

УДК 535:621.373.826]:539

ДВУМЕРНАЯ ЛОКАЛИЗАЦИЯ АТОМНЫХ НАСЕЛЕННОСТЕЙ
В ЧЕТЫРЕХУРОВНЕВЫХ КВАНТОВЫХ СИСТЕМАХЕ.А. Ефремова^а, М.Ю. Гордеев^а, Ю.В. Рождественский^а^а Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, mxmgordeev@gmail.com

Аннотация. Исследуется один из аспектов фундаментальной задачи взаимодействия лазерного излучения с веществом – пространственное перераспределение атомных населенностей под действием полей нескольких бегущих волн. Впервые показана возможность двумерной пространственной локализации атомных населенностей под действием поля только бегущих волн в «tripod»-конфигурации квантовых состояний. Три бегущие волны, которые распространяются в одной плоскости под углами 120° друг к другу, формируют в этой плоскости систему стоячих волн, под действием которой и происходит локализация атомных населенностей. При этом степень локализации населенностей, в принципе, может составлять сотые доли длины волны падающего оптического излучения. Показано, что необходимым условием зависимости населенностей от пространственных координат в плоскости XY является возбуждение центрального перехода «tripod»-системы полем разнонаправленных линейно поляризованных бегущих волн, а возникающие при этом двумерные зависимости могут иметь сложные структуры, такие как, например, «двойные кратеры».

Ключевые слова: пространственная локализация, «tripod»-схема, атомные населенности.

TWO-DIMENSIONAL LOCALIZATION OF ATOMIC POPULATIONS
IN FOUR-LEVEL QUANTUM SYSTEMSE.A. Efremova^a, M.Yu. Gordeev^a, Yu.V. Rozhdestvensky^a^a ITMO University, Saint Petersburg, Russia, mxmgordeev@gmail.com

Abstract. The paper deals with investigation of one aspect of fundamental problem of laser radiation interaction with the matter. This problem is spatial localization of atomic populations due to fields impact of few running waves. We are the first to propose in our work two-dimensional spatial localization of atomic populations in medium with tripod-like configuration of levels under the field influence of running waves only. Three running waves, propagating along one plane 120° angle-wise to each other, form the system of standing waves in this plane. Atomic populations can be localized in the field of these standing waves. Moreover, the degree of such localization can make up hundredth parts of the wavelength of the incident optical radiation. It is shown that an excitation of the central transition of the tripod-like system using a field of multidirectional linearly polarized running waves is the necessary condition of the population dependence from spatial coordinates in the XY – plane. The two-dimensional shapes that appear in this system can have very complicated structure such as “double – craters”.

Keywords: spatial localization, tripod – scheme, atomic populations.

Введение

В настоящее время активно исследуется пространственная локализация атомных населенностей как в одном, так и в двух измерениях [1–12]. Такой интерес обусловлен возможностью получения узких (много меньше длины волны оптического излучения) пространственных распределений атомов, которые находятся в определенных внутренних состояниях.

Физической основой для локализации населенностей внутренних состояний атомной системы является пространственно неоднородная оптическая накачка, которая перераспределяет значения населенностей при взаимодействии с полем оптического излучения [13–15]. При этом для получения пространственных распределений необходимо, чтобы хотя бы на одном переходе многоуровневой системы действовала стоячая световая волна, периодичность которой задает пространственный период изменений населенностей. В то же время ширина отдельного пика населенности определяется интенсивностью поля стоячей волны. Действительно, поскольку в узле интенсивность стоячей волны равна нулю, то оптическая накачка переведет всю населенность с других уровней атомной системы в нижнее состояние, к которому приложено поле стоячей волны. С другой стороны, если атом не находится точно в узле, то оптическая накачка снижает свою эффективность, поскольку интенсивность стоячей волны возрастает. Причем, чем выше интенсивность стоячей волны, тем больше пространственный градиент поля и соответственно меньше пространственная область вблизи узла стоячей волны, для которой эффективность оптической накачки высока.

Следует особо подчеркнуть, что в англоязычной научной литературе вместо термина «локализация атомных населенностей» («localization of atom population») используется термин «локализация атомов» («atom localization»), что ведет к определенному несоответствию между физическим явлением и его названием. Дело в том, что в данном случае речь идет именно о локализации населенностей, т.е. в результате взаимодействия атома с полем оптического излучения происходит пространственное перераспреде-

ние населенностей атомных состояний. Таким образом, начальное пространственное распределение атомов $w(x, t = 0)$ с учетом всех населенностей внутренних состояний $\rho_i(x, t = 0)$ до $w_{in}(x)$ и после взаимодействия $w_f(x)$ сохранит свой вид, в то время как пространственные зависимости населенностей после взаимодействия $\rho_i(x, t)$ изменятся:

$$w_{in}(x) = w(x, t = 0) = \sum_i \rho_i(x, t = 0) = \sum_i \rho_i(x, t) = w(x, t) = w_f(x).$$

Выше предполагалось, что под действием оптического излучения атом не меняет своего трансляционного состояния. Другими словами, атом считается настолько тяжелым, что можно пренебречь энергией отдачи $E_R = \hbar^2 k^2 / 2m$, ($k = 1/\lambda$) (где \hbar – постоянная Планка, k – волновое число излучаемого атомом фотона, m – масса излучающего атома, λ – длина волны излучаемого атомом фотона) по сравнению с кинетической энергией атома $E_R = p^2 / 2m$ ($p = mv$).

Теперь учтем, что при поглощении (или испускании) единичного фотона происходит изменение скорости атома на величину скорости отдачи $v_R = \hbar k / m$. Тогда минимальный размер области локализации населенностей можно определить как расстояние, пройденное атомом со скоростью v_R за время жизни $t \sim \gamma^{-1}$:

$$\delta x \geq v_R \gamma^{-1} = \frac{1}{\pi} \frac{E_R}{\hbar \gamma} \lambda \sim 3 \cdot 10^{-3} \lambda,$$

где считалось, что $E_R \sim 10^{-2} \hbar \gamma$ для сильных электродипольных оптических переходов в атомах, γ – скорость спонтанной релаксации атома, λ – длина волны падающего излучения. Влияние скорости отдачи на конечную пространственную ширину локализованных населенностей также существенно при попытке выделить из общего ансамбля только атомы, которые находятся в определенном внутреннем состоянии, поскольку такое выделение также может быть реализовано с помощью оптических методов.

Таким образом, пространственная локализация населенностей внутренних состояний атома действительно является результатом неоднородной на длине волны оптического излучения оптической накачки. Физически ясно, что основной проблемой здесь является выбор схемы взаимодействия атомов с полем излучения. При этом выбор схемы взаимодействия весьма ограничен, поскольку для эффективной оптической накачки на нижние состояния системы желательно иметь только один возбужденный верхний уровень. В результате все рассмотренные схемы атомных состояний, использованные для исследований локализации населенностей, в той или иной степени основываются на трехуровневой Λ -системе. Так, в работах [1–3] предложена одномерная локализация населенностей для атомов в Λ -конфигурации. При этом обобщение на случай двух пространственных измерений нетривиально вследствие того, что в уравнениях для элементов матрицы плотности следует явно учитывать поляризации световых волн, что выражается в учете правил отбора для действующих световых волн. По правилам отбора на переходе с разностью магнитных моментов $\Delta M = \pm 1$ может действовать только поле с круговой поляризацией, в случае же, когда разность магнитных моментов между уровнями $\Delta M = 0$, действовать на переходе может лишь поле с линейной поляризацией. В связи с этим для того, чтобы использовать поля как с линейной, так и с круговой поляризацией для локализации населенностей в двух измерениях, в [4] было предложено использовать «tripod»-конфигурацию атомных состояний.

В настоящей работе впервые представлено получение пространственной двумерной локализации населенностей под действием оптических полей бегущих волн также в четырехуровневой «tripod»-системе. При этом три бегущие волны, которые распространяются в одной плоскости под углами 120° друг к другу, формируют стоячие волны, которые, взаимодействуя со средним переходом «tripod»-системы (рис. 1, а), обеспечивают пространственную локализацию атомных населенностей.

Отметим, что использование бегущих волн важно в практической реализации двумерной пространственной локализации в масштабах, значительно меньших длины волны оптического излучения λ , что уже сейчас может представлять значительный интерес для современных нанотехнологий.

Основные уравнения

Рассмотрим теперь подробно энергетическую схему уровней атома в «tripod»-конфигурации (рис. 1, а). В этом случае атомная система состоит из трех нижних состояний, оптические переходы между которыми запрещены, и одного верхнего уровня. На оптически разрешенных переходах $|m\rangle \rightarrow |4\rangle$, $m = 1-3$, действуют поля с частотами Раби g_1 , g_2 и g_3 и отстройками от резонансных значений частот переходов Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 соответственно. На рис. 1, б, показана ориентация полей. Видно, что три бегущие волны с одинаковыми частотами Раби g_2 , действующие на переходе $|2\rangle \rightarrow |4\rangle$, распространяются в плоскости XY под углом 120° друг к другу, в то время как поля на переходах $|1\rangle \rightarrow |4\rangle$, $|3\rangle \rightarrow |4\rangle$ с частотами

тами Раби g_1 и g_3 распространяются в отрицательном и положительном направлении оси Z соответственно. В результате полное поле, которое действует на «tripod»-систему (рис. 1), можно записать в виде

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}_2 E_2 (\cos(\omega_2 t - \mathbf{k}_1^2 \mathbf{r}) + \cos(\omega_2 t - \mathbf{k}_2^2 \mathbf{r})) + \mathbf{e}_1 E_1 \cos(\omega_1 t + k_1 z) + \mathbf{e}_3 E_3 \cos(\omega_3 t - k_3 z), \quad (1)$$

где волна с ω_1, k_1 распространяется в отрицательном, волна с ω_3, k_3 – в положительном направлении оси Z , а в плоскости XY действуют три волны с одинаковыми частотами, но разными направлениями волновых векторов $\mathbf{k}_2^i \wedge \mathbf{k}_2^j = 120^\circ$ ($i \neq j$; $i, j = 1, 2, 3$).

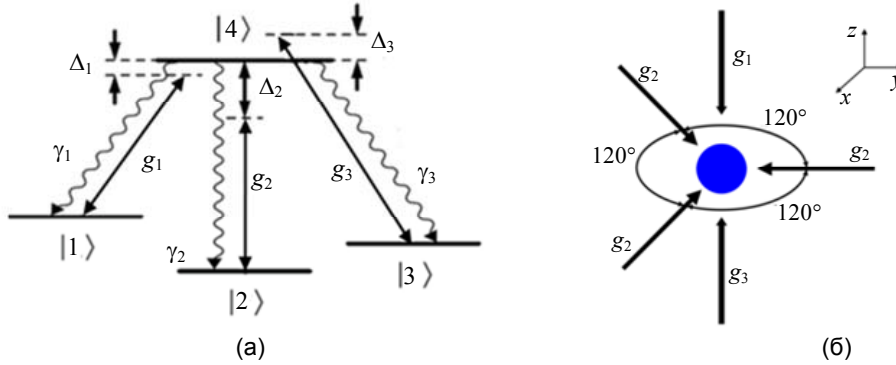


Рис. 1. (а): Схема квантовых уровней атома в «tripod»-конфигурации. Переходы $|m\rangle \rightarrow |4\rangle$, ($m = 1-3$) разрешены в дипольном приближении, а переходы между нижними состояниями запрещены. Частоты Раби световых волн и отстройки возбуждающих полей относительно частот переходов ω_{m4} , ($m = 1-3$) обозначены g_m и Δ_m ($m = 1-3$) соответственно. (б): Взаимная ориентация оптических полей. В плоскости XY три бегущие волны под углами 120° друг к другу формируют систему стоячих волн, которые обеспечивают пространственную зависимость атомных населенностей

При этом, согласно правилам отбора, вектора $\mathbf{e}_{1,3}$ задают круговую поляризацию в положительном и отрицательном направлении соответственно, а \mathbf{e}_2 определяет линейную поляризацию.

Далее для описания динамики системы на рис. 1 используем уравнения для элементов матрицы плотности $\tilde{\rho}_{ij}(x, y, t)$ в виде

$$i\hbar \dot{\tilde{\rho}}_{ij} = [H, \tilde{\rho}]_{ij} + i\Gamma_{ij} \tilde{\rho}_{ij} \quad (2)$$

с гамильтонианом в представлении взаимодействия в виде $H = H_0 + V$, где H_0 задает внутреннее состояние системы без возмущения, а $V = -\frac{1}{\hbar} \sum_{i=1}^3 (\mathbf{d}_{i4} \cdot \mathbf{e}_i) E_i$ определяет взаимодействие с полем оптического излучения (1) для переходов $|m\rangle \rightarrow |4\rangle$, $m = 1-3$, с матричным элементом оператора дипольного взаимодействия \mathbf{d}_{i4} . В выражении (2) матрица Γ_{ij} задает скорости релаксации элементов $\tilde{\rho}_{ij}(x, y, t)$. При этом скорость релаксации диагональных матричных элементов (т.е. населенностей) определяется естественной шириной 2γ верхнего возбужденного состояния системы $2\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3$, а скорости релаксации недиагональных матричных элементов Γ_{ij} ($i \neq j$) могут, наряду со скоростью естественного распада, учитывать и другие возможные механизмы уширения (столкновения, конечную ширину спектра возбуждающих полей и пр.). В результате уравнения для элементов матрицы плотности $\tilde{\rho}_{ij}(x, y, t)$ системы уровней в «tripod»-конфигурации имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} i\dot{\rho}_{11} &= g_1(\rho_{14} - \rho_{41}) + i\gamma_1 \rho_{44}, \\ i\dot{\rho}_{22} &= g_2(\rho_{24} - \rho_{42}) + i\gamma_2 \rho_{44}, \\ i\dot{\rho}_{33} &= g_3(\rho_{34} - \rho_{43}) + i\gamma_3 \rho_{44}, \\ i\dot{\rho}_{44} &= g_1(\rho_{41} - \rho_{14}) + g_2(\rho_{42} - \rho_{24}) + g_3(\rho_{43} - \rho_{34}) - i(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3)\rho_{44}, \\ i\dot{\rho}_{14} &= g_1(\rho_{11} - \rho_{44}) + g_2\rho_{12} + g_3\rho_{13} + (\Delta_1 - i\Gamma_{14})\rho_{14}, \\ i\dot{\rho}_{24} &= g_2(\rho_{22} - \rho_{44}) + g_1\rho_{21} + g_3\rho_{23} + (\Delta_2 - i\Gamma_{24})\rho_{24}, \\ i\dot{\rho}_{34} &= g_3(\rho_{33} - \rho_{44}) + g_1\rho_{31} + g_2\rho_{32} + (\Delta_3 - i\Gamma_{34})\rho_{34}, \\ i\dot{\rho}_{12} &= g_2\rho_{14} - g_1\rho_{42} + (\Delta_1 - \Delta_2)\rho_{12}, \\ i\dot{\rho}_{13} &= g_3\rho_{14} - g_1\rho_{43} + (\Delta_1 - \Delta_3)\rho_{13}, \\ i\dot{\rho}_{23} &= g_3\rho_{24} - g_2\rho_{43} + (\Delta_2 - \Delta_3)\rho_{23}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\rho_{ij} = \rho_{ji}^*$ ($i \neq j$). При выводе системы уравнений (3) мы пренебрегли членами, содержащими временные осцилляции на удвоенной оптической частоте (резонансное приближение) и использовали так называемое приближение вращающейся волны, которое состоит в замене недиагональных матричных элементов: оптических $\tilde{\rho}_{m4} = \rho_{m4} e^{i\Delta_m t}$ ($m = 1-3$) и низкочастотных когерентностей

$$\tilde{\rho}_{12} = \rho_{12} e^{i(\Delta_1 - \Delta_2)t}, \tilde{\rho}_{13} = \rho_{13} e^{i(\Delta_1 - \Delta_3)t}, \tilde{\rho}_{23} = \rho_{23} e^{i(\Delta_2 - \Delta_3)t}.$$

Существенно заметить, что среда считается оптически тонкой, что означает однородность поля по мере распространения светового пучка в среде. Согласно (1), на центральном переходе системы (рис. 1, а) действуют три поля с одинаковой частотой, но разным направлением волновых векторов. Для того чтобы фиксировать направления, примем для скалярных произведений в (1) выражения

$$\mathbf{k}_1 \mathbf{r} = -k_2 y, \mathbf{k}_2 \mathbf{r} = \frac{1}{2} k_2 y - \frac{\sqrt{3}}{2} k_2 x, \mathbf{k}_3 \mathbf{r} = \frac{1}{2} k_2 y + \frac{\sqrt{3}}{2} k_2 x. \quad (4)$$

Таким образом, выражения (4) явно демонстрируют, что в плоскости XU три бегущие разнонаправленные волны действительно задают систему стоячих волн, которые обеспечивают координатную зависимость населенностей состояний квантовой системы.

Результаты вычислений и обсуждения

Система уравнений для элементов матрицы плотности (3) полностью определяет динамику квантовой системы в «tripod»-конфигурации для поля (1). Для исследования пространственной зависимости населенностей (т.е. диагональных элементов матрицы плотности) мы используем стационарное решение уравнений (3), которое может быть получено в пренебрежении временными производными в левых частях по сравнению с членами в правых частях, содержащих скорости распада. Физически это означает, что рассматриваются значения элементов матрицы плотности на временах, значительно превышающих $t \gg \gamma^{-1}, \Gamma_{ij}^{-1}$.

На рис. 2 представлены пространственные зависимости населенностей всех состояний системы в «tripod»-конфигурации. Видно, что в нашем случае действительно имеет место двумерная (в плоскости XU) локализация населенностей для всех состояний системы. При выбранных параметрах только населенность ρ_{11} демонстрирует пространственную зависимость в виде «холмов», а для остальных населенностей имеют место «кратеры». При этом в определенных точках плоскости XU максимальные значения населенностей первых двух состояний могут достигать единицы. Это означает, что в этих точках сосредоточена вся населенность квантовой системы.

С другой стороны, среди пространственных структур на рис. 2 наиболее интересными являются зависимости населенностей уровней $|2\rangle$, $|3\rangle$ и $|4\rangle$ $\rho_{22}, \rho_{33}, \rho_{44}$. Так, пространственные зависимости в плоскости XU населенностей третьего и четвертого уровней ρ_{33}, ρ_{44} демонстрируют двойную структуру – так называемые «двойные кратеры», в отличие от обычного «кратера» (рис. 2, в). При этом вид сверху наглядно показывает сложную структуру пространственных зависимостей (рис. 2, е, з). Наибольший интерес здесь представляет график населенности второго уровня ρ_{22} . Полученный кратер имеет крайне узкие стенки, что означает высокую степень локализации, которая для данных параметров составляет 0,04 длины волны падающего излучения.

Заключение

Исследована возможность двумерной локализации населенности в «tripod»-системе при взаимодействии с полем бегущих световых волн. Найдено, что необходимым условием зависимости населенностей от пространственных координат в плоскости XU является возбуждение центрального перехода «tripod»-системы полем разнонаправленных линейно поляризованных бегущих волн. Возникающие при этом двумерные зависимости могут иметь сложные структуры, такие как, например, «двойные кратеры».

Отметим, что для реализации двумерной локализации не важен способ получения пространственной зависимости линейно поляризованного поля, резонансного центральному переходу «tripod»-системы. Исходя из этого, полученное двумерное распределение населенностей можно рассматривать как своеобразную визуализацию распределения интенсивности светового поля. Характеристики такого «экрана» определяются параметрами условий, при которых можно наблюдать перераспределение населенностей.

В нашем случае инертность, т.е. быстрота отклика на воздействие, характеризуется временем оптической накачки $t \sim \frac{\gamma}{g^2} = \gamma^{-1} \sim 10^{-7}$ с ($g = \gamma$), а минимальный размер «зерна», т.е. минимальный размер

области, который может быть отражен таким «экраном», составляет $\delta x \geq v_R \gamma^{-1} \sim 3 \cdot 10^{-3} \lambda \sim 2$ нм. При этом возможность получения такого разрешения непосредственно связана со значениями скоростей атомов и может быть реализована на атомных ансамблях, охлажденных до температуры энергии отдачи $T_R = E_R / k_B = \hbar^2 k^2 / 2mk_B$, где k_B – постоянная Больцмана.

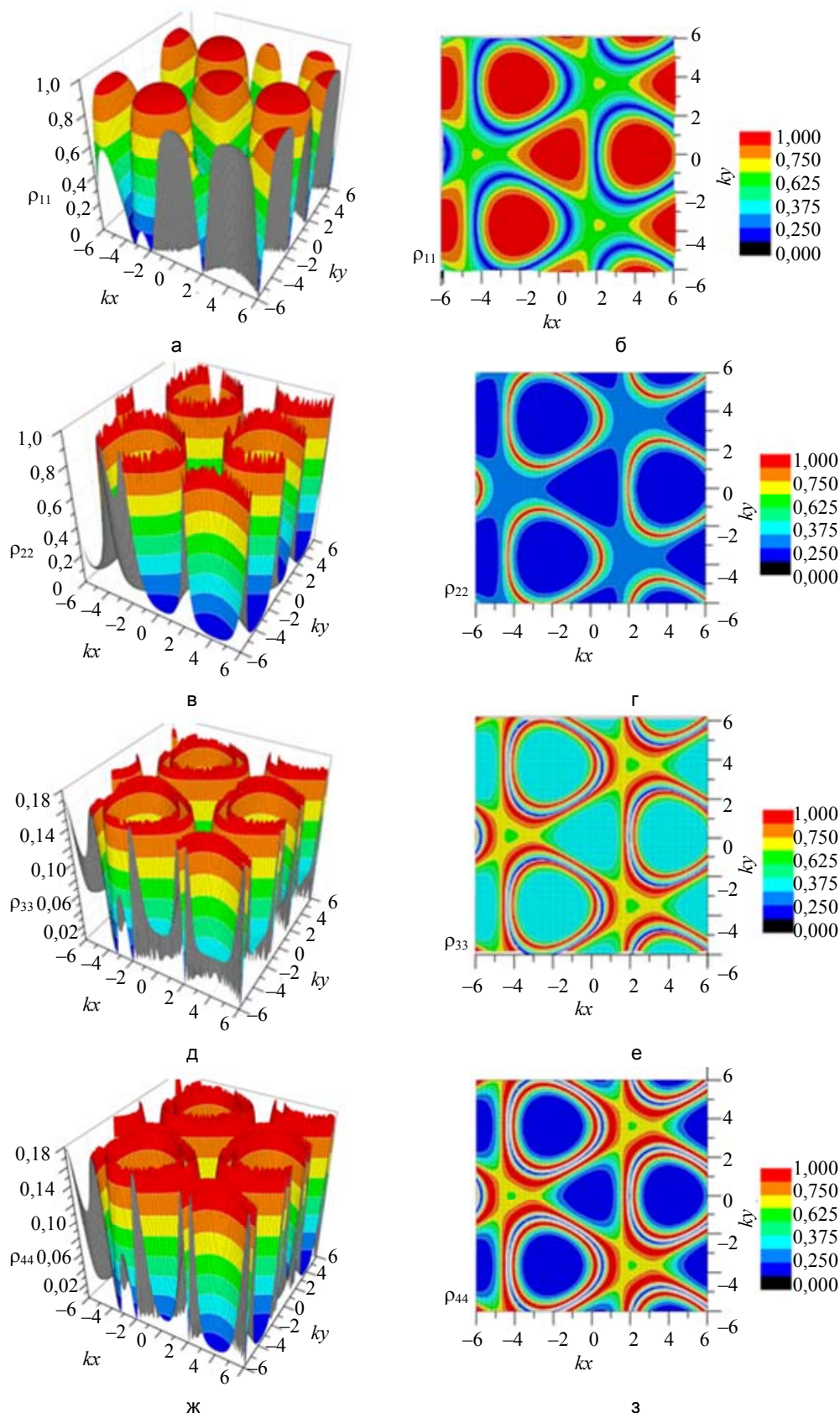


Рис. 2. Координатные зависимости населенностей состояний «tripod»-системы: $\rho_{11}(x, y)$ (а); $\rho_{22}(x, y)$ (в); $\rho_{33}(x, y)$ (д); $\rho_{44}(x, y)$ (ж). Справа (б, г, з, е) представлен вид сверху для каждой населенности. Параметры взаимодействия и релаксационные константы системы были выбраны в виде $\gamma_{1,2,3} = \gamma$, $\Gamma_{14} = \Gamma_{24} = \Gamma_{34} = 1,5\gamma$, $g_1 = \gamma$, $g_2 = 3\gamma$, $g_3 = 2\gamma$, $\Delta_1 = \gamma$, $\Delta_2 = 4\gamma$, $\Delta_3 = -2\gamma$

References

1. Qamar S., Zhu S.-Y., Zubairy M.S. Atom localization via resonance fluorescence. *Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 2000, vol. 61, no. 6, pp. 1–5.
2. Agarwal G.S., Kapale K.T. Subwavelength atom localization via coherent population trapping. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 2006, vol. 39, no. 17, pp. 3437–3446. doi: 10.1088/0953-4075/39/17/002
3. Xu J., Hu X.-M. Sub-half-wavelength localization of an atom via trichromatic phase control. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 2007, vol. 40, no. 7, pp. 1451–1459. doi: 10.1088/0953-4075/40/7/013
4. Ivanov V., Rozhdestvensky Y. Two-dimensional atom localization in a four-level tripod system in laser fields. *Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 2010, vol. 81, no. 3, art. no. 033809. doi: 10.1103/PhysRevA.81.033809
5. Qamar S., Zhu S.-Y., Zubairy M.S. Precision localization of single atom using Autler–Townes microscopy. *Optics Communications*, 2000, vol. 176, no. 4, pp. 409–416. doi: 10.1016/S0030-4018(00)00535-6
6. Ghafoor F., Qamar S., Zubairy M.S. Atom localization via phase and amplitude control of the driving field. *Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 2002, vol. 65, no. 4, pp. 0438191–0438198.
7. Paspalakis E., Knight P.L. Localizing an atom via quantum interference. *Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 2001, vol. 63, no. 6, pp. 065802/1–065802/4.
8. Paspalakis E., Terzis A.F., Knight P.L. Quantum interference induced sub-wavelength atomic localization. *Journal of Modern Optics*, 2005, vol. 52, no. 12, pp. 1685–1694. doi: 10.1080/09500340500072489
9. Liu C., Gong S., Cheng D., Fan X., Xu Z. Atom localization via interference of dark resonances. *Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 2006, vol. 73, no. 2, art. no. 025801. doi: 10.1103/PhysRevA.73.025801
10. Carreño F., Antón M.A. Gradient echo memory in a tripod-like dense atomic medium. *Optics Communications*, 2010, vol. 283, pp. 4787–4795. doi: 10.1016/j.optcom.2010.07.024
11. Gornyi M.B., Matisov B.G., Rozhdestvenskii Yu.V. Coherent population trapping in an optically dense medium. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 1989, vol. 68, no. 4, pp. 728–732.
12. Agar'ev B.D., Gornyi M.B., Matisov B.G., Rozhdestvenskii Yu.V. Coherent population trapping in quantum systems. *Physics-Uspokhi*, 1993, vol. 36, no. 9, pp. 763–793. doi: 10.1070/PU1993v036n09ABEH002306
13. Skully M.O., Zubairy M.S. *Quantum Optics*. Cambridge University Press, 1997. 652 p.
14. Stenholm S. *Foundations of Laser Spectroscopy*. John Wiley & Sons, Inc, 1984, 304 p.
15. Allen L., Eberly J.H. *Optical Resonance and two-level atoms*. NY, John Wiley & Sons, Inc., 1975, 256 p.

- | | |
|---|--|
| Ефремова Екатерина Александровна | – кандидат физико-математических наук, доцент, СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия, Efremova.kate@gmail.com |
| Гордеев Максим Юрьевич | – аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, mxmgordeev@gmail.com |
| Рождественский Юрий Владимирович | – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, rozd-yu@mail.ru |
| Ekaterina A. Efremova | – PhD, Associate professor, Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia, Efremova.kate@gmail.com |
| Maxim Yu. Gordeev | – postgraduate, Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia, mxmgordeev@gmail.com |
| Yuri V. Rozhdestvensky | – D.Sc., Senior scientific researcher, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, rozd-yu@mail.ru |

Принято к печати 08.05.14
Accepted 08.05.14