



УДК 532.543.4

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА МАССООБМЕНА В ВЫПАРНОМ АППАРАТЕ ЦЕНТРОБЕЖНОГО ТИПА

Е.Н. Калинин<sup>а</sup>, И.П. Горнаков<sup>а</sup><sup>а</sup> Ивановский государственный политехнический университет, Иваново, 153000, Российская Федерация

Адрес для переписки: ilya4579@yandex.ru

### Информация о статье

Поступила в редакцию 14.10.16, принята к печати 21.11.16

doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-1-151-158

Язык статьи – русский

**Ссылка для цитирования:** Калинин Е.Н., Горнаков И.П. Численное моделирование процесса массообмена в выпарном аппарате центробежного типа // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2017. Т. 17. № 1. С. 151–158. doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-1-151-158

### Аннотация

**Постановка задачи.** Рассматривается проблема создания адекватной математической модели процесса массообмена, протекающего при выпаривании и концентрации отработанного технологического раствора в центробежном выпарном аппарате с изменяемыми геометрическими параметрами. Модель обеспечивает научно обоснованный прогноз параметров технологического процесса. **Методы.** Определение параметров движения пленочного потока на вращающейся конической поверхности ротора центробежного выпарного аппарата выполнено на основании решения уравнений Навье–Стокса. Решение системы дифференциальных уравнений, описывающих процесс массообмена в исследуемой динамической системе, выполнено численными методами. Для этого реализована полунейная схема метода конечных разностей со связью по давлению SIMPLE. **Основные результаты.** Составлен алгоритм и выполнено численное решение системы дифференциальных уравнений, описывающих процесс массообмена, протекающего при концентрировании рабочего раствора в выпарном аппарате центробежного типа. На основе полученного численного решения создана компьютерная модель данного процесса. С ее помощью определены основные гидродинамические и эксплуатационные параметры выпарного аппарата, а также зависимости между ними. **Практическая значимость.** Разработанная компьютерная модель процесса массообмена позволяет определить параметры раствора, движущегося по конической поверхности ротора центробежного выпарного аппарата: скорость движения, давление и толщину пленки стекания. Результаты работы могут найти применение как в управлении реальным технологическим процессом, так и в ходе обучения персонала.

### Ключевые слова

массообмен, гидродинамика, численное моделирование, выпарной аппарат, концентрирование рабочего раствора

## NUMERICAL SIMULATION OF MASS TRANSFER IN CENTRIFUGAL EVAPORATOR

E.N. Kalinin<sup>a</sup>, I.P. Gornakov<sup>a</sup><sup>a</sup> Ivanovo State Polytechnic University, Ivanovo, 153000, Russian Federation

Corresponding author: ilya4579@yandex.ru

### Article info

Received 14.10.16, accepted 21.11.16

doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-1-151-158

Article in Russian

**For citation:** Kalinin E.N., Gornakov I.P. Numerical simulation of mass transfer in centrifugal evaporator. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2017, vol. 17, no. 1, pp. 151–158. doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-1-151-158

### Abstract

**Subject of Research.** The paper deals with the problem of an adequate mathematical model of mass transfer process occurring during evaporation and concentration of spent process solution in a centrifugal evaporator with variable geometric parameters. The model provides a science-based forecast of the process parameters. **Methods.** Definition of the film flow parameters on a rotating conical surface of the centrifugal evaporator rotor is carried out on the basis of the solution of Navier-Stokes equations. Solution of the system of differential equations describing the mass transfer process in the studied dynamic system is performed by numerical methods. With this aim in view, we realized semi-implicit finite difference scheme for the SIMPLE pressure. **Main Results.** We have developed an algorithm and performed numerical solution of differential equations describing the mass transfer process occurring during concentration of the working solution in the centrifugal type evaporator. On the basis of the obtained numerical solution we have created a computer model of the given process. With the aid of the model we have defined basic hydrodynamic and operating parameters of the evaporator, as well as dependencies between them. **Practical Relevance.** Developed computer model of the mass transfer process enables to



установленных на шарнирной опоре 8 с возможностью изменения угла наклона  $\varphi$  относительно вертикальной оси вращения конической поверхности. Обогрев греющей поверхности 6 осуществляется исходным тепловым агентом, поступающим в теплообменный аппарат 3 через патрубок 4. В теплообменном аппарате 3 потоки теплового агента турбулизируются за счет воздействия на среду центробежной силы  $F$ , которая создается звеньями 9, 10 коромыслово-ползунного механизма. Движение механизма происходит от ротационного привода  $M$ , вращающегося с угловой скоростью  $\omega$  [7].

В связи с геометрическими особенностями ротора выпарного аппарата была применена ортогональная биконическая система координат, которая имеет взаимно перпендикулярные координатные оси, ось  $Or$  и ось  $Oh$ , направленные под произвольным углом  $\varphi$  к оси вращения  $z$ , который совпадает с углом раскрытия ротора (рис. 2) [8].

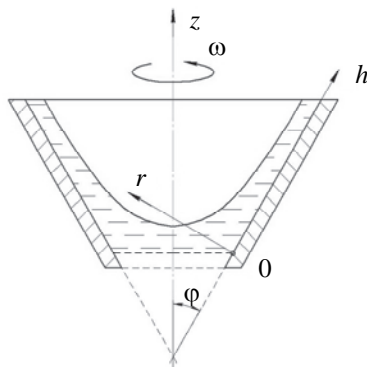


Рис. 2. Схема течения раствора по конической поверхности ротора центробежного выпарного аппарата в биконической системе координат

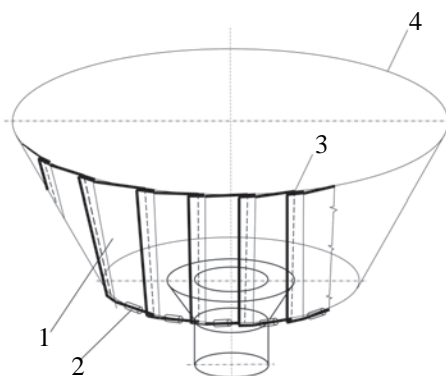


Рис. 3. Схема конического ротора выпарного аппарата центробежного типа: 1 – пластины; 2 – шарнирная опора; 3 – уплотнения; 4 – греющий элемент

Математическая модель течения технологического раствора в роторе выпарного аппарата центробежного типа, который выполнен в форме конической поверхности и имеет с внешней стороны подвижные лопасти (рис. 3), содержит уравнения движения и неразрывности. В проекции на оси биконической системы координат эти уравнения принимают следующий вид:

уравнения движения вязкой жидкости –

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_h \frac{\partial v_r}{\partial h} = 2\omega v_r + \omega^2 r - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + v \left( 2 \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial h^2} + 2 \frac{\sin \varphi}{\Theta} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{\cos \varphi}{\Theta} \frac{\partial v_r}{\partial h} - \frac{\cos \varphi}{\Theta} \frac{\partial v_h}{\partial r} - 2 \frac{\sin^2 \varphi}{\Theta^2} v_r + 2 \frac{\sin \varphi \cdot \cos \varphi}{\Theta^2} v_h \right), \quad (1)$$

$$v_r \frac{\partial v_h}{\partial r} + v_h \frac{\partial v_h}{\partial h} = -2\omega v_h - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial h} + v \left( \frac{\partial^2 v_h}{\partial r^2} + 2 \frac{\partial^2 v_h}{\partial h^2} - 2 \frac{\cos \varphi}{\Theta} \frac{\partial v_h}{\partial h} + \frac{\sin \varphi}{\Theta} \frac{\partial v_h}{\partial r} + \frac{\sin \varphi}{\Theta} \frac{\partial v_r}{\partial h} - 2 \frac{\cos^2 \varphi}{\Theta^2} v_h + 2 \frac{\cos \varphi \cdot \sin \varphi}{\Theta^2} v_r \right), \quad (2)$$

уравнение неразрывности –

$$\frac{\partial}{\partial r}(v_r \Theta) + \frac{\partial}{\partial h}(v_h \Theta) = 0, \quad (3)$$

где  $v_r, v_h$  – проекции скорости на оси биконической системы координат, м/с;  $r, h$  – координаты элементарного объема раствора, м;  $p$  – давление раствора, Па;  $\omega$  – угловая скорость вращения ротора, с<sup>-1</sup>;  $\rho$  – плотность раствора, кг/м<sup>3</sup>;  $\nu = \eta/\rho$  – кинематическая вязкость раствора, м<sup>2</sup>/с;  $\eta$  – динамическая вязкость раствора, Па·с;  $\Theta = r \cdot \sin\varphi - h \cdot \cos\varphi$ .

На стенках ротора заданы условия прилипания:

$$v_r = v_h = 0.$$

### Численное решение уравнений Навье–Стокса

В качестве численного метода решения исходной системы дифференциальных уравнений выбран алгоритм SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations), являющийся базовым в семействе алгоритмов, использующих дискретизацию исходной системы уравнений переноса по методу конечных объемов на разностных сетках (рис. 4).

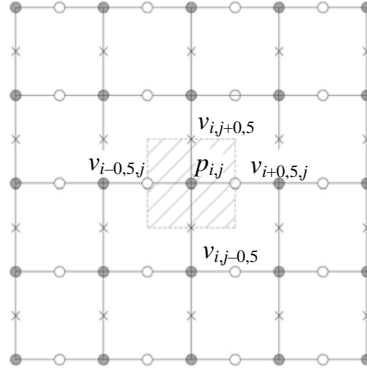


Рис. 4. Схема разностной сетки: (•) – давление жидкости  $p$ ; (o) – компонент скорости жидкости  $v_r$  в проекции на координатную ось  $Or$ ; (x) – компонент скорости  $v_h$  в проекции на координатную ось  $Oh$ ; заштрихованная область – контрольный объем жидкости

Применив к уравнениям (1)–(3) дискретизацию, схема которой представлена в [9], получим, что разностная схема, аппроксимирующая исходные уравнения, имеет следующий вид:

уравнение неразрывности –

$$\frac{v_{ri+1.5,j} - v_{ri+0.5,j}}{\Delta r} + \frac{v_{hi,j+1.5} - v_{hi,j+0.5}}{\Delta h} = 0, \quad (4)$$

разностная схема для проекции уравнения движения по оси  $Or$  –

$$A \cdot v_{ri+0.5,j} = a_1 \cdot v_{ri+1.5,j} + a_2 \cdot v_{ri-0.5,j} + a_3 \cdot v_{ri+0.5,j+1} + a_4 \cdot v_{ri+0.5,j-1} + a_5 + \frac{1}{\rho} \frac{p_{i+1,j} - p_{i,j}}{\Delta r}, \quad (5)$$

разностная схема для проекции уравнения движения по оси  $Oh$  –

$$B \cdot v_{hi,j+0.5} = b_1 \cdot v_{hi,j+1.5} + b_2 \cdot v_{hi,j-0.5} + b_3 \cdot v_{hi+1,j+0.5} + b_4 \cdot v_{hi-1,j+0.5} + b_5 - \frac{1}{\rho} \frac{p_{i,j+1} - p_{i,j}}{\Delta h}, \quad (6)$$

где  $A, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, B, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5$  – известные сеточные функции, которые зависят от поля скорости, полученного на предыдущей итерации.

Далее получим поправочные формулы для скорости. Для этого в уравнениях (5) и (6) приравняем к нулю члены с коэффициентами  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5$ . После этого выразим из полученных уравнений значения скорости и подставим их в уравнение (4). Это позволит получить уравнение для  $p'$  в той же форме, что и основное уравнение для диффузионного члена уравнения, и применить последовательную процедуру решения для одной переменной [10].

В итоге алгоритм численного решения уравнений движения вязкой жидкости и уравнения неразрывности имеет вид, представленный на рис. 5.

В качестве критерия завершения итерационного процесса выбрано выполнение следующих условий:

$$\|p'_h\| = \max_{j=1, \dots, Nh} \sum_{i=1}^{Nr} |(p'_h)_{i,j}| \leq \varepsilon,$$

$$\max_{j=1, \dots, Nh} \sum_{i=1}^{Nr} \left| \frac{(v_r)_{i+1,j} - (v_r)_{i,j}}{\Delta r} + \frac{((v_h)_{i,j+1} - (v_h)_{i,j})}{\Delta h} \right| \leq \varepsilon,$$

где  $\varepsilon$  – заданная погрешность вычислений.

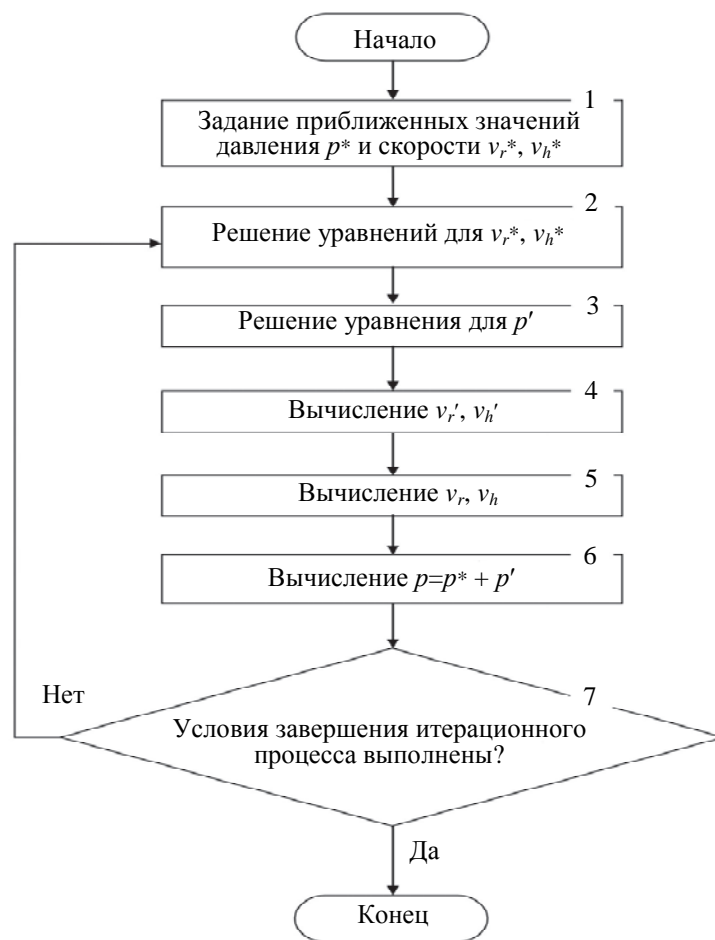


Рис. 5. Алгоритм численного решения уравнений движения и неразрывности

### Анализ полученных результатов

На основании полученного численного решения и работ [11]–[15] была разработана компьютерная модель в среде MATLAB, позволяющая определить параметры технологического раствора, такие как скорость движения раствора, давление, толщина пленки стекания.

При анализе данных, полученных на модели, рассматривается случай концентрации раствора щелочи едкого натрия NaOH с начальной концентрацией 4% при его постоянной подаче 0,83 кг/с. Температура греющего пара 180 °С. Угол раскрытия ротора составляет 30°, длина стенки 0,8 м, частота вращения 1000 об/мин.

Результаты работы модели, представляющие собой зависимости характеристик раствора от гидродинамических и технических параметров выпарного аппарата, представлены на рис. 6–8.

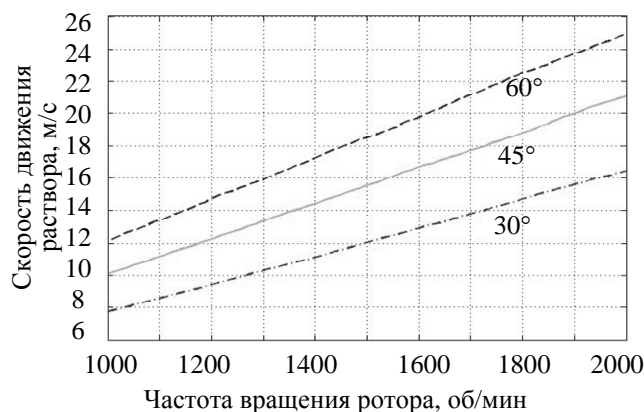


Рис. 6. Зависимость скорости движения раствора от угла раскрытия ротора

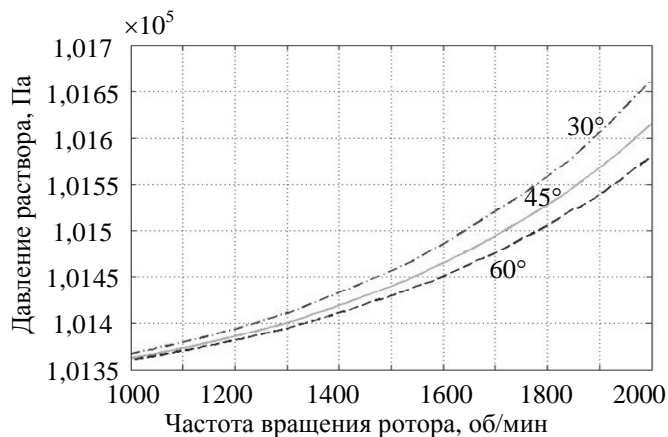


Рис. 7. Зависимость давления раствора от угла раскрытия ротора

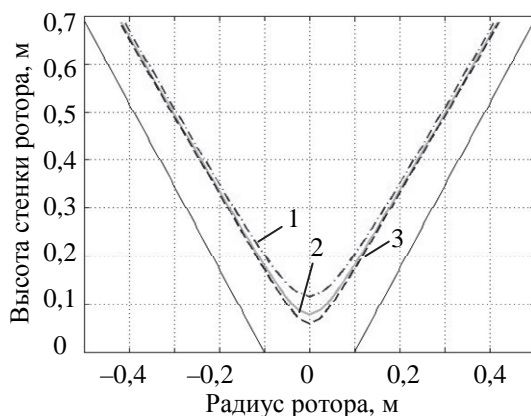


Рис. 8. Зависимость толщины пленки стекания раствора от частоты вращения ротора, где 1 –  $n=1000$  об/мин; 2 –  $n=1500$  об/мин; 3 –  $n=2000$  об/мин

Анализ результатов моделирования показал, что при увеличении частоты вращения ротора на 100% скорость движения раствора увеличивается на 19%, давление раствора увеличивается на 0,3%, толщина пленки стекания раствора уменьшается на 7%. При увеличении угла раскрытия ротора на 15° скорость движения раствора увеличивается на 27%, а давление раствора увеличивается на 0,1%.

Для проверки достоверности модели были проведены измерения параметров работы реального выпарного аппарата центробежного типа. Полученные результаты были сопоставлены с данными модели (рис. 9–11). В результате было установлено, что точность разработанной модели для скорости движения раствора составила 92%, для давления раствора – 95%, а для толщины пленки стекания раствора – 94%. Отклонение данных модели от результатов эксперимента не превышает 8%, что является допустимой погрешностью для данного вида исследований. Полученные результаты свидетельствуют об адекватности разработанной модели процесса массообмена, протекающего при концентрировании рабочего раствора в центробежном выпарном аппарате.

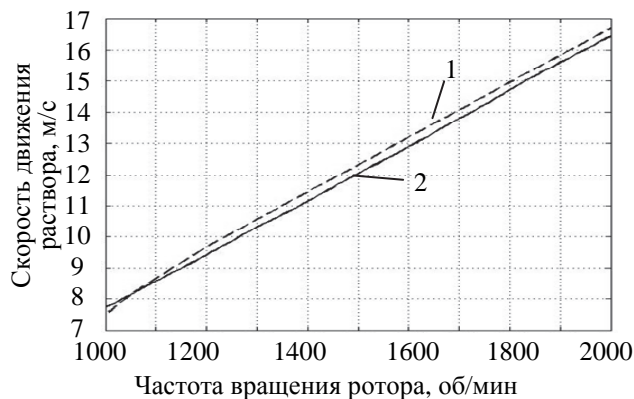


Рис. 9. Сопоставление реальных значений скорости движения раствора с данными модели (угол раскрытия ротора  $\varphi=30^\circ$ ): 1 – экспериментальные данные; 2 – данные модели



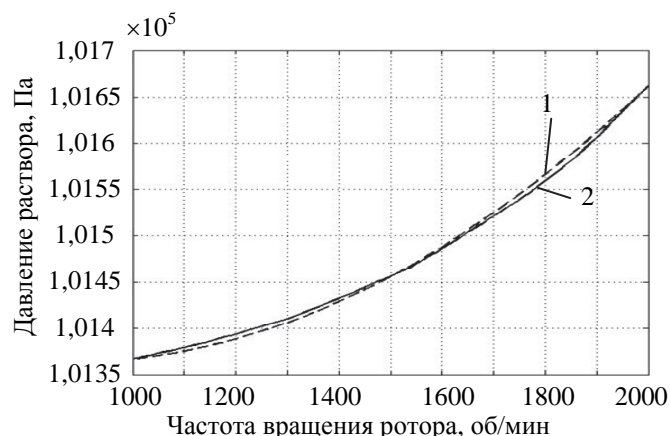


Рис. 10. Сопоставление реальных значений давления раствора с данными модели (угол раскрытия ротора  $\varphi=30^\circ$ ): 1 – экспериментальные данные; 2 – данные модели

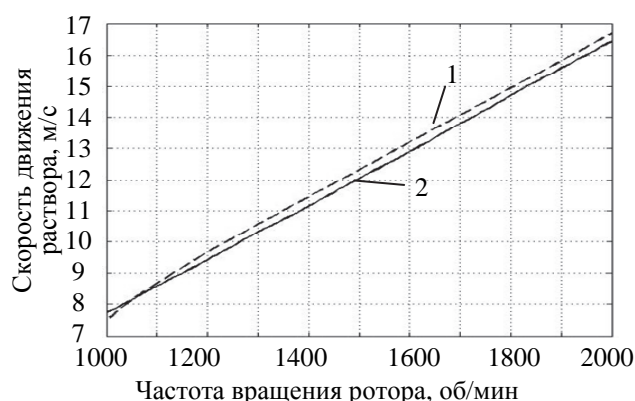


Рис. 11. Сопоставление реальных значений толщины пленки стекания раствора с данными модели (угол раскрытия ротора  $\varphi = 30^\circ$ , частота вращения ротора  $n = 1000$  об/мин): 1 – экспериментальные данные; 2 – данные модели

### Заключение

Разработанная компьютерная модель процесса массообмена, протекающего при концентрировании рабочего раствора в выпарном аппарате центробежного типа, позволяет определить гидродинамические параметры процесса движения раствора, такие как скорость движения, давление и толщина пленки стекания раствора, а ее адекватность и точность подтверждены экспериментально. В отличие от ANSYS, которая предоставляет большой набор инструментов для широкого круга задач, данная модель реализована для конкретного аппарата, с определенным набором интересующих нас входных и выходных параметров. Это позволяет быстро и в удобной форме контролировать, менять и отслеживать изменения параметров технологического процесса. Простота в использовании позволяет на базе разработанной математической модели создать тренажер для обучения инженерно-технического персонала работе на данной установке.

### Литература

1. Манойло Е.В. Закономерности процесса массообмена в центробежном аппарате // ВЕЖПТ. 2011. №9 (49). С. 8–12.
2. Зиннатуллин Н.Х., Булатов А.А., Галимуллин Р.Г., Хайбуллина А.И. Тепло- и массообмен в центробежной жидкой пленке // Вестник Казанского технологического университета. 2013. №3 С. 66–68.
3. Боев С.В., Агапов Ю.Н., Стогней В.Г. Экспериментальное исследование гидродинамики аппарата для очистки газов с центробежным слоем насадки // Вестник ВГТУ. 2009. №5. С. 22–24.
4. Сугак Е.В., Сугак А.В. Моделирование закрученных турбулентных газодисперсных потоков // Современные проблемы науки и образования. 2013. №2. С. 177.
5. Сугак Е.В., Войнов Н.А., Степень Р.А., Житкова Н.Ю. Очистка промышленных газов от газообразных и дисперсных примесей // Химия растительного сырья. 1998.

### References

1. Manoylo E.V. The laws of mass transfer process in centrifugal vehicle. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2011, no. 9, pp. 8–12. (In Russian)
2. Zinnatullin N.Kh., Bulatov A.A., Galimullin R.G., Khaibullina A.I. Heat and mass transfer in centrifugal liquid film. *Herald of Kazan Technological University*, 2013, no. 3, pp. 66–68. (In Russian)
3. Boev S.V., Agapov Y.N., Stogney V.G. Experimental hydrodynamics research of the device for gas purification with centrifugal packed bed. *The Bulletin of Voronezh State Technical University*, 2009, no. 5, pp. 22–24. (In Russian)
4. Sugak E.V., Sugak A.V. Simulation of swirling turbulent gas-dispersion flows. *Modern Problems of Science and Education*, 2013, no. 2, p. 177. (In Russian)
5. Sugak E.V., Voinov N.A., Stepen' R.A., Zhitkova N.Yu. Purification of industrial gases from gaseous and particulate

- №3. С. 21–34.
6. Перепелов А.И. Аппарат для исследования процесса центробежной конденсации // Известия ВолгГТУ. 2007. Т. 1. №3. С. 83–85.
  7. Калинин Е.Н., Корочкина Е.Е., Горнаков И.П., Голованов Е.А. Устройство выпарное центробежного типа для концентрирования жидких растворов. Патент RU 2509591. 2014. Бюл. №8.
  8. Николаев Н.А. Биконическая система координат и уравнения равновесия для анализа напряженного состояния уплотнения в аппаратах высокого давления // Ежегодник Института физики высоких давлений РАН. 1998. Т. 5. С. 146–152.
  9. Matyka M. Solution to two-dimensional incompressible Navier-Stokes equations with SIMPLE, SIMPLER and vorticity-stream function approaches. Driven-lid cavity problem: solution and visualization. CFD Project Report №3. University of Linkoping, 2004. 13 p.
  10. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.
  11. Горнаков И.П., Калинин Е.Н. К постановке задачи 3D-моделирования гидродинамики процесса концентрирования жидкого раствора в поле действия центробежных сил // Вестник Череповецкого государственного университета. 2015. №1. С. 5–8.
  12. Калинин Е.Н., Корочкина Е.Е., Горнаков И.П. Тепловая и гидродинамическая модели процесса концентрирования технологического раствора в поле действия центробежных сил // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. 2012. №6. С. 151–155.
  13. Горнаков И.П., Калинин Е.Н. 3D-моделирование гидродинамики процесса рециклинга отработанного жидкого раствора в поле действия центробежных сил // Современные инструментальные системы, информационные технологии и инновации: сборник трудов XII Международной конференции. Курск, 2015. С. 340–343.
  14. Калинин Е.Н., Ершов С.В. Синтез ячеечной модели массообмена в процессе обезвоживания волокнистого материала распределенным давлением // Изв. Вузов. Технология текстильной промышленности. 2011. №6. С. 118–121.
  15. Калинин Е.Н., Ершов С.В. Компьютерная модель переходных состояний процесса массообмена в зоне контакта валковой пары // Изв. Вузов. Технология текстильной промышленности. 2012. №3. С. 117–120.
  - impurities. *Khimija Rastitel'nogo Syr'ja*, 1998, no. 3, pp. 21–34.
  6. Perepelov A.I. Apparatus for research of centrifugal condensation process. *Izvestia VSTU*, 2007, vol. 1, no. 3, pp. 83–85.
  7. Kalinin E.N., Korochkina E.E., Gornakov I.P., Golovanov E.A. *Centrifugal Evaporator for Concentration of Liquid Solutions*. Patent RU2509591, 2014.
  8. Nikolaev N.A. Biconical coordinate system and balance equation for the analysis of stress state seal in high-pressure devices. *Ezhegodnik Instituta Fiziki Vysokikh Davlenii RAN*, 1998, vol. 5, pp. 146–152. (In Russian)
  9. Matyka M. Solution to two-dimensional incompressible Navier-Stokes equations with SIMPLE, SIMPLER and vorticity-stream function approaches. Driven-lid cavity problem: solution and visualization. *CFD Project Report №3*. University of Linkoping, 2004, 13 p.
  10. Patankar S. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. NY, Hemisphere Publ., 1980.
  11. Gornakov I.P., Kalinin E.N. To the task of 3D-modeling of hydrodynamics concentration of liquid solution in the field centrifugal forces. *Cherepovets State University Bulletin*, 2015, no. 1, pp. 5–8. (In Russian)
  12. Kalinin E.N., Korochkina E.E., Gornakov I.P. Thermal and hydrodynamic models of the process of concentration of technological solution in the field of centrifugal forces influence. *Izv. vuzov. Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti*, 2012, no. 6, pp. 151–155. (In Russian)
  13. Gornakov I.P., Kalinin E.N. 3D-modeling of hydrodynamics of the recycling process of waste liquid solution in the field of centrifugal forces. *Sovremennye Instrumental'nye Sistemy, Informatsionnye Tekhnologii i Innovatsii: Sbornik Trudov XII Mezhdunarodnoi Konferentsii*. Kursk, Russia, 2015, pp. 340–343. (In Russian)
  14. Kalinin E.N., Ershov S.V. Synthesis of cell model of mass transfer in the process of dehydration the fibrous material by distributed pressure. *Izv. vuzov. Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti*, 2011, no. 6, pp. 118–121. (In Russian)
  15. Kalinin E.N., Ershov S.V. A computer model of transition states of the mass transfer process in a contact zone of rolls. *Izv. vuzov. Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti*, 2012, no. 3, pp. 117–120. (In Russian)

#### Авторы

**Калинин Евгений Николаевич** – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой, профессор, Ивановский государственный политехнический университет, 153000, Иваново, Российская Федерация, enkalini@gmail.com  
**Горнаков Илья Павлович** – аспирант, Ивановский государственный политехнический университет, 153000, Иваново, Российская Федерация, ilya4579@yandex.ru

#### Authors

**Evgeniy N. Kalinin** – D.Sc., Full Professor, Head of Chair, Ivanovo State Polytechnic University, Ivanovo, 153000, Russian Federation, enkalini@gmail.com

**Ilya P. Gornakov** – postgraduate, Ivanovo State Polytechnic University, Ivanovo, 153000, Russian Federation, ilya4579@yandex.ru