



УДК 537.876.22

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ВОЛН ИМПУЛЬСОВ ИЗ МАЛОГО ЧИСЛА КОЛЕБАНИЙ ПОЛЯ В ОПТИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ С ДИСПЕРСИЕЙ И КУБИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ ЭЛЕКТРОННОЙ И ЭЛЕКТРОННО-КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ ПРИРОДЫ

Л.С. Конев^а, А.А. Точилкин^а, Ю.А. Шполянский^а*Статья публикуется в порядке научной дискуссии*^а Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

Адрес для переписки: Leonides.konev@gmail.com

Информация о статье

Поступила в редакцию 25.06.15, принята к печати 15.07.15

doi:10.17586/2226-1494-2015-15-5-775-781

Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Конев Л.С., Точилкин А.А., Шполянский Ю.А. Моделирование эволюции прямой и обратной волн импульсов из малого числа колебаний поля в оптическом волноводе с дисперсией и кубической нелинейностью электронной и электронно-колебательной природы // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015. Т. 15. № 5. С. 775–781.

Аннотация

Приведен численный метод расчета эволюции прямой и обратной волн интенсивного лазерного импульса, состоящего из малого числа колебаний поля, при его распространении в оптическом волноводе с учетом дисперсии и кубической нелинейности электронной и электронно-колебательной природы. Представленный метод можно использовать как для расчета эволюции прямой и обратной волн одного импульса, так и для моделирования взаимодействия встречных импульсов. Проведено численное моделирование, результаты которого показывают, что в рассмотренных режимах качественного изменения поведения обратной волны из-за учета электронно-колебательной нелинейности не происходит. Количественно наблюдается увеличение эффективности перекачки энергии из прямой волны в обратную.

Ключевые слова

предельно короткий импульс, фемтосекундный импульс, обратная волна, электронно-колебательная нелинейность, кубическая нелинейность.

SIMULATION OF FORWARD AND BACKWARD WAVES EVOLUTION OF FEW-CYCLE PULSES PROPAGATING IN AN OPTICAL WAVEGUIDE WITH DISPERSION AND CUBIC NONLINEARITY OF ELECTRONIC AND ELECTRONIC-VIBRATION NATURE

L.S. Konev^а, A.A. Tochilkin^а, Yu. A. Shpolyanskiy^а^а ITMO University, SaintPetersburg, 197101, Russian Federation

Corresponding author: Leonides.konev@gmail.com

Article info

Received 25.06.15, accepted 15.07.15

doi:10.17586/2226-1494-2015-15-5-775-781

Article in Russian

For citation: Konev L.S., Tochilkin A.A., Shpolyanskiy Yu.A. Simulation of forward and backward waves evolution of few-cycle pulses propagating in an optical waveguide with dispersion and cubic nonlinearity of electronic and electronic-vibration nature. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2015, vol. 15, no. 5, pp. 775–781.

Abstract

Numerical method for calculation of forward and backward waves of intense few-cycle laser pulses propagating in an optical waveguide with dispersion and cubic nonlinearity of electronic and electronic-vibration nature is described. Simulations made with the implemented algorithm show that accounting for Raman nonlinearity does not lead to qualitative changes in behavior of the backward wave. Speaking about quantitative changes, the increase of efficiency of energy transfer from the forward wave to the backward wave is observed. Presented method can be also used to simulate interaction of counter-propagating pulses.

Keywords

few-cycle pulse, femtosecond pulse, backward wave, electronic-vibration nonlinearity, cubic nonlinearity.

Введение

Как известно, система уравнений Максвелла, дополненная материальными уравнениями отклика среды, описывает эволюцию электромагнитных полей, не налагая при этом каких-либо ограничений на направление их распространения. Анализ полной системы уравнений показывает, что посредством нелинейности в ходе распространения достаточно интенсивного электромагнитного импульса в среде может образоваться поле, переносящее энергию в направлении, обратном первоначальному направлению движения импульса. Интересным при этом представляется анализ условий образования такого поля и характера его распространения.

Технический прогресс последних десятилетий привел к появлению и широкому распространению лазерных систем, генерирующих оптические импульсы, состоящие всего из нескольких периодов колебаний поля [1]. Длительность таких импульсов составляет всего несколько фемтосекунд, благодаря чему они могут иметь гораздо большую интенсивность излучения, чем импульсы большей длительности, не оказывая при этом деструктивного влияния на среду распространения. Таким образом, эффективность нелинейного взаимодействия с оптической средой выше, что приводит к проявлению характерных особенностей в их эволюции [1, 2]. В связи с этим актуальной представляется задача построения теоретической модели, позволяющей адекватно описывать распространение предельно коротких фемтосекундных импульсов в средах, проявляющих нелинейные свойства.

Для моделирования эволюции интенсивных фемтосекундных импульсов, как правило, применяют подход, при котором изучается поле, переносящее энергию в прямом направлении [2–4]. Возможность образования обратной волны при этом не рассматривается. Несмотря на это, существуют работы, показывающие важность учета обратной волны [5–7].

Наши предыдущие работы [8, 9] посвящены моделированию эволюции прямой и обратной волн интенсивного фемтосекундного импульса при его распространении в одномодовом кварцевом волокне с учетом безынерционной кубической нелинейности и нерезонансной дисперсии. В них продемонстрировано, что суммарное поле, распространяющееся в прямом направлении, состоит как из прямой волны, переносящей энергию в прямом направлении, так и из обратной. Соотношение их амплитуд пропорционально добавке к показателю преломления, индуцированной электронной нелинейностью. Кроме того, если в рассмотренных условиях обратную волну положить изначально равной нулю, в результате моделирования можно наблюдать излучение, распространяющееся в обратном направлении.

Используемая в [8, 9] модель нелинейного отклика кварцевого стекла включала только безынерционную кубическую нелинейность электронной природы. Этот механизм дает основной вклад в нелинейность среды для импульсов из малого числа колебаний поля. Однако более детальное количественное описание требует учета также и малоинерционной электронно-колебательной кубической нелинейности [10]. В настоящей работе осуществлено это необходимое обобщение модели. Изучено влияние электронно-колебательной нелинейности на процесс образования и распространения обратной волны.

Система уравнений для прямой и обратной волн

Одним из широко распространенных примеров нелинейной оптической системы может служить одномодовое оптическое волокно [11]. Как показано в работах [1, 11], эволюция импульса в такой системе может быть описана скалярным волновым уравнением. Система уравнений для прямой и обратной волн, эквивалентная скалярному волновому уравнению, в частотной области имеет вид [7]:

$$\begin{cases} \partial_z G_+ = +ik(\omega)G_+ + 0,5ik(\omega)N_\omega(E_+ + E_-), \\ \partial_z G_- = -ik(\omega)G_- - 0,5ik(\omega)N_\omega(E_+ + E_-), \end{cases} \quad (1)$$

где z – координата распространения; $G_\pm = F[E_\pm]$ – спектральные плотности полей прямой E_+ и обрат-

ной E_- волн; $F[E] = \int_{-\infty}^{+\infty} E(z,t) \exp(-i\omega t) dt$ – преобразование Фурье, t – время, ω – частота излучения;

$k(\omega) = \omega n(\omega) / c$ – волновое число, $n(\omega)$ – показатель поглощения, c – скорость света; i – мнимая единица; N_ω – нелинейный оператор в частотной области:

$$N_\omega(E) = \frac{4\pi F[P_{NL}(E)]}{n^2(\omega)}, \quad (2)$$

P_{NL} – нелинейный отклик среды. Стоит отметить, что учет дисперсионного множителя в (2) требует дополнительного применения прямого и обратного преобразований Фурье при численном моделировании.

Модель отклика оптической среды

Дисперсия кварцевого волокна в зоне прозрачности хорошо описывается разложением зависимости показателя преломления от частоты в степенной ряд [3]:

$$n(\omega) = N_0 + a\omega^2 - \frac{bc}{\omega^2},$$

где $N_0 = 1,4508$, $a = 2,7401 \cdot 10^{-44} \text{ с}^3 \cdot \text{см}^{-1}$, $b = 3,9437 \cdot 10^{17} \text{ с}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$.

Для учета кубического нелинейного отклика электронно-колебательной природы использовалась феноменологическая модель Платоненко–Хохлова [10, 12]:

$$\begin{cases} P_{NL} = \chi_{3,e} E^3 + \chi_{3,ev} RE, \\ \partial_t^2 R + \frac{1}{T_v} \partial_t R + \omega_v R = \gamma E^2, \end{cases} \quad (3)$$

где $\chi_{3,e}$ и $\chi_{3,ev}$ – кубические нелинейные восприимчивости электронной и электронно-колебательной природы; R – амплитуда внутримолекулярных колебаний; T_v – время релаксации; ω_v – собственная частота колебаний осциллятора; γ – коэффициент затухания. Для моделирования использовались параметры

$T_v = 21,28 \text{ фс}$, $\omega_v = 8,3 \cdot 10^{13} \text{ Гц}$, что согласуется с работами [11, 13].

На практике количественной характеристикой нелинейного отклика среды часто является коэффициент нелинейного показателя преломления. С нелинейной восприимчивостью в системе единиц СГСЭ его связывает соотношение [10, 14]:

$$n_{2,e} = \frac{3\pi\chi_{3,e}}{n(\omega_0)},$$

$$n_{2,ev} = \frac{2\pi\gamma\chi_{3,ev}}{\omega_v^2 n(\omega_0)}.$$

Для кварцевого волокна в системе единиц СИ эти коэффициенты имеют следующие значения:

$$\tilde{n}_{2,e} = 2,9 \cdot 10^{-20} \text{ м}^2/\text{Вт}, \quad \tilde{n}_{2,ev} = 7,25 \cdot 10^{-21} \text{ м}^2/\text{Вт} \text{ [10, 11].}$$

Численный метод

Для численного решения системы уравнений (1) использовалась сетка с постоянными шагами по времени t , частоте ω и пространственной координате z . В общем виде сетка по z может быть адаптивной:

$$\{t_l, l = 0 \dots L-1, t_l = l\Delta t, \Delta t = T/L\},$$

$$\{\omega_m, m = -L/2 + 1 \dots L/2, t_m = m\Delta\omega, \Delta\omega = 2\pi/T\},$$

$$\{z_n, n = 0 \dots N-1, \Delta z_{n+1} = z_{n+1} - z_n, z_0 = 0, z_N = Z_{\max}\},$$

где L – количество точек по времени; T – размер временного окна; N – количество точек по пространственной координате; Z_{\max} – расстояние распространения импульса.

Система (1) в операторной форме имеет вид

$$\partial_z E_{\pm} = \pm \hat{D} E_{\pm} \pm \hat{N}(E_+ + E_-), \quad (4)$$

где \hat{D} – дисперсионный оператор, в частотной области принимающий вид $\hat{D}_{\omega} = ik(\omega)$, а \hat{N} – нелинейный оператор во временной области. Для ее решения используется метод расщепления по физическим процессам. При таком подходе оператор пространственного распространения аппроксимируется конечными разностями, а расчет распространения импульса на малый шаг Δz разбивается на два подшага: сначала во временной области рассчитывается влияние нелинейности, затем – в частотной области учитываются дисперсионные эффекты. Таким образом, система (4) переходит в две системы, которые решаются последовательно:

$$\partial_z E_{\pm} = \hat{N}(E_+ + E_-), \quad (5)$$

$$\partial_z G_{\pm} = \hat{D}_{\omega} G_{\pm}. \quad (6)$$

Линейное уравнение (6) решается аналитически в частотной области без использования каких-либо дополнительных аппроксимаций:

$$G_{\pm}(z + \Delta z, \omega) = G_{\pm}(z, \omega) \exp(\pm ik(\omega)\Delta z).$$

Для решения уравнения (5) используется схема Кранка–Николсона:

$$\frac{E_{\pm}^{n+1} - E_{\pm}^n}{\Delta z^{n+1}} = \pm \hat{N}(E_{+}^{n+0,5} + E_{-}^{n+0,5}), \quad (7)$$

где n – индекс элемента сетки по координате z , временное представление нелинейного оператора \hat{N} получается применением обратного преобразования Фурье к (2), а $E_{\pm}^{n+0,5} = 0,5(E_{\pm}^{n+1} + E_{\pm}^n)$.

Для решения системы нелинейных уравнений (7) используется метод простых итераций. При этом на первой итерации рассчитывается:

$$E_{\pm}^{n+1 \langle 1 \rangle} = E_{\pm}^n \pm \Delta z_{n+1} \hat{N}(E_{+}^n + E_{-}^n),$$

далее до сходимости осуществляется процесс:

$$E_{\pm}^{n+0,5 \langle k \rangle} = \frac{1}{2} (E_{\pm}^n + E_{\pm}^{n+1 \langle k \rangle}),$$

$$E_{+}^{n+0,5 \langle k \rangle} = E_{+}^{n+0,5 \langle k \rangle} + E_{-}^{n+0,5 \langle k \rangle},$$

$$E_{\pm}^{n+1 \langle k+1 \rangle} = E_{\pm}^n \pm \Delta z \hat{N} \left(E_{\pm}^{n+0,5 \langle k \rangle} \right),$$

где k – номер внутренней итерации. Перед выполнением очередной итерации рассчитывается временное распределение функции внутримолекулярных колебаний R :

$$\frac{R_{l+1}^{n+1 \langle k \rangle} - 2R_l^{n+1 \langle k \rangle} + R_{l-1}^{n+1 \langle k \rangle}}{\Delta t^2} + \frac{1}{T_v} \frac{R_{l+1}^{n+1 \langle k \rangle} - R_{l-1}^{n+1 \langle k \rangle}}{2\Delta t} + \omega_v R_l^{n+1 \langle k \rangle} = \gamma \left(E_l^{n+0,5 \langle k \rangle} \right)^2,$$

которое потом подставляется в первое уравнение системы (3).

Критерием сходимости является малое изменение вектора приращения распределения суммарного поля на $(k+1)$ -итерации:

$$\left\| E^{n+1 \langle k+1 \rangle} - E^{n+1 \langle k \rangle} \right\| \leq \delta_{NL},$$

где δ_{NL} – малая величина, представляющая собой погрешность метода итераций.

Результаты численного моделирования

В ходе проведенных численных экспериментов начальное (при $z = 0$) распределение прямой волны задавалось в форме гауссова импульса:

$$E_{+}(0, t) = E_{\max} \exp(-2t^2 / \Delta\tau_0^2) \sin(\omega_0 t),$$

где E_{\max} – максимальное значение входного распределение поля, $\Delta\tau_0$ – длительность импульса, $\omega_0 = 2\pi c / \lambda_0$ – центральная частота, λ_0 – центральная длина волны импульса. Так как основной интерес в данной работе представлял процесс образования обратной волны, ее начальное распределение полагалось равным нулю: $E_{-}(0, t) = 0$.

На рис. 1, 2 представлены результаты моделирования поля и спектра соответственно от импульса с центральной длиной волны $\lambda_0 = 780$ нм, $\Delta\tau_0 = 6T_0 = 15,6$ фс, где $T_0 = \lambda_0/c$ – период колебаний на центральной длине волны, и интенсивностью $I = 2 \cdot 10^{10}$ кВт/см², $I [\text{кВт/см}^2] = (3N_0/8\pi)(E_{\max})^2$ [СГСЭ] [14] при распространении импульса на расстояния $z = 0$ мм, 0,05 мм и 0,1 мм. Качественного изменения поведения обратной волны при учете электронно-колебательной нелинейности не наблюдается: обратная волна состоит из двух частей, распространяющихся в противоположных направлениях. Амплитуда обратной волны при этом невелика и составляет примерно $1,2 \cdot 10^{-3}$ от амплитуды прямой волны. Благодаря дисперсии импульсы на утроенных частотах, образовавшиеся под воздействием кубической нелинейности, накапливают заметную временную задержку уже к расстоянию $z = 0,05$ мм, отделяясь от импульсов на основных частотах. На рис. 2 хорошо видно, что спектральная плотность составляющей обратной волны, распространяющейся в обратном направлении, G_{-}^{left} , после начального образования этой составляющей обратной волны не изменяет своей формы. Спектральный состав второй составляющей обратной волны G_{-}^{right} напрямую индуцируется прямой волной.

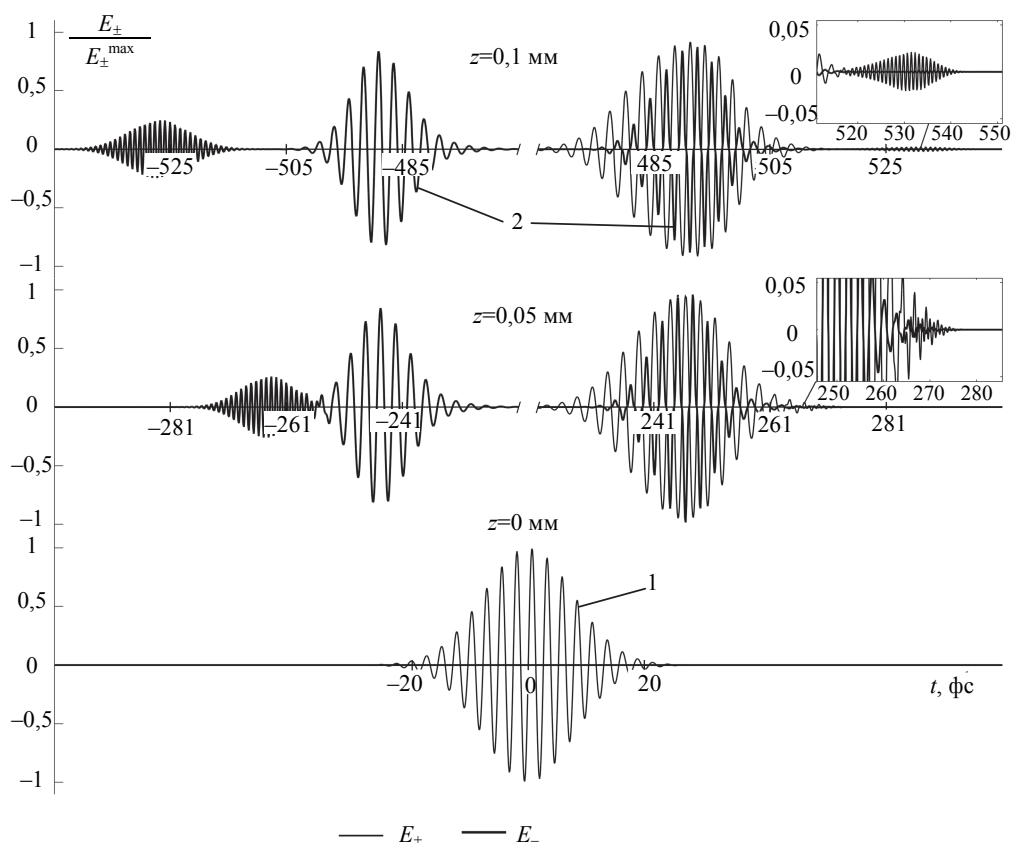


Рис. 1. Поля прямой (1) и обратной волн (2) импульса с параметрами $\lambda_0 = 780$ нм, $\Delta\tau_0 = 6T_0 = 15,6$ фс, $I = 2 \cdot 10^{10}$ кВт/см² при его распространении в одномодовом кварцевом волокне на расстояния: $z = 0; 0,05;$

$0,1$ мм. Отношение максимумов амплитуд полей прямой и обратной волн $E_-^{\max} / E_+^{\max} \approx 1,2 \cdot 10^{-3}$.

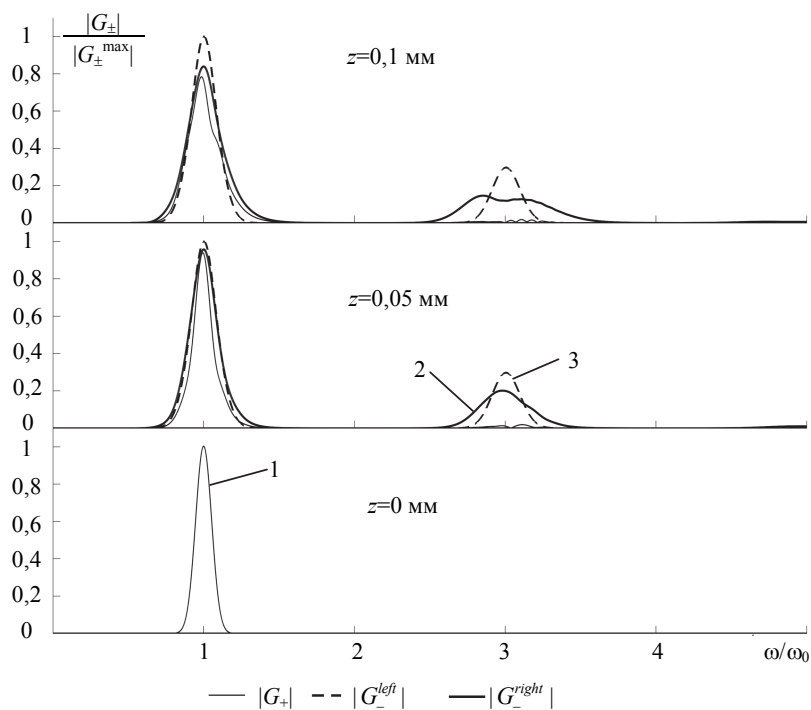


Рис. 2. Спектральные плотности прямой волны (1) и двух составляющих (2), (3) обратной волн импульса с параметрами $\lambda_0 = 780$ нм, $\Delta\tau_0 = 6T_0 = 15,6$ фс, $I = 2 \cdot 10^{10}$ кВт/см² при его распространении в одномодовом кварцевом волокне на расстояния: $z = 0; 0,05; 0,1$ мм. Отношение максимумов амплитуд полей прямой

и обратной волн $E_-^{\max} / E_+^{\max} \approx 1,2 \cdot 10^{-3}$

Чтобы нагляднее отобразить влияние, оказываемое электронно-колебательной нелинейностью на эволюцию импульса, на рис. 3 и 4 приведены огибающие полей прямой (1) и обратной волн соответственно, полученные с учетом электронно-колебательной нелинейности (2) и без (3), при распространении импульса на расстояние $z = 0,5$ мм. Из соотношения представленных огибающих видно, что добавление малоинерционного механизма нелинейности ведет к увеличению эффективности переноса энергии от прямой волны к обратной. Для получения огибающих использованы материалы [15].

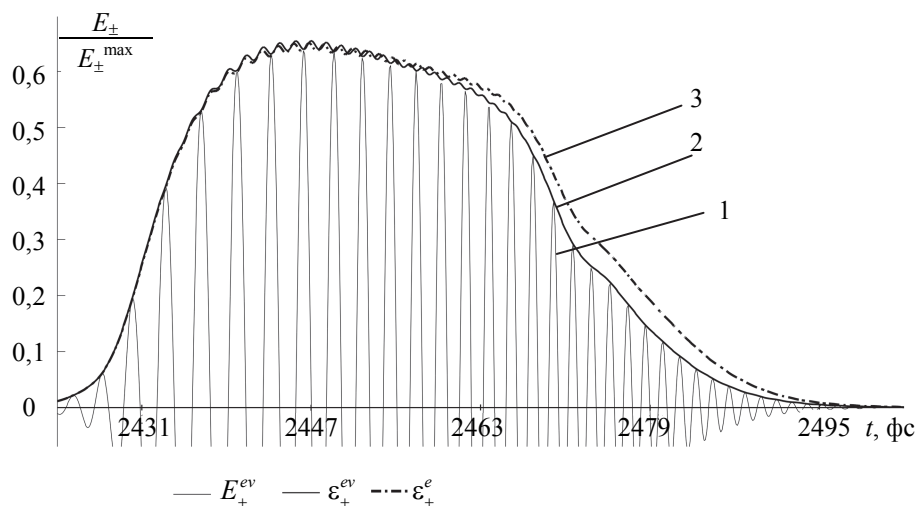


Рис. 3. Огибающие ε_+^{ev} , ε_+^e поля прямой волны E_+ (1), полученные с учетом электронно-колебательной нелинейности (2) и без (3), для импульса с параметрами, использованными ранее, при его распространении на расстояние $z = 0,5$ мм

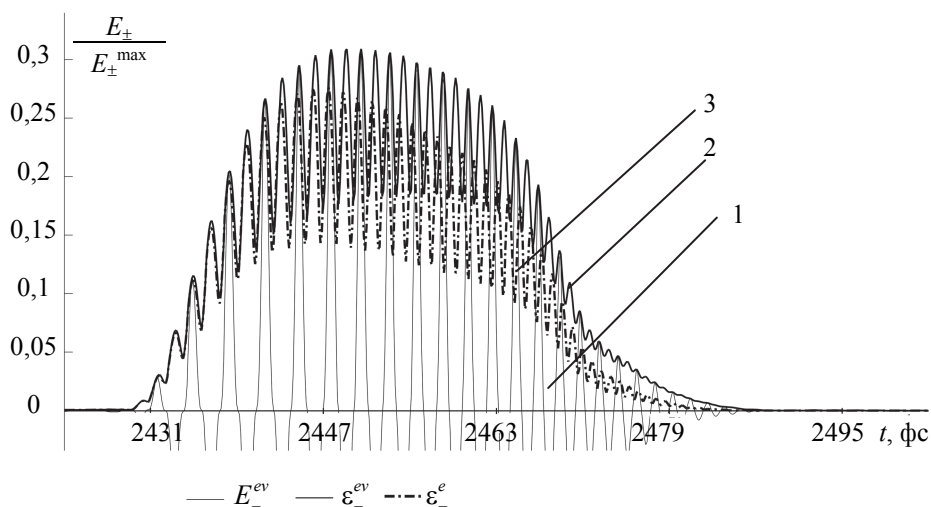


Рис. 4. Огибающие ε_-^{ev} , ε_-^e поля обратной волны E_- (1), полученные с учетом электронно-колебательной нелинейности (2) и без (3), для импульса с параметрами, использованными ранее, при его распространении на расстояние $z = 0,5$ мм

Заключение

Представлен численный метод расчета эволюции прямой и обратной волн интенсивного фемтосекундного импульса в одномодовом кварцевом волокне с учетом нерезонансных дисперсии и малоинерционной кубической нелинейности. Проведено моделирование, показывающее, что электронно-колебательная нелинейность не меняет качественно наблюдаемого поведения обратной волны в кварцевом волокне при интенсивностях импульса, не превышающих $2 \cdot 10^{10}$ кВт/см².

Тем не менее, принципиальная возможность дополнительной генерации обратной волны в ходе распространения импульса не исключена при других параметрах нелинейности. Вопрос существования таких параметров остается открытым, а представленный метод может служить инструментом для их проверки.

References

1. Kozlov S.A., Samartsev V.V. *Osnovy Femtosekundnoi Optiki* [Basics of Femtosecond Optics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2009, 292 p.
2. Brabec T., Krausz F. Intense few-cycle laser fields: frontiers of nonlinear optics. *Reviews of Modern Physics*, 2000, vol. 72, no. 2, pp. 545–591.
3. Bespalov V.G., Kozlov S.A., Shpolyanskiy Yu.A., Walmsley I.A. Simplified field wave equations for the nonlinear propagation of extremely short light pulses. *Physical Review A – Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 2002, vol. 66, no. 1, pp. 138111–138110.
4. Kolesik M., Moloney J.V., Mlejnek M. Unidirectional optical pulse propagation equation. *Physical Review Letters*, 2002, vol. 89, no. 28, pp. 283902/1–283902/4.
5. Rozanov N.N. About the regime of unidirectional propagation of radiation in nonlinear media. *Optics and Spectroscopy*, 2008, vol. 104, no. 2, pp. 248–252. doi: 10.1007/s11449-008-2017-6
6. Rozanov N.N. On localized structures of radiation in a wide-aperture laser with a transverse inhomogeneity. *Optics and Spectroscopy*, 2009, vol. 106, no. 3, pp. 403–406. doi: 10.1134/S0030400X09030151
7. Kinsler P., Radnor S.B.P., New G.H.C. Theory of directional pulse propagation. *Physical Review A – Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 2005, vol. 72, no. 6, art. 063807. doi: 10.1103/PhysRevA.72.063807
8. Konev L.S., Shpolyanskiy Yu.A. Nonlinear self-reflection of intense ultra-wideband femtosecond pulses in optical fiber. *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, 2013, vol. 8772, art. 87720P. doi: 10.1117/12.2017075
9. Konev L.S., Shpolyanskiy Yu.A. Calculating the field and spectrum of the reverse wave induced when a femtosecond pulse with a superwide spectrum propagates in an optical waveguide. *Journal of Optical Technology (A Translation of Opticheskii Zhurnal)*, 2014, vol. 81, no. 1, pp. 6–11. doi: 10.1364/JOT.81.000006
10. Bespalov V.G., Kozlov S.A., Shpolyanskiy Yu.A. Method for analyzing the propagation dynamics of femtosecond pulses with a continuum spectrum in transparent optical media. *Journal of Optical Technology (A Translation of Opticheskii Zhurnal)*, 2000, vol. 67, no. 4, pp. 303–308.
11. Agrawal G.P. *Nonlinear Fiber Optics*. 3rd ed. Academic Press, 2001.
12. Platonenko V.T., Stamenov K.V., Khokhlov R.V. Induced Raman scattering in strong fields. *Sov. Phys. JEPT*, 1966, vol. 22, no. 4, pp. 827–831.
13. Stolen R.H., Gordon J.P., Tomlinson W.J., Haus H.A. Raman response function of silica-core fibers. *Journal of the Optical Society of America B: Optical Physics*, 1989, vol. 6, no. 6, pp. 1159–1166.
14. Akhmanov S.A., Vysloukh V.A., Chirkin A.S. *Optika Femtosekundnykh Lazernykh Impul'sov* [Optics of Femtosecond Laser Pulses]. Moscow, Nauka Publ., 1988, 312 p.
15. Shpolyanskiy Y.A. Envelope, phase, and frequency of ultrabroadband signal in a transparent medium. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 2010, vol. 111, no. 4, pp. 557–566. doi: 10.1134/S1063776110100055

- | | |
|--------------------------------------|--|
| Конеv Леонид Сергеевич | – аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, Leonides.konev@gmail.com |
| Точилкин Андрей Александрович | – студент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, Aweronus@gmail.com |
| Шполянский Юрий Александрович | – доктор физико-математических наук, доцент, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, Yuri.shpolyanskiy@gmail.com |
| Leonid S. Konev | – postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, Leonides.konev@gmail.com |
| Andrey A. Tochilkin | – student, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, Aweronus@gmail.com |
| Yuri A. Shpolyanskiy | – D.Sc., Associate professor, Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, Yuri.shpolyanskiy@gmail.com |