

УДК 531.383-1:537.2

О ПОСТРОЕНИИ АЛГОРИТМОВ РАБОТЫ БЕСКАРДАННОГО ГИРОГОРИЗОНТКОМПАСА НА ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ГИРОСКОПЕ

Г.И. Емельянцеv^{а, b}, А.А. Медведков^{а, b}, Цай Тицзин^с

^а ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 197046, Санкт-Петербург, Россия;

^б Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия, medvedcov@yandex.ru

^с Юго-Восточный университет, 210096, г. Нанкин, Китай, caitij@seu.edu.cn

Аннотация. Разработаны алгоритмы работы возможной схемы построения бескарданного гироскопа на электростатическом гироскопе для подвижного объекта. Для реализации режима начальной выставки и калибровки коэффициентов модели дрейфа электростатического гироскопа в условиях подвижного объекта необходимо привлечение эталонных данных о параметрах ориентации (по курсу и углам качки) и координат места. Требуемые эталонные значения параметров ориентации могут вырабатываться при совместной обработке данных измерительного блока на микромеханических датчиках (гироскопах и акселерометрах) и GPS-компыаса. В зависимости от уровня динамических условий на объекте и требуемой точности выработки курса для построения вертикали места в системе может использоваться вместо микромеханических датчиков измерительный блок на волоконно-оптических гироскопах и акселерометрах.

Рассмотрены особенности алгоритмов выработки курса для бескарданного гироскопа. Описываются калибровочный и рабочий (корректируемый) режимы работы системы. Особенность алгоритма работы бескарданного гироскопа заключается в использовании двух электростатических гироскопов с ортогонально расположенными векторами кинетических моментов, при этом один гироскоп является опорным (орт его кинетического момента направляется по оси Мира), а второй является «виртуальным» – погрешности его положения относительно инерциальной системы координат и коэффициенты модели увода являются нулевыми. Совместная обработка данных бескарданного гироскопа и внешней информации о координатах места осуществляется с использованием алгоритма обобщенного фильтра Калмана с обратной связью по всему вектору состояния системы.

Приведены результаты имитационного моделирования алгоритмов работы системы, подтверждающие наличие компасного эффекта у системы и характеризующие необходимое время для калибровки электростатического гироскопа со сплошным ротором. Результаты внедрены в разработки ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор».

Ключевые слова: электростатический гироскоп, бескарданый гироскоп, волоконно-оптический гироскоп, микромеханические датчики.

ON ALGORITHMS CREATION FOR STRAPDOWN STABILIZED GYROCOMPASS OPERATION BASED ON ELECTRICALLY SUSPENDED GYROSCOPE

G.I. Emelyantsev^{а, b}, A.A. Medvedkov^{а, b}, C. Tijing^с

^а State Research Center of the Russian Federation Concern CSRI Elektropribor, JSC, 197046, Saint Petersburg, Russia;

^б ITMO University, 197101, Saint Petersburg, Russia, medvedcov@yandex.ru

^с Southeast University, 210096, Nanjing, P.R.China

Abstract. The paper presents operation algorithms of ESG-based strapdown stabilized gyrocompass (SSGC) located onboard a mobile vehicle. Initial alignment mode and calibration of drift model coefficients onboard a vehicle is aided by reference attitude (heading, pitch and roll angles) and position data. The required reference attitude parameters can be generated by joint processing of data from MEMS IMU with gyros and accelerometers and GPS compass. Depending on the vehicle dynamics and required accuracy of generated heading, the system may use IMU based on the fiber-optic gyros and accelerometers instead of MEMS to construct the place vertical.

Specific features of SSGC algorithms in heading generation are considered. Calibration and corrected operation modes of the system are described. The SSGC uses two ESGs with orthogonal angular momentum vectors, where one gyro is the reference (unit vector of its angular momentum is aligned with the celestial axis) and the other one is virtual (with zero misalignments with respect to the inertial frame, and zero drift model coefficients). Joint processing of SSGC data and external position aiding is realized by extended Kalman filter with full-state feedback control.

Simulation modeling results of the system operation algorithms are presented. Simulation modeling has confirmed the system compass effect and determined the time required for calibration of ESG with solid-rotor. The results have been applied at «Concern CSRI “Elektropribor”», JSC.

Keywords: electrically suspended gyroscope (ESG), strapdown stabilized gyrocompass, fiber-optic gyroscope, micromechanical sensors (MEMS).

Введение

Использование позиционных гироскопов, к числу которых относится электростатический гироскоп (ЭСГ) [1], представляет интерес для построения бескарданных инерциальных модулей [2–4] при решении задачи ориентации для подвижных объектов типа автоматических подводных аппаратов (ПА), внутритрубных инспектирующих снарядов [5], используемых для мониторинга нефтяных и газовых скважин, а также трубопроводов.

В работе [6] рассматривались схема построения и алгоритмы работы бескарданного гироскопа (БГТК) на электростатическом гироскопе и микромеханических датчиках. Было показано, что для реализации режима начальной выставки и калибровки коэффициентов модели увода (КМУ) ЭСГ в условиях подвижного объекта необходимо привлечение эталонных данных о параметрах ориента-

ции (по курсу и углам качки) и координат места. Требуемые эталонные значения параметров ориентации в надводном положении ПА могут вырабатываться при совместной обработке данных измерительного блока на микромеханических датчиках (гироскопах и акселерометрах) и GPS-компаса [7, 8].

В зависимости от уровня динамических условий на объекте и требуемой точности выработки курса для построения вертикали места в системе может использоваться вместо микромеханических датчиков измерительный блок на волоконно-оптических гироскопах [9] и акселерометрах. При этом остается актуальным вопрос повышения точности курсоуказания БГГК в рабочем режиме работы.

Рассмотрим построение исследуемого БГГК на ЭСГ. Измерительный модуль (оси x_b, y_b, z_b) БГГК состоит из одного ЭСГ с полярной ориентацией, малогабаритного блока гироскопов (датчиков угловой скорости – ДУС) и акселерометров, установленных на основании прибора в связанных с объектом осях и предназначенных для выработки углов качки. При начальной выставке системы в данном случае, в отличие от [6], корпус ЭСГ (оси $x_{kn1}, y_{kn1}, z_{kn1}$) разворачивается относительно основания прибора (оси x_c, y_c, z_c , связанные с объектом) и устанавливается приближенно по оси Мира. Ось y_b измерительного модуля направлена к Северному полюсу, а соответствующая ей ось z_{kn1} корпуса ЭСГ – к Южному. После этого ротор гироскопа разгоняется с направлением вектора кинетического момента по оси z_{kn1} корпуса гироскопа.

Рассматривается один из возможных алгоритмов определения курса, при котором вводится понятие дополнительного идеального «виртуального» ЭСГ, ориентируемого в плоскости земного экватора по одной из инерциальных осей. Для определения точного начального положения орта кинетического момента рабочего ЭСГ₁, оценки КМУ и погрешностей привязки его измерительных осей к осям объекта сразу после выставки корпуса ЭСГ и запуска системы осуществляется работа БГГК в режиме калибровки. Для этого привлекается внешняя эталонная информация о курсе K_{et} , координатах места объекта $\lambda_{et}, \varphi_{et}$ и звездном времени $S_{гр}$ на гринвичском меридиане (рис. 1). С помощью блока ДУС и акселерометров осуществляется выработка углов качки, т.е. углов тангажа ψ_{pr} и крена θ_{pr} объекта. В итоге формируются эталонные значения матрицы ориентации $C_{c,in}$, характеризующей положение связанных с объектом осей x_c, y_c, z_c (c) относительно инерциальных осей in_1, in_2, in_3 (in).

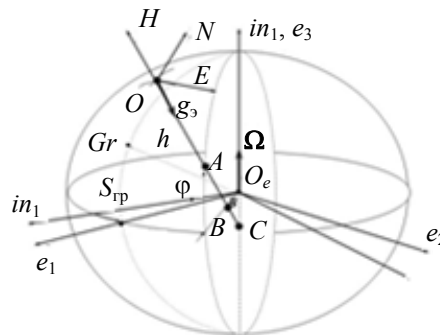


Рис. 1. Ориентация географического сопровождающего трехгранника относительно ИСК

В настоящее время принята детерминированная модель ухода ЭСГ со сплошным ротором, которая представляется в виде аналитических функций, связывающих геометрические параметры несферического и несбалансированного ротора с параметрами физических полей – источников уводящих моментов [1],

$$\omega_k = f(k_0, k_{1N}, k_2, k_3, k_4, k_5, \mu, \nu),$$

где $k_0, k_{1N}, k_2, k_3, k_4, k_5$ – КМУ ЭСГ₁, обусловленные действием моментов от взаимодействия соответствующих гармоник формы ротора с полем подвеса; μ – КМУ, характеризующие консервативную часть момента от взаимодействия неравножесткого подвеса с радиально несбалансированным ротором, а коэффициенты ν – диссипативную часть данного момента; ω_k – корпусной дрейф ЭСГ. Для обеспечения наблюдаемости оценок КМУ и погрешностей привязки измерительных осей ЭСГ, а также снижения уровня дрейфа ЭСГ используется модуляционное вращение корпуса ЭСГ вокруг направления его кинетического момента. С завершением режима калибровки происходит переход БГГК в рабочий режим (режим коррекции), в котором используется внешняя информация только о координатах места объекта.

Особенности математического обеспечения системы

Основные обозначения систем координат и кинематических параметров, используемые в статье:

- ИСК (in) – инерциальная система координат (ИСК) (in_1, in_2, in_3), правый ортогональный трехгранник с началом в центре масс (точка O_e) Земли (ось in_3 направлена по оси суточного вращения Земли, ось

- in_1 – в точку весеннего равноденствия (рис. 1)); $e_1e_2e_3$ – гринвичский навигационный трехгранник, вращается вокруг оси Мира относительно ИСК с угловой скоростью Ω ;
- $ENH(h)$ – географический сопровождающий трехгранник, правый ортогональный трехгранник с началом в центре масс (точка O) объекта (ось H направлена по нормали к эллипсоиду Земли, ось N – лежит в плоскости меридиана места (рис. 1));
- $x_c y_c z_c (c)$ – связанная с основанием (объектом) система координат (y_c – продольная ось, ось x_c направлена в правый борт);
- $x_b y_b z_b (b)$ – оси измерительного блока БГК и $x_{kn1} y_{kn1} z_{kn1} (kn)$, $x_{kp1} y_{kp1} z_{kp1} (kp)$ – оси, связанные соответственно с измерительными осями ЭСГ₁ и его корпусом. Их взаимная ориентация характеризуется следующими матрицами:

$$\begin{aligned}
 C_{c,bn} &= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, C_{bn,bi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \varphi_0 & \cos \varphi_0 \\ 0 & -\cos \varphi_0 & \sin \varphi_0 \end{bmatrix}, C_{bi,b} = \begin{bmatrix} \cos \rho & 0 & -\sin \rho \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \rho & 0 & \cos \rho \end{bmatrix}, \\
 C_{c,bi} &= C_{bn,bi} \cdot C_{c,bn} = \text{const}, C_{c,b} = C_{bi,b} \cdot C_{c,bi}; \\
 C_{kp,b} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, C_{kn1,b} = C_{kp,b} \cdot C_{kn,kp}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

где φ_0 – широта места; ρ – угол модуляционного вращения корпуса ЭСГ; $C_{kn,kp}$ – матрица привязки измерительных осей ЭСГ к его корпусным осям, подлежащая оценке при калибровке системы.

Особенности алгоритмов работы БГК на ЭСГ заключаются в следующем:

- используются два ЭСГ_{*i*} ($i = 1, 2$) с ортогональными векторами кинетических моментов;
- рабочий (опорный) ЭСГ₁ формируется таким образом, что орт его кинетического момента ориентируется по оси Мира;
- второй, «виртуальный» ЭСГ (ЭСГ₂) формируется идеальным: погрешности его положения относительно ИСК $in_1 in_2 in_3$ и КМУ равны нулю. Приведение его данных к связанным $h_{c_2}^{et}$ с основанием осям $x_c y_c z_c$ осуществляется с точностью до погрешностей матрицы ориентации $C_{c,in}$, значения которой в режиме калибровки вычисляются по эталонным данным о координатах места, курсе объекта (основания) и углах качки (ψ_{pr} и θ_{pr});
- на основе выходных данных ЭСГ_{*i*} ($h_{kn_1}^S$ и $h_{c_2}^{et}$ – векторов значений направляющих косинусов ортов кинетических моментов ЭСГ_{*i*} соответственно в корпусных $x_k y_k z_k$ и связанных $x_c y_c z_c$ осях) моделируется в пространстве ортогональный гироскопический трехгранник $q_1 q_2 q_3$, вычисляя текущие значения матрицы $C_{q,c}$, характеризующей угловое положение трехгранника $q_1 q_2 q_3$ относительно связанных с основанием БГК осей $x_c y_c z_c$;
- прогнозирование ухода калибруемого ЭСГ₁ осуществляется в ИСК, однако расчетная модель погрешностей описана в квазиинерциальной системе координат (квази-ИСК) $int_1 int_2 int_3$, дискретно (в моменты коррекции положения ЭСГ₁) учитывающей прецессию гироскопического трехгранника $q_1 q_2 q_3$;
- введение квази-ИСК [10] позволяет осуществить линеаризацию матрицы динамики погрешностей ЭСГ₁ и измерений в точках пространства состояния, дискретно движущихся вместе с вектором кинетического момента ЭСГ₁; переход от ИСК к квази-ИСК характеризуется матрицей $C_{in,int}$;
- для обработки соответствующих измерений как в режиме калибровки БГК, так и в режиме коррекции, используется алгоритм обобщенного фильтра Калмана (ФК) с обратной связью по всему вектору состояния системы.

Алгоритм выработки курса

В рассматриваемом БГК исходными данными являются направляющие косинусы орта h_1 вектора кинетического момента ЭСГ₁ относительно правой ортогональной системы координат $x_{kn} y_{kn} z_{kn} (kn)$, связанной с корпусом гироскопа,

$$\mathbf{h}_{kn_1}^S = [h_{11}^k \quad h_{21}^k \quad h_{31}^k]^T, \quad (2)$$

и направляющие косинусы орта \mathbf{h}_2 «виртуального» ЭСГ₂ в ИСК (*in*)

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_{in_2}^{et}(t_0) &= [1, 0, 0]^T; \\ \mathbf{h}_{in_2}^R(t) &= \mathbf{h}_{in_2}^{et}(t_0) = \text{const}. \end{aligned} \quad (3)$$

Направляющие косинусы этих же ортов в связанной с объектом (основанием БГК) системе координат (x_c, y_c, z_c) могут быть найдены в соответствии с исходными положениями (2)–(3) как

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_{c_2}^R &= (\mathbf{C}_{c,in})^T \mathbf{h}_{in_2}^R(t_0), \\ \mathbf{h}_{c_1}^S &= \mathbf{C}_{kn_1,c} \mathbf{h}_{kn_1}^S, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\mathbf{C}_{c,in}$ – расчетные значения матрицы ориентации, формируемой как $\mathbf{C}_{c,in}^{et}$ (с использованием эталонных значений курса) в режиме калибровки и как $\mathbf{C}_{c,in}^{et-pr}$ (с использованием приборных значений курса) в режиме коррекции. Учитывая (1), можно записать матрицу перехода от корпусных осей ЭСГ к осям, связанным с основанием прибора:

$$\mathbf{C}_{kn_1,c} = \mathbf{C}_{bi,c} \mathbf{C}_{b,bi}(\rho) \mathbf{C}_{kp,b} \mathbf{C}_{kn,kp}. \quad (5)$$

Для построения алгоритма выработки курса введем правый ортогональный трехгранник $q_1q_2q_3$ (рис. 2), орты которого $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3$ построены на ортах $\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2$ векторов кинетических моментов ЭСГ_{*i*} (т.е. необходимо решение задачи ортогонализации):

$$\mathbf{q}_1 = \frac{1}{\sin \Theta} \cdot (\mathbf{h}_1 \times \mathbf{h}_2), \quad \mathbf{q}_2 = \mathbf{h}_1, \quad \mathbf{q}_3 = \mathbf{q}_1 \times \mathbf{h}_1 = \frac{1}{\sin \Theta} \cdot (\mathbf{h}_2 - \cos \Theta \cdot \mathbf{h}_1), \quad (6)$$

где Θ – угол между векторами $\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2$, причем $\cos \Theta = \mathbf{h}_1 \cdot \mathbf{h}_2$.

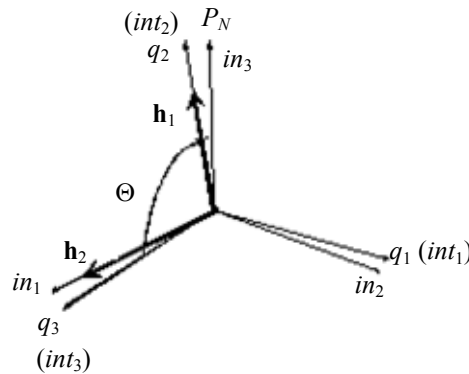


Рис. 2. Система координат $q_1q_2q_3$, связанная с ортами $\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2$ кинетических моментов ЭСГ_{*i*}

Ориентация трехгранника $q_1q_2q_3$ относительно связанной с объектом (основанием БГК) системы координат x_c, y_c, z_c определяется в этом случае матрицей направляющих косинусов $\mathbf{C}_{q,c}$, аналогично [11]

$$\mathbf{C}_{q,c} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sin \Theta} \cdot (h_{21}^c \cdot h_{32}^c - h_{31}^c \cdot h_{22}^c) & h_{11}^c & \frac{1}{\sin \Theta} \cdot (h_{12}^c - \cos \Theta \cdot h_{11}^c) \\ \frac{1}{\sin \Theta} \cdot (h_{31}^c \cdot h_{12}^c - h_{11}^c \cdot h_{32}^c) & h_{21}^c & \frac{1}{\sin \Theta} \cdot (h_{22}^c - \cos \Theta \cdot h_{21}^c) \\ \frac{1}{\sin \Theta} \cdot (h_{11}^c \cdot h_{22}^c - h_{21}^c \cdot h_{12}^c) & h_{31}^c & \frac{1}{\sin \Theta} \cdot (h_{32}^c - \cos \Theta \cdot h_{31}^c) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где h_{ij}^c – элементы векторов $\mathbf{h}_{c_1}^S, \mathbf{h}_{c_2}^{et}$.

Прогнозируемое положение орта $\mathbf{h}_{in_1}^R$ кинетического момента рабочего гироскопа ЭСГ₁ в ИСК вычисляется (с учетом (2), (3), (5)) на рабочей частоте следующим образом:

$$d\mathbf{h}_{in_1}^R / dt = \boldsymbol{\omega}_{in_1} \times \mathbf{h}_{in_1}^R; \quad \mathbf{h}_{in_1}^R(t_0) = \mathbf{C}_{c,in}^{et}(t_0) \mathbf{C}_{kn_1,c} \mathbf{h}_{kn_1}^S(t_0), \quad (8)$$

где $\boldsymbol{\omega}_{in_1}$ – расчетные значения систематических дрейфов ЭСГ₁ в ИСК:

$$\omega_{in_1} = C_{c,in} C_{kn_1,c} \cdot \omega_{kn_1} + (C_{in,h}^{et})^T \cdot C_h ; \quad (9)$$

здесь ω_{kn_1} – систематические дрейфы ЭСГ₁ в корпусных осях, КМУ которых, согласно [12–15], вычисляются при стендовых испытаниях и подлежат уточнению при новом запуске прибора; $C_h = [C_E \ C_N \ C_H]^T$ – дополнительно введенные систематические дрейфы ЭСГ в географических осях (необходимость их введения была выявлена в ходе стендовых испытаний бескарданного ЭСГ с полярной ориентацией); $C_{in,h}^{et}$ – матрица направляющих косинусов, определяющая взаимную ориентацию географического сопровождающего трехгранника ENH относительно ИСК, вычисляемая по эталонным значениям координат места объекта $\lambda_{et}, \varphi_{et}$ и звездному времени $S_{гр}$ на гринвичском меридиане.

Положение (построение) ИСК относительно трехгранника $q_1q_2q_3$ характеризуется матрицей $C_{q,in}$, орты-столбцы которой вычисляются по данным $h_{in_1}^R, h_{in_2}^R(t) = h_{in_2}^{et}(t_0) = \text{const}$ согласно принятому условию ортогонализации (6).

Элементы искомой матрицы $C_{c,h}$ направляющих косинусов, определяющей взаимную ориентацию связанной $x_c y_c z_c$ системы координат и географического сопровождающего трехгранника ENH , могут быть вычислены, учитывая (7), в соответствии с матричным соотношением

$$C_{c,h} = C_{in,h}^{et} \cdot C_{q,in} \cdot (C_{q,c})^T, \quad (10)$$

откуда текущее значение курса объекта вычисляется как

$$K = \arctg(d_{12} / d_{22}), \text{ при } \arctg(d_{12} / d_{22}) < 0, \\ K = \arctg(d_{12} / d_{22}) + 2\pi, \quad (11)$$

где d_{ij} – соответствующие элементы матрицы $C_{c,h}$.

Обработка информации в режимах калибровки и коррекции системы

Измерения выполняются в соответствии с выражением

$$z1 = (h_{in_1}^R \times h_{in_2}^R) - (h_{c_1}^S \times h_{c_2}^R) = \cos \Theta_R - \cos \Theta_S, \\ z2 = h_{int1_1}^R - h_{int1_1}^{et}, \quad (12)$$

где $z1$ – скалярное измерение, представляющее собой разность косинусов расчетного Θ_R и измеренного Θ_S угла между ортами h_i векторов H_i кинетических моментов калибруемого «опорного» ($i = 1$) и виртуального ($i = 2$) гироскопов (разность скалярных произведений соответствующих ортов h_i); $z2$ – измерение как первый элемент вектора

$$z2 = h_{int_1}^R - h_{int_1}^{et} = (C_{int_pr}^{int_et} - E) h_{int_1}^{et}. \quad (13)$$

Здесь $h_{in_1}^R, h_{in_2}^R, h_{int_1}^R, h_{int_1}^{et}$ – расчетные h^R (прогнозируемые) и эталонные h^{et} значения ортов h_i ЭСГ в проекциях на оси соответственно ИСК $in_1 in_2 in_3$ и квази-ИСК $int_1 int_2 int_3$; $C_{int_pr}^{int_et}$ – матрица перехода от истинных осей int к их приборной реализации, характеризующая прецессию ЭСГ; E – единичная матрица. Необходимые для формирования измерений (12) расчетные значения ортов ЭСГ_{*i*} равны

$$h_{int_i}^R = C_{in,int} \cdot h_{in_i}^R. \quad (14)$$

Эталонные значения орта $h_{int_1}^{et}$ для ЭСГ₁ формируются следующим образом:

$$h_{int_1}^{et} = C_{in,int} C_{c,in} C_{kn_1,c} h_{kn_1}^S. \quad (15)$$

где матрица $C_{in,int}$ характеризует положение квази-ИСК относительно ИСК и считается равной значению матрицы $(C_{q,in})^T$ в моменты коррекции положения ЭСГ₁. При вычислении значений ортов $h_{int_1}^{et}, h_{c_2}^R$ для выполнения измерений (12) необходимо знание матрицы ориентации $C_{c,in}$, согласно (15), (4). В режиме калибровки БГК ее значения вычисляются с использованием эталонных значений курса и координат места, а в режиме коррекции – с использованием приборных значений курса (рассчитанных по (10)–(11)) от БГК и эталонных значений координат места.

Расчетная модель погрешностей

Модель погрешностей $\Delta \mathbf{h}_{int_1}^R$ прогнозирования текущих значений орта $\mathbf{h}_{int_1}^R$ ЭСГ₁ в проекциях на оси квази-ИСК $int_1 int_2 int_3$, требуемая для обработки в ФК-измерений (12), была получена варьированием уравнений (8), (9). Линеаризация измерений (12) и матрицы динамики модели погрешностей системы осуществлялась согласно условию ортогонализации (6) относительно значений орта ЭСГ₁

$$\mathbf{h}_{int_lo}^R = [0 \ 1 \ 0]^T$$

и оценок КМУ ЭСГ₁ на предыдущем шаге решения задачи фильтрации.

Погрешности построения на ЭСГ квази-ИСК могут быть представлены вектором малого поворота $\Lambda_{int} = [\Lambda_{int1} \ \Lambda_{int2} \ \Lambda_{int3}]^T$, характеризующим текущие погрешности построения ИСК в проекциях на оси квази-ИСК.

Анализируя из соотношения (13) матрицу

$$\mathbf{C}_{int_pr}^{int_et} = \mathbf{E} - \delta \mathbf{C}_{int_et}^{int_pr},$$

где

$$\delta \mathbf{C}_{int_et}^{int_pr} = \begin{bmatrix} 0 & -\Lambda_{int3} & \Lambda_{int2} \\ \Lambda_{int3} & 0 & -\Lambda_{int1} \\ -\Lambda_{int2} & \Lambda_{int1} & 0 \end{bmatrix}, \tag{16}$$

можно показать [12], что вблизи точки линеаризации имеют место следующие приближенные соотношения:

$$\begin{aligned} \Lambda_{int1} &= -\Delta h_{int3_1}^R, \\ \Lambda_{int2} &= -\frac{1}{\sin \Theta} \Delta h_{int1_2}^R + \text{ctg} \Theta \cdot \Delta h_{int1_1}^R, \\ \Lambda_{int3} &= \Delta h_{int1_1}^R, \end{aligned} \tag{17}$$

где $\Delta h_{int_j_i}^R$ – составляющие ($j=1,2,3$) векторов погрешностей прогнозирования уходов ЭСГ_i ($i=1,2$) в проекциях на оси квази-ИСК.

Очевидно, что в рассматриваемой задаче при формировании идеального «виртуального» ЭСГ₂ можно положить, что $\Delta h_{int1_2}^R \cong 0$.

Составляющие $\Delta h_{int1_1}^R, \Delta h_{int3_1}^R$ погрешностей прогнозирования ухода ЭСГ₁ в проекциях на оси квази-ИСК были описаны линеаризованной моделью типа [12] с учетом дополнительно введенных дрейфов ЭСГ₁ в географических осях в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{h}_{int1}^R &= -\omega_{q1} \frac{\cos \Theta}{\sin \Theta} \Delta h_{int1}^R + \omega_{q3} \frac{\cos \Theta}{\sin \Theta} \Delta h_{int3}^R - (ck_{31}f_{x-ko} + ck_{32}f_{y-ko} + ck_{33}f_{z-ko}) \Delta k0 - \\ &- (ck_{31}f_{x-\mu12} + ck_{32}f_{y-\mu12}) \Delta \mu_{12} - (ck_{32}f_{y-\mu23} + ck_{33}f_{z-\mu23}) \Delta \mu_{23} - \\ &- (ck_{31}f_{x-\mu31} + ck_{33}f_{z-\mu31}) \Delta \mu_{31} - ck_{33}f_{z-v12} \cdot \Delta v_{12} - ck_{31}f_{x-v23} \cdot \Delta v_{23} - ck_{32}f_{y-v31} \cdot \Delta v_{31} - \\ &- (ck_{32} \cdot \omega_{k3} - ck_{33} \cdot \omega_{k2}) \Lambda_1 - (ck_{33} \cdot \omega_{k1} - ck_{31} \cdot \omega_{k3}) \Lambda_2 - (ck_{31} \cdot \omega_{k2} - ck_{32} \cdot \omega_{k1}) \Lambda_3 - \\ &- (ck_{31}f_{x-k1n} + ck_{32}f_{y-k1n} + ck_{33}f_{z-k1n}) \Delta k1n - (ck_{31}f_{x-k2} + ck_{32}f_{y-k2} + ck_{33}f_{z-k2}) \Delta k2 - \\ &- (ck_{31}f_{x-k3n} + ck_{32}f_{y-k3n} + ck_{33}f_{z-k3n}) \Delta k3n - ch_{31} \cdot \Delta C_E - ch_{32} \cdot \Delta C_N - ch_{33} \cdot \Delta C_H; \\ \Delta \dot{h}_{int3}^R &= -\omega_{q3} \frac{\cos \Theta}{\sin \Theta} \Delta h_{int1}^R - \omega_{q1} \frac{\cos \Theta}{\sin \Theta} \Delta h_{int3}^R + (ck_{11}f_{x-ko} + ck_{12}f_{y-ko} + ck_{13}f_{z-ko}) \Delta k0 + \\ &+ (ck_{11}f_{x-\mu12} + ck_{12}f_{y-\mu12}) \rightarrow \Delta \mu_{12} - (ck_{12}f_{y-\mu23} + ck_{13}f_{z-\mu23}) \Delta \mu_{23} + \\ &+ (ck_{11}f_{x-\mu31} + ck_{13}f_{z-\mu31}) \Delta \mu_{31} + ck_{13}f_{z-v12} \cdot \Delta v_{12} + ck_{11}f_{x-v23} \cdot \Delta v_{23} + ck_{12}f_{y-v31} \cdot \Delta v_{31} + \\ &+ (ck_{12} \cdot \omega_{k3} - ck_{13} \cdot \omega_{k2}) \Lambda_1 + (ck_{13} \cdot \omega_{k1} - ck_{11} \cdot \omega_{k3}) \Lambda_2 + (ck_{11} \cdot \omega_{k2} - ck_{12} \cdot \omega_{k1}) \Lambda_3 + \\ &+ (ck_{11}f_{x-k1n} + ck_{12}f_{y-k1n} + ck_{13}f_{z-k1n}) \Delta k1n + (ck_{11}f_{x-k2} + ck_{12}f_{y-k2} + ck_{13}f_{z-k2}) \Delta k2 + \\ &+ (ck_{11}f_{x-k3n} + ck_{12}f_{y-k3n} + ck_{13}f_{z-k3n}) \Delta k3n + ch_{11} \cdot \Delta C_E + ch_{12} \cdot \Delta C_N + ch_{13} \cdot \Delta C_H, \end{aligned} \tag{18}$$

где $\Delta k0, \Delta \mu_{ij}, \Delta v_{ij}, \Delta k1n, \Delta k2, \Delta k3n$ – погрешности априорных значений КМУ ЭСГ₁ в корпусных осях [12], описываемые в расчетной модели винеровскими процессами; f_{i-j} ($i=x,y,z$), ($j=ko, k1n, \dots, \mu, v$)

– функции связи, соответствующие модели корпусных дрейфов ЭСГ [12]; $\Lambda_j (j=1,2,3)$ – погрешности привязки измерительных осей ЭСГ₁ к его корпусным осям; $\Delta C_j (j=E, N, H)$ – погрешности априорных оценок дополнительно введенных в расчетную модель систематических дрейфов ЭСГ₁ в географических осях, описываемые винеровскими процессами или случайными константами; $\omega_{qj}, \omega_{kj} (j=1,2,3)$ – значения прогнозируемых систематических дрейфов ЭСГ₁ в проекциях на оси гироскопического трехгранника $q_1q_2q_3$ и корпусные оси x_{kn}, y_{kn}, z_{kn} соответственно; ck_{ij}, ch_{ij} – элементы матриц соответственно $C_{kp,int} = C_{in,int} C_{c,in} (C_{c,b})^T C_{kp,b}$ и $C_{h,int} = C_{in,int} (C_{in,h}^{et})^T$ соответственно.

Учитывая (16) и соотношения (17), получим из измерений (12) вблизи точки линеаризации следующие приближенные выражения:

$$\begin{aligned} z1 &= \sin \Theta \cdot \Delta h_{int3_1}^R - \sin \Theta \cdot \Delta h_{int3_1}^S - \Delta h_{int2_2}^R; \\ z2 &= \Delta h_{int1_1}^R - \Delta h_{int1_1}^{et}; \end{aligned} \quad (19)$$

где $\Delta h_{int3_1}^S$ – составляющая вектора погрешностей $\Delta h_{c_1}^S$ ЭСГ₁ в проекциях на оси квази-ИСК; $\Delta h_{int2_2}^R$ – составляющая вектора погрешностей $\Delta h_{c_2}^R$ ЭСГ₂ в проекциях на оси квази-ИСК; $\Delta h_{int1_1}^{et}$ – составляющая погрешностей формирования орта $h_{int1_1}^{et}$ согласно (15).

Проанализируем погрешности, входящие в измерения (19).

Согласно (4) и (15) и учитывая, что $\Delta C_{kn_i,kp} = -\delta C_{kn_i,kp} C_{kn_i,kp}$ [11], получим:

$$\begin{aligned} \Delta h_{int1_1}^S &= C_{c,int} \cdot \Delta h_{c_1}^S, \\ \Delta h_{c_1}^S &= C_{kp,c} (-\delta C_{kn_i,kp} \cdot h_{kp} + C_{kn_1,kp} \cdot \Delta h_{kn_1}^S), \\ \Delta h_{int1_1}^{et} &= C_{h,int} \cdot \delta C_{in,h}^{et} \cdot h_{h_1}^S - C_{h,int} \cdot \delta C_{c,h} \cdot h_{h_1}^S - C_{kp,int} \cdot \delta C_{kn_i,kp} \cdot h_{kp} + C_{kn_1,int} \cdot \Delta h_{kn_1}^S, \end{aligned} \quad (20)$$

где $\Delta h_{kn_1}^S$ – вектор погрешностей измеренных значений направляющих косинусов орта кинетического момента ЭСГ₁ в корпусных осях (погрешности оптико-электронной системы съема данных);

$$\delta C_{kn_1,kp} = \begin{bmatrix} 0 & -\Lambda_3 & \Lambda_2 \\ \Lambda_3 & 0 & -\Lambda_1 \\ -\Lambda_2 & \Lambda_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Lambda_{-1} = [\Lambda_1 \quad \Lambda_2 \quad \Lambda_3]^T$$

– матрица и вектор малого поворота, характеризующие погрешности формирования матрицы $C_{kn_1,kp}$, обусловленные погрешностями привязки измерительных осей ЭСГ₁ к осям основания x_c, y_c, z_c ; $\delta C_{c,h} = \begin{bmatrix} 0 & -\Lambda_{h3}^c & \Lambda_{h2}^c \\ \Lambda_{h3}^c & 0 & -\Lambda_{h1}^c \\ -\Lambda_{h2}^c & \Lambda_{h1}^c & 0 \end{bmatrix}, \quad \Lambda_{h,c} = \begin{bmatrix} \Lambda_{h1}^c \\ \Lambda_{h2}^c \\ \Lambda_{h3}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \\ \Delta K \end{bmatrix}$ – матрица и вектор погрешностей в построении географического сопровождающего трехгранника (ΔK – погрешность по курсу, β, γ – погрешности построения в системе вертикали места) [11]; $\delta C_{in,h}^{et}$ – матрица, обусловленная погрешностями эталонных координат места, которые вследствие малости формируют шумы измерений; h_{h_1} – значения элементов вектора $h_{kn_1}^S$ в географических осях.

Проанализируем погрешность $\Delta h_{int2_2}^R$, входящую в измерение $z1$. Согласно (4) и (14), имеем:

$$\begin{aligned} h_{c_2}^R &= C_{in,c} \cdot h_{in_2}^R = C_{h,c} C_{in,h}^{et} \cdot h_{in_2}^R, \\ \Delta h_{int2_2}^R &= C_{c,int} \Delta h_{c_2}^R. \end{aligned}$$

Учитывая, что для «виртуального» ЭСГ₂ $\Delta h_{in_2}^R = 0$, получим соотношение

$$\Delta h_{int2_2}^R = C_{h,int}^{et} \delta C_{c,h} \cdot h_{h_2}^R - C_{h,int}^{et} \delta C_{in,h}^{et} \cdot h_{h_2}^R. \quad (21)$$

Анализ полученных выражений показывает, что в режиме выставки и калибровки погрешности $\Delta h_{int2_2}^R$ и $\Delta h_{int1_1}^{et}$ обусловлены, в основном, погрешностями эталонных значений координат места и курса объекта (основания прибора), а также погрешностями измерения углов качки. Погрешности $\Delta h_{int1_1}^{et}$ и $\Delta h_{int3_1}^S$ дополнительно содержат также погрешности привязки измерительных осей ЭСГ₁ к осям основания системы и погрешности списывающих устройств ЭСГ.

В режиме коррекции погрешности $\Delta h_{int2_2}^R$ и $\Delta h_{int1_1}^{et}$ будут дополнительно содержать с весами, соответствующими (21) и (20), погрешность ΔK приборного курса БГТК, которую представим, согласно [11], следующим соотношением:

$$\Delta K = \frac{1}{\cos \varphi} (\cos \lambda_* \cdot \Delta h_{int1_1}^R - \sin \lambda_* \cdot \Delta h_{int3_1}^R) + \operatorname{tg} \varphi \cdot \gamma, \quad (22)$$

где $\lambda_* = \lambda + S_{гр}$ – инерциальная долгота.

Таким образом, линеаризованная расчетная модель погрешностей системы и измерения могут быть представлены в следующем виде:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \Phi_{k/k+1} \cdot \mathbf{x}_k + \Gamma_{k+1} \mathbf{w}_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{x}_{k+1} + \mathbf{v}_{k+1},$$

где

$$\mathbf{x} = [\Delta h_1 \quad \Delta h_3 \quad \Delta k_0 \quad \Delta \mu_{12} \quad \Delta \mu_{23} \quad \Delta \mu_{31} \quad \Delta v_{12} \quad \Delta v_{23} \quad \Delta v_{31}]^T$$

$$[\Lambda_1 \quad \Lambda_2 \quad \Lambda_3 \quad \Delta k_{1n} \quad \Delta k_2 \quad \Delta k_{3n} \quad \bar{\beta} \quad \bar{\gamma} \quad \Delta C_E \quad \Delta C_N \quad \Delta C_H]^T$$

– вектор состояния системы, здесь индексы «int», «R» и «1» при $\Delta h_{intj_1}^R$ опущены,

$\Phi_{j/j+1} \cong \mathbf{E}_{n \times n} + \mathbf{F}(t_j) \cdot dT + \frac{1}{2} [\mathbf{F}(t_j) \cdot dT]^2$ – значение переходной матрицы $\Phi_{j/j+1}$ состояния системы на рабочей частоте (шаг dT). Здесь $\mathbf{F}(t_j)$ (20×20) – матрица динамики системы, соответствующая уравнениям (18) и учитывающая винеровский характер изменения КМУ ЭСГ₁;

$$\Phi_{k/j+1} = \Phi_{j/j+1} \cdot \Phi_{k/j},$$

$$\Phi_{k/j} = \mathbf{E} \quad \text{при } j = 0,$$

$$\Phi_{k/j+1} = \Phi_{k/k+1} \quad \text{при } j = k$$

– значение переходной матрицы Φ_{k+1} на шаге T_z поступления измерений; $\Gamma_{k+1} \cong \Phi_{k+1} \cdot dT$ – матрица, определяющая влияние вектора входных шумов \mathbf{w}_k с ковариациями \mathbf{Q}_k ; \mathbf{H}_{k+1} – матрица измерений, соответствующая уравнениям (19)–(22), значения элементов которой различны для режимов калибровки и коррекции; \mathbf{v}_{k+1} – шумы измерений с матрицей ковариаций \mathbf{R}_{k+1} .

Результаты имитационного моделирования

Моделирование проводилось в пакете MATLAB (Simulink) на основе имитационных данных направляющих косинусов и напряжений гироскопа ЭСГ₁, координат места и углов качки. Период модуляционного вращения составлял 10 мин.

Истинные (модельные) значения КМУ в осях корпуса ЭСГ были приняты на уровне: $k_0 = 3,7$ %/ч; $k_{1N} = 0,1$ %/ч; $k_2 = -1$ %/ч; $k_{3N} = 0,2$ %/ч; $k_4 = 3,72$ %/ч; $k_{5N} = 0,3$ %/ч; $m_u = 0,2$ %/ч; $n_u = 0,1$ %/ч. При этом начальные значения погрешностей априорных оценок КМУ находились на уровне 0,05–0,06 %/ч, а погрешностей привязки измерительных осей к корпусным осям ЭСГ были заданы на уровне 10'.

Погрешности выработки углов качки и погрешности списывающих устройств ЭСГ аппроксимировались дискретными белыми шумами величиной 30" и 15" на уровне (1σ) соответственно. Погрешности эталонной информации по курсу и координатам места принимались как дискретные белые шумы величиной 10' и 10 м на уровне (1σ) соответственно.

На рис. 3, а–в, представлены ошибки оценки начальных значений погрешностей КМУ и погрешностей привязок измерительных осей ЭСГ к его корпусным осям. Из рисунков видно, что ошибки КМУ k_{1N} и привязок Λ_i (рис. 3, б, и рис. 3, в, соответственно) измерительных осей к корпусным осям ЭСГ приходят в установившиеся значения примерно за 20 ч после начала калибровки, а ошибки коэффициентов k_0 , μ_{ij} – более чем за 30 ч, вследствие менее эффективной их наблюдаемости.

На рис. 3, г, приведена кривая погрешности по курсу при работе БГК в режиме коррекции с предварительно проведенной калибровкой погрешностей ЭСГ, а на рис. 3, д, – фрагмент кривой на интервале 40–90 ч. При этом начальная погрешность по курсу была задана на уровне 100'.

Характер погрешности ΔK и анализ ковариационного канала работы ФК указывают на наличие компасного эффекта у системы. Время переходного процесса не превышает 25 ч. В установившемся режиме (рис. 3, г) погрешность имеет колебательный характер с периодами прецессионного движения гироскопа и модуляционного вращения корпуса гироскопа.

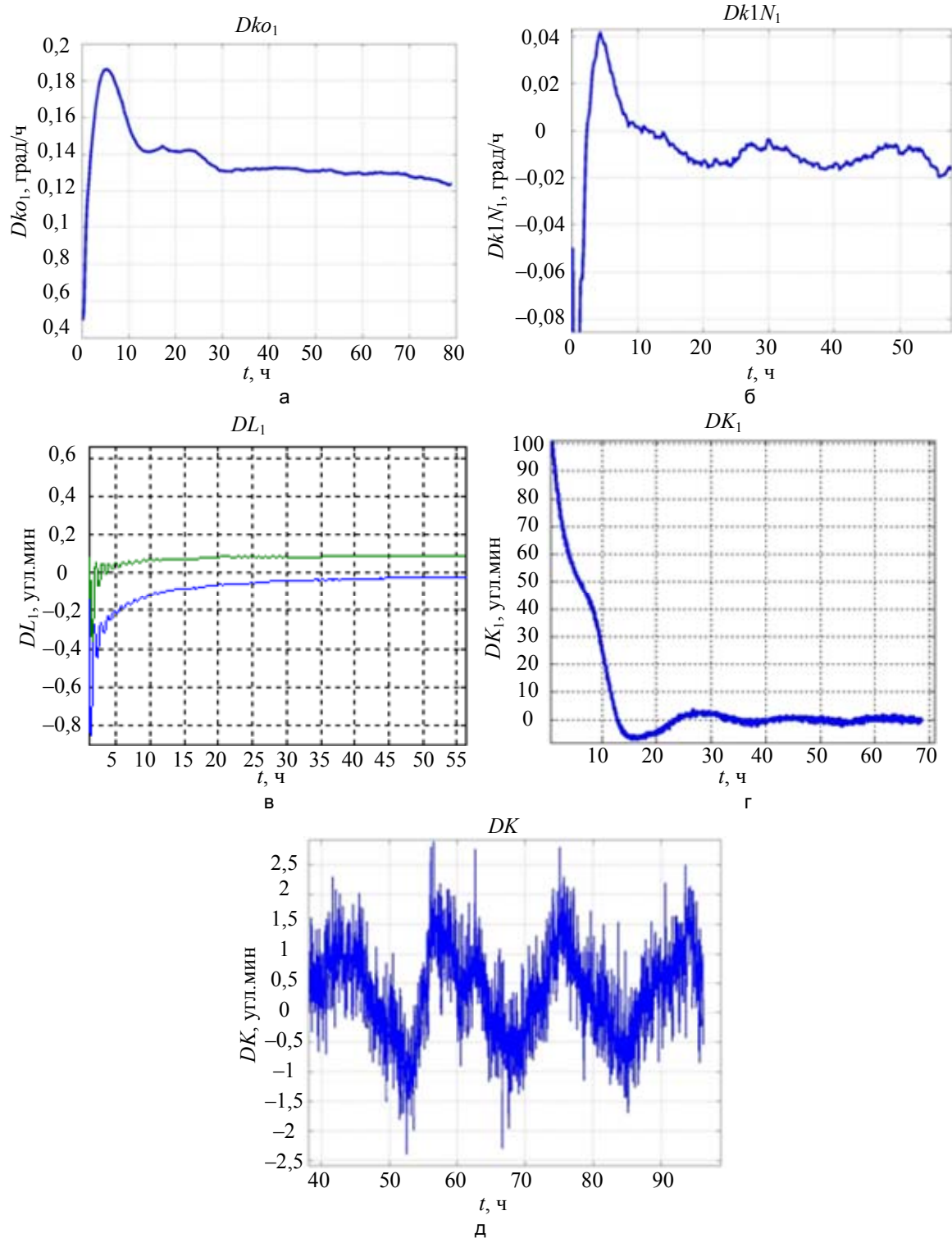


Рис. 3. Результаты моделирования: ошибки оценки начального значения погрешности во время калибровки на протяжении 50 ч: коэффициента k_o (Dk_{o_1}) (°/ч) (а); коэффициента k_{1N} (Dk_{1N_1}) (°/ч) (б); ошибка оценки начальных значений погрешностей привязок измерительных осей ЭСГ к его корпусным осям (DL_1) (') во время калибровки на протяжении 50 ч (в); погрешность (') по курсу (DK_1) в режиме коррекции (г); погрешность определения курса (DK) (') в корректируемом режиме на протяжении 50 ч (д)

Заклyчение

В заключение сформулируем основные выводы и положения проведенного исследования.

1. Разработаны алгоритмы работы бескарданного гироскопического компаса на электростатическом гироскопе для режимов калибровки и коррекции. Существенное влияние на точность калибровки электроста-

тического гироскопа оказывают погрешности построения вертикали места и погрешности его оптико-электронной системы съема данных.

2. Привлечение внешней информации только о координатах места при работе системы в режиме коррекции обеспечивает ей компасный эффект, т.е. стационарный характер погрешности по курсу в установленном режиме. При этом обеспечивается также уточнение некоторых наблюдаемых коэффициентов модели корпусных дрейфов электростатического гироскопа.
3. Для повышения точности выработки курса необходимо модуляционное вращение корпуса гироскопа, обеспечивающее наблюдаемость коэффициентов модели ухода и погрешностей привязки измерительных осей гироскопа, а также снижение уровня непрогнозируемых составляющих его дрейфа.

Литература

1. Буравлев А.П., Кузин В.М., Ландау Б.Е., Сумароков В.В. Бескарданный электростатический гироскоп с подвесом на двойных электродах // XXVI научно-техническая конференция памяти Н.Н.Острякова: доклады. СПб, 2008. С. 17–18.
2. Emel'yantsev G.I., Landau B.E., Levin S.L., Gurevich S.S., Romanenko S.G. Integrated attitude reference and navigation system for orbital spacecraft // Gyroscopy and Navigation. V. 2. N 3. 2011. P. 146–151.
3. Ландау Б.Е., Белаш А.А., Гуревич С.С., Емельянец Г.И., Левин С.Л., Романенко С.Г. Бескарданная инерциальная система ориентации на электростатических гироскопах для орбитального космического аппарата // Изв. вузов. Приборостроение. 2011. Т. 54. № 6. С. 66–74.
4. Емельянец Г.И., Ландау Б.Е., Левин С.Л., Гуревич С.С., Романенко С.Г. Особенности построения интегрированной системы ориентации и навигации для орбитального космического аппарата // Гироскопия и навигация. 2011. № 1. С. 17–25.
5. Никишин В.Б., Синев А.И., Плотников П.К., Наумов С.Г. Повышение точности подземной навигации на основе интеграции БИНС, одометров и приемников GPS/ГЛОНАСС // Сб. материалов XVII международной конференции по интегрированным навигационным системам. Санкт-Петербург, 2010. С. 169–174.
6. Емельянец Г.И., Лочехин А.В. О погрешностях бескарданного гирогоризонтокомпаса на электростатическом гироскопе и микромеханических датчиках // Изв. вузов. Приборостроение. 2010. Т. 53. № 10. С. 42–48.
7. Блажнов Б.А., Волынский Д.В., Емельянец Г.И., Несенюк Л.П., Степанов А.П. Интегрированная инерциально-спутниковая система ориентации и навигации с микромеханическим инерциальным модулем. Результаты испытаний на автомобиле // Гироскопия и навигация. 2008. № 4 (63). P. 77.
8. Blazhnov B.A., Emeliantsev G.I., Koshayev D.A., Semenov I.V., Stepanov A.P., Zhilinskii V.M., Korotkov A.N., Timofeev E.A., Tsekhanovich G.S. Integrated tightly coupled inertial satellite orientation and navigation system // Gyroscopy and Navigation. 2010. V. 1. N 1. P. 10–18.
9. Volynskii D.V., Odintsov A.A., Dranitsyna E.V., Untilov A.A. Calibration of fiber-optic gyros within strapdown inertial measurement units // Gyroscopy and Navigation. 2012. V. 3. N 3. P. 194–200.
10. Gusinsky V.Z., Lesyuchevsky V.M., Litmanovich Yu.A. Calibration and alignment of inertial navigation systems with multivariate error state vector // Proc. 4th St. Petersburg International Conference on Integrated Systems. St. Petersburg, 1997. P. 371–378.
11. Анучин О.Н., Емельянец Г.И. Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов. СПб: ЦНИИ «Электроприбор», 2003. 390 с.
12. Ландау Б.Е., Гуревич С.С., Емельянец Г.И., Левин С.Л., Романенко С.Г., Одинцов Б.В. Результаты калибровки электростатических гироскопов в бескарданной инерциальной системе ориентации // Материалы XV международной конференции по интегрированным навигационным системам. Санкт-Петербург, 2008. С. 122–129.
13. Landau B.E., Gurevich S.S., Emeliantsev G.I., Levin S.L., Romanenko S.G. Calibrating the error of a strapdown ESG-based attitude reference system under conditions of orbital flight // Gyroscopy and Navigation. 2010. V. 1. N 3. P. 176–182.
14. Ландау Б.Е., Левин С.Л., Гуревич С.Г., Емельянец Г.И., Завгородний В.И., Романенко С.Г., Одинцов Б.В. Наземная отработка методики полетной калибровки БИСО на ЭСГ для орбитальных космических аппаратов с произвольной ориентацией // Материалы XIX Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. Санкт-Петербург, 2012. С. 127–135.
15. Emeliantsev G.I., Landau B.E., Levin S.L., Romanenko S.G. Refining the drift model of a gimballess inertial attitude control system based on electrostatic gyros: methods of calibration on a ground-based test bench and on board an orbiting space vehicle // Gyroscopy and Navigation. 2010. V. 1. N 2. P. 134–140.

Емельянец Геннадий Иванович – доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник, ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 197046, Санкт-Петербург, Россия; профессор, Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия, emeliantsev_gi@mail.ru

Медведков Андрей Александрович – младший научный сотрудник, аспирант, ОАО «Концерн «ЦНИИ

- Цай Тицзин** – «Электроприбор», 197046, Санкт-Петербург, Россия; ассистент кафедры, Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия, medvedcov@yandex.ru
- Gennady I. Emelyantsev** – профессор, профессор кафедры, Юго-Восточный университет, 210096, г. Нанкин, Китай, caitij@seu.edu.cn
- Andrei A. Medvedkov** – D.Sc., Professor, chief scientific researcher, State Research Center of the Russian Federation Concern CSRI Elektropribor, JSC, 197046, Saint Petersburg, Russia; Professor, ИТМО University, 197101, Saint Petersburg, Russia, emeliantsev_gi@mail.ru
- Cai Tijing** – junior scientific researcher, State Research Center of the Russian Federation “Concern CSRI Elektropribor”, JSC, 197046, Saint Petersburg, Russia; postgraduate, ИТМО University, 197101, Saint Petersburg, Russia, medvedcov@yandex.ru
- Professor, Southeast University, Nanjing, 210096, P.R.China, caitij@seu.edu.cn

*Принято к печати 01.07.14
Accepted 01.07.14*