

УДК 550.831.015.072

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ СИЛЬНО АНОМАЛЬНОГО ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ

Л.П. Старосельцев^{a,b}, О.М. Яшникова^{a,b}

^a АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург, 197046, Российская Федерация

^b Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

Адрес для переписки: olga_evstifeeva@mail.ru

Информация о статье

Поступила в редакцию 01.04.16, принята к печати 22.04.16

doi: 10.17586/2226-1494-2016-16-3-533-540

Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Старосельцев Л.П., Яшникова О.М. Оценка погрешностей определения параметров сильно аномального гравитационного поля Земли // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2016. Т. 16. № 3. С. 533–540. doi: 10.17586/2226-1494-2016-16-3-533-540

Аннотация

Предмет исследования. Представлены результаты исследования и компьютерного моделирования погрешностей определения параметров гравитационного поля Земли для районов с сильной расчлененностью поля. Приведена оценка погрешностей определения параметров гравитационного поля Земли методом калмановской фильтрации.

Метод. Предложена компьютерная модель для реализации инерциально-геодезического метода определения параметров гравитационного поля Земли с использованием комплексной системы, состоящей из высокоточной инерциальной навигационной системы на свободных гироскопах и спутниковой системы геодезического класса точности. Показана возможность нахождения соответствия между детерминированным и стохастическим подходами при моделировании потенциала силы тяжести на примере детерминированной модели точечных масс. **Основные результаты.** Методами компьютерного моделирования показано, что в рамках задачи определения параметров гравитационного поля Земли модель ухода свободного гироскопа может быть редуцирована до двух значимых коэффициентов, по одному коэффициенту на гироскопы с полярной и экваториальной ориентацией соответственно. Показано, что для районов с сильной расчлененностью гравитационного поля уместно использовать модель возмущающего потенциала, построенную в рамках детерминированного подхода моделью точечных масс. Такая модель представляет собой совокупность притягивающей и отталкивающей масс (гравитационный диполь).

Практическая значимость. Редуцирование модели ухода свободного гироскопа позволяет значительно сократить размерность фильтра Калмана, используемого в данной комплексной системе, что уменьшает время вычислений и повышает надежность вектора состояния. Нахождение соответствия между детерминированным и стохастическим подходами позволяет использовать в работе удобный математический аппарат и статистическую терминологию. Также детерминированный подход позволяет в условиях сильно расчлененного гравитационного поля Земли создать модель, наиболее точно соответствующую реальному полю.

Ключевые слова

параметры гравитационного поля Земли, инерциально-геодезический метод, модель гравитационного поля

Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 14-29-00160).

EVALUATION OF ERRORS IN PARAMETERS DETERMINATION FOR THE EARTH HIGHLY ANOMALOUS GRAVITY FIELD

L.P. Staroseltsev^{a,b}, O.M. Yashnikova^{a,b}

^a Concern “CSRI Elektropribor”, JSC, Saint Petersburg, 197046, Russian Federation

^b ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

Corresponding author: olga_evstifeeva@mail.ru

Article info

Received 01.04.16, accepted 22.04.16

doi: 10.17586/2226-1494-2016-16-3-533-540

Article in Russian

For citation: Staroseltsev L.P., Yashnikova O.M. Evaluation of errors in parameters determination for the Earth highly anomalous gravity field. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2016, vol. 16, no. 3, pp. 533–540. doi: 10.17586/2226-1494-2016-16-3-533-540

Abstract

Subject of Research. The paper presents research results and the simulation of errors caused by determining the Earth gravity field parameters for regions with high segmentation of gravity field. The Kalman filtering estimation of determining errors is shown. **Method.** Simulation model for the realization of inertial geodetic method for determining the Earth gravity field parameters is proposed. The model is based on high-precision inertial navigation system (INS) at the free gyro and high-accuracy satellite system. The possibility of finding the conformity between the determined and stochastic approaches in gravity potential modeling is shown with the example of a point-mass model. **Main Results.** Computer simulation shows that for determining the Earth gravity field parameters gyro error model can be reduced to two significant indexes, one for each gyro. It is also shown that for regions with high segmentation of gravity field point-mass model can be used. This model is a superposition of attractive and repulsive masses - the so-called gravitational dipole. **Practical Relevance.** The reduction of gyro error model can reduce the dimension of the Kalman filter used in the integrated system, which decreases the computation time and increases the visibility of the state vector. Finding the conformity between the determined and stochastic approaches allows the application of determined and statistical terminology. Also it helps to create a simulation model for regions with high segmentation of gravity field.

Keywords

Earth gravitational field parameters, inertial geodetic method, gravity field model

Acknowledgements

This work was supported by the Russian Science Foundation, project No. 14-29-00160

Введение

Для обеспечения высокоточной навигации (в первую очередь инерциальной) и выполнения геодезических работ требуется определение параметров гравитационного поля Земли (ГПЗ). К таким параметрам традиционно относятся высота квазигеоида ζ , уклонения отвесной линии ξ , η и аномалии силы тяжести Δg [1].

В зависимости от величины параметров гравитационное поле Земли делится на районы со слабой изменчивостью (так называемое «спокойное» поле) и районы с сильной изменчивостью ГПЗ (так называемое «расчлененное» поле). Локальные акватории с высокой степенью расчлененности ГПЗ, как правило, находятся в зонах разлома коры Земли, в районах с резкими изменениями глубины и плотности. Определение параметров ГПЗ для подобных районов представляет сложную организационную и техническую задачу.

Измерение параметров ГПЗ позволяет расширять знания о форме фигуры Земли, о неравномерности распределения масс путем установления связей геодезических и астрономических координат, решать редуцированные задачи высшей геодезии, повышать точность определения местоположения средствами высокоточной морской навигации.

В настоящее время предложено и приборно реализовано большое количество методов определения параметров ГПЗ. Среди основных методов, используемых в настоящее время, можно назвать определение параметров ГПЗ посредством измерения аномалии силы тяжести (гравиметрический метод), сравнения астрономических и геодезических координат (астрономо-геодезический метод), измерения вторых производных геопотенциала (гравитационная градиентометрия), использования глобальных моделей поля Земли (спутниковые миссии), а также комбинации указанных методов [2–4].

Существует инерциально-геодезический метод определения параметров ГПЗ с использованием данных прецизионной инерциальной навигационной системы (ИНС) и спутниковой навигационной системы (СНС) как разновидность астрономо-геодезического метода, отличающийся тем, что с помощью ИНС можно вырабатывать не только астрономические координаты, но и их производные [5, 6].

В настоящей работе предложена компьютерная модель для реализации инерциально-геодезического метода определения параметров ГПЗ с использованием комплексной системы, состоящей из высокоточной ИНС на свободных гироскопах (СГ) и спутниковой системы геодезического класса точности. Для модели погрешностей такой системы проведено моделирование с использованием универсальной программы на MATLAB. Показано, что в рамках задачи определения параметров ГПЗ модель ухода СГ может быть редуцирована (сокращена) до одного значимого коэффициента, что позволяет значительно сократить размерность фильтра Калмана, используемого в данной комплексной системе. Показано, что для районов с сильной расчлененностью гравитационного поля уместно использовать модель возмущающего потенциала в виде совокупности точечных притягивающих и отталкивающих масс (гравитационный диполь).

Описание математической модели комплексной системы

Аномалии гравитационного поля Земли порождают методические ошибки инерциальных навигационных систем, которые для современных и тем более перспективных ИНС соизмеримы с инструментальными ошибками [7]. Это обстоятельство дает принципиальную возможность использования ИНС для

непосредственного определения параметров ГПЗ путем сравнения навигационных параметров ИНС с аналогичными данными других навигационных средств, не имеющих ошибок из-за параметров ГПЗ (в частности, спутниковых систем для точного определения геодезических координат места).

В этом случае параметры ГПЗ могут быть получены из следующих соотношений:

$$\begin{aligned}\xi &= \varphi - B, \\ \eta &= (\lambda - L) \cos \varphi,\end{aligned}\tag{1}$$

где ξ, η – составляющие параметров ГПЗ в плоскости меридиана и первого вертикала соответственно; φ, λ – инерциальные широта и долгота, измеряемые ИНС; B, L – геодезические широта и долгота, измеряемые СНС.

Рассмотрим комплексную систему для реализации инерциально-геодезического метода определения параметров ГПЗ. Основу такой системы составляет ИНС прецизионного класса (например, ИНС на свободных гироскопах), чьи погрешности соизмеримы с измеряемой величиной параметров ГПЗ [8]. Наряду с ИНС, в структуру системы должна входить приемная аппаратура СНС для измерения геодезических координат. Для задания начальных условий работы ИНС необходимо определять точные значения астрономических координат, например, с использованием астрономических измерителей [9]. Помимо вышеперечисленных систем, для получения оценок определения параметров ГПЗ методом калмановской фильтрации необходимо задание предполагаемой математической модели гравитационного поля.

Модель погрешностей описанной комплексной системы будет состоять из следующих составляющих:

- априорная модель гравитационного поля, содержащая составляющие параметров ГПЗ в плоскости меридиана и первого вертикала соответственно $\Delta\xi, \Delta\eta$;
- модель погрешностей СНС, состоящая из составляющих линейной скорости $\Delta V_{E_s}, \Delta V_{N_s}$ и геодезических координат $\Delta B, \Delta L$;
- модель погрешностей ИНС.

Модель погрешностей ИНС на СГ описана в работах [10–12]. Модель погрешностей ИНС образуется из модели инструментальных погрешностей измерительных систем, осуществляющих преобразование в алгоритме расчета матрицы ориентации и в алгоритме преобразования вектора ускорения из связанного базиса в навигационный. Рассматриваемая ИНС основывается на двух СГ с полярной и экваториальной ориентацией, установленных в кардановые подвесы с гироскопическими следящими системами, и блоком из трех акселерометров. Такая модель погрешностей будет содержать следующие составляющие:

- отклонения углов ориентации кинетических моментов СГ;
- коэффициенты моделей уходов СГ;
- погрешности карданова подвеса;
- погрешности акселерометров;
- погрешности вертикали и составляющих линейной скорости.

Представленная в литературе общая модель погрешностей прецизионной инерциальной системы имеет порядок более 60 и ее математическое моделирование представляет собой технически сложную и нетривиальную задачу. Вектор состояния для такой модели можно разбить на три части:

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1 \quad \mathbf{X}_2 \quad \mathbf{X}_3]^T,\tag{2}$$

где $\mathbf{X}_1 = (\Delta e_{11}, \Delta e_{31}, \Delta n_{11}, \Delta n_{21}, \Delta m_{01}, \Delta n_{01}, \Delta e_{21}, \Delta e_{22}, \Delta n_{12}, \Delta n_{22}, \Delta m_{02}, \Delta n_{02})^T$ – погрешности определения начального положения главной оси и калибровки коэффициентов модели ухода СГ; \mathbf{X}_2 – погрешности геометрии карданова подвеса гироскопа; \mathbf{X}_3 – смещение нулей акселерометров, шумы внутреннего измерения и шумы в каналах горизонтирования, влияющие на выработку оценок погрешностей [12].

В рамках решения задачи определения параметров ГПЗ введем некоторые пояснения, чтобы формализовать задачу:

- в работе комплексной системы используется откалиброванная, полностью готовая к работе ИНС, и, следовательно, погрешности, вносимые акселерометрами и следящими системами, минимальны;
- работа комплексной системы осуществляется при равномерном движении прямыми галсами, и, следовательно, погрешности, вносимые возмущением карданного подвеса при смене курса или развороте, отсутствуют.

Таким образом, при решении задачи определения параметров ГПЗ в качестве вектора состояния может быть рассмотрена только первая часть выражения (2) – \mathbf{X}_1 .

Уравнение прецессионного движения орта \mathbf{e} вектора кинетического момента СГ относительно неподвижного базиса имеет следующий вид [13]:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}} = & \left(n_1 + n_2 \frac{\sin 2\gamma}{\sin \gamma} + n_3 \frac{\sin 3\gamma}{\sin \gamma} + \dots \right) (\mathbf{e}_f \cdot \mathbf{e}) + \\ & + \left(m_1 + m_2 \frac{\sin 2\gamma}{\sin \gamma} + m_3 \frac{\sin 3\gamma}{\sin \gamma} + \dots \right) ((\mathbf{e} \cdot \mathbf{e}_f) \cdot \mathbf{e}) + m_0 \mathbf{e}_{zk} - n_0 \mathbf{e}_{xk}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\gamma = \arccos(\mathbf{e} \cdot \mathbf{e}_f).$$

Здесь \mathbf{e}_f – орт вектора «кажущегося» ускорения; $\mathbf{e}_{zk}, \mathbf{e}_{xk}$ – орты осей, связанных с корпусом СГ; m_j, n_j ($j = 0, 1, 2, \dots$) – коэффициенты модели ухода СГ.

Уравнение (3) в общем виде устанавливает зависимость скорости дрейфа СГ от возмущающих моментов консервативных и неконсервативных сил, приложенных к ротору СГ. При современном уровне развития технологии производства СГ и условий работы ИНС на морских объектах с достаточной точностью в уравнении (1) можно учитывать только часть коэффициентов, исключив из рассмотрения члены более высокого порядка относительно γ , начиная с $\sin 3\gamma$, и все составляющие m_j ($j=1, 2, \dots$):

$$\dot{\mathbf{e}} = (n_1 + n_2 \frac{\sin 2\gamma}{\sin \gamma}) (\mathbf{e}_f \cdot \mathbf{e}) + m_0 \mathbf{e}_{zk} - n_0 \mathbf{e}_{xk}. \quad (4)$$

Варьируя выражение (4), получим выражение для модели погрешностей, обусловленной уходом СГ в виде

$$\Delta \dot{\mathbf{e}}_i = (\Delta n_1 + \Delta n_2 \frac{\sin 2\gamma}{\sin \gamma}) (\mathbf{e}_f \cdot \mathbf{e}_i) + \Delta m_0 \mathbf{e}_{zk} - \Delta n_0 \mathbf{e}_{xk},$$

где $(\Delta n_{11}, \Delta n_{21}, \Delta m_{01}, \Delta n_{01}, \Delta n_{12}, \Delta n_{22}, \Delta m_{02}, \Delta n_{02})$ – погрешности калибровки коэффициентов модели дрейфа первого и второго СГ, или коэффициенты модели ухода СГ.

Алгоритм работы комплексной системы формируется как система дифференциальных уравнений оптимального фильтра калмановского типа. В качестве измерений используются разности координат места, выработанных ИНС и полученных от внешних источников информации, а также скоростные измерения [11]:

$$\begin{aligned} z_\varphi &= \varphi - B, \\ z_w &= (\lambda - L) \cos \varphi, \\ z_\dot{\varphi} &= \dot{\varphi} - \dot{B}, \\ z_\dot{w} &= \dot{\lambda} - \dot{L}. \end{aligned}$$

Работоспособность алгоритма, основанного на калмановской фильтрации, проверена средствами математического моделирования. Моделирование проводилось с использованием универсальной программы на MATLAB [14].

Результаты моделирования

Моделирование проводилось для комплексной системы с вектором состояния

$$\mathbf{X} = (\Delta e_{11}, \Delta e_{31}, \Delta n_{11}, \Delta n_{21}, \Delta m_{01}, \Delta n_{01}, \Delta e_{21}, \Delta e_{22}, \Delta n_{12}, \Delta n_{22}, \Delta m_{02}, \Delta n_{02}, \Delta \xi, \Delta \eta)^T,$$

представляющим собой совокупность погрешностей коэффициентов моделей ухода СГ, а также ошибок знания модели параметров ГПЗ – $\Delta \xi, \Delta \eta$. Из восьми коэффициентов моделей ухода один назначался равным $3 \cdot 10^{-5}$ °/ч, при этом остальные семь коэффициентов обнулялись. Моделирование проведено для всех восьми коэффициентов. Анализировалось влияние ненулевого коэффициента на выработку ошибок оценок параметров ГПЗ $\Delta \xi, \Delta \eta$. Начальная неопределенность знания параметров ГПЗ задавалась равной 30 угл.с.

В качестве примера на рис. 1 представлены графики влияния коэффициентов моделей ухода СГ с экваториальной ориентацией кинетического момента на определение параметров ГПЗ.

Из рис. 1, а–г, следует, что влияние коэффициентов n_1 и n_2 на определение параметров ГПЗ невелико, значения $\Delta \eta$ и $\Delta \xi$ не превышают 1 угл.с. Более значимо влияние коэффициента m_0 , представленное на рис. 1, д, е – погрешности определения $\Delta \eta$ и $\Delta \xi$ составляют около 2 угл.с. Наибольшее влияние для СГ с экваториальной ориентацией оказывает коэффициент модели n_0 , значение которого представлено на рис. 1, ж, з. В этом случае погрешности определения параметров ГПЗ составляют около 3,5 угл.с для $\Delta \xi$ и 4 угл.с для $\Delta \eta$.

Для СГ с полярной ориентацией кинетического момента таким наиболее значимым коэффициентом модели ухода является m_0 .

Исходя из результатов моделирования, вектор состояния \mathbf{X} может быть редуцирован в части коэффициентов модели ухода гироскопов до двух значимых коэффициентов, по одному коэффициенту на каждый из гироскопов:

$$\mathbf{X} = (\Delta e_{11}, \Delta e_{31}, \Delta m_{01}, \Delta e_{21}, \Delta e_{22}, \Delta n_{02}, \Delta \xi, \Delta \eta) . \quad (5)$$

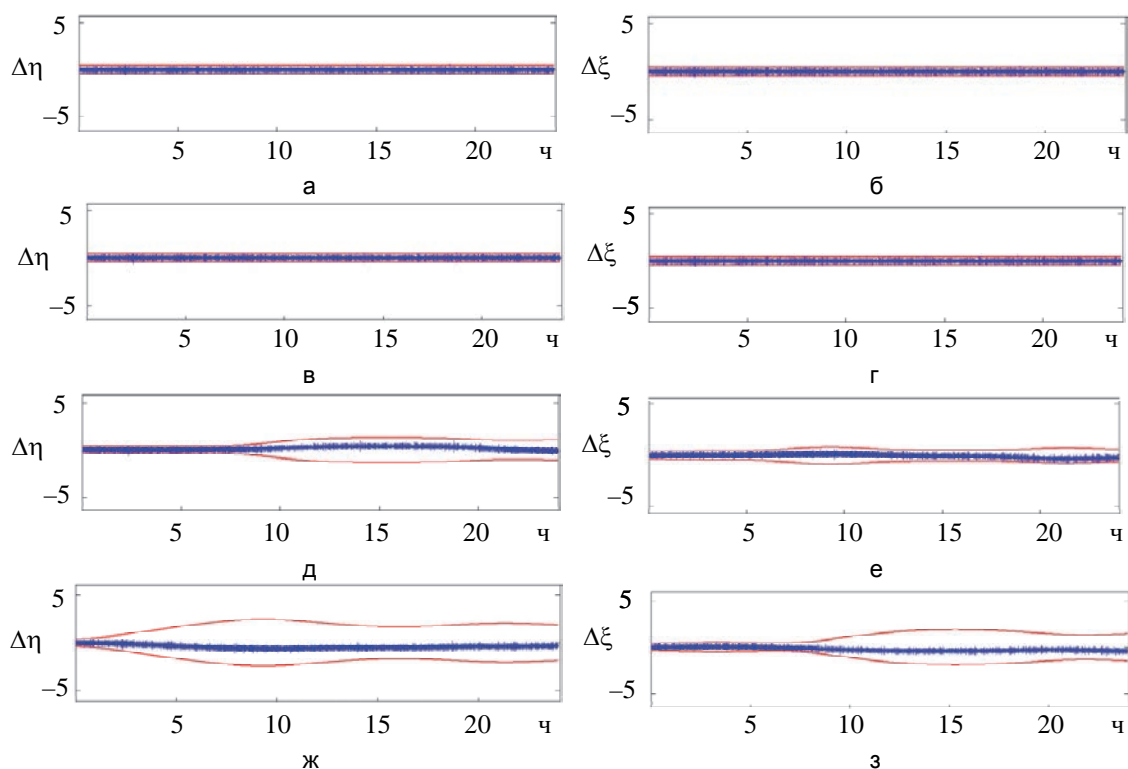


Рис. 1. Значения параметров $\Delta\eta$ и $\Delta\xi$ (угловые секунды) при различных коэффициентах модели ухода свободных гироскопов с экваториальной ориентацией кинетического момента:

$$n_1 = 3 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/\text{ч}, n_2 = m_0 = n_0 = 0 \text{ (а-б)}; n_2 = 3 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/\text{ч}, n_1 = m_0 = n_0 = 0 \text{ (в-г)};$$

$$m_0 = 3 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/\text{ч}, n_1 = n_2 = n_0 = 0 \text{ (д-е)}; n_0 = 3 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/\text{ч}, n_1 = n_2 = m_0 = 0 \text{ (ж-з)}$$

Математическая модель параметров ГПЗ

Рассмотрим вторую часть вектора \mathbf{X} (5), а именно $\Delta\xi, \Delta\eta$ – ошибки знания модели параметров ГПЗ.

Для выработки в фильтре Калмана оценки составляющих параметров ГПЗ необходимо предварительно задать параметры модели этих составляющих. Выбор такой априорной модели служит источником дополнительной погрешности в задаче определения параметров ГПЗ в зависимости от того, насколько точно задаваемая модель соответствует истинному гравитационному полю. Математическая модель гравитационного поля Земли может быть задана в рамках стохастического подхода, когда для описания используются случайные процессы с заданными характеристиками, а также в рамках детерминированного подхода – моделью точечных масс или разложением в ряд по сферическим функциям [15]. В задачах обработки навигационной информации большое распространение получил стохастический подход к описанию математических моделей поля. Однако для районов с сильной расчлененностью ГПЗ более предпочтительным является создание локальной детерминированной модели, позволяющей учесть резкое изменение градиента поля силы тяжести [16, 17].

Построение подобной детерминированной модели расчлененного поля акватории озера Байкал приведено в работе [18]. Модель представляет собой совокупность «притягивающих» и «отталкивающих» точечных масс M_i (рис. 2). Результирующая сила тяжести для некоей точки P рассчитывается по принципу суперпозиции как сумма притяжений всех точечных масс модели [1].

Если задаться параметрами движения, такими как курс и скорость, можно получить значения параметров ГПЗ во временной области. Графики изменчивости параметров ГПЗ по траектории представлены на рис. 3, а. Применим к полученной зависимости быстрое преобразование Фурье. Гистограмма полученного преобразования представлена на рис. 3, б, и характеризует спектральную плотность параметров ГПЗ для данной траектории. Описав данную гистограмму аппроксимирующей функцией и найдя ее ма-

тематическое описание, можно получить аналитическое выражение для спектральной плотности параметров ГПЗ, основанное, в свою очередь, на детерминированном описании математической модели.

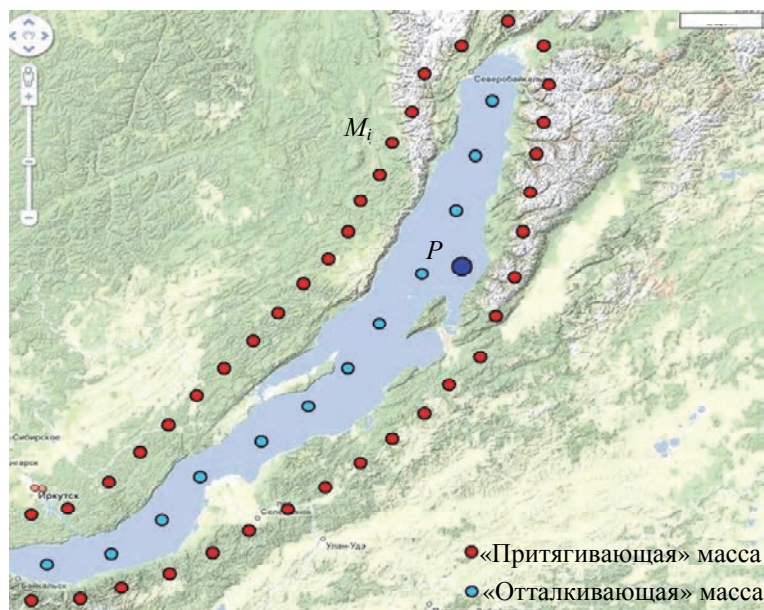


Рис. 2. Детерминированная модель в виде системы точечных масс для сильно расчлененного гравитационного поля акватории озера Байкал. M_i – точечные массы модели, P – точка, для которой рассчитывается сила тяжести

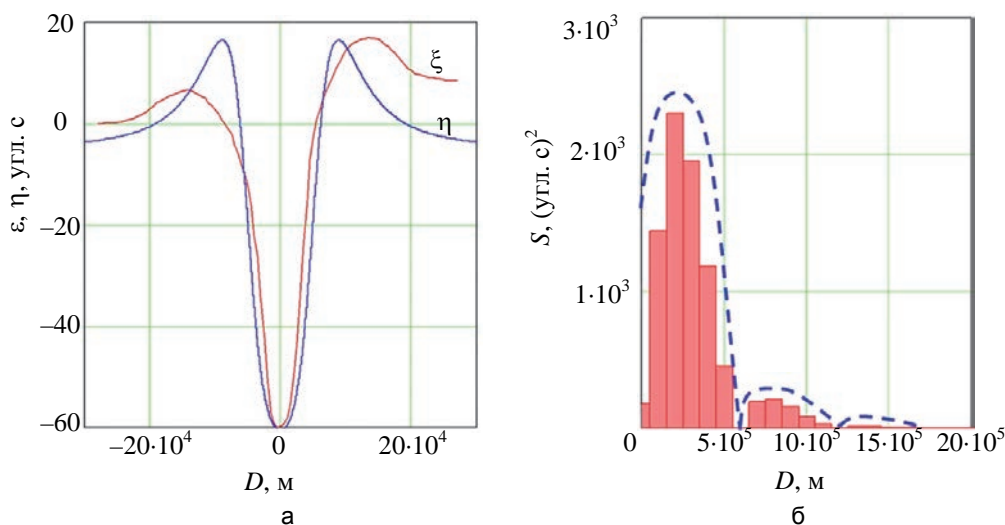


Рис. 3. Изменчивость параметров ξ , η гравитационного поля Земли по траектории D (а) и гистограмма быстрого преобразования Фурье S для представленной зависимости (б)

Подобное соответствие стохастического и детерминированного подходов позволяет, с одной стороны, использовать в работе удобный математический аппарат и статистическую терминологию, в частности, такие понятия, как ковариационная (корреляционная) функция и спектральная плотность. С другой стороны, детерминированный подход позволяет в условиях сильно расчлененного ГПЗ создать модель, наиболее точно соответствующую реальному полю.

Заключение

Предложена компьютерная модель для реализации инерциально-геодезического метода определения параметров гравитационного поля Земли с помощью комплексной системы, состоящей из прецизионной инерциальной навигационной системы на свободных гироскопах и спутниковой навигационной систем геодезического класса точности. Проведено математическое моделирование погрешностей такой комплексной системы. Показано, что в рамках решения задачи определения параметров гравитационного поля Земли наибольшее влияние имеют коэффициенты модели ухода свободных гироскопов, которые, в свою очередь, могут быть аппроксимированы одним наиболее значимым коэффициентом для каждого из

свободных гироскопов. Подобное преобразование позволяет существенно сократить время вычислений, а также упростить структуру используемого фильтра Калмана, сделав его более наглядным.

Исследована априорная модель погрешностей параметров гравитационного поля Земли, необходимая для работы фильтра Калмана в комплексной системе. Определено, что для районов с сильной расчлененностью гравитационного поля Земли предпочтительно использование детерминированной модели поля. В ряде случаев такой детерминированной модели может быть сопоставлена стохастическая модель с определенной спектральной плотностью, что позволяет использовать наряду с детерминированным подходом, математический аппарат случайных функций.

References

1. Ogorodova L.V. *Vysshaya Geodeziya. Chast' III. Teoreticheskaya Geodeziya* [Higher Geodesy. Part III. Theoretical Geodesy]. Moscow, Geodezkartizdat Publ., 2006, 384 p.
2. Peshekhonov V.G. *Sudovye Sredstva Izmereniya Parametrov Gravitatsionnogo Polya Zemli* [Ship Measuring Instruments of Earth's Gravity Field Parameters]. Leningrad, TsNII Rumb, 1989, 90 p.
3. Anuchin O.N. *Inertial'nye Metody Opredeleniya Parametrov Gravitatsionnogo Polya Zemli na More: Dis. Dokt. Tekhn. Nauk* [Inertial Methods for Determining the Earth's Gravitational Field Parameters of the Sea. Dissertation of Dr. Eng. Sci.]. St. Petersburg, 1992, 425 p.
4. Karpik A.P., Kanushin V.F., Ganagina I.G., Goldobin D.N., Mazurova E.M. Studies of spectral characteristics of CHAMP, GRACE, and GOCE global gravity field models. *Gyroscopy and Navigation*, 2014, vol. 5, no. 4, pp. 34–44.
5. Dmitriev S.P. *Vysokotochnaya Morskaya Navigatsiya* [High-Precision Marine Navigation]. St. Petersburg, Sudostroenie Publ., 1991, 224 p.
6. Emel'yantsev G.I., Stepanov A.P., Blazhnov B.A., Semenov I.V. Improving the accuracy of GPS compass for small-sized objects. *Gyroscopy and Navigation*, 2015, vol. 6, no. 3, pp. 166–171. doi: 10.1134/S2075108715030050
7. Nesenjuk L.P., Staroseltsev L.P., Brovko L.N. Definition of plumb lines using inertial navigation systems. *Voprosy Korablestroeniya*, 1980, no. 46, pp. 16–22.
8. Peshekhonov V.G. Gyroscopic systems: current status and prospects. *Gyroscopy and Navigation*, 2011, vol. 2, no.3, pp. 111–118. doi: 10.1134/S2075108711030096
9. Peshekhonov V.G., Vasiljev V.A., Zinenko V.M. Measuring vertical deflection in ocean combining GPS, INS and star trackers. *Proc. 3rd Int. Workshop on High Precision Navigation*. Stuttgart, Germany, 1995. P. 180–185.
10. Gusinskii V.Z., Lesyuchevskii V.M., Litmanovich Yu.A. Exhibition and calibration of the inertial navigation system with a multi-dimensional model of the inertial errors meters. *Proc. 4th Int. Conf. on Integrated Navigation Systems*. St. Petersburg, 1997, pp. 27–40. (In Russian)
11. Gusinskii V.Z., Lesyuchevskii V.M., Litmanovich Yu.A., Peshekhonov V.G., Shmidt G.T. The use of information redundancy in inertial navigation systems on free gyroscopes. *Proc. 3rd Int. Conf. on Integrated Navigation Systems*. St. Petersburg, 1996, pp. 12–19. (In Russian)
12. Taranovskii D.O., Lesyuchevskii V.M. Stages of development of the optimal filter for alignment and calibration of the inertial navigation system on unmanaged gyroscopes. *Proc. V Conference of Yang Scientists on Navigation and Traffic Control*. St. Petersburg, 2004. (In Russian)
13. Martynenko Yu.G. *Dvizhenie Tverdogo Tela v Elektricheskikh i Magnitnykh Polyakh* [Solid Body Motion in Electric and Magnetic Fields]. Moscow, Nauka Publ., 1988, 368 p.
14. Stepanov O.A., Koshaev D.A. Universal MATLAB programs for investigating a potential accuracy and sensitivity of linear nonstationary filtering algorithms. *Gyroscopy and Navigation*, 2004, no. 2(45), pp. 81–93.
15. Moritz H. *Advanced Physical Geodesy*. Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe, 1980, 512 p.
16. Koneshov V.N., Nepoklonov V.B., Sermiagin R.A., Lidovskaya E.A. Modern global models of the Earth gravity field and their errors. *Gyroscopy and Navigation*, 2013, no. 1, pp. 107–118.
17. Nepoklonov V.B. On the use of new models of the Earth's gravitational field in automation technology research and design. *Avtomatizirovannye Tekhnologii Izyskaniy i Proektirovaniya*, 2009, no. 2,3. (In Russian)
18. Yashnikova O.M. Isoline maps creation of the Earth anomalous gravity field by point masses method. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2011, no. 5, pp. 35–39.

Старосельцев Леонид Петрович

– кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург, 197046, Российская Федерация; заведующий лабораторией, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, staroseltsev@mail.ru

- Яшеникова Ольга Михайловна* – научный сотрудник, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург, 197046, Российская Федерация; инженер, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, olga_evstifeeva@mail.ru
- Leonid P. Staroseltsev* – PhD, senior researcher, Concern "CSRI Elektropribor", JSC, Saint Petersburg, 197046, Russian Federation; Head of lab, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, staroseltsev@mail.ru
- Olga M. Yashnikova* – scientific researcher, Concern "CSRI Elektropribor", JSC, Saint Petersburg, 197046, Russian Federation; engineer, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, olga_evstifeeva@mail.ru