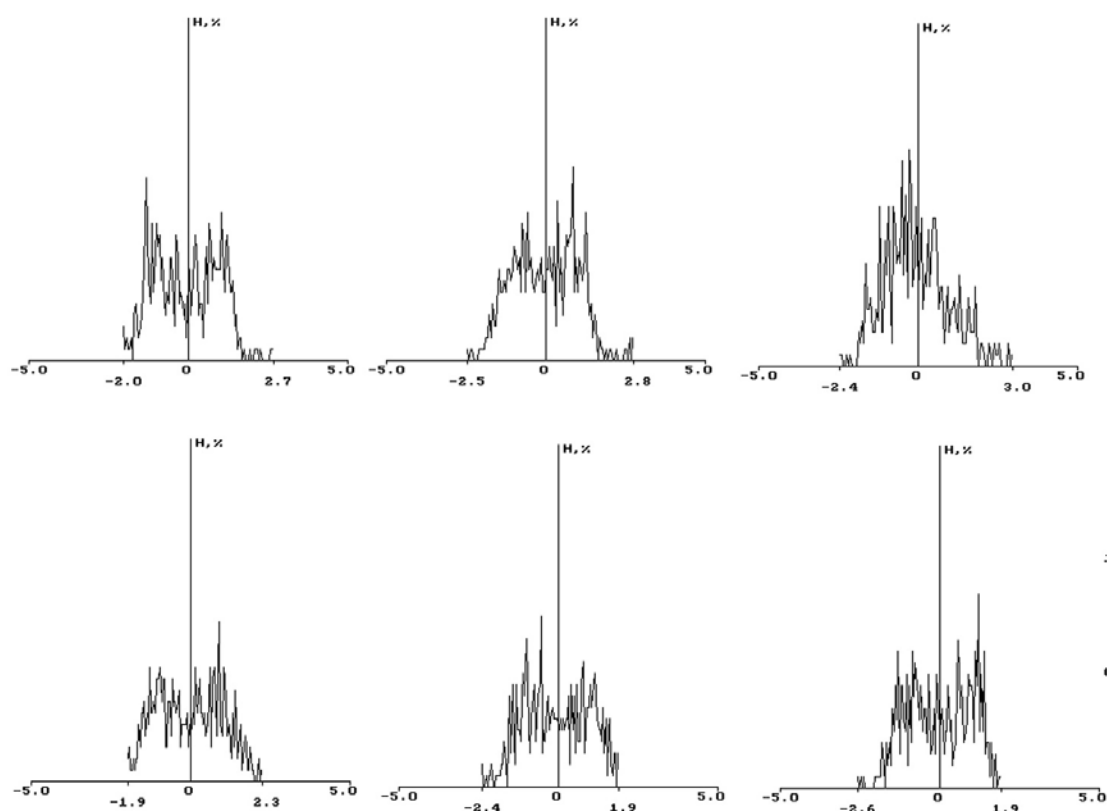


Рис. 2. Графики функции плотности распределения ординат профиля одной и той же поверхности, подвергавшейся испытаниям при неизменных условиях

Анализируя эти графики, можно заметить, что пикообразный "всплеск", который физически представляет собой наиболее характерный для данной поверхности уровень впадин (вершин), циклически смещается то в область впадин, то в область вершин. Характерным является то, что расстояние этого "всплеска" от средней линии как в области впадин, так и в области вершин практически одинаково. Таким образом, можно сказать, что для микрорельефа поверхности, представленной функциями плотности распределения ординат на рис. 2, характерно циклическое изменение с интервалом около 10 минут. Однако стоит отметить, что для более точного определения временного интервала необходимо проведение большего количества экспериментов с варьированием времени испытания образца. В целом же можно отметить факт присутствия закономерности циклического характера в изменении микрорельефа поверхности трения-скольжения, что дает основание для продолжения исследований с целью установления нового, ранее неизвестного явления в природе трения поверхностей.

Литература

1. Валетов В.А. Оптимизация микрогеометрии поверхностей деталей в приборостроении. Л., 1989.
2. Валетов В.А. Изменение микрогеометрии поверхностей трения деталей цилиндропоршневой группы судовых дизелей в процессе их работы // Трение и износ, 1983, том 4.
3. Крагельский И.В., Добычин М.Н., Комбалов В.С. Основы расчетов на трение и износ. М., 1977.

АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИИ ОБРАБОТКИ ДЕТАЛЕЙ НА ТОКАРНО-РЕВОЛЬВЕРНЫХ АВТОМАТАХ

Ю.А. Гульнов

Рациональное использование токарных автоматов в условиях мелкосерийного производства достигается при применении метода групповой обработки на основе использования ЭВМ для технологического проектирования. Принципиальная схема проведения такой работы предусматривает:

- кодирование исходной информации о деталях типа тел вращения, изготавливаемых из прутковых заготовок;
- проектирование технологии автоматной обработки деталей;
- определение экономической эффективности обработки деталей в группах;
- разработку управляющих программ для фрезерного станка с ЧПУ, используемого при изготовлении кулачков, составляющих наладку токарного автомата.

Проектирование технологического процесса автоматной обработки детали распадается на два основных этапа.

На первом этапе осуществляется формирование плана операции обработки детали. Для этого, исходя из анализа закодированных данных, производится назначение режущих инструментов для обработки наружных и внутренних поверхностей детали и распределение их по гнездам револьверной головки и поперечным суппортам. Для выбора оптимальной структуры операции возможные варианты планов автоматной обработки можно представить в виде графа $G(P, w)$, множество вершин которого обозначают набор параметров (межоперационные размеры, точность и шероховатость обработки поверхностей и т.п.), описывающих состояние поверхностей деталей после выполнения переходов, а множество дуг w соответствуют применению различных переходов.

Любой путь $(w_1, w_2, \dots, w_n)$ графа G , начинающийся в вершине P_0 и заканчивающийся в вершине P_k , является одним из вариантов структуры технологического процесса T , в соответствии с которым деталь из состояния заготовки P_0 переходит в конечное состояние P_k .

При проектировании технологии автоматной обработки в качестве исходных данных задаются значения P_0 (состояние заготовки) и сведения о детали, получаемые из ее чертежа. Решение задачи находится на множестве технологических процессов R_t с учетом целевой функции $F(T)$, характеризующей себестоимость автоматной обработки детали, и должно удовлетворять следующему условию:

$$F(T) = \min \{F(T) / T \in R_t\}.$$

На втором этапе проектирования технологического процесса, исходя из полученного плана операции, производится расчет параметров профилей кулачков, составляющих автоматную наладку. Одновременно решается задача поиска существующих групповых кулачков для изготовления детали, вновь появившейся в производстве.

При групповом методе обработки наладку автомата производят не для индивидуальной детали, а из расчета обработки группы различных деталей, объединенных по общности их конструктивно-технологических признаков. Объединение деталей, изготавливаемых малыми сериями, в группы приводит к образованию большой суммарной партии, обработка которой на автомате становится рентабельной. Затраты времени на подналадку автомата, неизбежные при переходе к обработке одной из каждой следующей партии разноименных деталей группы,

значительно меньше затрат на полную наладку, выполненную для каждого наименования деталей при единичных процессах.

Детали, обрабатываемые на токарно-револьверных автоматах, группируются в соответствии с видами движений рабочих органов станка, необходимыми для выполнения тех или иных переходов. С этой точки зрения все переходы можно разделить на три категории равноценных либо условно-равноценных переходов, выполняемых следующим образом:

1. продольным перемещением инструмента (продольное обтачивание, сверление, зенкерование, развертывание, растачивание, нарезание резьбы вдоль оси и т.п.);
2. поперечным перемещением инструмента (фасонирование, проточка канавок, подрезка торцов и т.п.);
3. комбинированным перемещением инструмента (обточка за буртом, расточка в отверстиях и т.п.).

К равноценным переходам относятся переходы, характеризующиеся единством рабочего инструмента, режима резания, точности и шероховатости обработки. К условно-равноценным переходам относятся переходы, характеризующиеся единством вида перемещений рабочих органов токарно-револьверного автомата. В частности, это будут переходы, осуществляемые при помощи одного участка кривой кулачка, но различными инструментами, заменяемыми при подналадке.

Естественно, что при группировании необходимо стремиться к тому, чтобы в одну группу включались детали с одинаковой последовательностью выполнения равноценных переходов. Однако если при этом не обеспечивается достаточная загрузка автомата, то группы комплектуются и с учетом условно-равноценных переходов. С ростом серийности производства возникает необходимость производить экономический расчет целесообразности обработки детали на групповой или единичной наладке. Для токарных автоматов этот расчет имеет особое значение, так как при групповой технологии для подавляющего большинства деталей возникают дополнительные потери на холостые ходы, которые снижают эффективность обработки больших партий деталей.

Целесообразность обработки деталей по групповой или единичной технологии основывается на сопоставлении технологической себестоимости детали.

Расчет технологической себестоимости детали при единичной и групповой обработке выражается формулами: при единичной обработке

$$C_{де} = C_{ше} + \frac{C_n}{n} + \frac{C_t}{pn};$$

при групповой обработке

$$C_{д.гр} = C_{ш.гр} + \frac{C_n + K_n C_n (N-1)}{nN} + \frac{C_t + K_t C_t (N-1)}{pnN}.$$

Здесь $C_{де}$ и $C_{д.гр}$ – технологическая себестоимость детали соответственно при единичной и групповой обработке, руб.; $C_{ше}$ и $C_{ш.гр}$ – затраты, связанные со штучным временем обработки детали на единичной и групповой наладке, руб.; C_n – затраты, связанные с наладкой станка на запускаемую партию, руб.; C_t – затраты на технологическую подготовку производства, руб.; K_n – коэффициент, учитывающий снижение времени на наладку каждой последующей детали группы; K_t – коэффициент, учитывающий долю затрат, связанных с технологической подготовкой производства на каждую последующую деталь группы; n – средний размер партий деталей, шт.; p – количество запусков детали на расчетный срок; N – количество наименований деталей, входящих в группу, шт.

Целесообразность применения групповой технологии определяется для каждой детали по величине $\Delta C = C_{де} - C_{д.гр}$, $\Delta C > 0$.

В том случае, если из существующих групповых кулачков не нашлось кулачков, пригодных для изготовления новой детали, или обработка ее по групповой технологии экономически нецелесообразна, по специальному алгоритму производится разработка управляющих программ для фрезерного станка с ЧПУ для изготовления кулачков.

Результаты автоматизированного проектирования технологии выдаются в виде операционно-технологической карты автоматной обработки, отпечатанной на ЭВМ.

Применение ЭВМ при проектировании технологических процессов обработки деталей на токарно-револьверных автоматах в условиях мелкосерийного производства позволяет значительно увеличить производительность труда технологов и снизить затраты на разработку технологии изготовления деталей.

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ОБОЛОЧКОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ ЗУБЧАТЫХ ВЕНЦОВ

В.М. Медунецкий

Современный этап развития точной механики характеризуется востребованностью теоретических и практических разработок, связанных с использованием композиционных материалов при изготовлении деталей механических устройств.

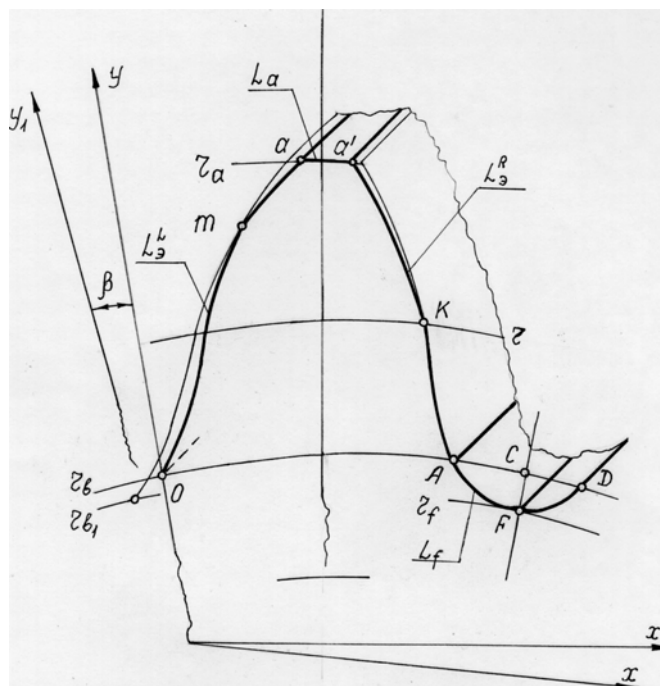
Постоянное требование совершенствования механизмов и приборов вынуждает искать новые подходы к проектированию и конструированию механических узлов и деталей с учетом появляющихся материалов с новыми свойствами и технологиями их получения. Объективная необходимость улучшения качественных показателей механизмов (повышение надежности, работоспособности и долговечности) и увеличение нагрузочной способности их элементов при уменьшении габаритно-весовых показателей заставляет определять рациональные пути применения пластмасс и композиционных материалов с высокими, прежде всего, прочностными характеристиками и экономически выгодными технологическими процессами их изготовления. Прежние взгляды и подходы к конструированию механизмов, содержащих детали, выполненные по традиционным типовым схемам, но из новых композиционных материалов, в большинстве случаев не являются оптимальными.

Ряд конструкторских задач можно решить на достаточно высоком уровне, если использовать в механизмах так называемые оболочковые конструкции деталей. Особенностью таких деталей является то, что внешняя их поверхность представлена в виде, к примеру, металлической оболочки. В таком варианте можно тело детали задавать из композиционного материала по требуемым физико-механическим параметрам, обеспечивающим прочность детали как таковой, а внешнюю часть – в виде оболочки с той поверхностью, которая позволяет получить желаемый функциональный результат при сопряжении с другой поверхностью детали. Таким образом, внешняя оболочка служит для того, чтобы обеспечить внешние формы детали с достаточной геометрической точностью исполнения. Развертка оболочки (прежде всего в виде тонкой плоской заготовки) обеспечивает возможность нанесения на ее поверхность (плоскость) антифрикционного покрытия или соответствующего микрорельефа. Фиксация заданной формы оболочки осуществляется наполнением внутренней полости композиционным материалом. Такие конструкции оболочковых деталей можно выполнять с армирующими элементами, которые также целесообразно использовать и для первоначальной фиксации внешней оболочки в процессе изготовления детали. При проектировании, расчете и изготовлении типовых деталей, представленных в начальной стадии в виде оболочек, следует применять известные методы моделирования и элементы организации группового производства.

Достаточно сложной деталью механических систем является зубчатый венец колес передаточных механизмов. Однако технологический синтез зубчатого венца по оболочковому варианту имеет ряд преимуществ. Прежде всего – это возможность обеспечить очень качественную боковую рабочую поверхность каждого зуба, получать эвольвентные, эвольвентно-модифицированные и несимметричные профили с относительно низкой по отношению к аналогам трудоемкостью на универсальном оборудовании без применения процессов резания (традиционных в этой области) и дополнительных отделочных операций.

Оболочковый зубчатый венец можно изготовить в четыре этапа: а) из плоской тонкой металлической ленты формируется модульный П-образный контур (реечный контур) требуемой длины; б) модульная лента-контур замыкается в кольцо; в) замкнутая модульная П-образная лента-контур координируется и радиально

Одним из основных геометрических параметров оболочковых зубчатых венцов является длина внешней его развертки. Этот параметр необходим как для проектирования зубчатых звеньев, так и для обеспечения технологического процесса их изготовления. Для того, чтобы определить длину развертки зубчатого венца, необходимо воспользоваться понятием модульного сектора, который включает в себя все необходимые характерные профильные кривые.



На рис. 1 в качестве примера представлен упрощенный вариант модульного сектора эвольвентного прямозубого колеса с несимметричным профилем и с двойной модификацией. Модификация выбрана линейная по исходному контуру головки зуба по левой профильной эвольвенте, а правая часть зуба состоит из двух эвольвент, сопряженных на делительном диаметре. Такой вариант выбран в связи с тем, что для некоторых механизмов передач режим нагрузки значительно изменяется при перемене направления вращения. Таким образом, в предлагаемом варианте в модульный сектор входят:

- Суммарное значение длин этих кривых дает длину модульного сектора (L_S), а длина развертки внешнего контура прямозубого венца будет равна числу длин модульных секторов: $L = z \cdot L_S$, где z – число зубьев зубчатого колеса.

87

X_1Y_1 , в которой фиксируется модифицирующая эвольвента. Также определяется β – угол поворота вспомогательной системы координат относительно основной XY .

Длину развертки модульного сектора удобно представить так:

$$L_s = L_s^L + L_a + L_s^R + L_f,$$

где L_s^L – суммарная длина основной эвольвенты и модифицирующей эвольвенты левой части зуба; L_a – длина дуги окружности по радиусу вершин зубьев r_a (ограниченная угловым сектором между точками a и a'); L_s^R – суммарная длина эвольвент правой части зуба; L_f – длина дуги впадины.

$$L_s^L = \frac{r_a^2 - r_m^2}{2r_{b1}} + \frac{r_m^2 - r_b^2}{2r_b},$$

где r_m – радиус до точки «m» сопряжения эвольвент (основной и модифицирующей) левой профильной кривой зуба.

Длина развертки правой части рабочего бокового профиля зуба равна

$$L_s^R = \frac{r_a^2 - r^2}{2r_{b1}} + \frac{r^2 - r_b^2}{2r_b}.$$

Используя зависимость Гюйгенса, определяем $L_f = 2AF + 1/3(2AF - AD)$. Далее следует последовательно привести линейные значения, входящие в предыдущую формулу:

$$AD = r_b \left[16 \sin\left(\frac{\gamma_f}{4}\right) - 4\gamma_f \right], \quad AF = \sqrt{\frac{AD^2}{4} + CF^2}.$$

$$CF = (r_b - r_f) - \sqrt{\frac{16\delta^2 - AD^2}{2}}, \quad \delta = r_b \sin\left(\frac{\gamma_f}{4}\right),$$

где δ – вспомогательный геометрический параметр, γ_f – угловой сектор, ограничивающий дугу впадины, r_b – радиус окружности по крайним точкам впадин.

Для технологических целей необходимо знать радиус фрагмента дуги впадины R_f :

$$R_f = \frac{AD}{2 \sin\left(2 \arctg \frac{2CF}{AD}\right)}.$$

Вышеизложенные зависимости позволяют последовательно вычислять длины разверток несимметричных зубчатых венцов с некоторыми допущениями и упрощениями для предварительных проектировочных расчетов. В данном случае не учитываются переходные кривые изгиба ленты с целью представления конечного результата в целом.

Технология изготовления оболочковых конструкций позволяет также выполнять конические и косозубые зубчатые венцы. Следовательно, имеется возможность достаточно экономично изготавливать зубчатые венцы колес с зацеплением М.Л. Новикова (выпукло-вогнутое зацепление). Следует отметить, что передача Новикова имеет высокую нагрузочную способность по сравнению с эвольвентной передачей при прочих равных условиях. Из оболочек и композиционных материалов можно изготавливать формообразующие матрицы для формования или литья зубчатых колес из пластических масс – как армированных, так и без армирующих элементов. Такие формообразующие матрицы отличаются очень высокой по качеству внутренней поверхностью. Их изготовление в частном случае из плоской ленточной развертки позволяет получать зубчатые колеса для клиновых (конусных) передач и их модификаций.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В СРЕДЕ PDM-СИСТЕМЫ

Д.Д. Куликов

Информация, создаваемая на этапе технической подготовке производства, составляет большую часть информации о жизненном цикле изделия.

В данной статье рассмотрены преимущества использования систем ведения проекта (PDM-систем) при проектировании технологических процессов (ТП). Эти системы предназначены для поддержки электронного описания изделия на всех стадиях его жизненного цикла. Однако в большинстве публикаций акцентируется внимание лишь на стадии конструирования изделия. Были проведены исследования PDM-системы "SmarTeam", разработанной фирмой Smart Solutions Ltd, Израиль – одной из ведущих в мире фирм по разработке указанных систем. Необходимость проведения исследований была вызвана тем, что к современным САПР ТП предъявляются весьма высокие требования. Для повышения уровня автоматизации и интеллектуальных возможностей современные САПР ТП должны обладать:

- развитой базой данных и знаний, а также средствами ее сопровождения;
- средствами принятия решений при работе с базой знаний;
- средствами настройки на входные и выходные документы;
- средствами, обеспечивающими интеграцию как с CAD/CAM системами, так и с системами технологической подготовки производства;
- развитыми средствами ведения диалога и диагностики состояния процесса проектирования технологии;
- модульной структурой, позволяющей компоновать необходимую структуру системы проектирования;
- развитыми средствами ведения и контроля процесса проектирования.

Комплекс инструментальных средств PDM-системы позволяет организовать эффективное взаимодействие между следующими компонентами: электронным архивом, средствами автоматизированного документооборота, средствами Internet-технологии, CAD/CAE/CAM системами.

Рассмотрим, какие из указанных требований можно реализовать на основе PDM-системы "SmarTeam".

Электронный архив. Важной компонентой "SmarTeam" является электронный архив, функционирующий на базе СУБД "InterBase" в архитектуре "клиент-сервер". Наличие электронного архива позволяет осуществить авторизованный доступ ко всем информационным (удаленным и распределенным) ресурсам ТПП. Возможность быстрого доступа к чертежам деталей, к операционным эскизам и к технологическим картам весьма удобна для технологов и является необходимым условием для эффективной реализации принципа преемственности технологических решений. Просмотр объектов выполняется без загрузки специальных приложений, так как в "SmarTeam" имеется большое количество просмотрщиков (вьюверов), позволяющих просматривать и графические файлы основных CAD/CAM систем. Поиск в архиве осуществляется PDM-системой с помощью стандартных средств задания запроса на поиск по реквизитам учетной карточки объекта. Возможность создания и хранения в архиве объектно-ориентированных баз данных дает возможность организовать удобный поиск технологического оснащения и нормативно-справочной информации.

Виртуальное технологическое бюро. Наличие электронного архива с авторизованным доступом к базам данных и знаний позволяет создать так называемое виртуальное технологическое бюро (ВТБ) и подключать к разработке процессов технологов высокой квалификации, автоматизированные рабочие места которых

территориально расположены совершенно произвольно. Аналогичным образом могут подключаться и конструктора технологической оснастки. ВТБ может обслуживать достаточно много мелких фирм при высоком качестве разрабатываемых процессов. После обследования производственной среды предприятия и фиксации ее в базе данных ВТБ начинает осуществлять технологическую подготовку производства, взаимодействуя со специалистами этого предприятия. Реализация ВТБ возможна на базе "SmartBox". Эта компонента системы "SmarTeam" использует коммуникационные технологии и организует для каждого пользователя "почтовые ящики" для обмена информацией не только по локальной сети, но и по Интернету.

Базы знаний. Возможны различные подходы к организации баз знаний: экспертные системы, фреймовое представления знаний, табличные алгоритмы и т.д. Представление знаний на основе табличных алгоритмов получило наибольшее распространение в САПР ТП. Декларативное задание правил в виде информационно-логических таблиц, таблиц соответствий, алгоритмических таблиц, таблиц решений и других форм табличных алгоритмов позволяет достаточно просто записывать (модифицировать) технологические правила и организовать их хранение в базе знаний. Доступ к базам знаний достаточно просто осуществить, используя дерево проекта PDM-системы. Если в процессе функционирования САПР ТП появляется необходимость в корректировке или в дополнении технологических правил, то в этом случае используется модуль сопровождения базы знаний. Таким образом, последовательно накапливаются правила, отражающие как общие, так и локальные технологические правила, учитывающие специфику предприятия. Создание и использование базы знаний создает основу для пассивной адаптации САПР ТП к проблемной среде и для последовательного повышения уровня автоматизации системы в процессе ее функционирования. База знаний организуется на основе объектно-ориентированного подхода. Объекты, образующие базу знаний, включаются в дерево проекта и могут быть просмотрены либо средствами "SmarTeam", либо специальными приложениями, позволяющими, кроме того, выполнить принятие решения по заданным входным условиям.

Ведение проекта. Сложность решения задачи управления процессами автоматизированного проектирования технологии характеризуется такими факторами, как существование большого количества файлов с моделями различных видов и программных средств их обработки; необходимость организации хранения разнородной информации; трудность отслеживания логической связи между файлами; необходимость учета факторов, связанных с контролем реализации стадий жизненного цикла изделия.

PDM-системы осуществляют ведение проекта изделия и позволяют выводить на экран дерево проекта. Каждая вершина дерева – это папка, содержащая модели объектов или образы документов. Для каждой папки возможна организация ссылок на другие папки. Для каждой папки имеется учетная карточка, в которой, кроме идентификационных атрибутов, фиксируются любые атрибуты, по которым необходимо организовать поиск объектов. Каждый объект, входящий в дерево проекта, в своей учетной карточке имеет поле для фиксации состояния объекта: "У автора", "На общем столе", "Утвержден", "На изменении" и т.д. Таким образом, обращение к учетной карточке дает возможность сразу определить состояние объекта. В учетной карточке фиксируются даты начала работы над объектом и даты завершения работы над ним. Эти атрибуты позволяют руководителю отслеживать жизненный цикл любого документа. Каждый объект дерева проекта принадлежит какому-либо классу объектов, например, имеются классы "Маршрутная карта", "Операционная карта", "Операционный эскиз" и т.д. Поиск объектов по их классам позволяет ускорить нахождение нужного объекта в дереве проекта. Таким образом, использование дерева

проекта позволяет обеспечить высокую степень наглядности и удобство работы с проектом при наличии многопользовательского режима работы.

Управление документооборотом. Организация взаимодействия между проектантами и контроль их деятельности в "SmarTeam" обычно ведется с помощью компоненты "SmarFlow", реализующей технологию "workflow". Эта технология основана на составлении диаграммы делового процесса, в которой фиксируется последовательность прохождения документов. Использование этой компоненты позволяет организовать согласованное взаимодействие пользователей и обеспечить жесткий контроль за процессом проектирования ТП и его утверждения в соответствующих подразделениях предприятия. Необходимо отметить, что процесс согласования ведется над комплексом технологических документов, находящемся в электронном архиве, а не блуждающим по отделам предприятия. PDM-система дает возможность распараллелить процесс согласования документов и синхронизировать проведение изменений на основе приема RedLine (красная линия).

Исследования, проведенные на кафедре технологии приборостроения, показали, что применение системы "SmarTeam" позволяет в 1.5–2.5 раза сократить трудоемкость и стоимость проектирования ТП и повысить качество разрабатываемой технологической документации. Использование PDM-систем открывает перспективу создания САПР технологических процессов нового поколения.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПРИ УПРАВЛЕНИИ КАЧЕСТВОМ

Ж.Б. Суханова

Качество продукции – это совокупность свойств продукции, обуславливающих ее способность удовлетворять определенные потребности в соответствии с ее назначением.

Роль и значение качества постоянно возрастают под влиянием развития технологий производства и потребностей человека. Поняв, что качество расширяет возможности сбыта продукции, Япония еще в конце 60-х годов поставила перед собой задачу достижения 100 % качества изделий. Часто возникает вопрос: "А возможно ли вообще достижение 100 % качества?" И поэтому сразу надо сослаться на шестой принцип международных стандартов в области управления качеством серии ИСО 9000 – 9001 – это принцип постоянного улучшения или, иначе говоря, "Нет предела совершенству". Опыт международной промышленности показал, что устанавливать предел улучшению недопустимо, само улучшение должно стать системой и составной частью системы управления. Благодаря предпринятым действиям Япония сумела обогнать США, которые до конца 70-х – начала 80-х годов XX в. рассматривали вопрос достижения качества изделий в размере 98 % не только как вполне приемлемый показатель, но и как высокое достижение. Такой подход к вопросу качества изделий привел компании США к жесточайшей конкуренции со стороны производителей Японии. Таким образом, Япония вынудила американских производителей вступить в борьбу за возврат собственных рынков сбыта и за завоевание новых.

Положение отечественных предприятий на сегодняшний день примерно такое же, как у США в конце 70-х – 80-х годов XX в. Для завоевания рынков сбыта продукции нам необходимо не только переоснащение производства, внедрение новых систем руководства персоналом и новых технологий, но и повышение качества продукции до 100 %, что, несомненно, требует не только определенных затрат, но и прежде всего смены наших внутренних установок при подходе к вопросу качества.

Новый подход к управлению качеством повлек за собой изменения в процессе контроля качества. Теперь контроль качества изделия стал осуществляться после каждой операции в процессе изготовления изделий, к которым повышены требования точности (компьютеры, измерительные приборы и т.д.). В остальных случаях при переходе на новую систему управления качеством формируемая на предприятии группа по усовершенствованию процесса должна установить возможные источники ошибок и после этого распределить точки измерения результатов операций как можно ближе к источникам ошибок.

Далее должна быть построена система обратной связи, позволяющая исполнителям исправить ошибки, допущенные в пределах их области деятельности. Такая система позволяет руководству принимать решения о целесообразности вложения средств в модернизацию производства, переобучение персонала, изменение процедур, предупреждающих повторение ошибок. Идеальным вариантом представляется точка измерения, являющаяся частью операции. Сокращение времени обратной связи дает двойной эффект. Во-первых, сотрудник перестает делать ошибки. Во-вторых, в уже дефектное изделие прекращается поступление дополнительных ресурсов. После этого определяются те показатели, которые можно регулировать с помощью методов статистического контроля.

Статистический контроль процесса управления качеством, как правило, требует коренной переориентации мышления в большинстве организаций. Однако только статистический контроль дает возможность выявить, на каком этапе изготовления

изделия происходят перебои и какие причины лежат в их основе. При этом имеется возможность оценивать не только один или два показателя, но и взаимосвязь более чем двух показателей, что, соответственно, дает возможность оценить и качество работы станка или того или иного узла, а также качество работы персонала, его утомляемость и многие другие факторы. На сегодняшний день имеется несколько компьютерных статистических аналитических пакетов, которые с большой долей вероятности на основе математических формул позволяют рассчитать те или иные процессы.

Повышенные требования к качеству привели развитые страны к широкому внедрению автоматизированных средств измерений и анализа данных, встроенных в технологический процесс. Сам процесс повышения качества проходит четыре этапа:

- 1) процесс не находится в состоянии контроля;
- 2) процесс стабилен;
- 3) поэтапное усовершенствование процесса;
- 4) постоянное усовершенствование процесса.

Таким образом, достижение 100 % качества выпускаемых изделий, работ, услуг возможно только при создании единой автоматизированной системы управления качеством на предприятии, так как для управления качеством все руководители подразделений и руководитель предприятия должны обладать определенной информацией. Объем этой информации должен быть оптимальным, так как и избыточная, и отсутствующая информация затрудняет принятие верного решения.

На сегодняшний день для проверки качества изделий используются различные методики, одной из которых являются контрольные карты. Контрольная карта – это разновидность графика, однако она отличается от обычного графика наличием линий, называемых контрольными границами или границами регулирования. Эти границы обозначают ширину разброса, образующегося в обычных условиях течения процесса. Если все точки графика входят в область, ограниченную контрольными границами, то процесс протекает в относительно стабильных условиях. И наоборот, выход точек за границы контрольных линий указывает на то, что процесс вышел из-под контроля и необходимо принимать меры по его наладке, т.е. именно в этот момент оператор или рабочий должен получить сигнал об остановке работы станка и необходимости исправить ошибку, допущенную в работе, либо произвести наладку оборудования.

Как правило, контрольные карты разделяют на карты, оценивающие количественные показатели качества (размер, твердость, вязкость, шероховатость и т.д.), и карты, оценивающие качественные показатели качества (степень загрязнения, шероховатость и т.д.). В первом случае показатели оцениваются численно, во втором показателями "качественно" или "некачественно". При количественной оценке используют так называемые (X - R) – карты, при качественной оценке применяют p – карты.

Рассмотрим пример оценки качества с использованием (X - R) – карты. В октябре 2000 г. на деревообрабатывающем предприятии Ленинградской области проводился контроль толщины обрешетной доски, изготавливаемой полуавтоматизированным способом.

Основные данные условий контроля

1. Наименование изделия – доска обрешетная.
2. Показатели качества – толщина.
3. Единица измерения – сантиметр.
4. Контрольные границы: верхняя – 6,7; нижняя – 6,3.
5. Дневная норма – 500 штук.
6. Объем выборки – 5 штук.
7. Периодичность выборки – 1/1 смены.

8. Рабочий – Никитин Я.Ю.

9. Ответственный за качество – Соловьев О.Г.

Таблица 1. Данные контроля, необходимые для построения контрольной карты

Дата	№ групп	Измеренные значения					Сумма $\sum X$	Среднее значение X	Диапазон
		X1	X2	X3	X4	X5			
01.10.	1	6,5	6,6	6,6	6,6	6,8	33,1	6,62	0,3
02.10.	2	6,6	6,5	6,5	6,4	6,3	32,3	6,46	0,3
03.10.	3	6,5	6,3	6,3	6,4	6,6	32,1	6,42	0,3
04.10.	4	6,7	6,4	6,5	6,4	6,6	32,6	6,52	0,3
05.10.	5	6,5	6,4	6,4	6,4	6,3	32	6,4	0,2
08.10.	6	6,4	6,5	6,4	6,6	6,7	32,6	6,52	0,3
09.10.	7	6,7	6,6	6,6	6,5	6,5	32,9	6,58	0,2
10.10.	8	6,7	6,6	6,6	6,5	6,5	32,9	6,58	0,2
11.10.	9	6,5	6,6	6,6	6,7	6,7	33,1	6,62	0,2
12.10.	10	6,7	6,6	6,6	6,5	6,5	32,9	6,58	0,2
15.10.	11	6,6	6,5	6,6	6,7	6,7	33,1	6,62	0,2
16.10.	12	6,7	6,6	6,6	6,6	6,5	33	6,6	0,2
17.10.	13	6,6	6,7	6,8	6,7	6,7	33,5	6,7	0,2
18.10.	14	6,6	6,6	6,6	6,5	6,4	32,7	6,54	0,2
19.10.	15	6,5	6,5	6,5	6,5	6,4	32,4	6,48	0,1
22.10.	16	6,5	6,6	6,5	6,5	6,6	32,7	6,54	0,1
23.10.	17	6,6	6,5	6,6	6,6	6,7	33	6,6	0,2
24.10.	18	6,6	6,6	6,6	6,6	6,7	33,1	6,62	0,1
25.10.	19	6,7	6,7	6,7	6,6	6,6	33,3	6,66	0,1
26.10.	20	6,6	6,6	6,5	6,5	6,4	32,6	6,52	0,2
Сумма								131,18	4,1

По данным контроля рассчитываются параметры контрольных карт.

1. Контрольная карта:

$$UCL = X + A2R = 6,559 + 0,729 \times 0,205 = 6,708;$$

$$LCL = X - A2R = 6,559 - 0,729 \times 0,205 = 6,410;$$

2. Контрольная карта R:

$UCL = D2R = 2,107 \times 0,205 = 0,432$; LCL – не определено; UCL – верхняя граница регулирования; LCL – нижняя граница регулирования; $n = 5$ – число изделий в выборке. $R = 0,05 \times 4,1 = 0,205$ см – половина среднего диапазона (размах); $X = 6,559$ – среднее значение размера;

На основе измерений и расчетов могут быть построены контрольные карты, пример которых приведен на рис. 1.

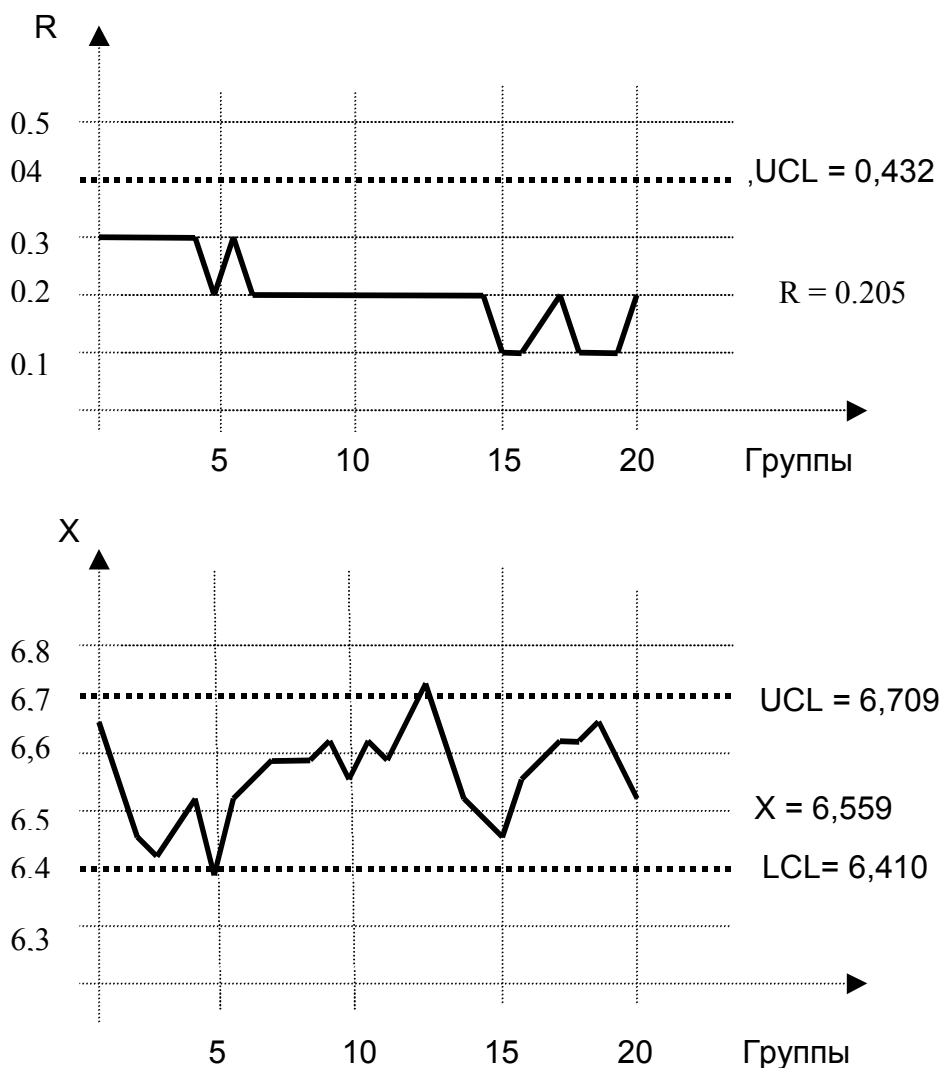


Рис. 1. Контрольная карта ($\bar{X} - R$) для толщины обрезной доски

Когда на карте ($\bar{X} - R$) какая-нибудь точка выходит за контрольные границы или находится на ней, то это будет означать разлаженность или неправильную настройку процесса. Центр группирования средних величин может быть смещен от нормального положения – это так же легко устранить, произведя настройку оборудования. При перемещении точки за контрольную границу на графике R можно говорить о вторжении случайных факторов в течение процесса. Как правило, здесь требуется усиление контроля за входными материалами, проверка технических характеристик оборудования, квалификации рабочих и т.п., т.е. данный случай требует дополнительного более глубокого анализа.

На рис. 2 представлены возможные варианты проверки качества продукции после каждой операции и установление системы обратной связи.

Таким образом, ввод автоматической системы управления качеством и статистических методов контроля качества даст возможность вносить коррективы в производственный процесс практически сразу после возникновения отклонений. Одним из ее главных достоинств является то, что она устанавливает для каждого подразделения, для каждого работника предприятия порядок, выполнение которого автоматически гарантирует выпуск доброкачественной продукции.

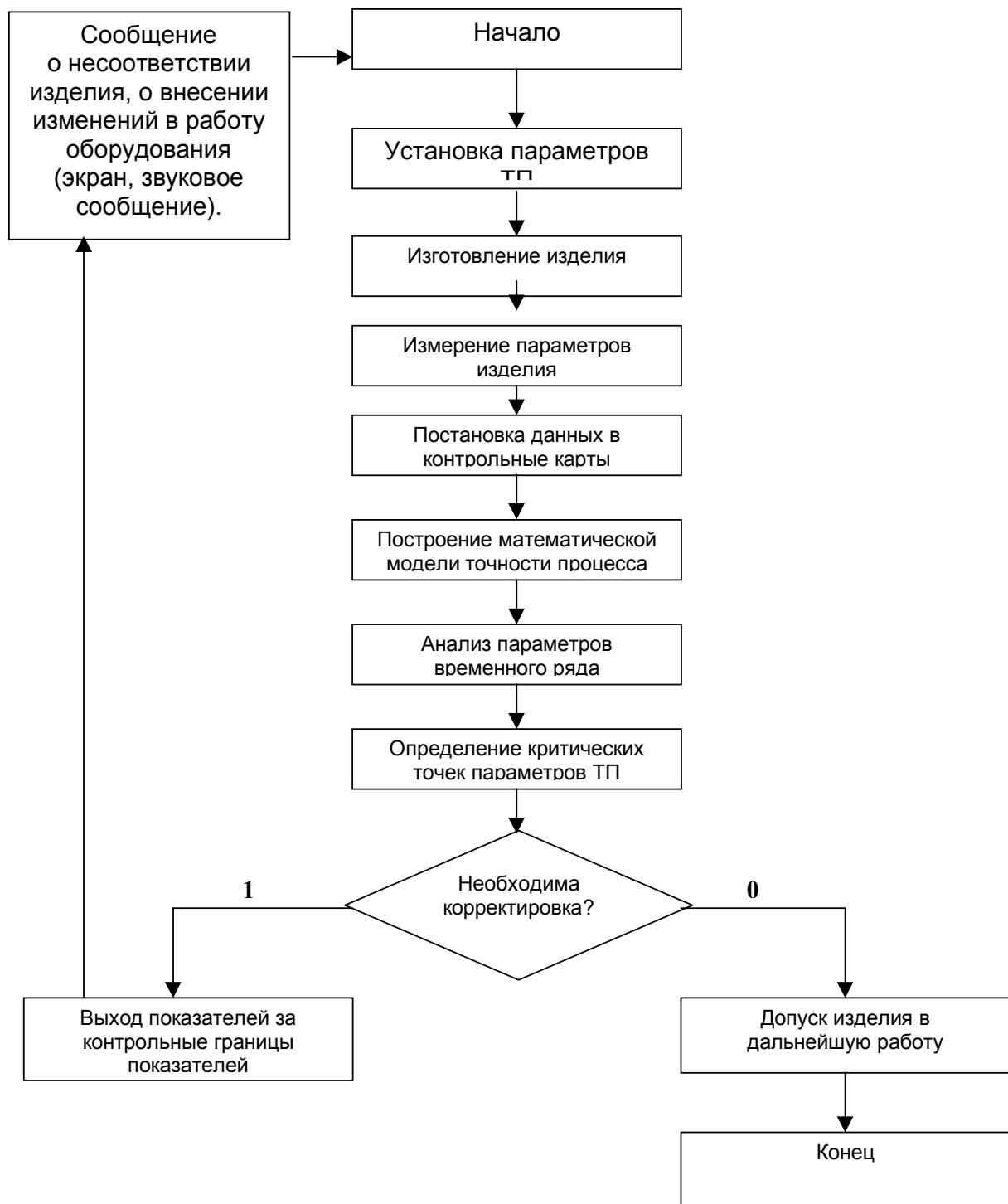


Рис. 2. Примерная схема проверки качества продукции после каждой операции и установка системы обратной связи

ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЙ БЫСТРОГО ПРОТОТИПИРОВАНИЯ В ПРИБОРОСТРОЕНИИ

С.В. Бобцова, В.А. Валетов

Технологии быстрого прототипирования предоставили новые возможности развития производства. За последние несколько лет произошли существенные изменения в новых технологиях. Промышленность может использовать эти технологии в точном литье по выжигаемым моделям для быстрого изготовления функциональных металлических образцов. Кроме того, они являются ключевым шагом в быстром изготовлении оснастки. Уже на ранней стадии развития стереолитографии стало ясно, что эта революционная технология может найти различные применения в производственных процессах. На стадии концептуального проектирования наличие физического трехмерного объекта значительно облегчает оценку правильности конструкции, а также упрощает сам процесс общения между членами коллектива, работающими над проектом.

Ранее стереолитографические объекты, создаваемые из фотополимерных материалов, по своим физическим и механическим характеристикам не соответствовали промышленным материалам. Следовательно, хотя эти модели и позволяли проводить контроль размеров и геометрии, проверку и оптимизацию конструкции, возможности функциональной проверки прототипов были ограничены. В связи с этим несколько лет назад многие пользователи технологии стереолитографии начали искать пути, позволяющие устранить эти ограничения. Для изготовления металлических деталей фирмой 3D Systems был разработан новый стиль построения моделей, названный QuickCast, исключающий необходимость использования дорогостоящей и трудоемкой оснастки [1].

QuickCast – литье по выжигаемым стереолитографическим моделям. Стиль построения QuickCast заключается в создании внутренней открытой решетчатой структуры, состоящей из множества связанных перегородок. Решетчатая структура покрыта тонкой оболочкой, чтобы внутрь не проникала жидкая керамика. При выжигании модели структура разрушается внутрь, не разрушая оболочковую форму. Стереолитографическая модель используется совместно со стандартной литниковой системой, изготовленной из литейного воска. После изготовления оболочковой формы восковая литниковая система выплавляется на начальном этапе отжига оболочковой формы, при котором еще не происходит разрушение стереолитографической модели.

Обжиг оболочковой формы производится при температуре приблизительно 900 °С. Во время этой операции стереолитографическая модель сначала размягчается, а затем выжигается, оставляя приблизительно 0,003 % остаточной золы. Затем зола удаляется сжатым воздухом, и керамическая оболочковая форма готова к заливке металла.

Металл заливается в керамическую форму и охлаждается. Затем оболочка разрушается, удаляются литники, и обычно все завершается зачисткой, пескоструйной обработкой, фрезерованием и т.д. Конечный результат – это точная металлическая отливка, созданная из модели, изготовленной по технологии стереолитографии, минуя традиционную дорогостоящую технологическую оснастку.

Отметим основные преимущества этого процесса.

- Возможность точного литья металла по выжигаемым моделям, полученным без какой-либо оснастки.
- Значительная экономия времени (отсутствует этап изготовления оснастки).
- Значительная экономия средств (исключены затраты на изготовление оснастки).
- Возможность проведения функциональных испытаний на отливках из необходимого металла.

- Быстрое появление новых изделий на рынке дает фирмам преимущества в конкурентной борьбе.
- Возможность изготовления небольших серий металлических деталей.

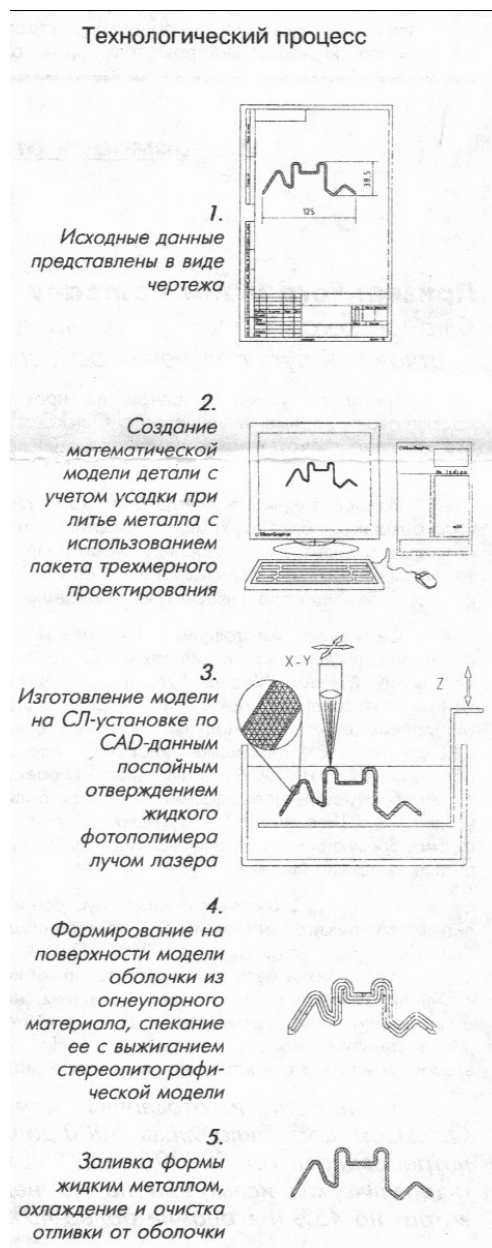


Рис. 1. Технологический процесс изготовления металлических отливок

Литье в эластичные силиконовые формы в вакууме. Литье в вакууме в эластичные формы – это процесс получения опытных образцов и небольших партий пластмассовых и восковых деталей любой сложности и габаритов без изготовления стандартной оснастки. Благодаря использованию широкой гаммы материалов отливаемые копии могут быть эластичными, жесткими, термостойкими, прозрачными или различных цветов.

Принцип изготовления деталей по технологии литья в эластичные формы заключается в абсолютно точном копировании модели. Форма изготавливается заливкой полимеризующегося силикона вокруг модели. Модель удаляется из силиконовой формы после надреза формы по разделительной плоскости. Далее в силиконовую форму можно залить любую из имеющихся в широкой номенклатуре

двухкомпонентных полиуритановых смол. Литьевые смолы смешиваются в вакуумной камере установки, управляемой компьютером, и автоматически заливаются в силиконовую форму.

Возможность воспроизведения сложных форм, мельчайших деталей, любой текстуры поверхности и цвета обеспечивают смолы для литья в вакууме, имеющие различную твердость и термостойкость, что позволяет имитировать большинство пластмасс, резин и стекол, используемых в современном производстве.

Технология литья в силиконовые формы в вакууме позволяет:

- проверить собираемость и работоспособность конструкций;
- отработать дизайн изделия;
- изготовить партию опытных образцов в течение нескольких часов после изготовления силиконовой формы;
- провести маркетинговые исследования.

Основные преимущества при применении:

- высокая точность изготовления образцов позволяет реально оценить собираемость и работоспособность сложных изделий;
- опытные образцы могут быть готовы уже через несколько дней;
- можно использовать различные материалы для получения копий и оценить их конструкцию и потребительские свойства до изготовления серийной оснастки.

Несмотря на описанные выше преимущества технологии литья в вакууме, ей присущи и недостатки.

- С помощью силиконовых форм можно изготовить лишь ограниченное число деталей. В одной форме можно отлить до 20 прототипов деталей, не имеющих тонкостенных элементов. Однако для деталей, имеющих более сложную геометрию с острыми элементами, в одной форме можно отлить максимум 10 копий.
- Силиконовая форма изготавливается за очень короткое время – приблизительно за шесть часов после получения стереолитографической модели. Однако для получения полиуретановой копии требуется гораздо больше времени. Как правило, в день можно изготовить 4–8 деталей.

Промежуточная оснастка. В том случае, когда требуются 20–100 прототипов и необходимо, чтобы они были отлиты под давлением из промышленной пластмассы, эластичная оснастка не подходит. В то же время при изготовлении нескольких сотен деталей невозможно окупить затраты на серийную стальную оснастку. Эту задачу можно решить с помощью так называемой "промежуточной оснастки".

Компания 3D Systems и другие фирмы интенсивно работали над созданием промежуточной оснастки. Один из наиболее эффективных способов основан на принципе "Direct AIM" (литье под давлением в формы, построенные непосредственно из стереолитографического полимера).

При изготовлении деталей таким методом есть некоторые особенности.

Необходимо обратить внимание на время цикла при работе с оснасткой, полученной способом "Direct AIM". Очень важно не пытаться слишком быстро разнимать форму. Опыт показал, что разрушение формообразующих, изготовленных способом "Direct AIM", происходит не в процессе литья, а во время извлечения детали из пресс-формы. Поэтому более длительный цикл позволяет обеспечить лучшее остывание залитой пластмассы, уменьшая прилипание отлитой детали к полимерной вставке.

Другим моментом, представляющим интерес, является использование антиадгезивов для пресс-форм. Антиадгезив необходимо наносить на формообразующие перед каждым циклом "впрыск – извлечение". Без этого деталь будет прилипать к формообразующей, и при ее извлечении на форме могут появиться

трещины и сколы. В дальнейшем при литье деталей на их поверхности будут воспроизведены эти дефекты.

Третий ключевой момент – необходимость литейного уклона. Даже для стандартной стальной оснастки требуется небольшой – порядка $0,5\text{--}1^\circ$ – литейный уклон для извлечения детали. Если литейный уклон отсутствует, есть большая вероятность того, что деталь не будет сниматься. Если формообразующая изготовлена из стали, то будет повреждена деталь. К сожалению, если формообразующая выполнена из стереолитографического полимера, то будет разрушена формообразующая.

Следовательно, литейный уклон абсолютно необходим при использовании формообразующих, изготовленных способом "Direct AIM".

Основное преимущество способа "Direct AIM" состоит в том, что формообразующие пуансона и матрицы изготавливаются непосредственно на установке стереолитографии. Следовательно, никакие вспомогательные процессы, за исключением очистки стереолитографической детали, удаления элементов поддержки, пескоструйной обработки и полировки, не требуются. Тем не менее, способ "Direct AIM" имеет ряд недостатков.

- Удельная теплопроводность отвержденных стереолитографических полимеров приблизительно в 300 раз ниже, чем у стандартной инструментальной стали, что значительно снижает скорость передачи тепла от пластмассовой детали к оснастке. Поэтому для способа "Direct AIM" рекомендуемый цикл составляет 4–5 мин., в отличие от стандартного цикла 5–15 сек. для литья под давлением с использованием стальной оснастки.
- Для построения крупных формообразующих на установке стереолитографии может потребоваться 30–40 часов, хотя это и немного по сравнению с месяцами, необходимыми для изготовления традиционной оснастки.
- Стереолитографические формообразующие имеют невысокую механическую прочность, особенно при высоких температурах литья под давлением.
- Поверхность оснастки, изготовленной способом "Direct AIM", имеет относительно низкую твердость и малую прочность. Если необходимо изготовить 30–100 штук деталей из пластмассы без наполнителей, то это не имеет значения. Но для серии от 200 до 1000 деталей стойкость оснастки может быть недостаточна из-за разрушения поверхности.

Для решения этих проблем компания 3D Systems и другие фирмы в настоящее время проводят исследования в области модификации способа "Direct AIM". На рис. 2 проиллюстрирован один из таких вариантов. В этом случае вместо построения монолитной формообразующей на стереолитографической установке строится относительно тонкая оболочка. Чем тоньше стенки, тем меньше время построения и выше скорость теплопередачи. Однако, если оболочка слишком тонкая, то ее можно повредить в процессе изготовления пресс-формы. Оптимальная толщина зависит от механических свойств используемого полимера, его термостойкости, а также от геометрии формообразующей.

После построения оболочек, их очистки, удаления элементов поддержки и доотверждения ультрафиолетовым облучением их заливают с обратной стороны вспомогательным материалом – двухкомпонентной эпоксидной смолой с наполнителем из алюминиевого порошка.

Отметим преимущества оболочковой стереолитографической оснастки.

- Сокращено время построения на стереолитографической установке.
- Увеличена удельная теплопроводность.
- Снижены затраты. Стоимость эпоксидной смолы с алюминиевым наполнителем ниже, чем стоимость полимера.

Приведенные выше примеры показывают, как может быть использована технология стереолитографии. Другие технологии быстрого прототипирования также нашли свое применение в производстве [2].

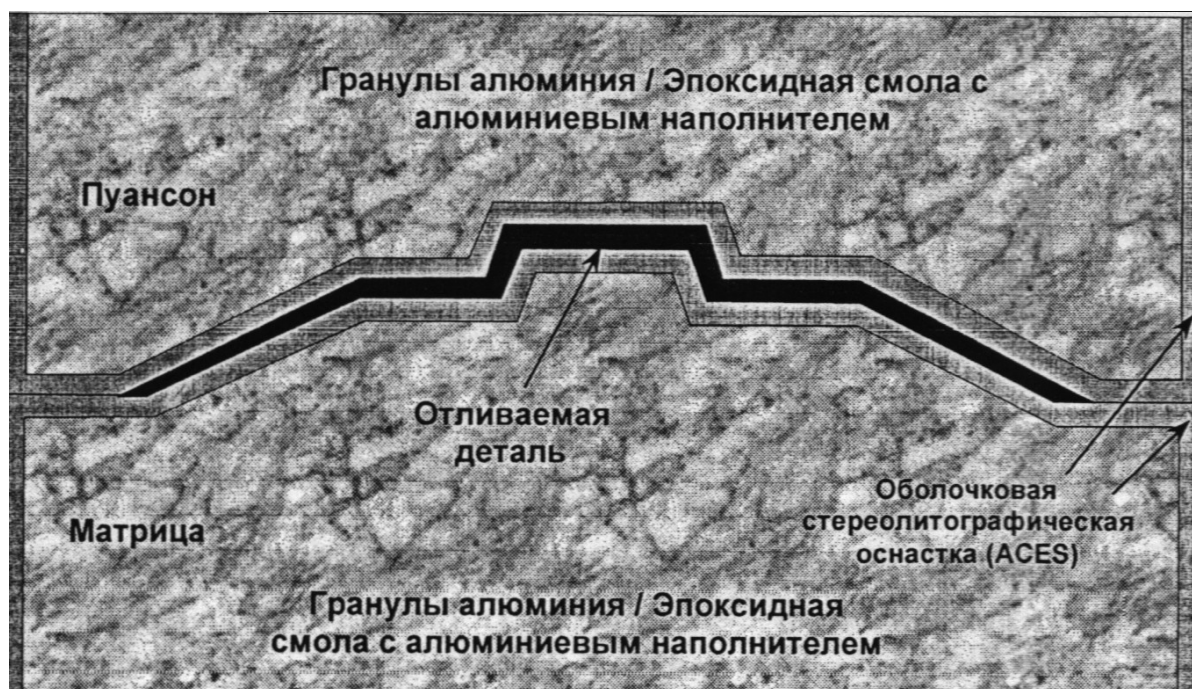


Рис. 2. Оболочковые стереолитографические формообразующие пуансона и матрицы

Визуализация. Технологии быстрого получения прототипов изделий предоставляет инженерам и дизайнерам свободу творчества при создании дешевых трехмерных моделей. При желании можно провести чистовую обработку поверхности прототипа, чтобы заказчики и персонал имели возможность оценить эстетические свойства продукта.

Литье по выжигаемым моделям. Прототипы могут выступать в качестве разовых моделей для точного литья, если они изготовлены из материалов, выгорающих под действием высоких температур (LOM, 3D-Printing – трехмерная печать). Так как такие объекты не расширяются и не трескаются при обжиге, возможно использование традиционных методов литья, при которых модели выгорают при заполнении формы расплавленным металлом.

Вакуумное литье пластмасс. Прочность и жесткость прототипов делает их удобными для вакуумного литья тонких пластмассовых компаундов при малых и средних объемах производства. Прочность моделей, полученных по технологиям LOM, SLA, FDM, SLS (SLS – лазерное спекание порошковых материалов) позволяет им выдерживать высокие напряжения.

Изготовление пресс-форм. Прототипы, имеющие достаточную прочность, используются для быстрого изготовления пресс-форм для литья по выплавляемым моделям из парафиново-стеариновых составов при малых и средних объемах производства. Для улучшения качества отливок и увеличения ресурса пресс-форм на рабочие поверхности можно нанести металлическое покрытие.

Отливка гипсовых форм. Геометрическая стабильность LOM, SLA и других моделей и свойственная им точность делают возможным их использование для литья гипсовых форм.

Пресс-формы из силиконового каучука. Прототипы часто используются при литье из силиконового каучука для получения полиуретановых или эпоксидных отливок.

Основная цель отрасли "Быстрое моделирование (прототипирование)" - переход к быстрому изготовлению. Силиконовые формы позволяют отлить небольшое количество деталей из полиуретана. Способ "Direct AIM" и его модификации позволяют изготовить промежуточную оснастку, и отлить под давлением детали из промышленной пластмассы. В ближайшем будущем способ "Direct AIM" и оболочковая стереолитографическая оснастка, возможно, даже позволят изготавливать небольшие серии реальных деталей.

Литература

1. Jacobs, P F., Chapter 11, Rapid Prototyping & Manufacturing: Fundamentals of Stereolithography, Society of Manufacturing Engineers, Dearborn, Michigan, 1992.
2. Gebhardt Andreas, Rapid Prototyping, Werkzeuge für die schnelle Produktentwicklung, Carl Hanser Verlag, München, Wien, 2000.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЗНАНИЙ В САПР ТП "ТЕХКОМ" С ПРИМЕНЕНИЕМ МЕТОДОВ ЭКСПЕРТНЫХ СИСТЕМ

А.Н. Филиппов, В.С. Гриншпан

Одной из первых задач, которая встает перед инженером знаний при создании экспертных систем (ЭС), является задача выбора способа представления знаний. При рассмотрении конструктивных типов знаний наиболее распространенными являются следующие способы их представления [1, с.30, 2, с.22]:

- семантические сети;
- фреймы;
- логические модели;
- лингвистические модели.

Обладая большими возможностями отображения различных отношений между понятиями и объектами, семантические сети при использовании их на ЭВМ не всегда удобны из-за слишком произвольной структуры. Нужно внести в нее регулярность. Появляются более регуляризированные сети. К ним относятся фреймы [3].

Фрейм, предложенный Марвином Минским [4], представляет собой расширение фундаментального понятия списка ассоциаций. Структура, называемая фреймом (кадром), представляет собой совокупность слотов (гнезд), описывающих свойства некоторого объекта.

Семантические сети – это графы, в которых вершинам соответствуют некоторые объекты, а дугам – семантические отношения между ними. Знания в виде фреймов – один из наиболее популярных способов представления семантических сетей.

Логические модели знаний представляются в виде правил вывода (продукций) и базируются на исчислении предикатов. Создается система базы правил (Rule-based-system) [5], представляющая из себя набор "маленьких идей". Другой вариант логических моделей – решающие таблицы [6].

Представление знаний на основе лингвистических моделей связано с проблемой создания интерфейса пользователя на естественном или близком ему языке. Основой модельно-алгоритмической части является теория формального языка. Программно-аппаратная часть реализуется лингвистическим процессором.

Анализ способов представления знаний в различных ЭС, а также специальные исследования психологии подготовленных экспертов показали, что наиболее предпочтительными способами являются знания в виде фреймов и продукций. При этом наиболее популярным методом извлечения знаний для экспертов оказалось структурированное интервью.

Эти соображения и особенности ПО САПР ТП предопределили в качестве основных способов представления знаний фреймы, продукции и таблицы решений, а для извлечения знаний принят метод в виде структурированного сценария диалога.

В процессе работы инженер по знаниям проходит через 5 стадий создания ЭС [2, с.184]:

- идентификация проблемы;
- концептуализация;
- формализация;
- реализация;
- тестирование.

Средства создания ЭС распадаются на две основные категории: средства проектирования ЭС и средства приобретения знаний. Рассмотрим средства приобретения знаний.

С выявлением знаний обычно связаны два типа источника знаний [7]: прямые (знания первого рода) и опосредованные (знания второго рода).

Прямые источники знаний – это специалисты (эксперты), опосредованные – это книги, документы, инструкции, примеры. При проектировании технологических процессов механообработки за многие годы разработаны многочисленные стандарты, нормативные и технические справочники и т.п., т.е. накоплен большой багаж опосредованных знаний.

В то же время при исследовании технологических понятий возникают весьма неожиданные с точки зрения элементарной логики и некоторых других соображений результаты. Например, пусть речь идет об отношении двух поверхностей А и Б. Описывается следующее понятие:

А перпендикулярно Б.

Следует ли из этого, что Б перпендикулярно А, т.е. что отношение перпендикулярности двух поверхностей симметрично? Оказывается, что нет. Дело в том, что в зависимости от порядка указания поверхностей в отношении определяется не только отношение между поверхностями, но и порядок предшествования при их обработке. Возникает два уровня понимания отношений между элементами обработки, при которых эти отношения не коммутативны в смысле технологии и коммутативны в смысле геометрии. Однако не исключена возможность, что в одном правиле может возникнуть необходимость использования понятия коммутативности в смысле технологии, а в другом – в смысле геометрии. Это противоречие требуется преодолеть при составлении правил вывода. Решение этой проблемы должно быть обеспечено на уровне выбора формализма.

К открытым системам предъявляются следующие требования [8]:

1. непрерывное изменение и эволюция;
2. ограничение связи и децентрализация принятия решений;
3. принципиальная непротиворечивость баз знаний;
4. необходимость соглашений между компонентами системы;
5. неадекватность гипотезы замкнутого мира.

Способы формирования базы знаний технологического назначения играют существенную роль в адекватном взаимодействии эксперта-технолога и системы. На основе анализа информационных технологических структур была разработана методика представления данных в САПР ТП, ориентированная одновременно на применение ЭС и традиционных методов программирования.

Исходя из проведенных исследований и анализа предметной области, было введено понятие фактов и целей системы и представление их в виде триплетов, которое основывается на двухуровневом описании характеристик объектов. Под триплетом понимается специальная форма описания в символьном представлении по следующей схеме [9]:

"Объект – имя характеристики – отношение – значение – комментарий".

Под объектом понимается некоторая целостность, которая обладает присущими только ей свойствами на фоне свойств среды и на фоне своей структуры (образующих объект частей и связей между ними). Любой объект как реальность существует только в определенной среде, как внутренняя граница этой среды. И объект и среда – взаимообусловленные сущности, устанавливаемые в процессе перехода от одной к другой.

В процессе проектирования системе приходится оперировать с множеством различных данных. Одни данные вводятся в процессе диалога, например, чертежа детали. Другие выбираются из базы данных, третьи получаются путем расчета из первых. Данные, известные системе в текущий момент, называются фактами. Каждый факт представляется в виде триплета $\Phi = \langle P, I, Z \rangle$, где P – префикс, I – имя параметра,

Z – значение параметра. Префикс указывает на конкретный объект. Например, если L – длина параметра, указывающая длину описываемого объекта, то Z.L обозначает длину заготовки, где Z – это префикс, указывающий на объект "заготовка".

Значение параметра представляется в символьной форме, при этом текстовое значение помещается в апострофы, чтобы отличить его от числового.

Способ описания фактов в виде триплетов позволяет подключать описание любых отношений, вводя их через отношения имен. Например, если через префикс Q обозначим множество отношений, а через имя PER – перпендикулярность, то описание перпендикулярности будет выглядеть так:

Q.PER='(A,B)',

это означает, что поверхность A перпендикулярна поверхности B.

Таким образом, в качестве представления технологических знаний может быть использовано описание в виде фрейма, в котором базовой компонентой (слотом) выступает триплет.

Анализ состава технологической базы показал, что большую часть информации можно представить в виде сравнительно небольших таблиц. Таблицы могут быть представлены в виде фреймов. Каждая таблица содержит несколько экземпляров строк информации одной структуры. При этом в структуре таблицы описывается список реквизитов с идентификацией, также как и в триплете, факта и с указанием формата значения.

Таблица определяется как $T = (IT, ST, FT, HT)$, где T – таблица; IT – имя таблицы; ST – структура таблицы; FT – фрейм-запрос; HT – заголовок таблицы.

Структура таблицы представляет собой текстовую строку, в которой через точку с запятой перечисляются имена используемых реквизитов с описанием формата. Например, описание

E.NUM 999; E.TR X(12) //

означает, что каждая строка таблицы состоит из двух реквизитов, причем реквизит E.NUM – целый длиной 3 символа, а реквизит E.TR – текстовая строка длиной 12 символов.

Методика организации редактора БЗ. Одним из узких мест при разработке ЭС является приобретение знаний от некоторого источника. Сложность процесса приобретения знаний для ЭС обусловила его разделение на две фазы: построение прототипной версии базы знаний (БЗ) и уточнение знаний для достижения желаемого уровня работы системы.

Наиболее популярным методом извлечения знаний для экспертов является структурированное интервью. Процесс приобретения технологических знаний разбивается на 3 этапа [10] – построение скелетной структуры БЗ, построение прототипа БЗ, уточнение БЗ.

Скелетная структура БЗ строится в виде графа, где вершинами являются таблицы, которые наполняются инженером по знаниям.

Процесс извлечения знаний осуществляется экспертами-технологами в диалоговом режиме и представляет собой обход этого графа по дугам, которыми являются выбираемые строки таблиц. В процессе последовательных ответов на вопросы системы формируется два уровня знания:

- определение группы, к которой относится данное знание;
- само знание, представляющее фрейм или правило вывода.

Знания могут быть нескольких типов: фреймы, продукции (простейшие правила вида "если условие то действие конец"), формулы и т.д. При вводе и редактировании знаний одного типа предложен следующий принцип [11]:

- знания разбиваются на группы;

- по специальному сценарию, имеющему древовидную структуру, вычисляется код группы;
- каждая группы размещается в отдельной строке с ключом, соответствующим коду группы.

Таким образом, редактор БЗ выполняет следующие функции:

- формирование кода группы;
- редактирование группы.

Для реализации редактора БЗ целесообразно использовать систему управления интерфейсом пользователя, которая обладает следующими свойствами:

- способность хранить информацию;
- определенный внешний вид;
- диалоговая активность.

Задача создания конечной среды сводится к соединению трех перечисленных качеств в единое целое и может проходить в два этапа: объектное построение среды и программная настройка среды. Первый этап состоит в том, что разработчик компонует некоторые готовые среды, создавая новую среду требуемой структуры и придавая ей составной внешний вид и составное интерактивное поведение. Второй этап состоит в том, что с помощью обычных средств языка программирования среде добавляются какие-то специализированные свойства, ориентированные на конкретную проблематику.

Знания могут находиться в различных базах знаний. Информация о возможных типах знаний может находиться в корневой таблице, с помощью которой предлагается выбрать тип знаний для корректировки, имя файла базы знаний и ссылку на первую таблицу выбранного типа. Каждая строка таблицы имеет структуру (Q.TK; Q.FN<S>;Q.ST<S>). Здесь Q.TK – тип знаний; Q.FN – имя файла базы знаний; Q.ST – ссылка на первую таблицу сценария; <S> – поле невидимо. Соответствующая графа исключается при отображении.

Кадр диалога при таких данных может выглядеть так:

УКАЖИТЕ ТИП ЗНАНИЙ:

ФРЕЙМЫ ПРАВИЛА ФОРМУЛЫ	FRAMES.TPP RULES.TPP FORMULA.TPP	#FRAMTABL #RULETABL #FRMLTABL
------------------------------	--	-------------------------------------

Видимая часть таблицы

Таким образом, проведено исследование и построение концептуальной модели системы автоматизированного проектирования технологических процессов механической обработки деталей с использованием ЭС, которая включает в себя представление знаний, базы данных, базы знаний. Такая модель предусматривает возможности для разработчиков по развитию системы как на уровне программистов, так и на уровне экспертов-технологов.

Предложенная реализация редактора базы знаний предоставляет возможность извлечения структурированных знаний от экспертов-технологов в режиме диалога с ЭВМ. Однако для широкого внедрения требуется большая работа по реализации скелетной структуры БЗ. Эта задача является одним из направлений дальнейшего развития системы.

Литература

1. Уотермен Д., Руководство по экспертным системам. М.: Мир, 1989. 388 с., ил.

2. Построение экспертных систем / Под ред. Ф.Хейса-Рота, Д. Уотермана, Д. Ленната. М.: Мир, 1987. 441с.
3. Карась С.В. Применение методов теории искусственного интеллекта в САПР ТП // XIV объединенный семинар "Прикладная информатика автоматизированных систем проектирования, управления, программирования, эксплуатации" (Калининград, 22–25 октября, 1987): Тез. докл. Калининград: КМЦНТТИП, 1987. 93с.
4. Минский М. Фреймы для представления знаний. М.: Энергия, 1979. С.49–51.
5. Вольфенгаген В.Э., Кузин Л.Г., Смольянинов Н.Д. О проблеме представления информационных объектов фреймами// НТИ. Сер.2. 1982. № 2. С.12–17.
6. Науман Э. Принять решение - но как? М.: Мир, 1987. С.174–185.
7. Осипов Г.С. Принципы прямого приобретения знаний // Теория и применение искусственного интеллекта. НРБ Созопол: Ин-т информатики с вычислит.центром БАН, 1989. 39 с.
8. Хьюит К. Открытые системы // Реальность и прогнозы искусственного интеллекта. М.: Мир, 1987. С. 85–102
9. Филиппов А.Н. Методы реализации системы автоматизированного проектирования технологических процессов с использованием подхода экспертных систем // Краткосрочный семинар "Программное обеспечение автоматизированных систем дискретного производства" (Ленинград, 18–19 октября 1989). Тез. докл. Ленинград: ЛДНТП, 1989. С.19–24.
10. Цветков В.Д. Системно-структурное моделирование и автоматизация проектирования технологических процессов. Минск: Наука и техника, 1979. С. 81–116.
11. Филиппов А.Н. Автоматизированная система проектирования технологических процессов с использованием подхода экспертных систем // Актуальные проблемы современного программирования. Л.: ЛИИАН, 1989. С.113–122.

НАСТРОЙКА РЕГУЛЯТОРА СКОРОСТИ В СИСТЕМЕ ВЕКТОРНОГО УПРАВЛЕНИЯ АСИНХРОННЫМИ ДВИГАТЕЛЯМИ

А.А. Усольцев, Д.В. Лукичев

В статье рассматривается вариант настройки ПИ регулятора скорости в системе векторного управления асинхронным двигателем, позволяющий получить переходные функции, по качеству представляющие собой нечто среднее между настройкой на оптимум по модулю и симметричный оптимум.

Принцип векторного управления асинхронными двигателями (АД) позволяет создавать предельно простые и эффективные структуры систем управления, однако простота математических выражений зачастую не позволяет применять в этих системах стандартные корректирующие устройства (П, И, Д, ПИ и ПИД регуляторы [1]) или требует иного подхода к их настройке. Предлагаемая настройка ПИ регулятора скорости позволяет получить астатическую систему с динамическими характеристиками, представляющими собой нечто среднее между настройкой на оптимум по модулю и симметричный оптимум. Этот вариант настройки ПИ регулятора можно использовать также для других систем управления и других типов двигателей, если малыми постоянными времени в их передаточных функциях можно пренебречь.

В качестве примера рассмотрим представленную на рис. 1 простейшую систему с ориентацией координат по вектору потокосцепления ротора и управлению АД с помощью тока статора [2].

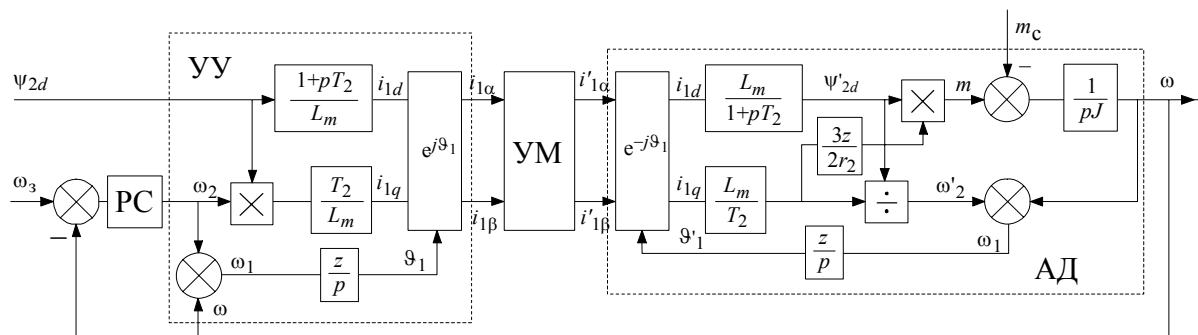


Рис. 1. Структурная схема системы векторного управления АД с ориентацией координат по потокосцеплению ротора

Входными сигналами для АД являются проекции вектора тока статора на оси системы координат $d - q$, ориентированной по вектору потокосцепления ротора –

$$i_{1d} = \frac{\Psi_{2d}}{L_m} (1 + pT_2); \quad i_{1q} = \frac{\Psi_{2d}}{L_m} T_2 \omega_2, \quad (1)$$

где $\Psi_{2d} = |\Psi_2|$ – модуль вектора потокосцепления ротора; L_m – взаимная индуктивность ротора и статора; $T_2 = L_2 / r_2$ – постоянная времени обмоток ротора, имеющих индуктивность L_2 и активное сопротивление r_2 ; ω_2 – угловая частота токов ротора.

Продольная i_{1d} и поперечная i_{1q} составляющие тока статора определяют соответственно потокосцепление Ψ_{2d} и частоту ротора ω_2 .

Отсюда электромагнитный момент АД можно представить в виде

$$m = \frac{3}{2} z \frac{L_m}{L_2} \Psi_{2d} i_{1q} = \frac{3z}{2r_2} \Psi_{2d}^2 \omega_2, \quad (2)$$

где z – число пар полюсов магнитного поля АД.

Составляющие тока i_{1d} и i_{1q} представлены в координатной системе, вращающейся синхронно с магнитным полем ротора, в то время как реальные токи статора должны быть представлены в неподвижной координатной системе. Для перехода к неподвижным координатам в модели АД должен быть внутренний блок вращения вектора тока с передаточной функцией $e^{-j\vartheta_1}$, где $\vartheta_1 = \int \omega_1 dt$ – текущий угол поворота системы координат, ориентированной по вектору потокоцепления ротора Ψ_2 и вращающейся с угловой частотой ω_1 . Этот блок, в соответствии с выполняемой функцией, в дальнейшем будем называть *ротатором*.

Принцип построения устройства управления (блок УУ на рис. 1) заключается в создании двух каналов (Ψ_{2d} и ω_2) с передаточными функциями, обратными по отношению к передаточным функциям АД. Кроме того, в реальном приводе между выходом устройства управления и статором АД должен быть включен любой усилитель мощности (УМ), имеющий единичную передаточную функцию, т.е. $i_{1\alpha} = i'_{1\alpha}$ и $i_{1\beta} = i'_{1\beta}$. Для упрощения задачи предположим, что УМ является безынерционным звеном, что вполне допустимо для современных устройств ключевого типа, так как в них частота коммутации на порядок и более превосходит частоту основной гармоники. В этом случае $\Psi_{2d} = \Psi'_{2d}$ и $\omega_2 = \omega'_2$, а также $\vartheta_1 = \vartheta'_1$.

Поскольку электромагнитный момент АД является функцией Ψ_{2d} и ω_2 , то при постоянных значениях этих величин двигатель обладает абсолютно мягкой механической характеристикой и не может работать в незамкнутой системе. Поэтому обратная связь по скорости вращения является необходимым элементом системы управления.

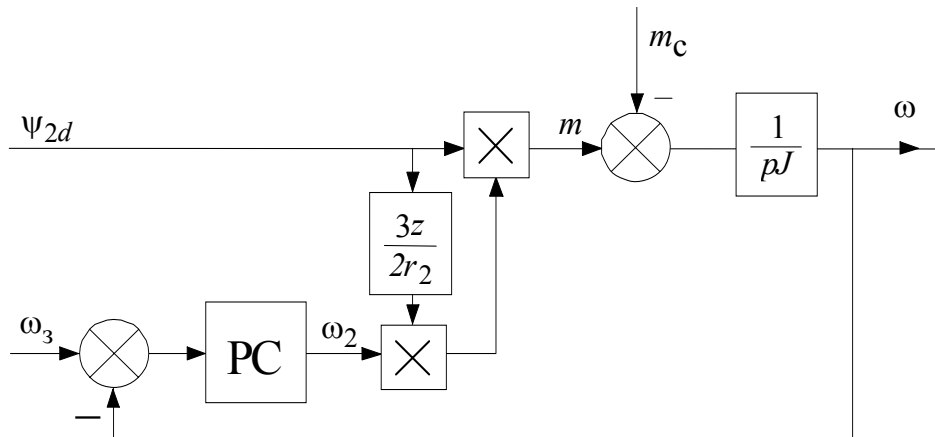


Рис. 2. Эквивалентная структурная схема АД с устройством управления

В результате структура системы привода рис. 1 становится эквивалентной структуре рис. 2., имеющей передаточную функцию по каналу управления частотой ротора

$$\frac{\omega(p)}{\omega_2(p)} = \frac{1}{pT_m}, \quad (3)$$

где $T_m = \frac{2Jr_2}{3\psi_{2d}^2 z}$ – механическая постоянная времени; J – момент инерции АД и нагрузки, приведенный к валу двигателя.

Нелинейная структура рис. 2 с перекрестными связями и безынерционными звеньями не позволяет использовать стандартные настройки регулятора скорости (РС), однако здесь можно использовать общий подход к оптимизации систем с помощью корректирующих звеньев.

Из условия получения астатической системы управления обычно рекомендуется использовать пропорционально-интегральный (ПИ) регулятор скорости [1] с передаточной функцией

$$W_{PC}(p) = \frac{K(1 + p\tau)}{p\tau}. \quad (4)$$

Тогда, при условии постоянства потокосцепления ($\Psi_{2d} = \text{const}$), структура системы будет выглядеть так, как показано на рис. 3, а передаточная функция по управлению и частотная характеристика будут иметь соответственно вид

$$W_y(p) = \frac{1 + p\tau}{p^2\varphi + p\tau + 1}, \quad (5)$$

$$W_y(j\omega) = \frac{[1 + \omega^2(\tau^2 - \varphi)] - j\omega^3\tau}{\omega^4\varphi^2 + \omega^2(\tau^2 - 2\varphi) + 1}, \quad (6)$$

где $\varphi = T_m\tau / K$.

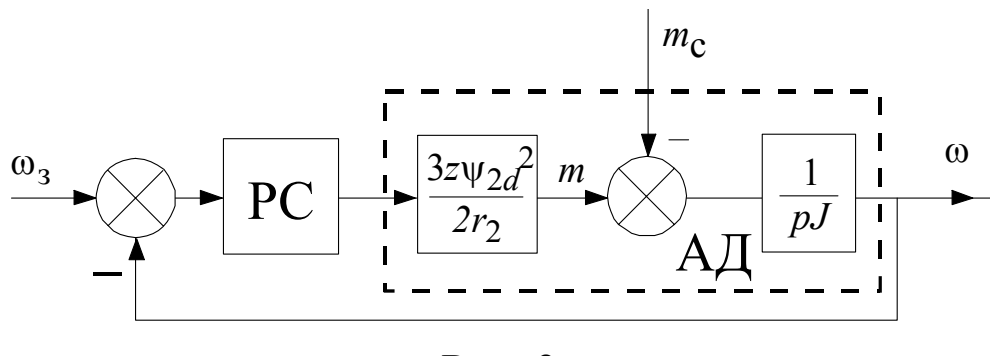


Рис. 3. Структурная схема системы управления при постоянном потокосцеплении ротора

Для приближения значения модуля частотной характеристики к единице в возможно более широком диапазоне частот исключим в знаменателе составляющую ω^2 , т.е. выберем значения коэффициента K и постоянной времени τ регулятора скорости так, чтобы выполнялось условие

$$\tau^2 - 2\varphi = 0 \Rightarrow K\tau = 2T_m. \quad (7)$$

Тогда выражения (5) и (6) примут вид

$$W_y(p) = \frac{2(1 + p\tau)}{p^2\tau^2 + p2\tau + 2}, \quad (8)$$

$$W_y(j\omega) = \frac{2[(2 + \varpi^2) - j\varpi^3]}{\varpi^4 + 4}, \quad (9)$$

где $\varpi = \omega\tau$ – приведенная угловая частота. На рис. 4 приведены характеристики, соответствующие выражению (9).

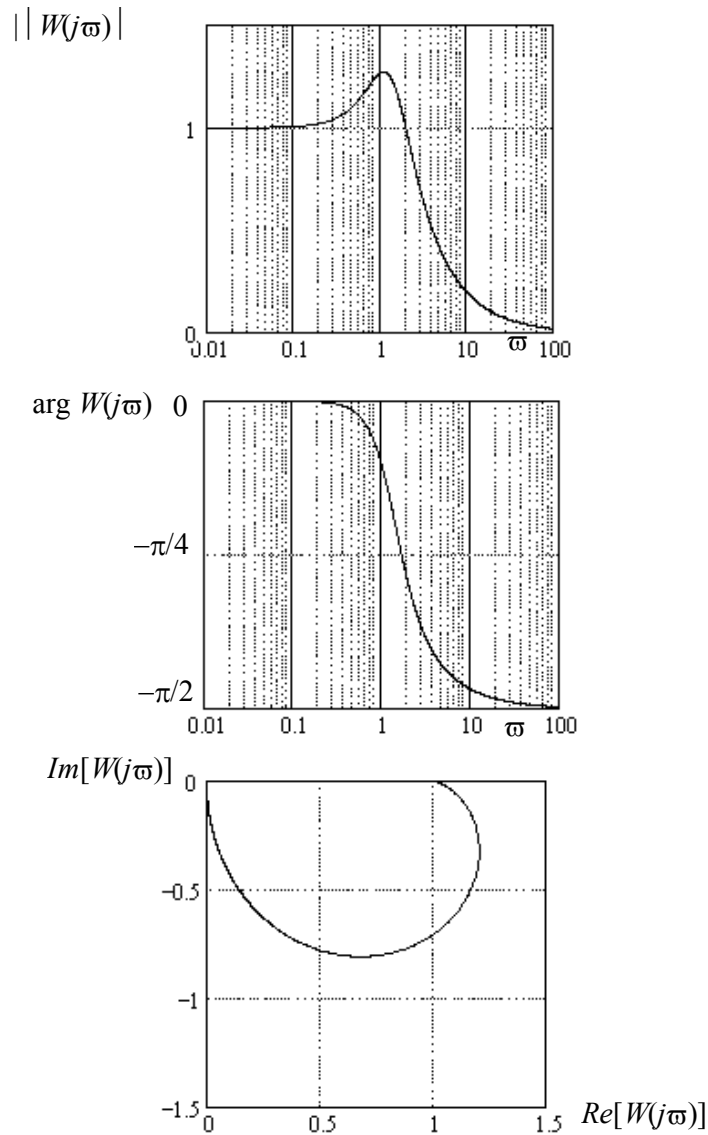


Рис. 4. Частотные характеристики системы с настройкой регулятора при условии $K\tau = T_m$

С учетом соотношений (7) можно представить передаточную функцию системы по возмущению в виде

$$W_B(p) = \frac{p\tau^2}{J(p^2\tau^2 + p2\tau + 2)}. \quad (10)$$

Выражения (8) и (10) имеют одинаковые характеристические уравнения, корни которых

$$p_{1,2} = \frac{1}{\tau}(-1 \pm j) \quad (11)$$

соответствуют асимптотически устойчивой системе с колебательным переходным процессом с относительным затуханием и частотой, равными друг другу. Причем, так как τ может изменяться от 0 до ∞ , то корневые годографы системы всегда лежат в левой полуплоскости. Реакция системы на скачки управляющего $\Delta\omega_3$ и возмущающего Δm_c воздействий может быть получена из выражений (8) и (10) как

$$\frac{\omega(t/\tau)}{\omega_3} = 1 + \sqrt{2}e^{-t/\tau} \cos(t/\tau - 3\pi/4), \quad (12)$$

$$\frac{\omega(t/\tau)}{\omega_3} = 1 - \frac{\tau}{\Theta_m} e^{-t/\tau} \sin(t/\tau), \quad (13)$$

где $\Theta_m = J\omega_3 / \Delta m_c$. В этих выражениях время приведено к постоянной времени регулятора скорости τ . В результате временные параметры переходных функций получаются независимыми от параметров АД.

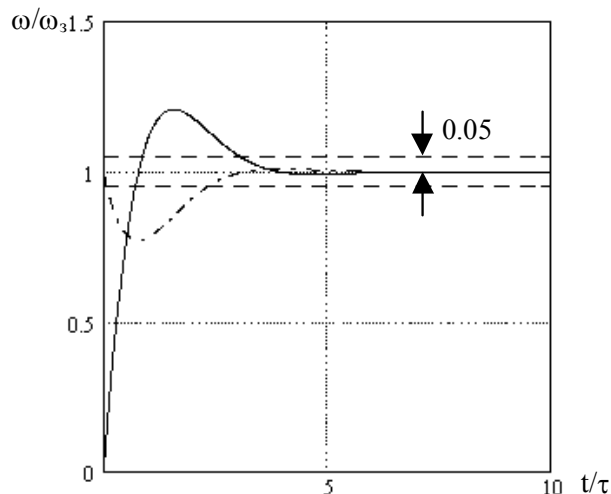


Рис. 5. Переходные функции системы с настройкой регулятора при условии $K\tau = T_m$

Следует заметить, что система не накладывает каких-либо ограничений на значение τ , так как условие настройки всегда можно выполнить соответствующим выбором K . Поэтому масштаб времени переходных функций, а, следовательно, и длительность переходного процесса может выбираться произвольно.

Анализ выражений (12) и (13) показывает:

1. перерегулирование при скачке управляющего воздействия не зависит от параметров АД и выбора постоянной времени регулятора τ и всегда составляет 20,8%;
2. максимальное отклонение скорости вращения при скачке момента нагрузки зависит от параметров АД и нагрузки, а также от выбора τ так, что с изменением τ пропорционально изменяется масштаб обеих осей переходной функции;
3. максимальные отклонения скорости вращения при скачках управления и момента наступают соответственно при $t/\tau = \pi/2$ и $t/\tau = \pi/4$;
4. переходный процесс заканчивается после первого экстремума и составляет для скачка управления $3,07\tau$.

Выражения (12) и (13) проверялись на модели АД с векторным управлением (рис. 1) в пакете MATLAB (Simulink) для двигателей мощностью от 0,55 до 55 кВт. Отклонение результатов моделирования от расчетных не превышало 2%, что соответствует погрешности получения информации о данных, представленных в графической форме.

Таким образом, предлагаемая настройка ПИ регулятора обладает универсальными параметрами переходного процесса и позволяет получить хорошее качество системы в тех случаях, когда невозможно осуществить стандартную настройку.

Литература

1. Фрер Ф., Орттенбургер Ф. Введение в электронную технику регулирования. Пер. с нем. М.: Энергия, 1973. 192 с.
2. Schönfeld R. Digitale Regelung elektrischer Antriebe. Berlin: Verlag Technik, 1987. 240 S.

АНАЛИЗ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ОБРАТИМЫХ ИСТОЧНИКОВ ПИТАНИЯ ТРАНЗИСТОРНЫХ ИНВЕРТОРОВ

В.С. Томасов, С.А. Серебряков, П.А. Борисов

Приводится методика расчета частотных характеристик обратимых источников питания транзисторных инверторов систем электропривода совместно с элементами силового фильтра. Анализируются влияние параметров отдельных элементов энергоподсистемы электропривода на электромагнитные нагрузки на них. Даются рекомендации по построению и расчету корректирующих цепей, снижающих электромагнитные нагрузки.

Целью настоящей статьи является создание методик расчета и анализа частотных характеристик обратимых источников питания транзисторных инверторов, работающих в качестве усилителя мощности в системах электропривода. В зависимости от вида частотной характеристики источника питания совместно с элементами силового фильтра в полосе пропускания системы электропривода, который и определяет электромагнитные нагрузки на элементы энергоподсистемы, могут быть рекомендованы дополнительные цепи, позволяющие получить монотонный характер частотных характеристик и снижение электромагнитных нагрузок.

Электромагнитные процессы в силовой цепи питания автономных инверторов электротехнических комплексов различного назначения имеют большое значение для эффективного решения задач выделения неискаженной гладкой составляющей тока i , как правило, малоиндуктивной нагрузки и электромагнитной совместимости инвертора с питающей сетью. В связи с этим в таких комплексах актуальными являются вопросы согласования первичного источника питания с нагрузкой, имеющей импульсный характер, а также, в случае использования транзисторного инвертора в замкнутых системах автоматизированного электропривода, возврата энергии электрической машиной через инвертор в питающую сеть. Причем это согласование должно обеспечиваться как в низкочастотной области возмущений, пропорциональной частоте задающего воздействия, так и в высокочастотной области возмущений, обусловленной коммутацией транзисторов инвертора на несущей частоте.

Силовая цепь транзисторных инверторов современных электротехнических комплексов, или энергоподсистема, содержит в своем составе первичный источник питания, силовой фильтр, силовой каскад транзисторного инвертора и нагрузку, которой в случае использования инвертора в системе автоматизированного электропривода является электромашин (рис. 1).

В качестве первичных источников питания могут использоваться как обратимые источники электрической энергии, чаще всего аккумулятор (значительно реже генератор постоянного тока и солнечные батареи), так и необратимые – управляемый или неуправляемый выпрямитель с питанием от сети переменного тока промышленной частоты.

В случае использования в качестве первичного источника питания аккумулятора, транзисторный инвертор является вообще единственно приемлемым типом усилительно-преобразовательного устройства. Для питания транзисторных инверторов могут применяться различные типы аккумуляторов. Несмотря на то, что лучшими удельными показателями, отражающими способность аккумулятора отдавать определенное количество энергии в единицу времени, отнесенное к его массе и объему, обладают серебряно-цинковые и серебряно-кадмиевые аккумуляторы [1, 2, 4], наибольшее распространение в электротехнических комплексах и системах электропривода получили, по экономическим соображениям, никель-железные и кислотные аккумуляторы.

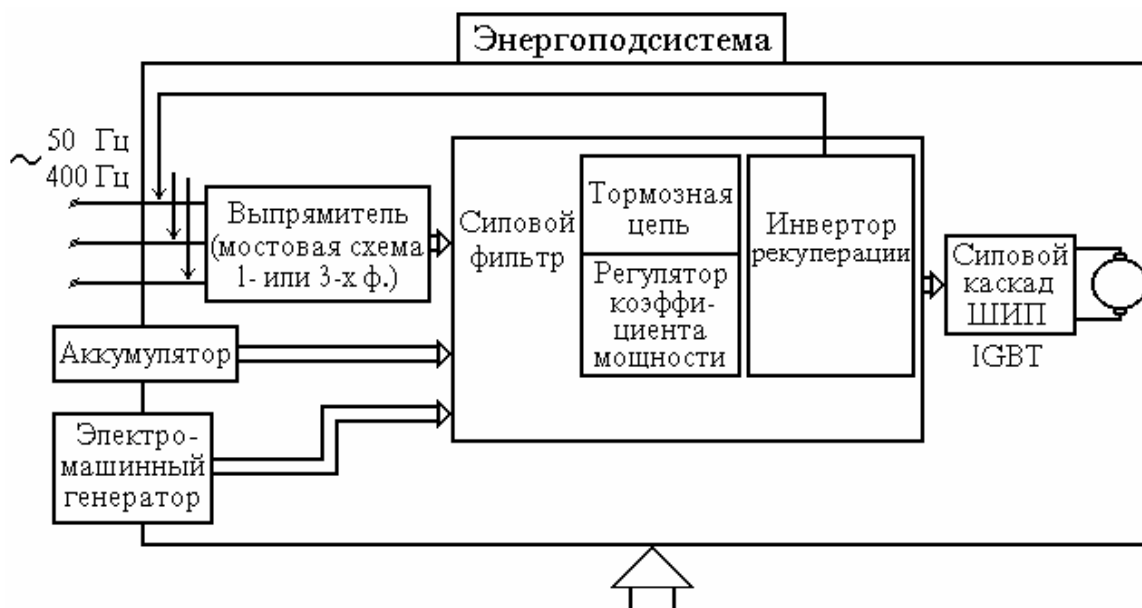


Рис. 1. Общая схема энергоподсистемы электропривода

Общая схема замещения химического источника тока представляет собой двухполюсник, содержащий активное сопротивление, емкость и индуктивность [2, 3]. Индуктивная составляющая полного сопротивления аккумулятора объясняется поверхностным эффектом при прохождении переменной составляющей импульсного или пульсирующего тока через пластины, отводы пластин и соединительные перемычки между элементами аккумулятора и проявляется в основном в источниках тока с большой разрядной емкостью. Элементы схемы замещения рекомендуется [2, 3] определять экспериментально, как не поддающиеся расчету. Как показывает практика [4], полное сопротивление аккумулятора может уменьшаться с частотой, т.е. иметь емкостной характер, что характерно для марганцево-цинковых и серебряно-цинковых аккумуляторов, в которых нет массивных металлических деталей; а может и увеличиваться с частотой, т.е. иметь активно-индуктивный характер, что характерно для стационарных свинцовых аккумуляторов большой емкости.

Для рассматриваемого класса задач использования аккумулятора в качестве первичного источника питания электротехнических комплексов и систем электропривода мощностью порядка одного 1 кВт, с учетом вышеизложенного, можно ограничиться схемой замещения аккумулятора в виде двухполюсника, содержащего активное и индуктивное сопротивление.

Таким образом, общая схема замещения обратимого источника питания на базе стационарного свинцового аккумулятора представляет собой двухполюсник (рис. 2), содержащий источник E , активное R_g и индуктивное L_g сопротивления, конденсатор фильтра C_o , установка которого необходима для протекания высокочастотных процессов коммутации транзисторов инвертора, и тормозной резистор R_t .

Для расчета электромагнитных нагрузок на элементах энергоподсистемы может быть рекомендована методика [5], основанная на принципе наложения [6] с использованием параметров эквивалентных токовых возмущений и частотных характеристик первичного источника питания совместно с элементами фильтра и тормозной цепи.

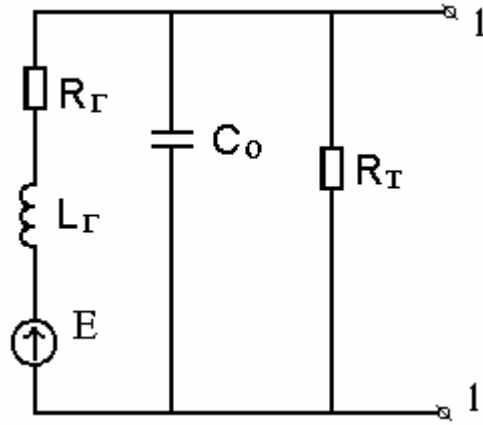


Рис. 2. Общая схема замещения обратимого источника питания

Для расчета переменных составляющих реакции силовой цепи достаточно рассчитать частотную характеристику входного сопротивления или входной проводимости со стороны зажимов 1 - 1':

$$\begin{aligned} \underline{Y}(j\omega) &= \frac{1}{R_Г + j\omega L_Г} + \frac{1}{\left(\frac{1}{j\omega C_0}\right)} + \frac{1}{R_Т} = \frac{R_Т + R_Г + j\omega L_Г + R_Т \cdot (R_Г + j\omega L_Г) \cdot j\omega C_0}{R_Т \cdot (R_Г + j\omega L_Г)} = \\ &= \frac{1 + \frac{R_Г}{R_Т} + \frac{j\omega L_Г}{R_Т} + R_Г \cdot j\omega C_0 - \omega^2 \cdot L_Г \cdot C_0}{R_Г + j\omega L_Г}. \end{aligned} \quad (1)$$

Введем понятия относительной частоты $\bar{\omega} = \omega \cdot \sqrt{L_Г \cdot C_0}$, волнового сопротивления цепи $\rho = \sqrt{\frac{L_Г}{C_0}}$, коэффициента $\alpha_Г = \frac{R_Г}{R_Т}$ и приведенного коэффициента затухания $D = \frac{R_Г}{2 \cdot \rho}$, тогда из уравнения (1) получим:

$$\underline{Y}(j\bar{\omega}) = \frac{1 + \alpha_Г - \bar{\omega}^2 + j\bar{\omega}\left(\frac{R_Г}{\rho} + \frac{\rho}{R_Т}\right)}{R_Г \cdot \left(1 + j\bar{\omega}\frac{\rho}{R_Г}\right)}. \quad (2)$$

Приведем уравнение (2) к виду $\underline{Y}(j\bar{\omega}) = g(\bar{\omega}) + jb(\bar{\omega})$. Домножив в уравнении (2) числитель и знаменатель на $\left(1 - j\bar{\omega}\frac{\rho}{R_Г}\right)$, получим:

$$\underline{Y}(j\bar{\omega}) = \frac{1}{R_Г} \cdot \left[\frac{1 + \alpha_Г + \alpha_Г \cdot \bar{\omega}^2 \cdot \left(\frac{\rho}{R_Г}\right)^2}{1 + \bar{\omega}^2 \cdot \left(\frac{\rho}{R_Г}\right)^2} - j \left[\frac{\left(\frac{\rho}{R_Г} - \frac{R_Г}{\rho}\right) \cdot \bar{\omega} - \frac{\rho}{R_Г} \cdot \bar{\omega}^3}{1 + \bar{\omega}^2 \cdot \left(\frac{\rho}{R_Г}\right)^2} \right] \right].$$

Активная составляющая полной проводимости имеет вид

$$g(\bar{\omega}) = g_Г \cdot \frac{1 + \alpha_Г + \alpha_Г \cdot \bar{\omega}^2 \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot D}\right)^2}{1 + \bar{\omega}^2 \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot D}\right)^2},$$

а реактивная составляющая полной проводимости равна

$$b(\bar{\omega}) = -g_r \cdot \frac{\left(\frac{1}{2 \cdot D} - 2 \cdot D\right) \cdot \bar{\omega} - \frac{1}{2 \cdot D} \cdot \bar{\omega}^3}{1 + \bar{\omega}^2 \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot D}\right)^2}. \quad (3)$$

Входное сопротивление определяется как

$$Z(\bar{\omega}) = \frac{1}{\sqrt{g(\bar{\omega})^2 + b(\bar{\omega})^2}}.$$

Из уравнения (3) видно, что $b(\bar{\omega})$ меняет знак, а следовательно, принимает нулевое значение, если $\left(\frac{1}{2 \cdot D} - 2 \cdot D\right) > 0$, т.е. $D < 0,5$.

Резонанс и провал зависимости $|Y_{вх}(j\omega)|$ могут возникнуть лишь при низких значениях D .

При $D > 0,5$ $b(\bar{\omega})$ будет во всем диапазоне частот монотонно возрастающей функцией, что всегда приводит к сглаживанию частотной характеристики $|Y_{вх}(j\omega)|$.

Если $D < 0,5$, то $\rho > R_c$ и $b(\bar{\omega})$ имеет ноль в точке резонанса:

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_{PEЗ} &= \frac{\omega_{PEЗ}}{\omega_0} = \sqrt{1 - 4 \cdot D^2}, \\ \omega_{PEЗ} &= \sqrt{\frac{1}{L_r \cdot C_0} - \left(\frac{R_r}{\rho}\right)^2}, \end{aligned} \quad (4)$$

и полная проводимость цепи достигает минимума:

$$g_{\phi}(\omega_{PEЗ}) = g_r \cdot 4 \cdot D^2 = \frac{R_r \cdot C_0}{L_r} \cdot Y(\omega_{PEЗ}) = Y_{\min},$$

$$Y(\omega_{PEЗ}) = g_r + 4 \cdot D^2 \cdot g_r.$$

В диапазоне частот $0 - \omega_{PEЗ}$ функция $b(\bar{\omega})$ имеет экстремум (рис. 3).

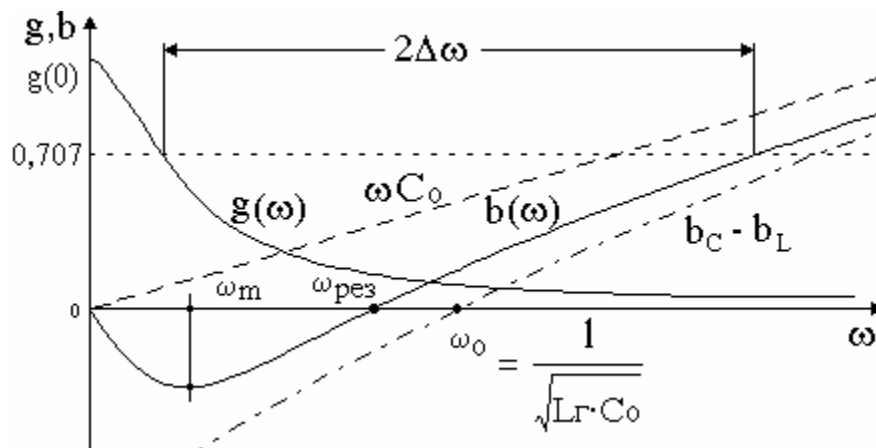


Рис. 3. Частотная характеристика активной и реактивной составляющих входной проводимости

В выражении (3) пренебрегаем членом с $\bar{\omega}^3$ при $\bar{\omega} \ll 1$:

$$b(\bar{\omega}) = -g_{\Gamma} \cdot \frac{(\frac{1}{2 \cdot D} - 2 \cdot D) \cdot \bar{\omega}}{1 + \bar{\omega}^2 \cdot (\frac{1}{2 \cdot D})^2}$$

Приравняв $\frac{d}{d\bar{\omega}} b(\bar{\omega})$ к нулю, получим:

$$b(\bar{\omega}_m) = -g_{\Gamma} \cdot \frac{1 - 4 \cdot D^2}{2} = -g_{\Gamma} \cdot \frac{\bar{\omega}_{PE3}^2}{2}.$$

Таким образом, с увеличением D увеличивается $\bar{\omega}_m$ и уменьшается абсолютная величина $b(\bar{\omega}_m)$ в точке экстремума. При $\omega \gg \omega_{рез}$

$$b(\omega)_{|\omega \gg \omega_{PE3}} = \omega \cdot C_O,$$

$$Y_{BX}(j\omega) = \sqrt{g_{\Gamma} + (\omega \cdot C_O)^2}.$$

Полоса пропускания $2\Delta\omega$ тем больше, чем меньше D . Минимальная величина проводимости $Y_{вх}(\omega_{рез})$ изменяется пропорционально D .

При высоких добротностях первичного источника питания его проводимость может значительно снизиться, что при совпадении частоты эквивалентного токового возмущения с резонансной частотой может привести к опасным перенапряжениям в силовой цепи.

Амплитуда низкочастотной переменной составляющей напряжения на емкости C , обусловленная электромеханическими процессами в системе на резонансной частоте, равна

$$U_{m_{\omega_{PE3}}} = \frac{\text{Im}_{\omega_{PE3}}}{Y(\omega_{PE3})} = \frac{\text{Im}_{\omega_{PE3}}}{g_{\Phi}(\omega_{PE3})} = \frac{\text{Im}_{\omega_{PE3}}}{4 \cdot D^2 \cdot g_{\Gamma}} = \frac{L_{\Gamma}}{C_O \cdot R_{\Gamma}} \cdot \text{Im}_{\omega_{PE3}},$$

$$\frac{L_{\Gamma}}{C_O \cdot R_{\Gamma}} \cdot \text{Im}_{\omega_{PE3}} \leq U_{c_{\omega_{PE3}}} \leq U_{m50} \cdot \frac{314}{\omega_{PE3}}.$$

Используя уравнение (4), получим выражение, позволяющее определить значение индуктивности первичного источника питания, при котором $Y(j\omega)$ будет монотонна:

$$L_{\Gamma} \leq U_{m50}^2 \cdot R_{\Gamma}^2 \cdot C_O \cdot \left[\left(\frac{314 \cdot C_O}{\text{Im}_{\omega_{PE3}}} \right)^2 + 1 \right].$$

Если индуктивность первичного источника питания окажется больше и это соотношение нельзя выполнить, то корректируют частотную характеристику источника питания одной или более корректирующими цепями (КИЦ) (рис. 4), обладающими обратными частотными характеристиками.

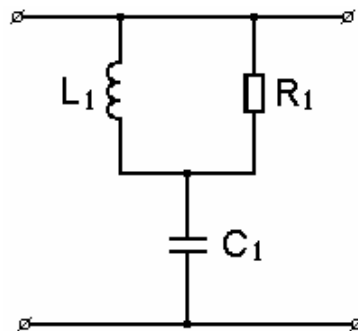


Рис. 4. Схема замещения корректирующей цепи

Комплексное сопротивление КЦ

$$Z_1(j\omega) = \frac{j\omega L_1 \cdot R_1}{j\omega L_1 + R_1} + \frac{1}{j\omega C_1} = \frac{-\omega^2 \cdot C_1 \cdot L_1 \cdot R_1 + j\omega L_1 + R_1}{-\omega^2 \cdot C_1 \cdot L_1 + j\omega C_1 \cdot R_1}.$$

Комплексная проводимость КЦ

$$Y_1(j\omega) = \frac{1}{Z_1(j\omega)} = \frac{-\omega^2 \cdot C_1 \cdot L_1 + j\omega C_1 \cdot R_1}{R_1 \cdot (-\omega^2 \cdot C_1 \cdot L_1 + \frac{j\omega L_1}{R_1} + 1)}. \quad (5)$$

Введем для КЦ понятия собственной частоты $\omega_{01} = \frac{1}{\sqrt{L_1 \cdot C_1}}$, волнового сопротивления $\rho_1 = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$, приведенного коэффициента затухания $D^* = \frac{\rho_1}{2 \cdot R_1}$, проводимости $g_1 = \frac{1}{R_1}$, относительной частоты $\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_{01}} = \frac{\omega}{(\frac{1}{\sqrt{L_1 \cdot C_1}})} = \omega \cdot \sqrt{L_1 \cdot C_1}$. Тогда

из уравнения (5) имеем

$$Y_1(j\bar{\omega}) = g_1 \cdot \left[\frac{\bar{\omega}^{-4} + j \left[\frac{\bar{\omega}}{D^*} - \left(\frac{1}{2 \cdot D^*} - 2 \cdot D^* \right) \cdot \bar{\omega}^{-3} \right]}{(1 - \bar{\omega}^2)^2 + (2 \cdot D^*)^2 \cdot \bar{\omega}^2} \right]. \quad (6)$$

Представляя уравнение (6) в виде $Y_1(j\bar{\omega}) = g_1(j\bar{\omega}) + jb_1(j\bar{\omega})$, получим:

$$g_1(\bar{\omega}) = g_1 \cdot \frac{\bar{\omega}^{-4}}{(1 - \bar{\omega}^2)^2 + (2 \cdot D^* \cdot \bar{\omega})^2},$$

$$g_1(\omega) = g_1 \cdot \frac{(L_1 \cdot C_1)^2 \cdot \omega^4}{(1 - L_1 \cdot C_1 \cdot \omega^2)^2 + \left(\frac{L_1}{R_1} \cdot \omega\right)^2},$$

$$b_1(\bar{\omega}) = g_1 \left[\frac{\frac{\bar{\omega}}{D^*} - \left(\frac{1}{2 \cdot D^*} - 2 \cdot D^* \right) \cdot \bar{\omega}^{-3}}{(1 - \bar{\omega}^2)^2 + (2 \cdot D^* \cdot \bar{\omega})^2} \right],$$

$$b_1(\omega) = \frac{2 \cdot \omega \cdot C_1 - C_1 \cdot L_1 \cdot (C_1 - L_1 \cdot g_1^2) \cdot \omega^3}{(1 - L_1 \cdot C_1 \cdot \omega^2)^2 + (g_1 \cdot L_1 \cdot \omega)^2}.$$

Резонансные частоты при $D^* < 0,5$

$$\bar{\omega}_{рез1} = \frac{1}{\sqrt{1 - (2 \cdot D^*)^2}},$$

$$\omega_{рез1} = \frac{\omega_0}{\sqrt{L_1 \cdot C_1 - \left(\frac{L_1}{R_1}\right)^2}},$$

где ω_0 – собственная частота обратимого источника питания.

Таким образом, можно подобрать такую резонансную частоту КЦ, чтобы компенсировать провалы частотной характеристики входной проводимости первичного

источника питания, и добиться, чтобы результирующая частотная характеристика входной проводимости была монотонна.

Выводы

1. Для расчета электромагнитных нагрузок на элементах энергоподсистемы замкнутой системы электропривода может быть рекомендована методика, основанная на принципе наложения с использованием параметров эквивалентных токовых возмущений, соответствующих типовым режимам работы электропривода и частотных характеристик обратимого источника питания совместно с элементами фильтра.
2. Установлены расчетные соотношения, позволяющие определить вид частотной характеристики первичного источника питания совместно с элементами фильтра в полосе токовых возмущений электромеханического характера.
3. Предложенная методика выбора параметров корректирующих цепей позволяет формировать достаточно монотонную частотную характеристику в низкочастотной области эквивалентных токовых возмущений.

Данная статья выполнена в рамках работ по гранту Министерства образования РФ и по программе "Научные исследования высшей школы по приоритетным направлениям науки и техники", подпрограмма "Производственные технологии", раздел "Робототехника, мехатроника и технологии микроэлектромеханических систем".

Литература

1. Багоцкий В.С., Скундин А.М. Химические источники тока. М.: Энергоиздат, 1981.
2. Графов Б.М., Укше Е.А. Электротехнические цепи переменного тока. М.: Энергоиздат, 1976.
3. Зохорович А.Е., Бельский В.П., Эйгель Ф.И. Устройства для заряда и разряда аккумуляторных батарей. М.: Энергия, 1975. 208 С.
4. Романов В.В., Хашев Ю.М. Химические источники тока. М.: Советское радио. 1968. 383 с.
5. Глазенко Т.А., Томасов В.С. Силовые фильтры транзисторных ШИП систем электропривода постоянного тока. Материалы научн.-техн. семинара "«полупроводниковые преобразователи в системах электропривода и технологических установках. ЛДНТП. Ленинград. 1987. С. 48–52.
6. Баскаков С.И. Лекции по теории цепей. Эдиториал УРСС. М., 2001. 279 С.

ЦИФРОВАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ИСТОЧНИКА ТОКА, ПОСТРОЕННОГО НА ОСНОВЕ ТРАНЗИСТОРНОГО ШИП

В.А. Гурьянов, В.В. Кротенко

Сформулирована методика синтеза цифровой системы управления источником тока с усилительно-преобразовательным устройством на транзисторном ШИП из условия обеспечения предельного быстродействия при ограниченной частоте коммутации силовых ключей.

Структурная схема цифровой системы регулирования тока представлена на рис. 1. Система содержит активно-индуктивную нагрузку с сопротивлением R_n , индуктивностью L_n и постоянной времени $T_n = L_n / R_n$, безынерционный датчик обратной связи по току ДТ с коэффициентом передачи $K_{от}$, реализованные на микроЭВМ цифровой регулятор тока РТ и широтно-импульсный модулятор ШИМ, формирующий в зависимости от величины выходного сигнала регулятора тока сигналы, осуществляющие необходимое управление силовыми ключами СК силового каскада транзисторного ШИП, причем широтно-импульсная модуляция соответствует модуляции первого рода (ШИМ-1) [1].

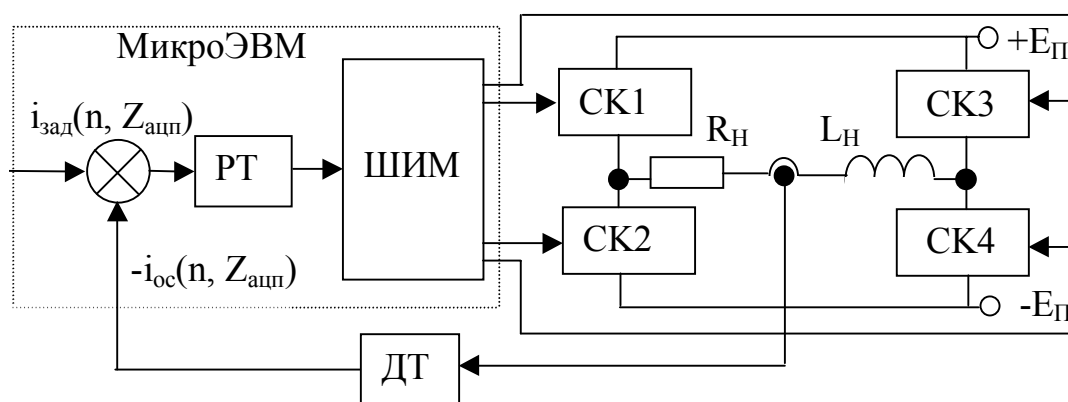


Рис. 1. Структурная схема цифровой системы регулирования тока

Задачей синтеза будем считать определение параметров цифрового ПИ-регулятора тока из условия обеспечения в системе переходных процессов, по характеру близких к эталонным экспоненциальным, причем синтез будем проводить в два этапа.

На первом этапе синтеза заданные динамические качества системы формируются только с учетом дискретности по времени, вносимой в контур регулирования микроЭВМ. Разрядности АЦП $Z_{ацп}$ и ЦАП $Z_{цап}$ микроЭВМ считаются бесконечно большими, транзисторный ШИП заменяется безынерционным усилителем мощности с коэффициентом передачи $K_{ст}$ на линейном участке статической характеристики, определяемым выражением

$$K_{ст} = E_n / U_o \quad (1)$$

и насыщением выходного сигнала на уровне E_n , наступающем при превышении выходным сигналом $U_{РТ}$ регулятора тока некоторого опорного уровня U_o , где E_n – максимальное выходное напряжение ШИП. Упрощенная структурная схема системы, рассматриваемая на данном этапе синтеза, представлена на рис. 2.

На втором этапе путем математического моделирования реальной системы регулирования, во-первых, осуществляется оценка влияния на динамические и статические показатели системы импульсного характера выходного напряжения ШИП и, во-вторых, производится анализ квазистатических режимов работы в зависимости от разрядности АЦП и ЦАП.

Процесс изменения тока в представленной на рис. 2 системе состоит из отрезков экспонент, характеризующихся на n -ом интервале управления выражением

$$i(t) = i(0)e^{-t/T_n} + (1 - e^{-t/T_n})K_{ст}U_{pm}/R_n. \quad (2)$$

Он может быть лишь приближен по характеру к требуемому экспоненциальному процессу с постоянной времени T_T

$$i_3(t) = I_3 \max (1 - e^{-t/T_m}). \quad (3)$$

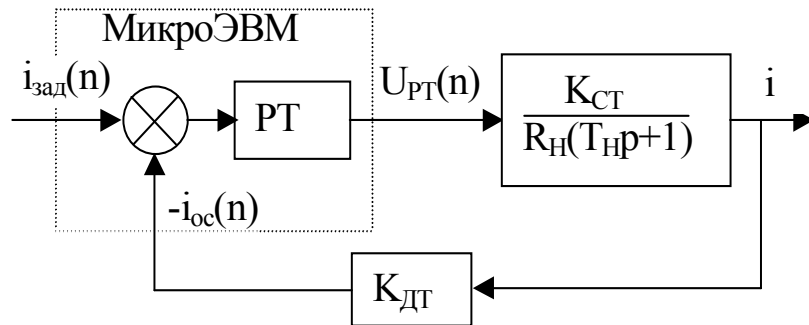


Рис. 2. Структурная схема системы на первом этапе синтеза

На рис. 3 представлены требуемый эталонный экспоненциальный процесс $i_3(t)$ и процесс в исследуемой системе $i(t)$ с периодом дискретности $T_0 = T_T$, совпадающий с эталонным лишь в моменты времени $n = T_0$

$$i(n) = i_3(n). \quad (4)$$

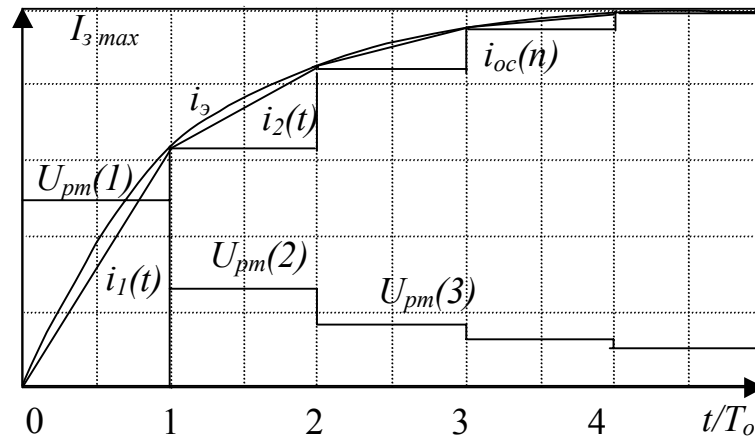


Рис. 3. Эталонный экспоненциальный процесс и процесс в исследуемой системе

Будем считать, что переходный процесс в исследуемой цифровой системе соответствует заданному качеству, если выполняется условие (4) при отработке системой скачка задающего воздействия.

Представим уравнение (2) в дискретном виде

$$i(n+1) = A \cdot i(n) + B \cdot U_{РТ}(n), \quad (5)$$

где $A = e^{-T_0/T_H}$, $B = (1-A) \cdot K_{СТ}/R_H$, T_0 – период дискретности, в течение которого сигнал на выходе регулятора тока $U_{РТ}(n)$ остается неизменным.

С учетом сигнала ошибки

$$\varepsilon(n) = i_{зад}(n) - K_{ДТ} \cdot i(n) \quad (6)$$

уравнение (5) примет вид

$$\varepsilon(n+1) = A \cdot \varepsilon(n) - K_{ДТ} \cdot B \cdot U_{РТ}(n) + i_{зад}(n+1) - A \cdot i_{зад}(n). \quad (7)$$

Последнее уравнение при постоянном задающем воздействии, т.е. при $i_{зад}(n) = \text{const}$, преобразуется к виду

$$\varepsilon(n+1) = (A + 1) \cdot \varepsilon(n) - A \cdot \varepsilon(n-1) - K_{ДТ} U_{РТ}(n) + K_{ДТ} U_{РТ}(n-1). \quad (8)$$

Будем искать управление в виде уравнения

$$U_{РТ}(n) = U_{РТ}(n-1) + \alpha \cdot \varepsilon(n) + \beta \cdot \varepsilon(n-1), \quad (9)$$

соответствующего дискретному ПИ-регулятору [2], где $\varepsilon(n)$, $\varepsilon(n-1)$, $U_{PT}(n)$, $U_{PT}(n-1)$ – сигналы рассогласования и сигналы регулятора, вычисленные в дискретные моменты времени, α , β – искомые параметры регулятора.

При подстановке (9) в (8) получается уравнение для ошибки в рассматриваемой системе регулирования с ПИ-регулятором

$$\varepsilon(n+1) = (A + 1 - K_{DT}B \cdot \alpha) \cdot \varepsilon(n) - (A + K_{DT}B \cdot \beta) \cdot \varepsilon(n-1). \quad (10)$$

При выборе параметров α и β регулятора (9) на основании соотношений

$$\alpha = (1 - e^{-T_o/TT}) R_H / K_{DT} / K_{CT} / (1 - e^{-T_o/TH}), \quad (11a)$$

$$\beta = -(1 - e^{-T_o/TT}) R_H e^{-T_o/TH} / K_{DT} / K_{CT} / (1 - e^{-T_o/TH}) \quad (11б)$$

в рассматриваемой системе имеет место переходный процесс, удовлетворяющий условию (4), при этом корни уравнения (10) определяются соотношениями $\delta_1 = e^{-T_o/TT}$, $\delta_2 = e^{-T_o/TH}$, $\delta_3 = 1$.

Если в качестве цифрового ПИ-регулятора тока используется регулятор с разделенными пропорциональным и интегральными каналами, реализуемый согласно уравнениям

$$U_{II}(n) = K_{II} \varepsilon(n), \quad (2a)$$

$$U_{II}(n) = U_{II}(n-1) + K_{II} \varepsilon(n-1), \quad (2б)$$

$$U_{PT}(n) = U_{II}(n) + U_{II}(n), \quad (2в)$$

где $U_{II}(n)$, $U_{PT}(n)$ – вычисленные в дискретный момент времени соответственно сигналы П- и И-каналов, то расчет коэффициентов передачи пропорционального K_{II} и K_{II} интегрального каналов следует осуществлять на основании соотношений

$$K_{II} = R_H (1 - e^{-T_o/TT}) / K_{DT} / K_{CT} / (1 - e^{-T_o/TH}), \quad (13)$$

$$K_{II} = R_H (1 - e^{-T_o/TT}) / K_{DT} / K_{CT} \quad (14)$$

Для обеспечения заданных динамических качеств системы скачок задания на входе системы, приведенный ко входу усилителя мощности, не должен превышать величины U_o и, если $K_{II} > 1$, то величина максимально возможного скачка задания $i_{зад гр}$ должна удовлетворять соотношению

$$i_{зад гр} = U_o / K_{II}. \quad (15)$$

При периодах дискретности T_o , удовлетворяющих условию

$$T_o \leq T_T, \quad (16)$$

переходные процессы в системе близки по качеству к эталонным (3), при этом цифровая система регулирования тока может быть представлена в виде эквивалентного аperiodического звена первого порядка с постоянной времени T_T .

Будем считать предельно допустимым экспоненциальный процесс, у которого период дискретности T_o равен эквивалентной постоянной контура T_T и усилитель мощности находится на границе насыщения в течение первого интервала управления при отработке контуром скачка задания величиной $i_{зад} = K_{DT} I_{3 max}$.

Такой процесс при заданном $I_{3 max} \leq E_{II} / R_H$ обеспечивается в системе при T_o , K_{II} , K_{II} и K_{DT} , определяемых соответственно выражениями

$$T_o = T_T = T_H \ln(I_{max} / (I_{max} - 0,632 \cdot I_{3 max})), \quad (17a)$$

$$K_{II} = 1, \quad (17б)$$

$$K_{II} = 0,632 \cdot R_H / K_{DT} K_{CT}, \quad (17в)$$

$$K_{DT} = i_{ос max} / I_{3 max}, \quad (17г)$$

где $i_{ос max}$ – максимальный сигнал на выходе датчика тока.

При невыполнении условия (16) в течение интервала управления имеет место существенное отличие регулируемого тока от эталонного, особенно на первом интервале управления, процессы по своему характеру приближаются к процессам конечной длительности.

Процесс конечной длительности обеспечивается в системе при K_{II} и K_{II} , определяемых соответственно выражениями

$$K_{\Pi} = 1,$$

$$K_H = R_H / K_{ДП} K_{СТ},$$

при этом для максимального заданного тока $I_{3\max}$ величина периода T_o будет равна

$$T_o = T_H \ln(I_{\max} / (I_{\max} - I_{3\max})),$$

а в случае заданного T_o величина тока $I_{3\max}$ определится на основании выражения

$$I_{3\max} = I_{\max}(1 - e^{-T_o/T_H}).$$

При реализации модулятора, осуществляющего широтно-импульсную модуляцию первого рода (ШИМ-1) с периодом коммутации нагрузки T_K , равным периоду дискретности T_o , возможно формирование модуляции переднего фронта импульса ($M=0$), заднего фронта импульса ($M=1$) и, наконец, двухсторонней модуляции фронтов импульса ($M=0,5$).

Среднее напряжение на нагрузке $U_{CP}(n)$ при ее включении в цепь источника питания на время $t_1(n)$ на n -ном периоде управления не зависит от вида модуляции и может быть определено как

$$U_{CP}(n) = E_{\Pi} \cdot t_1(n) / T_o = E_{\Pi} \gamma(n, Z_{ЦАП}),$$

где $\gamma(n, Z_{ЦАП}) = t_1(n) / T_o$ – относительная продолжительность включения нагрузки в цепь источника питания E_{Π} , $Z_{ЦАП}$ – эквивалентная разрядность ЦАП, обусловленная дискретностью формирования интервала времени $t_1(n)$.

Если при уровне выходного сигнала ПИ-регулятора тока, равном $U_{PT}=U_o$, относительная продолжительность $\gamma(n, Z_{ЦАП})=1$, то среднее за период T_o напряжение на нагрузке максимально и составляет величину $U_{CP}(n)=E_{\Pi}$, при этом статический коэффициент передачи $K_{СТ}$ транзисторного ШИП на линейном участке статической характеристики может быть определен на основании (1).

Амплитуда пульсации тока в нагрузке ΔI в квазистатическом режиме работы системы также не зависит от вида модуляции и определяется для $T_K \approx T_H$ и $T_K < T_H$ соответственно выражениями [3]

$$\Delta I = I_{\max} ((1 - e^{-\gamma T_K/T_H}) / (1 - e^{-T_K/T_H})) (1 - e^{-(T_K/T_H)(1-\gamma)}),$$

$$\Delta I = E_{\Pi} \gamma (1 - \gamma) T_K / L_H.$$

При реализации модуляции переднего ($M=0$) или заднего ($M=1$) фронта импульсов в системе имеет место в квазистатическом режиме работы соответственно положительная или отрицательная статические ошибки, обусловленные тем, что сигнал обратной связи $i_{oc}(n)$ имеет или максимальное, или возможное минимальное значение за период коммутации T_K .

При реализации двухсторонней модуляцией фронтов импульсов ($M=0,5$) на периоде T_o момент включения $t_{вкл}$ нагрузки в цепь источника питания и момент выключения $t_{выкл}$ рассчитываются в дискретный момент времени n на основании выражений

$$t_{вкл} = (U_o - U_{PT}(n)) T_o / 2U_o,$$

$$t_{выкл} = (U_o + U_{PT}(n)) T_o / 2U_o,$$

время включения нагрузки в цепи источника питания на n -ном интервале управления составляет величину

$$t_1(n) = t_{выкл}(n) - t_{вкл}(n) = U_{PT}(n) T_o / U_o.$$

В квазистатическом режиме работы системы моменты включения нагрузки в цепи источника питания $t_{вкл}$ и ее выключения $t_{выкл}$ равноудалены относительно середины периода T_o и, следовательно, равноудалены относительно дискретного момента времени n снятия сигнала обратной связи $i_{oc}(n)$. Его величина при $T_K < T_H$ соответствует среднему за период коммутации T_K значению тока нагрузки, и средняя статическая ошибка практически равна нулю.

На рис. 4, а, б, представлены переходные процессы в системе регулирования тока с параметрами: суммарное омическое сопротивление силовой цепи, дросселя и нагрузки $R_H=0,25$ Ом, постоянная времени нагрузки $T_H=0,0053$ с, напряжение питания

$E_H=50$ В, максимальный заданный ток $I_{3\max}=50$ А, коэффициент передачи датчика тока $K_{DT}=0,2$ В/А, амплитуда условного пилообразного сигнала $U_0=10$, $Z_{\text{ацп}}, Z_{\text{цап}} \rightarrow \infty$.

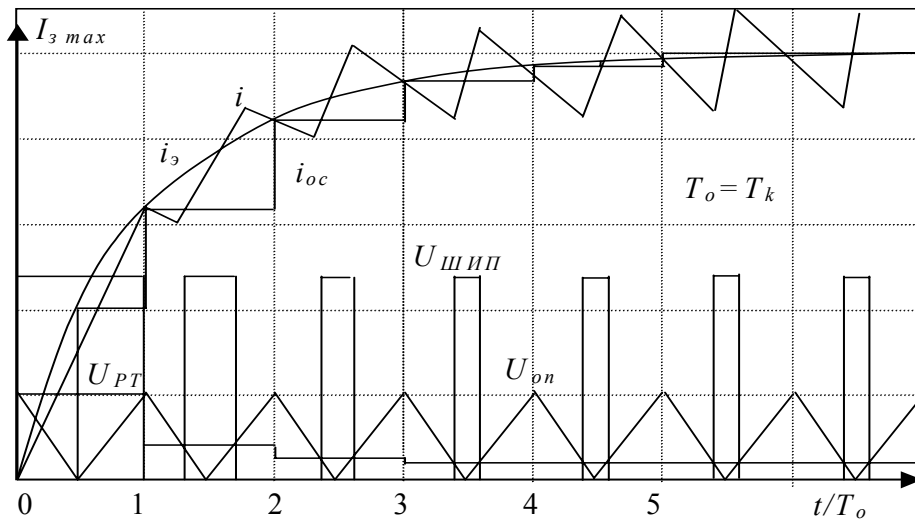


Рис. 4, а. Процессы в системе с параметрами ПИ-регулятора, формирующими предельно допустимый экспоненциальный процесс

На рис. 4, а, изображены процессы в системе с параметрами ПИ-регулятора, формирующими предельно допустимый экспоненциальный процесс при отработке скачка задания $i_{\text{зад}}=K_{DT}I_{3\max}$. Параметры T_o , K_{II} и K_{PI} определялись на основании соотношений (17) и составляли соответственно величины $K_{PI}=1$, $K_{II}=0,158$, $T_o=T_I=T_K=0,001$ с.

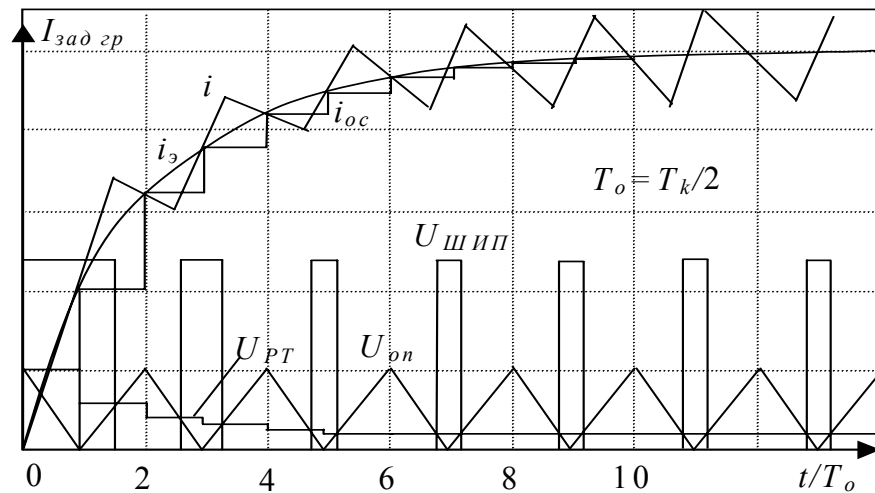


Рис. 4, б. Процессы в системе с широтно-импульсным модулятором

На рис. 4, б, изображены процессы в системе с широтно-импульсным модулятором, осуществляющим изменение длительности импульса дважды за период коммутации T_K , при этом период дискретизации в системе имел величину $T_o=T_K/2=0,0005$ с. Параметры ПИ-регулятора определялись на основании соотношений (13) и (14) и составляли величину $K_{PI}=1,19$, $K_{II}=0,984$, граничный скачок задания с учетом соотношения (15) имел величину $i_{\text{зад гр}}=8,4$.

Представленные переходные процессы близки к эталонному экспоненциальному процессу (3), отличаясь лишь на величину пульсаций тока в переходном и квазистатическом режимах.

Приведенные выше соотношения позволяют выбирать параметры элементов энергетической и информационной подсистем источника тока из условия обеспечения предельного быстродействия при допустимом уровне пульсаций тока нагрузки в статическом режиме.

Если характеристики объекта недостаточно хорошо изучены, наблюдается их нестабильность во времени и изменение в зависимости от режима работы, когда проявляются нелинейность сопротивления ключей и изменение структуры преобразователя при отработке различных заданий и т.п., динамические характеристики системы будут отличаться от расчетных.

При двух-трехкратном изменении параметров нагрузки R_H , L_H и 50%-ном изменении напряжения питания E_{II} данное качество процессов в цифровой системе управления источника тока обеспечивается при ее построении по адаптивной схеме с эталонной моделью и сигнальной настройкой.

Литература

1. Денисов К.М. Толмачев В.А. Проблемы реализации микропроцессорных систем управления источников тока программируемой формы. // Изв. вузов. Приборостроение. 2000. Т.43. № 1–2. С.75–80.
2. Изерман Р. Цифровые системы управления. М.: Мир, 1984.
3. Глазенко Т.А. Импульсные полупроводниковые усилители в электроприводах. М.: Энергия, 1965.

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ КВАЗИУСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА В ИСТОЧНИКЕ ТОКА С ИМПУЛЬСНЫМ УСИЛИТЕЛЬНО-ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫМ УСТРОЙСТВОМ И ИНДУКТИВНЫМ СГЛАЖИВАЮЩИМ ФИЛЬТРОМ

В.А. Толмачев, М.В. Никитина

Излагаются результаты анализа квазиустановившегося режима работы источника тока с N -модульным усилительно-преобразовательным устройством (УПУ), построенным на основе идентичных реверсивных транзисторных ШИП при многофазном принципе синхронизации работы последних. Приводятся аналитические соотношения, связывающие параметры разделительных дросселей фильтра с коэффициентом пульсаций тока нагрузки и числом модулей.

К числу актуальных проблем силовой электроники относится проблема построения экономичных усилительно-преобразовательных устройств (УПУ) с высокими динамическими показателями для широкополосных систем управления современными источниками электропитания. Один из вариантов построения таких УПУ предполагает организацию питания нагрузки от нескольких маломощных идентичных транзисторных ШИП. Структурная схема цепи питания нагрузки приведена на рис.1, где каждый ШИП подключен к нагрузке R_n через развязывающий дроссель с индуктивностью L и омическим сопротивлением r .

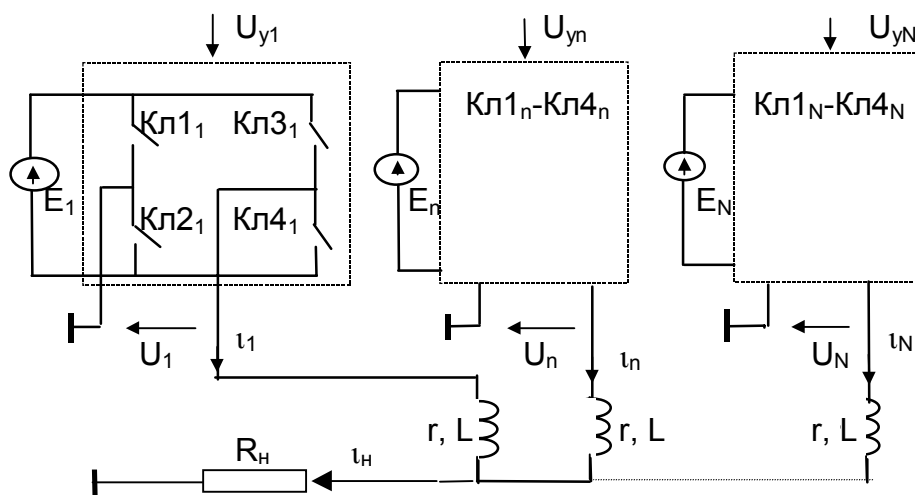


Рис. 1. Структурная схема цепи питания нагрузки

Каждый n -й ШИП содержит выходной каскад мостового типа на четырех защищенных транзисторных ключах $Кл1_n$ - $Кл4_n$, силовой источник питания с ЭДС E_n , широтно-импульсный модулятор и схему управления, на рис. 1 не показанную. Выходной сигнал ШИП (U_n) представляет собой последовательность импульсов постоянной частоты и амплитуды (E_n), длительность и полярность которых определяется соответственно величиной и полярностью сигнала управления U_{yn} . На каждом j -м временном интервале работы источника выходной сигнал n -го ШИП может иметь одно из трех значений: $+E_n$, $-E_n$ или 0.

Прецизионные системы регулирования тока нагрузки источников электропитания с программируемой формой выходного параметра в случае идеальной симметрии параметров каналов могут быть построены по одноконтурной структуре с одним регулятором тока и обратной связью по току нагрузки. При несимметрии каналов, обусловленной, например, технологическим разбросом напряжений силовых

источников питания ШИП, целесообразно применение многоконтурных структур с использованием дополнительных обратных связей по токам разделительных дросселей [1]. Во всех случаях параметры элементов силовой цепи источника должны удовлетворять противоречащим друг другу требованиям обеспечения максимально высоких динамических качеств замкнутой системы регулирования тока и минимально допустимых пульсаций тока нагрузки в установившемся режиме работы. Таким образом, для решения задачи синтеза системы управления необходимо располагать расчетными соотношениями, связывающими параметры элементов силовой цепи с параметрами квазистационарного режима работы источника. К последним относятся средние значения тока нагрузки и каналов и амплитуды пульсаций этих токов.

При многофазном способе опорные напряжения одинаковой формы, амплитуды и частоты разнятся начальными фазами, так что начальная фаза генератора n -го ШИП смещена относительно начальной фазы $(n+1)$ -го ШИП на угол, соответствующий временному интервалу T_k/N . Если силовые источники питания ШИП идентичны, т.е. $E_1 = E_2 = \dots = E_n = \dots = E_N = E$, то в общем случае на периоде опорного пилообразного напряжения T_k имеет место N периодов пульсаций тока нагрузки длительностью $T_n = T_k/N$, причем каждый из них содержит 2 временных интервала, разнящиеся числом работающих в режиме формирования импульса широтно-импульсных преобразователей. Временные диаграммы, соответствующие квазистационарному режиму работы трехмодульного источника, представлены на рис. 2.

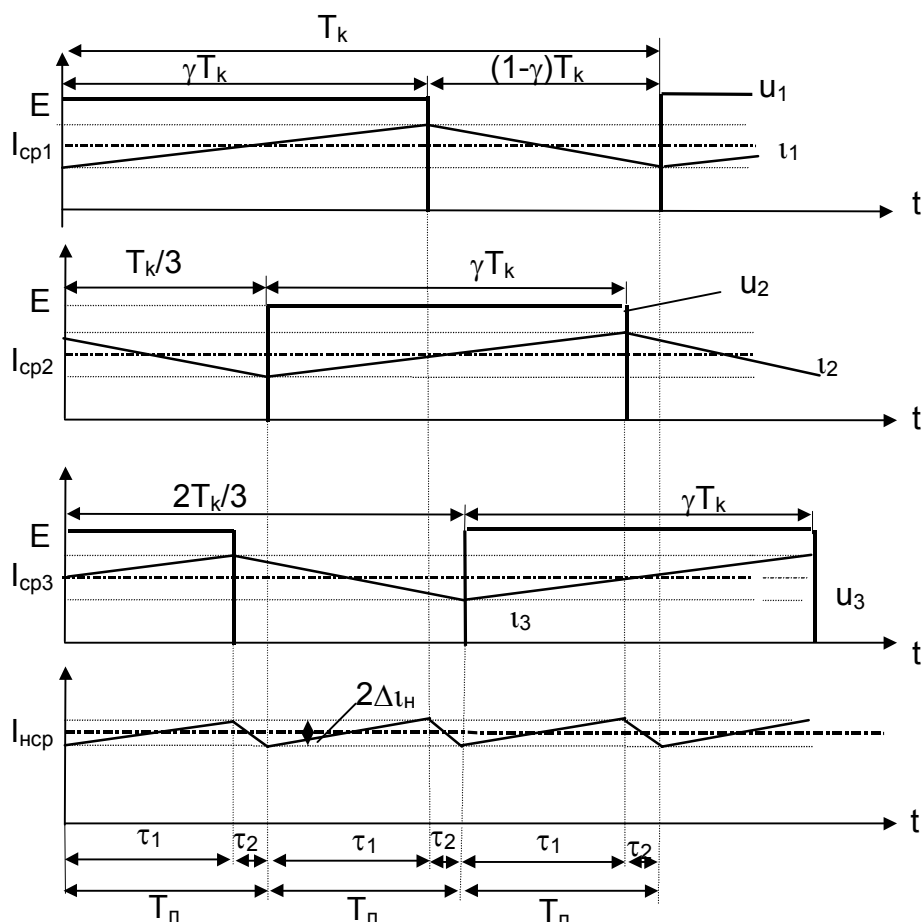


Рис. 2. Временные диаграммы квазистационарного режима работы трехмодульного источника тока

Период T_n пульсаций тока нагрузки при $(M-1)/N < \gamma < M/N$ содержит интервал с относительной длительностью

$$\bar{\tau}_1 = \tau_1/T_k = \gamma - (M-1)/N,$$

в течение которого в режиме формирования импульса работают M широтно-импульсных преобразователей каналов, и интервал с относительной длительностью

$$\bar{\tau}_2 = \tau_2/T_k = M/N - \gamma,$$

в течение которого в режиме формирования импульса работают $(M-1)$ преобразователей.

Формулы для определения среднего значения тока нагрузки в квазиустановившемся режиме работы источника с индуктивным фильтром, минимального и максимального его значений и размаха (двойной амплитуды) его пульсаций были получены в работе [2] и имеют вид

$$I_{нсп} = \frac{E\gamma N}{r + NR_n}, \quad (1)$$

$$I_{н\min} = \frac{k_{s1}[e^{\lambda_2 T_k/N} - e^{\lambda_2 (M/N-\gamma)T_k} - 1] + k_{s2}[e^{\lambda_2 (M/N-\gamma)T_k} - 1]}{1 - e^{\lambda_2 T_k/N}}, \quad (2)$$

$$I_{н\max} = \frac{(k_{s1} - k_{s2})[e^{\lambda_2 [\gamma - (M-1)/N]T_k} - e^{\lambda_2 T_k/N}]}{1 - e^{\lambda_2 T_k/N}} - k_{s1}, \quad (3)$$

$$2\Delta I_n = -\frac{E}{r + NR_n} \times \frac{(e^{\lambda_2 [\gamma - (M-1)/N]T_k} - e^{\lambda_2 T_k/N} + e^{\lambda_2 (M/N-\gamma)T_k} - 1)}{1 - e^{\lambda_2 T_k/N}}, \quad (4)$$

где $k_{s1} = -\frac{ME}{r + NR_n}, \quad k_{s2} = -\frac{(M-1)E}{r + NR_n},$

$$\lambda_2 = -\frac{r + NR_n}{L}. \quad (5)$$

Анализ выражения (4) показывает, что при изменении γ в пределах от 0 до 1 пульсации тока нагрузки N -модульного источника с многофазным принципом синхронизации ШИП $N+1$ раз обращаются в ноль (через промежутки $\Delta\gamma = 1/N$) и N раз достигают максимальных значений (при $\gamma_m = (2M-1)/2N$). Само максимальное значение размаха пульсаций тока нагрузки определяются выражением

$$2\Delta I_{н\max} = -\frac{E}{r + R_n} \times \frac{(2e^{\lambda_2 T_k/2N} - e^{\lambda_2 T_k/N} - 1)}{1 - e^{\lambda_2 T_k/N}} \quad (6)$$

Введем понятия коэффициента пульсаций тока нагрузки

$$\chi^{(n)} = 2\Delta I_n / I_k, \quad (7)$$

где $I_k = E/(r + R_n)$, максимального значения коэффициента пульсаций тока нагрузки

$$\chi_{\max}^{(n)} = 2\Delta I_{\max} / I_k \quad (8)$$

и относительной постоянной времени канала

$$\beta = \text{mod}(1/T_k \lambda_2) = \frac{L}{T_k(r + NR_n)}. \quad (9)$$

Преобразуя (4) и (6) с учетом обозначений (7)–(9), получим

$$\chi^{(n)} = -\frac{r + R_n}{r + NR_n} \times \frac{[e^{-[\gamma - (M-1)/N]/\beta} - e^{-1/\beta N} + e^{-(M/N-\gamma)/\beta} - 1]}{1 - e^{-1/\beta N}}, \quad (10)$$

$$\chi_{\max}^{(n)} = -\frac{r + R_n}{r + NR_n} \times \frac{[e^{-[\gamma - (M-1)/N]/\beta} - 2e^{-1/\beta N} + e^{-(M/N-\gamma)/\beta} - 1]}{1 - e^{-1/\beta N}}. \quad (11)$$

Выражения (10) и (11) совпадают при $N=1$ с известными выражениями, определяющими коэффициенты пульсаций тока для однофазного источника [3], что подтверждает корректность приведенных математических выкладок.

Период T_k пульсаций тока канала y_n при $(M-1)/N < \gamma < M/N$ содержит $2N$ временных интервалов: N интервалов с длительностью τ_1 , в течение которых в режиме формирования импульса работают M широтно-импульсных преобразователей каналов, и N интервалов с длительностью τ_2 , в течение которых в режиме формирования импульса работают $(M-1)$ преобразователей. Аналитическое определение параметров квазиустановившегося режима для тока канала является задачей весьма трудоемкой, поскольку требует стыковки решения уравнения на границах $2N$ временных интервалов. Такое решение для определения амплитуды пульсаций в работе было получено в виде

$$\Delta y_n = y_{cp} - y_{\min} \quad (12)$$

и сводится к отысканию среднего значения тока канала

$$y_{cp} = \frac{E\gamma}{r + NR_n} \quad (13)$$

и минимального на периоде T_k значения тока канала

$$y_{\min} = \frac{\alpha_1 e^{\lambda_1(M/N-\gamma)T_k}}{e^{\lambda_1 T_k} - 1} \sum_{n=1}^M e^{\lambda_1(N-n)T_k/N} + \frac{\alpha_2}{e^{\lambda_1 T_k} - 1} \sum_{n=1}^{M-1} e^{\lambda_1(N-n)T_k/N} +$$

$$+ \frac{\alpha_3}{e^{\lambda_1 T_k} - 1} \sum_{n=1}^{N-M+1} e^{\lambda_1(N-M+1-n)T_k/N} + \frac{\alpha_4 e^{\lambda_1(M/N-1)T_k}}{e^{\lambda_1 T_k} - 1} \sum_{n=1}^{N-M} e^{\lambda_1(N-M-n)T_k/N}, \quad (14)$$

где

$$\alpha_1 = (I_{n\min} + k_{s1})(e^{\lambda_1 \tau_1} - e^{\lambda_2 \tau_1})/N + k_1(1 - e^{\lambda_1 \tau_1}),$$

$$\alpha_2 = (I_{n\max} + k_{s2})(e^{\lambda_1 \tau_2} - e^{\lambda_2 \tau_2})/N + k_2(1 - e^{\lambda_1 \tau_2}),$$

$$\alpha_3 = (I_{n\max} + k_{s2})(e^{\lambda_1 \tau_2} - e^{\lambda_2 \tau_2})/N + k_3(1 - e^{\lambda_1 \tau_2}),$$

$$\alpha_4 = (I_{n\min} + k_{s1})(e^{\lambda_1 \tau_1} - e^{\lambda_2 \tau_1})/N + k_4(1 - e^{\lambda_1 \tau_1}),$$

$$k_1 = -\frac{E}{r} + \frac{EMR_n}{r(r + NR_n)}, \quad k_2 = -\frac{E}{r} + \frac{E(M-1)R_n}{r(r + NR_n)}, \quad k_3 = \frac{E(M-1)R_n}{r(r + NR_n)},$$

$$k_4 = \frac{EMR_n}{r(r + NR_n)}, \quad \lambda_1 = -r/L.$$

Введем понятие относительной постоянной времени сглаживающего дросселя канала

$$\beta_L = \text{mod}(1/T_k \lambda_1) \quad (15)$$

и преобразуем (9):

$$\beta = \beta_L \frac{r}{r + NR_n} \quad (16)$$

Приравнявая $\chi_{\max}^{(n)} = \chi_{\text{дон}}$ и разрешая выражение (11) относительно β_L с учетом соотношения (16), получим зависимость $\beta_L(\chi_{\text{дон}}, N)$ в виде

$$\beta_L = \frac{1}{2Nr} \frac{r + NR_n}{\ln \frac{r + R_n + \chi_{\text{дон}}(r + NR_n)}{r + R_n - \chi_{\text{дон}}(r + NR_n)}}. \quad (17)$$

На основе полученных выражений были составлены алгоритмы расчета зависимостей $\chi_n(\gamma, N)$, $\chi_k(\gamma, N)$ и $\beta_L(\chi_{\text{дон}}, N)$, разработаны программы их расчета в

среде Mathcad и проведен их анализ при различных параметрах ШИП и элементов фильтра.

На рис. 3 представлены зависимости $\chi_n(\gamma)$, построенные на основе формулы (11) для источника с $\beta_L=5.1$, $L=3.3 \times 10^{-5}$ Гн и $(R_n/r)=1.25$ при $N=1, 2, 3, 4, 5$. Как видно, при изменении γ в пределах от 0 до 1 коэффициент пульсаций тока нагрузки N -модульного источника с многофазным принципом синхронизации ШИП $N+1$ раз обращается в ноль (через промежутки $\Delta\gamma=1/N$) и N раз достигает максимального значения $\chi_{n\max}$.

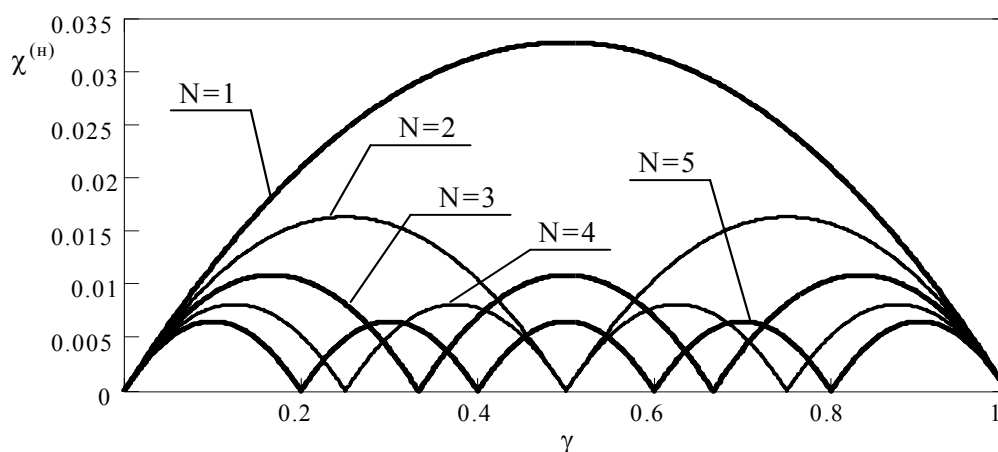


Рис. 3. Зависимость $\chi_n(\gamma)$ для различного числа каналов N

На рис. 4 представлены зависимости $\chi_k(\gamma)$ для источника с $\beta_L=10.1$, $(R_n/r)=3.33$ при $N=1, 2, 3, 4, 5$, построенные на основе соотношений (12)–(14). Они неоднозначны, и максимум коэффициента пульсаций имеет место при $\gamma=0.5$. Эти зависимости сохраняются неизменными при изменении числа каналов N , и при любом значении γ амплитуда пульсаций тока канала практически не зависит от N . Это обстоятельство позволяет использовать в качестве приближенных расчетных соотношений, связывающих амплитуды пульсаций токов дросселей каналов с параметрами ШИП и фильтра, соотношения (4) и (6) при $N=1$.

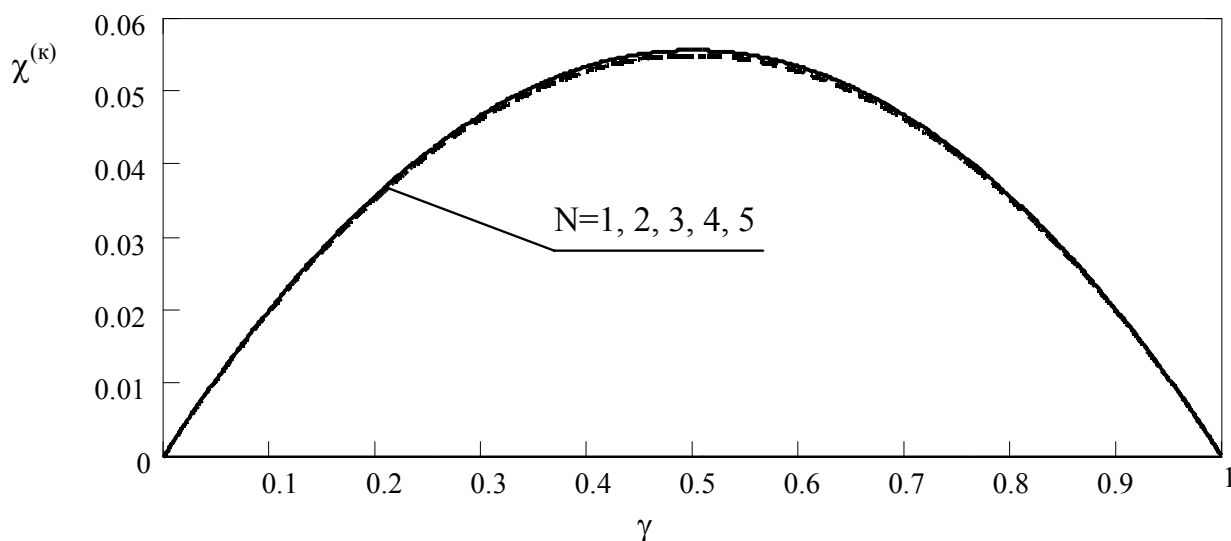


Рис. 4. Зависимость $\chi_k(\gamma)$ для различного числа каналов N

На рис. 5 представлены зависимости $\beta_L(N)$ для источника $(R_n/r)=5$ при $\chi_{доп}=0.005, 0.01, 0.015$ и 0.02 , построенные на основе соотношения (17). Как видно, снижение значения коэффициента пульсаций тока нагрузки при одном и том же количестве модулей требует использования больших индуктивностей разделительных дросселей каналов.

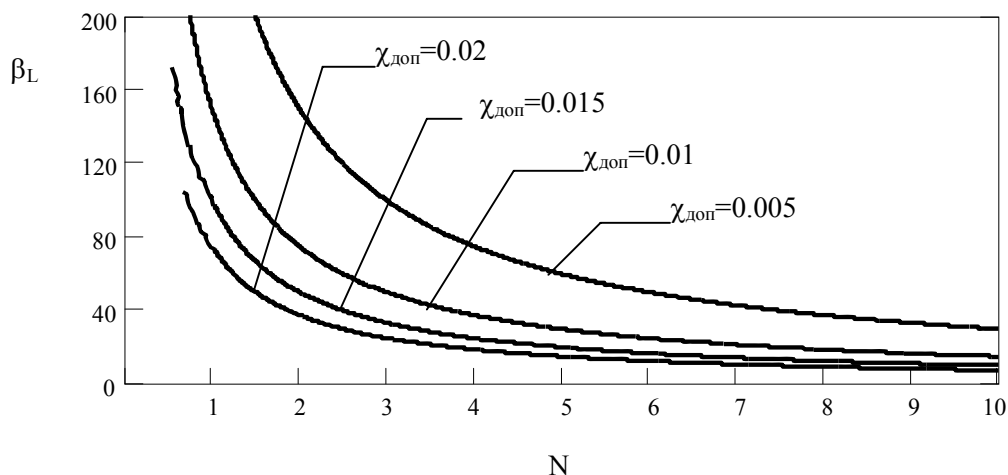


Рис. 5. Зависимость $\beta_L(N)$ для различных значений допустимого коэффициента пульсаций тока нагрузки $\chi_{доп}$

Выводы

1. При изменении γ в пределах от 0 до 1 значение коэффициента пульсаций тока нагрузки N -модульного источника с многофазным принципом синхронизации ШИП $N+1$ раз обращается в ноль (через промежутки $\Delta\gamma=1/N$) и N раз достигает максимальных значений. Само максимальное значение определяется выражением (11) и падает с ростом N при неизменных параметрах элементов фильтра и ШИП.

2. Зависимости $\chi_k(\gamma)$ неоднозначны, и максимумы коэффициента пульсаций тока канала имеют место при $\gamma=0.5$. Эти зависимости сохраняются практически неизменными при любом числе каналов N . Это обстоятельство позволяет использовать в качестве приближенного расчетного соотношения, связывающего амплитуды пульсаций токов дросселей каналов с параметрами ШИП и фильтра, соотношения (4) и (6) при $N=1$.

Литература

1. Толмачев В.А. Синтез системы управления источника тока с многоканальным питанием нагрузки // Изв. вузов. Приборостроение. 1995. Т.38. №11–12. С.40–43.
2. Толмачев В.А., Гурьянов В.А. Расчет параметров квазиустановившегося режима источника тока с многомодульным усилительно-преобразовательным устройством. Деп. в ВИНТИ 14.01.99. № 42-В99.
3. Толмачев В.А., Кротенко В.В. Параметрический синтез системы управления программируемого источника тока, построенного на основе транзисторного ШИП // Изв. вузов. Приборостроение. 1996. Т. 42. № 3. С.70–75.

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ К АВТОКОЛЕБАНИЯМ НА СУБГАРМОНИЧЕСКИХ ЧАСТОТАХ ИМПУЛЬСНЫХ ИСТОЧНИКОВ ТОКА ПРОГРАММИРУЕМОЙ ФОРМЫ

В.А. Толмачев, Д.В. Осипов

Методом точечных отображений определены границы областей устойчивости к автоколебаниям на субгармонических частотах в одноконтурной системе управления источника с ПИ – регулятором тока, ШИП с ШИМ2 и индуктивным сглаживающим фильтром.

В работе рассматривается импульсный источник тока с замкнутой одноконтурной системой автоматического регулирования (САР) тока, структурная схема и временные диаграммы работы которой представлены на рис. 1.

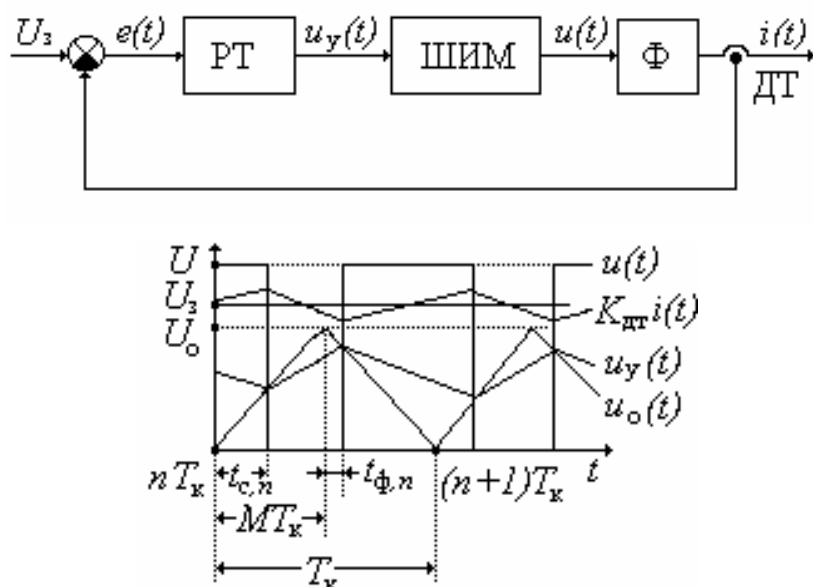


Рис. 1. Структурная схема и временные диаграммы работы САР

САР содержит пропорционально-интегральный регулятор тока (РТ) с коэффициентом передачи K_{π} и постоянной времени интегрирования $T_{\text{и}}$; широтно-импульсный модулятор (ШИМ), реализующий широтно-импульсную модуляцию второго рода (ШИМ-2) и построенный на основе генератора опорного напряжения (ГОН) и компараторов; индуктивный сглаживающий фильтр (Ф) с постоянной времени $T_{\text{ф}}$ и статическим коэффициентом передачи $K_{\text{ф}}$; датчик тока (ДТ) с коэффициентом передачи $K_{\text{дт}}$. РТ преобразует сигнал ошибки $e(t) = U_3 - K_{\text{дт}} i(t)$, где U_3 – сигнал задания тока $i(t)$, в сигнал управления $u_y(t)$. ГОН формирует опорный сигнал $u_o(t)$ пилообразной формы с амплитудой U_o , периодом T_k и глубиной модуляции M ($0 \leq M \leq 1$) [1]. Выходной сигнал ШИМ $u(t)$ представляет собой последовательность прямоугольных импульсов с амплитудой U , срез и фронт которых на n -м периоде T_k формируются в моменты времени $t_{c,n}$ и $t_{ф,n}$ соответственно.

Возможны различные режимы работы САР. Нормальным (основным) является режим вынужденных колебаний с периодом T_k , задаваемым ГОН. Особыми являются режимы вынужденных колебаний с периодом, не равным T_k . Характерными особыми режимами для САР с ШИМ-2 являются режим автоколебаний на субгармонических частотах и скользящий режим.

Обзор работ, посвященных анализу и синтезу САР с ШИМ-2, позволяет сделать вывод о том, что в них эти диапазоны ограничиваются либо условиями устойчивости к автоколебаниям на субгармонических частотах, либо условиями отсутствия скользящего режима. Так, например, в работе [2] предложена методика параметрического синтеза рассматриваемой САР, заключающаяся в таком выборе значений T_ϕ и K_n , чтобы при заданных значениях T_k , U_3 , $M = 0.5$ и условии $T_n = T_\phi$ обеспечить требуемое быстродействие САР и максимально допустимый уровень пульсаций тока $i(t)$. При этом выбор значения K_n , определяющего быстродействие САР, ограничен только условиями отсутствия скользящего режима, а устойчивость к автоколебаниям на субгармонических частотах не рассмотрена. Следует отметить, что под условиями устойчивости системы к автоколебаниям на субгармонических частотах специалисты, занимающиеся динамикой систем с вентильными преобразователями, понимают на самом деле условия, при которых такие колебания не возникают [1, 3]. В работе [4] выбор значения K_n ограничен только условиями устойчивости к автоколебаниям на субгармонических частотах, поскольку возникновение скользящего режима исключено за счет введения дополнительных узлов в ШИМ, в частности RS-триггера. Необходимо отметить, что подобное схемотехническое решение может быть реализовано лишь при $M = 0$ или $M = 1$. Необходимо также отметить, что САР с ШИМ-2 при $M = 0.5$ обладает лучшими динамическими характеристиками, чем при $M = 0$ или $M = 1$ [1]. Таким образом, вопрос о выборе параметров САР с учетом как условий устойчивости к автоколебаниям на субгармонических частотах, так и условий отсутствия скользящего режима при $0 < M < 1$ является актуальным.

Задачей данной работы является определение областей устойчивости рассматриваемой САР к автоколебаниям на субгармонических частотах и областей отсутствия скользящего режима.

Динамические процессы в САР описываются уравнениями

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}\mathbf{U}(t); \quad (1)$$

$$u_y(t) = \mathbf{C}\mathbf{X}(t) + \mathbf{D}\mathbf{U}(t);$$

$$u_o(t) = \begin{cases} \frac{tU_o}{MT_k}, & \text{если } \text{mod}\left(\frac{t}{T_k}\right) < MT_k; \\ \frac{((1-M)T_k - t)U_o}{(1-M)T_k}, & \text{если } \text{mod}\left(\frac{t}{T_k}\right) \geq MT_k; \end{cases}$$

$$f_k(t) = u_y(t) - u_o(t);$$

$$u(t) = \frac{U}{2}(1 + \text{sign}(f_k(t))),$$

где $\mathbf{X}(t) = [i(t); u_n(t)]^T$ – вектор состояния линейной непрерывной части (ЛНЧ) САР; $u_n(t)$ – интегральная составляющая сигнала управления $u_y(t)$; $\mathbf{U}(t) = [u(t); U_3]^T$ – вектор внешних воздействий на ЛНЧ; $f_k(t)$ – коммутационная функция; $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ и $\mathbf{D}$ – матрицы коэффициентов:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_\phi} & 0 \\ -\frac{K_n K_{дт}}{T_n} & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{K_\phi}{T_\phi} & 0 \\ 0 & \frac{K_n}{T_n} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = [-K_n K_{дт} \quad 1]; \quad \mathbf{D} = [0 \quad K_n].$$

Границы областей отсутствия скользящего режима, полученные из условий

$$\left| \frac{du_y(nT_k + t_{c,n})}{dt} \right| < \left| \frac{du_o(nT_k + t_{c,n})}{dt} \right|, \left| \frac{du_y(nT_k + MT_k + t_{\phi,n})}{dt} \right| < \left| \frac{du_o(nT_k + MT_k + t_{\phi,n})}{dt} \right|$$

[1, 2], для рассматриваемой САР определяются неравенством

$$\left(K_{\text{дт}} K_{\phi} U - \frac{U_o T_{\phi}}{K_{\text{п}} T_k (1-M)} \right) < U_3 < \frac{U_o T_{\phi}}{K_{\text{п}} T_k M}. \quad (2)$$

Для обеспечения устойчивости к автоколебаниям на субгармонических частотах необходимо и достаточно, чтобы все собственные числа матрицы Якоби отображения САР в простой неподвижной точке последнего, соответствующей нормальному режиму работы САР, были по модулю меньше единицы [5]. Для определения границ устойчивости рассматриваемой САР к автоколебаниям на субгармонических частотах необходимо, следовательно, получить выражения, задающие отображение, систему уравнений для вычисления значений координат простой неподвижной точки и уравнение для вычисления значений собственных чисел матрицы Якоби.

Решение уравнения (1) на каждом из временных интервалов периода T_k имеет вид

$$\mathbf{X}(t) = e^{A(t-t_0)} \mathbf{X}(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A(t-\theta)} \mathbf{B} \mathbf{U}(\theta) d\theta. \quad (3)$$

Перепишем (3) в виде

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{F}(t-t_0) \mathbf{X}(t_0) + \mathbf{V}(t-t_0) \mathbf{U}(t_0), \quad (4)$$

где $\mathbf{F}(t) = e^{At}$ – фундаментальная матрица ЛНЧ; $\mathbf{V}(t) = \int_{t_0}^t \mathbf{F}(t-\theta) d\theta \mathbf{B}$ – матрица,

учитывающая влияние вектора $\mathbf{U}(t)$ на решение уравнения (1):

$$\mathbf{F}(t) = \begin{bmatrix} e^{-\frac{t}{T_{\phi}}} & 0 \\ \frac{T_{\phi} K_{\text{п}} K_{\text{дт}}}{T_{\text{и}}} \left(e^{-\frac{t}{T_{\phi}}} - 1 \right) & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{V}(t) = \begin{bmatrix} K_{\phi} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_{\phi}}} \right) & 0 \\ \frac{K_{\text{п}} K_{\text{дт}} K_{\phi}}{T_{\text{и}}} \left(T_{\phi} - t - T_{\phi} e^{-\frac{t}{T_{\phi}}} \right) & \frac{K_{\text{п}}}{T_{\text{и}}} t \end{bmatrix}.$$

Подставляя в (4) $t_0 = nT_k$, получаем решение уравнения (1) на интервале $nT_k \leq t \leq nT_k + t_{c,n}$, где $u(t) = U$, в виде

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{F}(t-nT_k) \mathbf{X}(nT_k) + \mathbf{V}(t-nT_k) \mathbf{U}(nT_k). \quad (5)$$

Подставляя в (4) $t_0 = nT_k + t_{c,n}$, получаем решение уравнения (1) на интервале $nT_k + t_{c,n} \leq t \leq nT_k + MT_k + t_{\phi,n}$, где $u(t) = 0$, в виде

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{F}(t-(nT_k + t_{c,n})) \mathbf{X}(nT_k + t_{c,n}) + \mathbf{V}(t-(nT_k + t_{c,n})) \mathbf{U}(nT_k + t_{c,n}). \quad (6)$$

Подставляя в (4) $t_0 = nT_k + MT_k + t_{\phi,n}$, получаем решение уравнения (1) на интервале $nT_k + MT_k + t_{\phi,n} \leq t \leq (n+1)T_k$, где $u(t) = U$, в виде

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{F}(t-(nT_k + MT_k + t_{\phi,n})) \mathbf{X}(nT_k + MT_k + t_{\phi,n}) + \mathbf{V}(t-(nT_k + MT_k + t_{\phi,n})) \mathbf{U}(nT_k + MT_k + t_{\phi,n}). \quad (7)$$

Подставляя $t = nT_k + t_{c,n}$ в (5), получаем разностное уравнение

$$\mathbf{X}(nT_k + t_{c,n}) = \mathbf{F}(t_{c,n}) \mathbf{X}(nT_k) + \mathbf{V}(t_{c,n}) \mathbf{U}(nT_k). \quad (8)$$

Подставляя $t = nT_k + MT_k + t_{\phi,n}$ в (6), получаем разностное уравнение

$$\mathbf{X}(nT_k + MT_k + t_{\phi,n}) = \mathbf{F}(MT_k + t_{\phi,n} - t_{c,n}) \mathbf{X}(nT_k + t_{c,n}) +$$

$$+ \mathbf{V}(MT_{\kappa} + t_{\phi, n} - t_{c, n})\mathbf{U}(nT_{\kappa} + t_{c, n}). \quad (9)$$

Подставляя $t = (n+1)T_{\kappa}$ в (7), получаем разностное уравнение

$$\begin{aligned} \mathbf{X}((n+1)T_{\kappa}) &= \mathbf{F}((1-M)T_{\kappa} - t_{\phi, n})\mathbf{X}(nT_{\kappa} + MT_{\kappa} + t_{\phi, n}) + \\ &+ \mathbf{V}((1-M)T_{\kappa} - t_{\phi, n})\mathbf{U}(nT_{\kappa} + MT_{\kappa} + t_{\phi, n}). \end{aligned} \quad (10)$$

Подставляя (8) в (9), получаем разностное уравнение

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(nT_{\kappa} + MT_{\kappa} + t_{\phi, n}) &= \mathbf{F}(MT_{\kappa} + t_{\phi, n})\mathbf{X}(nT_{\kappa}) + \mathbf{V}(MT_{\kappa} + t_{\phi, n})\mathbf{U}(nT_{\kappa}) + \\ &+ \mathbf{V}(MT_{\kappa} - t_{c, n} + t_{\phi, n})(\mathbf{U}(nT_{\kappa} + t_{c, n}) - \mathbf{U}(nT_{\kappa})). \end{aligned} \quad (11)$$

Подставляя (11) в (10), получаем разностное уравнение состояния ЛНЧ САР

$$\begin{aligned} \mathbf{X}((n+1)T_{\kappa}) &= f(\mathbf{X}(nT_{\kappa})) = \mathbf{F}(T_{\kappa})\mathbf{X}(nT_{\kappa}) + \mathbf{V}(T_{\kappa})\mathbf{U}(nT_{\kappa}) + \\ &+ \mathbf{V}((1-M)T_{\kappa} - t_{\phi, n})(\mathbf{U}(nT_{\kappa} + MT_{\kappa} + t_{\phi, n}) - \mathbf{U}(nT_{\kappa} - t_{c, n})) - \\ &- \mathbf{V}(T_{\kappa} - t_{c, n})(\mathbf{U}(nT_{\kappa}) - \mathbf{U}(nT_{\kappa} - t_{c, n})). \end{aligned} \quad (12)$$

Исходя из условия $f_{\kappa}(nT_{\kappa} + t_{c, n}) = 0$ с учетом (8), получаем нелинейное уравнение для вычисления значения $t_{c, n}$

$$\begin{aligned} f_{\kappa}(t_{c, n}, \mathbf{X}(nT_{\kappa})) &= \mathbf{C}(\mathbf{F}(t_{c, n})\mathbf{X}(nT_{\kappa}) + \mathbf{V}(t_{c, n})\mathbf{U}(nT_{\kappa})) + \\ &+ \mathbf{D}\mathbf{U}(nT_{\kappa} + t_{c, n}) - \frac{U_o t_{c, n}}{MT_{\kappa}} = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Исходя из условия $f_{\kappa}(nT_{\kappa} + MT_{\kappa} + t_{\phi, n}) = 0$ с учетом (11), получаем нелинейное уравнение для вычисления значения $t_{\phi, n}$

$$\begin{aligned} f_{\phi}(t_{c, n}, t_{\phi, n}, \mathbf{X}(nT_{\kappa})) &= \mathbf{C}(\mathbf{F}(MT_{\kappa} + t_{\phi, n})\mathbf{X}(nT_{\kappa}) + \mathbf{V}(MT_{\kappa} + t_{\phi, n})\mathbf{U}(nT_{\kappa}) + \\ &+ \mathbf{V}(MT_{\kappa} - t_{c, n} + t_{\phi, n})(\mathbf{U}(nT_{\kappa} + t_{c, n}) - \mathbf{U}(nT_{\kappa}))) + \\ &+ \mathbf{D}\mathbf{U}(nT_{\kappa} + MT_{\kappa} + t_{\phi, n}) - \frac{U_o((1-M)T_{\kappa} - t_{\phi, n})}{(1-M)T_{\kappa}} = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Исходя из принципа действия ШИМ-2, значения $t_{c, n}$ и $t_{\phi, n}$ не могут быть отрицательными и ограничены "сверху":

$$0 \leq t_{c, n} \leq MT_{\kappa}; \quad 0 \leq t_{\phi, n} \leq (1-M)T_{\kappa}. \quad (15)$$

При введении обозначений

$$\begin{aligned} \mathbf{X}((n+1)T_{\kappa}) &= \bar{\mathbf{X}}; \quad \mathbf{X}(nT_{\kappa}) = \mathbf{X}; \quad t_{c, n} = t_c; \quad t_{\phi, n} = t_{\phi}; \\ \mathbf{U}(nT_{\kappa}) &= \mathbf{U}(nT_{\kappa} + MT_{\kappa} + t_{\phi, n}) = [U, U_3]^T = \mathbf{U}_{\text{и}}; \quad \mathbf{U}(nT_{\kappa} - t_{c, n}) = [0, U_3]^T = \mathbf{U}_{\text{п}} \end{aligned}$$

выражения (12)–(15) примут вид

$$\bar{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(T_{\kappa})\mathbf{X} + \mathbf{V}(T_{\kappa})\mathbf{U}_{\text{и}} + (\mathbf{V}((1-M)T_{\kappa} - t_{\phi}) - \mathbf{V}(T_{\kappa} - t_c))(\mathbf{U}_{\text{и}} - \mathbf{U}_{\text{п}}); \quad (16.1)$$

$$f_{\kappa}(t_c, \mathbf{X}) = \mathbf{C}(\mathbf{F}(t_c)\mathbf{X} + \mathbf{V}(t_c)\mathbf{U}_{\text{и}}) + \mathbf{D}\mathbf{U}_{\text{п}} - \frac{U_o t_c}{MT_{\kappa}} = 0; \quad (16.2)$$

$$\begin{aligned} f_{\phi}(t_c, t_{\phi}, \mathbf{X}) &= \mathbf{C}(\mathbf{F}(MT_{\kappa} + t_{\phi})\mathbf{X} + \mathbf{V}(MT_{\kappa} + t_{\phi})\mathbf{U}_{\text{и}} - \\ &- \mathbf{V}(MT_{\kappa} - t_c + t_{\phi})(\mathbf{U}_{\text{и}} - \mathbf{U}_{\text{п}})) + \mathbf{D}\mathbf{U}_{\text{и}} - \frac{U_o((1-M)T_{\kappa} - t_{\phi})}{(1-M)T_{\kappa}} = 0; \end{aligned} \quad (16.3)$$

$$0 \leq t_c \leq MT_{\kappa}; \quad 0 \leq t_{\phi} \leq (1-M)T_{\kappa}. \quad (16.4)$$

Совокупность выражений (16) представляет собой нелинейное двумерное отображение первого порядка, заданное неявно.

Значения координат простой неподвижной точки $[\mathbf{X}_*, t_{c*}, t_{\phi*}]$ находятся в результате решения системы нелинейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} \mathbf{F}(T_k)\mathbf{X}_* - \mathbf{X}_* + \mathbf{V}(T_k)\mathbf{U}_n + (\mathbf{V}((1-M)T_k - t_{\phi*}) - \mathbf{V}(T_k - t_{c*}))(\mathbf{U}_n - \mathbf{U}_n) = 0; \\ \mathbf{C}(\mathbf{F}(t_{c*})\mathbf{X}_* + \mathbf{V}(t_{c*})\mathbf{U}_n) + \mathbf{D}\mathbf{U}_n - \frac{U_o t_{c*}}{MT_k} = 0; \\ \mathbf{C}(\mathbf{F}(MT_k + t_{\phi*})\mathbf{X}_* + \mathbf{V}(MT_k + t_{\phi*})\mathbf{U}_n - \mathbf{V}(MT_k - t_{c*} + t_{\phi*})(\mathbf{U}_n - \mathbf{U}_n)) + \\ + \mathbf{D}\mathbf{U}_n - \frac{U_o((1-M)T_k - t_{\phi*})}{(1-M)T_k} = 0, \end{cases} \quad (17)$$

полученной подстановкой $\bar{\mathbf{X}} = \mathbf{X} = \mathbf{X}_*, t_c(\mathbf{X}_*) = t_{c*}, t_{\phi}(t_{c*}, \mathbf{X}_*) = t_{\phi*}$ в (16).

Уравнение для вычисления матрицы Якоби $\mathbf{J}$ имеет вид

$$\mathbf{J} = \frac{d\bar{\mathbf{X}}}{d\mathbf{X}} = \mathbf{F}(T_k) - \frac{d\mathbf{V}}{dt} \bigg|_{t=(1-M)T_k - t_{\phi}} (\mathbf{U}_n - \mathbf{U}_n) \frac{\partial t_{\phi}}{\partial \mathbf{X}} + \frac{d\mathbf{V}}{dt} \bigg|_{t=T_k - t_c} (\mathbf{U}_n - \mathbf{U}_n) \frac{\partial t_c}{\partial \mathbf{X}}, \quad (18)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{dt_{\phi}}{d\mathbf{X}} &= -\frac{\frac{\partial f_{\phi}}{\partial \mathbf{X}}}{\frac{\partial f_{\phi}}{\partial t_{\phi}}}; \quad \frac{\partial f_{\phi}}{\partial \mathbf{X}} = \mathbf{C} \left(\mathbf{F}(MT_k + t_{\phi}) + \frac{d\mathbf{V}}{dt} \bigg|_{t=MT_k - t_c + t_{\phi}} (\mathbf{U}_n - \mathbf{U}_n) \frac{\partial f_c}{\partial \mathbf{X}} \right); \\ \frac{\partial f_{\phi}}{\partial t_{\phi}} &= \mathbf{C} \left(\frac{d\mathbf{F}}{dt} \bigg|_{t=MT_k + t_{\phi}} \mathbf{X} + \frac{d\mathbf{V}}{dt} \bigg|_{t=MT_k + t_{\phi}} \mathbf{U}_n - \frac{d\mathbf{V}}{dt} \bigg|_{t=MT_k - t_c + t_{\phi}} (\mathbf{U}_n - \mathbf{U}_n) \right) + \frac{U_o}{(1-M)T_k}; \\ \frac{dt_c}{d\mathbf{X}} &= -\frac{\frac{\partial f_c}{\partial \mathbf{X}}}{\frac{\partial f_c}{\partial t_c}}; \quad \frac{\partial f_c}{\partial \mathbf{X}} = \mathbf{C}\mathbf{F}(t_c); \quad \frac{\partial f_c}{\partial t_c} = \mathbf{C} \left(\frac{d\mathbf{F}}{dt} \bigg|_{t=t_c} \mathbf{X} + \frac{d\mathbf{V}}{dt} \bigg|_{t=t_c} \mathbf{U}_n \right) - \frac{U_o}{MT_k}. \end{aligned}$$

Анализ собственных чисел матрицы Якоби (18) в простой неподвижной точке (17) показал, что при значениях параметров САР, выбранных с учетом условия отсутствия скользящего режима (2), все эти числа по модулю меньше единицы. Следовательно, при выборе значений параметров САР с учетом условия отсутствия скользящего режима, обеспечиваются и условия устойчивости к автоколебаниям на субгармонических частотах.

Литература

1. Глазенко Т.А., Сеницын В.А., Толмачев В.А. Сравнительный анализ динамических характеристик транзисторных широтно-импульсных преобразователей // Электротехника. 1988. № 3. С.70–75.
2. Толмачев В.А., Кротенко В.В. Параметрический синтез системы управления программируемого источника тока, построенного на основе транзисторного ШИП // Изв. вузов. Приборостроение. 1999. Т. 42, № 9. С. 49–54.
3. Справочник по преобразовательной технике / Под ред. И.М. Чиженко. Киев: Техника, 1978. 447 с.
4. Белов Г.А. Полупроводниковые импульсные преобразователи постоянного напряжения: Учеб. пособие. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 1994. 96 с.
5. Охоткин Г.П. Анализ и синтез САР тока с ПИ-регулятором и ШИМ-1 // Информационные технологии в электротехнике и электроэнергетике / Материалы III Всерос. науч.-техн. конф. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2000. С. 153–159.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ МИКРОПРОЦЕССОРНОЙ СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ СКВТ КАК ДАТЧИКА ПОЛОЖЕНИЯ ВАЛА ДВИГАТЕЛЯ

К.М. Денисов, И.Н. Жданов

Рассматривается математическая модель системы обработки сигналов СКВТ, реализованной на микропроцессорной элементной базе.

В различных областях техники, таких, как машиностроение, роботизированное производство и др., для получения точной информации о положении и движении вала двигателя часто используются синусно-косинусные вращающиеся трансформаторы (СКВТ). Такие датчики широко применяются в задачах, когда необходимо получить мгновенное значение положения вала двигателя в любой момент времени, важны высокая точность, долговечность, бесшумность работы и небольшая стоимость.

Одна из особенностей СКВТ – сложность преобразований при обработке выходных сигналов этого датчика. Классические системы обработки, реализованные на аналоговых блоках, решают данную задачу путем аналоговых преобразований. Точность всей системы зависит в этом случае от точности операционных усилителей, точности АЦП, аналоговых умножителей и т.д., а параметры этих элементов меняются в зависимости от температуры, с течением времени и т.д.. Отсюда следует сложность и дороговизна интегрированных схем, выполняющих данную задачу. Реализация такой системы с использованием микроконтроллера позволяет существенно снизить стоимость при сохранении той же точности. Однако в силу сложности функциональных преобразований нельзя по характеристикам микропроцессорной элементной базы сделать однозначный вывод о точностных и динамических характеристиках системы. Для этого целесообразно произвести математическое моделирование цифровой системы обработки сигналов СКВТ, чему и посвящена данная статья.

Рассмотрим принцип действия подобных систем обработки сигналов СКВТ. Датчик состоит из трех обмоток – обмотки возбуждения и двух вторичных обмоток. Опорное напряжение подается на обмотку возбуждения СКВТ, а с вторичных обмоток снимаются выходные сигналы, которые в идеальном случае можно представить как $V1 = \sin(\omega t)\sin\theta$, $V2 = \sin(\omega t)\cos\theta$.

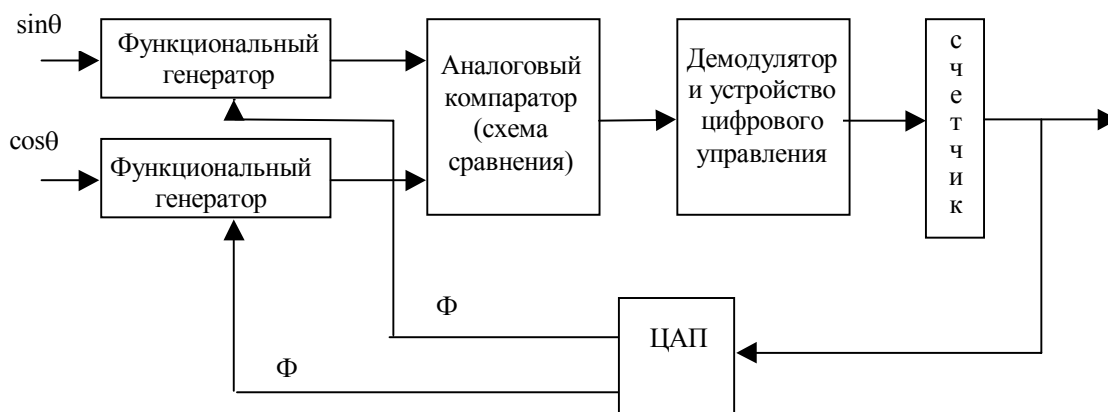


Рис.1. Построение системы в виде замкнутого контура

Одним из методов решения является построение системы в виде замкнутого контура регулирования, где в качестве регулируемой величины используется вычисляемое цифровое значение угла поворота вала. При данном методе сигнал с цифрового выхода подается на функциональные генераторы. Вырабатываемые генераторами сигналы используются для изменения цифрового сигнала таким образом,

чтобы его значение стало точно соответствовать положению вала СКВТ. Равновесное состояние достигается всякий раз, когда выходной сигнал соответствует положению вала. Схема такой системы показана на рис. 1. Сигналы, соответствующие угловому положению роторного вала θ в формате СКВТ, поступают на входы функциональных генераторов. На эти генераторы подается также сигнал, соответствующий углу Φ по цифровому выходу. Сигналы с функциональных генераторов поступают в схему сравнения, формирующую сигнал, определяемый разностью $\theta - \Phi$, т.е. рассогласованием между положением вала и угловым эквивалентом цифрового кода на выходе.

Сигнал рассогласования используется и для управления вентилем и/или счетной схемой и обеспечивает изменение кода на выходе. Величина Φ при этом изменяется так, что разность $\theta - \Phi$ уменьшается до нуля. При этом цифровое значение выходного сигнала точно соответствует угловому положению ротора СКВТ.

Функциональные генераторы по существу являются умножителями гибридного типа, формирующими выходной аналоговый сигнал, равный произведению входного аналогового сигнала на функцию цифрового сигнала.

Цифровой входной сигнал соответствует углу Φ . В умножителе функциями этого угла являются $\sin(\Phi)$ и $\cos(\Phi)$. Выходные сигналы отдельных функциональных генераторов равны $V_a = v_1 \cos(\Phi)$, $V_b = v_2 \sin(\Phi)$, т.е. $V_a = \sin(\omega t) \sin(\theta) \cos(\Phi)$, $V_b = \sin(\omega t) \cos(\theta) \sin(\Phi)$. Оба выходных сигнала подаются затем на дифференциальный усилитель, формирующий сигнал рассогласования $V_e = V_a - V_b = \sin(\omega t) \sin(\theta - \Phi)$.

Обычно применяемый метод заключается в использовании демодулированного сигнала рассогласования для управления автогенераторной системой. Создаваемые ею импульсы могут накапливаться в выходном счетчике до тех пор, пока выходной угол Φ не станет равным угловому положению вала θ . Преобразователи этого типа часто называют следящими.

Микропроцессорная система подразумевает реализацию необходимых функциональных преобразований на основе цифровых сигнальных процессоров. Структурная схема микропроцессорной системы обработки сигналов СКВТ представлена на рис. 2.

На микроконтроллер подаются сигналы

$$V_1 = \sin(\omega t) \sin \theta,$$

$$V_2 = \sin(\omega t) \cos \theta,$$

и генерируется опорный сигнал $V = \sin(\omega t)$. Домножим теперь сигнал V_1 на косинус вычисляемого угла Φ , а V_2 – на синус Φ (где угол Φ поступает по цепи обратной связи) и вычтем из первого произведения второе. В итоге получим произведение синуса разности реального и мнимого углов на синус ωt , т.е. $\sin(\theta - \Phi) \sin(\omega t)$.

Для выделения синуса разности поделим полученный сигнал на $\sin(\omega t)$. В точках, где $\sin(\omega t)$ равен нулю, результат деления также приравнивается к нулю. Это вносит существенную погрешность, однако анализ данной модели показал, что она не превышает допустимого значения. При малых рассогласованиях $\sin(\theta - \Phi)$ практически равен $(\theta - \Phi)$. Согласно схеме на рис. 2 подадим полученную разность на ПИ-регулятор.

В дискретном представлении ПИ-регулятор описывается следующим уравнением:

$$U(k) = U(k-1) + q_0 \cdot e(k) + q_1 \cdot e(k-1),$$

где

$$q_0 = K \cdot \left(1 + \frac{T_0}{2 \cdot T_1}\right),$$

$$q_1 = -K \cdot \left(1 - \frac{T_0}{2 \cdot T_1}\right)$$

– коэффициенты ПИ-регулятора, $e(k)$ и $e(k-1)$ – значения ошибки в дискретные моменты времени, $U(k)$ и $U(k-1)$ – выходные сигналы регулятора.

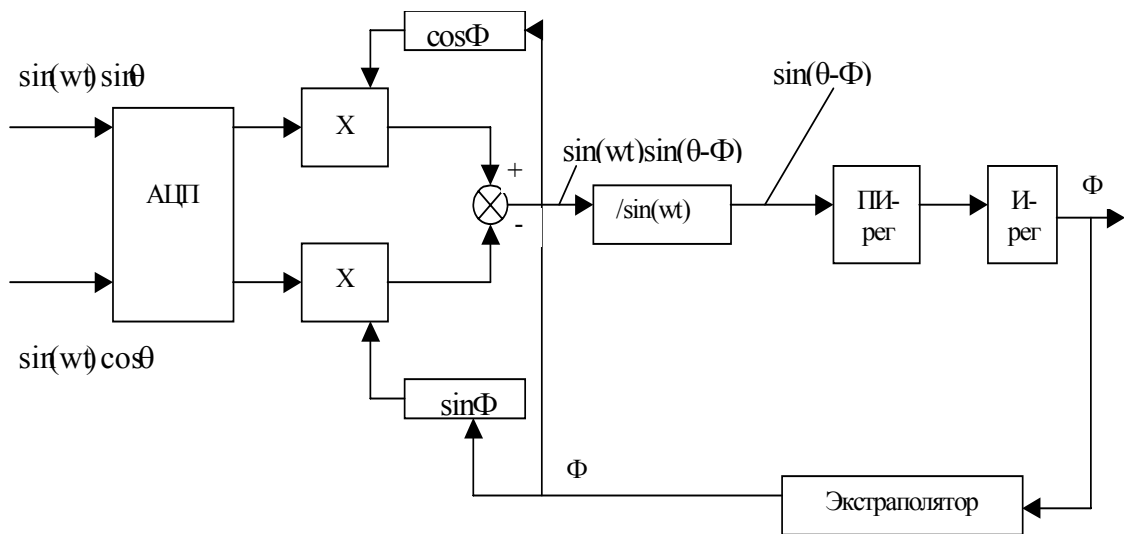


Рис. 2. Структурная схема микропроцессорной системы обработки сигналов СКВТ

Далее сигнал после ПИ-регулятора подается на счетчик, который в дискретном представлении является интегратором и описывается следующим уравнением:

$$U(k) = U(k-1) + q_0 \cdot e(k) + q_1 \cdot e(k-1),$$

где

$$q_0 = q_1 = \left(\frac{T_0}{2 \cdot T_1} \right).$$

Выходной сигнал с интегратора и является углом Φ . Но реально в системе существует запаздывание на T_0 , т.к. в дискретной системе по цепи обратной связи приходит сигнал, являющийся истинным для предыдущего такта квантования. Это вносит существенную погрешность в точностные характеристики системы. Для устранения этого недостатка введем в цепь обратной связи экстраполятор.

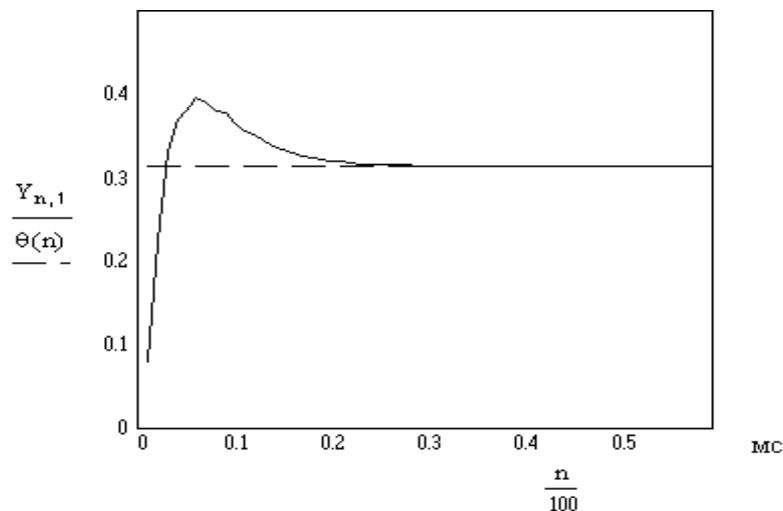


Рис. 3. Ошибка слежения при неподвижном роторе: $Y_{n,1}$ – выходной сигнал системы, $\Theta(n)$ - угол поворота вала двигателя

Экстраполяционная процедура восстановления определяет функцию $z(t)$ на интервале $(tM, tM+1)$ по значениям дискретизированного сигнала в точках $t0, t1, \dots, tM$.

Введем следующие обозначения: при $T = \text{const}$ $t/T = n + \varepsilon$, где $n = 0, 1, 2, \dots$; $0 \leq \varepsilon \leq 1$. На интервале экстраполяции

$$t = (M + \varepsilon)T; \quad ti = iT;$$

$$L_i(0, \varepsilon) = \begin{cases} \prod_{j=0, j \neq i}^{j=M} \frac{M - j + \varepsilon}{i - j} & \text{при } M \geq 1; \\ 1 & \text{при } M = 0 \end{cases};$$

$$z(0, \varepsilon) = \sum_{i=0}^M L_i(0, \varepsilon) \cdot e(n - M + 1).$$

В соответствии с приведенным математическим описанием было проведено моделирование системы в пакете MathCad.

При неподвижном роторе ($\theta = \text{const}$) ошибка слежения является только расчетной погрешностью, так как система обладает астатизмом 2-го порядка, и не превышает $3.7'$ (рис. 3).

При вращении с постоянной скоростью 50 об/сек ошибка не более $3.5'$ (рис. 4).

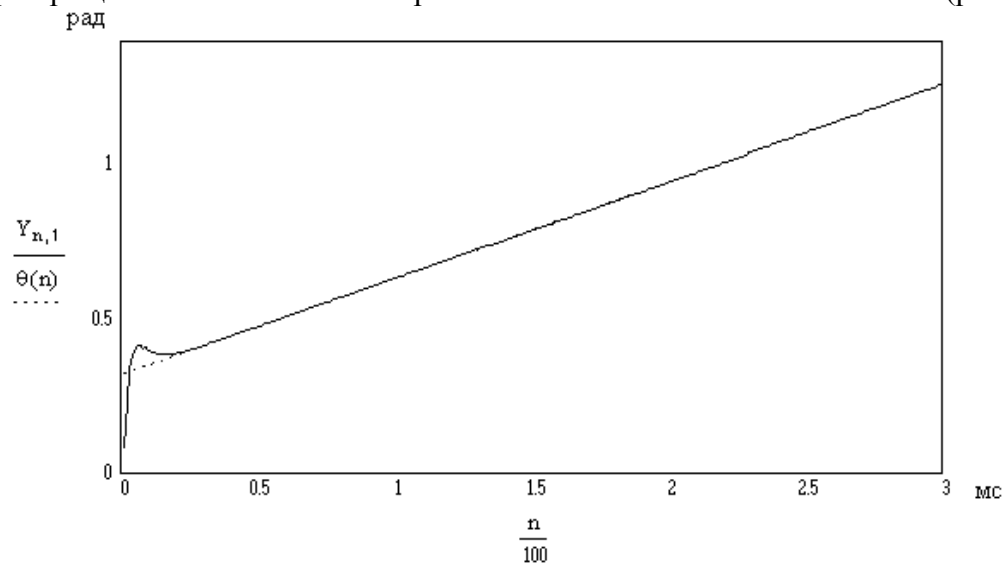


Рис. 3. Ошибка слежения при вращении с постоянной скоростью:
 $Y_{n,1}$ – выходной сигнал системы, $\Theta(n)$ – угол поворота вала двигателя

Таким образом, на основе анализа описанного алгоритма с целью удовлетворения динамических и точностных требований необходимо использовать микропроцессор с 32-х разрядным вычислительным ядром и быстродействием не менее 20 миллионов операций в секунду; двухканальный аналого-цифровой преобразователь с временем преобразования не более 1 мкс и цифро-аналоговый преобразователь для формирования опорного сигнала.

Литература

1. Л.А. Баранов. Квантование по уровню и временная дискретизация в цифровых системах управления. М.: Энергоатомиздат, 1990.
2. Дж. Вульвет. Датчики в цифровых системах. М.: Энергоиздат, 1981.
3. Р. Изерман. Цифровые системы управления. М.: Мир, 1984.
4. Practical design techniques for sensor signal conditioning. Analog Devices, Inc., 1999.
5. Variable Resolution, Monolithic Resolver-to-Digital Converter AD2S80A. Data Sheet. Analog Devices, Inc., 1998.
6. Low Cost, Complete 12-Bit Resolver-to-Digital Converter AD2S90. Data Sheet. Analog Devices, Inc., 1998.

ОСОБЕННОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЧЕТЫРЕХКВАДРАНТНЫХ АСИНХРОННЫХ ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ

А.П. Баев, М.Р. Гончаренко, А.Н. Коровьяков, С.А. Серебряков, В.И. Шеремет

Представлены результаты проектирования четырехквadrантных асинхронных электроприводов эскалаторов, обладающих рядом новых функциональных свойств по сравнению с традиционными приводами переменного тока.

Введение. Постановка задачи

Для достижения требуемых динамических свойств, высоких эксплуатационных характеристик и экономичности в структуру современных электроприводов асинхронных двигателей включают преобразователи координат, инверторы и типовые регуляторы, реализующие частотный метод управления и векторный способ формирования момента машины переменного тока.

В рамках данного подхода решена задача принципиальной реконструкции систем управления приводами эскалаторов, поставленная Комитетом по экономике и промышленной политике Администрации Санкт-Петербурга.

Структура и принципы функционирования четырехквadrантных асинхронных электроприводов

На современном этапе развития полупроводниковой преобразовательной техники значимой проблемой является создание четырехквadrантных электроприводов переменного тока с автономными инверторами напряжения и синусоидальной широтно-импульсной модуляцией на базе IGBT модулей. Такое построение силовой системы позволяет приводу работать длительное время в тормозном режиме, отдавая при этом в силовую сеть синусоидальный ток. В двигательном режиме работы привод потребляет энергию из силовой сети.

Наличие в структуре устройства управления электроприводом звена постоянного тока и автономного инвертора напряжения с регуляторами напряжения и токов существенно снижает отрицательное воздействие привода на промышленную сеть переменного тока по сравнению с аналогичными тиристорными устройствами, ведомыми сетью. Поэтому в настоящее время предпочтительными оказываются более дорогие системы с IGBT модулями, что связано с заметно возросшими требованиями к качеству возвращаемой и потребляемой электрической энергии.

Современный электропривод строится на основе векторного способа формирования момента машины переменного тока во вращающейся с частотой электромагнитного поля прямоугольной системе координат. Такой способ управления пригоден и для устройств рекуперации. Действительно, в прямоугольной системе координат, вращающейся с частотой силовой сети, где одна из осей совпадает с вектором напряжения, можно прямым образом разделить управления процессами, связанными с активной и реактивной составляющими мощности. В этом случае имеется возможность не только обеспечить требуемое напряжение в звене постоянного тока, но и компенсировать реактивную мощность в сети переменного тока в рамках энергетических возможностей устройства за счет управления двумя взаимно перпендикулярными составляющими тока.

Для поддержания требуемого напряжения в звене постоянного тока используется система управления с обратной связью по постоянному напряжению, которая вырабатывает сигнал управления для регулятора активной составляющей фазного тока, а для компенсации реактивной составляющей – сигналы обратной связи по току в соответствующем сечении силовой сети.

Совмещение в едином устройстве системы управления мощным трехфазным асинхронным электроприводом и устройства рекуперации энергии в сеть, связанных через звено постоянного тока, позволяет реализовать эффективную и гибкую техническую систему, характеризующуюся следующими важными для практики свойствами.

Асинхронный электропривод обеспечивает:

- точную отработку заданной скорости с компенсацией скольжения;
- глубокий диапазон регулирования скорости;
- плавную работу двигателя в области малых частот вращения и сохранение момента вплоть до нулевой скорости;
- быструю реакцию привода на скачки нагрузки,
- подавление скачков скорости при резких скачках нагрузки за счет высокой динамики регулирования во всех возможных режимах работы электропривода.

Система управления устройством рекуперации позволяет эксплуатировать это устройство в следующих режимах:

- в автономном;
- синхронизации с промышленной сетью;
- компенсации реактивной мощности;
- компенсации высших гармоник сети.

Важной особенностью разработанной системы является то, что система управления мощным трехфазным асинхронным электроприводом с устройством рекуперации энергии в промышленную сеть структурно и алгоритмически разделяется на две функционально взаимосвязанные динамические подсистемы:

- подсистему управления асинхронным электроприводом;
- подсистему управления устройством рекуперации.

При аналитической разработке и практической реализации комплексной системы управления асинхронным электроприводом с устройством рекуперации учитывались следующие особенности.

Динамические свойства асинхронного электропривода и устройства рекуперации как объектов управления существенно различаются. Также существенно различаются цели управления этими техническими устройствами и значения требуемых показателей качества управления. Однако, несмотря на отмеченные обстоятельства, можно выделить для системы управления электроприводом и системы управления устройством рекуперации подмножества режимов работы, в которых структурно соответствующие устройства управления имеют много общего. Более того, некоторые устройства управления рассматриваемых подсистем структурно идентичны и отличаются лишь значениями своих параметров. Последнее упрощает как разработку всей системы, так и ее техническую реализацию.

Особенности программного обеспечения

Регуляторы и устройства обработки измерительной информации описываемой системы реализованы на микропроцессорах TMS320F243.

Программное обеспечение устройств управления и обработки измерительной информации состоит из типовых программных модулей и оригинальных программ. Особенностью алгоритмической и программной организации системы является то, что структурные аналогии многих устройств управления системой трансформированы в программную идентичность соответствующих типовых программных модулей. Это сокращает затраты на настройку системы и повышает ее аппаратную и программную надежность.

Лабораторные и стендовые испытания

Комплексные лабораторные испытания элементов и устройств разрабатываемой системы управления в совокупности с программными модулями подтвердили правильность выбранной для реализации системы физических принципов функционирования и эффективность примененных для ее организации фундаментальных принципов управления.

Для всесторонней проверки работы системы управления трехфазным асинхронным электроприводом с устройством рекуперации во всех режимах разработан и создан специальный испытательный стенд, позволяющий воспроизвести условия работы реальных электроприводов эскалаторов метрополитена.

Основные результаты

В научно-исследовательском секторе управляемого электропривода ОАО НИИ ТМ в конечной стадии проектирования находится четырехквadrантный электропривод переменного тока с автономными инверторами напряжения и синусоидальной широтно-импульсной модуляцией на базе IGBT модулей для эскалаторов метрополитена мощностью в 200 кВт. В этом приводе реализованы соответствующие векторные системы управления инверторами, каждая из которых построена на основе микропроцессора TMS-320, обладающего достаточным быстродействием. Обмен данными между системами осуществляется по скоростному и помехозащищенному CAN каналу.

Заключение

Результаты предварительных испытаний четырехквadrантного электропривода переменного тока с векторной системой управления показали полное соответствие схемотехнических решений и выбранных алгоритмов управления жестким требованиям к системам метрополитена. Причем, так как центральное ядро системы управления реализовано программными средствами на микропроцессоре TMS-320F243, перестройка системы управления и изменение ее функций сводится к модификации программных модулей и изменению значений коэффициентов типовых законов управления.

Литература

1. Башарин А.В., Новиков В.А., Соколовский Г.Г. Управление электроприводами: Учебное пособие для вузов. Л.: Энергоиздат (ЛЮ), 1982. 392 с., ил.
2. Гончаренко М.Р. Электромагнитные процессы в силовой цепи быстродействующего асинхронного электропривода (дис. к.т.н.). Л.: ЛИТМО.
3. Ключев В.И. Теория электропривода: Учебник для вузов. М.: Энергоатомиздат, 1985. 560 с., ил.

УПРАВЛЕНИЕ МНОГОЗВЕННЫМИ КИНЕМАТИЧЕСКИМИ МЕХАНИЗМАМИ

И. В. Мирошник, С. А. Чепинский

Рассматривается задача управления траекторным движением простейших кинематических механизмов с двумя степенями свободы (двухзвенных роботов) с одним управляющим входом. С использованием дифференциально-геометрических методов нелинейной теории управления предложена методика анализа динамики таких систем и процедура синтеза алгоритмов управления, обеспечивающих решение траекторной задачи как задачи стабилизации относительно гладкого отрезка предписанной траектории.

Введение

Новые задачи управления сложными кинематическими механизмами обусловлены появлением робототехнических систем нетривиальной конструкции, к которым относятся роботы избыточной структуры, шагающие и многоколесные механизмы, маятнико-подобные и гироскопические системы. Наряду с задачами управления избыточными роботами [1, 2, 4, 9], для которых число управляющих входов превышает степень свободы механизма, возникают проблемы стабилизации и управления пространственным движением механизмов, у которых количество входов меньше числа степеней свободы [3, 6], т.е. недостаточно для реализации обычных режимов работы робота – стабилизации, программного или траекторного управления. Тем не менее, несмотря на ограниченные функциональные возможности таких систем, они оказываются вполне пригодны для решения целого ряда специфических задач. К последним относятся задачи стабилизации положения неуправляемого конечного звена манипуляционного робота или робота нетривиальной конструкции (типа маятника на подвижной основе, например, маятника Фуруты), задачи стабилизации центра тяжести шагающего механизма, стабилизации положения многоканальной гироскопической системы, а также соответствующие задачи поддержания их колебательных движений или траекторного управления. При этом уменьшение числа входов и, следовательно, исполнительных устройств (приводов) положительно сказывается на энергетических, массогабаритных и стоимостных показателях. С точки зрения теории управления рассматриваемый класс механических объектов может быть отнесен к не полностью управляемым многоканальным объектам, а соответствующие задачи управления – к задачам частичной стабилизации [3, 5, 8].

В статье рассматривается задача управления траекторным движением простейших кинематических механизмов с двумя степенями свободы (двухзвенных роботов) с одним управляющим входом. С использованием дифференциально-геометрических методов нелинейной теории управления [5, 7, 8] предложена методика анализа динамики таких систем и процедура синтеза алгоритмов управления, обеспечивающих решение траекторной задачи как задачи стабилизации относительно гладкого отрезка предписанной траектории.

1. Модели роботов и постановка задачи

Рассмотрим двухзвенный кинематический механизм (робот), описываемый в пространстве R^2 (плоскости) обобщенных координат уравнением типа Лагранжа

$$\dot{q} = \omega, \quad A(q)\dot{\omega} + b(q, \omega) + c(q) = \begin{bmatrix} u \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где $q = (q_1, q_2)$ и $\omega = (\omega_1, \omega_2)$ – векторы обобщенных координат и их скоростей, u – обобщенный момент, представляющий собою управляющее воздействие. В декартовом пространстве R^2 положение последнего (2-го) звена характеризуется вектором декартовых координат $y = (y_1, y_2)$ и определяется уравнением

$y = h(q)$, (2)
 (выражение характеризует прямую кинематику робота [1, 10]).

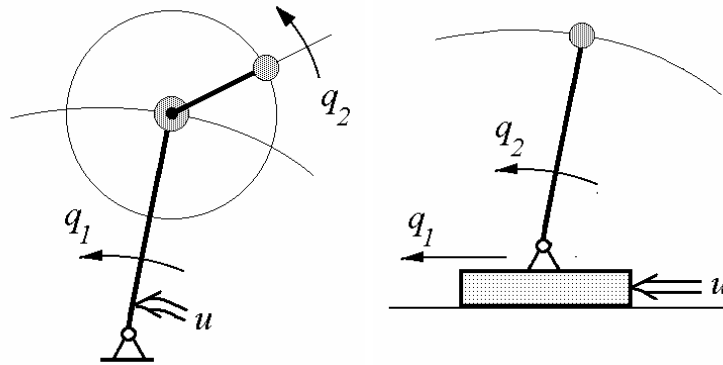


Рис. 1. Двухзвенные кинематические механизмы

Уравнения (1)–(2) описывают манипулятор как многосвязный нелинейный объект управления с выходными переменными y_i , переменными состояния q_j, ω_j и управляющим воздействием u .

Рассмотрим движение конечного звена двухзвенного механизма. Пусть желаемая траектория S (гладкая кривая, см. рис. 2–3) определяется выражением

$$\varphi(y) = 0, \quad (3)$$

а длина пути (продольное перемещение) находится как

$$s = \psi(y). \quad (4)$$

Предполагается, что функции φ и ψ гладкие и выбраны таким образом, что при $y \in S$ матрица Якоби

$$T^* = \begin{bmatrix} \tau_1^T \\ \tau_2^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial\psi / \partial y \\ \partial\varphi / \partial y \end{bmatrix} \quad (5)$$

ортогональна ($T^* \in SO_2$). Матрица T^* определяет связанный с траекторией подвижный базис, в котором τ_1 является касательным вектором, а τ_2 – ортогональным вектором.

Основная задача управления траекторным движением механизма формулируется с помощью голономных соотношений (*условий координации*) декартовых координат конечного звена y_i , которые должны выполняться в процессе его движения и вводятся уравнением (3).

Следуя обычной методике анализа траекторного движения, введем в рассмотрение *задачно-ориентированные* координаты, представленные продольной переменной s (см. уравнение (4)) и ортогональным отклонением конечной точки от кривой (3):

$$e = \varphi(y). \quad (6)$$

Тогда задача управления сводится к стабилизации установившегося движения робота, при котором выполняется

$$e \equiv 0. \quad (7)$$

При этом возможность управления продольным движением отсутствует, что и определяет основные особенности данной задачи.

2. Анализ динамики и синтез управления

В предыдущем разделе введены отображения

$$\{q_j\} \rightarrow \{y_i\} \rightarrow \{s, e\},$$

задающие преобразования координат обобщенного пространства и декартового пространств. Дифференцируя по времени уравнение (2), можно отыскать связи декартовых и обобщенных скоростей в виде

$$V = H_q(q)\omega, \quad (8)$$

где $V = \dot{y}$, $H_q(q) = \partial h / \partial q$. Продолжив дифференцирование, с учетом $\omega = H_q^{-1}(q)V$ после подстановки (8) найдем модель механизма в декартовом пространстве:

$$\dot{y} = V, \quad m\dot{V} = mH(q) \begin{bmatrix} u \\ 0 \end{bmatrix} + F(q, V) \quad (9)$$

где $F = \dot{H}H^{-1} - HA^{-1}(b+c)$.

Рассмотрим преобразование к задачно-ориентированным координатам (4), (6). Дифференцируя (4), (6), находим уравнение

$$\begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = T^*V. \quad (10)$$

Для $y \in S$ матрица Якоби T^* удовлетворяет уравнению типа Френе [5]

$$\dot{T}^* = \dot{s}\xi ET^*, \quad (11)$$

где ξ – кривизна кривой (3), $E = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \in so_2$. Если матрица T^* задана в форме (5), то матричное уравнение (11) может быть записано в простой форме

$$\dot{\alpha}^* = \dot{s}\xi \quad (11a)$$

Продолжив дифференцирование, с учетом (11) после подстановки (10) найдем

$$\begin{bmatrix} \ddot{s} \\ \ddot{e} \end{bmatrix} - \dot{s}\xi E \begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = T^*\dot{V}. \quad (12)$$

Наконец, подставив (9) в (12), получим искомую модель механизма в задачно-ориентированном пространстве:

$$\begin{bmatrix} \ddot{s} \\ \ddot{e} \end{bmatrix} - \dot{s}\xi E \begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = T^* \left\{ H(q) \begin{bmatrix} u \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{m} F(\dot{y}, q) \right\}.$$

Вводим в рассмотрение задачно-ориентированные входные переменные

$$\begin{bmatrix} f_s \\ u_e \end{bmatrix} = T^* \left\{ H(q) \begin{bmatrix} u \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{m} F(\dot{y}, q) \right\}, \quad (13)$$

где f_s – обобщенное продольное возмущение и u_e – управление относительным движением, и получаем слабосвязанные модели продольного движения и траекторных ошибок:

$$\begin{bmatrix} \ddot{s} \\ \ddot{e} \end{bmatrix} - \dot{s}\xi E \begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_s \\ u_e \end{bmatrix},$$

или раздельно:

$$\ddot{s} - \dot{s}\xi = f_s, \quad (14)$$

$$\ddot{e} + \dot{s}^2\xi = u_e. \quad (15)$$

Для того чтобы стабилизировать решение (7), управление u_e вырабатывается регулятором

$$P: u_e = (\dot{s})^2\xi - K_{e1}\dot{e} - K_{e2}e. \quad (16)$$

Адекватный выбор коэффициентов усиления K_{e1} , K_{e2} осуществляется из условия асимптотической устойчивости модели (15), что обеспечивает абсолютную точность и желаемые динамические показатели траекторного движения.

Для нахождения управляющего воздействия u и уточнения модели продольного движения из уравнения (13) найдем

$$T^* \begin{bmatrix} f_s \\ u_e \end{bmatrix} = H(q) \begin{bmatrix} u \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{m} F(\dot{y}, q),$$

или

$$\tau_1^* f_s + \tau_2^* u_e = h_1(q)u + \frac{1}{m} F(\dot{y}, q).$$

Последнее выражение перепишем в виде двух скалярных уравнений:

$$f_s = (\tau_1^*)^T (h_1(q)u + \frac{1}{m} (\tau_1^*)^T F(\dot{y}, q)), \quad (17)$$

$$h_1^T(q) \tau_1^* f_s + h_1^T(q) \tau_2^* u_e = h_1^T(q) h_1(q)u + \frac{1}{m} h_1^T(q) F(\dot{y}, q). \quad (18)$$

Подставляя (17) в (18), находим

$$u = \frac{1}{d} h_1^T(q) \left(\frac{1}{m} M F(\dot{y}, q) - \tau_2^* u_e \right), \quad (19)$$

где

$$d(q) = (h_1^T \tau_1^*)^2 - h_1^T h_1, \quad M = I - \tau_1^* (\tau_1^*)^T.$$

Тогда уравнение (17) принимает вид

$$f_s = \frac{1}{m} (\tau_1^*)^T \left(I + \frac{1}{d} h_1(q) h_1^T(q) M F(\dot{y}, q) \right) - \frac{1}{d} (\tau_1^*)^T h_1(q) h_1^T(q) \tau_1^* u_e \quad (20)$$

Таким образом, алгоритм управления рассматриваемым механизмом включает преобразование (19) и регулятор отклонения (16), типичный для траекторных задач [2, 5, 9].

Уравнение продольного движения в установившемся режиме получается подстановкой (20) в (14) и при $e=0$ принимает вид

$$\ddot{s} = \frac{1}{m} (\tau_1^*)^T \left(I + \frac{1}{d} h_1(q) h_1^T(q) M F(\dot{y}, q) \right) - \frac{1}{d} (\tau_1^*)^T h_1(q) h_1^T(q) \tau_1^* \dot{s}^2 \sigma$$

Выражение

$$d(q) = (h_1^T \tau_1^*)^2 - h_1^T h_1 = 0$$

определяет границы области управляемости полученной системы.

3. Результаты моделирования

Рассмотрим задачу управления перевернутым маятником на подвижном основании (тележке, рис. 1). Уравнения такого механизма имеют вид:

$$\begin{aligned} \ddot{q}_1 &= -\frac{1}{m_1} \sin q_2 f_2 + \frac{1}{m_1} u, \\ \ddot{q}_2 &= \frac{1}{l \cos q_2} \ddot{q}_1 + \frac{\sin q_2}{\cos q_2} \dot{q}_2^2 - \frac{1}{l m_2 \cos q_2} f_2, \end{aligned}$$

где

$$f_2 = l m_2 \frac{\sin q_2}{\cos q_2} \dot{q}_2 + l m_2 \dot{q}_2^2 - m_2 g \frac{1}{\cos q_2},$$

q_1 – линейное перемещение тележки (путь), q_2 – угол отклонения маятника, m_1 – масса тележки, m_2 – масса маятника, g – ускорение свободного падения, l – длина маятника, а положение маятника (декартовы координаты) определяется выражениями

$$y_1 = q_1 - \sin q_2 l,$$

$$y_2 = \cos q_2 l$$

Синтезирована система управления механизмом при движении маятника по прямой (рис. 2)

$$S: \cos \alpha y_1 + \sin \alpha y_2 + \psi_0 = 0,$$

где $\alpha = 0.25$, $\psi_0 = -0.6$.

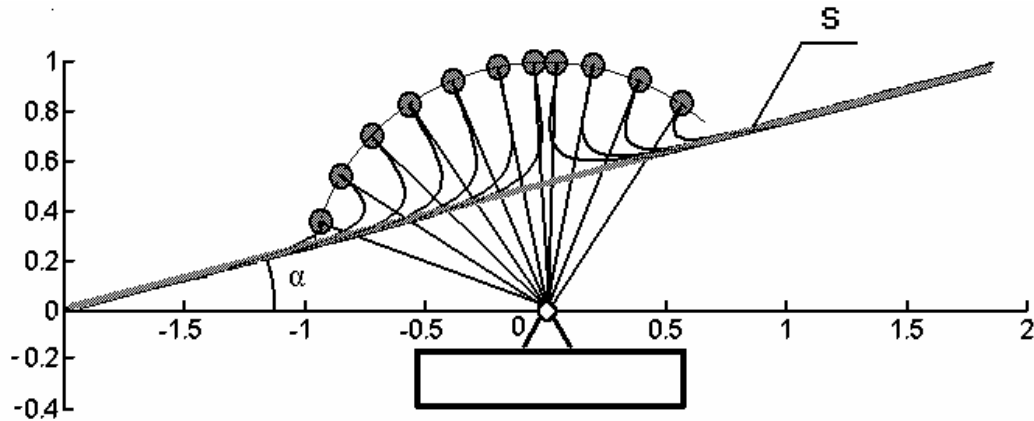


Рис. 2. Прямолинейное движение маятника

Регулятор отклонения (16) принимает вид:

$$P: u_e = -K_{e1}\dot{e} - K_{e2}e,$$

а преобразование (19) –

$$u = \ddot{q}_1 m_1 - g \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} m_2 - f_2 g \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \cos q_2 + \frac{m_2}{\sin \alpha} k_1 \dot{e} + \frac{m_1}{\sin \alpha} k_2 e;$$

где

$$e = -\sin \alpha y_1 + \cos \alpha y_2 + \varphi_0; \quad \dot{e} = -\sin \alpha \dot{y}_1 + \cos \alpha \dot{y}_2$$

Обобщенное продольное возмущение находится по формуле

$$f_s = \left(-l \frac{\sin q_2}{\sin \alpha} \right) \left(\frac{1}{l \cos q_2} \ddot{q}_1 + \dot{q}_2 \frac{\sin q_2}{\cos q_2} - \frac{f_2}{l m_2} \frac{\sin q_2}{\cos q_2} \right).$$

Результаты моделирования системы для различных начальных положений маятника приведены на рис. 2 и показывают хорошую сходимость траекторий движения к заданной прямой, т.е. асимптотическую устойчивость траекторного движения.

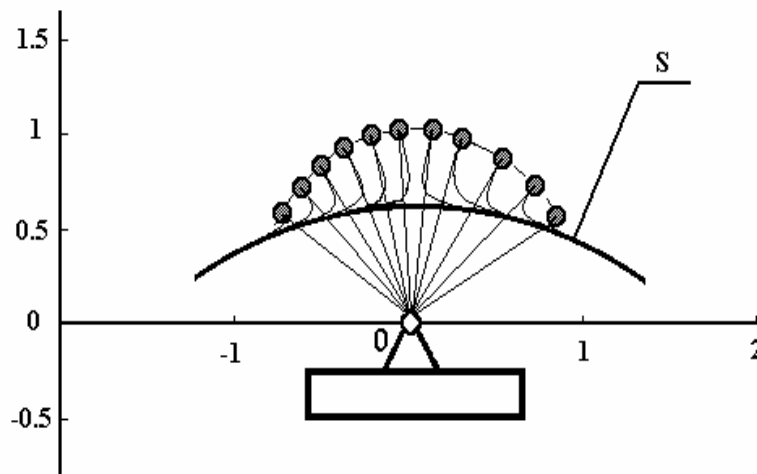


Рис. 3. Круговое движение маятника

Синтезирована система управления механизмом при движении маятника по отрезку окружности (рис. 3):

$$S: R^2 - \Delta y_1^2 - \Delta y_2^2 = 0,$$

где $\Delta y_1 = y_1 - y_1^0$, $\Delta y_2 = y_2 - y_2^0$, y_1^0, y_2^0 – координаты центра окружности, $R = 2.6$.

Регулятор отклонения (16) принимает вид

$$P: u_e = \xi(\dot{s})^2 - K_{e1}\dot{e} - K_{e2}e, \quad ,$$

где кривизна S определяется как $\xi = \frac{1}{R}$;

$$e = \frac{1}{2R}(R^2 - \Delta y_1^2 - \Delta y_2^2); \quad \dot{e} = \frac{1}{R}(-\Delta y_1\dot{y}_1 - \Delta y_2\dot{y}_2);$$

$$\dot{s} = \frac{1}{R}(-\Delta y_2\dot{y}_1 - \Delta y_1\dot{y}_2);$$

преобразование (19) –

$$u = f_2 \sin q_2 \left(1 - \frac{m_1}{m_2}\right) + \ddot{q}_1 m_1 + \dot{q}_2^2 \sin q_2 l m_1 - \frac{\Delta y_1}{R} u_e.$$

Обобщенное продольное возмущение находится по формуле:

$$f_s = \frac{R}{\Delta y_1} \left(-l \sin q_2\right) \left(\frac{\ddot{q}_1}{l \cos q_2} + \dot{q}_2^2 \frac{\sin q_2}{\cos q_2} - \frac{f_2}{l m_2} \frac{\sin q_2}{\cos q_2}\right).$$

Результаты моделирования системы для различных начальных положений маятника, приведенные на рис. 3, показывают хорошую сходимость траекторий к отрезку окружности и асимптотическую устойчивость системы.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (Грант 99-01-00761) и Комплексной программы 19 Президиума РАН (2001, раздел 1.4)

Литература

1. Зенкевич С.Л., Ющенко А.С. Управление роботами. Основы управления манипуляционными роботами. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000.
2. Бурдаков С.Ф., Мирошник И.В., Стельмаков Р.Э. Системы управления движением колесных роботов. СПб: Наука, 2001.
3. Воротников В.И. Задачи и методы исследования устойчивости и стабилизации движения по отношению к части переменных: направления исследования, результаты, особенности // Автоматика и телемеханика. 1993. № 3.
4. Мирошник И.В., Никифоров В.О., Шиегин В.В. Управление движением кинематически избыточных манипуляционных роботов // Изв. РАН: Теория и системы управления. 2001. №1.
5. Мирошник И.В., Фрадков А.Л., Никифоров В.О. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб: Наука, 2000.
6. Espiau B., Canudas de Wit C., Urrea C. Orbital Stabilization of underactuated mechanical systems, 15 IFAC World Congress. Barselona, 2002
7. Isidori A. Nonlinear control systems. 3d edition. NY: Springer-Verlag, 1995.
8. Miroshnik I.V. Attractors and partial stability of nonlinear dynamical systems. // 5th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems (NOLCOS'01). Preprints. Vol. 3. St. Petersburg, 2001, pp. 848-853.
9. Miroshnik I.V. and V.O. Nikiforov. Trajectory motion control and coordination of multilink robots. Prepr. 13th IFAC World Congress, San-Francisco, vol.A, pp.361-366. (1996).
10. Murray R.M., Zexiang I.L. and Sastry S.S.A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation. Boca Raton: CRC Press, 1993.

УПРАВЛЕНИЕ БЕСКОНТАКТНЫМ ДВИГАТЕЛЕМ С БОЛЬШИМ ОСТАТОЧНЫМ МОМЕНТОМ

И.Е. Гутнер, В.О. Никифоров, М.С. Чежин, А.С. Шапошников

Исследуется эффект пульсации вращающего момента в бесконтактном двигателе постоянного тока. На основе анализа экспериментальных данных представляется модель процессов пульсации. Предлагается новый метод подавления пульсаций вращающего момента, основанный на использовании так называемой "разгрузочной таблицы". Предлагаемый метод является алгоритмическим и не требует модификации конструкции двигателя, а также существенного усложнения алгоритма управления.

1. Введение

В современных электроприводах различного назначения широко применяются бесконтактные двигатели [1–4]. Популярность таких двигателей объясняется большим вращающим моментом, линейностью характеристик, а также высокой надежностью (последнее связано с отсутствием скользящих контактов). Одним из направлений развития двигателей указанного типа является улучшение их удельных характеристик и, в частности, повышение вращающего момента при одновременной минимизации массы и размеров двигателя. Однако, как показали экспериментальные исследования, последнее приводит к возникновению существенного остаточного (реактивного) момента, что, в свою очередь, вызывает пульсации вращающего момента и существенно понижает точность замкнутого электропривода.

Эффект пульсации вращающего момента в бесконтактных двигателях исследуется в работах [5, 6]. Предложенные методы подавления пульсаций предполагают либо модификацию конструкции двигателя (что, в итоге, приводит к ее существенному усложнению), либо к использованию специальных (и достаточно сложных) методов адаптивного или робастного управления [6]. Однако быстрое развитие микропроцессорной техники (повышение быстродействия процессоров, существенное увеличение объема оперативной и постоянной памяти) позволяет найти достаточно простые решения рассматриваемой проблемы, не приводящие ни к усложнению конструкции двигателя, ни к существенному усложнению алгоритма управления.

В настоящей статье предлагается новый метод подавления пульсаций вращающего момента бесконтактного двигателя, основанный на использовании так называемой "разгрузочной таблицы". Суть метода состоит в предварительном итеративном определении остаточного момента в функции от угла поворота, в последующей записи этой функции в постоянное запоминающее устройство управляющего микроконтроллера в виде таблицы данных ("разгрузочной таблицы") и в считывании данных из разгрузочной таблицы в ходе рабочего функционирования электропривода. Эффективность предложенного метода подтверждена экспериментальными испытаниями, проведенными в ЦНИИ "Электроприбор".

2. Аппаратный состав привода

Исследуемый электропривод выполнен по безредукторной схеме на базе бесконтактного двигателя, обладающего следующими номинальными характеристиками: вращающий момент – 1 Нм, угловая скорость вращения – 100 об/мин, напряжение питания – 27 В, мощность – 10 Вт. Двигатель представляет собой трехфазную синхронную электрическую машину, на одном валу с которой установлен датчик положения, реализованный на вращающемся трансформаторе (см. рис. 1). Ротор двигателя выполнен из магнитомягкого материала с зубцами на цилиндрической поверхности, обращенной к статору. На статоре расположены три обмотки якоря, соединенные звездой. Напряжения обмоток статора рассчитываются

координатным преобразователем в функции от угла поворота φ и сдвинуты относительно друг друга на 120° . Сигналом управления u является амплитуда фазовых напряжений. Координатный преобразователь, регулятор положения, ШИМ и АЦП токовых обратных связей реализуются на базе микропроцессора Siemens C167. Электропривод также снабжен ключевым усилителем мощности, датчиками фазных токов и аналого-цифровым преобразователем, оцифровывающими сигналы ВТ.

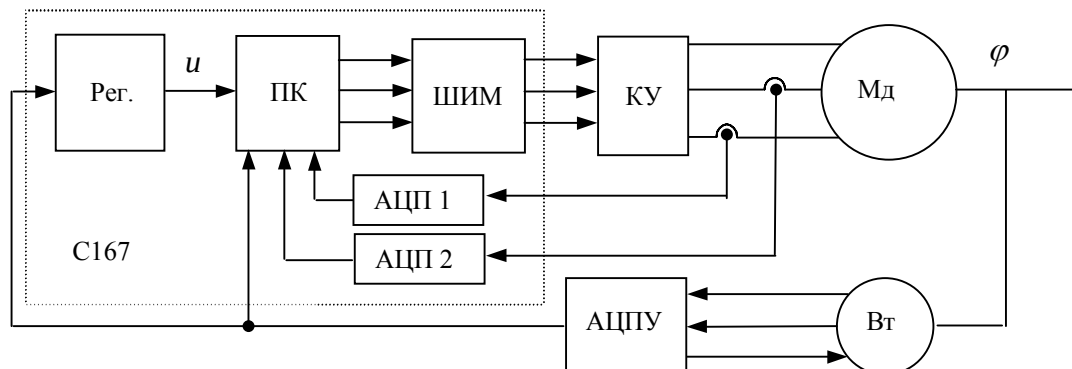


Рис. 1. Структурная схема исследуемого электропривода:
Рег. – регулятор положения, ПК – преобразователь координат, ШИМ – широтно-импульсный модулятор, КУ – ключевое усилительное устройство, Мд – двигатель, Вт – вращающийся трансформатор, АЦП – аналого-цифровой преобразователь, АЦПУ – аналого-цифровой преобразователь угла, φ – угол поворота вала, u – сигнал управления

Как показано в работе [6], при вполне естественном допущении о идентичности фазных обмоток процесс преобразования управляющего сигнала u в угол поворота выходного вала φ будет описываться математической моделью, эквивалентной математической модели двигателя постоянного тока.

3. Модель остаточного момента

Для исследования свойств двигателя были сняты переходные процессы по скорости вращения выходного вала при подаче постоянного входного напряжения (электропривод при этом не был замкнут обратной связью по положению). Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы:

1) наблюдаются существенные пульсации скорости вращения выходного вала; при этом усредненный переходной процесс в первом приближении может быть описан аperiодическим звеном первого порядка (см. рис. 2);

2) пульсации скорости вращения носят периодический, повторяющийся характер и "жестко привязаны" к угловому положению выходного вала; этот вывод иллюстрируется рис. 3, где представлены графики скорости вращения в зависимости от углового положения при нескольких проходах (оборотах) выходного вала.

На основе экспериментальных результатов математическая модель исследуемого двигателя в первом приближении может быть описана уравнениями вида

$$\varphi = \frac{K}{p(Tp + 1)}(u + M(\varphi)), \quad (1)$$

где K и T – коэффициент передачи и постоянная времени модели усредненного переходного процесса по скорости; $M(\varphi)$ – остаточный момент, рассматриваемый в качестве функции угла поворота; $p = d/dt$ – оператор дифференцирования.

Для определения вида функции $M(\varphi)$ рассмотрим рис. 4, где внизу представлена развертка явнополюсного ротора, а наверху – диаграмма распределения остаточного момента. При этом в принятой системе обозначений положительное значение момента

вызывает вращение ротора влево, а отрицательно – вправо. Очевидно, что на одном обороте возникают точки устойчивого (на рисунке обозначены черными кружочками) и неустойчивого (белые кружочки) равновесия.

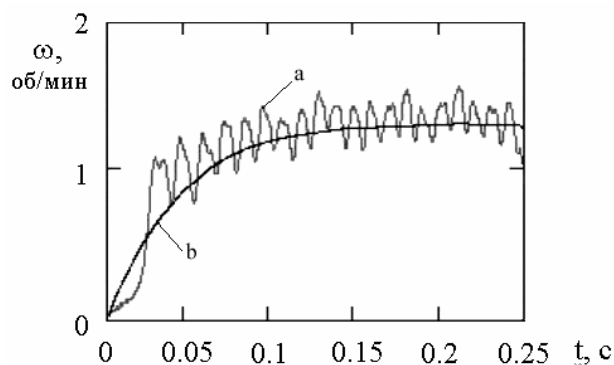


Рис. 2. Переходной процесс по скорости вращения в незамкнутой системе:
а) реальный процесс; б) усредненный процесс

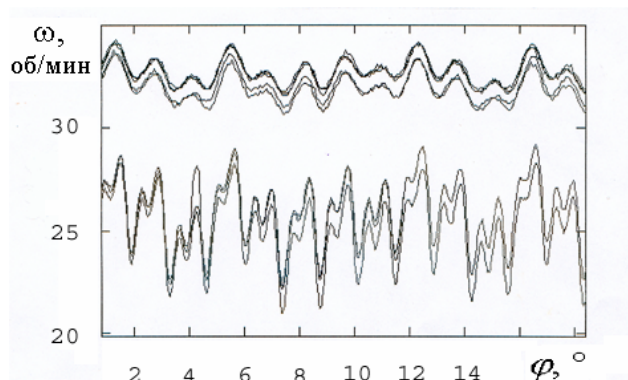


Рис. 3. Пульсации скорости вращения в незамкнутой системе при многократных проходах: сверху – $u=10$ В; внизу – $u=6$ В

Тогда остаточный момент $M(\varphi)$ с известной степенью точности может быть представлен в виде гармонической функции:

$$M(\varphi) = A \sin(\sin lN\varphi + \psi), \quad (2)$$

где N – число пар полюсов двигателя, а коэффициент кратности l и константы A и ψ зависят от конструкции двигателя. В ходе обработки экспериментальных данных было установлено, что для двигателя МД–1.0 $l = 3$.

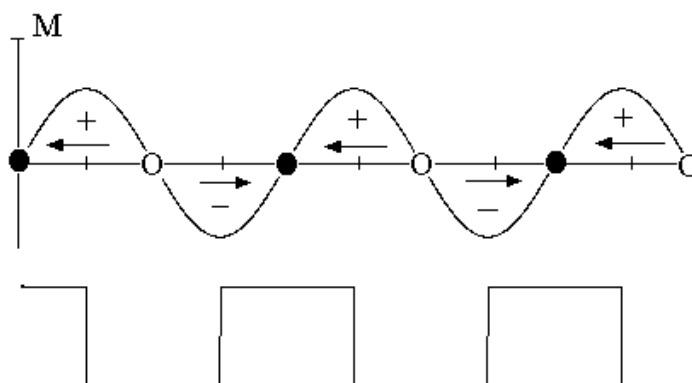


Рис. 4. Механизм возникновения остаточного момента

Для проверки принятой модели остаточного момента был снят график ошибки позиционирования e при отработке на медленной скорости линейно нарастающего задания по углу поворота (при этом привод был замкнут пропорциональным регулятором положения) – см. рис. 5, а. Этот же процесс был промоделирован на основе уравнений (1) и (2) – рис. 5, б. Из анализа полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1) принятая модель процессов пульсации вращающего момента в целом правильно отражает характер протекающих процессов (что находит свое подтверждение в одинаковом характере кривых на рис.5.а и рис.5.б);

2) зависимость $M(\varphi)$, имеющая место в реальной системе, характеризуется более сложной формой по сравнению с гармонической функцией (2); поэтому для точной компенсации остаточного момента требуется его экспериментальное определение.

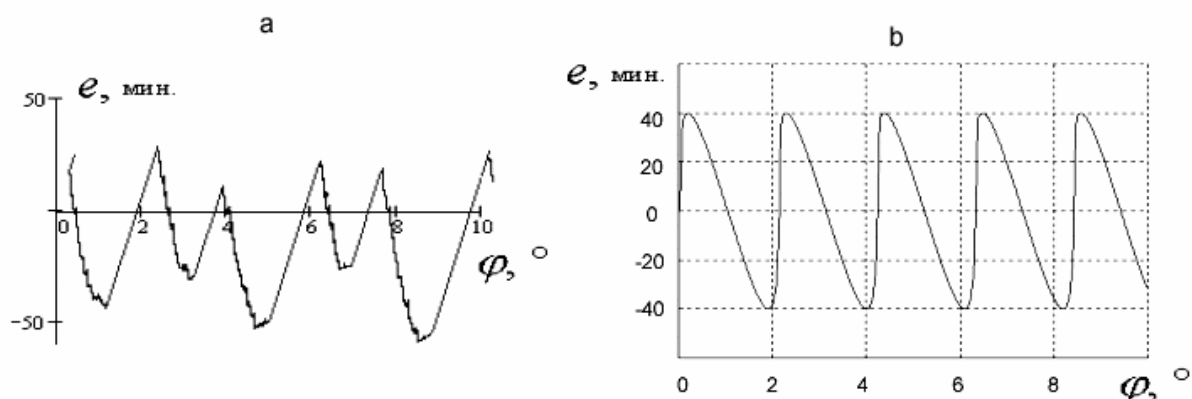


Рис. 5. Ошибка позиционирования e при медленном движении:
а) экспериментальные данные; б) результаты моделирования

4. Методика определения остаточного момента

Очевидно, что в состоянии равновесия сумма моментов, действующих на ротор двигателя, равна нулю, т.е. $M + M_u = 0$, M_u – момент, развиваемый двигателем. При использовании П-регулятора в состоянии равновесия имеем $M_u = -ke$, где k – коэффициент пропорциональности, $e = \varphi - \varphi^*$ – ошибка стабилизации, а φ^* – заданное значение угла поворота. Таким образом, в состоянии равновесия

$$M = ke. \quad (3)$$

Формула (3) может быть использована для определения величины остаточного момента в текущей точке угла поворота φ по значению ошибки стабилизации e .

Методика определения остаточного момента в секторе углов поворота от $\varphi_{\min}$ до $\varphi_{\max}$ представляет собой итеративную процедуру, состоящую из следующих шагов.

Шаг 1. Электропривод замыкается П-регулятором $u = -k_e e$. В качестве сигнала задания подается малое приращение угла поворота (например, 1 дискрета), и после завершения переходного процесса производится измерение ошибки стабилизации e . Потом опять подается малое приращение угла поворота, и после завершения переходного процесса опять производится измерение ошибки стабилизации e . Такая процедура повторяется до тех пор, пока ротор двигателя с малым шагом не проделает весь сектор от $\varphi_{\min}$ до $\varphi_{\max}$ (в частном случае этот сектор может быть равен полному обороту). В результате строится зависимость $e = e(\varphi)$, а по формуле (3) восстанавливается зависимость остаточного момента от угла поворота двигателя:

$$\hat{M}_1 = \hat{M}_1(\varphi) = ke(\varphi). \quad (4)$$

Чтобы подчеркнуть тот факт, что данная зависимость является только оценкой остаточного момента, используется значок $\hat{}$; нижний индекс 1 указывает на то, что данная оценка получена после первого прохода (т.е. на первом шаге итеративной процедуры). Особо отметим, что использование формулы (4) позволяет рассчитать оценку остаточного момента только для некоторых фиксированных значений угла поворота, которые, в общем случае, могут даже неравномерно располагаться внутри интересующего сектора. Последнее объясняется наличием неустойчивых точек равновесия, в которых П-регулятор обеспечивает стабилизацию с большой ошибкой. Поэтому для получения непрерывной зависимости $\hat{M}_1(\varphi)$ необходимо использовать специальные методы интерполяции экспериментальных данных. Программная реализация процедуры интерполяции была осуществлена в среде пакета MathCAD. Полученную зависимость $\hat{M}_1(\varphi)$ будем называть разгрузочной таблицей.

Шаг 2. В силу ряда причин – погрешностей измерений, невозможности застabilизироваться в каждой точке угла поворота (что вызывает необходимость в интерполяции данных) и т.п. – оценка $\hat{M}_1$ только приближенно воспроизводит действительную зависимость остаточного момента от угла поворота. Для ее уточнения повторим процедуру шага 1 с той разницей, что в качестве закона управления будем использовать П-регулятор с таблицей разгрузки, полученной на первом шаге:

$$u = -k_1 e - \hat{M}_1(\varphi).$$

После прохода заданного сектора на основе снятой зависимости $e = e(\varphi)$ по формуле (3) получим зависимость некомпенсированного остаточного момента $\Delta\hat{M}_2(\varphi)$, а скорректированную разгрузочную таблицу сформируем по правилу:

$$\hat{M}_2(\varphi) = \hat{M}_1(\varphi) + \Delta\hat{M}_2.$$

Шаг i ($i \geq 3$). Для дальнейшего уточнения разгрузочной таблицы повторяется процедура шага 2. При этом на i -м шаге используется закон управления

$$u = -k_1 e - \hat{M}_{i-1}(\varphi),$$

а в ходе проведения измерений и вычислений строится таблица некомпенсированного остаточного момента $\Delta\hat{M}_i(\varphi)$. При этом скорректированная разгрузочная таблица формируется по правилу:

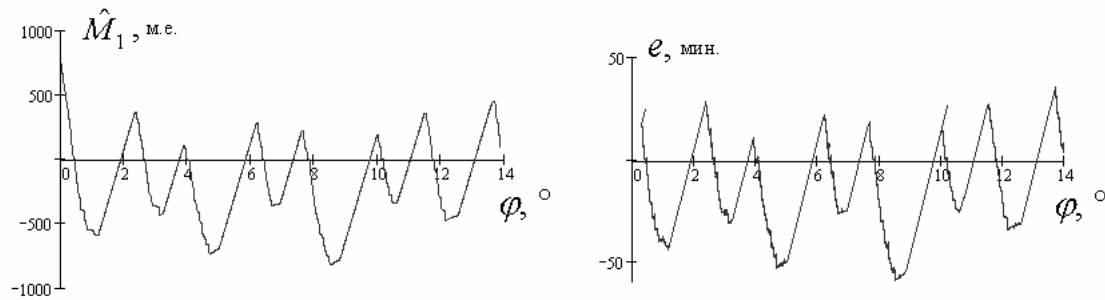
$$\hat{M}_i(\varphi) = \hat{M}_{i-1}(\varphi) + \Delta\hat{M}_i.$$

Процедура уточнения разгрузочной таблицы продолжается до тех пор, пока использование новых, скорректированных данных приводит к заметному повышению точности замкнутой системы. Эксперименты с двигателем МД–1.0 показали достаточность 3–4 шагов для получения хорошей оценки $M(\varphi)$ (см. рис. 6). Окончательные данные в виде таблицы встраиваются в ассемблерную программу управляющего микроконтроллера и используются для корректировки величины сигнала управления в зависимости от текущего значения угла поворота φ .

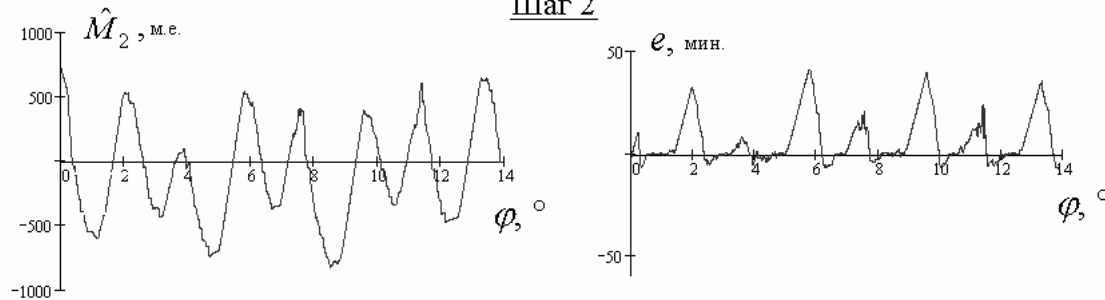
Для двигателя МД–1.0 использование разгрузочной таблицы позволило снизить интегральную ошибку позиционирования и слежения почти в 20 раз (см. рис. 7, графики ошибки стабилизации).

В завершение отметим, что в ходе работ, проведенных на ЦНИИ "Электроприбор", был разработан программный комплекс, автоматизирующий процедуру итеративной оценки $M(\varphi)$ и записи полученных данных в ассемблерную программу управляющего микроконтроллера.

Шаг 1



Шаг 2



Шаг 3

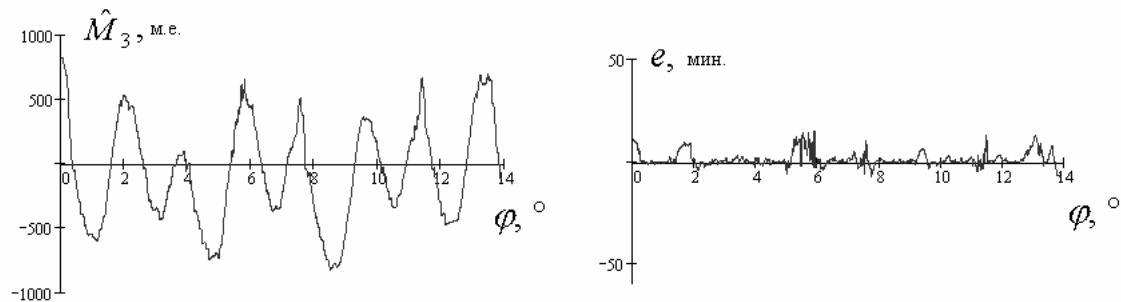


Рис. 6. Итеративная процедура построения разгрузочной таблицы: левый столбец – оценка $\hat{M}_i(\varphi)$; правый столбец – ошибка стабилизации $e(\varphi)$, обеспечиваемая алгоритмом (5).

Литература

1. Овчинников И.Е., Лебедев Н.И. Бесконтактные двигатели постоянного тока. Л.: Наука, 1979.
2. Управляемые бесконтактные двигатели постоянного тока. / Н.П. Адволоткин, В.Т. Гращенков, Н.И. Лебедев и др. Л.: Энергоатомиздат, 1984.
3. Голландцев Ю.А., Овчинников И.Е. Исследование вентильных двигателей. Л.: ЛИАП, 1982.
4. Беляев А.Н., Демидов С.В., Рыдов В.А. Следящий электропривод мехатронных поворотных столов // Электропривод с цифровым и цифроаналоговым управлением / Под. ред. А.Е. Козярука. СПб: ЛДНТП, 1992. С.8–12.
5. Дроздов В.Н., Никифоров В.О., Волков М.А. Математическая модель мехатронного поворотного стола // Электричество. 1997. №2. С. 46–49.
6. Никифоров В.О. Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений. Дисс. на соискание ученой степени д.т.н. СПб: СПбГИТМО (ТУ), 2001.

УПРАВЛЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ В ДИНАМИЧЕСКОЙ ВНЕШНЕЙ СРЕДЕ

К.А. Сергеев

В работе рассматриваются аспекты управления траекторным движением механических систем относительно движущихся внешних объектов. Предложен алгоритм управления, обеспечивающий стабилизацию робота относительно динамической траектории, заданной в системе координат внешнего объекта.

Введение

Современные задачи траекторного управления движением механических систем связаны со стабилизацией динамической системы относительно кривой или поверхности. Такие задачи решаются с помощью нелинейных алгоритмов управления, основанных на дифференциально-геометрических методах теории многосвязных систем. Большинство работ, посвященных траекторному управлению, решаются в стационарных условиях, т.е. осуществляется стабилизация относительно стационарной кривой (поверхности) [1–3].

В настоящее время перед разработчиками систем управления механическими системами, таких как мобильные и манипуляционные роботы различной конструкции, возникают более сложные задачи, связанные с учетом внешней среды [3–5]. Эта среда имеет различную природу и характер. Внешняя среда может иметь стационарный и динамический характер. Характерным примером стационарной внешней среды могут служить неподвижные объекты или механизмы, которые накладывают ограничение на движение управляемой системы, например, движение манипуляционного робота в ограниченном пространстве. Динамической среде свойственно наличие движущихся механических объектов или людей. Такие задачи возникают, например, при организации движения автомобилей по трассе в потоке автотранспорта [6].

В работе рассматривается задача управления траекторным движением механических систем, представленных в виде твердых тел, в условиях, когда траектория задана в системе координат внешнего объекта, и предложена довольно простая стратегия управления, представленная ПИД-регуляторами. Для демонстрации работоспособности предложенного алгоритма управления приведен пример с результатами моделирования, иллюстрирующий возможности синтезируемой системы.

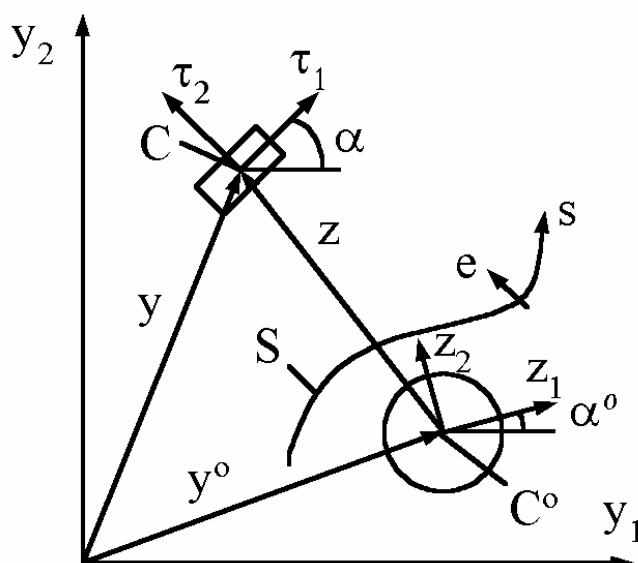


Рис. 1. Механическая система и внешний объект

Модели механической системы и внешнего объекта

Рассмотрим механическую систему и внешний объект в виде твердых тел. Положение этих объектов описывается в абсолютной декартовой системе парами $y, T(\alpha)$ и $y^\circ, T(\alpha^\circ)$, где $y \in R^2, y^\circ \in R^2$ – вектора декартовых координат основной точки механической системы C (центр масс) и внешнего объекта C° (см. рис. 1); α, α° – ориентация механической системы и движущегося внешнего объекта в абсолютной системе координат, соответственно; $T(\alpha), T(\alpha^\circ)$ – ортогональные матрицы (матрицы вращения).

Матрицы $T(\alpha), T(\alpha^\circ)$ имеют следующий вид

$$T(\alpha) = \begin{vmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{vmatrix}, \quad T(\alpha^\circ) = \begin{vmatrix} \cos(\alpha^\circ) & \sin(\alpha^\circ) \\ -\sin(\alpha^\circ) & \cos(\alpha^\circ) \end{vmatrix}.$$

Движение механической системы и внешнего объекта можно описать уравнениями

$$\dot{y} = V, \quad m\dot{V} = T^T(\alpha)u_y, \quad \dot{\alpha} = \omega, \quad J\dot{\omega} = u_\alpha, \quad (1)$$

$$\dot{y}^\circ = V^\circ, \quad m^\circ\dot{V}^\circ = 0, \quad \dot{\alpha}^\circ = \omega^\circ, \quad J^\circ\dot{\omega}^\circ = 0, \quad (2)$$

где $m, J; m^\circ, J^\circ$ – массо-инерционные параметры объекта управления и движущегося внешнего объекта соответственно.

Относительное положение механической системы, которое описывается в подвижной системе координат $z = T(\alpha^\circ)(y - y^\circ)$ (см. рис. 1), выражается в следующем виде:

$$z = T(\alpha^\circ)(y - y^\circ), \quad \dot{z} = T(\alpha^\circ)(\dot{y} - \dot{y}^\circ).$$

Соответствующие скоростные переменные определяются как

$$\dot{z} = \omega^\circ E z + T(\alpha^\circ)(\dot{y} - \dot{y}^\circ), \quad (3)$$

$$z = T(\alpha^\circ)(y - y^\circ), \quad (4)$$

где $E = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}$.

Требуемое поведение механической системы определяется границей внешнего объекта (отрезками гладких кривых). Описание траектории движения робота в подвижной системе координат выражается в виде

$$\varphi(z) = 0, \quad (5)$$

и соответствующая локальная координата (длина пути) имеет вид

$$s_z = \psi(z), \quad (6)$$

где $\varphi(z), \psi(z)$ – гладкие функции. Тогда в малой окрестности $z \in S$ (см. рис. 1) матрица Якоби соответствует подвижному базису Френе и описывается следующим образом:

$$T(\alpha_z^*) = \begin{vmatrix} \partial\psi/\partial z \\ \partial\varphi/\partial z \end{vmatrix}.$$

Ориентация платформы в относительной системе координат определяется соотношением

$$z = T(\alpha^\circ)(y - y^\circ),$$

где $z = T(\alpha^\circ)(y - y^\circ)$ – требуемая ориентация механической системы относительно движущегося внешнего объекта.

Введем в рассмотрение ортогональную и угловую ошибки, которые определяются выражениями

$$e_z = \varphi(z), \quad (7)$$

$$z = T(\alpha^\circ)(y - y^\circ). \quad (8)$$

Таким образом, можно сформулировать задачу управления траекторным движением. Необходимо найти такие управляющие воздействия u_y, u_α , которые обеспечивают:

1. стабилизацию движения механической системы относительно движущегося внешнего объекта, т.е. устранение ортогонального отклонения;
2. стабилизацию желаемой ориентации управляемого твердого тела по отношению к границе внешнего объекта, т.е. устранение угловой ошибки;
3. поддержание желаемого режима продольного движения $s_z = s_z^*(t)$ или устранения скоростной ошибки $s_z = s_z^*(t)$.

Синтез алгоритма управления

Процедура синтеза состоит из следующих этапов: переход от основной к задачно-ориентированной модели, нахождение локальных регуляторов и переход к сило-моментным управляющим воздействиям.

Прежде всего найдем скоростные соотношения. Продифференцируем выражения (6), (7) и найдем

$$\begin{vmatrix} \dot{s}_z \\ \dot{e}_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \partial \Psi / \partial z \\ \partial \Phi / \partial z \end{vmatrix} \dot{z} = T^T(\alpha_\alpha^*) \dot{z}. \quad (9)$$

Учитывая уравнение (3), получаем

$$\begin{vmatrix} \dot{s}_z \\ \dot{e}_z \end{vmatrix} = T^T(\alpha_\alpha^*)(\omega^\circ E z + T(\alpha^\circ)(V - V^\circ)). \quad (10)$$

Таким же образом, дифференцируя выражение (8), получим

$$\dot{\delta} = \omega_z - \rho \dot{s} = \omega - \omega^\circ - \rho \dot{s}, \quad (11)$$

где $\dot{\delta} = \omega_z - \rho \dot{s} = \omega - \omega^\circ - \rho \dot{s}$ – кривизна кривой.

Для того, чтобы найти задачно-ориентированную модель, необходимо продифференцировать по времени уравнения (10), (11). Принимая во внимание соотношения (1), (2) и (9), получим

$$\begin{vmatrix} \ddot{s}_z \\ \ddot{e}_z \end{vmatrix} - (\rho \dot{s} + 2\omega^\circ) E \begin{vmatrix} \dot{s}_z \\ \dot{e}_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u_s \\ u_e \end{vmatrix}, \quad (12)$$

$$\ddot{\delta} + \rho \dot{s}_z^2 + \rho \ddot{s}_z = u_\delta, \quad (13)$$

где $\begin{vmatrix} u_s \\ u_e \end{vmatrix} = T(\alpha_\alpha^*)(\omega^\circ)^2 z + \frac{1}{m} T(\Delta \alpha) u_y$, $u_\delta = \frac{1}{J} u_\alpha$ – задачно-ориентированные управления.

Следовательно, для решения задач 1), 2) выбираем регуляторы вида

$$u_s = K_s \Delta \dot{s}_z, \quad (14)$$

$$u_e = K_{e1} e + K_{e2} \dot{e} + K_{e3} \int e dt, \quad (15)$$

$$u_\delta = K_{\delta1} e + K_{\delta2} \dot{e} + K_{\delta3} \int e dt, \quad (16)$$

где $K_s, K_{e1}, K_{e2}, K_{e3}$ ищутся из условия устранения скоростной ошибки и асимптотического выполнения уравнения (5), $K_{\delta1}, K_{\delta2}, K_{\delta3}$ выбираются из условия устойчивости системы (13).

Тогда сило-моментные воздействия находятся в виде

$$u_y = m T^T(\Delta \alpha) \left(\begin{vmatrix} u_s \\ u_e \end{vmatrix} - T(\alpha_\alpha^*)(\omega^\circ)^2 z \right), \quad (17)$$

$$u_\alpha = J u_\delta. \quad (18)$$

Таким образом, основной алгоритм управления выражается уравнениями (17), (18) и локальными регуляторами (14)–(16). Для реализации данной стратегии управления необходимо использовать результаты измерений скоростной, ортогональной и угловой ошибок.

Пример

Рассмотрим задачу управления плоским движением механической системы относительно поступательного движения окружности с нулевой относительной ориентацией ($\Delta\alpha = 0$). Движение механической системы и внешнего объекта описываются уравнениями (1), (2), где $\alpha^\circ \equiv 0$. Желаемое поведение механической системы описывается отрезком окружности, заданной в подвижной системе координат, в виде

$$\psi(z) = \frac{1}{2R}(R^2 - \Delta z_1^2 - \Delta z_2^2), \quad \varphi(z) = R \arctg \frac{\Delta z_2}{\Delta z_1},$$

где $\Delta z_1 = z_1 - \xi_1, \Delta z_2 = z_2 - \xi_2$.

Тогда задачно-ориентированная модель системы принимает вид

$$\begin{vmatrix} \ddot{s}_z \\ \ddot{e}_z \end{vmatrix} - \frac{1}{R} \dot{s} E \begin{vmatrix} \dot{s}_z \\ \dot{e}_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u_s \\ u_e \end{vmatrix}, \quad \ddot{\delta} + \frac{1}{R} \dot{s}_z = u_\delta.$$

Локальные алгоритмы управления выбираются в виде

$$u_s = K_s \Delta \dot{s}, \quad u_e = K_{e1} e + K_{e2} \dot{e} + K_{e3} \int e dt,$$

$$u_\delta = K_{\delta1} \delta + K_{\delta2} \dot{\delta} + K_{\delta3} \int \delta dt.$$

Тогда сило-моментные воздействия находятся в виде

$$u_y = m \begin{vmatrix} u_s \\ u_e \end{vmatrix}, \quad u_\alpha = J u_\delta.$$

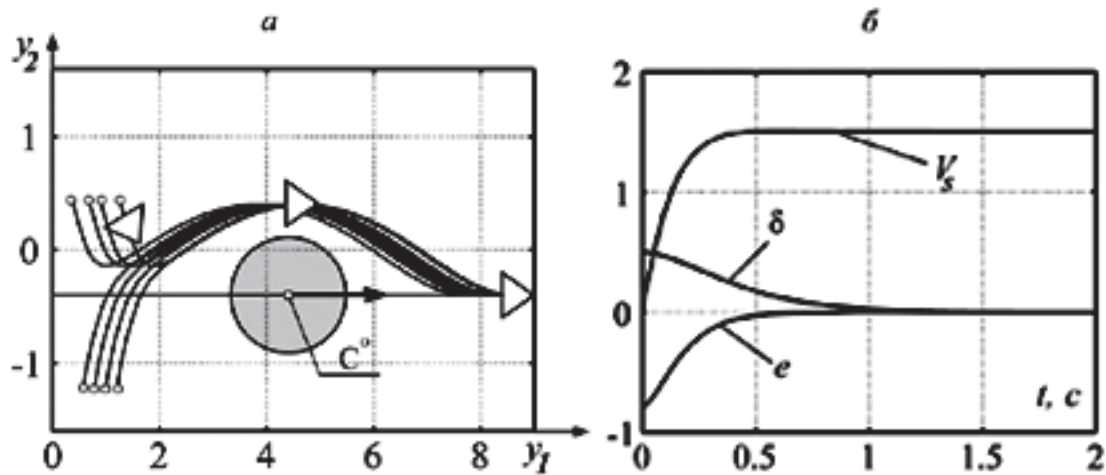


Рис. 2. Движение механической системы относительно окружности и переходные процессы

На рис. 2 представлены результаты моделирования механической системы с коэффициентами $K_s = 20$, $K_{e1} = 400$, $K_{e2} = 40$, $K_{e3} = 0.05$, $K_{\delta1} = 100$, $K_{\delta2} = 20$ и $K_{\delta3} = 0.01$. Внешний объект представлен окружностью радиуса $R = 0.4$ м. и движется со скоростью $V^\circ(0) = (1.3, 0)$ м/с. На рис. 2, а показаны траектории движения механической системы с эталонной скоростью $\dot{s}_z^* = (1.5, 0)$ м/с и нулевой относительной ориентацией $\Delta\alpha = 0$. Движение из начальных положений позволяет оценить

динамические показатели качества. Переходные процессы ортогональной и угловой ошибок $e(t)$, $\delta(t)$ и продольной скорости $\dot{s}(t)$ для движения механической системы из точки $(-0.5, -0.3)$ представлены на рис. 2, б. Результаты моделирования показывают сходимость траекторий движения управляемого твердого тела к заданной кривой и устойчивое движение по ней, а также асимптотическое устранение ортогональной и угловой ошибок и апериодический характер переходного процесса продольной скорости.

Заключение

В работе была предложена стратегия управления движением механических систем с заданной ориентацией в динамической внешней среде. Было показано, каким образом привести модель механической системы к относительной системе координат, затем преобразовать к задачно-ориентированной (траекторной) модели и решить задачи сило-моментного управления. При синтезе сило-моментных воздействий были применены дифференциально-геометрические методы нелинейной теории управления. Приведенный пример и результаты моделирования иллюстрируют работоспособность синтезированных управляющих воздействий и достижение заданных целей управления.

Литература

1. Мирошник И.В., Фрадков А.Л., Никифоров В.О. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000.
2. Тертычный В.Ю. Синтез управляемых механических систем. СПб.: Политехника, 1993.
3. Бурдаков С.Ф., Мирошник И.В., Стельмаков Р.Э. Системы управления движением колесных роботов. СПб.: Наука, 2001.
4. Miroshnik I.V. and Sergeev K.A. Nonlinear control of robot spatial motion in dynamic environments // Int. IEEE conf. on Advanced Intel. Mechatronics (AIM'01). Como, 2001, Vol. 2. P. 1303–1306.
5. Вукобратович М., Стокич Д. Управление манипуляционными роботами. М.: Наука, 1985.
6. Sergeev K.A. Vehicle Planar Motion Control In Mobile Environment // Pre-prints of 8th International of Student Olympiad on Automatic Control (Baltic Olympiad), St-Petersburg, 2000. P. 90–93.

**КАК ЭТО БЫЛО: ИСТОРИЯ ИЗОБРЕТЕНИЯ
МАГНИТОРЕЗОНАНСНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ****В.А. Иванов**

Принципы построения магниторезонансных (МР) изображений, положенные в основу МР–томографов, разработаны в России в 1959– 960 гг. [1]. Эти разработки были изложены в виде четырех заявок на изобретения. Две из них основаны на использовании уже известного к тому времени (Блох, Парсел) явления ядерного магнитного резонанса (ЯМР) для целей изображений сечений различных медико-биологических объектов. На первую из них, "Свободно прецессионный протонный микроскоп", посланную в конце 1959 г., испрашивался патент. Однако патентное ведомство страны предупредило меня как возможного патентовладельца об обложении крупным ежемесячным налогом. Я был вынужден отказаться от дальнейшей переписки. В схеме устройства ([1], рис. 1, стр. 8) предлагалась схема получения МР-изображения с постоянным градиентом поля прецессии (рис. 1б).

Наибольший интерес с точки зрения обсуждаемой темы и установления приоритета представляет вторая из заявок, № 659411/26, зарегистрированная в Государственном комитете СССР по делам изобретений и открытий 21.03.60. По материалам этой заявки было выдано авторское свидетельство^{*)} СССР № 1112266 с сохранением даты приоритета. Соответствующая публикация сделана в бюллетене "Открытия, изобретения", 1984, № 33. Схема устройства приведена в [1], рис. 3. В заявке № 673786 от 18.07.60 предлагалось "Устройство для определения скорости крови", основанное на ЯМР, в заявке № 673875 от 27.07.60 – "Способ определения скорости движения жидкостей, газов и некоторых подвижных масс, основанный на сдвиге частот свободной прецессии ядер".

Как следует из описания изобретения № 1112266 и других заявок, в них сформулированы все основные признаки получения МР – изображений.

- Предложен метод (способ) наблюдения внутреннего, невидимого глазом строения тел, основанный на явлении свободной прецессии ядер атомов в неоднородном магнитном поле.
- При использовании данного способа создаются условия, при которых ядра атомов химических элементов тела сами являются источниками электрических сигналов. Эти сигналы являются результатом свободной прецессии ядер в магнитном поле. Причем вначале происходит поляризация ядер в однородном магнитном поле, а потом осуществляется свободная прецессия в неоднородном магнитном поле. Неоднородные поля при этом таковы, что имеют, например, экстремум или постоянный градиент.
- Сигналы, соответствующие каждому из участков исследуемого предмета, отделяются друг от друга и используются для получения изображения. Разделение сигналов осуществляется, например, с помощью частотных фильтров.

^{*)} Патентное законодательство СССР предусматривало в то время выдачу двух документов: свидетельства (certificate) или патента (на усмотрение автора). Полноправным владельцем патента становился автор, владельцем свидетельства – в значительной степени государство.

- Способ безвреден для живых организмов.
- Способ в принципе позволяет получить картину распределения большинства химических элементов в различных участках наблюдаемых предметов.

Предлагаемые положения не соответствовали научной парадигме, сложившейся к тому времени в области наблюдения и регистрации явления ЯМР. А именно, считалось необходимым, чтобы объект (тело), а также магнитное поле прецессии были однородными. Поэтому после рассмотрения в двух институтах физического профиля заявка была отвергнута как нереализуемая.

Между тем к тому времени уже имелись экспериментальные факты в пользу реализуемости заявляемых положений. Были получены ЯМР-сигналы от биологических объектов яблока и картофеля [2], в спектрометрах высокого разрешения уже использовались весьма однородные магнитные потоки малого сечения и конечной длины [3], еще ранее француз Габияр наблюдал сигналы ЯМР в неоднородных полях. Однако эти факты во внимание экспертизой не принимались, и автору ничего не оставалось, как ждать экспериментальных подтверждений реализуемости предложенного метода. Укажем в связи с этим, что до 70-х гг. в СССР не было доступных Фурье-спектрометров.

В 1973 г. П. Лаутербур (США) зафиксировал и разделил сигналы от двух малых образцов воды, находящихся в пробирках диаметром 1 мм в сильно неоднородном магнитном поле с постоянным градиентом. Таким образом, была, по существу, реализована схема с постоянным градиентом поля прецессии.

В 1976 г. Р. Дамадиан (США) методом магнитной фокусировки получил изображение живой мыши. Устройство магнитной фокусировки близко устройству, приведенному на рис. 3 [4]. Отметим, что здесь дополнительно применен известный метод синхронного детектирования, широко используемый в технике поиска экстремума.

После опубликования полученных в США экспериментальных результатов я написал письмо в Госкомитет изобретений и открытий, и мне без промедления было выдано авторское свидетельство № 1112266 с сохранением даты приоритета подачи заявки, а именно 21.03.60. Американских же ученых признают первооткрывателями МР – изображения на Западе, хотя разница в сроках, когда были сформулированы близкие идеи у нас и за рубежом, составляет 13–15 лет. П. Лаутербуру, например, было выдано множество призов, кроме Нобелевской премии^{*)}. Русские достижения обойдены вниманием. Об их факте только упомянуто. Представляется, что Нобелевский приз должен быть поделен между основными участниками разработки, состав которых к настоящему времени прозрачен.

В 1980 г. за рубежом были созданы первые томографы, реализующие метод МР-изображений, и началось "победное" шествие данной техники в большинстве стран мира. Сейчас МР-изображения используются не только в медицине и биологии, но и в технике.

После официального признания Россией своего приоритета в открытии (изобретении) магниторезонансных изображений соответствующая информация появилась в отечественной и зарубежной прессе. Различной направленности СМИ отмечают:

"В марте 1960 г. 24-летнему лейтенанту Иванову, служившему на далекой таежной "точке", явилась идея открытия, которое впоследствии назовут не менее значительным, чем открытие рентгеновских лучей. Оно приведет к созданию магниторезонансного томографа, одного из ярчайших научно-технических достижений

^{*)} Материалы взяты из сборника "Who's Who in Science and Engineering", 4 изд.

века" (Евг. Панов. И ропщет мыслящий тростник. Деловой Мир. 27 сент. – 3 окт. 1996 г.). "Надо предпринять все, чтобы восстановить отечественный приоритет и сделать широко известным имя автора" (С. Константинова "Резонанс". Изобретатель и рационализатор. № 6. 1985 г.). Аналогичного содержания статьи появились в газетах "Правда" от 7 апреля 1988 г. и от 18 апреля 1989 г., "Ленинградская правда" от 9 февраля 1991 г., "Вечерний Ленинград" от 10 января 1991 г., "Российская газета" от 6 ноября 1991 г., "Морская газета" от 18 декабря 1999 г. и других.

В специализированной литературе отмечается: "Впервые способ наблюдения внутреннего строения тел, который базировался на ЯМР, был предложен советским физиком В.А. Ивановым еще в 1960 г." (Экспресс – информация. Новости медицины и медицинской техники. М.: 1983, № 12). Соответствующие ссылки на мой приоритет можно встретить в книгах А.В. Холина "Магниторезонансная томография. Заболевание центральной нервной системы" ("Гиппократ", 2000) и других; в работах В.С. Сизикова – учебнике "Математические методы обработки результатов измерений" ("Политехник", 2001), электронном учебнике "Устойчивые методы обработки результатов измерений", электронном учебном курсе "Теория измерений" (2001); в журналах "Научное приборостроение" (том 10, № 2, 2000), "Оптический журнал" (том 67, № 4, 2000) и других статьях и изобретениях общим числом более 50, а также в биографическом сборнике "Известные русские" (М., 2000).

За рубежом моя биография с указанием факта изобретения (открытия) в 1960 г. магниторезонансного изображения опубликована в справочниках: Маркис (США) "Кто есть кто в мире", 1996 – 2000; "Кто есть кто в науке и технике", 1998, 2000; "Кто есть кто в финансах и промышленности", 1997, 2000. Кроме того, моя биография опубликована в справочнике "500 баронов: Лидеры нового тысячелетия" (издательство "Бароны", США). Указывается, что все публикации биографии рецензированы академическими журналами или специалистами и находятся в библиотеках ведущих университетов (Гарвард, Корнелл, Оксфорд и других), а также библиотеке конгресса США. Я награжден серебряной медалью Кембриджского университета "Выдающиеся ученые XX столетия", избран Американским биографическим институтом Человеком года – 1999.

По-видимому, поставленные вопросы должны находиться в сфере внимания мирового сообщества. Они должны решаться с учетом достижений ученых не только Запада, но и всего мира, так как времена холодной войны прошли.

Литература

1. Иванов В.А. Внутривидение (ЯМР-томография). Л., 1980.
2. R. Damadian, L. Minkoff, M. Goldsmith, M. Stanford and J. Konther. Field focusing nuclear magnetic resonance (FONAR): Visualisation of a tumor in line animal. Science, 194, 1430, 1976.
3. Эндрю Э. Ядерный магнитный резонанс. Изд. иностр. лит. М. 1957.
4. Эмсли Дж., Финей Дж., Сатклиф Л. Спектроскопия ядерного магнитного резонанса высокого разрешения. Т.1. М.: Мир, 1968.

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ВНУТРИВИДЕНИЯ (ИНТРАСКОПИИ) В МЕДИЦИНЕ

З.М. Парижский

В 1895 году великий физик Вильгельм Рентген, экспериментируя с вакуумной трубкой, открыл новый вид электромагнитного излучения, названный им X-лучами. С этого времени началась эра интраскопии – внутривидения, захватившая все сферы человеческой деятельности, включая и медицину. Благодарное человечество в честь открытия В. Рентгена назвало новый вид излучения рентгеновским.

За прошедшие более чем 100 лет применение рентгеновских лучей в медицине для диагностики заболеваний органов и систем организма человека многократно усовершенствовалось. В настоящее время существует большой спектр современной рентгенодиагностической аппаратуры с многофункциональными возможностями. Рентгенодиагностические аппараты последних поколений состоят из одного или нескольких рентгеновских излучателей – так называемых "рентгеновских трубок", обладающих способностью генерировать концентрированный высокоэнергетический пучок рентгеновских лучей, который, пройдя через исследуемый объект, преобразуется в видимое изображение, доступное для наблюдения, анализа и фиксации такими техническими устройствами, как телевизионный видеоконтрольный монитор, сопряженный с усилителем рентгеновского изображения, видеомагнитофонная запись изображения, фото- и киносъемка, использование кассет с усиливающими экранами для фиксации изображения на рентгенографическую пленку, цифровая запись изображения, осуществляемая современными компьютерами, субтракционные (вычитательные) методики записи изображения, в частности, субтракционная ангиография и т.д. Современные рентгенодиагностические комплексы оборудованы устройствами для формирования потока излучения, обеспечивающими максимальную защиту пациента от излишнего облучения во время проведения исследования. Для этих целей используют диафрагмы, тубусы, фильтры, отсеивающие растры, коллиматоры, формирующие поток рентгеновского излучения в пространстве, автоматические рентгеноэкспозометры и стабилизаторы яркости изображения.[6, 13, 15, 17, 18].

Рентгенодиагностические аппараты в зависимости от конструкции и условий эксплуатации подразделяют на стационарные, передвижные и переносные. К современным стационарным отечественным рентгенодиагностическим аппаратам относятся, например, рентгенодиагностические комплексы "Рентген-50-2" на 3 рабочих места, "Рум-20М" на 2 рабочих места, рентгенодиагностический телеуправляемый комплекс "Рентген-1001", предназначенный для проведения полного объема рентгенодиагностических исследований. Современные передвижные рентгеновские аппараты позволяют исследовать больных и раненых в послеоперационных палатах и отделениях реанимации (например, палатный аппарат 12П6), в военно-полевых, экспедиционных и экстремальных условиях (аппарат 9Л5, импульсный аппарат "Диана-2" и другие). Постоянно совершенствуется и пополняется новыми моделями парк специализированной рентгенодиагностической аппаратуры, к которой относятся флюорографы (12Ф7, 12Ф7-Ц с 70- и 100-мм фотокамерами, а также флюорографы с цифровой записью изображения), предназначенные для массовых профилактических обследований населения. Для России это особенно актуально, поскольку в стране наблюдается рост легочного туберкулеза и рака легких. К подобного рода аппаратуре относятся томографы и томографические приставки, предназначенные для "послойных" рентгенодиагностических исследований, не утративших своего значения даже в наш век компьютерной и магниторезонансной томографии; аппараты для ангиографических исследований, в частности, в кардиологии, для проведения коронарографии; специализированные аппараты для нейрорентгенологических и

урологических исследований; маммографы – для исследования молочных желез, что особенно значимо, учитывая постоянный рост случаев заболевания раком молочных желез как в России, так и в мире; рентгенодиагностическая аппаратура в стоматологии, в настоящее время представленная аппаратами для панорамных съемок челюстей и зубов – ортопантомографами. В травматологии определенное значение имеет электрорентгенография (ксерорентгенография), которую производят без использования рентгеновской пленки, что снижает стоимость исследования. Детектором рентгеновского излучения при исследовании пациента служит электростатически заряженная селеновая пластина, с которой изображение после экспонирования переносится на бумагу, с возможностью повторного и многократного последующего использования одной и той же селеновой пластины при рентгенодиагностических исследованиях.[1, 5, 6, 7, 13, 15, 16, 17].

Таким образом, следует отметить, что развитие современной рентгенодиагностической аппаратуры идет по пути ее непрерывного совершенствования, основанного на самых передовых технологиях, на все большем применении средств цифровой регистрации рентгеновских изображений. С этой целью видеосигнал с электронно-оптического усилителя в процессе рентгенологического исследования передается в аналого-цифровой преобразователь, а с него в электронную память, что позволяет заменить непрерывное просвечивание импульсным и тем самым снизить дозу облучения пациента, что в эру рентгенодиагностики является одной из задач ее прогрессивного развития [18, 19].

Следующим эпохальным этапом применения рентгеновских лучей в медицине является изобретение Хаунсфилдом (G. Haunsfield, 1973) компьютерного томографа, за что он, как и В. Рентген за открытие X-лучей, был удостоен Нобелевской премии. Компьютерная рентгеновская томография (КТ) основана на получении послойного рентгеновского изображения органов человека с помощью компьютера. Просвечивание рентгеновским лучом тела пациента осуществляется вокруг его продольной оси, благодаря чему получают поперечные томографические "срезы" изучаемых органов и отделов тела человека. Последующее изображение каждого поперечного (аксиального) томографического "среза" (слоя) строится на экране полутонного дисплея с помощью математической обработки множества рентгеновских изображений одного и того же поперечного слоя, сделанных под разными углами в плоскости слоя. [11, 20, 39].

Компьютерный томограф состоит из рентгеновского излучателя; системы детектирования, регистрирующей прошедшее через исследуемый объект излучение; сканирующей установки, с помощью которой излучатель и системы детектирования перемещаются вокруг неподвижного пациента; измерительной системы для усиления и преобразования сигналов детекторов; вычислительного комплекса на основе ЭВМ для обработки результатов измерений и восстановления по ним изображения, а также для хранения изображений на магнитных носителях; пульта управления с дисплеем (алфавитно-цифровым и полутонным черно-белым) и клавиатурой; системы документирования изображения в твердых копиях на основе мультимедийной или поляроидной камеры; стола для пациента с подвижной декой, системой управления перемещением и системой измерения координат. Высокая разрешающая способность КТ, в 10 раз превышающая этот показатель для обычной рентгеновской томографии, позволяет при КТ дифференцировать структуры организма человека почти одинаковой физической плотности без дополнительного контрастирования. При КТ возможна оценка плотностей исследуемых тканей – компьютерная денситометрия. Результаты денситометрии выражаются в единицах условной шкалы, масштаб которой построен таким образом, что все ткани и среды организма человека находятся в диапазоне условных единиц: от –1000 – величины, соответствующей плотности воздуха, до +1000 – величины, соответствующей плотности кости. Для получения наиболее четкого

изображения органов и патологических структур при КТ в случае необходимости используют эффект усиления контрастности изображения путем внутривенного введения контрастного вещества (так называемая усиленная КТ). Использование КТ очень эффективно при исследовании легких и органов средостения, головного мозга, костно-суставного аппарата, многих патологических структур. Для исследования сердца применяют динамическую КТ, при которой производят серию томограмм, выполненных с максимальной скоростью в автоматическом режиме, при необходимости синхронно с ЭКГ пациента [8, 9, 11, 19].

Разновидностью компьютерной томографии последнего десятилетия является высокоскоростная КТ и электронно-лучевая КТ, представляющие уникальные возможности высокоскоростного (в течение нескольких секунд) исследования сложнейших объектов человеческого организма, в частности, системы кровоснабжения сердца. Следует подчеркнуть, что КТ дает возможность исследовать практически все области тела человека, она высокоинформативна при диагностике травм и в urgentных ситуациях. КТ позволяет точно установить локализацию и распространенность патологического процесса, оценить результаты лечения, а также проводить топометрию при планировании лучевой терапии онкологических заболеваний, осуществлять прицельную пункционную биопсию тканей и органов человека. [3, 9, 20, 30, 31].

Томографический принцип лучевых исследований в медицине нашел свое блестящее выражение в методе магнитно-резонансной (магнитно-ядерной) томографии и ультразвуковой диагностики. Метод магнитно-резонансной томографии (МРТ) основан на открытом в 1946 г. Феликсом Блохом и Ричардом Пурселл эффекте магнитного резонанса, за что им была присуждена Нобелевская премия. В 1977 г. Раймонд Дамадьян получил первые МРТ-изображения человека, а с 1982 г. началось серийное производство МР-томографов в США и Японии. Справедливости ради необходимо указать, что впервые идея возможности использования эффекта магнитного резонанса для визуализации внутренней структуры тела человека была обоснована профессором Ленинградского института точной механики и оптики В.А. Ивановым в поданной им в 60-х гг. заявке на изобретение, авторское свидетельство по которой выдано через 20 с лишним лет. В настоящее время авторство профессора В.А. Иванова признано и в США (Who is who in the world, USA, 1997). [10, 21, 22, 26].

При МРТ сигналы ядерной индукции используются для неинвазивного получения изображений внутренних структур человеческого организма. С этой целью на постоянное магнитное поле накладываются более слабые градиентные поля, частота резонанса ядер начинает зависеть от их пространственных координат, в результате чего возбуждение ядер происходит в ограниченном объеме (срезе), ориентацию и расположение которого выбирает исследователь. Для получения изображений в МРТ в период регистрации сигналов ядерной индукции накладывают градиентные поля и применяют специальные радиочастотные импульсные последовательности, а затем с помощью математической обработки полученных сигналов реконструируют изображение. Картина изучаемых внутренних структур на МР-томограммах представлена в оттенках черно-белой шкалы. МР-томографы подразделяются на приборы со сверхнизкими, низкими, средними, высокими и сверхвысокими полями, Эти термины относятся к напряженности магнитного поля соответствующего магнита томографа [12, 21, 22, 26, 32].

МРТ применяют при диагностике заболеваний различных органов и систем человеческого организма. Это единственный метод лучевой диагностики, позволяющий неинвазивным путем изучить состояние спинного мозга; получить высококачественные изображения головного мозга и других органов у человека. К основным достоинствам

МРТ относятся: неинвазивность, безвредность (отсутствие лучевой нагрузки), трехмерный характер получаемых изображений, естественный контраст от движущейся крови, отсутствие артефактов от костных тканей, возможность прижизненного изучения метаболизма тканей (*in vivo*). Необычайно привлекает возможность получения при МРТ высококачественных изображений без введения контрастирующего препарата – бесконтрастная МР-ангиография, МР-урография, МР-миелография. В то же время бурно и эффективно развивается МРТ с контрастным усилением, что позволяет значительно увеличить объем диагностической информации, получаемой при МРТ. Для этих целей используют МР-контрастные агенты – парамагнетики (соединения гадолиния) и суперпарамагнетики (соединения железа). [33, 34, 35, 37].

Новое направление в МРТ – выполнение интервенционных процедур, в частности стереотаксического наведения при нейрохирургических вмешательствах, под контролем МРТ. Для этого разработаны специальные типы МР-томографов с открытыми низко- или среднепольными магнитами, обеспечивающими врачу хороший доступ при подобных вмешательствах. В этих операциях используются специальные инструменты, которые не притягиваются магнитным полем и не нагреваются радиочастотным излучением. Экран МР-томографа, расположенный непосредственно на магните, и высокая скорость получения МР-изображений позволяют врачу контролировать ход вмешательства практически в реальном масштабе времени. Дальнейшее развитие подобного подхода при МРТ – создание роботов-манипуляторов, которые будут выполнять отдельные этапы стереотаксических вмешательств, требующих особенно высокой точности. Возможности использования метода МРТ в клинической медицине к настоящему времени определены еще далеко не полностью [4, 36, 38].

Применение МРТ в клинической медицине имеет и ограничения, связанные с недостатками этого метода: достаточно большое при некоторых исследованиях время, необходимое для получения изображения, что приводит к появлению артефактов от дыхательных движений; невозможность исследования больных с клаустрофобией, искусственными водителями ритма сердца, металлическими протезами и т.п. [22, 26, 27, 28].

Несомненно, выдающуюся роль в современной клинической медицине играет ультразвуковое исследование (УЗИ), на долю которого в диагностике различных заболеваний приходится около 50% всего объема лучевых и функциональных исследований. Применение ультразвука в медицине основано на пьезоэлектрическом эффекте, открытом лауреатами Нобелевской премии Пьером и Марией Кюри. УЗИ построено на принципах ультразвуковой локации, когда луч, направленный от датчика в тело пациента, возвращается к датчику в виде "эха", неся информацию о структуре исследуемого объекта. Исследование может производиться как в режиме эхографии, т.е. регистрации отраженного от объекта эхо-сигнала, так и в варианте доплерографии, основанного на эффекте Допплера, когда регистрируются смещение частоты импульса, отраженного от движущегося предмета – в частности, это частицы крови, используемые как объект ультразвуковой локации при УЗИ сердца и сосудистой системы человека. Универсальность УЗД определяется уникальными свойствами этого метода лучевой диагностики:

- высокая проникающая способность, сочетающаяся с относительной безвредностью, безболезненностью, отсутствием ионизирующего воздействия на пациента;
- способность обнаруживать, локализовать и визуализировать подвижные структуры;
- высокая чувствительность метода, обеспечивающая высокий контраст в изображении близких по акустическим параметрам сред организма человека [2, 14].

Постоянно совершенствуется технологическая база УЗД. Появились новые классы приборов – сканеры для малых органов, приборы для исследования сосудистой системы, ультразвуковые реконструктивные томографы, позволяющие осуществлять дифференциацию мягкотканых образований, в первую очередь новообразований молочной железы, и структурный анализ препаратов крови. Использование ЭВМ и микропроцессоров для формирования ультразвукового луча и цифровой обработки отраженных сигналов значительно повысило четкость изображения и разрешающую способность сканирующих устройств. Новыми являются способы трехмерного, включая спектрально-цветовое и голографическое, представления ультразвуковых изображений. Продолжается разработка новых вариантов миниатюрных датчиков, встраиваемых в эндоскопические приборы для комплексной диагностики заболеваний полых органов человека с одновременным проведением прицельных биопсий и лечебных процедур. Разрабатываются и выпускаются специальные акустические датчики (зонды) в комплекте с фиксирующими и направляющими устройствами для тонкоигльной аспирационной биопсии, что формирует новое направление в клинической медицине – малоинвазивные лечебно-диагностические манипуляции методами интраскопии (внутривидения) [23, 24].

В третье тысячелетие отрасль УЗД в медицине вступает с принципиально новыми разработками и достижениями. Это – эхокардиомониторы и доплеровские измерители объемной скорости кровотока для непрерывного цветового наблюдения за функциональным состоянием сердечно-сосудистой системы, ультразвуковые сканеры, обеспечивающие визуализацию объемных – 3Д и трехмерных изображений в режиме реального времени – 4Д со специальными программами, такими как прозрачный режим сканирования, электронный скальпель, автоматический расчет объема движущейся крови, и другие передовые разработки. Таким образом, сформировавшаяся в последние десятилетия новая отрасль внутривидения – компьютерная ультразвуковая томография – продолжает успешно развиваться [25, 29].

Завершая наш обзор значения современных методов внутривидения (интраскопии) в клинической медицине, следует отметить, что эти методы – традиционная рентгенология, КТ, МРТ, УЗД, отражающие определенные этапы научно-технического прогресса, являются не только основой прижизненной морфо-функциональной диагностики, но все в большей степени внедряются в лечебный процесс в комплексе с другими методиками (малоинвазивными лечебно-диагностическими манипуляциями, рентгеноангиохирургическими методиками и т.п.)

Литература

1. Лучевая диагностика заболеваний молочных желёз: уч. пособие / Трофимова Т.Н., Шарова Л.Е., Парижский З.М. и др. СПб.: МАПО, 2000. 44 с.
2. Парижский З.М., Шарова Л.Е., Сафронова М.М.. Ультразвуковое исследование внутренних органов в антенатальном периоде развития человека: уч. пособие. 2-е изд. СПб.: МАПО, 2000. 27 с.
3. Холин А.В., Ананьева Н.И., Евтюхина А.Н.. Применение методов лучевой диагностики при ишемических поражениях головного мозга: уч. пособие. СПб.: МАПО, 1999. 28 с.
4. Использование магнитно-резонансной томографии в стереотаксической нейрохирургии: уч. пособие./ Аничков А.Д., Трофимова Т.Н., Полонский Ю.З. и др. СПб.: МАПО, 1999. 19 с.
5. Лучевая диагностика в работе врача общей практики: уч. пособие. Трофимова Т.Н., Шарова Л.Е., Парижский З.М. и др. СПб.: МАПО, 1998. 35 с.

6. Рентгенодиагностика в педиатрии: Руководство / Под ред. В.Т. Баклановой, М.А. Филиппкина. М.: Медицина, 1988. Т.1. 447 с. Гл.2. Болезни сердца и магистральных сосудов.
7. Ультразвуковая и рентгенологическая диагностика опухолей матки: уч. пособие / Трофимова Т.Н., Шарова Л.Е., Парижский З.М. и др. СПб.: МАПО, 1997. 30 с.
8. Трофимова Т.Н., Хачатрян В.А.. Компьютерно-томографическая диагностика патологических процессов в задней черепной ямке: уч. пособие. СПб.: МАПО, 1997. 30 с.
9. Тюрин И.Е., Нейштадт А.С., Черемисин В.М.. Компьютерная томография при туберкулезе органов дыхания. СПб.: Корона-принт, 1998. 240 с.
10. Методы лучевой диагностики и информационные технологии в клинической практике. Магнитно-резонансная томография: уч. пособие / Иванов В.А., Суворов А.С., Полонский Ю.З., Трофимова Т.Н. СПб.: МАПО, 2001. 40 с.
11. Методы лучевой диагностики и информационные технологии в клинической практике. Компьютерная томография и информационные технологии: уч. пособие / Иванов В.А., Суворов А.С., Полонский Ю.З., Трофимова Т.Н. СПб.: МАПО, 2001. 25 с.
12. Кулаков В.И., Адамян Л.В., Мурватов К.Д.. Магнитно-резонансная томография в гинекологии : Атлас. М., 1999. 192 с. 240 илл.
13. Клиническая рентгенорадиология / Под ред. Г.А. Зедгенидзе. М., 1985 г. Т. 1–3.
14. Клиническая ультразвуковая диагностика / Под ред. Н.М. Мухарлямова. М., 1987.. Т. 1–2.
15. Линденбратен Л.Д., Лясс Ф.М.. Медицинская радиология. М., 1986.
16. Кишковский А.Н., Тютин Л.А.. Неотложная рентгенодиагностика. М., 1989..
17. Пиццуттиелло Р., Куллинан Дж.. Введение в медицинскую рентгенографию / перев. с англ. Компания Истман Кодак, Рочестер, Нью-Йорк. 1999. 222 с.
18. Беликова Т.П. Автоматизированные рабочие места для анализа рентгенорадиологических изображений // Компьютерные технологии в медицине. 1998. №1. С.35–41.
19. Столяр В.Л. Современные медицинские информационные системы // Компьютерные технологии в медицине. 1997. №3. С.54–61.
20. Терновой С.К., Сеницын В.Е. Спиральная компьютерная и электронно-лучевая ангиография. М.: Видар. 1998. 144 с.
21. Иванов В.А. Внутревидение (ЯМР – томография). СПб.: Знание, 1989. 32 с.
22. Магнитный резонанс в медицине. Основной учебник Европейского форума по магнитному резонансу / Под ред. П.А. Ринка. / Пер. Э.И. Федина. Oxford: Blackwell Scientific Publications, 1995. 228 p.
23. Верещагин Р.В., Борисенко В.В., Власенко А.Г. Мозговое кровообращение: современные методы исследования в клинической неврологии. М., 1993.
24. Ультразвуковые методы исследования в диагностике поражений ветвей дуги аорты / Гайдар Б.В., Парфенов В.Е., Дубанов И.П., Свистов Д.В. Петрозаводск, 1994.
25. Шахнович А.Р., Шахнович В.А. Диагностика нарушений мозгового кровообращения (транскраниальная доплерография). М. 1996.
26. Stark D.D., Bradley W.G. Magnetic Resonance Imaging. St. Louis: Mosby-Year Book - 1992. 2520 p.
27. Anderson C., Haacke E., Approaches to diagnostic magnetic resonance carotid angiography. Semin. in ultrasound. CT and MRI.. 1992. Vol. 13. P. 246–255.
28. Atlas S. MR angiography in neurologic disease. Radiology. 1994. Vol. 19. P. 1–16.
29. Barry R., Pienaar C., Nel C.J. Accuracy of B-mode ultrasonography in detecting carotid plaque hemorrhage and ulceration. Ann. Vasc. Surg.. 1990. Vol. 4. P. 466–470.

30. Bryan N.R., Levy N.M., Whitlow W.D. et al. Diagnosis of acute cerebral infarction: comparison of CT- and MR-imaging. *Am. J. Neuroradiol.* 1991. Vol. 12. P. 611–620.
31. Cumming M.J., Morrow I.M. Carotid artery stenosis: a prospective comparison of CT angiography and conventional angiography. *Am. J. Roentgenol.* 1994. Vol. 163. P. 517–523.
32. Grossman B.C. Magnetic resonance imaging and computed tomography of the head and spine (2nd ed.). Williams & Wilkins: Baltimore. 1996.
33. Hankey G.J., Warlow C.P., Sellar R.J. Cerebral angiographic risk in mild cerebrovascular disease. *Stroke.* 1990. Vol. 21. P. 209–222.
34. Hasso A.N. Clinical application of MR angiography in the head and neck. In: *Neuroradiology* Ed. D.C. Harwood-Nash., NICER series in diagnostic imaging. Merit Communications: London. 1992.
35. Johnson B.A., Heiserman J.E., Drayer B.P., Keller P.J. Intracranial MR angiography: its role in the integrated approach to the brain infarction. *Am. J. Neuroradiol.* 1994. Vol. 15. P. 901–908.
36. Mathews V.P., Barker B.P., Bryan N.R. Magnetic resonance evaluation of stroke *Magn. Resonance Quarterly.* 1995. Vol. 8. P. 245–263.
37. Mattle H.P., Wentz K.U., Edelman R.R. et al. Cerebral venography with MR Radiology. 1991. Vol. 178. P. 453–458.
38. Nabatame H., Fujimoto N., Nakamura K. Et al. High intensity areas on noncontrast T1-weighted MR-images in cerebral infarction. *J. Comput. Assist. Tomogr.* 1990. Vol. 14. P. 521–526.
39. Wegener O.H. Whole body computed tomography. Boston: Blackwell Scientific Publication. 1992. 701 p.

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ГРАВИМЕТРИИ КАК ЗАДАЧА ВНУТРИВИДЕНИЯ

И.Н. Голов, В.С. Сизиков

Введение

На стыке геологии и прикладной математики получила большое развитие так называемая *обратная задача гравиметрии* [1–4]. Она заключается в том, что, используя измеренные на поверхности Земли аномалии потенциала или напряженности гравитационного поля (т.е. их отклонения от средних значений), можно математическим путем определить аномалии плотности вещества под поверхностью Земли (в ее коре, мантии и т.д.) в некоторой пространственной области D . При этом потенциал или/и напряженность гравитационного поля (или их аномалии) можно измерить с помощью гравиметров.

Один из вариантов обратной задачи (*задача интерпретации гравитационных данных*) [1, 4] математически сводится к решению интегрального уравнения Фредгольма I рода или к минимизации суммы квадратов невязок между измеренными и вычисленными значениями потенциала (или напряженности) в ряде точек поверхности Земли. Это позволяет определить параметры месторождения (плотность, форму, размеры, массу, глубину залегания и т.д.). Такому варианту обратной задачи гравиметрии посвящены работы В.И. Старостенко, В.Н. Страхова и др. [1–4]. Данную задачу можно рассматривать как задачу томографии [5] или *внутривидения* [6]. При этом вводятся упрощающие *модели месторождений*: в виде четырехугольных усеченных пирамид, призм, цилиндров, брусков, многогранников, параллелепипедов, пересекающихся стержней и т.д. [2, 3]. Однако такие фигуры обладают негладкими поверхностями и порождают громоздкие (хотя и несложные) формулы. В работе [7] предложено для моделирования месторождений использовать однородные (а также неоднородные) *сфероиды*. Данная работа продолжает эту тематику.

Моделирование месторождения однородным сфероидом

Полагаем, что некоторая область D под поверхностью Земли есть однородная среда с плотностью $\rho_0 = \text{const}$, а месторождение состоит из одного или нескольких геологических объектов (фундамент, интрузии, руда, нефть и т.д.). Будем имитировать геологические объекты, образующие месторождение, одним или несколькими однородными двухосными эллипсоидами (эллипсоидами вращения, или *сфероидами*).

Определение. *Эллипсоидом* называется тело, ограниченное поверхностью, уравнение которой

$$\frac{\xi^2}{a^2} + \frac{\eta^2}{b^2} + \frac{\zeta^2}{c^2} = 1,$$

где a, b, c – полуоси эллипсоида, а начало системы координат ξ, η, ζ расположено в центре тела.

В данной работе даются удобные для практического использования формулы для потенциала и компонент напряженности гравитационного поля сфероида на поверхности Земли.

Потенциал и напряженность сжатого сфероида

Рассмотрим *сжатый сфероид*, для которого $a = b \geq c$. Поместим начало системы координат x, y, z в некоторую точку на поверхности Земли, причем ось z направим

вертикально вниз (вглубь Земли). Пусть измеритель имеет координаты $x, y, 0$, а центр сфероида – координаты x_0, y_0, z_0 (см. рис. 1).

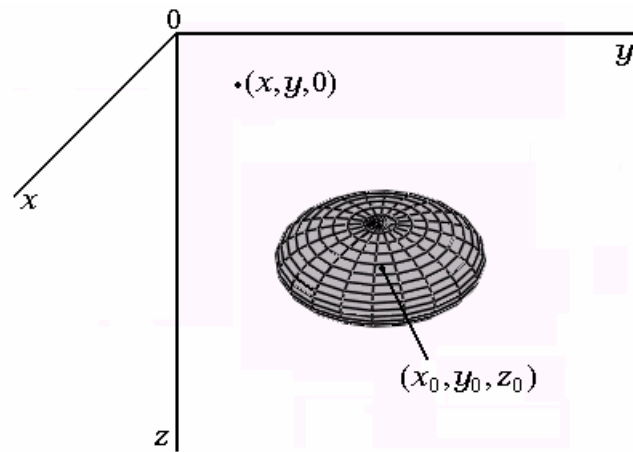


Рис. 1. Сжатый сфероид

Для случая *сжатого* вдоль z сфероида в работе [8] выведены формулы для потенциала $V(x, y, z)$ и компонент напряженности $V_z(x, y, z)$, $V_x(x, y, z)$ и $V_y(x, y, z)$ для некоторой точки x, y, z вне сфероида. На их основе, а также на основе формул работы [7] могут быть получены следующие формулы:

$$\left. \begin{aligned} V(x, y, 0) &= 2\pi\gamma\rho a^2 \frac{\varepsilon}{e} \left[\operatorname{arctg} p - \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{e^2 a^2} \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot \left(\operatorname{arctg} p - \frac{p}{1+p^2} \right) - \frac{z_0^2}{e^2 a^2} (p - \operatorname{arctg} p) \right], \\ V_z(x, y, 0) &= 4\pi\gamma\rho \frac{\varepsilon}{e^3} (p - \operatorname{arctg} p) \cdot z_0, \\ V_x(x, y, 0) &= -2\pi\gamma\rho \frac{\varepsilon}{e^3} \left(\operatorname{arctg} p - \frac{p}{1+p^2} \right) \cdot (x-x_0), \\ V_y(x, y, 0) &= -2\pi\gamma\rho \frac{\varepsilon}{e^3} \left(\operatorname{arctg} p - \frac{p}{1+p^2} \right) \cdot (y-y_0), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $\varepsilon = \frac{c}{a} \leq 1$ – сферичность сфероида, $e = \sqrt{1-\varepsilon^2}$ – его эксцентриситет,

$$p = \frac{q}{\sqrt{v}}, \quad q = \frac{ea}{r}, \quad r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + z_0^2}, \quad v = \frac{(1-q^2) + \sqrt{(1-q^2)^2 + \left(2q\frac{z_0}{r}\right)^2}}{2}.$$

Потенциал и напряженность вытянутого сфероида

В случае *вытянутого* вдоль z сфероида, когда $a = b \leq c$ (см. рис. 2) могут быть получены аналогичные формулы (вне сфероида):

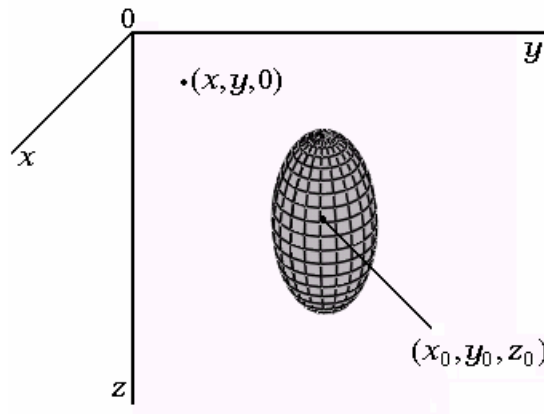


Рис. 2. Вытянутый сфероид

$$\left. \begin{aligned}
 V(x, y, 0) &= 2\pi\gamma\rho a^2 \frac{\varepsilon}{e} \left\{ \ln(p + \sqrt{1+p^2}) - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{z_0^2}{e^2 a^2} \left[\ln(p + \sqrt{1+p^2}) - \frac{p}{\sqrt{1+p^2}} \right] - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{e^2 a^2} \left[p\sqrt{1+p^2} - \ln(p + \sqrt{1+p^2}) \right] \right\}, \\
 V_z(x, y, 0) &= 4\pi\gamma\rho \frac{\varepsilon}{e^3} \left[\ln(p + \sqrt{1+p^2}) - \frac{p}{\sqrt{1+p^2}} \right] \cdot z_0, \\
 V_x(x, y, 0) &= -2\pi\gamma\rho \frac{\varepsilon}{e^3} \left[p\sqrt{1+p^2} - \ln(p + \sqrt{1+p^2}) \right] \cdot (x-x_0), \\
 V_y(x, y, 0) &= -2\pi\gamma\rho \frac{\varepsilon}{e^3} \left[p\sqrt{1+p^2} - \ln(p + \sqrt{1+p^2}) \right] \cdot (y-y_0),
 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где $\varepsilon = \frac{c}{a} \geq 1$, $e = \sqrt{\varepsilon^2 - 1}$, $p = \frac{q}{\sqrt{t}}$, $q = \frac{ea}{r}$, $r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + z_0^2}$,

$$t = \frac{(1-q^2) + \sqrt{(1-q^2)^2 + 4q^2 \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{r^2}}}{2}.$$

Определение параметров сфероида-месторождения по результатам гравиметрических измерений

Рассмотрим кратко данную задачу на примере измерения потенциала $V(x, y, 0)$.

Предположим, что в ряде точек $(x_i, y_i, 0)$, $\overline{i=1, n}$, на поверхности Земли измерены с помощью гравиметров значения потенциала $\tilde{V}_i \equiv \tilde{V}(x_i, y_i, 0)$, $\overline{i=1, n}$, где n – число точек измерения (см. рис. 3).

Обозначим через $V_i \equiv V(x_i, y_i, 0)$, $\overline{i=1, n}$, вычисленные согласно (2) или (3) значения V . Искомыми величинами являются следующие *параметры сфероида* (имитирующего месторождение): полуось в горизонтальной плоскости $a = b$, сферичность ε , плотность ρ и координаты центра x_0, y_0, z_0 – всего 6 искомых параметров.

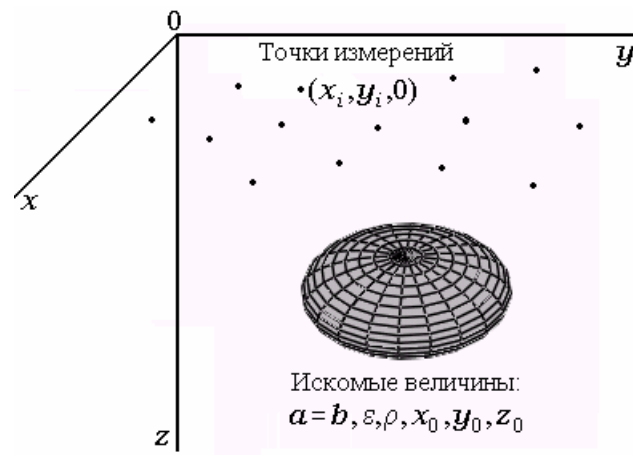


Рис. 3. Измерение гравиметром потенциала сфероида

Задача решается путем *минимизации регуляризирующего функционала Тихонова* (соединение метода минимизации суммы квадратов невязок с методом регуляризации Тихонова) [9, с. 253]:

$$\sum_{i=1}^n (\tilde{V}_i - V_i)^2 + \alpha \sum_{j=1}^6 \sigma_j p_j^2 = \min_{a, \varepsilon, \rho, x_0, y_0, z_0}, \quad (4)$$

где $p_1 = a$, $p_2 = \varepsilon$, $p_3 = \rho$, $p_4 = x_0$, $p_5 = y_0$, $p_6 = z_0$, σ_j – веса (в частности, $\sigma_j = 1$).

Данную задачу следует решать с использованием *ограничений* на искомые величины типа

$$\left. \begin{aligned} 0 < a \leq a_{\max}, \quad \varepsilon > 0, \quad \rho > 0, \quad x_{\min} \leq x_0 \leq x_{\max}, \\ y_{\min} \leq y_0 \leq y_{\max}, \quad z_{\min} \leq z_0 \leq z_{\max}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где $a_{\max}, \dots, z_{\max}$ должны быть оценены. В такой постановке задача будет решаться методом нелинейного программирования [10].

После отыскания $a, \varepsilon, \rho, x_0, y_0, z_0$ можно найти вертикальную полуось $c = \varepsilon a$, массу сфероида-месторождения $m = \frac{4}{3} \pi a^2 c \rho$, его объем $v = \frac{4}{3} \pi a^2 c$, глубину залегания $h = z_0$ и т.д.

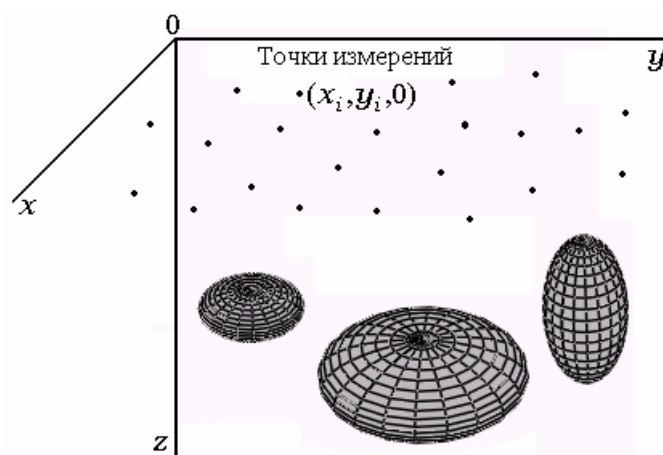


Рис. 4. Измерение гравиметром потенциала нескольких сфероидов

Для более точного моделирования можно использовать несколько сфероидов с разными параметрами (см. рис. 4).

Литература

1. Старостенко В.И. Устойчивые численные методы в задачах гравиметрии. Киев: Наукова думка, 1978. 228 с.
2. Старостенко В.И., Страхов В.Н. (ред.). Теория и методика интерпретации гравимагнитных полей // Докл. всесоюзн. семинара. Киев.: Наук. думка, 1981. 411 с.
3. Старостенко В.И. (ред.). Алгоритмы, методика и результаты интерпретации геофизических данных // Материалы VII научно-техн. конф. геофизиков Украины. Киев: Наук. думка, 1985. 260 с.
4. Гласко В.Б., Мудрецова Е.А., Страхов В.Н. Обратные задачи гравиметрии и магнитометрии // Некорректные задачи естествознания / Под ред. А.Н. Тихонова, А.В. Гончарского. М.: Изд-во МГУ, 1987. С. 89–102.
5. Сизиков В.С. Математические методы обработки результатов измерений. СПб: Политехника, 2001. 240 с.
6. Иванов В.А. Внутривидение (ЯМР-томография). Л.: Знание, 1989. 32 с.
7. Голов И.Н. Задача интерпретации гравиметрических измерений как задача томографии и внутривидения // Изв. вузов. Приборостроение. 2002. Т. 45 (в печати).
8. Дубошин Г.Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. Изд. 3-е. М.: Наука. 1975. 800 с.
9. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Киев: Наукова думка. 1986. 544 с.
10. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. М.: Мир. 1975. 536 с.

ЛОКАЛИЗАТОР ДЛЯ КОМПЬЮТЕРНОЙ ТОМОГРАФИИ

А.В. Козаченко, В.Б. Низковолос, В.А. Иванов, Ю.З.Полонский, С.С. Гвоздев

Стереотаксис – самостоятельная область современной нейрохирургии. Стереотаксические вмешательства применяются с целью диагностики и лечения многоочаговых форм височной эпилепсии, болезни Туретта, не поддающихся лечению лекарственными препаратами форм паркинсонизма, для снятия психической зависимости от наркотиков у пациентов, страдающих опиатной наркоманией, для эвакуации внутримозговых гематом, для проведения пункционной биопсии и деструкции новообразований мозга.

В стереотаксисе наведение инструмента на целевые структуры головного мозга происходит по данным расчетной томографии. В задачу последней входит как получение диагностических сведений об анатомических особенностях строения мозга пациента, так и получение информации о взаимном пространственном расположении целевых точек и некоторых реперных объектов. Полученная информация должна обеспечивать проведение расчетов, необходимых для последующего наведения стереотаксического инструмента на заданные мишени. Таким образом, расчетная стереотаксическая томография разбивается как бы на две составляющие – диагностическую и расчетную. Первая отвечает за идентификацию и локализацию мишеней, вторая – за наведение. Как правило, развитие или модернизация расчетной составляющей стереотаксической томографии приводит к расширению возможностей ее диагностической составляющей.

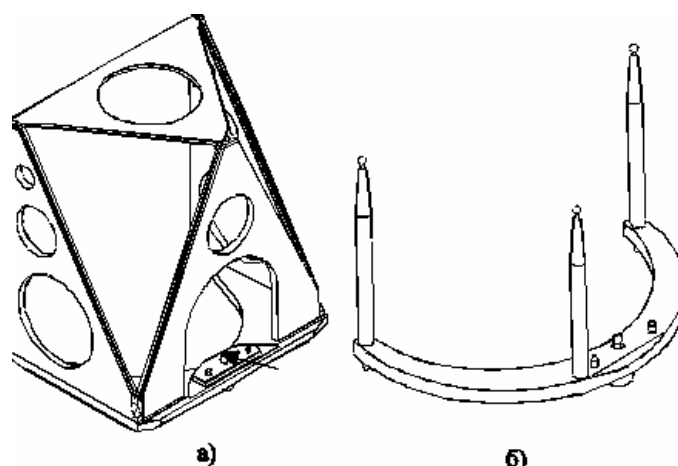


Рис. 1. Внешний вид стереотаксических локализаторов: а) диагональный КТ-локализатор; стрелкой указано основание локализатора. б) точечный рентгеновский локализатор ИМЧ РАН

Локализаторы – специальные устройства, применяемые при проведении расчетной томографии, задающие вспомогательные системы координат, предназначенные для преобразования координат целевых точек из координатных систем томографа в координатные системы стереотаксического аппарата или манипулятора. Мы ориентировались на возможности отечественного стереотаксического манипулятора "ОРЕОЛ" [1]. В предшествующие годы нами [1, 2] разработаны и внедрены в клинику модель и соответствующее программное обеспечение для диагонального КТ-локализатора ИМЧ РАН. Как показали компьютерные исследования [3, 4] точностных свойств локализатора, расчетная составляющая метода может быть существенно усилена за счет уменьшения продольного сечения диагоналей и одновременной замены материала диагоналей (на материал с более высоким коэффициентом поглощения рентгеновского излучения).

В настоящей работе описываются отличия конструкции локализатора ПНК от модели, описанной в работах [1-3], и последние изменения в программном обеспечении локализатора. Приводятся результаты фантомного эксперимента по проверке параметров локализатора. Наконец, кратко, на клинических примерах, демонстрируются возможности диагностической составляющей стереотаксической компьютерной томографии, использующей новый КТ-локализатор.

177

На этом же лотке может фиксироваться точечный рентгеновский локализатор ОРЕОЛА (рис. 1, б), реперные точки которого – центры металлических шариков – задают вспомогательную систему координат манипулятора. (Пациент прикусывает свой лоток с закрепленным рентгеновским локализатором во время операции на этапе фантомного моделирования [1, 5].) В каждый конкретный момент времени пациент может фиксировать на зубах только один локализатор, однако геометрические соотношения между пространственным положением зафиксированных на зубах локализаторов (и их системами координат) постоянны и могут быть вычислены.

Геометрическая модель локализатора осталась прежней (рис. 2). Плоскости граней локализатора совпадают с боковыми гранями прямоугольного параллелепипеда $A'B'C'D'A''B''C''D''$, диагонали локализатора пересекаются в точках K, C', D' . Известны углы между диагоналями: $\angle AKB = \varphi$, $\angle B_0C'C'' = \angle A_0D'D'' = \gamma$. KK^1 – высота локализатора h (увеличена на 2 см по сравнению с локализатором ИМЧ РАН). Стороны основания параллелепипеда a, b и высота h – линейные параметры локализатора. Возможное томографическое сечение пересекает диагонали локализатора в точках M, L, F, S, N, R . Плоскость сечения α определяет четыре высоты h_1, h_2, h_3, h_4 , три из которых – независимые величины; т.е. положение плоскости сечения однозначно определяется по трем высотам h_1, h_2, h_3 . $V'xyz, V''xyz$ – прямоугольные системы координат КТ-локализатора. $K'xyz$ – прямоугольная система координат основания локализатора. Левые координатные системы $V'xyz, V''xyz, K'xyz$ коллинеарны.

Расчетная томограмма с целевой точкой (Т) схематически имеет вид, приведенный на рис. 3, где цифрами 1–6 обозначены следы диагоналей локализатора. 15 расстояний между точками 1–6 и 6 расстояний от целевой точки до точек 1–6 служат входными данными для программы стереотаксических расчетов. Для определения положения искомого сечения (α) относительно плоскостей граней КТ-локализатора из всех возможных сечений локализатора выбирается сечение, наиболее близкое по расстояниям к измеренным; минимизируется функция $\Delta_1 = \sum_1^{15} (d_{уст} - d_{изм})^2$, где $d_{уст}$ – теоретические расстояния между следами диагоналей, а $d_{изм}$ – полученные расстояния.

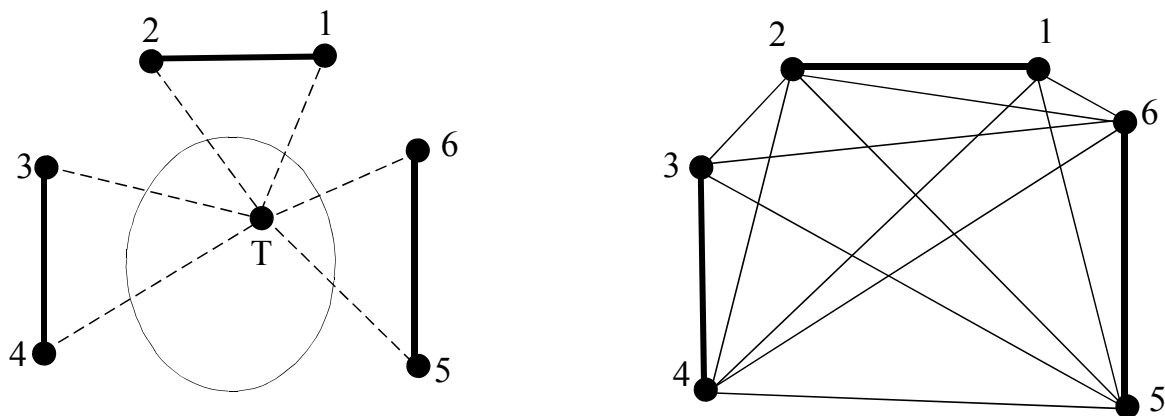


Рис. 3. Схематическое изображение томографического сечения КТ-локализатора: а) модель томограммы с целевой точкой, б) схема измерения взаимных расстояний между следами диагоналей

В отличие от ранее изложенных алгоритмов, предложен несколько иной способ определения координат целевой точки.

Рассмотрим плоскость α вычисленного томографического сечения (рис. 4). Нам известны координаты точек 1–6 в системе координат $V'XYZ$. Известны также измеренные на томограммах расстояния от мишени до следов диагоналей локализатора

JT, $J=1-6$. Положение мишени на плоскости α можно определить тремя независимыми засечками, соответственно, попарно из точек 1,2, 3,4 5,6. В результате получится три положения мишени на плоскости α . Программное обеспечение локализатора [5] последовательно строит для каждой из точек T_1, T_2, T_3 трехмерную прямоугольную систему координат $O^i x^i y^i z^i$; определяет плоские координаты точки T_i в системе координат $O^i x^i y^i$, $i=1-3$; присваивает нулевое значение третьей координате; преобразует координаты точки T_i из системы координат $O^i x^i y^i z^i$ в систему координат локализатора $B'XYZ$, после чего усредняет координаты всех трех точек в этой координатной системе. Точки O^i – середины отрезков 1–2, 3–4, 5–6; координатные плоскости $O^i x^i y^i$ совпадают с плоскостью α .

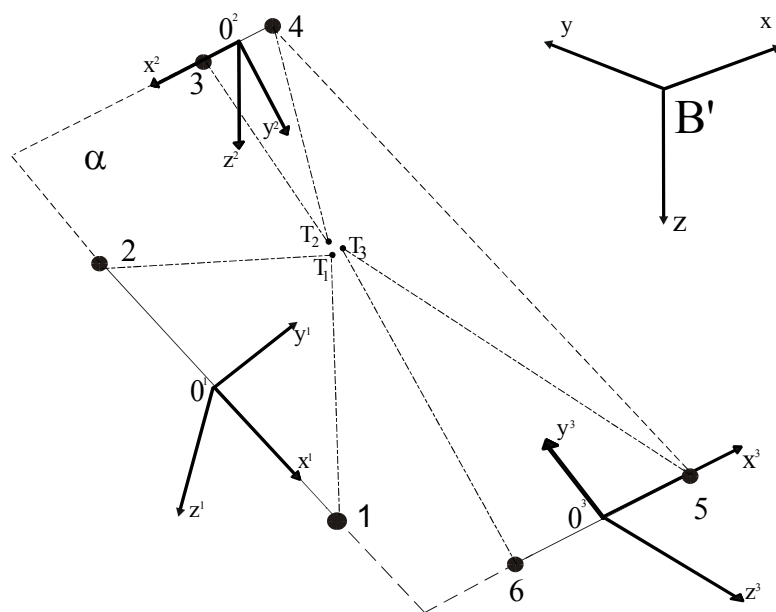


Рис. 4. К алгоритму определения координат целевой точки (пояснения в тексте)

В работах [3, 4] в качестве меры разброса точек (невязки для целевой точки) использовался диаметр описанной вокруг треугольника $T_1T_2T_3$ в плоскости α окружности. Однако, как известно, при приближении $\angle T_1T_2T_3$ к 180° указанный диаметр стремится к бесконечности. Поэтому была предложена другая оценка для невязки на целевую точку – среднее расстояние между точками T_1, T_2, T_3 . У локализатора ИМЧ РАН рабочая часть диагоналей конструктивно заканчивалась, не доходя 14 мм до вершин К, С', D'. В локализаторе ПНК это расстояние было уменьшено на 1 см; соответственно были изменены границы перебора допустимых сечений локализатора.

Для оценки правильности измерения линейных и угловых параметров локализатора, а также для оценки корректности его геометрической модели и модифицированного программного обеспечения были проведены 2 серии фантомных томографических испытаний. Внутри рабочего объема локализатора закрепляли условно точечную рентгеноконтрастную мишень (кусочек стальной проволоки $\varnothing 0.5 \times 1.5$ мм). Положение мишени относительно основания локализатора, ее координаты в системе координат $K'xuz$ определялись прямыми измерениями с погрешностью 0.2 мм. Локализатор, помещенный вместе с мишенью в кольцо томографа (Siemens SOMATOM AR HP), сканировался с шагом в 2 мм. По скану, содержащему изображение мишени, проведены стереотаксические расчеты. Определены расчетные координаты мишени в системе координат $K'xuz$ (при наличии пары соседних срезов со

следами мишени использован скан с более четким изображением). В процессе испытаний изменяли угол наклона гентри и положение локализатора в кольце томографа. Рассматривали два различных положения мишени в рабочем объеме локализатора и 5 вариантов расположения локализатора относительно гентри для первой серии и, соответственно, 6 вариантов – для второй серии. На рис. 5 приведены топограмма и соответствующая ей томограмма с изображением мишени для одного из исследованных положений локализатора.

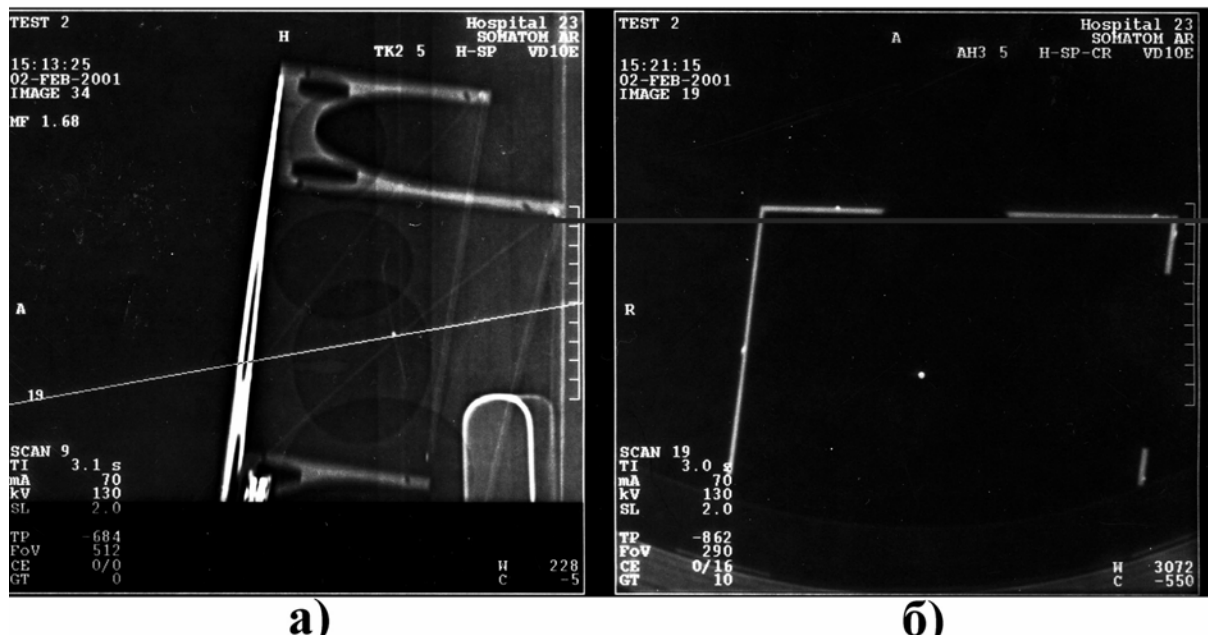


Рис. 5. Пример экспериментальных томограмм: а) топограмма положения скана, содержащего целевую точку, б) томограмма с изображением целевой точки

В табл. 1 приведены результаты контрольных вычислений положения мишени в системе координат основания зубной пластины манипулятора "ОРЕОЛ" (K'_{xyz}).

Таблица 1

Серия	Номер сечения	X	Y	Z
1	3	-13.4	67.8	112.1
	7	-13.24	68.03	111.89
	12	-13.24	67.90	111.68
	17	-13.69	67.85	112.06
	21	-13.63	67.40	109.62
Среднее значение		-13.44	67.80	111.47
Измеренное значение		-14	68	112
2	2	-7.93	21.57	-0.87
	4	-8.01	22.12	-2.45
	7	-7.40	21.87	-0.83
	10	-7.57	21.65	-1.24
	12	-7.7	22.6	-3.1
	19	-8.4	21.47	-2.26
Среднее значение		-7.84	21.88	-1.8
Измеренное значение		-8	22	-1.5

Как видно из таблицы, отклонение исчисленных координат мишени от их измеренных значений превышало толщину сканируемого слоя (2 мм) только в одном случае (1 серия, сечение 21) по координате z на 0.4 мм, что, в целом, является допустимым в реальных задачах стереотаксического наведения.

Программа стереотаксических расчетов параллельно с координатами мишени определяет значение функции $\Delta_2 = \sum_1^{15} |d_{уст} - d_{изм}|$ – линейную невязку метода – характеристику точности реконструкции искомого сечения. Среднее значение линейной невязки по данным обработки 57 тонких срезов составило 12.3 мм. При этом среднее отклонение измеренных расстояний от их теоретических (согласно геометрической модели) значений в пересчете на одно расстояние равно 0.82 мм. Отметим, что для предыдущей модели локализатора это отклонение было равно 1.5 мм.

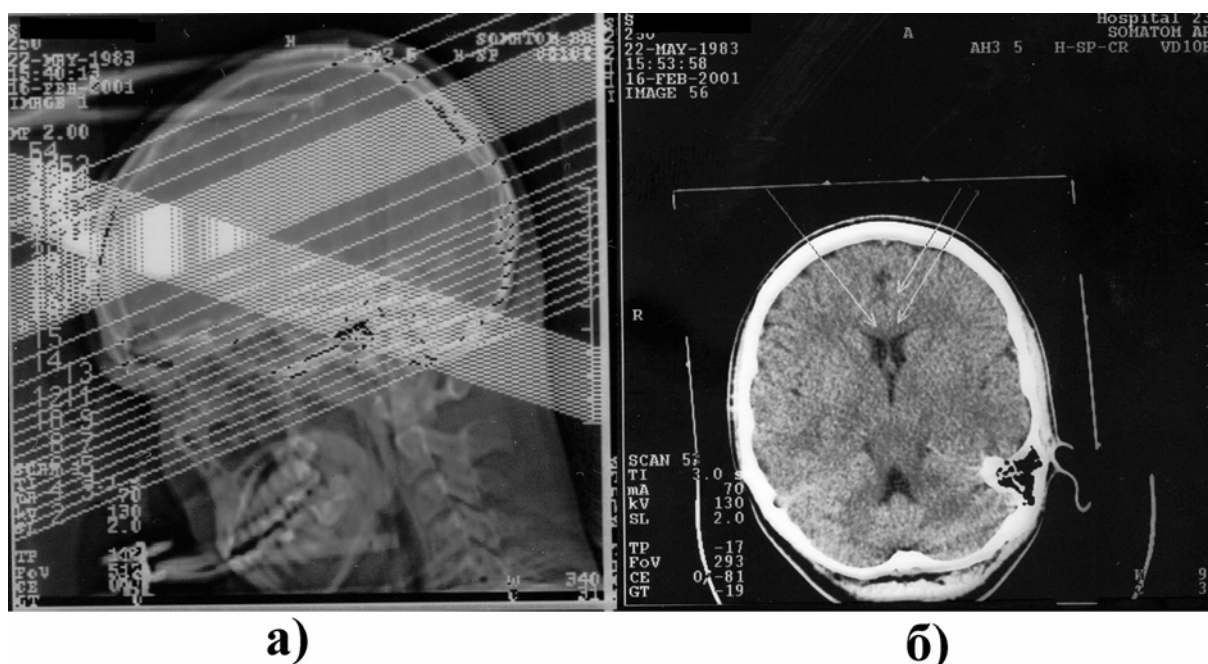


Рис. 6. Предоперационные томограммы пациента С., страдающего наркотической зависимостью. а) топограмма предоперационного исследования. б) локализационный срез; стрелками указаны целевые точки в поясных извилинах обоих полушарий мозга

С помощью локализатора ПНК проведена подготовка к 8 стереотаксическим операциям: 4 операции у пациентов с опиатной наркотической зависимостью, 1 операция у пациента с дрожательной формой паркинсонизма, 2 операции стереотаксической биопсии новообразований и 1 операция стереотаксической эвакуации внутримозговой гематомы. На рис. 6, а приведена топограмма с изображением головы пациента с фиксированным локализатором, полученная при подготовке стереотаксической операции билатеральной цингулотомии. На рис. 6, б приведена расчетная томограмма пациента с идентифицированными и локализованными целевыми точками в поясных извилинах обоих полушарий. Локализационный скан получен при предельном наклоне гентри (-19°).

Выводы

Разработана облегченная модель (ПНК) диагонального КТ-локализатора для расчетной стереотаксической компьютерной томографии. В качестве диагоналей в локализаторе использовались нити из нихрома ($\varnothing_{сеч} = 0.3\text{мм}$). По сравнению с

предыдущей моделью высота локализатора увеличена на 3 см, что позволило при подготовке стереотаксических операций гарантированно планировать наведение на глубокие структуры-мишени, расположенные ниже межкомиссуральной линии, а также использовать максимально допустимые углы наклона гентри.

Модифицировано программное обеспечение КТ-локализатора, в частности, предложен новый алгоритм локализации целевых точек, критерий оценки точности локализации изменен на более корректный.

Основная характеристика сходимости метода при поиске искомого томографического сечения – линейная невязка, полученная по результатам фантомных томографических испытаний, а также в процессе подготовки к стереотаксическим вмешательствам – была в среднем в полтора раза ниже аналогичной характеристики КТ-локализатора ИМЧ РАН. Линейная невязка в пересчете на одно расстояние дает величину, близкую к 1 мм, что эквивалентно инструментальной погрешности используемого томографа.

Литература

1. Аничков А.Д., Низковолос В.Б., Никитин М.А., Обляпин А.В., Полонский Ю.З., Попов А.Б. Новая универсальная стереотаксическая система//Актуальные вопросы стереонейрохирургии эпилепсии. Л.:РНИИН им. АЛ. Поленова, 1993.
2. Аничков А.Д., Обляпин А.В., Орлова Н.В., Полонский Ю.З. Стереотаксический локализатор для компьютерной томографии // Первый съезд нейрохирургов России, 14-16 июня. Екатеринбург, 1995.
3. Полонский Ю.З., Козаченко А.В., Гвоздев С.С., Назинкина Ю.В. Исследование точности диагонального стереотаксического КТ-локализатора // V международный симпозиум "Повреждения мозга" (Минимально-инвазивные способы диагностики и лечения). 31 мая - 4 июня 1999 года. Материалы симпозиума. СПб. 1999.
4. Полонский Ю. З., Иванов В. А., Козаченко А. В., Гвоздев С. С., Назинкина Ю.В. Точностные свойства локализатора ИМЧ РАН для компьютерной (рентгеновской) томографии // VI международная конференция "Проблемы пространства, времени, движения". Материалы конференции. 25–29 сентября 2000 г. СПб. 2000. г.
5. Аничков А. Д., Полонский Ю.З., Камбарова Д.К. Стереотаксическое наведение. Теория и опыт клинического применения ЭВМ-методики. Л.: Наука, 1985.

ЯМР-СПЕКТРОСКОПИЯ ТКАНЕЙ ГОЛОВНОГО МОЗГА И РАЗРАБОТКА СПОСОБА ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОНЦЕНТРАЦИИ МЕТАБОЛИТОВ

Ю.И. Неронов, З.М. Гарайбех, В.К. Иванов

В работе анализируются возможные источники погрешности определения методом ЯМР-спектроскопии концентрации N-ацетиласпартата в тканях белого вещества головного мозга. Разработано программное обеспечение, которое позволяет минимизировать систематические погрешности и определять концентрацию N-ацетиласпартата с ошибкой несколько процентов.

ЯМР-спектроскопия высокого разрешения позволяет регистрировать сигналы от низкомолекулярных соединений *in vivo*, если временная химическая стабильность молекул превышает 0.01 сек. По этой причине в биологических тканях, содержащих тысячи сложных соединений, молекулярные группы которых участвуют в процессах химического синтеза и распада, лишь некоторые достаточно стабильные низкомолекулярные соединения могут регистрироваться ЯМР-спектрометром.

Современные ЯМР-томографы с высоким полем, как правило, комплектуют приставками для ЯМР-спектроскопии (например, томограф Magnetom-Vision с полем 1,5 Тл, установленный в ЦНИРРИ, Санкт-Петербург). Это позволяет выполнять сравнительный анализ ряда доступных для регистрации веществ, образующихся в результате процессов метаболизма (метаболитов). Однако для определения концентраций таких веществ с указанием погрешности результатов требуется разработка специальной экспериментальной методики и дополнительного программного обеспечения.

Особый интерес представляет концентрация в тканях мозга N-ацетиласпартата (NAA). Это соединение необходимо тканям для обеспечения передачи нервных импульсов. Для нормального состояния тканей белого вещества головного мозга концентрация NAA, вероятно, может служить мерой развитости нейронных сетей. Но исследования в этом направлении напрямую зависят от возможности повысить точность определения концентрации.

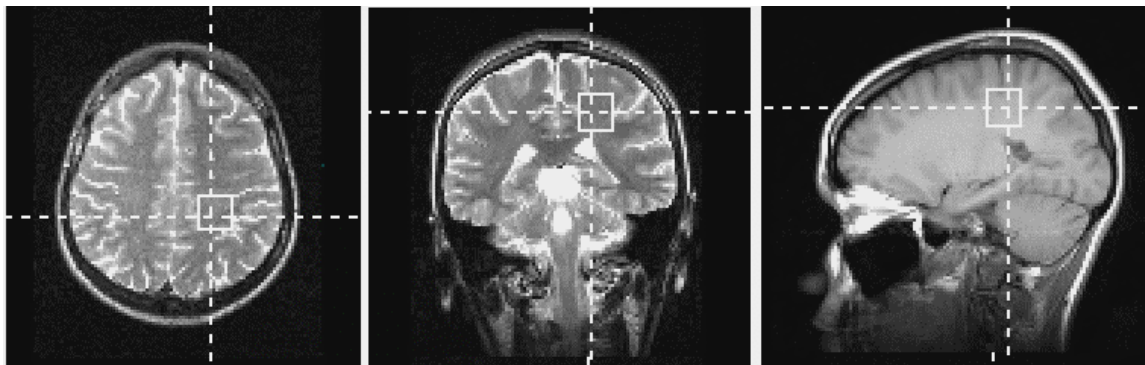


Рис. 1. Выбор области для накопления спектра

Для оценки возможных возрастных изменений были обследованы здоровые добровольцы от 19-и до 60-и лет. Применялась методика STEAM 10.0/5000/64 (интервалы между импульсом возбуждения и ЯМР-сигналом $TE = 10$ мс; интервалы времени между высокочастотными импульсами $TR = 5000$ мс; число повторных запусков для суммирования ЯМР-сигналов $NA = 64$) с использованием режима подавления сигналов воды [1].

Для определения абсолютных концентраций из этих же областей головного мозга накапливались сигналы от протонов растворителя (H_2O). Повторно использовалась та же импульсная последовательность с выключенным режимом

подавления ЯМР-сигнала воды, 16-разрядные АЦП регистрировали при этом и слабые сигналы метаболитов.

Перед накоплением данных выполнялась тщательная минимизация градиентов магнитного поля в области исследования для каждого добровольца. Область исследования выбиралась в форме "куба" ($20 \times 20 \times 20$ мм³) и размещалась в тканях белого вещества мозга (рис. 1). Спектральная информация накапливалась в виде числовых массивов по 1024 числа в шкале времени, которые затем пересылались для тщательной обработки на персональный компьютер.

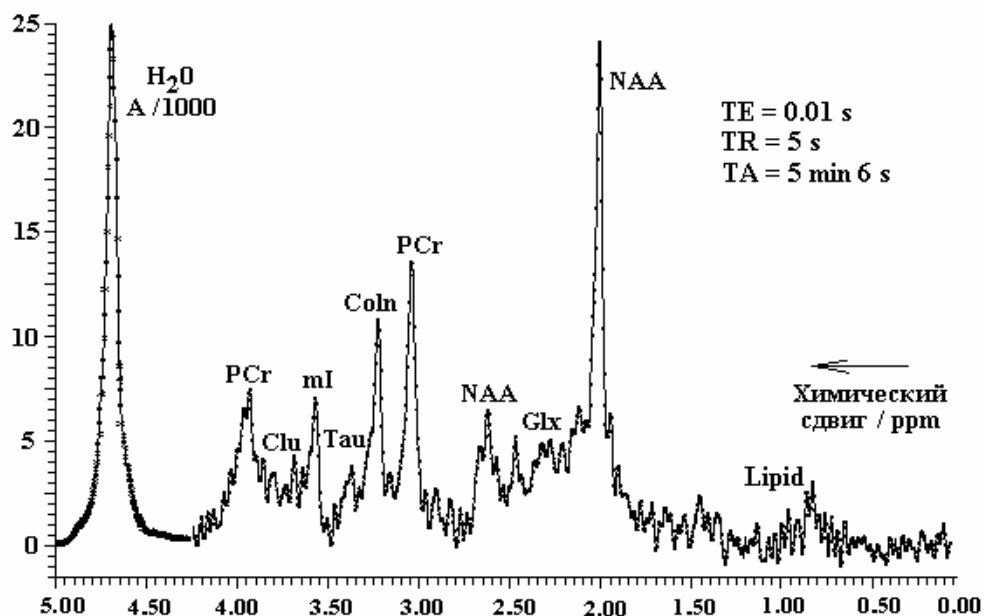


Рис. 2. ЯМР-спектр белого вещества головного мозга, накопленный при TE=10 мс. По вертикали – относительные единицы; по горизонтали – химический сдвиг в миллионных долях (ppm) традиционной для ЯМР шкалы относительно тетраметилсилана. Интенсивные сигналы регистрируются от молекулярных соединений: N-ацетиласпартата – NAA (2.01, 2.48, 2.60, 2.64 ppm), фосфокреатина – PCr (3.03, 3.94 ppm), холина – Cho (3.22 ppm), миоинозитола mI (3.56 ppm); более слабые сигналы регистрируются от таурина (3.36 ppm), глутамата (2.11, 2.18, 2.28, 2.36, 3.77 ppm) и от липидных соединений. Для сравнения на спектре представлен также сигнал от протонов воды, уменьшенный по амплитуде в 1000 раз. Время накопления спектра: TA = 5 min 6 sec

Метаболиты, характерные для тканей белого вещества мозга здоровых людей, регистрировались на спектрах, восстановленных Фурье-преобразованием. На рис. 2 демонстрируются разрешающие возможности используемого нами прибора: аппаратное разрешение $\Delta B/B = 3 \times 10^{-8}$ не уступает лучшим приборам такого класса.

Если обеспечено постоянство коэффициента усиления аппарата в режимах накопления спектра и сигнала воды, то последующая совместная обработка накопленных ЯМР-сигналов х-метаболитов и H₂O позволяет определять абсолютные концентрации метаболитов (метод, который используется в Институте экспериментальной медицины, г. Прага, М.Нажек(ом) и др.). Однако сопоставление литературных данных и наша практика показывает, что результаты определения концентрации, как правило, содержат систематические погрешности, которые зависят как от методики получения исходных числовых массивов, так и от способа обработки данных.

Для расчета концентрации х-метаболита применяют следующее соотношение:

$$C(x) = C(H_2O) \frac{S(x)Np(H_2O) \exp[-TE / T_2(H_2O)]}{S(H_2O)Np(x) \exp[-TE / T_2(x)]}, \quad (1)$$

где $C(H_2O) = 40$ Моль/литр – число молей молекул воды в исследуемой ткани (внутриклеточная вода; ЯМР-сигналы от молекул воды, входящих в состав биополимеров, не регистрируются данной методикой); $S(x)$ – интенсивность (площадь) протонного сигнала x -метаболита; $S(H_2O)$ – интенсивность сигнала от протонов воды ткани; $Np(H_2O) = 2$ – число протонов в молекуле воды; $Np(x)$ – число эквивалентных протонов в молекулярной группе x -метаболита ($Np(NAA) = 3$ для основного сигнала – CH_3 -группы NAA); $T_2(x)$ – время спин-спиновой релаксации протонов; $T_2(H_2O)$ – время спин-спиновой релаксации протонов воды.

Сомножитель, содержащий отношение экспонент, характеризует поправку на уменьшение ЯМР-сигналов за время TE из-за спин-спиновой релаксации (T_2). Однако постоянная T_2 может быть разной у разных пациентов, и, чтобы уменьшить влияние на точность результатов этого сомножителя, следует использовать минимальный параметр TE , который допустим в режиме локального спектрального анализа: $TE=10$ мс. При таком параметре сомножитель с отношением экспонент (1) может изменить результат не более чем на несколько процентов.

С другой стороны, при $TE=10$ мс начинают проявляться более короткоживущие молекулярные соединения. Сигналы некоторых из них (например, глутамат и глутамин) расположены в той же частотной области, что и сигнал NAA (рис. 2). При этом концентрация этих веществ в тканях может быть непостоянной. По этой причине возникают систематические погрешности при определении площади сигнала NAA. Кроме этого, при $TE=10$ мс ЯМР-сигнал от H_2O имеет существенно более сложную форму – кроме основной составляющей (внутриклеточная вода), присутствуют компоненты от протонов воды с широким спектром.

В широкой части ЯМР-спектра H_2O частично проявляются при $TE=10$ мс те молекулы воды, которые вступают во взаимодействие с биополимерами. Кроме этого, частично проявляются процессы обмена протонами между молекулами H_2O и группами $R-OH$, $R-NH$ различных соединений (см., например, [2]).

Отношение площадей сигналов $S(NAA)/S(H_2O)$ можно определить как отношение $A(NAA)\Delta\nu(NAA)/A(H_2O)\Delta\nu(H_2O)$, где $A(x)$ – амплитуда сигнала после Фурье-преобразования, $\Delta\nu(x)$ – ширина сигнала. С целью минимизации погрешности была разработана такая методика определения концентрации NAA, которая не требует вычисления ширины сигнала. Ширина сигнала определяется эффективным временем спин-спиновой релаксации как $\Delta\nu(x) = 1/(\pi T_2^*(x))$. Следовательно, для определения концентрации NAA можно использовать следующее соотношение:

$$C(NAA) = C(H_2O) \frac{2A(NAA)T_2^*(H_2O)}{3A(H_2O)T_2^*(NAA)} \exp\{-TE[1/T_2(H_2O) - 1/T_2(NAA)]\}. \quad (2)$$

Поскольку накопление спектра и накопление сигнала воды выполняется при одинаковой настройке спектрометра, то выражение для $T_2^*(x)$ в первом приближении будет иметь общее слагаемое $\gamma\Delta B$, описывающее уширение сигналов из-за неоднородности магнитного поля:

$$\begin{aligned} 1/T_2^*(H_2O) &= 1/T_2(H_2O) + \gamma\Delta B, \\ 1/T_2^*(NAA) &= 1/T_2(NAA) + \gamma\Delta B. \end{aligned} \quad (3)$$

Общее слагаемое $\gamma\Delta B$ можно исключить из двух выражений (3). Используя преобразование, можно показать, что в формуле (2) вместо постоянной T_2 допустимо использовать постоянную T_2^* . Причем при $TE=10$ мс вносимая погрешность из-за приближенности выражений (3) не будет превышать 1 %.

Из каждого исходного числового массива (1024 числа) для Фурье-преобразования мы использовали 500 чисел. Этого было достаточно, поскольку за интервал времени

0.5 с ЯМР-сигналы уменьшаются до шумового фона. Процедура Фурье-преобразования в нашей программе повторяется для каждого массива (1024 числа) несколько раз. Первый спектр получали с учетом начальных чисел исходного массива, а каждый следующий начинался с отбросом начальных 10 чисел и учетом для Фурье-преобразования следующих 500 чисел исходного числового массива. Поскольку оцифровка на томографе проводилась с интервалом включения АЦП 1 мс, то каждому отбросу начальных 10 чисел соответствует дополнительная "задержка" в регистрации ЯМР-сигнала на 0.01 с.

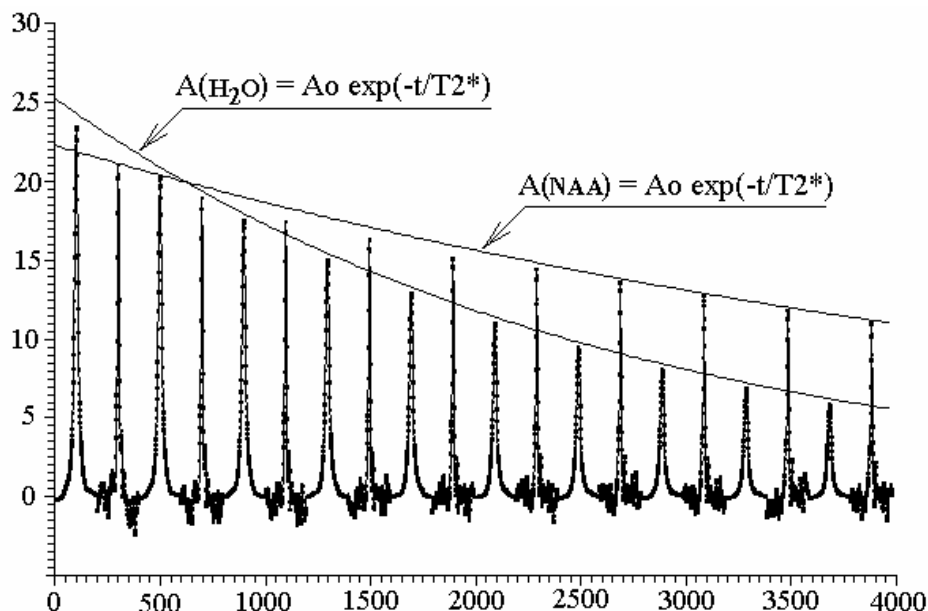


Рис. 3. Последовательность ЯМР-сигналов от протонов H_2O и NAA, полученная при исключении начальных чисел от 0 (первая пара сигналов) до 90 (последняя пара сигналов). По вертикали – относительная амплитуда, по горизонтали – последовательность сигналов с “задержкой” регистрации

Полученная таким образом последовательность ЯМР-сигналов после десяти Фурье-преобразований представлена на рис. 3. Как видим, уменьшение амплитуды сигналов как воды, так и NAA достаточно хорошо соответствует уменьшению по экспоненциальному закону $A(t) = A_0 \exp(-t/T_2^*)$. Для определения $A_0(x)$ и $T_2^*(x)$ использовалась процедура минимизации квадратичных отклонений для серии ЯМР-сигналов. Найденные постоянные $A_0(x)$ и $T_2^*(x)$ далее использовались для вычисления $C(x)$. При исключении из вычислительной процедуры начальных чисел исходного массива уменьшаются ЯМР-сигналы от протонов таких соединений, как глютамат, глютамин (из-за их более коротких констант T_2), соответственно уменьшается их влияние на погрешность определения $C(x)$.

Используя вместо соотношения (1) соотношение (2), мы исключаем погрешности, связанные с погрешностями определения площадей асимметричных сигналов NAA и воды. Результаты расчетов по соотношению (2) представлены в табл. 1, концентрации даны в единицах ммоль/литр. Разработанный нами способ позволил обрабатывать спектры как с подавлением, так и без подавления сигнала воды. Указанная в табл. 1 для $C(x)$ погрешность вычислялась по следующему выражению:

$$\Delta = \frac{100}{A_1} \sqrt{\frac{\sum (A(t_j) - A_j)^2}{N - 1.5}},$$

где A_j – амплитуда j -ого сигнала, $A(t_j)$ – амплитуда j -ого сигнала, вычисленная по соотношению $A(t) = A_0 \exp(-t/T_2^*)$, суммирование квадратичных отклонений под корнем выполняли N раз, N – число использованных ЯМР-сигналов.

Основная погрешность связана с обработкой сигналов NAA: $\Delta(\text{NAA}) > \Delta(\text{H}_2\text{O})$. Для обследованных добровольцев вычисленная нами концентрация NAA отличается незначительно. Сравним наши данные, например, с данными группы [5], которые были получены на аппарате Bruker Medsp S200 с полем 2 Тл для мужчины 62 лет: $C(\text{NAA}) = 11.12 \text{ mM/L}$.

Таблица 1

№	File- и возраст	C*(NAA) с подавлением сигнала воды	C(NAA) без подавления сигнала воды	$\frac{C^*(\text{NAA})}{C(\text{NAA})}$
1	NS-19	9.48 (+/- 6 %)	10.2 (+/- 6 %)	0.93
2	KZ-20	12.6 (+/- 3 %)	12.7 (+/- 4 %)	0.99
3	DR-20	12.1 (+/- 2 %)	11.6 (+/- 2 %)	1.04
4	GZ-22	11.4 (+/- 7 %)	9.6 (+/- 4 %)	1.19
5	AR-32	11.3 (+/- 3 %)	10.1 (+/- 3 %)	1.12
6	BR-60	11.9 (+/- 2 %)	12.8 (+/- 2 %)	0.93
7	NR-60	10.5 (+/- 4 %)	10.6 (+/- 2 %)	0.99
Среднее		11.33	11.10	1.02

N-ацетиласпартат является молекулярным соединением, которое требуется в данной среде для обеспечения передачи импульсов по нервным тканям [3, 4], и его концентрация, вероятно, пропорциональна средней плотности аксонов, дендритов и нервных клеток в белом веществе мозга. Как известно, число нервных клеток с возрастом уменьшается. Однако имеется и другая, противоположная тенденция [3]: число связей (дендритов) у активно функционирующего нейрона увеличивается с возрастом. Можно ожидать, что такая возрастная динамика плотности нейронных сетей будет отражаться на концентрации метаболитов, регистрируемых техникой ЯМР. Для более подробного обсуждения результатов потребуется накопление аналогичных данных для разных возрастных групп добровольцев. При определении $C(\text{NAA})$ необходимо использовать такие методики, которые, как и в представленном нами варианте, позволяют минимизировать влияние систематических погрешностей.

Литература

1. Frahm J., Michaelis T., Verboldt K.D., Bruhn H., Gyngell V.L., Hanicke W. Improvements in Localized Proton NMR Spectroscopy of Human Brain // J. Magnetic Resonance. V. 90. 1990. 464–473.
2. Неронов Ю.И., Рахимов З. Исследование протонного обмена в растворах H_2O - $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ - $\text{C}_5\text{D}_5\text{N}$ // ЖСХ. 1971. Том 12, № 3. С. 392-396.
3. Фишбах Дж. Психика и мозг // Scientific American. 1992. Том 11,12. С. 10-20.
4. Тютин Л.А., Рохлин Г.Д., Неронов Ю.И., Руденко Д.И., Стуков Л.А. Протонная магнитно-резонансная спектроскопия головного мозга // Магнитно-резонансная томография в клинической практике. СПб: Изд. ЦНИРРИ, 1996. С. 67-71.
5. Rose S.E., Chalk J.D., Galloway G.J., Doddrell D.M.. Detection of dimethyl sulfone in the human brain by in vivo proton MRS // Magnetic Resonance Imaging. 2000. V. 18. P. 95–98.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ И ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РЕШЕНИЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ СЛУЧАЯ НЕТРАНСЛЯЦИОННОГО МАССОПЕРЕНОСА В ЖИДКОСТЯХ

К.В. Мануйлов, З.Г. Симоненко, Л.П. Ильина, В.В. Плотников

Изучение нетрансляционного массопереноса в анизотропных средах связано с широким кругом теоретических и прикладных задач математической физики. Современные измерительные технологии позволяют проводить исследование параметров массопереноса на качественно новом уровне. Высокоточный метод измерения скорости массопереноса (коэффициента диффузии) в жидкой бинарной системе с границей раздела основан на совместном использовании оптических методов поляризационной интерферометрии и лазерной нуль-эллипсометрии [1]. Уникальность метода заключается в возможности регистрации параметров массопереноса в реальном масштабе времени на основании зависимости показателя преломления раствора от его концентрации.

На рис 1. изображена кювета, конструкция которой обеспечивает четкую границу раздела фаз в начальный момент времени, в которой находятся водные растворы KCl различных концентраций – C_1 и C_2 .

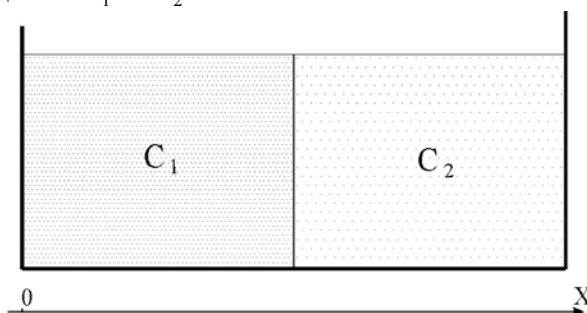


Рис. 1. Диффузионная кювета с растворами различной концентрации:
X - координата

Математическое описание эксперимента основано анализе изменения геометрии изоконцентрационных поверхностей в процессе диффузии. Аналитическое описание геометрии таких поверхностей требует обращения к эллиптическим функциям Якоби – $\text{sn}(u, \varepsilon)$, $\text{cn}(u, \varepsilon)$, $\text{dn}(u, \varepsilon)$, рассматриваемым как функции двух переменных – аргумента u , и эксцентриситета ε . Начальные условия задачи описываются функцией $\text{sn}(u, \varepsilon)|_{\varepsilon^2=1}$. На рис. 2 приведен вид этой функции при различных значениях эксцентриситета. Рисунок иллюстрирует начальные условия задачи – ступеньку концентраций в начальный момент времени, и процесс ее выравнивания в дальнейшем.

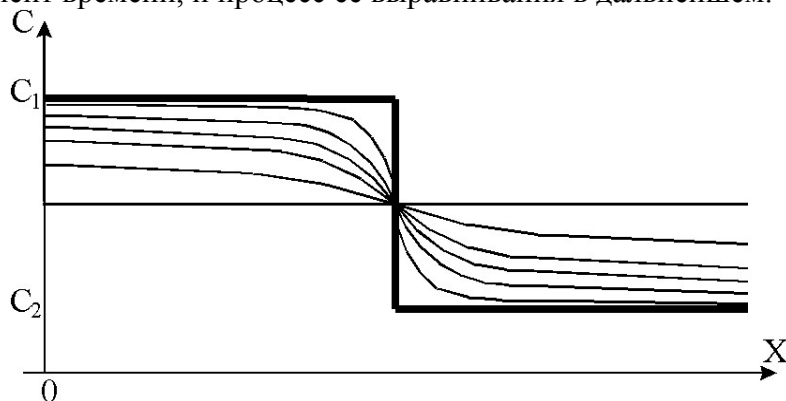


Рис. 2. График функции эллиптического синуса при различных значениях эксцентриситета, отражающий изменение концентрационного профиля системы

В результате эксперимента впервые была получена феноменологическая кривая протекания процесса массопереноса бинарной жидкости в реальном масштабе времени, приведенная на рис. 3.

По оси абсцисс отложено время t , по оси ординат – синусная составляющая интенсивности поляризованного излучения I , проходящего через исследуемую среду. Определяя промежутки времени t_1 , t_2 , t_3 , которые соответствуют экстремумам кривой, были получены точные значения коэффициента диффузии для различных растворов.

Результаты эксперимента заставили нас заняться решением уравнения диффузии, записанного в наиболее общей и корректной форме, принадлежащей, по всей видимости, перу Б. Римана [2, 3]. Параболическое уравнение теплопроводности (диффузии) представлено им в виде

$$\sum_{i,j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\sum_{i,j=1}^3 D_{ij} \frac{\partial U}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial U}{\partial t}, \quad (1)$$

где U – температура (концентрация), x_i – декартовы координаты, t – время, D_{ij} – коэффициенты теплопроводности (диффузии), являющиеся функциями координат и времени.

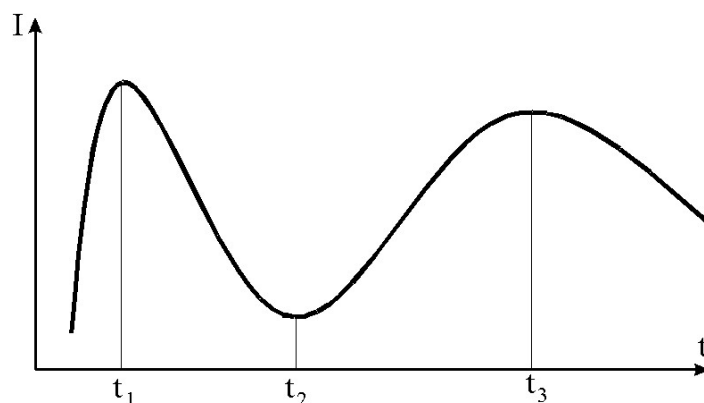


Рис. 3. Феноменологическая кривая протекания процесса массопереноса бинарной жидкости

Риман использовал в своем решении не декартову систему координат, а систему координат Ламе [4], связанных с декартовыми координатами через тригонометрические функции эллипса соотношениями

$$\begin{aligned} x_1 &= c_1 \operatorname{sn} u_1 \operatorname{sn} u_2 \operatorname{sn} u_3, \\ x_2 &= c_2 \operatorname{cn} u_1 \operatorname{cn} u_2 \operatorname{cn} u_3, \\ x_3 &= c_3 \operatorname{dn} u_1 \operatorname{dn} u_2 \operatorname{dn} u_3. \end{aligned} \quad (2)$$

В такой координатной системе параболическое дифференциальное уравнение в частных производных (1) распадается в систему, состоящую из трех обыкновенных дифференциальных уравнений Ламе с нестационарностью первого порядка

$$\begin{aligned} -2\varepsilon(1-\varepsilon^2) \frac{d \operatorname{sn} u}{d \varepsilon} \frac{d \varepsilon}{dt} &= D_{11} \frac{d^2 \operatorname{sn} u}{du^2} - \frac{d D_{11}}{du} \frac{d \operatorname{sn} u}{du} - D_{10} \operatorname{sn} u, \\ -2\varepsilon(1-\varepsilon^2) \frac{d \operatorname{cn} u}{d \varepsilon} \frac{d \varepsilon}{dt} &= D_{22} \frac{d^2 \operatorname{cn} u}{du^2} - \frac{d D_{22}}{du} \frac{d \operatorname{cn} u}{du} - D_{20} \operatorname{cn} u, \\ -2\varepsilon(1-\varepsilon^2) \frac{d \operatorname{dn} u}{d \varepsilon} \frac{d \varepsilon}{dt} &= D_{33} \frac{d^2 \operatorname{dn} u}{du^2} - \frac{d D_{33}}{du} \frac{d \operatorname{dn} u}{du} - D_{30} \operatorname{dn} u. \end{aligned} \quad (3)$$

Подход Римана не получил дальнейшего развития после смерти автора, и традиционные решения параболических уравнений диффузии и теплопроводности получают в предположении, что коэффициенты переноса D_{ij} являются величинами постоянными, не зависящими от направления и концентрации (температуры) [5–7]. Это, очевидно, не так, что подтверждается видом кривой на рис. 3.

Рассмотрим геометрию изоповерхностей в анизотропном теле, имеющем точечный источник тепла или диффузии [8]. Очевидно, что эти поверхности – эллипсоиды с изменяющимся эксцентриситетом и величиной главной оси, подобные эллипсам, изображенным на рис. 4. Такое представление является наиболее общим и должно быть модифицировано в каждом конкретном случае с учетом начальных и граничных условий задачи. Так, в рассматриваемом нами случае одномерной диффузии, процесс описывается одним из уравнений системы (3), отражающим движение изначально плоского фронта диффузии.

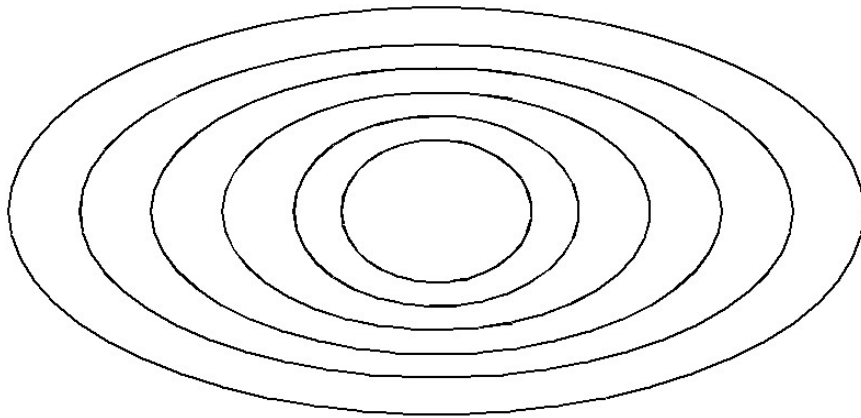


Рис. 4. Изоповерхности в анизотропном теле

Построим дифференциальное уравнение, описывающее эволюцию эллипсоида с эксцентриситетом ε_1 в эллипсоид с эксцентриситетом ε_2 . Для этого необходимо взять производные от тригонометрических функций эллипса по эксцентриситету в виде

$$\begin{aligned} -2\varepsilon(1-\varepsilon^2)\frac{dsnu}{d\varepsilon}\frac{d\varepsilon}{dt} &= \frac{d^2snu}{du^2} - 2(Z-\varepsilon^2u)\frac{dsnu}{du} - (\varepsilon^2-1)snu; \\ -2\varepsilon(1-\varepsilon^2)\frac{dcnu}{d\varepsilon}\frac{d\varepsilon}{dt} &= \frac{d^2cnu}{du^2} - 2(Z-\varepsilon^2u)\frac{dcnu}{du} - cnu; \\ -2\varepsilon(1-\varepsilon^2)\frac{ddnu}{d\varepsilon}\frac{d\varepsilon}{dt} &= \frac{d^2dnu}{du^2} - 2(Z-\varepsilon^2u)\frac{ddnu}{du} - \varepsilon^2dnu, \end{aligned} \quad (4)$$

где $Z(u)$ – эрмитова Z – функция Якоби, допускающая представление в виде

$$Z(u) = \int_0^u \varepsilon^2 \operatorname{sn}^2 u du. \quad (5)$$

Сравним теперь коэффициенты, стоящие при членах в уравнениях системы (4) с коэффициентами D_{ij} в уравнении диффузии в форме (3). Обратим внимание на коэффициент, стоящий при первой производной от тригонометрической функции эллипса. Сравнив выражения (3) и (4), можем написать

$$\frac{dD_{ii}}{du} = 2(Z - \varepsilon^2 u). \quad (6)$$

Интегрируя это выражение, можно найти коэффициенты при вторых производных, т.е. интересующие нас коэффициенты теплопроводности (диффузии), и сделать предположения о характере их изменения:

$$D_{ii} = 2 \int (Z - \varepsilon^2 u) du = 2 \left[\left(1 - \frac{E}{K} - \varepsilon^2 \right) u^2 + \ln \theta_4(u) + \right] + B. \quad (7)$$

Здесь $K = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \varphi}}$ и $E = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \varphi} d\varphi$ – действительные полные

эллиптические интегралы I и II рода, θ_4 – θ -функция Якоби, B – постоянная интегрирования.

Выражение (7) показывает, что коэффициент диффузии (теплопроводности), включает в себя, кроме постоянной, аperiодическую составляющую и не является постоянной величиной (см. рис. 3).

Полученное выражение для коэффициента диффузии хорошо согласуется с результатами эксперимента, а разработанный математический аппарат дает возможность аналитического описания процесса нетрансляционного массопереноса в жидких системах с заранее заданными свойствами [9, 10].

Литература

1. Симоненко З.Г., Порай-Кошиц А.Б., Равдель А.А., Фейгельс В.И., Шмуйлович Г.А. А.С.№ 966307. Способ и устройство для его реализации // Бюллетень ОИПОТЗ, 1982. №43. С 231.
2. Риман Б. Сочинения. М.–Л: ОГИЗ. ГИТТЛ, 1948. С. 399–413.
3. Федоров В.Н., Мануйлов К.В. Примечания Р. Дедекинда к конкурсному мемуару Б. Римана “Commentatio mathematica, qua respondere tentatur quaestioni ab III^{ma} Academia Parisiensi propositae” // Quaestiones philosophiae naturalis. Вопросы натуральной философии. 1999. №2–3. С. 160–176.
4. Мануйлов К. В., Панферов А. А. Функции Ламе и их применение // Quaestiones philosophiae naturalis // Вопросы натуральной философии 1999. №2–3. С. 160-176.
5. Курант Р., Гильберт Д. Методы математической физики. Т. I. М.–Л: ГИТТЛ, 1933. С. 294–296.
6. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М: Наука, 1966. С. 177–197.
7. Франк Ф., Мизес Р. Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики. Л.–М: ОНТИ. Главная редакция общетехнической литературы, 1937. С. 627.
8. Мануйлов К.В.. Конические сечения, теорема Абеля и нелинейные задачи математической физики // Quaestiones philosophiae naturalis. Вопросы натуральной философии. 1999. №2–3. С. 8–55.
9. Симоненко З.Г. Исследование параметров скорости массопереноса в жидких бинарных системах с границей раздела // Материалы VI Международной научной конференции “Проблемы пространства, времени, движения”. 2000. С. 22.
10. Плотников В В., Панферов А.А. Решение параболических уравнений – диффузии и теплопроводности методами теории абелевых функций // Материалы VI Международной научной конференции “Проблемы пространства, времени, движения”. 2000. С. 23.

ОПИСАНИЕ И ОБОСНОВАНИЕ ПОВЕРОЧНОЙ СХЕМЫ ДЛЯ СЕЙСМОПРИЕМНИКОВ

И.В. Степанов

Приведено описание схемы поверки сейсмоприемников. Представлены поверочная схема и структурная схема комплекса ЦВМ – ЭТАЛОН - РАБОЧИЕ СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ.

Некоторые вопросы метрологического обеспечения сейсморазведки до сих пор остаются дискуссионными [1, 2, 3] и привлекают внимание широкого круга специалистов, что обусловлено значением метода для изучения недр и поисков полезных ископаемых (в первую очередь нефти и газа).

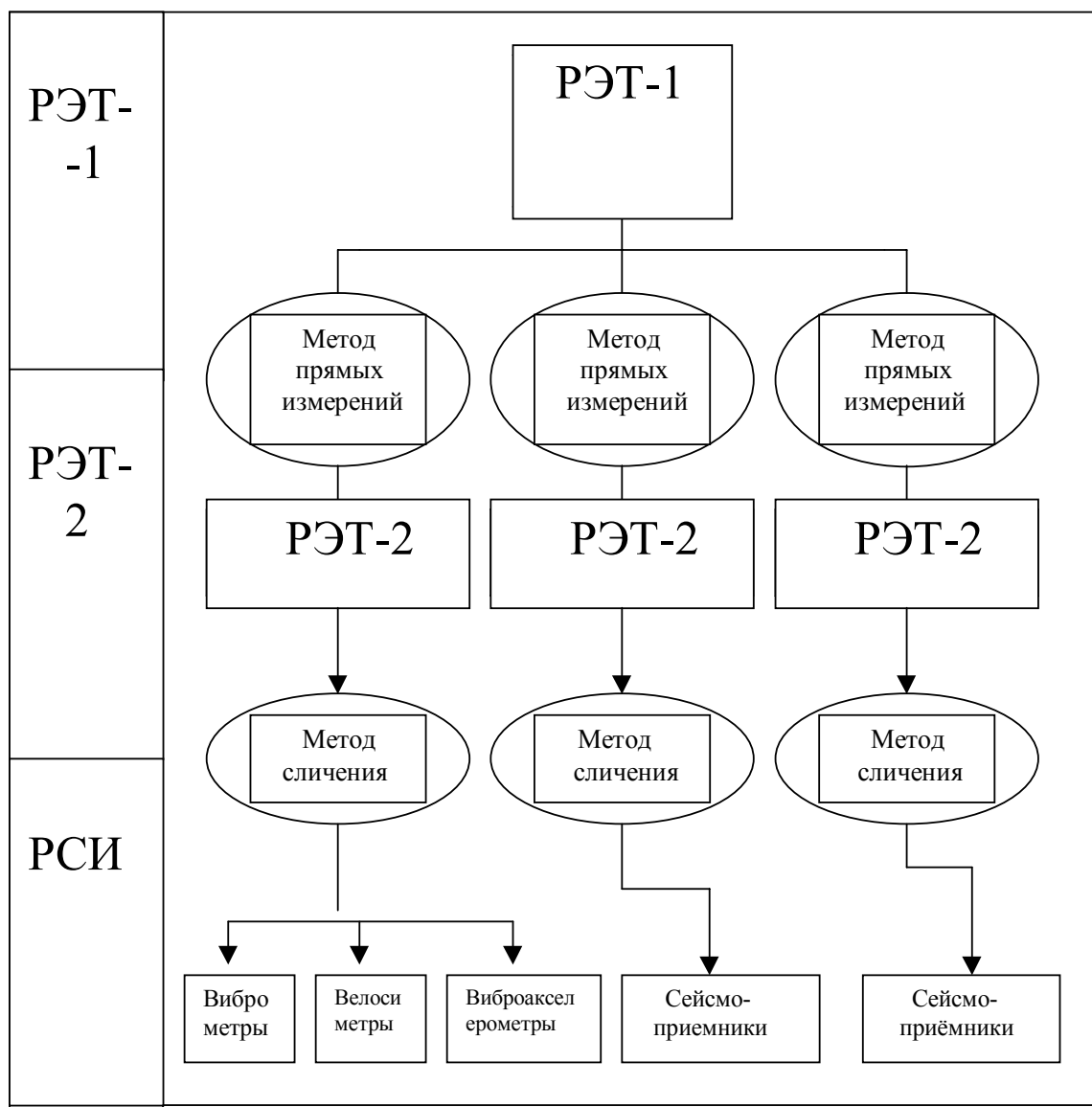


Рис. 1. Поверочная схема для сейсмоприемников

Сейсмоприемники – преобразователи механических колебаний в электрические – являются важнейшими элементами измерительных сейсмических каналов. Несмотря на их значительное количество даже в комплекте одной сейсмостанции и широкое географическое рассредоточение, необходимо обеспечить достоверность и единство результатов измерений их параметров. Обычно это достигается путем централизации

воспроизведения размеров соответствующих единиц измерений. В дальнейшем данные единицы передаются нижестоящим по точности средствам измерений.

Порядок воспроизведения и передачи размеров единиц от рабочего эталона первого разряда соподчиненным по точности эталонам и далее – рабочим сейсмоприемникам регламентируется поверочной схемой (рис. 1).

Во главе поверочной схемы стоит рабочий эталон I разряда (РЭТ I), который является наивысшим в отрасли средством воспроизведения единиц длины – м, скорости – м/с и ускорения – м/с² при колебательном движении твердого тела в диапазоне 1–300 Гц и передачи размеров этих единиц. По существу, РЭТ I является высокоточным вибростендом. Технические характеристики данного вибростенда РЭТ I, а также РЭТ II, рабочих средств измерений частично приведены на поверочной схеме и ниже в описании.

Соподчиненными РЭТ I по точности являются РЭТ II. Они представляют собой тщательно отобранные и изученные сейсмодатчики с большой степенью затухания (типа СВУ-1).

Поверке подлежат:

1. амплитудно-частотная характеристика;
2. коэффициент преобразования;
3. фазово-частотная характеристика;
4. собственная частота (частота собственных колебаний);
5. степень затухания;
6. относительный коэффициент поперечного преобразования;
7. коэффициент нелинейных искажений сейсмоприемника;
8. максимальный выходной сигнал;
9. активное сопротивление катушки;
10. предельный угол наклона сейсмоприемника.

Данные параметры должны быть измерены в следующих диапазонах и с указанной ниже точностью:

- а) собственная частота – от 5 до 30 Гц с погрешностью не более 2 %;
- б) степень затухания – от 3 до 8 с погрешностью не более 2 %;
- в) коэффициент преобразования – от 0,05 до 0,2 В/(м/с) с погрешностью не более 3 %;
- г) коэффициент нелинейных искажений – 0,02 до 0,15 % с погрешностью не более 2 %;
- д) сопротивление катушки от 500 до 1500 Ом с погрешностью не более 2 %.

Время поверки по каждому параметру должно быть в среднем 5 мин., не считая времени установки на платформу.

При поверке РЭТ II устанавливается на платформу вибростенда. Далее с помощью вибростенда корпусу РЭТ II задаются требуемые воздействия, а через аналого-цифровой преобразователь (АЦП) отклик РЭТ II (сейсмоприемника) вводится в ЦВМ. В дальнейшем производится обработка информации с целью получения значений вышеперечисленных параметров и их сличения. Для документирования информация выводится на принтер. Связи ЦВМ с РЭТ I, РЭТ II и рабочими средствами измерений показаны на рис. 2.

В работе поверочной схемы используются два метода измерений. Первый – обычно применяемый метод прямых измерений. При его использовании воспроизводят (задают на вход прибора и одновременно измеряют) единицу прямыми методами. При втором, называемом здесь косвенным методом, выходной сигнал сейсмоприемника измеряют также прямым методом, а задают путем воздействия прямоугольных импульсов тока на приемную катушку сейсмодатчика. Этот способ, единственно применимый в геологии из-за малого веса и габаритов применяемого оборудования, а

также его простоты, уже получил одобрение в Стандарте Евро-Азиатского геофизического общества [4].

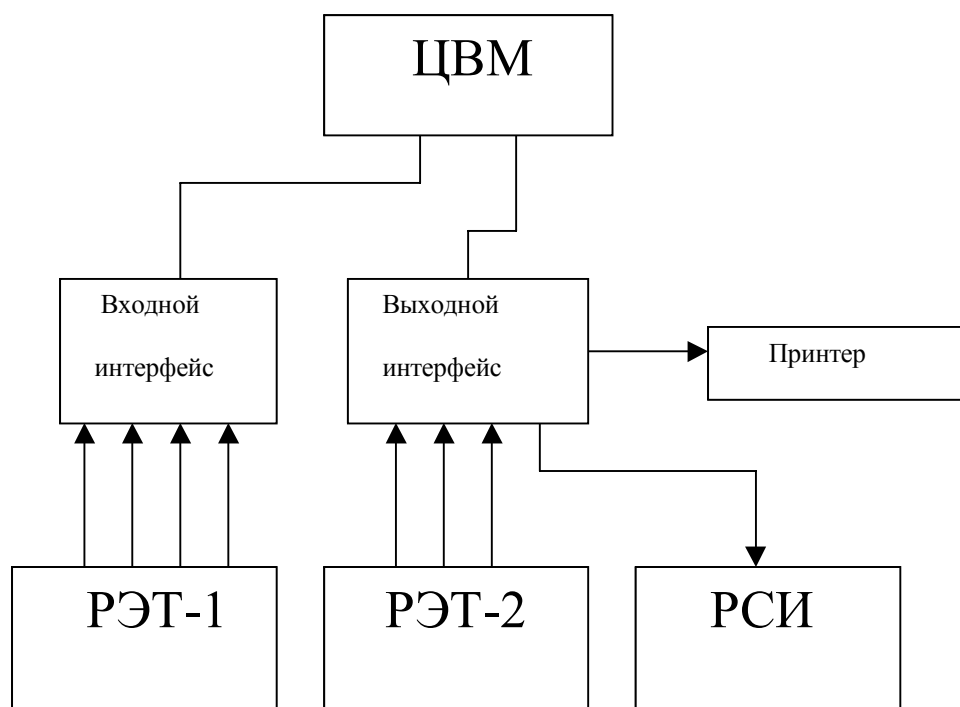


Рис. 2. Схема связей ЦВМ с РЭТ-1, РЭТ-2 и рабочими средствами измерений

Среди технических средств для косвенного метода измерений параметров сейсμοприемников известны хорошо зарекомендовавшие себя на практике тестеры SMT 100, SMT 150 (Голландия). Но для их применения, как следует из вышесказанного, требуется аттестация этого метода прямыми методами.

Литература

1. Ермаков Б.Д. Сейсмический канал как единая измерительная система // Геофизика. М.: Герс, 1998, № 4.
2. Зайченко В.Ю. Концепция измерений при сейсмических исследованиях // Геофизика. М.: Герс, 1999, № 4.
3. Кондратьев О.К. К вопросу о метрологическом обеспечении информационно-измерительной системы сейсморазведки // Геофизика. М.: Герс, 1999, № 4.
4. Стандарт Евро-Азиатского геофизического общества СТО ЕАГО 016-01-94 "Геофизическая аппаратура и оборудование. Сейсμοприемники электродинамические. Методы измерений основных параметров и характеристик" М., 1994.

РАЗРАБОТКА МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ СЕЙСМОПРИЕМНИКОВ С ВЫХОДНЫМ СИГНАЛОМ, ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫМ ВТОРОЙ ПРОИЗВОДНОЙ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ СРЕДЫ

И.В. Степанов

Приведен обзор существующих методов определения параметров сейсмоприемников. Представлены базовые уравнения для вычисления параметров сейсмоприемников со степенью затухания выше критической. Выбраны методы определения параметров таких сейсмоприемников.

Введение

Сейсморазведка представляет собой совокупность методов исследований геологического строения земной коры, основанных на изучении распространения в ней упругих волн, возбуждаемых каким-либо источником сейсмических колебаний.

Перемещение частиц среды, которые вызваны воздействием сейсмических волн, по сути – механическое явление, которое характеризуется скоростью и ускорением колебательного движения частиц относительно их равновесного состояния. Непосредственное измерение этих величин проблематично. Поэтому для этой цели используются датчики (сейсмоприемники – СП), преобразующие колебательные движения частиц среды в электрические сигналы, пропорциональные скорости или ускорению этих движений.

В настоящее время в России и за рубежом при проведении сейсморазведочных работ наибольшее применение имеют сейсмоприемники с выходным сигналом, пропорциональным первой производной перемещений поверхности, и степенью затухания менее единицы.

Повышение разрешающей способности сейсморазведки требует создания новых первичных преобразователей, обеспечивающих в широком диапазоне частот линейность амплитудно-частотной характеристики, что может быть достигнуто при пропорциональности выходных сигналов второй производной перемещений поверхности исследуемой среды [1]. В подобных сейсмоприемниках пропорциональность выходного сигнала второй производной входного перемещения достигается за счет высокой степени затухания, превышающей критическое значение, при этом рабочий частотный диапазон тем шире, чем больше степень затухания.

Для сейсмоприемников со степенью затухания менее единицы существуют методики и аппаратура для определения их параметров. Все эти методы в основном сводятся к исследованию переходной характеристики сейсмоприемника, представляющей собой затухающую синусоиду [2]. У новых сейсмоприемников переходная характеристика является аperiодической.

В связи с этим возникла необходимость разработки новых методов определения параметров сейсмоприемников.

Описание и обоснование метода измерений

Разработка методов измерений параметров сейсмоприемников с большой степенью затухания осложняется следующими факторами:

1. При определении параметров сейсмоприемников (частоты собственных колебаний, степени затухания и т. д.) невозможны прямые измерения. Остается возможность определения этих параметров по результатам измерения выходных сигналов СП.
2. Однако при большой степени затухания выходные сигналы СП настолько изменяются, что становится невозможным использовать существующие методы

(по затуханию сигналов свободного движения, по наблюдениям максимумов выходных сигналов свободного движения и т. п.).

3. Испытательная аппаратура зачастую нетранспортабельна из-за своих массогабаритных показателей.

Разработанный метод основан на измерениях вынужденного движения и обработки результатов таких измерения. Рассмотрим данный метод на примере сейсмометра с пассивной коррекцией, установленного на вибрирующем основании с частотой f (без электрических обратных связей). Уравнение движения чувствительного элемента (ЧЭ) такого сейсмометра имеет вид:

$$mx'' + hx' + cx = m\omega^2 \sin \omega t = 0, \quad (1)$$

где m – масса ЧЭ; x – перемещение ЧЭ; x'' и x' – ускорение и скорость перемещения ЧЭ; h – коэффициент демпфирования ЧЭ, пропорциональный x' ; c – коэффициент упругого сопротивления ЧЭ; a и ω – амплитуда и круговая частота гармонических колебаний корпуса прибора с частотой f .

Уравнение (1) при любых параметрах СП удобно рассматривать в виде:

$$x'' + 2\beta x' + \omega_0^2 x = a\omega^2 \sin \omega t, \quad (2)$$

где $\frac{h}{m} = 2\beta$ имеет смысл удвоенной степени затухания; ω_0^2 – квадрат собственной частоты; β – степень затухания; a – амплитуда перемещения корпуса прибора.

Решение (2) известно, в том числе и при значительном демпфировании [3]. При $\omega_0 > \beta$ вынужденную составляющую движения ЧЭ можно записать в виде

$$x = \frac{a\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 - 4\beta\omega^2}} \sin(\omega t + t). \quad (3)$$

При этом

$$\psi = \arctg \frac{2\beta\omega}{\omega^2 - \omega_0^2}, \quad (4)$$

где ψ – фаза вынужденных колебаний.

Свободная составляющая движения ЧЭ зависит от неопределенных начальных условий x_0 и x'_0 и затухает. Вынужденные составляющие стационарны, так как колебания с частотой $\omega > 2\pi f$ можно поддерживать постоянно, устанавливая, например прибор на вибростенд. Заметим, что выражение (3) представляет собой амплитудно-частотную характеристику, а (4) – фазо-частотную характеристику прибора.

Теперь перейдем к самому методу определений неизвестных параметров по результатам измерений выходных сигналов СП. Предположим, что измерены фазы ψ_1 , ψ_2 выходных сигналов для частот ω_1 , ω_2 . Тогда имеем систему двух уравнений:

$$\arctg \frac{2\beta\omega_1}{\omega_1^2 - \omega_0^2} = \psi_1, \quad (5)$$

$$\arctg \frac{2\beta\omega_2}{\omega_2^2 - \omega_0^2} = \psi_2.$$

Решив систему (5) относительно ω_0 и β , получим значение собственной частоты ω_0 СП и степени затухания β .

Перейдем теперь к записи амплитуды. Из (3) нетрудно получить уравнения для нахождения ω_0 и β :

$$\frac{a_1\omega_1^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_1^2)^2 + 4\beta\omega_1^2}} = cA_1, \quad (6)$$

$$\frac{a_2 \omega_2^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_2^2)^2 + 4\beta \omega_2^2}} = cA_2,$$

где c – коэффициент для приведения результатов измерения (обычно в вольтах) к перемещениям.

Размерность c можно записать в виде LV^{-1} ; a_1, a_2 значения перемещения стола при частотах $\omega = \omega_1$ и $\omega = \omega_2$. Разделив правую часть на c , получим систему уравнения для определения ω_0 и β . При этом предполагается знание a_1, A_1, A_2 .

Таким образом, первый метод основан на использовании вибростенда, так как необходимо знать действительные значения a_1 и a_2 . Второй метод не требует знания действительных значений a . Он основан на возбуждении ЧЭ гармоническим сигналом, например, путем воздействия на него через катушку. При этом сильно упрощается аппаратура, но по-прежнему решается система уравнений (5). При этом можно определить $\omega_0, \beta, \text{ФЧХ}$ и другие параметры.

Литература

1. Рыжов А.В. Новые принципы расчета и создание электродинамических сейсмоприемников с оптимальными параметрами // М.: ВНИИГеофизика, 1994.
2. Стандарт Евро-Азиатского геофизического общества СТО ЕАГО 016-01-94 "Геофизическая аппаратура и оборудование. Сейсмоприемники электродинамические. Методы измерений основных параметров и характеристик". М., 1994

МЕХАНИЗМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВРЕДНЫХ ОТХОДОВ НА ПОВЕРХНОСТИ

В.А. Иванов, Ю.В. Хохлов

Предположим, имеется производство, постоянно выбрасывающее в воздух вредные отходы. Специалисты, проектирующие данное производство, полагают, что выбросы будут примерно в равной доле располагаться по существующей в данном районе розе ветров, и в этом они допускают существенную ошибку. Часть вредных выбросов действительно распространится в ближней зоне по периметру источника загрязнения, а существенная часть будет отнесена (осаждена) по линии наибольшего градиента гравитационного поля. Вся грязь будет распространяться в направлении наибольших значений потенциала гравитационного поля, которые можно назвать зонами накопления, а зоны наименьшего значения гравитационного потенциала являются зонами выноса (разубоживания). Таким образом, можно сделать следующие выводы:

1. Если у нас возникла необходимость выбрать место для какого-либо производства с вредными выбросами, то мы должны в первую очередь изучить в данном районе гравитационное поле Земли (с учетом его вариаций) и посмотреть, в каких его пределах находятся населенные пункты и зоны жизнедеятельности.
2. Если нам необходимо разместить захоронение вредных веществ, то его нужно расположить в зоне наибольшего гравитационного потенциала (зона накопления), а также рассмотреть возможность шлейфовых выбросов вредных веществ от захоронения, чтобы исключить возможность заражения зон жизнедеятельности.

Эти условия нужно соблюдать неукоснительно, так как абсолютно надежных убежищ не бывает, а гравитационное поле Земли все время варьирует и напоминает своим действием золотоискателя, в лотке промывающего золото. Кстати говоря, может быть, поэтому происходит обогащение хвостовых отвалов от переработки драгоценных металлов.

В связи с изложенным на сегодняшний момент, по-видимому, необходимо провести ревизию местоположений существующих вредных производств и хранилищ отравляющих веществ.

В качестве примера может послужить зона эманации вредных веществ, определенных по снежному покрову в районе свалки химических веществ "Красный Бор", Ленинградская область [1]. На рис. 1 четко видно, что вокруг захоронения расположено довольно равномерное пятно трех типов загрязнителей, и почему-то на северо-запад отходит шлейф этих же трех компонентов, но это как раз является направлением градиента гравитационного поля.

Если рассматривать последствия аварии на Чернобыльской АЭС, то здесь наиболее ярко отразилась данная закономерность. Большая часть выброса ушла в северном направлении от ЧАЭС, т.е. по направлению увеличения гравитационного поля Земли.

Сделаем попытку рассмотреть механизм последствия Чернобыльской аварии.

В результате взрыва энергоблока на Чернобыльской АЭС в атмосферу под воздействием мощного импульса было выброшено значительное количество радиоактивного вещества, состоявшего из отдельных фрагментов (от материальных обломков до газообразного состояния). После прекращения действия энергии взрыва на этот конгломерат часть, которая представляла собой крупные и средние обломки строительных конструкций, опала в радиусе взрывного камуфлета, крупнопылевая – в зоне ближнего заражения, а тонкодисперсная субстанция, близкая по плотности к плотности окружающей атмосферы, как "Сизифов камень", начала движение по

наклонной поверхности, скатываясь с горы. Горою в данном случае являлось значение гравитационного потенциала данной точки поверхности Земли, а наклонной поверхностью ему служил градиент гравитационного поля Земли, т.е. направление изменения этого потенциала от меньших значений к большим, но в северном полушарии.



Рис. 1. Сводная схема распределения загрязнений снежного покрова основными токсинами полигона "Красный бор" по данным снегометрии за 1996 и 1991 г.:
М 1:25000, стрелка указывает направление главного момента

По мере движения (может быть, в соответствии с размерами частиц или плотности вещества) на отдельных аномальных участках поля гравитации происходило осадковыпадение (пятна заражения) до полного истощения радиационного облака. В данном процессе распределения осадконакопления, по всей видимости, должны были принять участие как магнитное поле Земли, так и его электромагнитные составляющие, но влияние этих полей могло проявиться в конечной стадии процесса осадковыпадения, когда в составе облака остались высокоэнергетические и консолидированные (упорядоченные) заряженные по полюсам частицы.

Резюмируя изложенное, можно сказать, что если мы правильно разберемся с результатами воздействия гравитационного поля с окружающей нас средой, мы сможем не только констатировать факты вредного влияния на нее нашей жизнедеятельности, но и предвидеть их возможные последствия.

Кроме явлений, изложенных в начале статьи, нужно отметить и следующее.

Значение гравитационного поля необходимо для строителей, прокладывающих как наземные (подземные) трубопроводы, так и при прокладке линий метро.

В этом случае нужно выбирать маршрут "красной линии", т.е. пытаться выбрать направления наименьшего градиента гравитационного поля, так как в зоне повышенных градиентов гравитационного поля на трубы действуют повышенные нагрузки, а если еще учесть, что они непостоянны во времени, именно эти места могут быть местами возможных аварий.

Изложенные в данной статье примеры прикладного значения воздействия гравитационного поля Земли на окружающую нас среду являются, по всей видимости, лишь малой толикой от реально существующего, но, думается, пришло время перейти от констатации фактов к разумному использованию имеющихся знаний. Можно сделать предположение, что границы морей и океанов повторяют движение мантийного материала Земли, являясь их компенсатором в зеркальном отражении. Но период движения этих субстанций весьма велик и не может иметь для нас в настоящий момент прикладного значения, а вот математическое обоснование приливно-отливных явлений и их экстремальных значений как во времени, так и по амплитуде имело бы практический смысл. Кроме этого, с точки зрения прикладного значения гравитационного поля Земли можно было бы проанализировать морские и океанические течения.

Кстати, на сегодняшний момент есть несложный прием (включающий только четыре действия арифметики) расчета в первом приближении гравитационных влияний Солнечно-Лунных вариаций на отдельную точку (площадь) поверхности Земли без применения высшей математики и ее многовариантности решений.

Следующим этапом изучения, по-видимому, должны стать длительные метеорологические прогнозы на основе вариаций гравитационного поля. Хотя воздушная масса, в отличие от жидкой и пастообразной, имеет и другие факторы влияния, но, чем дальше (выше) от поверхности Земли находятся атмосферные слои, тем меньше они подвержены температурным влияниям и тем больше на них влияют вариации гравитационного поля.

Литература

1. Отчеты партии экологических исследований ГГП Севзапгеологии 1999 – 2001 г.г.

МИНИ-ЯМР-ТОМОГРАФ КАФЕДРЫ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И КОМПЬЮТЕРНОЙ ТОМОГРАФИИ

В.К. Иванов, Ю.И. Неронов, В.А. Иванов

Изготовлен мини-ЯМР-томограф, который позволяет в реальном времени: 1) контролировать процедуру накопления ЯМР-сигналов, 2) контролировать качество изображения, 3) выполнять суммирование томографических изображений.

Использование явления ядерного магнитного резонанса как средства для магнитного внутривиденья было предложено в 1960 г. [1] в заявке на изобретение с авторским приоритетом В.А. Иванова. В настоящее время на этом принципе эксплуатируются ЯМР-томографы медицинского назначения, которые изготавливаются рядом зарубежных фирм. Из-за высокой стоимости этих приборов их число в России значительно уступает требованиям современного здравоохранения. Наряду с широким применением в области медицины и биологии, ЯМР-томографы могут успешно использоваться и для технических измерений.

ЯМР-томограммы медицинского назначения могут содержать некоторые артефакты, которые не имеют анатомического объяснения и связаны с физическими особенностями данного метода. Для правильного объяснения артефактов требуется хорошо знать как само явление ядерного магнитного резонанса, так и особенности использования этого явления для получения томографических изображений.

Для эффективного преподавания предметов, связанных с ЯМР-томографией, необходимо иметь действующую модель томографа, которая могла бы демонстрировать основные возможности магнитного внутривиденья. Она должна позволять изучать явление ядерного магнитного резонанса, устройство ЯМР-аппаратуры, взаимодействие блоков томографа между собой и принципы накопления томографического изображения. Для достижения этой цели в СПб ГИТМО (ТУ) был разработан и изготовлен специализированный мини-ЯМР-томограф, который с 2000 г. активно используется при обучении студентов по специальности "Компьютерная томография".

Одно из основных требований здесь – разработка мини-ЯМР-томографа с минимальным энергопотреблением и высокой эксплуатационной надежностью в условиях учебного процесса.

Программное обеспечение данного томографа и набор фантомных устройств позволяют преподавателю достаточно быстро и оперативно в пределах стандартного курса обучать студентов. Томограф позволяет демонстрировать как само явление ядерного магнитного резонанса, так и принципы получения томограмм. Был подобран ряд фантомных устройств для демонстрации процедуры накопления томографического изображения.

На данный момент нам неизвестно о специально разработанном для учебных целей ЯМР-томографе. Фирмы, выпускающие дорогостоящие ЯМР томографы по заказам крупных медицинских центров, не заинтересованы в разработке таких компактных мини-приборов из-за требования их низкой стоимости при обеспечении высокой надежности.

В состав ЯМР томографа входят следующие элементы.

1. Постоянный магнит с полем $B_0 = 0.1278$ Тл. Центр магнита имеет однородность поля ($dB/dL = 10^{-5}$) в шаровом объеме с диаметром 20 мм. В этом поле резонансная частота ядер атомов водорода равна $f_0 = 42.576 \text{ МГц/Тл} \cdot 0.1278 \text{ Тл} = 5.44 \text{ МГц}$.
2. Система создания градиентных магнитных полей G_x , G_y , G_z , осуществляющих пространственное кодирование образца. Градиентная система состоит из трех планарных градиентных катушек и усилителя мощности, способного подавать в

каждую из катушек импульсы тока порядка 1А с линейностью не хуже 0.5%. Усилитель питается от двуполярного источника питания напряжением ± 12 В. Выходной ток подается на катушки через частотные фильтры, входной сигнал и напряжение питания также фильтруются. Сигнал на вход усилителя поступает с ЦАП(а) платы управления. Система кодирующих градиентов создает в центре магнита градиенты поля dB/dx , dB/dy , dB/dz величиной до 9 мТл/м и линейностью не хуже 1 % в шаровой области с диаметром 20 мм.

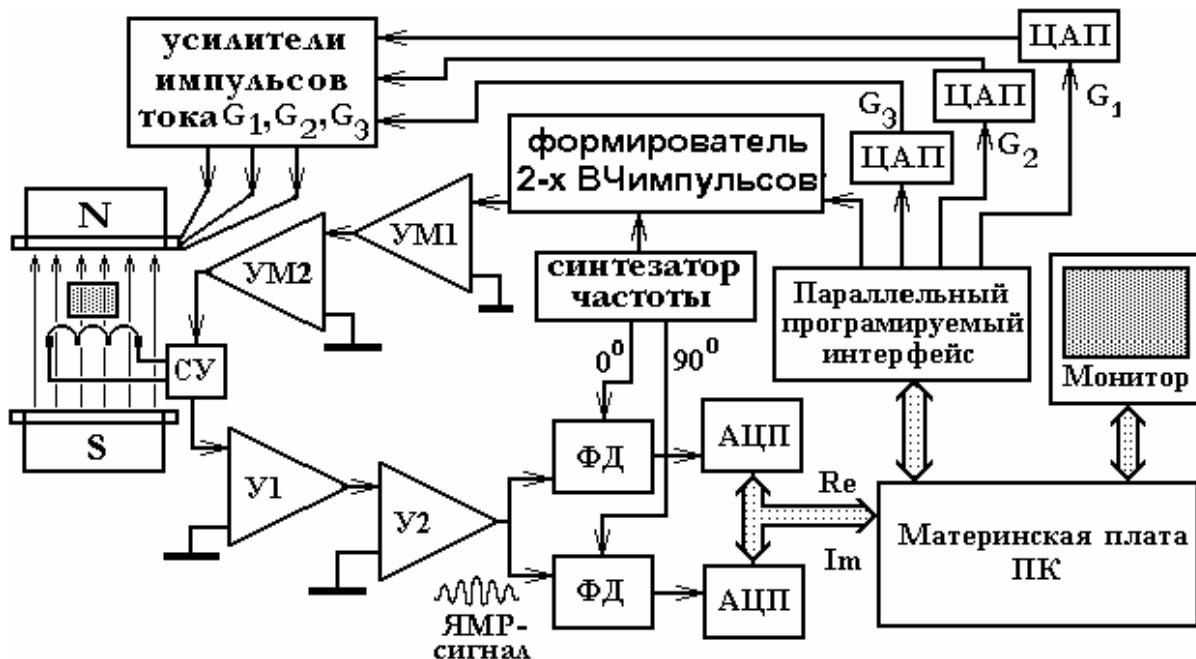


Рис. 1. Блок-схема ЯМР-томографа: УМ1, УМ2 – усилители мощности радиочастотного импульса, СУ – согласующее устройство, У1, У2 – усилители ЯМР-сигнала, ФД – фазовые детекторы

3. Радиочастотная система:

передатчик, формирующий возбуждающие радиочастотные импульсы для поворота вектора намагниченности протонов образца на 90° и 180° ;
датчик, в котором обеспечивается возбуждение спиновой системы и регистрация ЯМР- сигналов;
приемник, усиливающий ЯМР-сигналы и преобразующий их в область низких частот.

4. Система цифровой регистрации. Регистрация принятого сигнала осуществляется платой оцифровки. В качестве платы оцифровки в мини-ЯМР-томографе использована стандартная звуковая карта персонального компьютера.
5. Система управления. Чтобы программное обеспечение мини ЯМР-томографа могло подавать управляющее воздействие на блоки томографа, была разработана и изготовлена плата управления. Плата имеет интерфейс с ЭВМ через шину ISA. На плате расположены два параллельных программируемых интерфейсов ЦВВ, шесть ЦАП(ов) и операционные усилители. ЦВВ используются для подачи управляющих дискретных сигналов на ЦАП(ы), с выхода которых управляющие аналоговые потенциалы подаются на операционные усилители для согласования с нагрузкой.
6. Устройства обработки информации. Для управления процессом получения томографического изображения, для обработки полученных данных, для отображения результатов обработки и для осуществления интерфейса с оператором в мини-ЯМР-томографе применен компьютер IBM PC AT 486DX4/100 и

разработано соответствующее программное обеспечение.

После запуска программы и успешной инициализации оборудования на экране отображается информация о процессе работы. Вид экрана приведен далее.

В левой части экрана отображаются действительная и мнимая части оцифрованного сигнала. Синими линиями помечены интервалы включения градиентов, а красными – интервал дальнейшего использования вектора оцифровки эхосигнала. Так как ЯМР-эксперимент постоянно повторяется, то эта картинка постоянно перерисовывается – контроль за процессом накопления ЯМР-сигналов осуществляется в реальном времени. Предусмотрена возможность изменять масштаб отображения ЯМР-сигналов по обеим осям.

В правой части экрана снизу отображается спектр мощности эхо-сигнала (рис. 2). В правой верхней части экрана отображается полученная томограмма. В нижней строке экрана отображаются параметры ЯМР-эксперимента: длительность 90 и 180 градусных импульсов, TE, TR и т.д. Под спектром мощности на дисплее, кроме этого, отображаются цифры, указывающие режимы работы томографа и текущие значения ряда параметров.

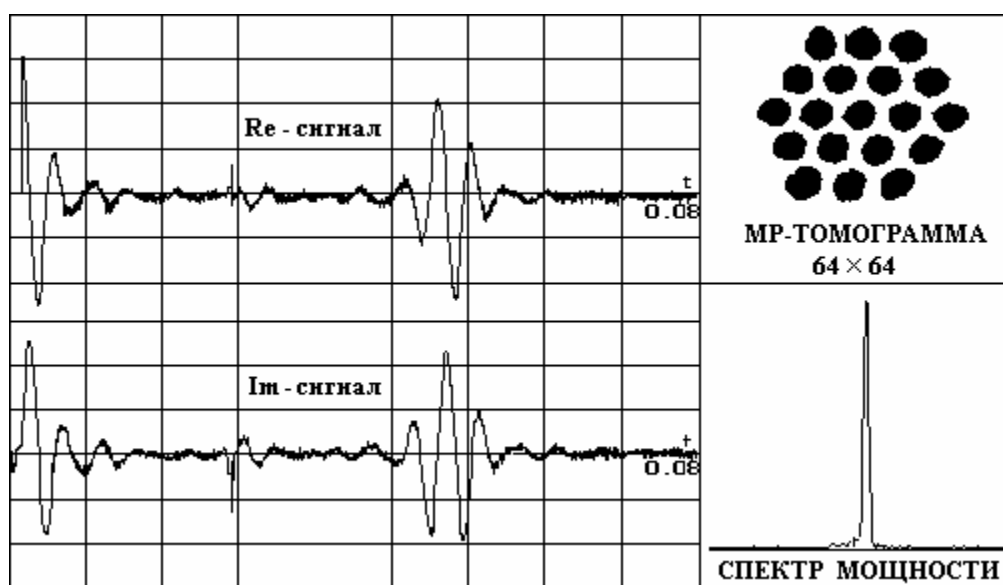


Рис. 2. Визуализация режимов работы томографа (вариант представления регистрируемы сигналов и результатов их обработки): отображение действительных и мнимых частей комплексных чисел зарегистрированного ЯМР-сигнала, отображение спектра мощности, отображение томограммы с матрицей 64×64 , накопленной от фантомного устройства, представляющего собой цилиндрическую деталь из текстолита с 20 отверстиями, заполненными водой

На рис. 2 представлены контрольные сигналы и томограмма одного из фантомных устройств (цилиндрическая деталь из текстолита с 20 отверстиями, заполненными водой). На томограмме хорошо заметны как краевые искажения при передаче круглых отверстий из-за ограниченного размера матрицы, так и нарушение симметрии расположения отверстий относительно центра из-за статических квадратичных составляющих градиентов поля постоянного магнита.

Полученную томограмму можно увеличить на весь экран. При этом повторение ЯМР-экспериментов приостанавливается. В этом режиме в левой верхней части экрана отображается томограмма, справа от нее отображается график распределения интенсивности эхо-сигнала в слое вдоль вертикальной прямой, а под томограммой – вдоль горизонтальной. Текущее положение сечений относительно томограммы

показано на ней желтыми точками. В этом режиме можно изменить яркость и контрастность отображения томограммы. Томограмму можно сохранить в рабочем файле для дальнейшей обработки. В начале файла помещается информация о параметрах, при которых была получена томограмма.

Качество томографического изображения определяется такими параметрами, как разрешающая способность и контрастность. В практической работе эти параметры приходится ограничивать из-за необходимости минимизировать время проведения экспериментального исследования [2]. Программное обеспечение позволяет суммировать томограммы и контролировать качество изображения из-за улучшения отношения сигнал/шум.

В настоящее время томограф активно используется в учебном процессе при изучении дисциплин, связанных с ЯМР-томографией. Усилиями преподавателей и аспирантов проводится его модернизация с целью повышения качества получаемых томограмм и введения дополнительных режимов работы с привлечением студентов для выполнения курсовых и дипломных работ.

Литература

1. В.А. Иванов. Способ определения внутреннего строения материальных объектов. Авт. св. № 1112266, приоритет от 1960 г. // Биллютень изобретений, 1984, № 33.
2. В.А. Иванов, Ю.И. Неронов, К. Вольняк. К оценке рациональных параметров и времени накопления в ЯМР-томографии // Приборостроение. 1990. Т. 33. № 3. С. 66–70.

СПОСОБ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ГРАДИЕНТОВ МАГНИТНОГО ПОЛЯ С ПОМОЩЬЮ МАГНИТНО-РЕЗОНАНСНОЙ ТОМОГРАФИИ

Ю.И. Неронов, Нассар Муханнад

Режим получения магнитно-резонансных томограмм с избирательным частотным подавлением сигнала от тканей жира имеет важное диагностическое значение и используется в клинической практике по ряду причин. Этот режим применяют, например, для обнаружения признаков метастатического поражения тел позвонков. На МР-томограммах позвоночника некоторых пациентов в телах позвонков наблюдаются белые пятна. Причиной их происхождения может быть как достаточно безобидная возрастная жировая деструкция тел позвонков, так и воспалительные явления с повышенным содержанием воды из-за метастатического поражения как следствие наличия в организме злокачественной опухоли. В этих случаях накапливают дополнительные томограммы с использованием режима подавления жира, при котором пятна от жировой деструкции должны исчезать.

Исследование возможностей МР-томографов показывает, что для успешного использования такого режима требуется высокая пространственная однородность магнитного поля томографа. Это связано с необходимостью поддержания высоких метрологических характеристик аппарата. Этот режим сопровождается такими особенностями проявления, которые могут восприниматься как неизвестные артефакты.

Для контрольных исследований мы использовали томограф Magnetom Impact, который имеет сверхпроводящий магнит с полем 1 Тл. В этом поле резонансная частота липидных протонов примерно на 140 Гц ниже резонансной частоты основного для живого организма сигнала – сигнала от протонов воды.

Томограммы с подавлением жира получают с помощью импульсной последовательности, в которой перед подачей на исследуемый образец основного возбуждающего широкополосного 90-градусного импульса (с диапазоном воздействия порядка 1 КГц) подают импульс избирательного частотного подавления сигнала от протонов СН₂-групп липидных соединений (с диапазоном воздействия порядка 30 Гц).

Анализ режима подавления мы проводили с помощью поверочного устройства, который авторами был собран из 32 ампул (диаметр ампул 30 мм), поставленных вплотную друг с другом. Устройство содержало четыре ряда по пять ампул, заполненных водой, разделенных тремя рядами по четыре ампулы, заполненных растительным маслом, см. [2].

Данное устройство использовано для получения изображений как с подавлением сигнала от СН₂-групп (рис. 1, а), так и с переносом частоты подавления на центр сигнала воды (рис. 1, б).

Как видим (рис. 1), подавление проявляется на томограммах наличием темных областей в виде полос. Центры темных полос показывают расположение эквипотенциалей – множества точек, для которых выполняются резонансные условия узкополосного подавления сигналов.

Оказалось, что ЯМР-сигналы не подавлены равномерно по всему сечению ампул, как можно было ожидать. Тень от подавления внутри ампул имеет сложный контур. Для многих ампул, расположенных в окружении других ампул, хорошо виден контур восьмиконечной звезды.

Заметны эффекты как взаимного влияния ампул, так и проявления стационарных неоднородностей поля магнита томографа. В первом случае удобно рассматривать изображение внутренних ампул поверочного устройства, во втором – ампул, расположенных по краям поверочного устройства.

Сопоставление с изображением, в котором одна из центральных ампул была вынута, показало, что именно само высокооднородное магнитное поле испытывает

искажение: если ампула вынимается, то исчезают и темные кольцевые полуокружности на изображениях соседних ампул.

Искажение поля распространяется в ампуле на глубину до 10 мм с изменением интенсивности ЯМР-сигналов. Здесь мы имеем редкий случай наглядной визуализации распределения статических градиентов магнитного поля.

Величина регистрируемых изменений поля имеет величину единиц миллионных долей $\Delta B/B=10^{-6}$. Ее можно оценить при изменении расстояния между ампулами по динамике темных полуокружностей внутри ампул.

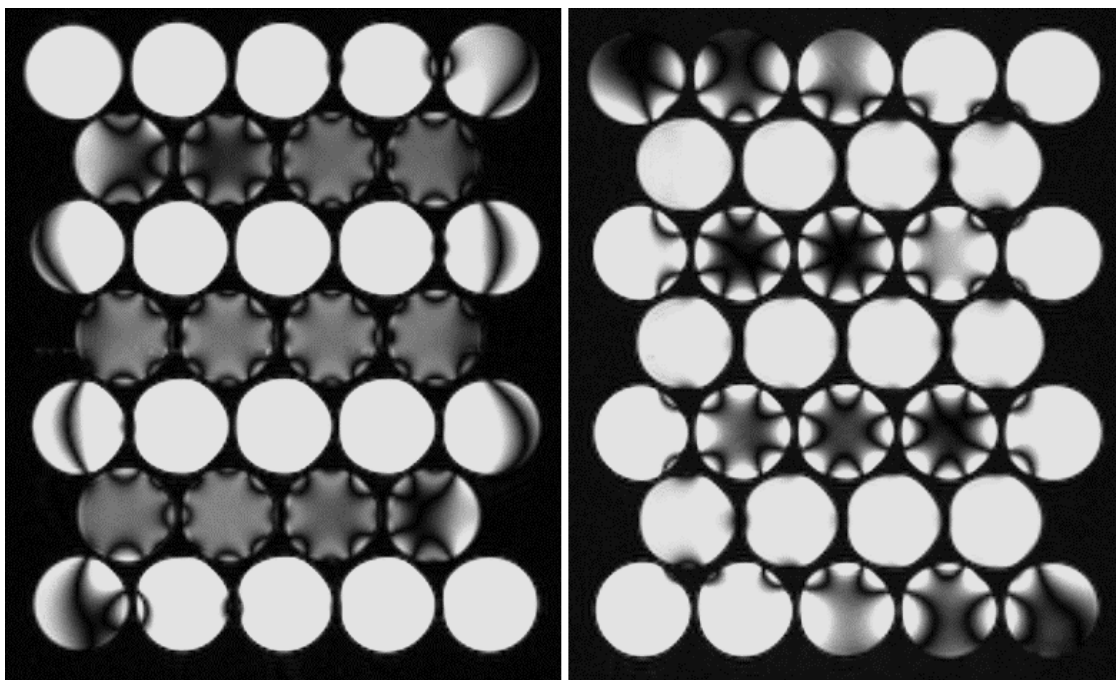


Рис. 1. а) Томографическое изображение сечения 32 ампул, полученное при накопления ЯМР-сигналов с применением импульса частотного подавления сигналов от протонов жира. б) Аналогичная томограмма, полученная при переносе частоты подавления с протонов жира на протоны воды

Если ампулы поверочного устройства разместить в общем сосуде и залить сосуд водой, то сложные тени внутри ампул исчезают. Это имеет следующее объяснение.

Объемный диамагнетизм обусловлен прежде всего средней плотностью валентных электронов, движение которых частично меняется внешним магнитным полем. Материал стекла, растительное масло и вода обладают близкими диамагнитными свойствами, но на границе с воздухом имеет место резкое изменение диамагнитных свойств.

Звездообразные тени возникают из-за сложной формы воздушных промежутков между ампулами для центральных ампул поверочного устройства. Соответственно возникают краевые эффекты – локальные искажения однородности магнитного поля. Совершенно очевидно, что подобные краевые эффекты должны иметь место и на томограммах с анатомическими структурами. Так, при изображениях головы также имеются внутренние полости (например, лобные пазухи). На границах таких полостей тоже имеется резкое краевое изменение объемной магнитной восприимчивости. Проявление соответствующих теней усложняет медицинскую диагностику, поскольку такие тени не отражают какие-то реальные анатомические структуры. Кроме этого, в этой связи теперь становится понятна причина трудностей, которые, как правило, возникают при попытках получения ЯМР-спектров высокого разрешения *in vivo* для тканей мозга вблизи лобных пазух.

При рассмотрении интенсивности сигналов от протонов крайних ампул можно обнаружить ряд особенностей. Наибольшее подавление с максимальным потемнением наблюдается для верхнего ряда у ампул с левой стороны, а для нижнего ряда у ампул, наоборот, с правой стороны (рис. 1, а). Для томограммы с подавлением сигнала воды (рис. 1, б), наоборот, максимальное потемнение наблюдается для правых ампул верхнего ряда и левых ампул нижнего ряда.

Из этого следует, что магнитное поле данного томографа в плоскости XZ можно в первом приближении описать поверхностью, известной из геометрии как гиперболический параболоид: $P(x,z) = XZ$ (рис. 2).

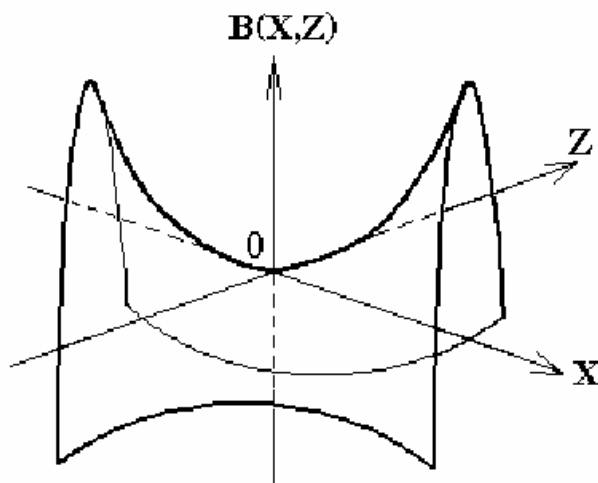


Рис. 2. Поверхность гиперболического параболоида

Если исключить краевые эффекты из-за диамагнетизма, то томограммы (рис. 1) указывают на то, что распределение магнитного поля на плоскости, проходящей через центр исследуемого томографа, можно в первом приближении представить выражением

$$B(x,z) = B_0 + [(d^2B/dxdz) XZ]/2.$$

Для оценки производной $d^2B/dxdz$ мы использовали поверочное устройство со сплошным заполнением центра исследуемого пространства томографа образцом. Для этого удобным является большой шар, наполненный водой. Шаровая форма не искажает магнитное поле, и тени, связанные с граничным скачком диамагнетизма, должны отсутствовать. Использованный нами шар имел диаметр 238 мм. Шар был наполнен водой с добавлением парамагнитной соли медного купороса $CuSO_4$ – 0,5 г/литр.

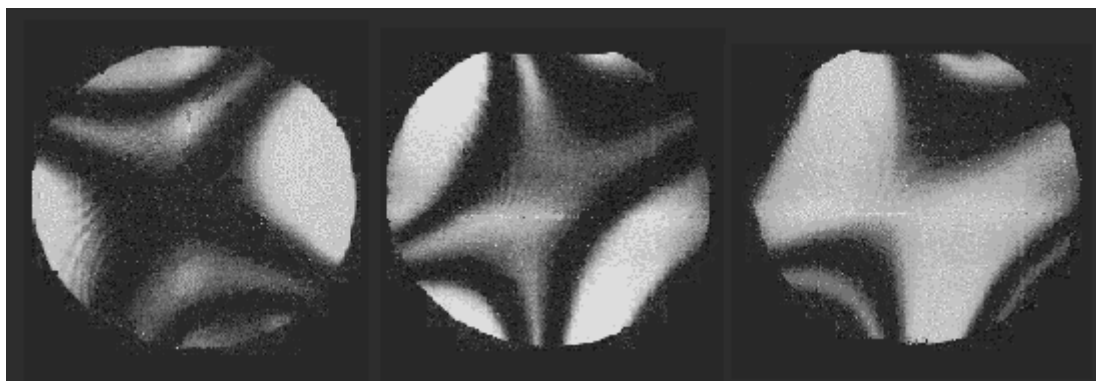


Рис. 3. Томограммы трех разных сечений шара. Изображения были накоплены с использованием избирательного частотного подавления: тени как следы подавления проявляются в виде гипербол – сечений гиперболического параболоида

Если частота резонансного подавления подобрана оператором так, что в центре шара располагается область подавления, то темные полосы от центральной области будут пересекать шар по двум линиям. Эти линии соответствуют направлениям X и Z на рис. 2.

При увеличении частоты подавления на +30 Гц темные полосы на томограмме шара образуют две гиперболы, а при уменьшении частоты на -30 Гц полосы также образуют две гиперболы, которые являются сопряженными. Другими словами, при переходе от частоты подавления $(\nu_0 + 30)$ Гц к частоте $(\nu_0 - 30)$ Гц ось гиперболы изменяется на 90° . При этом наблюдается сдвиг зоны подавления от центра на $\Delta L = 66$ мм. Следовательно, можно определить величину градиента:

$$\begin{aligned} [d^2B/dx dz]/2 &= \Delta\nu/(\gamma \Delta L \Delta L) = \\ &= (30 \text{ Гц})/[(42,57 \text{ МГц/Тл})(0,066 \text{ м})(0,066 \text{ м})] = 0,164 \text{ мТл/м}^2, \end{aligned}$$

где γ – гиромагнитное отношение протона.

Таким образом, магнитное поле исследованного томографа MAGNETOM Impact в плоскости XZ будет в первом приближении описываться следующим выражением:

$$B(x,z) = B_0 + [0,164 \text{ мТл/м}^2] XZ.$$

Кроме этого, рассмотрение томограмм показывает наличие неоднородности поля в виде поверхностей эллиптического параболоида, однако эта неоднородность присутствует с меньшим весом, чем рассмотренная выше.

Очевидно, что для надежного клинического применения режима получения томограмм с подавлением сигналов жира требуется выполнение коррекции однородности магнитного поля. Устранить неоднородность поля можно с помощью установки в полости сверхпроводящего магнита небольших ферромагнитных пластинок-вкладышей.

Обсуждаемый метод визуализации неоднородностей магнита может являться основой для автоматизированной процедуры корректировки поля. При наличии набора токовых компенсаторов, корректирующих разные квадратичные неоднородности, достаточно процедуры шагового поиска оптимальных токов компенсации при достижении одинаковой интенсивности сигналов от центральной области шара (на томограммах типа рис. 3) с максимальным расширением этой области до границ шара.

Авторы выражают благодарность профессору В.А. Иванову за интерес к настоящей работе и подробное обсуждение ее результатов.

ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ЯМР-ТОМОГРАФЕ

В.С. Сизиков, М.Я. Марусина, С.В. Иванов, Т.Б. Колобухова,
Д.Б. Николаев, Д.Ю. Соколов, Е.В. Хомутникова

Введение

В ЯМР-томографии исключительно важной является задача создания высокооднородного магнитного поля внутри ЯМР-томографа. Относительная неоднородность напряженности магнитного поля H в пределах рабочего объема должна быть порядка $\Delta H / H \sim 10^{-5} - 10^{-6}$ [1–4]. Это позволит эффективно решать основную задачу ЯМР-томографии – задачу реконструкции ЯМР-изображений [1, 2, 4].

Как правило, задача создания высокооднородного магнитного поля решается путем введения соленоидальных корректирующих катушек различного порядка [5]. Однако это является довольно сложной технической задачей. В данной статье рассматривается другой подход к решению задачи формирования высокооднородного поля в ЯМР-томографе. Этот подход основан на расчете такого закона распределения тока вдоль обмотки (несолоноидальной) катушки, что он обеспечит высокую однородность магнитного поля внутри катушки. Такая задача называется *задачей синтеза магнитного поля* внутри катушки ЯМР-томографа [4, с. 55; 6]. Мы будем рассматривать в основном задачу синтеза на оси катушки как наиболее простую задачу. После ее решения можно рассматривать также вопрос о магнитном поле во всем рабочем объеме томографа.

Постановка задачи

Впервые задача синтеза магнитного поля была сформулирована К. Адамиаком [6] (а затем в работах [7] и [4]). Однако в работе К. Адамиака [6] был допущен ряд неточностей. Поэтому мы будем формулировать заново ряд положений его работы [6], а также выполним дальнейшее развитие его идеи.

Итак, рассмотрим следующую з а д а ч у Я М Р - т о м о г р а ф и и: определить распределение плотности тока J вдоль обмотки катушки по заданной напряженности магнитного поля H на ее оси. Это – *задача синтеза магнитного поля* на оси катушки ЯМР-томографа. Задача синтеза может быть прямой и обратной (см. ниже). Сочетание прямого и обратного подходов повышает эффективность решения задачи синтеза. В этом смысле данную работу следует рассматривать как продолжение работы [8], в которой акцент сделан на обратной задаче.

Будем рассматривать, главным образом, случай $H = \text{const}$, а также случай цилиндрической катушки с бесконечно тонкой обмоткой. Кроме того, будем рассматривать лишь основной магнит и статическое поляризующее поле (не касаясь градиентных полей).

На рис. 1 отображен случай бесконечно тонкой обмотки цилиндрической катушки, где $a \in [-l, l]$ – расстояние вдоль обмотки катушки, $z \in [-l, l]$ – расстояние от центра катушки вдоль ее оси, l – полудлина катушки, $H(z)$ – заданная напряженность магнитного поля на оси катушки (в частности, $H(z) = H = \text{const}$), $J(a)$ – искомое распределение тока вдоль обмотки катушки, R – радиус катушки.

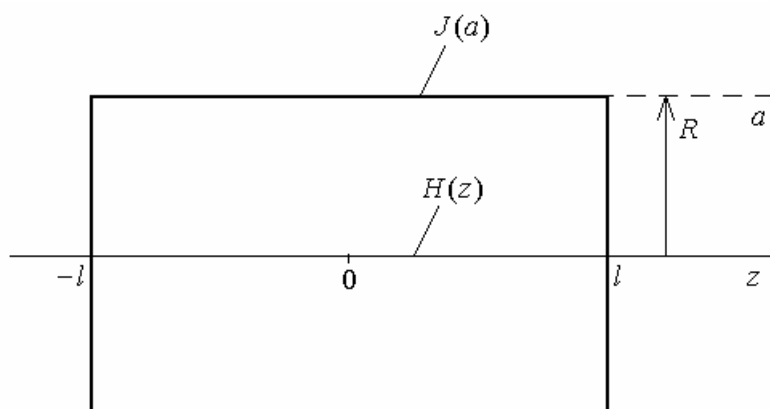


Рис. 1. Цилиндр с бесконечно тонкой обмоткой

З а м е ч а н и е. В случае неоднородного распределения плотности тока $J(a)$ вдоль обмотки нецелесообразно говорить о соленоиде. Напомним, что *соленоид* – это единый, намотанный на цилиндр провод с $J(a) = \text{const}$. В данном же случае (когда $J(a) \neq \text{const}$) нужно говорить, например, о катушке следующего типа (см. рис. 2).

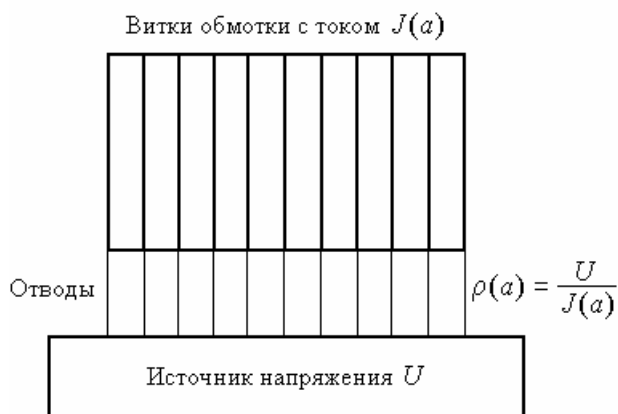


Рис. 2. Техническая реализация в виде изолированных витков обмотки

Имеется один общий источник напряжения U . От него делается N отводов с сопротивлениями $\rho(a) = U/J(a)$, где N – число витков обмотки катушки. Каждый отвод передает ток $J(a)$ только на один, соответствующий ему виток обмотки, изолированный от других витков. В результате получается обмотка из N изолированных друг от друга витков, в каждой из которых течет свой ток $J(a)$.

Случай бесконечно тонкой обмотки, прямая задача

Полагаем, что имеется бесконечное множество витков, намотанных на цилиндр радиуса R и полудлины l и имеющих плотность тока $J(a)$ (см. рис. 1). В этом случае получим следующее выражение для суммарной напряженности магнитного поля в точке с координатой z на оси цилиндра с бесконечно тонкой обмоткой [8]:

$$H(z) = \int_{-l}^l \frac{J(a)R^2 da}{\sqrt{[R^2 + (z-a)^2]^3}}. \quad (1)$$

Вычисление напряженности поля $H(z)$ по заданному распределению тока $J(a)$ согласно (1) есть *прямая задача*.

Анализ прямой задачи показывает, что при $J(a) = \text{const}$ поле $H(z)$ падает от центра катушки к ее краям, а вне катушки $H(z) \sim |z|^{-3}$ при $|z| \rightarrow \infty$.

Обратная задача

Запишем (1) в следующем виде, используя при этом безразмерные переменные $s = a/R$, $x = z/R$, $s_0 = l/R$:

$$\int_{-s_0}^{s_0} K(x, s) J(s) ds = H(x), \quad -s_0 \leq x \leq s_0, \quad (2)$$

где

$$K(x, s) = \frac{1}{\sqrt{[1 + (x - s)^2]^3}}. \quad (3)$$

Соотношение (2) есть интегральное уравнение Фредгольма I рода, где $H(x)$ – задаваемая правая часть (напряженность магнитного поля на оси катушки), например, $H(x) = H = \text{const}$, $K(x, s)$ – ядро интегрального уравнения, а $J(s)$ – искомая функция (распределение тока вдоль бесконечно тонкой обмотки цилиндрической катушки ЯМР-томографа).

Задача решения уравнения (2), как известно, является некорректной (сильно неустойчивой) задачей [4, 6, 7, 9, 10].

Решение уравнения (2) и его техническая реализация (см. рис. 2) позволят в принципе создать на оси катушки ЯМР-томографа поляризующее поле с заданным законом изменения его напряженности, в частности, $H(x) = H = \text{const}$.

Решение интегрального уравнения (2)

Анализ уравнения (2), выполненный в работе [8], показал, что функция $J(s)$ при $s \in [-s_0, s_0]$ должна быть неотрицательной симметричной, монотонно возрастающей с ростом $|s|$ и обращающейся в бесконечность при $|s| \rightarrow s_0 - 0$.

Рассмотрим вопрос о численном решении уравнения (2). Учитывая некорректность уравнения (2), воспользуемся методом регуляризации Тихонова [4, 9, 10]. В работе [6] также использован метод регуляризации Тихонова. При этом, как показало решение численных примеров [6, 8], при малых значениях параметра регуляризации α регуляризованное решение $J_\alpha(s)$ имеет большие знакопеременные флуктуации. В то же время, параметр регуляризации α должен быть действительно очень мал (порядка $10^{-5} - 10^{-10}$). Это обусловлено тем, что погрешность задания $H(x)$ отсутствует (есть только погрешности численного алгоритма и машинных вычислений). Кроме того, решение $J_\alpha(s)$ должно иметь очень большой диапазон значений (из-за сингулярности точного решения). При этом решение $J_\alpha(s)$ должно быть монотонно возрастающим от центра катушки ($s = 0$) к ее краям ($s = \pm s_0$).

Чтобы регуляризованное решение $J_\alpha(s)$ было таковым, а именно, неотрицательным и монотонно возрастающим от центра катушки к ее краям, нужно воспользоваться методом регуляризации Тихонова с ограничениями на решение.

В [9, с. 118] о г р а н и ч е н и я учитываются таким образом, что решение $J_\alpha(s)$ ищется на множестве неотрицательных монотонно невозрастающих функций. Однако такому условию удовлетворяет лишь левая половина решения $J_\alpha(s)$, т.е. при $s \in (-s_0, 0]$. Поэтому в работе [8] уравнение (2) модифицировано к виду:

$$\int_{-s_0}^0 R(x, s) J(s) ds = H(x), \quad -s_0 \leq x \leq 0, \quad (4)$$

где новое ядро равно

$$R(x, s) = \frac{1}{\sqrt{[1 + (x + s)^2]^3}} + \frac{1}{\sqrt{[1 + (x - s)^2]^3}}. \quad (5)$$

Для такой функции $J(s)$, $s \in [-s_0, 0]$, можно использовать условие, что это – неотрицательная монотонно невозрастающая функция.

Итак, решение $J(s)$ будем искать в левом полупространстве, т.е. при $s \in (-s_0, 0]$, после чего в правом полупространстве $J(s) = J(-s)$, $s \in [0, s_0)$.

Для получения численного решения $J_\alpha(s)$ методом регуляризации Тихонова на множестве неотрицательных монотонно невозрастающих функций можно воспользоваться программой RTIPR на Фортране [9, с. 118, 174].

Пример: решение методом регуляризации с ограничениями

С помощью программы RTIPR был решен следующий пример (типа [4, с. 57], [6]): $s_0 = 1$, шаг дискретизации $h = \Delta s = \Delta x = 0.0125$, число шагов дискретизации в левом полупространстве $n = s_0 / \Delta s = 80$ (общее число витков $N = 2n + 1 = 161$), поле $H(x) = H = \text{const} = 1$, $-s_0 \leq x \leq s_0$.

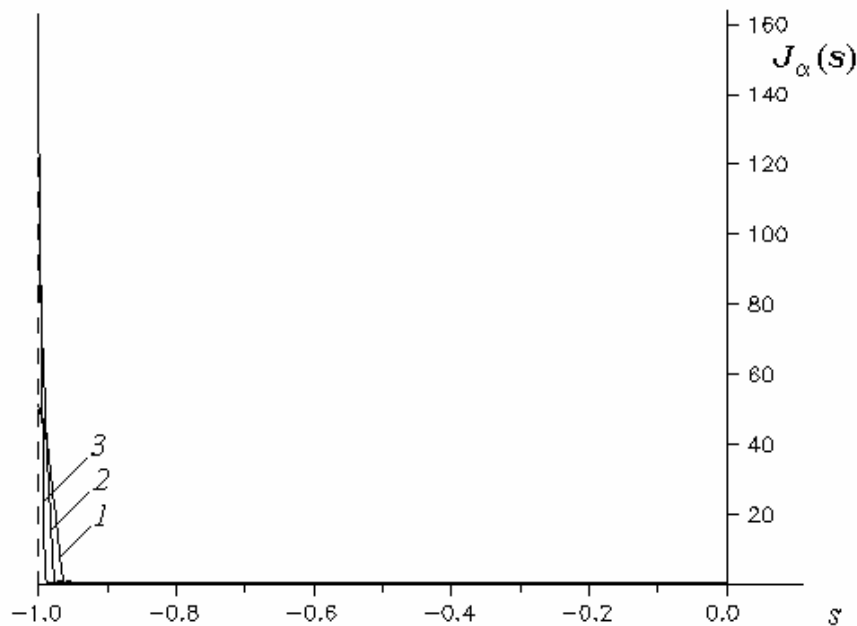


Рис. 3. Регуляризованное решение с ограничениями

Задача решалась для ряда значений параметра регуляризации α . На рис. 3 отображены полученные решения $J_\alpha(s)$ при $\alpha = 10^{-6}$ (кривая 1), $\alpha = 10^{-7}$ (кривая 2) и $\alpha = 10^{-8}$ (кривая 3).

На рис. 4 отображены соответствующие найденным решениям $J_\alpha(s)$ распределения напряженности магнитного поля (см. (4))

$$H_\alpha(x) = \int_{-s_0}^0 R(x, s) J_\alpha(s) ds, \quad -s_0 \leq x \leq 0, \quad (6)$$

при $\alpha = 10^{-6}$ (кривая 1) и $\alpha = 10^{-8}$ (кривая 3).

При этом интеграл в (4) расписывался, а в (6) вычислялся по формуле трапеций с постоянным шагом Δs .

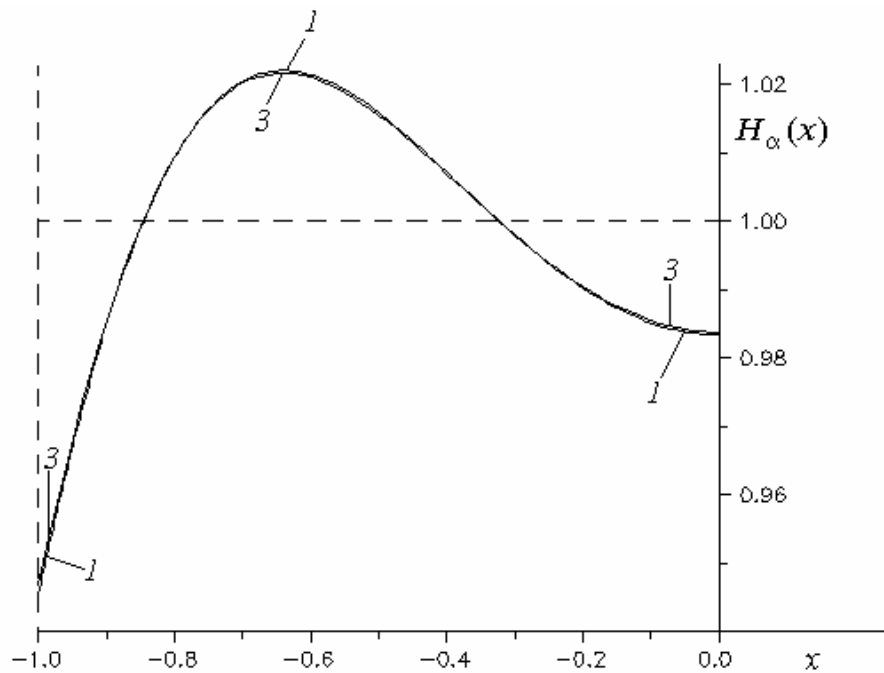


Рис. 4. Напряженность магнитного поля

Рис. 3 показывает, что с уменьшением α отношение $J_\alpha(-s_0)/J_\alpha(0)$ возрастает и решение $J_\alpha(s)$ переходит в сингулярную функцию. А рис. 4 показывает, что с уменьшением α относительная неоднородность поля

$$\Delta H_{\alpha \square \square} = \frac{\|H_\alpha - H\|}{\|H\|}$$

убывает, где $H = 1$ – точное решение.

Решение путем приближения к δ -функции

Данный пример был решен также следующим способом. Искомая функция $J(s)$ полагалась равной (приближение к δ -функции)

$$J(s) = \begin{cases} J_0, & s = -s_0 + 0, \\ J, & s \in (-s_0, 0], \end{cases} \quad (7)$$

где $J = \text{const} = 1$, а J_0 варьировалось. При этом интеграл в (4) расписывался по формуле трапеций, и напряженность $H(x)$ рассчитывалась как

$$H(x) = h \sum_{j=0}^n p_j R(x, s_j) J(s_j),$$

где $s_j = -s_0 + h \cdot j$, $p_j = \begin{cases} 0.5, & j = 0 \text{ или } j = n, \\ 1, & 0 < j < n. \end{cases}$

На рис. 5 приведены рассчитанные напряженности $H(x)/H(0)$ при $J_0 = 110$ (кривая 1), $J_0 = 120$ (кривая 2) и $J_0 = 130$ (кривая 3). Видим, что при некотором J_0 однородность поля (кривая 2 на рис. 5 при $|x| \leq 0.5s_0$) в среднем порядка $10^{-3} - 10^{-4}$. При этом с увеличением числа витков N неоднородность поля уменьшается, как показывает сравнение данных результатов с результатами работы [8].

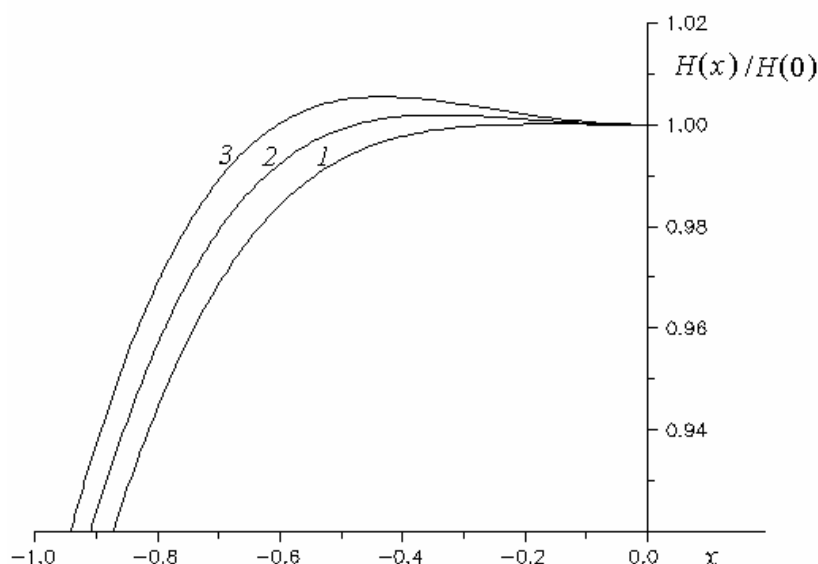


Рис. 5. Напряженности магнитного поля при различных значениях J_0

Можно сделать следующие выводы.

1. Если распределение тока $J(s)$ вдоль обмотки катушки ЯМР-томографа сделать однородным, за исключением крайних витков (т.е. типа (7)), то это позволит повысить однородность магнитного поля $H(x)$ на оси катушки. Данный вывод можно рассматривать как математическое обоснование метода корректирующих катушек Галайдина–Замятина.

2. При распределении тока типа (7) можно использовать обмотку катушки в виде соленоида (за исключением крайних витков).

3. Неоднородность поля порядка $10^{-3} - 10^{-4}$, достигаемая изложенным в данной статье методом, может использоваться как хорошее начальное приближение в методе корректирующих катушек.

Литература

1. Лич М. Получение ЯМР-изображений с пространственной локализацией // Физика визуализации изображений в медицине. Под ред. С. Уэбба. М.: Мир, 1991. Т. 2. С. 105–231.
2. Cho Z.H., Jones J.P., Singh M. Foundation of Medical Imaging. N.Y.: Wiley. 1993.
3. Галайдин П.А., Замятин А.И., Иванов В.А. Основы магниторезонансной томографии. Уч. пособие. СПб.: Изд-во СПбГИТМО(ТУ), 1998.
4. Сизиков В.С. Математические методы обработки результатов измерений. СПб.: Политехника, 2001.
5. Галайдин П.А., Замятин А.И., Иванов В.А. Расчет и проектирование электромагнитных систем магниторезонансных томографов. Уч. пособие. СПб.: Изд-во СПбГИТМО(ТУ), 1998.
6. Adamiak K. Method of the magnetic field synthesis on the axis of cylinder solenoid // Applied Physics. 1978. Vol. 16. P. 417–423.
7. Sizikov V.S. Integral equation in NMR-tomography: magnetic field synthesis on a coil axis // Proc. of the 5th Intern. Conf. IMSE98 / Ed. B.S. Bertram. Houghton, USA. 1998. P. 76–77.
8. Сизиков В.С., Ахмадулин Р.И., Николаев Д.Б. Синтез магнитного поля вдоль оси катушки ЯМР-томографа // Изв. вузов. Приборостроение. 2002. Т. 45. № 1. С. 52–57.
9. Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г. Численные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1990.
10. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Киев: Наук. думка, 1986.

ВИРТУАЛЬНЫЙ МИКРОСКАНЕР ДЛЯ СКАНИРУЮЩЕГО ЗОНДОВОГО МИКРОСКОПА

А.В. Гаврилов, А.О. Голубок

В статье рассмотрены результаты разработки обучающей программы по освоению пьезодвижителей различной степени подвижности, используемых в сканирующей зондовой микроскопии, а также расчет их математических моделей. Данная разработка предполагает введение в комплекс дистанционного обучения системы "Виртуальная лабораторная работа".

Работа посвящена анализу применяемых в сканирующем зондовом микроскопе (СЗМ) [1] микродвижителей [2] и их исследованию с целью разработки приближенной математической модели, предназначенной для создания интерактивной, математизированной анимации. В ходе выполнения работы рассмотрены:

- микродвижитель в виде пьезоэлемента прямоугольного сечения с двумя и четырьмя электродами,
- микродвижитель в виде тонкостенной цилиндрической трубки с шестью электродами.

Во всех случаях предусмотрены вариации толщины и длины элемента, а также напряжения между электродами.

При разработке системы интерактивной анимации [3] были заложены следующие возможности:

- взаимодействие с пользователем системы и представление реакции программы на его действия;
- демонстрация наиболее наглядным способом особенностей и возможностей различных типов микродвижителей и параметров их работы.

Практическая значимость исследования заключается в том, что рассматриваемые микродвижители будут служить модулями виртуального СЗМ. Кроме того, исследуемая система открывает перспективы для ее применения в качестве интерактивного пособия по изучению устройства СЗМ и приемов работы с ним. Данная разработка может быть использована как электронная документация к прибору или в рекламных целях, а также для создания и внедрения в учебный процесс системы "Виртуальная лаборатория".

"Виртуальная лаборатория" представляет собой систему, состоящую из описания методики проведения лабораторной работы, лабораторной установки приборов, экспериментальной части на основе математической модели эксперимента и электронного отчета. Весь процесс работы должен происходить в интерактивном режиме с сохранением результатов для контроля.

Рассматриваемую систему целесообразно создавать на основе Интернет-технологий с включением в комплекс дистанционного обучения (рис. 1) и применением языков Java, Perl, Visual Basic, особенно Flash [3].

Отличительной особенностью языка Flash является возможность создания интерактивного фильма, в котором реализуются взаимодействие с пользователем, циклическая анимация, анимация по программному переходу, математизированная анимация, что дает широкие возможности для создания Интернет-приложений [3]. Кроме этого, пакет Macromedia Flash 5.0 был выбран в связи с необходимостью подключения интерактивного фильма к сайту комплекса дистанционного обучения и интерактивного просмотра непосредственно в браузере Internet Explorer 5.0 и выше за счет встроенного проигрывателя Flash-фильмов.

СЗМ, выбранный в качестве объекта для виртуализации, представляет собой сложную измерительную систему (рис. 2), чувствительным элементом которой является датчик – зонд.

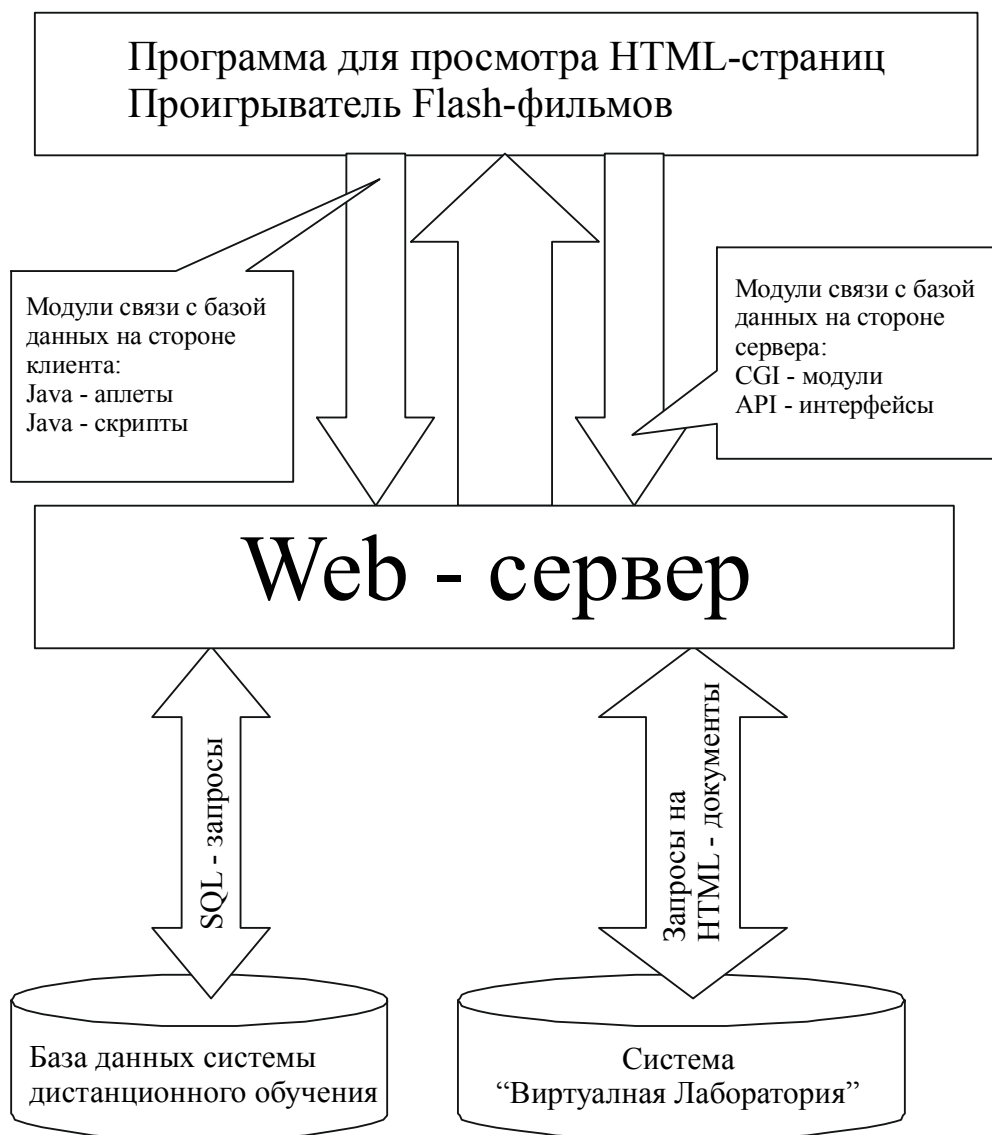


Рис 1. Схема комплекса дистанционного обучения с системой "Виртуальная лаборатория"

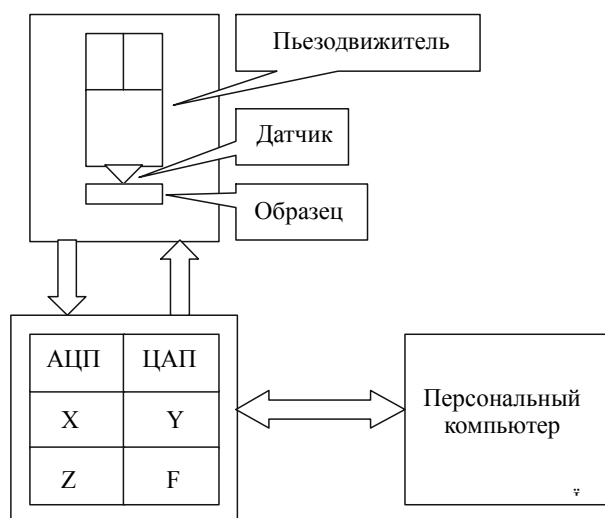


Рис. 2. Принципиальная схема СЗМ

Основным элементом позиционирования зонда является пьезодвижитель, выполняющий также функции микросканера. Наибольшее распространение получила система с зондом, установленным на трехкоординатном микродвижителе. Управление микродвижителем ведется при помощи персонального компьютера через специальный блок управления. С помощью зонда формируется сигнал о расстоянии между ним и поверхностью образца, который преобразуется в цифровой код и далее поступает в компьютер, рассчитывающий дальнейшее перемещение зонда. Блок управления преобразует сигналы, поступающие с компьютера, в напряжение на электродах пьезодвижителя и этим обеспечивает последующее перемещение зонда. Все данные (координаты, сигналы датчика) обсчитываются и представляются в графическом и численном виде на монитор пользователя и в память компьютера как информации о рельефе поверхности образца.

Для моделирования перемещения датчика необходимо знать зависимость деформации пьезодвижителя от напряжения на электродах. Это позволит заранее определить геометрические параметры пьезодвижителя, чтобы обеспечить заданную площадь обзора образца. Разумеется, моделирование, максимально приближенное к поведению реального датчика, невозможно без учета свойств материала пьезодвижителя и процессов, протекающих в нем при деформировании.

Как известно, пьезокерамический элемент [4] представляет собой твердый диэлектрик, который при упругом деформировании поляризуется, вызывая появление разности потенциалов (прямой пьезоэффект), либо упруго деформируется при приложении разности потенциалов (обратный пьезоэффект). Самый простой из рассмотренных пьезодвижителей имеет прямоугольное сечение с двумя электродами. При приложении напряжения между электродами он изменяет свои геометрические размеры – удлиняется (укорачивается) и, соответственно, уменьшает (увеличивает) поперечное сечение. Данный тип пьезодвижителя чаще всего применяется для первичного сближения образца и зонда.

Более универсальным является пьезодвижитель прямоугольного сечения с четырьмя электродами. При приложении на две пары электродов разных по знаку напряжений он не только изменяет свои геометрические размеры, но и изгибается, что может быть использовано при сканировании в одной плоскости.

Самым эффективным и удобным для СЗМ признан трехкоординатный микродвижитель в виде трубки с шестью электродами. На всю боковую поверхность трубки снаружи и изнутри нанесены электроды. Внутренний электрод оставляют без изменений, а внешний разделяют на пять частей. При этом отделяется один сплошной электрод, занимающий две трети длины и обеспечивающий поступательное перемещение зонда. Оставшуюся часть внешней поверхности трубки, разделенную на четыре продольных электрода, используют для сканирования.

В целях создания анимационных фрагментов и определения реальных возможностей пьезодвижителя были рассчитаны машинным способом математические модели с использованием следующих соотношений:

- формула удлинения пьезоэлемента при приложении к нему напряжения

$$\Delta l = \frac{Edl}{h},$$

где E – напряженность электрического поля; d – пьезомодуль; l – длина пьезоэлемента; h – толщина пьезоэлемента;

- формула напряженности электрического поля пьезоэлемента при приложении к нему механического напряжения

$$E = d\sigma,$$

где d – пьезомодуль; σ – механическое напряжение;

- формула для расчета длины дуги окружности

$$l = \frac{\pi R \alpha}{180},$$

где R – радиус окружности; α - угол.

Для пьезодвижителя прямоугольного сечения с двумя электродами расчет длины l производился с использованием пьезомодуля d_{31}

$$\Delta \ell = \frac{E d_{31} \ell}{h}.$$

При расчете толщины h использовался пьезомодуль d_3

$$\Delta h = \frac{E d_{33} \ell}{h}.$$

В случае пьезодвижителя прямоугольного сечения с четырьмя электродами для определения смещения от центральной оси рассчитывалось искривление пьезоэлемента. Представив элемент консолью с закрепленным концом и допуская, что искаженный элемент изгибается по дуге окружности, можно определить длины сторон пьезодвижителя как длины дуг окружностей радиуса R и $R+b$ при ширине пьезоэлемента b (рис. 3).

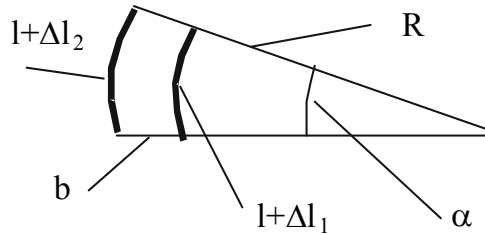


Рис. 3. Схема для расчета простейшей математической модели

Определение параметров сканирования явилось результатом решения системы уравнений:

$$\begin{cases} \ell + \Delta \ell_1 = \frac{\pi R \alpha}{180^\circ}; \\ \ell + \Delta \ell_2 = \frac{\pi(R+b)\alpha}{180^\circ}; \\ R = \frac{b(\ell + \Delta \ell_1)}{(\Delta \ell_2 - \Delta \ell_1)}; \\ \alpha = \frac{180^\circ(\ell + \Delta \ell_1)}{\pi R}. \end{cases}$$

Смещение незафиксированного конца пьезоэлемента Δx в направлении, перпендикулярном продольной оси, и Δy – вдоль продольной оси рассчитывалось по следующим формулам:

$$\Delta x = R \cdot (1 - \cos \alpha) = \frac{bh + E_1 d_{31} b}{(E_2 - E_1) d_{31}} \left(1 - \cos \left(\frac{180^\circ b d_{31} \ell (E_2 - E_1)}{\pi h} \right) \right),$$

$$\Delta y = \ell - R \sin \alpha = \ell - \frac{bh + E_1 d_{31} b}{(E_2 - E_1)} \sin \left(\frac{180^\circ b d_{31} \ell (E_2 - E_1)}{\pi h} \right).$$

Знаки смещений определялись знаками напряженностей электрического поля E в формулах смещений пьезоэлемента. В случае равных напряженностей расчет производился по стандартной формуле удлинения

$$\Delta x = 0,$$

$$\Delta y = \Delta \ell_1 = \Delta \ell_2.$$

Принятая модель также подходила для расчета пьезодвижителя в форме трубки, так как отклонения трубки происходят во взаимно перпендикулярных плоскостях и, следовательно, отклонения в одной плоскости не влияют на отклонения в другой.

Расчет перемещений пьезодвижителя производился с учетом свойств пьезокерамики $\text{Pb}(\text{ZrTi})\text{O}_3$, наиболее часто используемой в СЗМ. Это обусловлено:

- высоким коэффициентом электромеханической связи;
- сравнительно простым способом изготовления образцов и деталей любой формы;
- малым разбросом значений параметров от образца к образцу;
- хорошей временной и температурной стабильностью.

Созданный на основе рассчитанной модели интерактивный фильм представляет наглядную информацию о распространенных видах пьезодвижителей, их характеристиках и о возможностях перемещений. Фильм может работать как в демонстрационном, так и интерактивном режиме.

Сценарий фильма состоит из следующих фрагментов.

- Заставка.
- Оглавление.
- Краткая теоретическая часть с анимационным примером.
- Работа пьезодвижителя прямоугольного сечения с двумя электродами.
- Переход от пьезодвижителя с двумя электродами к пьезодвижителю с четырьмя электродами.
- Работа пьезодвижителя прямоугольного сечения с четырьмя электродами.
- Переход от пьезодвижителя с четырьмя электродами к пьезодвижителю трубчатой формы.
- Работа пьезодвижителя в форме трубки с шестью электродами.
- Установка датчика - зонда.

В результате проведенных исследований:

- построены приближенные математические модели для всех представленных видов пьезодвижителей, по которым рассчитано поведение реальных пьезодвижителей;
- установлено, что для разработки работоспособной и наглядной обучающей программы на базе Интернет-сайта целесообразно использовать возможности Macromedia Flash 5.0;
- создан интерактивный фильм, который можно применять в целях обучения, в форме электронной документации к приборам, а также для рекламы возможностей СЗМ.

Литература

1. Бухараев А. А., Овчинников Д. В., Бухараева А. А. Исследование структуры и свойств. Казанский физико-технический институт им. Е. К. Завойского КНЦ РАН, 1996. С. 10–16.
2. Джагунов Р. Г., Ерофеев А. А. Пьезокерамические элементы в приборостроении и автоматике. Л.: Машиностроение, 1986. 256 с.
3. Грибов Д.Е. Macromedia Flash 4. Интерактивная веб-анимация. М.: ДМК, 2000. 669 с.
4. Фесенко Е. Г., Разумовская О. Н. Поляризация пьезокерамики. Ростов-на-Дону: РГУ, 1983. 156 с.

Баев Андрей Петрович – канд. техн. наук, научный сотрудник НИИТМ.

Бахмат Виктор Григорьевич – начальник ПНИЛ ЖК ВВМИУ им. Дзержинского.

Бобцова Светлана Владимировна – студентка (кафедра технологии приборостроения).

Борисов Павел Александрович – студент (кафедра электротехники и прецизионных электромеханических систем).

Брусницын Петр Семенович – программист кафедры компьютерной теплофизики и экологического мониторинга.

Вадейко Илья Петрович – аспирант кафедры высшей математики.

Валетов Вячеслав Алексеевич – доктор техн. наук, профессор кафедры технологии приборостроения.

Васильев Владислав Алексеевич – аспирант кафедры технологии приборостроения.

Верещагин Анатолий Юрьевич – аспирант кафедры технологии приборостроения.

Волков Дмитрий Павлович – канд. техн. наук, доцент кафедры компьютерной теплофизики и экологического мониторинга.

Гаврилов Александр Владимирович – студент (кафедра материаловедения).

Гарайбех Зияд Мухаммед – аспирант кафедры измерительных технологий и компьютерной томографии.

Гвоздев Сергей Семенович – доцент кафедры измерительных технологий и компьютерной томографии.

Гоголев Л.Н. – аспирант кафедры компьютерной теплофизики и экологического мониторинга

Голов Игорь Николаевич – канд. техн. наук, первый заместитель генерального директора гос. организации "Севзапгеология", докторант кафедры измерительных технологий и компьютерной томографии, e-mail: INGolov@mail.ru

Голубок Александр Олегович – доктор физ.-мат. наук, зам. директора по науке ИАнП РАН, golubok@ianin.spb.su

Гончаренко Михаил Робертович – канд. техн. наук, начальник отдела НИИТМ.

Гриншпан Вадим Сергеевич – аспирант кафедры технологии приборостроения.

Гульнов Юрий Александрович – канд. техн. наук, доцент кафедры технологии приборостроения.

Гурьянов Валерий Алексеевич – ст. преподаватель кафедры электротехники и прецизионных электромеханических систем.

Гутнер Игорь Евгеньевич – начальник отдела ФТУП ЦНИИ "Электроприбор".

Денисов Константин Михайлович – старший преподаватель кафедры электротехники и прецизионных электромеханических систем.

Жданов Иван Николаевич – студент (кафедра электротехники и прецизионных электромеханических систем).

Иванов Андрей Юрьевич – кандидат технических наук, докторант кафедры мехатроники.

Иванов Владислав Александрович – доктор техн. наук, профессор, зав. кафедрой измерительных технологий и компьютерной томографии.

Иванов Виктор Константинович – аспирант кафедры измерительных технологий и компьютерной томографии.

Иванов Станислав Владимирович – студент (кафедра измерительных технологий и компьютерной томографии).

Иванов Сергей Евгеньевич – аспирант кафедры теоретической физики и механики.

Ильина Лариса Петровна, канд. физ.-мат. наук, преподаватель кафедры измерительных технологий и компьютерной томографии.

Козаченко Александр Викторович – ассистент, аспирант измерительных технологий и компьютерной томографии.

Колобухова Татьяна Васильевна – студентка кафедры измерительных технологий и компьютерной томографии.

Кораблев Владимир Антонович – канд. техн. наук, доцент кафедры компьютерной теплофизики и экологического мониторинга.

Коровьяков Анатолий Николаевич – канд. техн. наук, доцент кафедры систем управления и информатики.

Кривошеев Александр Геннадьевич – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры теоретической физики и механики.

Кротенко Владимир Владимирович – канд. техн. наук, доцент кафедры электротехники и прецизионных электромеханических систем.

Кузьмин Михаил Юрьевич – аспирант кафедры технологии приборостроения.

Кузьмин Юрий Петрович – канд. техн. наук, доцент кафедры технологии приборостроения.

Куликов Дмитрий Дмитриевич – доктор техн. наук, профессор кафедры технологии приборостроения.

Лукичев Дмитрий Вячеславович – студент (кафедра электротехники и прецизионных электромеханических систем).

Макаров Сергей Леонидович – зав. лабораторией кафедры компьютерной теплофизики и экологического мониторинга.

Мануйлов Константин Викторович – аспирант кафедры измерительных технологий и компьютерной томографии, главный редактор журнала "Вопросы натуральной философии".

Марусина Мария Яковлевна – канд. техн. наук, доцент кафедры измерительных технологий и компьютерной томографии.

Медунецкий Виктор Михайлович – канд. техн. наук, доцент, докторант кафедры технологии приборостроения.

Мельников Виталий Геннадьевич – канд. техн. наук, ст. научный сотрудник кафедры

Мельничук Ольга Петровна – студентка (кафедра информационных технологий и программирования).

Мещеряков Юрий Иванович – доктор физ.-мат. наук, зав. лабораторией ИПМаш РАН, ymesch@impact.ipme.ru

Мирошник Илья Васильевич – доктор техн. наук, профессор кафедры систем управления и информатики.

Мирошниченко Георгий Петрович – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры высшей математики.

Муханнад Нассар – аспирант кафедры измерительных технологий и компьютерной томографии.

Негодаев Александр Валерьевич – аспирант кафедры инженерной и компьютерной графики.

Некрасов Олег Андреевич – ст. научный сотрудник ПНИЛ ЖК ВВМИУ им. Ленина.

Неронов Юрий Ильич – доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры измерительных технологий и компьютерной томографии.

Низковолос Владимир Бенъевич – кандидат физ.-мат. наук, ст. научный сотрудник Института мозга человека РАН.

Никитина Мария Владимировна – аспирантка кафедры электротехники и прецизионных электромеханических систем.

Никифоров Владимир Олегович – доктор техн. наук, профессор кафедры систем управления и информатики, проректор.

Николаев Дмитрий Борисович – студент (кафедра измерительных технологий и компьютерной томографии).

Норин Александр Владимирович – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры высшей математики.

Осипов Дмитрий Владимирович – аспирант кафедры электротехники и прецизионных электромеханических систем.

Парижский Захар Михайлович – доктор мед. наук, профессор кафедры измерительных технологий и компьютерной томографии.

Петров Сергей Алексеевич – канд. хим. наук, ст. научный сотрудник ИХС РАН, petrov_9@meil.ru

Плотников Виктор Владимирович – студент (кафедра измерительных технологий и компьютерной томографии).

Полонский Юрий Зусьевич – канд. билд. наук, ст. научный сотрудник Института мозга человека РАН.

Попов Игорь Юрьевич – доктор физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедрой высшей математики.

Потапов Максим Викторович – аспирант кафедры теоретической физики и механики.

Присягин Максим Владимирович – аспирант кафедры технологии приборостроения.

Рыбин Андрей Владимирович – профессор niversity of Jyväskylä, Department of Physics, PO BOX 35, FIN-40351, Jyväskylä, Finland.

Самохвалов Антон Сергеевич – мл. научный сотрудник ИПМаш РАН, ymesch@impact.ipme.ru

Сергеев Константин Александрович – аспирант кафедры систем управления и информатики, e-mail: ser_ak@mail.ru

Серебряков Сергей Алексеевич – аспирант кафедры электротехники и прецизионных электромеханических систем.

Сизиков Валерий Сергеевич – доктор техн. наук, профессор кафедры измерительных технологий и компьютерной томографии, e-mail: sizikov2000@mail.ru, web-site: <http://de.ifmo.ru/curs/svs.html>

Симоненко Зинаида Григорьевна – кандидат техн. наук, ассистент кафедры измерительных технологий и компьютерной томографии.

Синельщикова Татьяна Юрьевна – мл. научный сотрудник ИХС РАН.

Соколов Дмитрий Юрьевич – студент (кафедра измерительных технологий и компьютерной томографии).

Степанов Иван Владимирович – заместитель директора по научной работе ФГУНПП "Геологоразведка".

Суханова Жанна Борисовна – аспирант кафедры технологии приборостроения.

Тимонен Юсси – professor University of Jyväskylä, Department of Physics, PO BOX 35, FIN–40351, Jyväskylä, Finland.

Толмачев Валерий Александрович – канд. техн. наук, доцент кафедры электротехники и прецизионных электромеханических систем.

Томасов Валентин Сергеевич – канд. техн. наук, зав. кафедрой электротехники и прецизионных электромеханических систем.

Третьяков Сергей Дмитриевич – аспирант кафедры технологии приборостроения.

Усольцев Александр Анатольевич – канд. техн. наук, доцент кафедры электротехники и прецизионных электромеханических систем.

Филиппов Александр Николаевич – канд. техн. наук, доцент кафедры технологии приборостроения.

Фролов Николай Дмитриевич – канд. техн. наук, профессор, зав. кафедрой технологии приборостроения.

Фролов Сергей Валентинович – аспирант кафедры высшей математики.

Хомутникова Елена Владимировна – студентка (кафедра измерительных технологий и компьютерной томографии).

Хохлов Юрий Васильевич – и.о. ген. директора "Севзапгеология".

Чежин Михаил Сергеевич – канд. техн. наук, доцент кафедры систем управления и информатики.

Чепинский Сергей Алексеевич – аспирант кафедры систем управления и информатики.

Шапошников Алексей Снаславович – инженер ФТУП ЦНИИ "Электроприбор".

Шарков Александр Васильевич – доктор техн. наук, профессор, зав. кафедрой компьютерной теплофизики и экологического мониторинга, sharkov@itcs.spb.ru

Шеремет Владимир Ильич – вед. инженер НИИТМ.

Ярышев Николай Алексеевич – доктор техн. наук, профессор кафедры физики.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
1. ИССЛЕДОВАНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И СИСТЕМ	5
Кривошеев А.Г. Вынужденные резонансные колебания нелинейной системы с двумя степенями свободы.....	5
Иванов С.Е. Применение метода многочленных преобразований при исследовании виброзащитных систем	9
Иванов А.Ю., Негодаев А.В. Оценка возможности применения методов исследования гибких управляемых трубок для эндоскопа	13
Мельников В.Г. Полиномиальная линеаризация систем модального управления и ее применение.....	17
Потапов М.В. Нелинейные динамические процессы регулирования давления сжимаемой среды в емкости постоянного объема.....	20
Ярышев Н.А. Нестационарный теплообмен объектов с внутренними адиабатически изолированными полостями	24
Гоголев Л.В., Шарков А.В. Определение температуры полиморфного превращения титановых сплавов в промышленных технологиях	32
Бахмат В.Г., Брусницын П.С., Волков Д.П., Кораблев В.А., Макаров С.Л., Шарков А.В., Некрасов О.А. Приборный комплекс для испытаний техники и средств защиты на устойчивость к мощным тепловым воздействиям.....	36
Мельничук О.П., Попов И.Ю. Вариационное доказательство существования лакуны в спектре лапласиана Дирихле для периодически связанных волноводов.....	39
Фролов С.В. Оценка резонанса для связанных высококонтрастных диэлектрических волноводов	44
Вадейко И.П., Мирошниченко Г.П., Рыбин А.В., Тимонен Ю. Аналитический вид оператора эволюции в модели Тависа-Каммингса	47
Норин А.В. Об одном обобщении теоремы Вильсона.....	50
Мещеряков Ю.И., Самохвалов А.С. Исследование динамического предела текучести конструкционных материалов при ударном нагружении	52
Петров С.А., Синельщикова Т.Ю. Синтез и исследование изоморфной емкости и свойств фаз туннельной структуры типа голландита.....	57
2. ТЕХНОЛОГИИ ТОЧНОЙ МЕХАНИКИ	61
Кузьмин Ю.П., Фролов Н.Д., Кузьмин М.Ю. Механизм образования регулярного микрорельефа на плоских поверхностях многошариковым инструментом	61
Кузьмин М.Ю. Образование регулярного микрорельефа однрядным многошариковым инструментом	70
Верещагин А.Ю. Высокопроизводительные методы вибронакатывания отверстий малого диаметра	73
Васильев В.А., Присягин М.В. Технология снижения адсорбционно-десорбционных способностей поверхностей, работающих в условиях высокого вакуума	75
Валетов В.А., Третьяков С.Д. Исследование закономерностей изменения микрогеометрии деталей при трении-скольжении	79

Гульнов Ю.А. Автоматизация проектирования технологии обработки деталей на токарно-револьверных автоматах	83
Медунецкий В.М. Технологический синтез оболочковых конструкций зубчатых венцов	86
Куликов Д.Д. Проектирование технологических процессов в среде PDM-системы	89
Суханова Ж.Б. Использование статистических методов при управлении качеством	92
Бобцова С.В., Валетов В.А. Возможности использования технологий быстрого прототипирования в приборостроении	97
Филиппов А.Н., Гриншпан В.С. Представление знаний в САПР ТП "ТЕХКОМ" с применением методов экспертных систем	103
3. ЭЛЕКТРОМЕХАНИКА И ЭЛЕКТРОТЕХНОЛОГИИ	108
Усольцев А.А., Лукичев Д.В. Настройка регулятора скорости в системе векторного управления асинхронными двигателями	108
Томасов В.С., Серебряков С.А., Борисов П.А. Анализ частотных характеристик обратимых источников питания транзисторных инверторов	113
Гурьянов В.А., Кротенко В.В., Томасов В.С. Цифровая система управления источника тока, построенного на основе транзисторного ШИП	120
Толмачев В.А., Никитина М.В. Расчет параметров квазиустановившегося режима в источнике тока с импульсным усилительно-преобразовательным устройством и индуктивным сглаживающим фильтром	126
Толмачев В.А., Осипов Д.В. Анализ устойчивости к автоколебаниям на субгармонических частотах импульсных источников тока программируемой формы	132
Денисов К.М., Жданов И.Н. Математическое описание микропроцессорной системы обработки сигналов СКВТ как датчика положения вала двигателя	137
Баев А.П., Гончаренко М.Р., Коровьяков А.Н., Серебряков С.А., Шермет В.И. Особенности проектирования четырехквadrантных асинхронных электроприводов	141
Мирошник И. В., Чепинский С.А. Управление многозвенными кинематическими механизмами	144
Гутнер И.Е., Никифоров В.О., Чежин М.С., Шапошников А.С. Управление бесконтактным двигателем с большим остаточным моментом	150
Сергеев К.А. Управление механическими системами в динамической внешней среде	156
4. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И КОМПЬЮТЕРНАЯ ТОМОГРАФИЯ	161
Иванов В.А. Как это было: история изобретения магниторезонансных изображений	161
Парижский З.М. Современные методы внутривидения (интраскопии) в медицине	164
Голов И.Н., Сизиков В.С. Обратная задача гравиметрии как задача внутривидения	171

Козаченко А.В., Низковолос В.Б., Иванов В.А., Полонский Ю.З., Гвоздев С.С. Локализатор для компьютерной томографии	176
Неронов Ю.И., Гарайбех З.М., Иванов В.К. ЯМР-спектроскопия тканей головного мозга и разработка способа определения концентрации метаболитов	183
Мануйлов К.В., Симоненко З.Г., Ильина Л.П., Плотников В.В. Экспериментальные и теоретические аспекты решения параболического уравнения для случая нетрансляционного массопереноса в жидкостях	188
Степанов И.В. Описание и обоснование поверочной схемы для сейсмоприемников	192
Степанов И.В. Разработка метода измерений параметров сейсмоприемников с выходным сигналом, пропорциональным второй производной перемещений среды	195
Иванов В.А., Хохлов Ю.В. Механизм распределения вредных отходов на поверхности	198
Иванов В.К., Неронов Ю.И., Иванов В.А. Мини-ЯМР-томограф кафедры измерительных технологий и компьютерной томографии	201
Неронов Ю.И., Муханнад Нассар. Способ визуализации градиентов магнитного поля с помощью магнитно-резонансной томографии	205
Сизиков В.С., Марусина М.Я., Иванов С.В., Колобухова Т.Б., Николаев Д.Б., Соколов Д.Ю., Хомутникова Е.В. Прямая и обратная задачи синтеза магнитного поля в ЯМР-томографе	209
Гаврилов А.В., Голубок А.О. Виртуальный микросканер для сканирующего зондового микроскопа	215
НАШИ АВТОРЫ	220

Научно-технический вестник СПб ГИТМО (ТУ). Выпуск 3.
Физические процессы, системы и технологии точной механики / Главный редактор В.Н. Васильев. СПб: СПб ГИТМО(ТУ), 2001. 226 с.

**НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК
СПб ГИТМО (ТУ)
Выпуск 3
ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ, СИСТЕМЫ И ТЕХНОЛОГИИ
ТОЧНОЙ МЕХАНИКИ
Главный редактор В.Н. Васильев**

Дизайн обложки В.А. Петров
Редакционно-издательский отдел СПб ГИТМО (ТУ)
Зав. РИО Н.Ф. Гусарова
Лицензия ИД № 00408 от 05.11.99.
Подписано в печать 25.12.01.
Заказ 511. Тираж 100 экз.