



УДК 519.85

ПРИМЕНЕНИЕ ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА ДЛЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ КАЛЕНДАРНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ И.В. Архипов^{a,b}

^a Петрозаводский государственный университет, Петрозаводск, 185910, Российская Федерация

^b ООО «ОПТИ-СОФТ», Петрозаводск, 185910, Российская Федерация

Адрес для переписки: alien_aria@mail.ru

Информация о статье

Поступила в редакцию 13.08.14, принята к печати 30.03.15

doi:10.17586/2226-1494-2015-15-3-525-531

Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Архипов И.В. Применение генетического алгоритма для многокритериальной задачи календарного планирования // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015. Т. 15. № 3. С. 525–531.

Аннотация

Представлена математическая модель и метод решения задачи составления календарного плана работы предприятия. Предполагается, что на предприятии происходит двухступенчатая обработка сырья. На первом этапе осуществляется раскрой сырья на полуфабрикаты. На втором этапе (этапе получения готовой продукции) производится длительная обработка полученных полуфабрикатов на одном из взаимозаменяемых рабочих центров. Раскрой сырья на полуфабрикаты проводится по заранее разработанному плану в соответствии с технологическими картами. Планирование включает в себя расчет по отдельным раскройам и составление плана раскроя всего сырья с целью наиболее эффективного выполнения спецификационного задания из имеющихся запасов. На основании плана раскроя строится календарный план производства. Этот план включает в себя последовательность раскroев с указанием объема, времени начала и окончания работы, а также план по загрузке последующей переработки. Поиск решения задачи составления календарного плана усложняется необходимостью учета большого количества ограничений, обусловленных параметрами производственного оборудования и особенностями заказов. Для решения задачи предложен специальный метод на базе генетического алгоритма. Разработанный алгоритм был протестирован на наборе реальных производственных планов. Приведена оценка его эффективности. Программная система, реализованная на основе предложенного метода, апробирована на реальных данных лесопильных предприятий. Специалисты предприятий подтвердили сокращение простоев оборудования и уменьшение невостребованных остатков готовой продукции.

Ключевые слова

генетические алгоритмы, динамическое программирование, теория расписаний.

GENETIC ALGORITHM APPLICATION FOR MULTI-CRITERIA SCHEDULING PROBLEM

I.V. Arkhipov^{a,b}

^a Petrozavodsk State University, Petrozavodsk, 185910, Russian Federation

^b CJS «Opti-soft», Petrozavodsk, 185910, Russian Federation

Corresponding author: alien_aria@mail.ru

Article info

Received 13.08.14, accepted 30.03.15

doi:10.17586/2226-1494-2015-15-3-525-531

Article in Russian

For citation: Arkhipov I.V. Genetic algorithm application for multi-criteria scheduling problem. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2015, vol.15, no. 3, pp. 525–531.

Abstract

The paper describes mathematical model and method of task solution for defining an enterprise work performance schedule. Two-stage feedstock processing is supposed to exist at the enterprise. At the first stage the sawing process into semimanufactured products is done. The second stage (finished products manufacturing stage) includes durable processing of obtained semimanufactured products at one of the interchangeable work centers. The sawing process into semimanufactured products is carried out according to a plan, developed in advance and in compliance with technological charts. Scheduling consists of separate cutting calculation and planning of all feedstock cutting with the aim of the most effective specification task performance based on available reserves. Following the cutting plan, an enterprise work performance schedule is created. This schedule consists of the cutting sequence with volume, start and end time, and plan for loading of after-treatment. The solution to this problem becomes more involved due to the necessity of taking into account all features, limitations and parameters of process equipment, as well as of raw material and production orders. Special method based on genetic algorithm has been proposed for handling the problem. The algorithm has been tested on several different real production plans. Its efficiency

estimation is given. The software system implemented on the proposed algorithm has been tested on real operating data of several sawmills. Reduction of machine idle time and incomplete production decrease has been confirmed by the enterprise specialists.

Keywords

genetic algorithms, dynamic programming, theory of scheduling.

Введение

Технологический процесс некоторого предприятия включает раскрой сырья на полуфабрикаты. Полученные полуфабрикаты подлежат последующей длительной обработке на одном из взаимозаменяемых рабочих центров по определенным правилам и сформированными партиями с заданной для рабочего центра кратностью. Раскрой сырья на полуфабрикаты производится по заранее разработанному плану. После расчетов по отдельным раскройам составляется план раскроя всего сырья, который содержит количество и размерно-качественный состав раскраиваемого сырья и получаемых полуфабрикатов по каждому раскрою для наиболее эффективного выполнения заказов из имеющихся запасов.

Календарный план производства включает в себя последовательность раскroев с указанием времени начала и окончания работы, а также план по загрузке рабочих центров. Загрузка в рабочие центры осуществляется определенными партиями полуфабрикатов, при этом полуфабрикаты объединены в транспортные единицы определенного объема. В данной модели обработка партии на рабочем центре занимает длительное время, поэтому неоптимальный план может привести к существенным непроизводительным простоям и, как следствие, к невыполнению сроков поставок заказов.

Задачи, связанные с календарным планированием [1–5], могут быть эффективно решены с использованием методов исследования операций, что позволяет сократить сроки выполнения заказов, повысить плотность загрузки оборудования, а также оперативность составления и корректирования планов. Вследствие больших объемов раскраиваемого сырья на предприятии сокращение непроизводительных простоев даже на 3–4% является актуальной и востребованной задачей. Исследуемый в работе объемно-календарный план включает в себя набор раскroев для реализации требуемых объемов производства полуфабрикатов, очередность их обработки, а также порядок загрузки и выгрузки рабочих центров и последующей обработки продукции.

В рамках модели учитываются следующие требования:

- работа производства и его подразделений в соответствии с графиком, сменами и пр.;
- запасы имеющегося сырья и график ожидаемых поставок;
- предпочтительнее планы с меньшим количеством смен основного полуфабриката у двух подряд идущих раскroев;
- предпочтительнее загружать рабочий центр полуфабрикатами одного вида. Возможно дополнение загрузки полуфабрикатами одной группы в ограниченном количестве.

Методы формирования объемного плана раскроя были описаны автором в работах [6–8]. Будем считать, что производственная программа предприятия составлена [9, 10]. Таким образом, имеется объемный план, в котором средствами линейного программирования получен перечень раскroев, рекомендуемых к производству с учетом наличия сырья и прочих производственных факторов.

Формальная постановка задачи календарного планирования

Введем обозначения, используемые в математической модели.

Основные индексные множества: L – множество видов готовой продукции; C – множество раскroев в составе объемного плана; W – множество видов сырья; R – множество ожидаемых поставок сырья, для упрощения модели учитывается статистическое распределение сырья по видам; D – множество рабочих центров.

В рамках данной модели для упрощения выкладок рассмотрим планирование одной линии для раскроя (далее – линия), для планирования нескольких линий задача решается аналогичным образом (в разработанной программной системе решается задача с несколькими линиями). Также будем считать, что все рабочие центры одинаковы, однако в программной системе у каждого рабочего центра могут быть свои настройки работы.

В модели также учитывается временной фактор. Определим временные параметры в определенных единицах времени (сутки, смены, часы и пр.) и будем считать, что время – число таких единиц с момента начала планирования. Для упрощения в данной модели не учитывается производственный календарь работы рабочих центров, что учитывается в программной системе.

Далее в обозначениях верхний индекс указывает на признак принадлежности переменной к определенной группе обозначений (например, переменная связана с параметрами раскроя либо с сырьем).

Параметры заказов (верхний индекс l): g_i^l – индекс группы для продукции $i \in L$ (продукцию одной группы можно обрабатывать совместно); v_i^l – объем одной транспортной единицы продукции $i \in L$; h_i^l – продолжительность обработки продукции $i \in L$ в рабочем центре.

Данные объемного плана (верхний индекс c): $a_{i,j}^c$ – доля выхода продукции $i \in L$ при обработке раскроя $j \in C$; v_j^c – плановый объем выработки раскроя $j \in C$; p_j^c – производительность линии при выработке раскроя $j \in C$; $w_j^c \in W$ – вид сырья, необходимый для раскроя $j \in C$.

Запасы имеющегося сырья и ожидаемые поставки (w и r соответственно): v_i^w – запасы сырья $i \in W$ на складе к моменту начала работы; t_k^r – ожидаемый срок поставки $k \in R$; $v_{k,i}^r$ – объем сырья вида $i \in W$ в поставке $k \in R$.

Параметры рабочих центров (верхние индексы d и g): p_j^d – количество транспортных единиц, помещающихся в рабочий центр $j \in D$; P^g – минимальное количество пакетов основной продукции в рабочем центре при совместной обработке с продукцией одной группы.

Оценка затрат, связанных с особенностями объемно-календарного плана в случаях:

- f^l – смены основной продукции при переходе от одного раскроя к другому;
- f^t – нарушения срока выполнения плана;
- f^d – отклонения объемов переработанных полуфабрикатов от исходных объемов.

Неизвестные:

- Q – неизвестное индексное множество интервалов работы линии вида $\{[t_q^m, T_q^m, c_q^m, v_q^m]\}$, $q \in Q$, где t_q^m – момент времени начала обработки раскроя; T_q^m – момент времени окончания обработки раскроя; $c_q^m \in C$ – индекс обрабатываемого раскроя; v_q^m – объем раскроя.
- U – неизвестное индексное множество загрузок транспортных единиц в рабочие центры вида $\{[t_u^n, T_u^n, l_u^n, p_u^n, d_u^n]\}$, $u \in U$, где t_u^n – момент времени начала обработки продукции; T_u^n – момент времени окончания обработки; $l_u^n \in L$ – индекс загружаемой в рабочий центр продукции; p_u^n – количество транспортных единиц загружаемой продукции; $d_u^n \in D$ – индекс загружаемого рабочего центра.

При этом, если происходит совместная обработка нескольких видов продукции в одном рабочем центре, то в этом множестве будет несколько элементов, различающихся только индексом продукции и количеством транспортных единиц.

Обозначения:

- m_u^n – индекс основной продукции в рабочем центре d_u^n ;
 $m_u^n = \arg \max_{r \in U} \{p_r^n | t_u^n = t_r^n \text{ и } T_u^n = T_r^n \text{ и } d_u^n = d_r^n\}$, $u \in U$.
- f_j^c – индекс основного вида продукции раскроя $j \in C$ (продукция с наибольшей долей выхода из раскроя);
 $f_j^c = \arg \max_{p \in L} \{a_{p,j}^c\}$, $j \in C$.
- w_q^m – индекс вида сырья для q -го раскроя;
 $w_q^m = w_j^c$, $j = c_q^m$, $q \in Q$.
- $v_j^h(t)$ – объем требуемого для раскроя j сырья, которое доступно на момент времени t ;
 $v_j^h(t) = v_j^w + \sum_{r \in R} \{v_{r,y}^r | t_r^r \leq t\} - \sum_{q \in Q} \{v_q^m | t_q^m \leq t \text{ и } w_q^m = y\}$, $y = w_j^c$, $j \in C$.

Ограничения.

Интервалы выработки раскроев не пересекаются и следуют в порядке возрастания:

$$t_1^m < T_1^m \leq t_2^m < T_2^m \leq \dots \leq t_{|Q|}^m < T_{|Q|}^m. \quad (1)$$

Время обработки раскроя согласуется с производительностью линии:

$$T_q^m - t_q^m = \frac{v_q^m}{p_g^c}, \quad g = c_q^m, \quad q \in Q. \quad (2)$$

Ограничение на наличие сырья на начало работы по раскрою:

$$v_g^h(t_q^m) \geq 0, \quad g = c_q^m, \quad q \in Q. \quad (3)$$

Суммарный объем по раскрою соответствует заданному объему выработки:

$$\sum_{q \in Q} \{v_q^m | c_q^m = j\} = v_j^c, \quad j \in C. \quad (4)$$

В данной модели не учитываются отклонения, поскольку составленный ранее объемный план учитывает имеющиеся запасы сырья.

На момент загрузки продукции в рабочий центр выработан достаточный объем:

$$\sum_{y \in U} \{p_y^n v_j^y | t_y^n \leq t_u^n \text{ и } i = j\} \leq \sum_{q \in Q} \{v_q^m a_{i,k}^c | T_q^m \leq t_u^n\}, \quad u \in U, \quad (5)$$

где $i = l_u^n$, $j = l_y^n$, $k = c_q^m$.

Продолжительность обработки продукции в рабочем центре должна быть не менее заданного времени обработки:

$$T_u^n - t_u^n \geq h_i^l, \quad i = d_u^n, \quad u \in U. \quad (6)$$

Интервалы обработки в рабочих центрах либо совпадают (что означает совместную обработку), либо не пересекаются:

$$t_u^n - t_v^n \text{ и } T_u^n - T_v^n, \quad \text{или} \quad T_u^n \leq t_v^n, \quad \text{или} \quad T_v^n \leq t_u^n, \quad u, v \in U, \quad d_u^n = d_v^n. \quad (7)$$

Количество загружаемых в рабочий центр транспортных единиц соответствует емкости рабочего центра (по технологии рабочий центр не загружается частично):

$$\sum_{v \in U} \left\{ p_v^n | t_v^n = t_u^n \text{ и } d_u^n = d_v^n \right\} = p_i^d, \quad i = d_u^n, \quad u \in U. \quad (8)$$

Совместная обработка с продукцией одинаковой группы:

$$l_u^n = m_u^n \text{ и } \exists v \neq u \in U : d_u^n = d_v^n \text{ и } t_u^n = t_v^n \text{ и } T_u^n = T_v^n \text{ и } g_i^l = g_j^l \quad (9)$$

$$\Rightarrow p_u^n \geq P^g, \quad i = l_u^n, \quad j = l_v^n, \quad u \in U.$$

Совместная обработка допустима, когда виды продукции принадлежат одной группе:

$$u \neq v \text{ и } d_u^n = d_v^n \text{ и } t_u^n = t_v^n \text{ и } T_u^n = T_v^n \text{ и } i \neq j \Rightarrow \quad (10)$$

$$g_i^l = g_j^l, \quad i = l_u^n, \quad j = l_v^n, \quad u, v \in U.$$

Целевая функция:

$$f^t \max_{u \in U} T_u^n + f^d \sum_{i \in L} \left(\sum_{j \in C} a_{i,j}^c v_j^c - \sum_{u \in U} \left\{ p_u^n v_i^l | l_u^n = i \right\} \right) + f^l \left| \left\{ q \in Q : l_g^c \neq l_h^c \right\} \right| \rightarrow \min, \quad (11)$$

где $g = c_{m_q}^m, h = c_{q-1}^m$.

Первое слагаемое целевой функции отвечает за минимизацию времени выполнения плана, второе – за минимальное отклонение объемов переработанных полуфабрикатов от исходных объемов, третье – за минимальное количество смен основного полуфабриката. Отметим, что, например, первое слагаемое конфликтует со вторым, поскольку необходимость обработать все полуфабрикаты приводит к вынужденным простоям, что в итоге приводит к более позднему завершению плана.

Для решения многокритериальной задачи [11] разобьем целевую функцию на две части, которые отнесем к разным подзадачам (это понадобится в дальнейшем):

$$f^t \max_{u \in U} T_u^n + f^d \sum_{i \in L} \left(\sum_{j \in C} a_{i,j}^c v_j^c - \sum_{u \in U} \left\{ p_u^n v_i^l | l_u^n = i \right\} \right) \rightarrow \min \quad (12)$$

и

$$f^l \left| \left\{ q \in Q : l_g^c \neq l_h^c \right\} \right| \rightarrow \min, \quad (13)$$

где $g = c_{m_q}^m, h = c_{q-1}^m$.

Алгоритм расчета календарного плана

Рассматриваемая задача относится к классу задач теории расписаний с дополнительными условиями на изготавливаемые изделия. Новизна задачи заключается в наличии специфических ограничений (например, (3), (8), (9), (10)), которые требуют специального метода. При отсутствии ограничений задача может быть решена генетическим алгоритмом на перестановках раскроев без дополнительных условий.

Для решения задачи был применен метод на базе генетического алгоритма [12–15]. Возьмем произвольную перестановку p элементов множества C (перестановку списка раскроев). Введем задачу F – задачу с целевой функцией (13) и ограничениями (1)–(4). Дополнительное условие задачи F – элементы множества C должны быть обработаны в соответствии с перестановкой p . Решение задачи F направлено на расчет неизвестного множества Q . Введем задачу G – задачу с целевой функцией (12), ограничениями (5)–(10). Дополнительное условие задачи G – в ограничении (5) известны значения на основании рассчитанного множества Q . При решении задачи G рассчитывается неизвестное множество U .

Таким образом, применяется метод декомпозиции, где на основании перестановки p и определенной части ограничений исходной задачи рассчитывается неизвестное множество Q . Далее на основании оставшейся части ограничений рассчитывается множество U .

Алгоритм решения задачи F. Заметим, что заданный порядок перестановки p не гарантирует, что раскрой можно обработать в такой последовательности. Воспользуемся «жадным» алгоритмом [16, 17] для решения этой проблемы – в каждый момент времени пытаемся взять первый в порядке перестановки p элемент множества C , который не был полностью обработан. Опишем алгоритм полностью.

Шаг 1. $v_j^n := v_j^c$ для каждого $j \in C$ (определяем не назначенные объемы по раскройам).

Шаг 2. $t := 0$ (определяем текущее время).

Шаг 3. $g := -1$ (определяем последний взятый раскрой).

Шаг 4. Если $\max_{j \in C} v_j^n = 0$, конец алгоритма, иначе переход к шагу 5.

Шаг 5. Поиск первого подходящего элемента множества $c \in p$, для которого выполнены условия (а)–(с). Если такой раскрой отсутствует, то выбирается раскрой, для которого выполнены условия (а)–(б).

а. $v_c^n > 0$.

б. $\min\{0, v_c^h(t) - v_c^n\} \geq \min\{0, v_s^h(t) - v_s^n\}$ для каждого $s \in C$ (отклонение от объема раскроя с учетом имеющегося сырья минимально, и желательно взять раскрой в полном объеме).

с. $g = -1$ или $f_c = f_g$.

Шаг 6. $v_c^n := v_c^n - \min\{v_c^h(t), v_c^n\}$ (обновляем объем выбранного раскроя c).

Шаг 7. Обновляем множество Q интервалами обработки раскроя c в объеме v^u .

Шаг 8. $t := \max_{q \in Q} T_q^m, g := c$, переход к шагу 4.

Алгоритм решения задачи G. После решения задачи F полученное множество Q передается для расчета множества U по алгоритму, представленному на рис. 1. В данной блок-схеме v_i^q – текущий объем необработанных видов продукции $i \in L$.

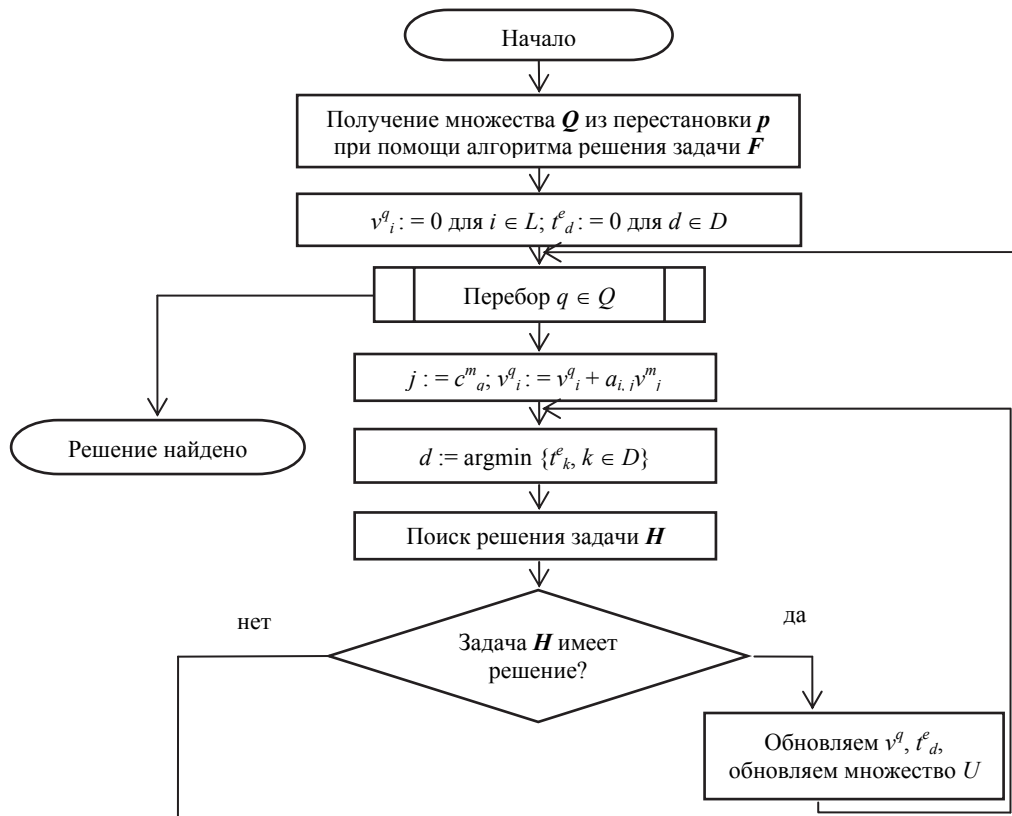


Рис. 1. Алгоритм решения задачи G

Введем вспомогательную задачу H : заданы текущие объемы видов продукции v_i^q для каждого $i \in L$, требуется найти h_i – количество транспортных единиц продукции $i \in L$ для загрузки в рабочий центр, такое, что

$$\left\{ i: h_i > 0, i \in L \right\} \rightarrow \min, \quad h_i v_i^q \geq v_i^q, \quad i \in L, \quad h_i \in Z^+,$$

выполнены ограничения (8)–(10).

Задача H решается методом динамического программирования, поскольку сводится к задаче о «рюкзаке» [17] следующим образом: перебирается основной вид продукции, а дальше составляется список из возможных видов продукции, которые можно обрабатывать совместно, учитывая ограничение (9). На полученном списке решается задача о «рюкзаке».

Алгоритм решения исходной задачи. Теперь известно субоптимальное решение исходной задачи с целевой функцией (11) и ограничениями (1)–(10) в случае дополнительного указания перестановки списка раскроев p . Применим генетический алгоритм на множестве таких перестановок. В качестве гена определим перестановку p списка раскроев C . В качестве функции приспособленности гена f возьмем целевую функцию (12) (значение которой может быть получено при решении задачи G) [12–15]. Таким образом, в генетическом алгоритме в качестве функции приспособленности гена используется целевая функция (12), а при решении задачи F – целевая функция (13). В результате такого разбиения получается

субоптимальное решение, приемлемое для производства (учитывается минимизация переналадок оборудования при смене типа, минимизация количества различных видов продукции на складе после раскроя, которая получается в результате минимизации переходов от одного вида продукции к другому), а также для рабочих центров (минимизируются простои и незавершенное производство).

Таким образом, многокритериальная задача из существенно отличающихся трех критериев была разделена на приоритетные подзадачи, что позволило, во-первых, получить приемлемый для производства план, а во-вторых, среди таких планов найти наиболее приближенный к оптимальному. Новизной метода является то, что было разработано специальное разбиение задачи на подзадачи и соответствующая комбинация алгоритмов решения задач *F*, *G* и *H*, которые позволили получить приемлемое для производства решение задачи.

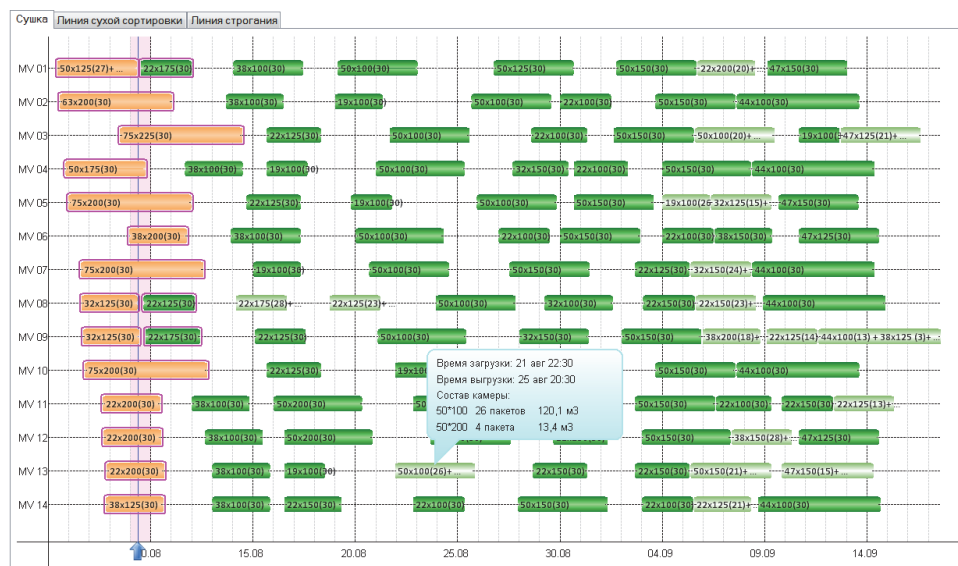


Рис. 2. Экранное представление плана по обработке на рабочих центрах

Тестирование полученного алгоритма

Тестирование алгоритма осуществлялось по следующей схеме: составлялось несколько вариантов исходных данных (которые представляют собой реальные производственные планы), и осуществлялся полный перебор перестановок списка раскроев, а для каждой перестановки применялась такая же схема разбиения на подзадачи *F* и *G*. Результат сравнивался с решением, полученным предложенным автором алгоритмом. Результирующее отклонение составило не более 1,5–2%, что свидетельствует об успешном применении метода для решения задачи. Обратим внимание, что для исходной задачи метод полного перебора неприменим вследствие того, что количество раскроев может достигать 20–30.

Также было проведено сравнение с «жадным» алгоритмом, когда осуществлялся выбор одной перестановки *p* по какому-либо критерию. Сравнение показало, что объем необработанных видов продукции для «жадного» алгоритма в 2–3 раза хуже, чем при использовании выбранного генетического алгоритма. Одним из преимуществ данного алгоритма является возможность применения параллельного вычисления [18, 19], поскольку приспособленности генов можно вычислять независимо друг от друга.

Заключение

В работе приводится формальная постановка задачи составления календарного плана и алгоритмы для решения данной задачи в рамках работ по оптимальному планированию лесопильного производства. Разработанная модель и алгоритм были успешно апробированы на реальных данных ЗАО «Соломенский лесозавод» (рис. 2). Для оценки решений, полученных в результате работы предложенной системы, было произведено сравнение нескольких планов на каждый месяц, составленных специалистами завода с учетом имеющихся ресурсов и заказов. Для планов, рассчитанных программной системой (за несколько минут), сокращение простоев рабочих центров составило в среднем 4,7% (что эквивалентно повышению выхода готовой продукции на 4,7%). При этом специалисты завода подтвердили приемлемость всех полученных раскроев и выполнение всех прочих требований.

Литература

1. Kostenko V.A. Scheduling algorithms for real-time computing systems admitting simulation models // Programming and Computer Software. 2013. V. 39. N 5. P. 255–267. doi: 10.1134/S0361768813050034

2. Kostenko V.A., Vinokurov A.V. Locally optimal algorithms for designing schedules based on Hopfield networks // *Programming and Computer Software*. 2003. V. 29. N 4. P. 199–209. doi: 10.1023/A:1024918625291
3. Гончаров Е.Н. Стохастический жадный алгоритм для задачи календарного планирования с ограниченными ресурсами // *Дискретный анализ и исследование операций*. 2014. Т. 21. № 3. С. 11–24.
4. Еремеев А.В., Коваленко Ю.В. О сложности оптимальной рекомбинации для одной задачи составления расписаний с переналадками // *Дискретный анализ и исследование операций*. 2012. Т. 19. № 3. С. 13–26.
5. Великанова Ю.Ю. Оценки времени работы алгоритмов локального спуска для задачи построения расписаний на параллельных машинах // *Дискретный анализ и исследование операций*. 2012. Т. 19. № 5. С. 21–34.
6. Воронин А.В., Кузнецов В.А., Шабаев А.И., Архипов И.В., Кашевник А.М. Разработка и реализация системы планирования лесопильным производством // *Труды СПИИРАН*. 2012. №4 (23). С. 400–415.
7. Voronin A.V., Kuznetsov V.A., Arkhipov I.V., Shabaev A.I. Software system for sawmill operation planning // *Proc. 12th Conference of FRUCT Association*. St. Petersburg, Russia, 2012. P. 165–171.
8. Shabaev A.I., Arkhipov I.V., Spirichev M.V., Urban A.R., Torozero M.A. Development of planning system for plywood production using matrix designer // *Proc. 14th Conference of Open Innovation Association, FRUCT*. Espoo, Finland, 2013. P. 140–147. doi: 10.1109/FRUCT.2013.6737956
9. Архипов И.В. Математические модели раскроя лесосырья в задачах планирования и управления лесопильным производством // *Ученые записки ПетрГУ. Серия: естественные и технические науки*. 2013. № 8 (137). С. 93–97.
10. Архипов И. В. Математические модели и опыт реализации системы планирования раскроя лесосырья // *Вестник СПбГУ. Серия 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления*. 2014. № 3. С. 82–92.
11. Ногин В.Д. Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход. М.: Физматлит, 2002. 176 с.
12. Урбан А.Р., Кузнецов В.А. Математические модели и методы учета сроков продукции в задаче раскроя тамбуров бумагоделательных машин // *Ученые записки ПетрГУ. Серия: естественные и технические науки*. 2014. № 4 (141). С. 112–115.
13. Урбан А.Р. Решение задачи поиска оптимального столбца в условиях оптимального раскроя бумажного полотна // *Вестник СПбГУ. Серия 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления*. 2015. № 1. С. 100–106.
14. Афанасьева А.С., Буздалов М.В. Выбор функции приспособленности особей генетического алгоритма с помощью обучения с подкреплением // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2012. № 1 (77). С. 77–81.
15. Степанов Д.В., Шальто А.А. Использование генетического алгоритма для поиска оптимальной траектории наблюдателя // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2012. № 1 (77). С. 90–95.
16. Асанов М.О., Баранский В.А., Расин В.В. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2001. 288 с.
17. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ. 2-е изд. М.: Вильямс, 2005. 1296 с.
18. Vasenin V.A., Vodomerov A.N. A formal model of a system for automated program parallelization // *Programming and Computer Software*. 2007. V. 33. N 4. P. 181–194. doi: 10.1134/S0361768807040019
19. Kalenkova A.A. An algorithm of automatic workflow optimization // *Programming and Computer Software*. 2012. V. 38. N 1. P. 43–56. doi: 10.1134/S0361768812010045

Архипов Иван Владимирович

– ведущий программист, Петрозаводский государственный университет, Петрозаводск, 185910, Российская Федерация; ведущий программист, ООО «ОПТИ-СОФТ», Петрозаводск, 185910, Российская Федерация, alien_aria@mail.ru

Ivan V. Arkhipov

– team leader, Petrozavodsk State University, Petrozavodsk, 185910, Russian Federation; leading software developer, CJS «Opti-soft», Petrozavodsk, 185910, Russian Federation, alien_aria@mail.ru