



УДК 532.529

НЕСИММЕТРИЧНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВСТРЕЧНЫХ КОСЫХ УДАРНЫХ ВОЛН

П.В. Булат^a, П.В. Денисенко^{a,b}, В.В. Упырев^a^a Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация^b Университет Уорвика, Ковентри, CV4 7AL, Великобритания

Адрес для переписки: pavelbulat@mail.ru

Информация о статье

Поступила в редакцию 25.06.15, принята к печати 28.07.15

doi:10.17586/2226-1494-2015-15-5-942-949

Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Булат П.В., Денисенко П.В., Упырев В.В. Несимметричное взаимодействие встречных косых ударных волн // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015. Т. 15. № 5. С. 942–949.

Аннотация

Предмет исследования. В работе приведены сведения об интерференции встречных скачков уплотнения, интенсивность и углы наклона к потоку которых различны. Данная задача имеет отношение к проблеме проектирования воздухозаборников с внутренним сжатием, а также детонационных двигателей с горением в стационарной пересжатой детонационной волне. Рассмотрены как регулярная форма интерференции, так и нерегулярная маховская. Приведены расчеты интенсивности отраженных скачков уплотнения для обоих случаев. Как будет показано ниже, имеется возможность получения очень большой разницы в интенсивности отраженных скачков. **Основные результаты.** Описаны критерии перехода от регулярного отражения встречных скачков к нерегулярному: критерий фон Неймана, а также критерий стационарной маховской конфигурации. Представлены зависимости интенсивности отраженных скачков от интенсивности взаимодействующих встречных скачков как для случая регулярного взаимодействия, так и для нерегулярной интерференции. Продемонстрирован вид зависимости интенсивности одного из отраженных скачков от интенсивности двух приходящих скачков как при переходе от регулярного к нерегулярному отражению в соответствии с критерием отсоединения фон Неймана, так и в соответствии с критерием стационарной маховской конфигурации. В первом случае переход сопровождается скачкообразным изменением интенсивности отраженного скачка, во втором случае интенсивность изменяется непрерывным образом. **Практическая значимость.** Результаты работы дополняют теорию интерференции стационарных газодинамических разрывов и могут быть использованы при проектировании перспективных воздухозаборников внутреннего сжатия сверхзвуковых и гиперзвуковых летательных аппаратов.

Ключевые слова

ударная волна, скачок уплотнения, маховское отражение, встречные скачки уплотнения, ударно-волновые структуры, гистерезис.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (Соглашение № 14.575.21.0057).

ASYMMETRICAL INTERFERENCE OF COUNTER OBLIQUE SHOCK WAVES

P.V. Bulat^a, P.V. Denissenko^{a,b}, V.V. Upyrev^a^a ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation^b University of Warwick, Coventry, CV4 7AL, United Kingdom

Corresponding author: pavelbulat@mail.ru

Article info

Received 25.06.15, accepted 28.07.15

doi:10.17586/2226-1494-2015-15-5-942-949

Article in Russian

For citation: Bulat P.V., Denissenko P.V., Upyrev V.V. Asymmetrical interference of counter oblique shock waves. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2015, vol. 15, no. 5, pp. 942–949.

Abstract

Subject of Study. The paper deals with data on the interference of shock waves with different intensity and slope angles to the flow of them. This problem is related to the problem of designing air intakes to the internal compression and detonation combustion engines in stationary overdriven detonation wave. A regular form of interference and irregular Mach one are considered. Intensity calculations of reflected shock waves for both cases are given. As shown below, there is a possibility of a very large difference in the intensity of the reflected shocks. **Main Results.** We describe transition criteria from regular to irregular reflection of counter shocks: von Neumann criterion and a stationary Mach configuration criterion. Intensity

dependences of the reflected intensity shocks from the interaction of colliding shock waves are presented both for the case of regular interaction, and irregular interference. We demonstrate intensity dependence of a reflected shock wave on the intensity of the two interacting shock waves, as in the transition from regular to irregular reflection, in accordance with von Neumann detaching criterion, and in accordance with a stationary Mach configuration criterion. In the first case, the transition is accompanied by an abrupt change in the intensity of the reflected shock; in the second case, the intensity varies in a continuous manner. **Practical Relevance.** The results supplement interference theory of stationary gas-dynamic discontinuities and are usable in the design of advanced air intakes of internal compression supersonic and hypersonic aircrafts.

Keywords

shock wave, Mach reflection, counter shock waves, shock-wave structure, hysteresis.

Acknowledgement

The work was carried out under financial support from the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (Agreement No.14.575.21.0057).

Введение

В работе представлены основные сведения о проблеме взаимодействия несимметричных встречных скачков уплотнения. Необходимость изучения встречных скачков возникает при проектировании современных воздухозаборников внутреннего сжатия, рассчитанных на большие числа Маха. Встречными косыми скачками уплотнения называются взаимодействующие скачки, которые разворачивают поток в разные стороны [1]. Если встречные скачки имеют одинаковую интенсивность и угол наклона, то задача полностью аналогична случаю отражения косого скачка от стенки [2], плоскости или оси симметрии [3]. Картины взаимодействия встречных скачков отличаются большим разнообразием, чем в случае отражения волны от стенки [4]. Так же, как и в случае отражения скачка от стенки, возможна как регулярная интерференция (РИ) встречных скачков уплотнения, так и нерегулярная маховская (МИ), маховское отражение.

Необходимость изучения встречных скачков возникает при проектировании современных воздухозаборников внутреннего сжатия [5, 6], рассчитанных на большие числа Маха, прямооточных воздушно-реактивных двигателей с дозвуковым и сверхзвуковым горением, в несимметричных плоских и трехмерных сверхзвуковых соплах и в ряде других случаев.

Другое направление связано с организацией детонационного горения в пересжатой стационарной детонационной волне [7]. Принципиальную схему двигателя со стационарной детонацией в системе косых ударных волн (Standing Detonation Wave Engine, SDWE) предложил в середине XX века Данлэп [8]. Топливо в SDWE инжектируется в сверхзвуковой поток, а детонационная волна стабилизируется клином или каким-либо другим способом. Продукты горения расширяются в сопле и производят реактивную тягу. Результаты численного моделирования, полученные в работах [9, 10], показывают, что двигатели с формированием стационарных детонационных волн оказываются работоспособными при числах Маха стационарного полета порядка $M=5-7$. В результате применение двигателей данного типа ограничено высокими числами Маха и необходимостью использования криогенного топлива.

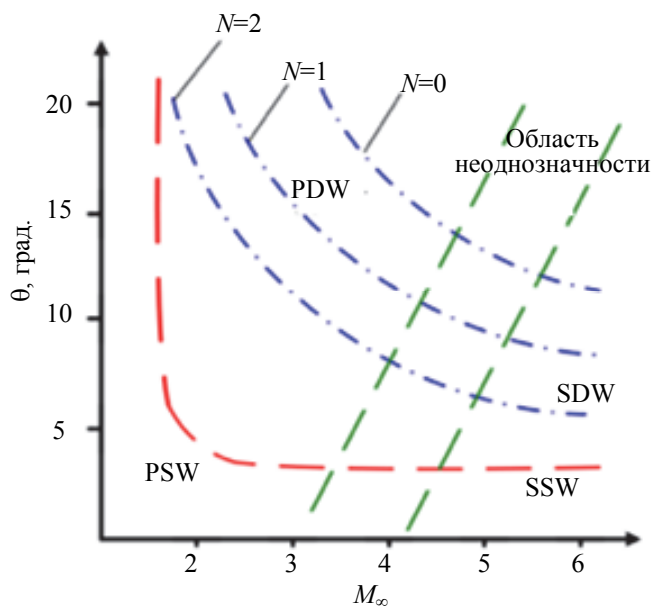


Рис. 1. Режимы работы SDWE.

PDW – пульсирующая детонационная волна; PSW – пульсирующая ударная волна; SDW – стационарная детонационная волна; SSW – стационарная ударная волна

Можно ли создать такие условия, чтобы горение за системой скачков уплотнения было стационарным при меньших числах Маха, допускающих применение углеводородного горючего? Задача решается [11, 12], например, тем, что в проточной части камеры сгорания создают систему симметричных наклонных встречных ударных волн, при этом в центральной части поперечного сечения камеры сгорания в результате взаимодействия этих волн формируется пересжатая детонационная волна – ножка Маха. Во фронте сформированной детонационной волны происходит детонационное сжигание смеси. В зависимости от числа Маха полета расход топлива должен быть таким, чтобы для образовавшейся топливно-воздушной смеси число Маха детонационной волны Чепмена–Жуге ($M=M_{CJ}$) было меньше, чем число Маха потока этой смеси во входном сечении камеры сгорания. Результаты расчетов показали, что формирование стационарной ножки Маха возможно, начиная со значений $M=3,15$, и соотношения $M/M_{CJ}=1,04$ и больше. Режимы работы двигателя SDWE в зависимости от числа Маха полета, угла клина θ и числа косых скачков уплотнения ($N=1, 2, 3$) перед замыкающей прямо ударной волной приведены на рис. 1. Недостатком схемы с симметричными встречными скачками является сложность организации подвода топлива в центральную часть потока к ножке Маха.

Альтернативой является использование схемы интерференции несимметричных встречных косых скачков уплотнения. В этом случае один из исходящих косых скачков будет иметь большую интенсивность, достаточную для воспламенения топливной смеси, а другой, наоборот, малую. Это упрощает схему подвода топлива и позволяет ее сделать односторонней. Как будет показано ниже, имеется возможность получения очень большой разницы в интенсивности отраженных скачков.

Математическая модель

В 1960 году Молдер [13] разработал аналитическую теорию регулярного взаимодействия встречных ударных волн. В современном виде методика расчета регулярных и нерегулярных взаимодействий встречных скачков сформулирована В.Н. Усковым [14]. Стоит отметить совместную работу сотрудников Института теоретической и прикладной механики СО РАН и Бен-Дора [15], в которой изучались асимметричные случаи взаимодействия встречных скачков.

Модель регулярного взаимодействия встречных скачков уплотнения

Условия динамической совместности на косом скачке уплотнения дают систему уравнений, связывающую интенсивность скачка уплотнения J , угол разворота потока β и угол наклона скачка уплотнения σ при заданном числе Маха M и показателе адиабаты γ :

$$J = (1 + \varepsilon)M^2 \sin^2 \sigma - \varepsilon, \quad (1)$$

$$\tan \beta = \sqrt{\frac{J_m - J}{J + \varepsilon}} \frac{(1 - \varepsilon)(J - 1)}{J_m + \varepsilon - (1 - \varepsilon)(J - 1)}, \quad J_m = (1 + \varepsilon)M^2 - \varepsilon, \quad (2)$$

$$\varepsilon = (\gamma - 1)/(\gamma + 1). \quad (3)$$

Ударная поляра – кривая, описывающая для заданного M зависимость логарифма интенсивности $\Lambda = \ln J$ от угла разворота потока на скачке β (соотношения (1)–(3)). Основной полярой будем называть ударную поляру, которая построена для числа Маха невозмущенного потока. На ней можно отметить точки $(J_1, -\beta_1)$ и (J_2, β_2) , соответствующие приходящим скачкам σ_1, σ_2 , где J_1, J_2 – интенсивность первого и второго скачка, а β_1 и β_2 – углы разворота потока соответственно. Тогда из этих точек можно построить вторичные ударные поляры по числам Маха за этими скачками. Если поляры пересекаются (рис. 2), то интерференция регулярная, и образуется ударно-волновая структура (УВС), состоящая из четырех ударных волн.

Если вторичные поляры, соответствующие скачкам σ_1 и σ_2 , не пересекаются, то регулярное взаимодействие встречных скачков невозможно, и образуется УВС с пятью ударными волнами. Очевидно, что границей области существования нерегулярной интерференции является случай, когда вторичные поляры касаются друг друга (обозначено кружком на рис. 3). Этот критерий назван фон Неманом критерием «отсоединения» в том смысле, что при дальнейшем увеличении интенсивности приходящих скачков вторичные поляры отсоединяются друг от друга.

Нетрудно заметить, что представленный на рис. 3 случай описывает два возможных отличных друг от друга решения, так как каждая из вторичных поляр пересекает еще и основную поляру (обозначены квадратами на рис. 3). Таким образом, существует область неоднозначности решения, в которой возможна регулярная или нерегулярная интерференция. Границей области неоднозначности является случай, когда вторичные поляры пересекаются в точке, лежащей на основной поляре. Этот критерий называется критерием стационарной маховской конфигурации (СМК), поскольку он соответствует УВС с ножкой Маха, интенсивность которой максимальная для заданного числа Маха.

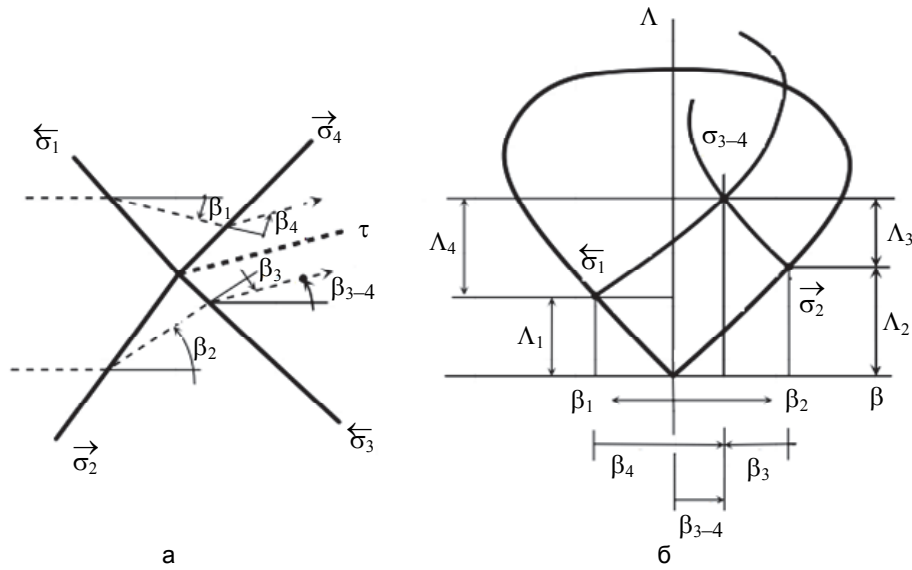


Рис. 2. Решение на плоскости поляр задачи о регулярном взаимодействии скачков: вид ударно-волновой структуры (а); решение на плоскости поляр (б). τ – тангенциальный разрыв

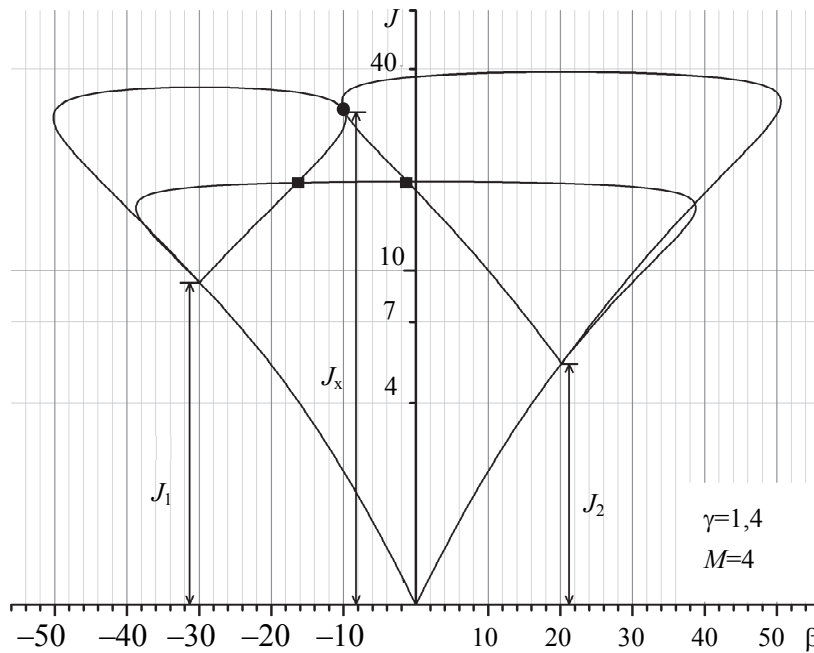


Рис. 3. Касание вторичных ударных поляр как граница РИ/МИ (пояснения в тексте)

Уравнение интерференции встречных скачков в случае регулярного взаимодействия имеет вид

$$\beta_\sigma(\hat{M}_1, J_4) = -\beta_\sigma\left(\frac{J_1}{J_2} J_4, \hat{M}_2\right) + \beta_\sigma(M, J_1) + \beta_\sigma(M, J_2). \quad (4)$$

Углы отклонения потока на накрест лежащих скачках приблизительно равны $\beta_2 \approx \beta_4$ и $\beta_1 \approx \beta_3$ при произвольных интенсивностях входящих скачков. При равных интенсивностях входящих скачков уплотнения ($J_1 = J_2$) интенсивности исходящих разрывов равны ($J_3 = J_4$), и их расчет аналогичен задаче об отражении скачков от стенки. За скачками σ_3 и σ_4 потоки должны быть параллельны друг другу, поэтому скачок σ_4 разворачивает поток в направлении, противоположном развороту потока на скачке σ_1 ; со скачками σ_2 и σ_3 – аналогично. Итоговый угол разворота β_{3-4} определяется как алгебраическая сумма углов разворота потока на всех скачках. Давления за скачками σ_3 и σ_4 должны быть равны, поэтому $\Lambda_1 + \Lambda_4 = \Lambda_2 + \Lambda_3$.

Модель нерегулярного взаимодействия встречных скачков уплотнения

Если вторичные поляры, соответствующие скачкам σ_1 и σ_2 , не пересекаются, то регулярное взаимодействие встречных скачков, описываемое уравнением (4), невозможно. Интенсивность

приходящего скачка, соответствующая критерию отсоединения, обозначается J_R , а соответствующая критерию СМК – J_0 . В отличие от симметричного случая, когда данные критерии определялись только интенсивностью приходящего скачка, в несимметричном случае эти критерии определяются как функция интенсивности одного приходящего скачка от другого ($J_1=f(J_2)$ или $J_2=f(J_1)$ в силу симметрии).

Если интенсивности приходящих скачков равны $J_1=J_2$, то эта точка располагается в вершине основной поляры, и переход РИ → МИ начинается при $J_1=J_2=J_0$; J_0 определяется формулой

$$\begin{aligned} A_3 &= 1 - \varepsilon^2, \\ A_2 &= -\left((1 + \varepsilon - \varepsilon^2 + \varepsilon^3)J_m + 1 + \varepsilon^2\right), \\ \sum_{k=0}^3 A_k J_0^k &= 0, \quad A_1 = \varepsilon(1 + J_m)\left[(1 - \varepsilon)J_m - 2\right], \\ A_0 &= (1 - \varepsilon)J_m(J_m - 1), \\ J_m &= (1 + \varepsilon)M^2 - \varepsilon. \end{aligned} \tag{5}$$

Для случая $J_1 \neq J_2$ в уравнении (5) каждому значению J_2 соответствует величина J_{01} , определяющая начало нерегулярной интерференции. Будем называть f_R функцию, соответствующую критерию отсоединения, и f_0 – критерию стационарной маховской конфигурации. Тогда всю область решения можно разделить на три подобласти, которые можно задать следующей системой неравенств:

$$\begin{cases} J_1 < f_0(J_2), \\ f_0(J_2) > J_1 > f_R(J_2), \\ J_1 > f_R(J_2). \end{cases} \tag{6}$$

Первое неравенство задает условие существования только регулярного отражения, третье – только нерегулярного, второе – область неоднозначности, где могут существовать и регулярные, и нерегулярные отражения.

Расчет производится в следующей последовательности: по заданным значениям M и J_2 рассчитывается тройная конфигурация ударных волн и находится интенсивность J_{1-4} главного скачка уплотнения в этой конфигурации. Величина J_{1-4} позволяет путем расчета тройной конфигурации при скачке σ_1 найти интенсивность J_{01} другого скачка уплотнения, при которой существует данная тройная конфигурация. При этом считается, что главный скачок прямолинеен и $J_{1-4}=J_{2-3}$.

Результаты и анализ

На рис. 4 на плоскости, заданной интенсивностями приходящих скачков J_1 и J_2 , представлены результаты расчета границ существования интерференции встречных скачков регулярного и нерегулярного видов на основе решения системы (6).

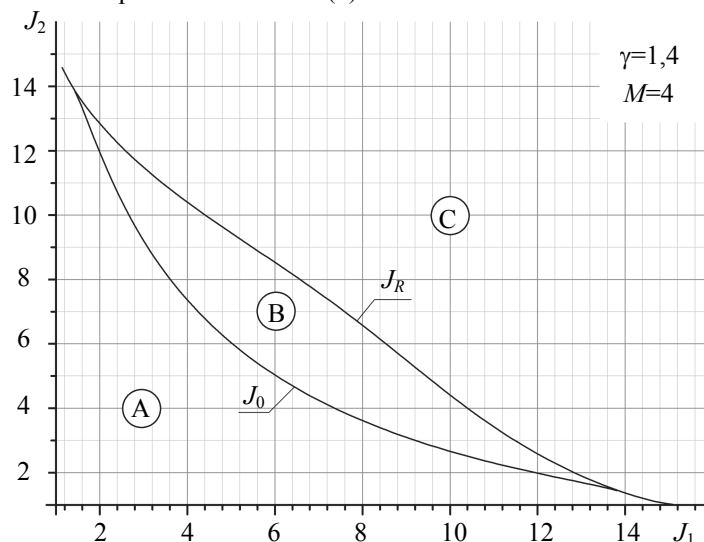


Рис. 4. Границы области существования различных типов интерференции встречных скачков в зависимости от интенсивности двух приходящих скачков.

А – область существования только регулярных отражений скачков; В – область неоднозначности, когда могут существовать оба типа отражения; С – область существования только нерегулярных отражений скачков

Зависимость интенсивности отраженных скачков σ_3 и σ_4 от интенсивности взаимодействующих скачков σ_1 и σ_2 приведена на рис. 5.

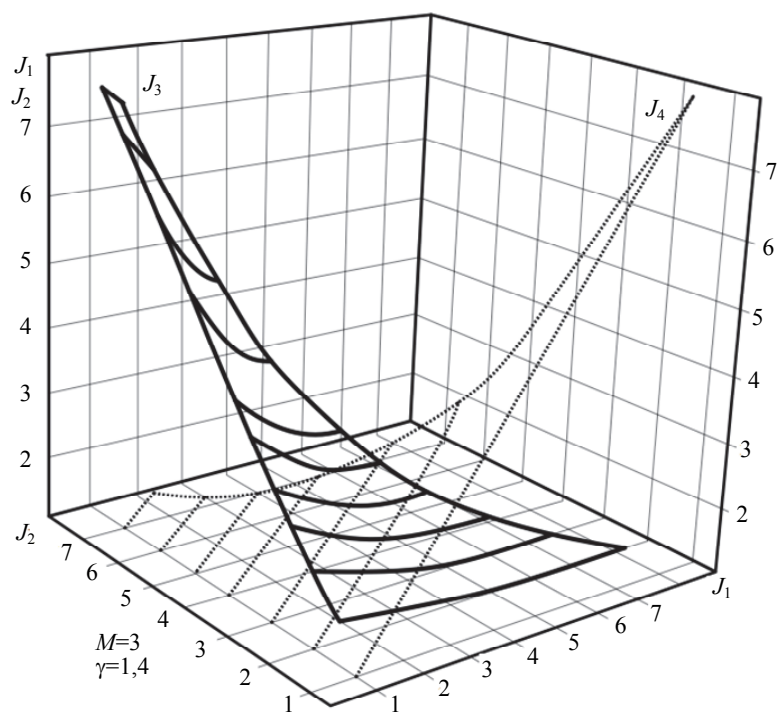


Рис. 5. Зависимость интенсивности отраженных скачков от интенсивности входящих скачков при регулярном взаимодействии

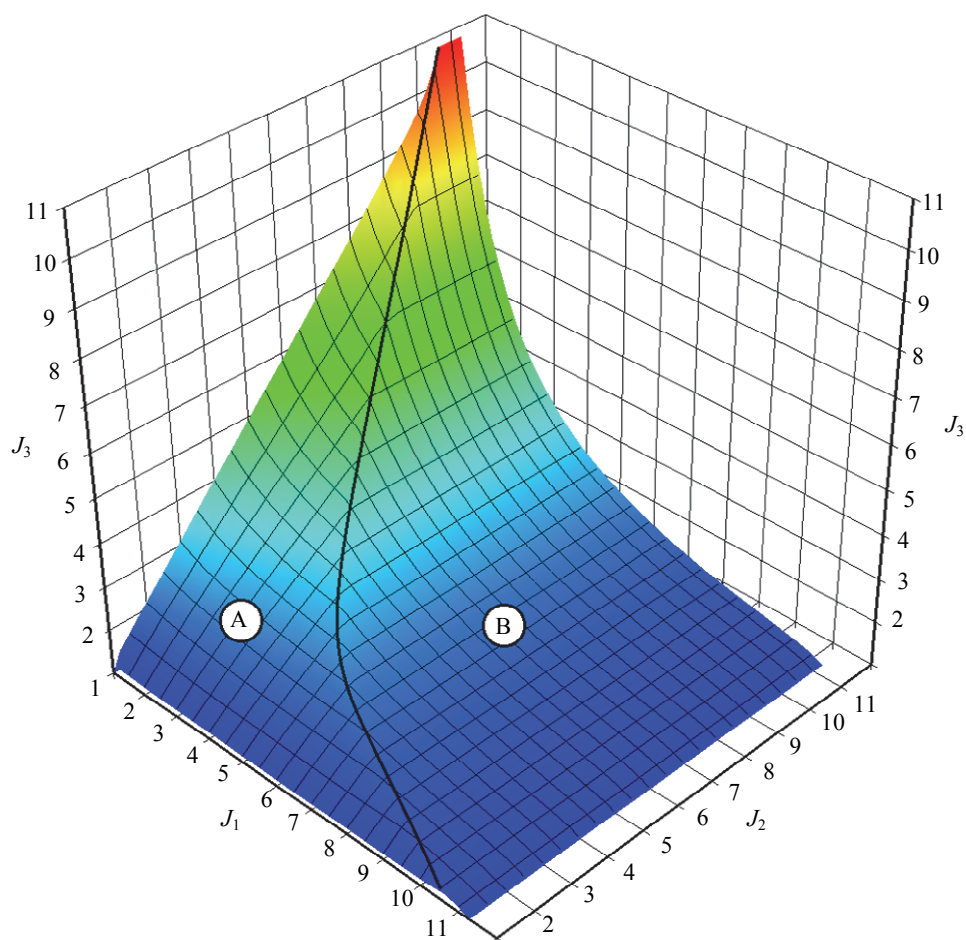


Рис. 6. Зависимость интенсивности отраженного скачка 3 от интенсивности входящих скачков 1 и 2. Критерий стационарной маховской конфигурации. $M=3,5$, $\gamma=1,4$. А – регулярное отражение, В – нерегулярное отражение скачков

Если при регулярной интерференции зафиксировать интенсивность одного из скачков, например σ_1 , а интенсивность второго скачка σ_2 увеличивать, то увеличивается интенсивность накрест лежащих скачков (в рассматриваемом случае σ_3), а интенсивность прилежащего скачка σ_4 уменьшается. Как видно, интенсивности накрест лежащих скачков уплотнения могут отличаться весьма значительно.

На рис. 6 представлены результаты расчета интенсивности отраженного скачка как функции интенсивностей двух приходящих скачков для момента перехода от регулярной интерференции к нерегулярной в соответствии с критерием СМК. Область А соответствует регулярному отражению, В – нерегулярному. Линия, разделяющая области А и В, соответствует стационарной маховской конфигурации.

На рис. 7 показаны результаты расчета интенсивности отраженного скачка в зависимости от интенсивности двух приходящих скачков J_1 и J_2 , но для случая перехода к нерегулярному взаимодействию в соответствии с критерием отсоединения. Как видно, на рисунке имеется вертикальный излом поверхности между поверхностями А и В. Этот участок соответствует тому, что при переходе от регулярного взаимодействия к нерегулярному интенсивность отраженного разрыва меняется скачком. В данной области возможно существование как регулярного отражения, так и маховского отражения. В зависимости от направления изменения параметров имеет место гистерезис, т.е. переходы между РИ и МИ осуществляются при разных параметрах.

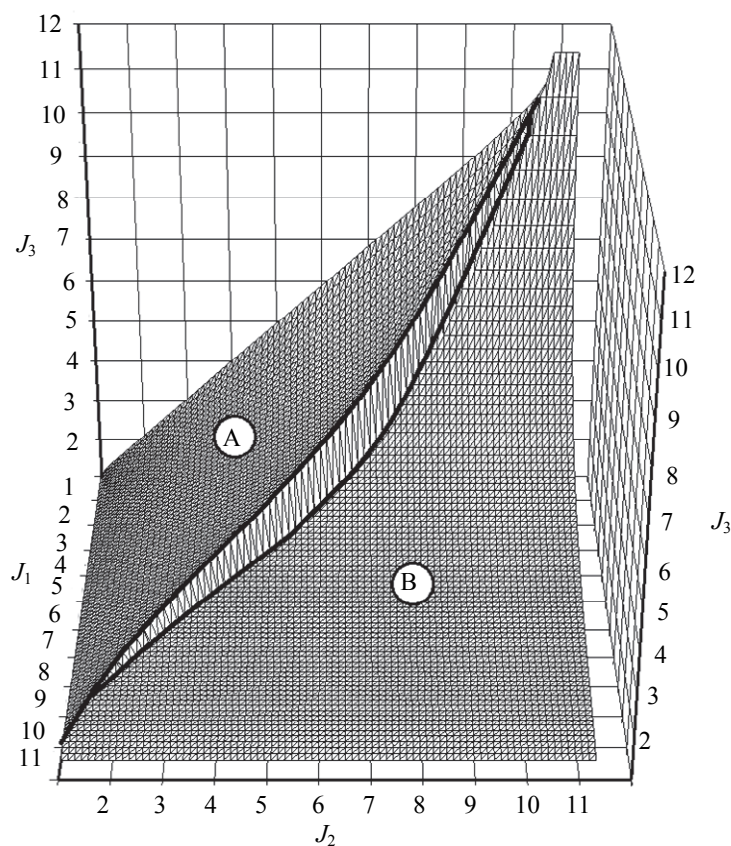


Рис. 7. Зависимость интенсивности отраженного скачка 3 от интенсивности приходящих скачков 1 и 2. Критерий отсоединения. $M=3,5$, $\gamma=1,4$. А – регулярное отражение, В – нерегулярное отражение скачков

Заключение

Выполнены расчеты двух случаев несимметричного взаимодействия встречных скачков уплотнения: регулярного и нерегулярного. Продемонстрировано, что интенсивность отраженных скачков может существенно отличаться, и их интенсивность изменяется обратно пропорционально интенсивностям соответствующих накрест лежащих приходящих скачков. Рассмотренное взаимодействие несимметричных встречных скачков сложнее случая отражения скачка уплотнения от стенки. Переход от регулярного отражения к нерегулярному может происходить плавно при больших числах Маха или скачком при небольших числах Маха.

Литература

1. Bulat P.V., Denisenko P.V., Prodan N.V. Interference of counterpropagating shock waves. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2015, vol.15, no. 2, pp. 346–355.

- doi: 10.17586/2226-1494-2015-15-2-346-355. (In Russian)
2. Bulat P.V., Upyrev V.V., Denisenko P.V. Oblique shock wave reflection from the wall. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2015, vol.15, no. 2, pp. 338–345. doi: 10.17586/2226-1494-2015-15-2-338-345. (In Russian)
 3. Uskov V.N., Bulat P.V., Prodan N.V. History of study of the irregular reflection of shock wave from the symmetry axis with a supersonic jet Mach disk. *Fundamental'nye Issledovaniya*, 2012, no. 9–2, pp. 414–420. (In Russian)
 4. Ben-Dor G. Two-dimensional interactions. In *Handbook of Shock Waves*. Eds G. Ben-Dor, O. Igra, T. Elperin. Boston, Academic Press, 2001, 824 p.
 5. Fomin V.M., Hornung H.G., Ivanov M.S., Kharitonov A.M., Klemenkov G.P., Kudryavtsev A.N., Pavlov A.A. The study of transition between regular and Mach reflection of shock waves in different wind tunnels. *Proc. 12th Int. Mach Reflection Symposium*. Pilanesberg, South Africa, 1996, pp. 137–151.
 6. Drayna T.W., Nompelis I., Candler G.V. Hypersonic inward turning inlets: design and optimization. *Proc. 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting*. Reno, USA, 2006, vol. 5, pp. 3538–3548.
 7. Bulat P.V., Ilina E.E. The problem of creating detonation engine – current trends in aerospace engine manufacturing. *Fundamental'nye Issledovaniya*, 2013, no. 10–10, pp. 2140–2142. (In Russian)
 8. Dunlap R., Brehm R.L., Nicholls J.A. A preliminary study of the application of steady-state detonative combustion to a reaction engine. *Jet Propulsion*, 1958, vol. 28, pp. 451–456.
 9. Cambier J.-L., Adelman H., Menees G.P. Numerical simulations of an oblique detonation wave engine. *Journal of Propulsion and Power*, 1990, vol. 6, no. 3, pp. 315–323. doi: 10.2514/3.25436
 10. Choi J.-Y., Jeung I.-S., Yoon Y. Numerical study of scram accelerator starting characteristics. *AIAA Journal*, 1998, vol. 36, no. 6, pp. 1029–1038.
 11. Ivanov M.S., Kudryavtsev A.N., Trotsjuk A.V., Fomin V.M. *Method of Organization of Detonation Combustion Chamber of Supersonic Ramjet Engine*. Patent RU2285143.
 12. Aleksandrov V.G., Vedeshkin G.K., Kraiko A.N., Ogorodnikov D.A., Reent K.S., Skibin V.A., Chernyi G.G. *Sverkhzvukovoi Pul'siruyushchii Detonatsionnyi Pryanotochnyi Vozdushno-Reaktivnyi Dvigatel' (SPDPD) i Sposob Funktsionirovaniya SPDPD*. Patent RU 2157909.
 13. Molder S. *Head-on interaction of oblique shock waves*. University of Toronto Institute of Aerophysics Technical Note, 1960, no. 38.
 14. Adrianov A.L., Starykh A.L., Uskov V.N. *Interferentsiya Statsionarnykh Gazodinamicheskikh Razryvov* [Interference Stationary Gasdynamic Discontinuities]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1995, 180 p.
 15. Ivanov M.S., Ben-Dor G., Elperin T., Kudryavtsev A.N., Khotyanovsky D.V. The reflection of asymmetric shock waves in steady flows: a numerical investigation. *Journal of Fluid Mechanics*, 2002, vol. 469, pp. 71–87. doi: 10.1017/S0022112002001799

- Булат Павел Викторович** – кандидат физико-математических наук, кандидат экономических наук, руководитель научной лаборатории, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, pavelbulat@mail.ru
- Денисенко Петр Викторович** – кандидат физико-математических наук, инженер, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация; научный сотрудник, Университет Уорвика, Ковентри, CV4 7AL, Великобритания, p.denissenko@gmail.com
- Упырев Владимир Владимирович** – аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, upyrevvv@ya.ru
- Pavel V. Bulat** – PhD in physics and mathematics, PhD in economics, Scientific Supervisor of International Laboratory, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, pavelbulat@mail.ru
- Petr V. Denissenko** – PhD in applied mathematics, engineer, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation; researcher, University of Warwick, Coventry, CV4 7AL, United Kingdom, p.denissenko@gmail.com
- Vladimir V. Upyrev** – postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, upyrevvv@ya.ru