

УДК 62.50

РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ СИГНАЛЬНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ПРИ АНАЛИТИЧЕСКОМ КОНСТРУИРОВАНИИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО КОМПЕНСАТОРА В ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ПЬЕЗОПРИВОДОМ

С.В. Быстров^а, Н.А. Вундер^а, А.В. Ушаков^а

^а Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

Адрес для переписки: sbystrov@mail.ru

Информация о статье

Поступила в редакцию 22.01.16, принята к печати 16.03.16

doi: 10.17586/2226-1494-2016-16-3-451-459

Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Быстров С.В., Вундер Н.А., Ушаков А.В. Решение проблемы сигнальной неопределенности при аналитическом конструировании последовательного компенсатора в задаче управления пьезоприводом // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2016. Т. 16. № 3. С. 451–459. doi: 10.17586/2226-1494-2016-16-3-451-459

Аннотация

Предмет исследования. Представлены результаты исследования проблемы сигнальной неопределенности. Проблема естественным образом встает перед разработчиками следящих систем при аналитическом конструировании последовательных компенсаторов, доставляющих следящим системам требуемые показатели качества. **Метод.** Задача решена на основе использования инженерного подхода Бесекерского, сформулированного им в 1958 году. Это позволило снизить требования к сигнальному составу задающих воздействий следящих систем путем использования только двух их количественных характеристик – максимальных скорости и ускорения. Информация о максимальных скорости и ускорении задающего воздействия позволяет ввести в рассмотрение эквивалентное гармоническое воздействие с вычисляемыми амплитудой и частотой. В сочетании с требованиями к максимальной ошибке слежения амплитуда и частота эквивалентного гармонического воздействия позволяют оценить аналитически значения амплитудной характеристики системы по ошибке с последующим пересчетом ее к амплитудной характеристике передаточной функции разомкнутой системы. Если ранее подход Бесекерского в основном использовался применительно к аппарату логарифмических характеристик, авторами этот подход используется для аналитического конструирования последовательных компенсаторов. **Основные результаты.** Предложенный прием использован для конструирования аналитического представления полиномиальных динамических моделей «вход–выход» и «ошибка–выход» проектируемой системы. Желаемая модель проектируемой системы в форме аналитического представления передаточной функции «ошибка–выход» положена в основу аналитического конструирования последовательного компенсатора, доставляющего проектируемой системе желаемую структуру мод ее матрицы состояния и, как следствие, необходимый набор динамических показателей. Предложенная процедура аналитического конструирования последовательного компенсатора на основе инженерного подхода Бесекерского в условиях сигнальной неопределенности проиллюстрирована примером. **Практическая значимость.** Полученные теоретические результаты использованы в задаче разработки системы точного позиционирования с пьезоэлектрическим исполнительным устройством. Авторы полагают, что полученная в работе процедура аналитического синтеза последовательного компенсатора может быть также использована для проектирования следящих приводов произвольного назначения.

Ключевые слова

сигнальная неопределенность, подход Бесекерского, последовательный компенсатор, пьезоэлектрическое исполнительное устройство, система точного позиционирования

Благодарности

Работа поддержана правительством Российской Федерации (Грант 074-U01) и Министерством образования и науки Российской Федерации (Проект 14. Z50.31.0031).

SOLUTION OF SIGNAL UNCERTAINTY PROBLEM AT ANALYTICAL DESIGN OF CONSECUTIVE COMPENSATOR IN PIEZO ACTUATOR CONTROL

S.V. Bystrov^а, N.A. Vunder^а, A.V. Ushakov^а

^а ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

Corresponding author: sbystrov@mail.ru

Article info

Received 22.01.16, accepted 16.03.16

doi: 10.17586/2226-1494-2016-16-3-451-459

Article in Russian

For citation: Bystrov S.V., Vunder N.A., Ushakov A.V. Solution of signal uncertainty problem at analytical design of consecutive compensator in piezo actuator control. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2016, vol. 16, no. 3, pp. 451–459. doi: 10.17586/2226-1494-2016-16-3-451-459

Abstract

Subject of Research. We present research results for the signal uncertainty problem that naturally arises for the developers of servomechanisms, including analytical design of serial compensators, delivering the required quality indexes for servomechanisms. **Method.** The problem was solved with the use of Besekerskiy engineering approach, formulated in 1958. This gave the possibility to reduce requirements for input signal composition of servomechanisms by using only two of their quantitative characteristics, such as maximum speed and acceleration. Information about input signal maximum speed and acceleration allows entering into consideration the equivalent harmonic input signal with calculated amplitude and frequency. In combination with requirements for maximum tracking error, the amplitude and frequency of the equivalent harmonic effects make it possible to estimate analytically the value of the amplitude characteristics of the system by error and then convert it to amplitude characteristic of open-loop system transfer function. While previously Besekerskiy approach was mainly used in relation to the apparatus of logarithmic characteristics, we use this approach for analytical synthesis of consecutive compensators. **Main Results.** Proposed technique is used to create analytical representation of "input–output" and "error–output" polynomial dynamic models of the designed system. In turn, the desired model of the designed system in the "error–output" form of analytical representation of transfer functions is the basis for the design of consecutive compensator, that delivers the desired placement of state matrix eigenvalues and, consequently, the necessary set of dynamic indexes for the designed system. The given procedure of consecutive compensator analytical design on the basis of Besekerskiy engineering approach under conditions of signal uncertainty is illustrated by an example. **Practical Relevance.** The obtained theoretical results are used in the task of developing precise positioning systems with piezoelectric actuation mechanism. Proposed procedure for analytical synthesis of consecutive compensator is also believed to be usable for design of servo mechanisms of arbitrary application.

Keywords

signal uncertainty, Besekerskiy approach, consecutive compensator, piezoelectric actuator, precise positioning system

Acknowledgements

This work was supported by the Government of the Russian Federation, Grant 074-U01 and the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (Project 14. Z50.31.0031)

Введение. Постановка задачи

Проблема аналитического конструирования последовательного компенсатора на основе инженерного подхода Бесекерского в условиях сигнальной неопределенности возникла в связи с желанием авторов максимально упростить процедуру проектирования реальных следящих систем с пьезоэлектрическими исполнительными устройствами. Первым шагом в реализации этого желания является намерение синтезировать систему с использованием последовательного компенсатора. Впервые предложение осуществить наделение матрицы состояния проектируемой системы желаемой структурой мод с помощью последовательного компенсатора было высказано в работе [1]. Заманчивость этого решения состоит в том, что оно является аналитическим и всегда приводит к физически реализуемым передаточным функциям последовательного компенсатора. Позднее этот подход получил достаточно завершённый вид в работе [2], но проблемные ниши еще сохранились. Со временем, по мере развития метода модального управления [3–9], сложилась процедура назначения желаемой структуры мод матрицы состояния проектируемой системы, состоящая из двух фаз. В первой фазе процедуры используется сильная гипотеза о полной измеримости всех компонентов вектора состояния, на основе которой формируется матрица обратных связей по состоянию, доставляющая системе желаемую структуру мод. Во второй фазе производится отказ от этой гипотезы и строится дополнительная динамическая система (наблюдатель), задачей которой является оценка компонентов вектора состояния, используемых для формирования сигнала управления. Двухфазная процедура синтеза динамического модального управления является достаточно громоздкой. Кроме того, в системах с пьезоэлектрическими исполнительными устройствами точное измерение всех компонентов вектора состояния не представляется возможным, особенно в квазистатических режимах работы, характерных для систем позиционирования.

Таким образом, решение задачи наделения проектируемой системы желаемыми динамическими свойствами с помощью последовательного компенсатора обладает очевидными преимуществами.

Синтез систем управления всегда происходит в условиях сигнальной неопределенности. Это объективная данность. При этом проблема сигнальной неопределенности в настоящей работе решается с помощью инженерного подхода Бесекерского.

Формирование полиномиальной динамической модели проектируемой системы на основе инженерного подхода Бесекерского

Прежде чем приступить к решению задачи, вынесенной в заголовок раздела, сформулируем следующее утверждение.

Утверждение 1. Если полиномиальная динамическая модель (ПДМ), описываемая передаточной функцией «вход–выход» вида

$$\Phi(s) = \frac{v_n}{s^n + \sum_{i=1}^n v_i s^{n-i}} = \frac{v_n}{D(s)}, \quad (1)$$

где $v_n, v_i, i = \overline{1, n}$ – коэффициенты полинома, s – переменная преобразования Лапласа, устойчива с запасом устойчивости по фазе $\Delta\varphi$ и при этом имеет переходную характеристику, характеризующуюся величиной перерегулирования σ и числом полукосильаний μ за время переходного процесса t_n , то ПДМ с передаточной функцией «вход–выход» вида

$$\Phi(s, \omega_0) = \frac{v_n \omega_0^n}{s^n + \sum_{i=1}^n v_i \omega_0^i s^{n-i}} = \frac{v_n \omega_0^n}{D(s, \omega_0)} \quad (2)$$

будет обладать тем же запасом устойчивости по фазе $\Delta\varphi$, той же величиной перерегулирования σ и тем же числом полукосильаний μ за время переходного процесса t_n , что и ПДМ (1), но в ω_0 раз более короткой длительностью переходного процесса. \square

Доказательство. Для доказательства утверждения запишем передаточную функцию (2) в развернутом виде:

$$\Phi(s, \omega_0) = \frac{v_n \omega_0^n}{s^n + \sum_{i=1}^n v_i \omega_0^i s^{n-i}} = \frac{v_n \omega_0^n}{s^n + v_1 \omega_0 s^{n-1} + v_2 \omega_0^2 s^{n-2} + \dots + v_{n-1} \omega_0^{n-1} s + v_n \omega_0^n}. \quad (3)$$

Поделим числитель и знаменатель выражения (3) на ω_0^n , тогда получим

$$\Phi(s, \omega_0) = \frac{v_n}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^n + v_1 \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^{n-1} + \dots + v_{n-1} \left(\frac{s}{\omega_0}\right) + v_n} = \frac{v_n}{\bar{s}^n + \sum_{i=1}^n v_i \bar{s}^{n-i}} = \Phi(\bar{s}),$$

где $\bar{s} = s/\omega_0$. Утверждение доказано. \blacksquare

Примечание 1. Доказанное утверждение делает справедливым положение о том, что корни $s_i (i = \overline{1, n})$ полинома $D(s)$ и корни $s_i(\omega_0) (i = \overline{1, n})$ полинома $D(s, \omega_0)$ связаны соотношением $s_i(\omega_0) = \omega_0 s_i (i = \overline{1, n})$.

Нетрудно видеть из доказанного утверждения, что при любых значениях ω_0 система с передаточной функцией (2) будет устойчива и будет иметь запас устойчивости и величину перерегулирования такие же, как система с передаточной функцией (1), но временные и частотные показатели системы будут определяться при фиксированных коэффициентах $v_i (i = \overline{1, n})$ выбранным значением характеристической частоты ω_0 . Коэффициенты v_i определяют вид размещения корней полинома знаменателя передаточной функции. Наиболее употребительными видами размещений корней полинома числителя являются размещения с круговой структурой корней Баттерворта и с биномиальной структурой корней Ньютона [10]. Структура корней Баттерворта обладает хорошей робастностью [10], но наделяет переходную характеристику системы ненулевым перерегулированием, которое увеличивается с ростом размерности системы. Структура корней Ньютона характеризуется полным отсутствием перерегулирования при любой размерности системы, что и делает ее особенно привлекательной для синтеза систем точного позиционирования с пьезоэлектрическими исполнительными устройствами. Коэффициенты полинома в знаменателе передаточной функции со структурой корней Ньютона вычисляются в силу правила разложения бинома Ньютона с помощью выражения

$$v_i = C_n^i = \frac{n!}{i!(n-i)!}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (4)$$

где C_n^i – число сочетаний из n (степень полинома) по i . \blacksquare

Утверждение 2. Если передаточная функция проектируемой системы с желаемыми динамическими свойствами имеет представление

$$\Phi(s, \omega_0) = \frac{v_n \omega_0^n}{s^n + \sum_{i=1}^n v_i \omega_0^i s^{n-i}} = \frac{v_n \omega_0^n}{s^n + v_1 \omega_0 s^{n-1} + v_2 \omega_0^2 s^{n-2} + \dots + v_{n-1} \omega_0^{n-1} s + v_n \omega_0^n},$$

то добротность D_1 по скорости такой системы определится выражением

$$D_1 = v_n \omega_0 / v_{n-1}. \quad \square(5)$$

Доказательство. Доказательство утверждения опирается на содержательное определение добротности по скорости, в соответствии с которым

$$D_1 = \dot{g}_0 / \varepsilon_y, \quad (6)$$

где \dot{g}_0 – постоянная скорость изменения входного воздействия $g(t)$ в кинетическом режиме, ε_y – значение установившейся ошибки, вычисляемой в силу соотношения

$$\varepsilon_y = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t). \quad (7)$$

В соответствии с теоремой о конечном значении оригинала [11] выражение (7) можно представить следующей цепочкой соотношений:

$$\varepsilon_y = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s\Phi_\varepsilon(s, \omega_0)G(s), \quad (8)$$

где $E(s), G(s)$ – соответственно лапласовы образы ошибки $\varepsilon(t)$ и входного воздействия $g(t)$; $\Phi_\varepsilon(s, \omega_0)$ – передаточная функция системы по ошибке, вычисляемая с помощью соотношений

$$\Phi_\varepsilon(s, \omega_0) = \frac{E(s)}{G(s)} = 1 - \Phi(s, \omega_0) = \frac{s^n + v_1 \omega_0 s^{n-1} + v_2 \omega_0^2 s^{n-2} + \dots + v_{n-1} \omega_0^{n-1} s}{s^n + v_1 \omega_0 s^{n-1} + v_2 \omega_0^2 s^{n-2} + \dots + v_{n-1} \omega_0^{n-1} s + v_n \omega_0^n}. \quad (9)$$

Для входного воздействия $g(t)$ в кинетическом режиме $g(t) = \dot{g}_0 t$ его лапласов образ $G(s)$ задается выражением

$$G(s) = \dot{g}_0 / s^2. \quad (10)$$

Если в выражение (8) подставить (9) и (10) и совершить предельный переход $s \rightarrow 0$, то получим $\varepsilon_y = \dot{g}_0 \frac{v_{n-1}}{v_n \omega_0}$, что с использованием (6) приводит к (5). ■

Примечание 2. Если знаменатель передаточной функции «вход–выход» $\Phi(s, \omega_0)$ проектируемой системы имеет биномиальную структуру Ньютона своих корней, то в силу (4) v_{n-1}, v_n имеют представления

$$v_{n-1} = C_n^{n-1} = n, \quad v_n = C_n^n = 1. \quad (11)$$

Подстановка (11) в (5) дает для добротности по скорости в случае биномиальной структуры корней Ньютона представление

$$D_1 = v_n \omega_0 / v_{n-1} = \omega_0 / n.$$

Полные динамические характеристики систем со структурой корней Ньютона полинома передаточной функции (2) приведены в таблице, в которой ω_c – частота среза, M – модуль частотной характеристики «вход–выход», δ – модуль частотной характеристики по ошибке.

Порядок n	Аналитическое выражение полинома	$\sigma, \%$	$t_n \omega_0$	D_1 / ω_0	$\Delta\varphi$	$\omega_c \omega_0^{-1}$	Полоса пропускания $\Delta\omega / \omega_0$			
							$M \geq 0,707$	$M \geq 0,05$	$ 1 - M \leq 0,05$	$\delta \leq 0,05$
1	$s + \omega_0$	0	3	1	90	1	1	20	0,32	0,051
2	$s^2 + 2\omega_0 s + \omega_0^2$	0	4,8	0,5	76,4	0,5	0,7	5,04	0,25	0,024
3	$s^3 + 3\omega_0 s^2 + 3\omega_0^2 s + \omega_0^3$	0	6	0,333	71,3	0,33	0,5	2,78	0,17	0,017
4	$s^4 + 4\omega_0 s^3 + 6\omega_0^2 s^2 + 4\omega_0^3 s + \omega_0^4$	0	7,8	0,25	68,6	0,25	0,4	2,0	0,14	0,013
5	$s^5 + 5\omega_0 s^4 + 10\omega_0^2 s^3 + 10\omega_0^3 s^2 + 5\omega_0^4 s + \omega_0^5$	0	9	0,2	66,9	0,2	0,4	1,54	0,13	0,011

Таблица. Полные динамические характеристики систем со структурой корней Ньютона полинома знаменателя передаточной функции

Показатели качества систем с передаточной функцией (2) с полиномом знаменателя, имеющим структуру корней Ньютона, могут быть использованы для построения алгоритма синтеза системы точного позиционирования с пьезоэлектрическим исполнительным устройством на основе инженерного подхода Бесекерского. Напомним [12], что суть инженерного подхода Бесекерского состоит в том, что для проектирования системы слежения за внешним задающим воздействием $g(t)$ с заданной максимальной допустимой ошибкой ε_m достаточно иметь информацию о максимальном ускорении \ddot{g}_m и о максимальной скорости \dot{g}_m изменения задающего воздействия. Этой информации достаточно для построения алгоритма синтеза системы на заданную величину ошибки.

Основной результат.

Алгоритм синтеза системы на основе инженерного подхода Бесекерского

Предлагаемый алгоритм имеет следующий вид:

1. задать требования к показателям системы:
 - 1.1. в переходном режиме в виде нулевой величины перерегулирования ($\sigma = 0\%$) и длительности переходного процесса t_n ;
 - 1.2. в вынужденном режиме в виде максимально допустимой ошибки ε_m воспроизведения задающего воздействия и величины добротности по скорости D_1 ;
2. задать параметры задающего воздействия $g(t)$ в виде:
 - 2.1. величины максимальной скорости его изменения \dot{g}_m ;
 - 2.2. величины максимального ускорения \ddot{g}_m ;
3. ввести гипотезу эквивалентного гармонического характера изменения входного воздействия в форме

$$g_3(t) = g_{m3} \sin \omega_3 t, \quad (12)$$
 где амплитуду g_{m3} и частоту ω_3 эквивалентного гармонического воздействия (12) в силу п.п. 2.1. и 2.2. вычислить с помощью соотношений

$$g_{m3} = (\dot{g}_m)^2 / (\ddot{g}_m), \quad \omega_3 = (\ddot{g}_m) / \dot{g}_m;$$
3. ввести в рассмотрение эквивалентную гармоническую ошибку слежения за эквивалентным гармоническим воздействием в виде

$$\varepsilon_3(t) = g_3(t) - y(t) = \varepsilon_{m3} \sin(\omega_3 t + \psi_3),$$
 где $y(t)$ – выходная переменная системы; ψ_3 – фаза эквивалентной гармонической ошибки;
4. ввести в рассмотрение относительную частотную ошибку $\delta(\omega)$ системы и оценить ее значение на частоте $\omega = \omega_3$ с помощью соотношения

$$\delta(\omega) \Big|_{\omega=\omega_3} = (\varepsilon_{m3}) / (g_{m3}) = (\varepsilon_m) / (g_{m3}) = \delta(\omega_3); \quad (13)$$
5. задать желаемую модель проектируемой системы в форме передаточной функции «вход–выход» вида (2) с коэффициентами, соответствующими структуре корней бинома Ньютона, в связи с требованием нулевого перерегулирования;
6. построить аналитическое представление передаточной функции $\Phi_\varepsilon(s, \omega_0)$ проектируемой системы по ошибке в форме

$$\Phi_\varepsilon(s, \omega_0) = 1 - \Phi(s, \omega_0) = 1 - \frac{v_n \omega_0^n}{s^n + \sum_{i=1}^n v_i \omega_0^i s^{n-i}} = \frac{s^n + \sum_{i=1}^{n-1} v_i \omega_0^i s^{n-i}}{s^n + \sum_{i=1}^n v_i \omega_0^i s^{n-i}}; \quad (14)$$

7. построить приближенное представление передаточной функции $\Phi_\varepsilon(s, \omega_0)$ системы по ошибке для случая большого значения характеристической частоты ω_0 , которое в силу (14) принимает вид

$$\Phi_\varepsilon(s, \omega_0) \cong \frac{v_{n-1} \omega_0^{n-1} s}{v_n \omega_0^n} = \frac{v_{n-1} s}{v_n \omega_0}; \quad (15)$$

8. построить выражение для модуля частотной характеристики системы по ошибке, на основе (15) и с учетом (11), которое имеет вид

$$\delta(\omega) = |\Phi_\varepsilon(j\omega, \omega_0)| \cong \frac{v_{n-1} \omega}{v_n \omega_0} = \frac{n\omega}{\omega_0}; \quad (16)$$

9. вычислить в силу (16) значение характеристической частоты ω_0 , которое наделит проектируемую систему передаточной функцией (2), гарантирующей значение (13) относительной частотной ошибки при эквивалентном гармоническом воздействии (12), по формуле

$$\omega_0 \cong \frac{v_{n-1}\omega_3}{v_n\delta(\omega_3)} = \frac{n\omega_3}{\delta(\omega_3)};$$

10. вычислить окончательное значение характеристической частоты ω_0 из условий обеспечения требуемых длительности переходного процесса $t_n = t_n(\omega_0)$, добротности по скорости D_1 и предельно допустимой ошибки слежения с помощью соотношения

$$\omega_0 = \max \left\{ \omega_0 = \arg(t_n(\omega_0) \leq t_n), \omega_0 \cong \frac{v_{n-1}D_1}{v_n} = nD_1, \omega_0 \cong \frac{v_{n-1}\omega_3}{v_n\delta(\omega_3)} = \frac{n\omega_3}{\delta(\omega_3)} \right\}; \quad (17)$$

11. подставить значение характеристической частоты (17) в передаточную функцию «вход–выход» проектируемой системы (2);

12. получить аналитическое представление желаемой передаточной функции $W_{\text{ж}}(s, \omega_0)$ прямой ветви проектируемой системы на основании передаточной функции $\Phi(s, \omega_0)$ «вход–выход» системы, сконструированной в п.12, в силу соотношения

$$W_{\text{ж}}(s, \omega_0) = \frac{\Phi(s, \omega_0)}{1 - \Phi(s, \omega_0)} = \frac{v_n\omega_0^n}{\sum_{i=1}^{n-1} v_i\omega_0^i s^{n-i}};$$

13. составить передаточную функцию объекта управления $W_{\text{оу}}(s)$;

14. представить желаемую передаточную функцию $W_{\text{ж}}(s, \omega_0)$ прямой ветви проектируемой системы в виде произведения передаточной функции объекта $W_{\text{оу}}(s)$ и искомой передаточной функции $W_{\text{пк}}(s, \omega_0)$ последовательного компенсатора:

$$W_{\text{ж}}(s, \omega_0) = W_{\text{пк}}(s, \omega_0)W_{\text{оу}}(s); \quad (18)$$

15. на основании соотношения (18) получить аналитическое представление передаточной функции проектируемого последовательного компенсатора в форме

$$W_{\text{пк}}(s, \omega_0) = \frac{W_{\text{ж}}(s, \omega_0)}{W_{\text{оу}}(s)}; \quad (19)$$

16. провести комплексное экспериментальное исследование системы с последовательным компенсатором вида (19) в оболочке Simulink;

17. в случае благоприятных результатов выполнения п. 17 осуществить техническую реализацию последовательного компенсатора.

Иллюстративный пример

Спроектируем систему точного позиционирования с пьезоэлектрическим исполнительным устройством с последовательным компенсатором. Объектом управления является составной пьезоактюатор пакетного типа с усилителем постоянного тока. Формирование математической модели такого объекта опирается на [13–16]. Следуя алгоритму, предложенному в предыдущем разделе:

1. зададим требования к показателям системы:

1.1. перерегулирование $\sigma = 0\%$, длительность переходного процесса $t_n \leq 0,01$ с;

1.2. максимально допустимая ошибка $\varepsilon_m = 10^{-7}$ м по задающему воздействию;

1.3. добротность по скорости $D_1 \geq 100$ с⁻¹;

2. зададим параметры задающего воздействия $g(t)$ в виде максимальной скорости $\dot{g}_m = 3,14 \cdot 10^{-5}$ м/с и максимального ускорения $\ddot{g}_m = 9,87 \cdot 10^{-5}$ м/с²;

3. оценим параметры эквивалентного гармонического задающего воздействия $g_s(t) = g_{ms} \sin \omega_s t$:

$$g_{ms} = (\dot{g}_m)^2 / (\ddot{g}_m) = 10^{-5} \text{ м}, \quad \omega_s = (\ddot{g}_m) / (\dot{g}_m) = 3,14 \text{ с}^{-1};$$

4. (см. п. 11) оценим значение характеристической частоты ω_0 , для которой получим $\omega_0 = 942$ с⁻¹;

5. (см. п. 4–п. 13) сформируем желаемую передаточную функцию $W_{ж}(s, \omega_0)$ прямой ветви проектируемой системы $W_{ж}(s, \omega_0) = \frac{v_n \omega_0^n}{\sum_{i=1}^{n-1} v_i \omega_0^i s^{n-i}} = \frac{942^3}{s^3 + 3 \cdot 942 s^2 + 3 \cdot 942^2 s}$;

6. (см. п. 14) сформируем передаточную функцию объекта управления

$$W_{oy}(s) = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2^2 s^2 + 2\zeta T_2 s + 1)} = \frac{10^{-6}}{(5 \cdot 10^{-4} s + 1)(2,56 \cdot 10^{-8} s^2 + 3,2 \cdot 10^{-5} s + 1)} = \frac{78156}{(s + 2000)(2,56 \cdot 10^{-8} s^2 + 1250s + 391 \cdot 10^5)}$$

где k – коэффициент передачи разомкнутого пьезопривода; ζ – коэффициент его демпфирования.

7. (см. п. 15–п. 16) сформируем передаточную функцию последовательного компенсатора

$$W_{нк}(s, \omega_0) = \frac{W_{ж}(s, \omega_0)}{W_{oy}(s)} = 10710 \frac{(s + 2000)}{s} \cdot \frac{(s^2 + 1250s + 391 \cdot 10^5)}{(s^2 + 2826s + 2662092)}$$

доставляющую проектируемой системе передаточную функцию «вход–выход» вида

$$\Phi(s, \omega_0) = \frac{v_n \omega_0^n}{s^n + \sum_{i=1}^n v_i \omega_0^i s^{n-i}} = \frac{942^3}{s^3 + 3 \cdot 942 s^2 + 3 \cdot 942^2 s + 942^3}$$

8. проведем комплексное экспериментальное исследование системы с полученным в п. 7 последовательным компенсатором в оболочке Simulink, результаты которого представлены на рис. 1, 2 и 3 в виде следующих кривых: переходного процесса при ступенчатом входном воздействии $g(t) = g_0 \cdot 1(t)$, $g_0 = 10^{-5}$ м, при кинетическом изменении входного воздействия $g(t) = \dot{g}_0 t$, $\dot{g}_0 = \dot{g}_m = 3,14 \cdot 10^{-5}$ м/с и ошибки при гармоническом воздействии с амплитудой $g_{m3} = 10^{-5}$ м, и частотой $\omega_3 = 3,14$ с⁻¹, что позволяет констатировать следующие динамические показатели спроектированной системы ($\sigma = 0\%$): $t_n = 0,007$ с $\leq 0,01$ с и $D_1 = 3,14 \cdot 10^{-5} / 10^{-7} = 314$ с⁻¹ > 100 с⁻¹, $\delta = \varepsilon_{m3} / g_{m3} = 10^{-7} / 10^{-5} = 0,01$;

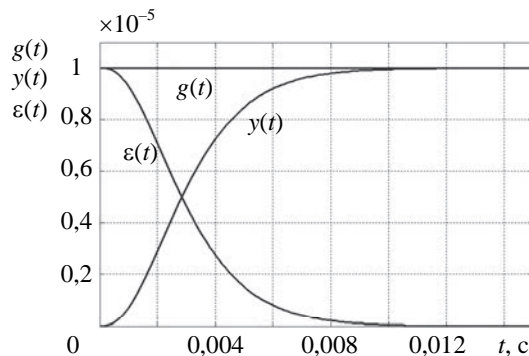


Рис. 1. Переходные процессы в системе точного позиционирования с пьезоэлектрическим исполнительным устройством с последовательным компенсатором при ступенчатом входном воздействии

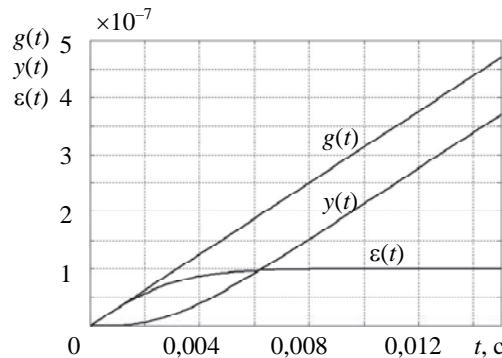


Рис. 2. Процессы в системе точного позиционирования с пьезоэлектрическим исполнительным

устройством с последовательным компенсатором при кинетическом изменении входного воздействия

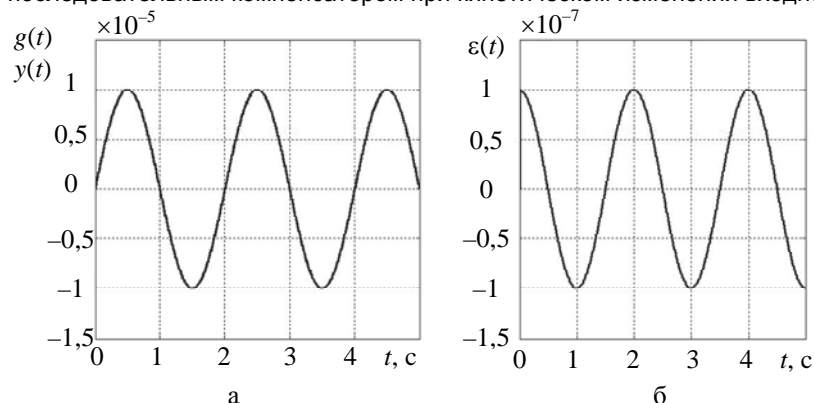


Рис. 3. Иллюстрация процессов в системе точного позиционирования с пьезоэлектрическим исполнительным устройством и последовательным компенсатором при гармоническом входном воздействии по выходу (а) и по ошибке (б)

9. в связи с благоприятными результатами выполнения п. 6 принимаем решение осуществить техническую реализацию спроектированной системы с последовательным компенсатором в качестве средства коррекции.

Заключение

Предложено решение проблемы сигнальной неопределенности на основе инженерного подхода Бесекерского в задаче управления пьезоприводом, позволившее построить алгоритм аналитического конструирования последовательного компенсатора, доставляющего проектируемой системе требуемые показатели качества. При этом использование модели поведения с распределением Ньютона корней полинома знаменателя передаточной функции максимально приближает переходную функцию системы к обобщенной функции Харрингтона [17], заданной во времени.

References

1. Brasch F.M. Jr., Pearson J.B. Pole placement using dynamic compensators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1970, vol. 15, no. 1, pp. 34–43. doi: 10.1109/TAC.1970.1099352
2. Gaiduk A.R. *Teoriya i Metody Analiticheskogo Sinteza Sistem Avtomaticheskogo Upravleniya (Polynomial'nyi Podkhod)* [Theory and Methods of Analytical Synthesis of Automatic Control Systems (Polynomial Approach)]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2012, 360 p.
3. Porter B., Crossley R. *Modal Control: Theory and Application*. New York, Barnes and Noble, 1972, 233 p.
4. Bryson A.E. Jr., Luenberger D.G. The synthesis of regulator logic using state-variable concepts. *Proceedings of the IEEE*, 1970, vol. 58, no. 11, pp. 1803–1811. doi: 10.1109/PROC.1970.8020
5. Ackermann J. Der Entwurf linearer Regelungssysteme im Zustandsraum [State Space design of linear control systems]. *Regelungstechnik*, 1972, vol. 20, pp. 297–300. doi: 10.1524/auto.1972.20.112.297
6. Grigor'ev V.V., Drozdov V.N., Lavrent'ev V.V., Ushakov A.V. *Sintez Diskretnykh Sistem Regulyatorov pri Pomoshchi EVM* [Synthesis of Digital Systems Using Computer Controls]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1983, 245 p.
7. Kazhinskaya L.I. Vornovitskii A.E. *Upravlenie Kachestvom Sistem: Sintez Sistem Upravleniya s Zadannym Kachestvom Metodami Modal'nogo Upravleniya* [Quality Systems Management: Synthesis of Control Systems with the Specified Quality by Methods of Modal Control]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1979, 124 p.
8. Vunder N.A., Ushakov A.V. Algebraic properties of the matrix components of control process models in algorithms of eigenvalues placement. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2016, vol. 16, no. 2, pp. 371–374.
9. Andreev Yu.N. *Upravlenie Konechnomernymi Lineinymi Ob'ektami* [Control of Finite Linear Objects]. Moscow, Nauka Publ., 1976, 424 p.
10. Kwakernaak H., Sivan R. *Linear Optimal Control Systems*. Wiley, 1972.
11. Besekerskii V.A., Popov E.P. *Teoriya Sistem Avtomaticheskogo Regulirovaniya* [The Theory of Automatic Control Systems]. 4th ed. St. Petersburg, Professiya Publ., 2003, 752 p.
12. Besekerskii V.A., Orlov V.P., Polonskaya L.V., Fedorov S.M. *Proektirovanie Sledyashchikh Sistem Maloi Moshchnosti* [Design of Low-Power Tracking Systems]. Leningrad, Sudpromgiz Publ., 1957, 508 p.
13. Bystrov S.V., Nikolaev P.V., Sabinin Yu.A., Smirnov A.V. Peredatochnye funktsii p'ezoelektricheskogo ispolnitel'nogo ustroystva [Transfer functions of the piezoelectric execution device]. *Journal of Instrument Engineering*, 1988, vol. 31, no. 6, pp. 19–24.

14. Nikol'skii A.A. *Tochnye Dvukhkanal'nye Sledyashchie Elektroprivody s P'ezokompensatorami* [Precise Two-Channel Tracking Actuators with Piezo Compensators]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1988, 160 p.
15. Bystrov S.V., Erashov V.I., Sabinin Yu.A., Chezhin M.S. *Dvigateli Mikroperemeshchenii* [Engines for Microdisplacements]. Leningrad, LDNTP Publ., 1988, 20 p.
16. Sabinin Yu.A. *Pozitsionnye i Sledyashchie Elektromekhanicheskie Sistemy: Uchebnoe posobie* [Positional and Tracking Electromechanical Systems: Textbook]. St. Petersburg, Energoatomizdat Publ., 2001, 208 p.
17. Pichkalev A.V. Generalized Harrington's desirability function for the comparative analysis of technical facilities. *The Research of the Science City*, 2012, no. 1, pp. 25–28.

- | | |
|-------------------------------------|---|
| Быстров Сергей Владимирович | – кандидат технических наук, доцент, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, sbystrov@mail.ru |
| Вундер Нина Александровна | – аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, polinova_nina@mail.ru |
| Ушаков Анатолий Владимирович | – доктор технических наук, профессор, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, 79214215187@ya.ru |
| Sergey V. Bystrov | – PhD, Associate professor, Associate professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, sbystrov@mail.ru |
| Nina A. Vunder | – postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, polinova_nina@mail.ru |
| Anatoliy V. Ushakov | – D.Sc., Professor, Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, 79214215187@ya.ru |