

УДК 535.3+517.926.4+519.642.7

ИНФРАКРАСНАЯ ТОМОГРАФИЯ ГОРЯЧЕГО ГАЗА: МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АКТИВНО-ПАССИВНОЙ ДИАГНОСТИКИ

В.С. Сизиков

Сизиков Валерий Сергеевич – доктор технических наук, кандидат физико-математических наук, профессор кафедры измерительных технологий и компьютерной томографии СПбНИУ ИТМО и Института международных образовательных программ при СПбГПУ. Области научных интересов – томография, обработка изображений, спектроскопия, гравиметрия, гидроакустика, астрофизика, прикладная математика, интегральные уравнения, некорректные задачи и регулярные методы их решения. Автор более 130 научных работ, из них 9 книг (монографии и учебники). Член Американского математического общества, референт журнала «Mathematical Reviews», член диссертационного совета при НИУ ИТМО. Научный руководитель шести кандидатских и консультант одной докторской диссертации.



Сформулированы основные задачи инфракрасной томографии горячего газа на примере пламени горелки (burner). Описан вариант, когда используются два режима диагностики пламени: активный (ON), с включенным источником просвечивания, и пассивный (OFF) – без источника. Выведены два интегральных уравнения относительно коэффициента абсорбции k и функции Планка B среды (по которой можно рассчитать температурный профиль среды T_g). В случае осевой симметрии и параллельного сканирования пламени уравнения преобразованы в одномерные сингулярные интегральные уравнения типа Абеля относительно k и B . Для их численного решения использованы обобщенный метод квадратур, сглаживание данных с помощью сплайнов и метод регуляризации Тихонова. Разработан пакет программ на MATLAB7. С его помощью выполнена обработка результатов экспериментальной диагностики пламени горелки при некотором волновом числе ν в некотором сечении пламени. Особенностью методики является то, что она не требует специального определения k путем прямого измерения или с помощью базы данных, например HITRAN/HITEMP. Обзор предназначен для студентов, аспирантов, преподавателей и научных сотрудников, специализирующихся по томографии, интегральным уравнениям, некорректным задачам, прикладной математике и программированию.

Ключевые слова: ИК томография, активный и пассивный режимы диагностики, коэффициент абсорбции, температурный профиль, интегральные уравнения, осевая симметрия, параллельное сканирование.

Введение

Рассматривается задача инфракрасной (ИК) томографии (IR tomography) [1–4] горячего газа, согласно которой определяются характеристики газовой среды по результатам ее внешней диагностики посредством ИК излучения, проходящего через среду.

Области применения ИК томографии и решаемые задачи:

- определение распределения абсорбции (поглощения), эмиссии (излучения) и температуры горячих газов – пламени лабораторной горелки [5], плазмы [6–10], пламени котлов, топков и парогенераторов [11], горячих газовых потоков [12], например, газа, вытекающего из сопла ракеты;
- ИК спектроскопическая томография температуры и концентрации частиц применительно к диагностике горения и обжига пылевидного угля или биомассы [12];
- точечная (не по сечениям) диагностика, или лазерная термометрия пламени горелки на основе когерентного антистоксова Раман-рассеяния (coherent anti-Stokes Raman scattering, CARS) [5; 13, С. 303, 615];
- определение параметров слоистой атмосферы – температуры, давления, затухания, абсорбции, эмиссии и др. [14–16] в рамках спутниковой метеорологии [17];
- тепловая (ИК) томография неразрушающего контроля композиционных материалов – анализ изменения поверхностной температуры материалов во времени с помощью нейронной сети из перцептронов, тепловой контроль углепластика в авиакосмической промышленности и др. [18];
- в биомедицинской оптике – зондирование биотканей (кожи и др.) излучением ближнего ИК диапазона [19];
- ИК томография времени жизни и диффузионной длины носителей заряда в слитках полупроводникового кремния [20].

Видим, что область применения ИК томографии довольно широкая и разнообразная. Однако мы остановимся, главным образом, на ИК томографии горячих газов, в которых имеют место абсорбция и

эмиссия (примеры: пламя лабораторной горелки, котлов, топок и парогенераторов, плазма, газ, вытекающий из сопла ракеты). Это – одна из задач физики горения (combustion) [4, 5, 21, 22]. При этом будем также иметь в виду примыкающую задачу определения параметров атмосферы на основе ИК радиации, эмитированной атмосферой и перехватываемой сенсорами спутников, как задачу удаленного восприятия (remote sensing) профиля атмосферной температуры [17]. Задачи ИК томографии горячих газов и определения параметров атмосферы имеют ту общность, что они все используют дифференциальное уравнение переноса излучения (в разных вариантах).

Объяснение различий РКТ и ИК томографии. Задача ИК томографии имеет как сходства, так и различия с рентгеновской компьютерной томографией (РКТ) [8, 23–28]. Как известно [13, С. 227, 638], область длин волн λ рентгеновских лучей составляет примерно 10^{-5} – 10^2 нм, а ИК излучение занимает широкую область от 740 до $2 \cdot 10^6$ нм, но мы будем рассматривать более узкую область ИК излучения – от 2000 до 15000 нм. При этом будем рассматривать область температур среды T_g от 1000 до 2000°C. На рис. 1 приведена функция Планка B для длин волн λ от 0 до 15000 нм и для трех значений T_g . Из рис. 1 видно, что в области длин волн рентгеновских лучей функция Планка B имеет очень малые значения, а значит, излучательная способность ϵ практически отсутствует. В области же длин волн ИК томографии функция Планка имеет повышенные значения, поэтому излучательная способность среды существенна. Это порождает следующие различия РКТ и ИК томографии.

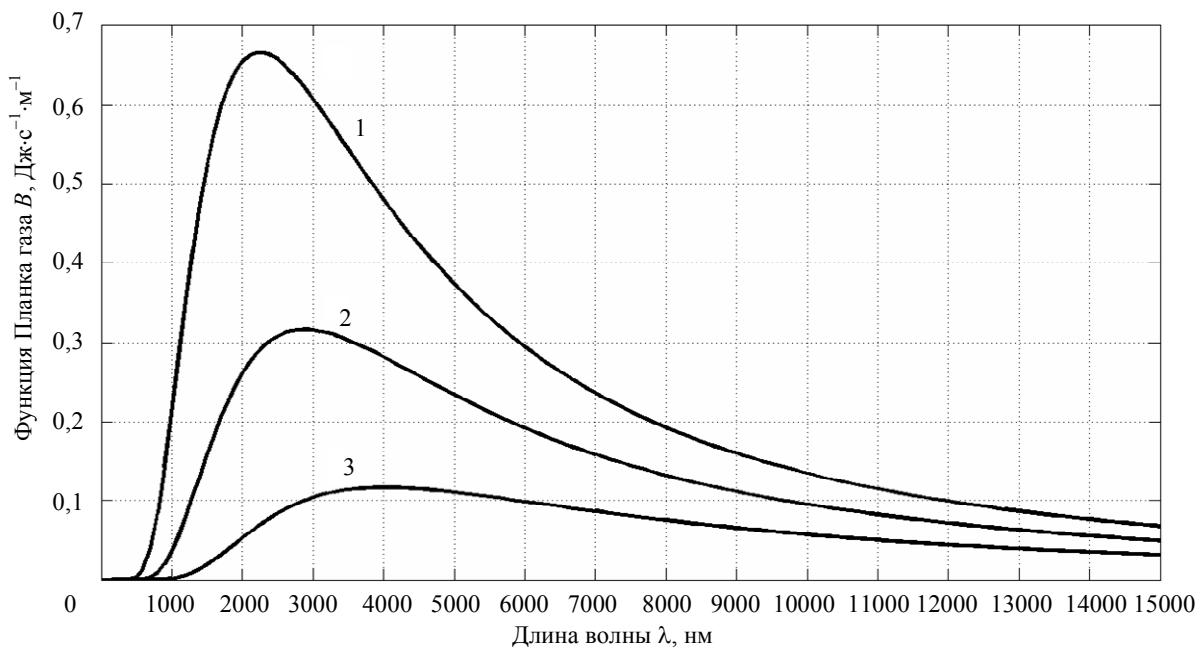


Рис. 1. Функция Планка газа $B(\lambda, T_g)$. 1 – $T_g = 2000^\circ\text{C}$; 2 – $T_g = 1500^\circ\text{C}$; 3 – $T_g = 1000^\circ\text{C}$

В РКТ имеет место лишь поглощение (абсорбция) сканирующих лучей, проходящих через вещество; искомой функцией является одна функция – коэффициент абсорбции k ; используется лишь активный режим (с включенным источником просвечивания); необходимо решать лишь одно уравнение – интегральное уравнение (ИУ) Радона относительно k .

В ИК томографии имеет место не только абсорбция, но и эмиссия газа, поэтому искомыми функциями являются две – коэффициент абсорбции k и коэффициент излучения ϵ , связанный с функцией Планка среды B (которая связана с температурным профилем среды T_g); в идеале необходимы (как, например, в [4]) два режима измерений: активный (в [4] он назван режимом ON – с источником или с зеркалом [1]) и пассивный (в [4] он назван режимом OFF – без источника и без зеркала [1], когда источником излучения является сама среда), и нужно решать два интегральных уравнения (ИУ) относительно k и B . Однако часто [2, 3] рассматривают лишь режим ON и получают одно (дифференциальное или интегральное) уравнение относительно двух искомых функций, k и B . Чтобы преодолеть этот дефицит данных (одно уравнение и две искомых функции), нередко полагают [2], что коэффициент k измерен (некоторым образом) или используют базу данных HITRAN/HITEMP [29, 30] и подобные для определения k .

В данной работе для ИК томографии горячего газа используются два режима измерений – ON и OFF. Будут получены два ИУ относительно двух функций k и B . Заметим, что в работах [1, 4] и др. также сформулирована задача эмиссионно-абсорбционной томографии на основе измерений с внешним источником или зеркалом и без него (with and without an external source or mirror). В работе [1] для выполнения

диагностики осесимметричной плазмы использовано зеркало (которое предложил ранее Pearse), расположенное с противоположной стороны от детектора (приемника) (рис. 2). Зеркало позволяет обойтись без источника, заменяя его. В дальнейшем вместо схемы с зеркалом стали использовать систему источник–приемник (как и в данной работе), при этом уравнения, полученные в [1] для схемы с зеркалом, оказались в общем и целом справедливыми для системы источник–приемник.

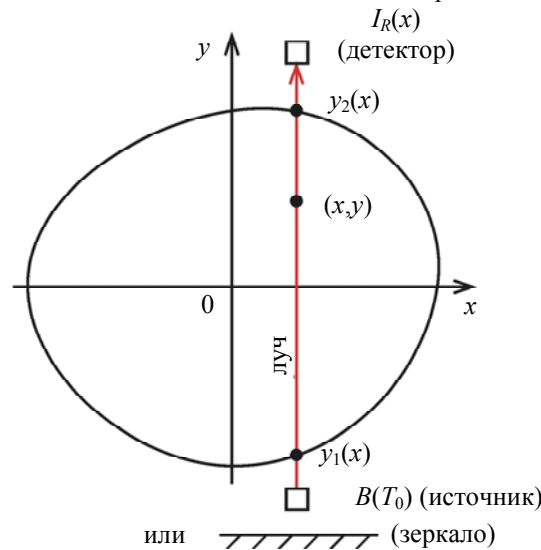


Рис. 2. Прохождение луча через z-сечение пламени

В [4] отмечено, что разность ON и OFF измерений позволяет определить коэффициент абсорбции k , а затем определить функцию Планка B и температуру T_g . Приведены выражения для интенсивностей в виде контурных интегралов и реконструктивные алгоритмы Рамачандрана–Лакшминараяна и Шеппа–Логана. Однако в [4] методика изложена слишком кратко; при этом не использованы такие эффективные приемы, как сглаживание экспериментальных данных, регуляризация и т.д. (эти вопросы рассмотрены в других публикациях – см. дальше).

Заметим, что в обратной задаче диагностики плазмы [2–4, 6–10] используется как активный режим (просвечивание плазмы), так и пассивный режим, когда источником излучения является сама плазма, однако задача не доведена до двух интегральных уравнений. Также не доведена до двух уравнений методика диагностики слоистой атмосферы [14–17].

В данной работе эти вопросы рассмотрены объединенно и по-новому.

Основные соотношения

Уравнение переноса ИК излучения. Рассмотрим горелку (burner) [5], создающую ламинарное ровное пламя (рис. 3). Такая горелка часто используется для тестирования различных методов и алгоритмов [2–5].

Пусть через некоторое z -сечение пламени параллельно оси y (рис. 3) передается монохроматическое излучение абсолютно черного тела (а.ч.т.)

$$B(T_0) = \frac{2hc^2\nu^3}{e^{hc\nu/k_B T_0} - 1}, \quad (1)$$

где h – постоянная Планка, c – скорость света в вакууме, $\nu = 1/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны, k_B – постоянная Больцмана, T_0 – температура а.ч.т.

Излучение, посылаемое источником (а.ч.т.), испытывает абсорбцию с коэффициентом абсорбции $k = k(x, y)$. Кроме того, среда излучает с коэффициентом излучения $\varepsilon = \varepsilon(x, y) = \varepsilon(T_g(x, y))$, где $T_g = T_g(x, y)$ – распределение температуры по z -сечению среды. Имеет место дифференциальное уравнение переноса излучения с учетом абсорбции и эмиссии, но без рассеяния [1–4, 8, 14, 31]:

$$\frac{dI(x, y)}{dy} = -k(x, y)I(x, y) + \varepsilon(x, y), \quad (2)$$

где $I(x, y)$ – искомая интенсивность излучения, причем $k(x, y(x)) = 0$ при $y(x) < y_1(x)$ и $y(x) > y_2(x)$, где $y_1(x)$ и $y_2(x)$ – границы среды (рис. 2).

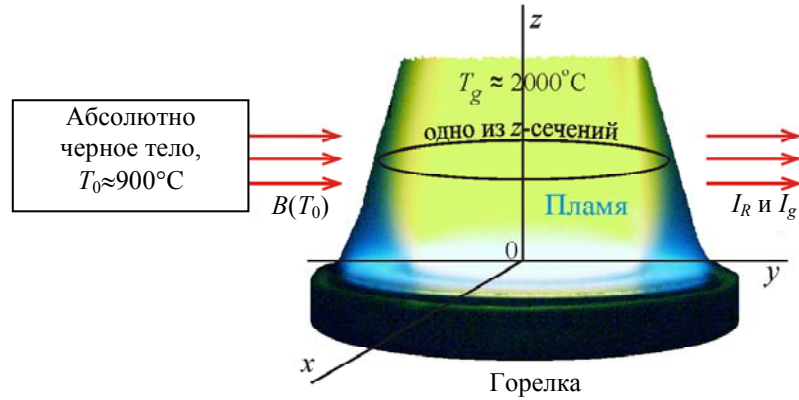


Рис. 3. Горелка

Полагаем, что в каждой точке (x, y) имеет место локальное термодинамическое равновесие [31]. Это позволяет использовать закон Кирхгофа [31]: отношение излучательной и поглощательной способностей равно $\frac{\varepsilon}{k} = B(T_g)$, где $B(T_g)$ – функция Планка для среды (ср. (1)):

$$B(T_g) = B(T_g(x, y)) = \frac{2hc^2\nu^3}{e^{hc\nu/k_B T_g(x, y)} - 1}, \quad (3)$$

или $\varepsilon(x, y) = k(x, y) B(T_g(x, y))$. В результате уравнение переноса излучения (2) примет вид (ср. [2, 9, 14])

$$\frac{dI(x, y)}{dy} = k(x, y) [B(T_g(x, y)) - I(x, y)], \quad (4)$$

где x играет роль параметра, т.е. уравнение (4) справедливо при каждом значении x (см. рис. 4, где представлена схема параллельного сканирования некоторого z -сечения пламени при некотором ракурсе φ).

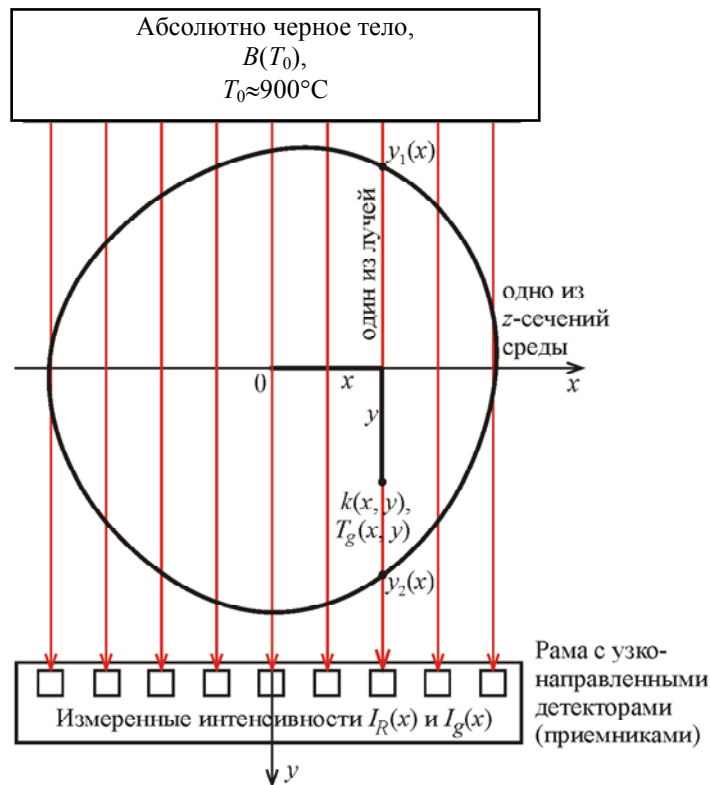


Рис. 4. Параллельное прохождение лучей через z -сечение пламени

Аналитическое решение уравнения переноса излучения. Решение уравнения (4) для каждой точки (x, y) каждого луча имеет следующий вид (ср. [1, 2, 4, 9, 31; 32, С. 308]):

$$I(x, y) = B(T_0) \exp\left(-\int_{y_1(x)}^y k(x, y') dy'\right) + \int_{y_1(x)}^y k(x, y') B(T_g(x, y')) \exp\left(-\int_{y'}^y k(x, y'') dy''\right) dy'.$$

Для дальнейшей обработки более важна интенсивность на детекторе:

$$I_R(x) = B(T_0) \exp\left(-\int_{y_1(x)}^{y_2(x)} k(x, y) dy\right) + \int_{y_1(x)}^{y_2(x)} k(x, y) B(T_g(x, y)) \exp\left(-\int_y^{y_2(x)} k(x, y') dy'\right) dy. \quad (5)$$

Соотношение (5) следует рассматривать как ИУ относительно двух функций k и B . Чтобы уравнений было также два, помимо активного режима ON с источником (1), дающего функцию I_R , используем режим пассивной диагностики пламени OFF, когда нет источника и его роль играет само пламя. Обозначим измеренную детекторами интенсивность в режиме OFF через $I_g(x)$. Выражение для $I_g(x)$ имеет вид (ср. [1, 4] и (5)):

$$I_g(x) = \int_{y_1(x)}^{y_2(x)} k(x, y) B(T_g(x, y)) \exp\left(-\int_y^{y_2(x)} k(x, y') dy'\right) dy. \quad (6)$$

Теперь задачу можно сформулировать следующим образом: по двум измеренным функциям I_R и I_g нужно определить две функции k и B путем решения системы двух ИУ (5) и (6). Однако искомые функции k и B – это функции двух переменных x и y , а исходные (измеренные) функции I_R и I_g – функции лишь одной переменной x . Исходя из этого, необходимо, как в РКТ, выполнить измерения под разными ракурсными углами φ и получить $I_R(x, \varphi)$ и $I_g(x, \varphi)$ или рассмотреть, например, случай, когда изолинии k и B являются окружностями (случай осевой симметрии, см. дальше). В этом случае искомые функции будут функциями одной переменной: $k = k(r)$, $B = B(T_g(r))$, где r – расстояние от оси пламени.

Данную задачу можно упростить. Обозначим через I_T разность двух измеренных функций I_R и I_g , т.е. $I_T(x) = I_R(x) - I_g(x)$. Получим уравнение, описывающее процесс абсорбции без эмиссии в активном режиме:

$$I_T(x) = B(T_0) \exp\left(-\int_{y_1(x)}^{y_2(x)} k(x, y) dy\right). \quad (7)$$

В результате получаем не систему двух ИУ, а два самостоятельных ИУ, решаемых последовательно: сначала решается уравнение (7) относительно $k(x, y)$, а затем уравнение (6) относительно $B(T_g(x, y))$ при уже найденной $k(x, y)$. После вычисления $B(T_g(x, y)) = B(x, y)$ можно рассчитать температурный профиль (см. (3)):

$$T_g(x, y) = \frac{hcv/k_B}{\ln\left(\frac{2hc^2v^3}{B(x, y)} + 1\right)}. \quad (8)$$

При этом функции I_T и I_g должны быть получены, как сказано выше, под различными ракурсами φ , т.е. получены $I_T(x, \varphi)$ и $I_g(x, \varphi)$ или же рассмотрена схема осевой симметрии (в принципе, при одном ракурсе), когда $I_T = I_T(x)$, $I_g = I_g(x)$, $k = k(r)$, $B = B(T_g(r))$.

Случай осевой симметрии и параллельного сканирования

Рассмотрим случай, когда в каждом z -сечении пламени изолинии постоянных k и T_g (а также ε) являются окружностями, т.е. имеет место круговая (осевая) симметрия. Кроме того, полагаем, что выполняется параллельное сканирование (рис. 5). Вариант осевой симметрии и параллельного сканирования рассмотрен в ряде работ ([1, 4, 8, 9, 21, 22, 33] и др.). В данной работе дается дальнейшее развитие этого варианта.

Определение коэффициента абсорбции k . Рассмотрим ИУ (7) относительно $k(x, y)$. Учтем осевую симметрию пламени. Введем вместо y новую переменную r (расстояние от z -оси симметрии), и уравнение (7) примет вид сингулярного интегрального уравнения (СИУ) Абеля:

$$2 \int_x^R \frac{r}{\sqrt{r^2 - x^2}} k(r) dr = q(x), \quad 0 \leq x \leq R, \quad (9)$$

где

$$q(x) = -\ln \frac{I_T(x)}{B(T_0)}. \quad (10)$$

Рассмотрим вопрос о численном решении СИУ (9). Отметим следующие основные алгоритмы численного решения уравнения (9) (ср. [34]).

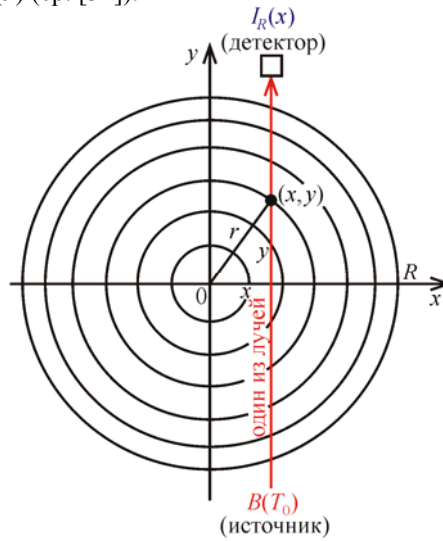


Рис. 5. Осевая симметрия и параллельное сканирование пламени

Алгоритм 1 (сдвиг сеток узлов) [35–38]. Вводятся дискретные сетки узлов по переменным r и x : $r_j = jh$, $x_i = r_i + \Delta$, $j, i = 0, 1, \dots, n$, $r_n = R$, где $h = R/n$ – шаг дискретизации, Δ – сдвиг между сетками, равный $\Delta = h/2$ [35, С. 8; 37, С. 273], или $\Delta \in [0, h/2]$ [36, С. 27], или $\Delta \in (0, h/2)$ [38]. Введение сдвига Δ позволяет устранить особенности при использовании численных методов, например, метода квадратур.

Алгоритм 2 (варианты метода квадратур). В работе [35, С. 8] при построении метода дискретных вихрей (одного из вариантов метода квадратур) интеграл в уравнении $\frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{\gamma(x) dx}{x - x_0} = f(x_0)$, $x_0 \in (-1, 1)$

(связанном с уравнением типа (9)) расписывается по формуле левых прямоугольников и используются сетки по x и x_0 со сдвигом $\Delta = h/2$. В результате получается система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно значений $\gamma_j \equiv \gamma(x_j)$.

В работах [21, 33] изложен метод под названием «onion-peeling» («луковая кожура»), в котором область $r \in [0, R]$ аппроксимируется кольцами постоянных значений k между $r_j - \Delta r/2$ и $r_j + \Delta r/2$ для каждого r_j . Сетки узлов по r и x полагаются одинаковыми (без сдвига). Особенность метода состоит в том, что интеграл $\int_{r_j - \Delta r/2}^{r_j + \Delta r/2} \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - x_i^2}}$ при $r_j - \Delta r/2 \geq x_i$ берется аналитически и имеет конечное значение.

Далее используется формула средних прямоугольников, и получается СЛАУ с верхней прямоугольной матрицей. Похожий метод изложен в работе [34].

Алгоритм 3 (аппроксимация решения) [6, С. 154]. В работах [36, С. 15, 27; 39, С. 149, 159] искомое решение $k(r)$ и (или) $q(x)$ аппроксимируется алгебраическим или тригонометрическим многочленом или полиномиальным сплайном, коэффициенты которого определяются из условия минимума невязки, что приводит к проекционному методу (Галеркина, коллокации и др.) и к решению СЛАУ.

В перечисленных алгоритмах имеет место саморегуляризация, причем в случае использования сдвига сеток величина сдвига Δ играет роль параметра регуляризации: чем ближе Δ к $h/2$, тем устойчивее решение $k(r)$, но меньше разрешающая способность численного метода, и чем ближе Δ к 0, тем менее устойчиво решение, но выше разрешение. Кроме того, во всех алгоритмах получаются СЛАУ с преобладающей (но не бесконечной) диагональю матрицы.

Отметим еще ряд алгоритмов. Уравнение (9), как известно, имеет аналитическое решение [6, 8, 21, 22, 33, 34]

$$k(r) = -\frac{1}{\pi} \int_r^R \frac{q'(x)}{\sqrt{x^2 - r^2}} dx, \quad 0 \leq r \leq R. \quad (11)$$

Однако решение (11) содержит производную $q'(x)$ от экспериментальной, а значит, зашумленной функции $q(x)$, а задача дифференцирования является некорректной [40, С. 18]. Кроме того, интеграл в (11) является несобственным (сингулярным). Тем не менее, для вычисления решения согласно (11) предложен ряд следующих алгоритмов.

Алгоритм 4 (интерполяция и метод квадратур). В работе [33] для вычисления производной $q'(x)$ использована интерполяция по трем, а также по двум соседним точкам. Интеграл в (11) $\int_r^R \frac{dx}{\sqrt{x^2 - r^2}}$ вычисляется аналитически. Похожий алгоритм изложен в работе [34] (использована обобщенная формула левых прямоугольников).

Алгоритм 5 (аппроксимация $q(x)$) [7, 41, 42]. Функция $q(x)$ аппроксимируется линейной комбинацией сглаживающих полиномов (или сплайнов) на всем интервале $x \in [0, R]$. Вычисляется $q'(x)$ путем дифференцирования полинома (или сплайна). Решение $k(r)$ согласно (11) вычисляется путем суммирования интеграла в (11) по отрезкам, что выполняется аналитически [7, С. 188–189].

Алгоритм 6 (без использования $q'(x)$). В работе [43] выражение (11) с помощью интегрирования по частям преобразовано в выражение, не содержащее производной $q'(x)$ [6–8, 21]:

$$k(r) = -\frac{1}{\pi} \left\{ \frac{q(R) - q(r)}{\sqrt{R^2 - r^2}} + \int_r^R \frac{x[q(x) - q(r)]}{\sqrt{(x^2 - r^2)^3}} dx \right\}, \quad 0 \leq r \leq R.$$

Данный алгоритм реализован в работе [7, С. 217–220] с использованием кубического сплайна [44, Р. 273] для $q(x)$.

Алгоритм 7 (с использованием регуляризации). ИУ Абеля (9) вследствие сингулярности имеет, с одной стороны, сложности в реализации алгоритмов, а с другой стороны, обладает саморегуляризацией, в результате чего задача его решения является умеренно некорректной [21]. В ряде работ ([21, 22, 45] и др.) для повышения устойчивости алгоритмов использован метод регуляризации Тихонова [40, 46–48].

В данной работе рассматривается решение уравнения (9) относительно искомой функции $k(r)$, а также численное вычисление $k(r)$ согласно (11). Новым является комплексный подход – предварительное сглаживание экспериментальных функций I_R и I_g , использование обобщенного метода квадратур (в модификации) для решения уравнения (9) и вычисления (11) и метода регуляризации Тихонова.

Обобщенный метод квадратур решения сингулярного интегрального уравнения

Рассмотрим СИУ (9). В работе [33] предложен, а в работе [21] реализован численный метод «onion-peeling», в котором использованы равномерные совпадающие сетки узлов по r и x и квадратурная формула средних прямоугольников для вычисления интеграла в (9). В работе [34] применены также равномерные совпадающие сетки по r и x и формула левых прямоугольников.

В данной работе используются неравномерные сетки и квадратурная формула левых прямоугольников, что порождает более общий и удобный алгоритм.

Итак, рассмотрим решение уравнения (9) на сетках узлов, вообще говоря, неравномерных и несовпадающих:

$$0 \leq x_1 \leq r_1 < x_2 \leq r_2 < x_3 \leq r_3 < \dots < x_i \leq r_i < \dots < x_n \leq r_n \leq R \quad (12)$$

или $r_i = x_i + \Delta_i$, $\Delta_i \in [0, (x_{i+1} - x_i)/2]$. Здесь $R = r_{\max}$ – граничное значение, при котором $k(R) = 0$. На каждом промежутке $[r_j, r_{j+1}]$, $j \in [1, n-1]$ полагаем приближенно $k(r) = k(r_j) \equiv k_j = \text{const}$. Получим

$$\int_{r_j}^{r_{j+1}} \frac{r}{\sqrt{r^2 - x^2}} k(r) dr = \left(\sqrt{r_{j+1}^2 - x^2} - \sqrt{r_j^2 - x^2} \right) k_j, \quad (13)$$

$$j \in [1, n-1], \quad x \leq r_j < r_{j+1} \leq R,$$

– обобщенную квадратурную формулу левых прямоугольников для сингулярности $r/\sqrt{r^2 - x^2}$, причем множители $\left(\sqrt{r_{j+1}^2 - x^2} - \sqrt{r_j^2 - x^2} \right)$ являются квадратурными коэффициентами этой формулы. Специфика

формулы состоит в том, что сингулярный интеграл $\int_{r_j}^{r_{j+1}} \frac{r}{\sqrt{r^2 - x^2}} dr$ вычисляется аналитически точно и

без особенности. Если же вычислять его численно по обычной квадратурной формуле левых прямоугольников, то при $x = r_j$ возникает деление на ноль.

Интеграл в (9) есть сумма интегралов (13):

$$\int_{x_i}^R \frac{r}{\sqrt{r^2 - x_i^2}} k(r) dr = \sum_{j=i}^{n-1} \left(\sqrt{r_{j+1}^2 - x_i^2} - \sqrt{r_j^2 - x_i^2} \right) k_j, \quad i \in [1, n-1].$$

В результате СИУ (9) преобразуется в

$$\sum_{j=i}^{n-1} p_{ij} k_j = q_i/2, \quad i \in [1, n-1], \quad \text{где } p_{ij} = \sqrt{r_{j+1}^2 - x_i^2} - \sqrt{r_j^2 - x_i^2}, \quad (14)$$

т.е. СЛАУ с верхней треугольной матрицей $(n-1) \times (n-1)$ относительно $k_j, j \in [1, n-1]$. Рекуррентное решение СЛАУ (14) имеет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} k_{n-1} &= \frac{q_{n-1}/2}{p_{n-1, n-1}}, \quad k_n = k_{n-2} + \left(\frac{r_n - r_{n-2}}{r_{n-1} - r_{n-2}} \right) \cdot (k_{n-1} - k_{n-2}), \\ k_i &= \frac{q_i/2 - \sum_{j=i+1}^{n-1} p_{ij} k_j}{p_{ii}}, \quad i = n-2, n-3, \dots, 1, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

где $k_i \equiv k(r_i), q_i \equiv q(x_i)$. В решение (15) добавлено вычисление k_n с помощью линейной экстраполяции [49, С. 213, ф. (8.80)]. В работе [33] также приведены формулы типа (13), но для случая равномерных и совпадающих сеток по r и x с использованием формулы средних прямоугольников, при этом формулы типа (15) не приведены. Формулы (12)–(14) являются более общими и удобными, чем в работах [21, 33], а формула (15) – явной. Метод согласно (12)–(15) назван в работе [34] обобщенным методом квадратур решения СИУ (9).

Приведенный метод согласно (12)–(15) может быть применен также к численному вычислению решения $k(r)$ согласно (11) (ср. [33, 34]), однако в данной работе мы ограничимся численным вычислением $k(r)$ путем решения СИУ (9) согласно (12), (15).

Определение функции Планка В. Теперь рассмотрим соотношение (6) как ИУ относительно $B(x, y) = B(T_g(x, y))$ при уже найденной $k(x, y)$. Соотношение (6) можно записать в виде

$$\int_{y_1(x)}^{y_2(x)} \tilde{k}(x, y) B(x, y) dy = I_g(x), \quad -R \leq x \leq R, \quad (16)$$

где

$$\tilde{k}(x, y) = k(x, y) \exp \left(- \int_y^{y_2(x)} k(x, y') dy' \right) \quad (17)$$

– ядро интегрального уравнения, а $B(x, y) = B(T_g(x, y))$ – искомая функция.

Учтем осевую симметрию и параллельное сканирование. При этом, чтобы учесть особенности записи интегралов в (16) и (17) при использовании полярной координаты r , запишем интеграл (16) в виде суммы двух интегралов (рис. 6):

$$\int_{y_1(x)}^{y_2(x)} \tilde{k}(x, y) B(x, y) dy = \int_{y_1(x)}^0 \tilde{k}(x, y) B(x, y) dy + \int_0^{y_2(x)} \tilde{k}(x, y) B(x, y) dy. \quad (18)$$

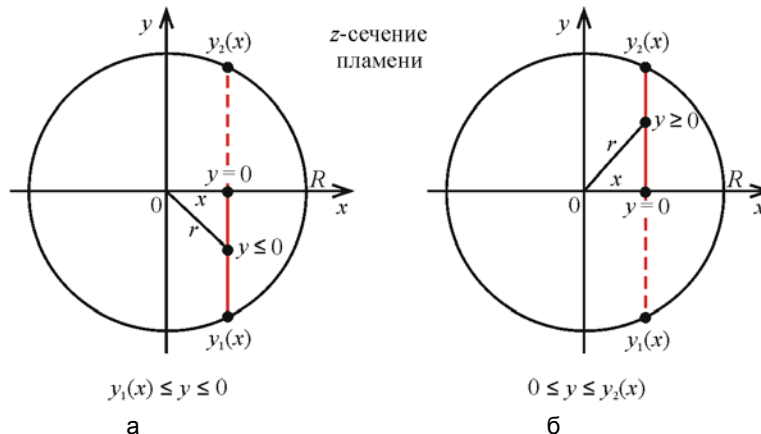


Рис. 6. Осевая симметрия и параллельное сканирование пламени: $y \in [y_1(x), 0]$ (а) и $y \in [0, y_2(x)]$ (б)

Для первого интеграла в (18) (т.е. при $y \leq 0$) имеем $y = -\sqrt{r^2 - x^2}$, $dy = -\frac{r}{\sqrt{r^2 - x^2}} dr$, а для второго интеграла (т.е. при $y \geq 0$) $y = \sqrt{r^2 - x^2}$, $dy = \frac{r}{\sqrt{r^2 - x^2}} dr$. Сумма этих интегралов равна

$$\int_x^R \frac{r k(r)}{\sqrt{r^2 - x^2}} \exp\left\{-\left(\int_x^R + \int_x^r\right) \frac{r' k(r')}{\sqrt{r'^2 - x^2}} dr'\right\} B(r) dr + \int_x^R \frac{r k(r)}{\sqrt{r^2 - x^2}} \exp\left\{-\left(\int_x^R - \int_x^r\right) \frac{r' k(r')}{\sqrt{r'^2 - x^2}} dr'\right\} B(r) dr =$$

$$= \exp\left\{-\int_x^R \frac{r' k(r')}{\sqrt{r'^2 - x^2}} dr'\right\} \cdot \int_x^R \frac{r k(r)}{\sqrt{r^2 - x^2}} \left[\exp\left(\int_x^r \frac{r' k(r')}{\sqrt{r'^2 - x^2}} dr'\right) + \exp\left(-\int_x^r \frac{r' k(r')}{\sqrt{r'^2 - x^2}} dr'\right)\right] B(r) dr. \quad (19)$$

В результате уравнение (16) с учетом (19) запишется в виде СИУ типа ИУ Абеля:

$$\int_x^R K(x, r) B(r) dr = Q(x), \quad 0 \leq x \leq R, \quad (20)$$

где

$$K(x, r) = \frac{r k(r)}{\sqrt{r^2 - x^2}} \left(e^{u(x, r)} + e^{-u(x, r)} \right), \quad (21)$$

$$Q(x) = I_g(x) e^{u(x, R)}, \quad (22)$$

$$u(x, r) = \int_x^r \frac{r' k(r')}{\sqrt{r'^2 - x^2}} dr', \quad 0 \leq x \leq R, \quad x \leq r \leq R. \quad (23)$$

Видим, что, во-первых, само уравнение (20) является сингулярным, так как его ядро $K(x, r)$ (21) содержит сингулярный множитель, и, во-вторых, интеграл (23) является сингулярным. Используем, как и при решении СИУ (9), обобщенный метод квадратур. В результате сингулярный интеграл (23) будет приближенно равен (ср. (13))

$$u(x_i, r_j) = \begin{cases} 0, & j = i, \\ \sum_{j'=i}^{j-1} \left(\sqrt{r_{j'+1}^2 - x_i^2} - \sqrt{r_{j'}^2 - x_i^2} \right) k_{j'}, & j > i, \end{cases} \quad (24)$$

на сетках узлов (12), а СИУ (20) с учетом (22)–(24) преобразуется в СЛАУ

$$\sum_{j=i}^{n-1} P_{ij} B_j = Q_i, \quad i \in [1, n-1], \quad (25)$$

где

$$P_{ij} = \left(\sqrt{r_{j+1}^2 - x_i^2} - \sqrt{r_j^2 - x_i^2} \right) \cdot k_j \cdot \left(e^{u(x_i, r_j)} + e^{-u(x_i, r_j)} \right), \quad (26)$$

$$Q_i = I_g(x_i) \cdot e^{u(x_i, R)}. \quad (27)$$

СЛАУ (25) имеет верхнюю треугольную матрицу $(n-1) \times (n-1)$. Ее рекуррентное решение (ср. (15)):

$$\left. \begin{aligned} B_{n-1} &= \frac{Q_{n-1}}{P_{n-1, n-1}}, \quad B_n = B_{n-2} + \left(\frac{r_n - r_{n-2}}{r_{n-1} - r_{n-2}} \right) \cdot (B_{n-1} - B_{n-2}), \\ B_i &= \frac{Q_i - \sum_{j=i+1}^{n-1} P_{ij} B_j}{P_{ii}}, \quad i = n-2, n-3, \dots, 1, \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

где $B_i \equiv B(r_i)$, $Q_i \equiv Q(x_i)$, а P_{ij} и Q_i выражаются формулами (26) и (27). После получения $B(r)$ можно найти температурный профиль (см. (8)):

$$T_g(r) = \frac{hcv/k_B}{\ln\left(\frac{2hc^2v^3}{B(r)} + 1\right)}. \quad (29)$$

Использование регуляризации

Задача решения интегральных уравнений I рода (7) и (6), а также их частных случаев (9) и (20) является, строго говоря, некорректной, несмотря на то, что интегральные уравнения (9) и (20) являются сингулярными, а сингулярные ИУ обладают, как известно [35, С. 194; 37, С. 495], свойством естествен-

ной регуляризации, или саморегуляризации, обусловленным тем, что при их численном решении квадратурами матрица получающейся СЛАУ имеет преобладающую диагональ. Кроме того, интегральные уравнения Вольтерра I рода, к которым относятся ИУ (9) и (20), занимают промежуточное положение между ИУ Фредгольма I рода и Вольтерра II рода [46, С. 110–114]. Другими словами, задача решения ИУ Вольтерра I рода может быть корректной (well-posed) или некорректной (ill-posed) в зависимости от того, какими методами и в каких пространствах она решается.

В данной работе выясняется, в какой степени метод обобщенных квадратур (без регуляризации, но со сглаживанием результатов измерений, см. дальше) делает задачу решения СИУ (9) и (20) устойчивой и насколько повышает ее устойчивость метод регуляризации Тихонова (ср. [10, 21, 22, 40, 45–48]).

В задаче определения коэффициента абсорбции k запишем СЛАУ (14) в виде

$$Ak = f, \tag{30}$$

где

$$A_{ij} = \begin{cases} p_{ij}, & j \geq i, \\ 0, & j < i, \end{cases} \quad f_i = q_i/2, \quad i, j \in [1, n-1]. \tag{31}$$

Согласно методу регуляризации Тихонова, вместо (30) с учетом (31) решается СЛАУ

$$(\alpha I + A^T A)k_\alpha = A^T f, \tag{32}$$

где $\alpha > 0$ – параметр регуляризации, I – единичная матрица. Часто [10, 16, 21, 22, 45–47] регуляризованная СЛАУ записывается в виде

$$(\alpha LL^T + A^T A)k_\alpha = A^T f \tag{33}$$

или

$$(\alpha ALL^T + A^T A)k_\alpha = A^T f, \tag{34}$$

где матрица $L (n-1) \times n$ – дискретный лапласиан. Записи (33) и (34) имеют более высокий порядок регуляризации, чем (32).

Важным является вопрос о выборе параметра регуляризации α . Для выбора α обычно используются принцип невязки, критерий L-кривой, метод перекрестной значимости и др. [7, 10, 22, 46–48]. В данной работе мы остановимся на принципе невязки. Согласно нему, α выбирается согласно равенству

$$\|Ak_\alpha - f\| = \delta, \tag{35}$$

где δ – верхняя оценка шума по норме: $\delta = \|\delta f\|_2$. Здесь $f = q/2$, поэтому (см. (10)) $\delta f = \frac{\delta q}{2} = \frac{1}{2} \frac{\delta I_T}{I_T}$.

Подробнее:

$$\delta = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^n \left(\frac{\delta I_T}{I_{T,s}} \right)_i^2 \right\}^{1/2}, \tag{36}$$

где $|\delta I_T| = |I_{T,m} - I_{T,s}|$, $I_{T,m}$ – измеренные (measured) значения I_T , а $I_{T,s}$ – значения I_T , полученные аппроксимирующим (сглаживающим) сплайном (spline) (см. рис. 9), которые предлагается использовать в качестве «точных» значений I_T , поскольку точные значения I_T неизвестны в случае реальных (не модельных) измерений.

Невязка $\|Ak_\alpha - f\|$ может быть записана как

$$\|Ak_\alpha - f\|_2 = \left\{ \sum_{i=1}^{n-1} [(Ak_\alpha)_i - f_i]^2 \right\}^{1/2} = \left\{ \sum_{i=1}^{n-1} \left[\sum_{j=i}^{n-1} A_{ij}(k_\alpha)_j - f_i \right]^2 \right\}^{1/2}. \tag{37}$$

Принцип невязки (35)–(37) эффективен, когда f зашумлена, а погрешность δ оценена надежно.

Если решается модельный пример с заданным точным коэффициентом абсорбции \bar{k} , то α нужно выбирать по минимуму относительной погрешности решения (ср. [45])

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\|k_\alpha - \bar{k}\|}{\|\bar{k}\|}, \tag{38}$$

где \bar{k} – точный (заданный) коэффициент абсорбции.

Обозначим через α_d параметр регуляризации, выбранный по принципу невязки (discrepancy), а через α_{opt} – по минимуму погрешности ε_α (38).

В задаче определения функции Планка B запишем СЛАУ (25) в виде

$$AB = Q, \tag{39}$$

где

$$A_{ij} = \begin{cases} P_{ij}, & j \geq i, \\ 0, & j < i, \end{cases} \quad i, j \in [1, n-1]. \quad (40)$$

Согласно методу регуляризации Тихонова, вместо (39) с учетом (40) решаем СЛАУ

$$(\alpha I + A^T A) B_\alpha = A^T Q. \quad (41)$$

Численные иллюстрации

Разработан пакет программ на MATLAB7 для решения задачи определения коэффициента абсорбции k и температурного профиля T_g по результатам активно-пассивной диагностики пламени горелки в предположении осевой симметрии пламени и параллельного сканирования его. Приведем численные иллюстрации решения этой задачи.

На рис. 7 представлены экспериментальные (measured) функции $I_{R,m}(x)$ и $I_{g,m}(x)$, а также $I_{T,m}(x) = I_{R,m}(x) - I_{g,m}(x)$ на следующей сетке узлов:

$$x = 0; 0,4; 0,8; 1,2; 1,6; 2; 2,4; 2,8; 3,2; 3,6; 3,8 \text{ см} \quad (42)$$

при $\nu = 2271,496 \text{ см}^{-1}$, $T_0 = 894,4^\circ\text{C}$, $n = 12$, НАВ = 12 мм (height above burner).

Измерения выполнены в Laboratory Risø DTU, Denmark в рамках совместного проекта [12].

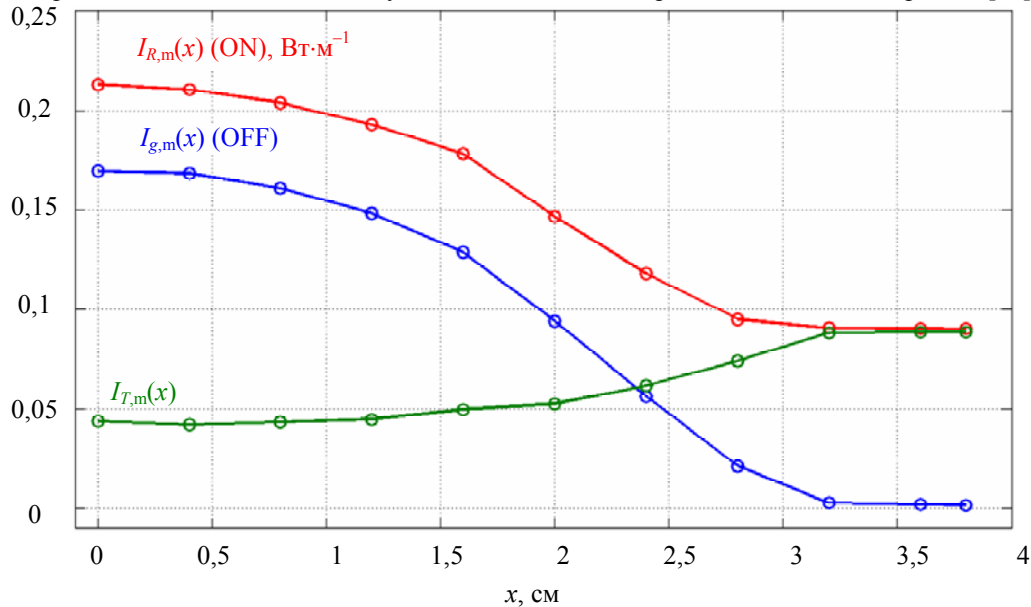


Рис. 7. Измеренные функции $I_{R,m}(x)$, $I_{g,m}(x)$ и $I_{T,m}(x)$

На рис. 8 показан коэффициент абсорбции $k_m(r)$ (пунктирная кривая), найденный в результате численного решения СИУ Абеля (9) обобщенным методом квадратур согласно (15) на сетке узлов (42) при $r_i = x_i$ на основе измеренной (measured) функции $I_{T,m}(x)$.

Видим, что решение $k_m(r)$ имеет значительные (нереальные) флуктуации. Это обусловлено грубостью шага дискретизации по x (другими словами, малостью n), а также наличием погрешностей измерения функций $I_{R,m}(x)$ и $I_{g,m}(x)$ (и, как следствие, $I_{T,m}(x)$).

Рис. 8 показывает также резко пониженное значение $k_m(0)$ (на оси симметрии пламени). Пониженные значения $k(0)$ наблюдались и в других работах, например, [4, 21], но в меньшей степени.

Мы добавили еще ограничение на решение $k_m(r)$: определение (корректировка) такого значения $k_m(0)$, при котором $k'_m(0) = 0$ (равенство нулю производной при $r = 0$ следует из физических соображений). Численно такое значение $k_m(0)$ можно получить на основе полинома Лагранжа 2-й степени, проходящего через точки $k_m(0)$, $k_m(r_2)$ и $k_m(r_3)$, и формулы (2.65) работы [46, С. 121] при $f'(a) = a = 0$:

$$k_1 = \frac{r_3^2 k_2 - r_2^2 k_3}{(r_2 + r_3)(r_3 - r_2)}, \quad (43)$$

где $k_1 \equiv k_m(r_1)$, $k_2 \equiv k_m(r_2)$, $k_3 \equiv k_m(r_3)$. В частном случае, когда $r_2 - r_1 = r_3 - r_2$, имеем $k_1 = (4k_2 - k_3)/3$. На рис. 8 точками отмечена часть кривой $k_m(r)$ вблизи $r_1 = 0$ с найденным (скорректированным) согласно (43) значением $k_1 = k_m(0)$. Видим, что скорректированное значение k_1 значительно отличается от нескорректированного и является более правдоподобным.

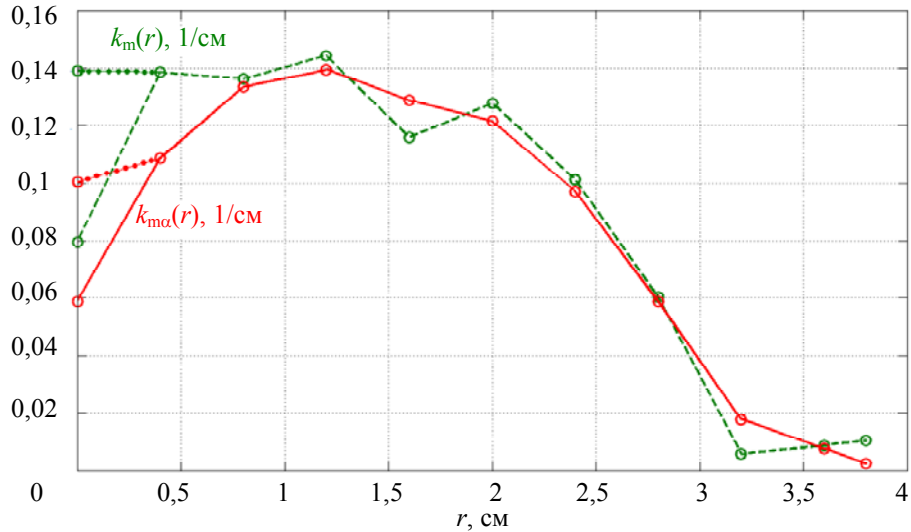


Рис. 8. Коэффициент абсорбции $k_m(r)$ (без регуляризации) и $k_{m\alpha}(r)$ (с регуляризацией)

На рис. 8 приведены также значения коэффициента абсорбции $k_{m\alpha}(r)$ (непрерывная кривая), найденные в результате решения СЛАУ (30) методом регуляризации Тихонова согласно (33). При этом параметр регуляризации α выбран по принципу невязки согласно (35), причем оценка погрешности δ рассчитана по формуле (36). Получилось: $\delta = 0,037$, $\alpha = 10^{-0,09}$ (см. далее рис. 11). Отметим, что δ оценивается надежно, если в качестве «точных» значений I_T использовать $I_{T,s}$ – значения I_T , полученные сглаживающим сплайном (см. рис. 9).

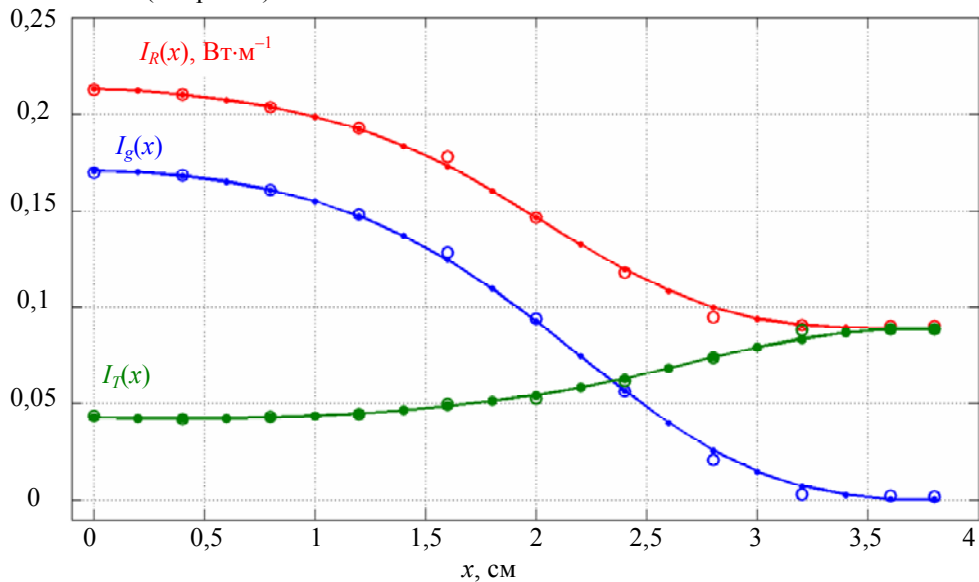


Рис. 9. Измеренные функции $I_{R,m}(x)$, $I_{g,m}(x)$ и $I_{T,m}(x)$ (o); узлы $x = 0(0,2)3,8$ кубических сглаживающих сплайнов (•); непрерывные кривые – сплайны

Рис. 8 показывает, что метод регуляризации Тихонова сам заметно сгладил флуктуации в $k(r)$, хотя при решении СЛАУ (33) использовались несглаженные I_T , а именно, $I_{T,m}$. Точками отмечена часть кривой $k_{m\alpha}(r)$ вблизи оси симметрии с скорректированным согласно (43) значением $k_{m\alpha}(0)$. Заключение о

полученном решении $k_{m\alpha}(r)$ (а также $k_m(r)$) будут сделаны дальше (после использования сглаживания экспериментальных данных).

Чтобы уменьшить шаг дискретизации по x , а также сгладить погрешности измерений функций $I_{R,m}(x)$ и $I_{g,m}(x)$ (и, как следствие, $I_{T,m}(x)$), был использован кубический сглаживающий сплайн. Вопросы о сглаживании данных посвящено много разработок. Используются аппроксимирующие (сглаживающие) сплайны [7, 8, 10, 49], приближение линейной комбинацией полиномов [7, 41, 42], метод регрессии [44, 50, 51] и др. Например, в работе [51] использована процедура сглаживания экспериментальных зашумленных данных путем так называемой локально взвешенной регрессии (LOESS), в которой каждая точка сглаженных данных формируется посредством весового среднего некоторого числа соседних точек. Как отмечено в [22], эта процедура не устраняет прямо некорректность томографической задачи, но понижает неустойчивость решения.

В данной работе нами был использован кубический сглаживающий (аппроксимационный) сплайн [7, С. 42–86, 188–193; 10, С. 164; 44, Р. 273; 49, С. 223]. На рис. 9 представлена аппроксимация функций $I_{R,m}(x)$, $I_{g,m}(x)$ и $I_{T,m}(x)$ кубическими сглаживающими сплайнами с помощью m-функции csaps.m (со сглаживающим параметром $p = 0.97$, что соответствует умеренному сглаживанию). При этом было введено дополнительное условие для всех трех функций: $I'(0) = 0$.

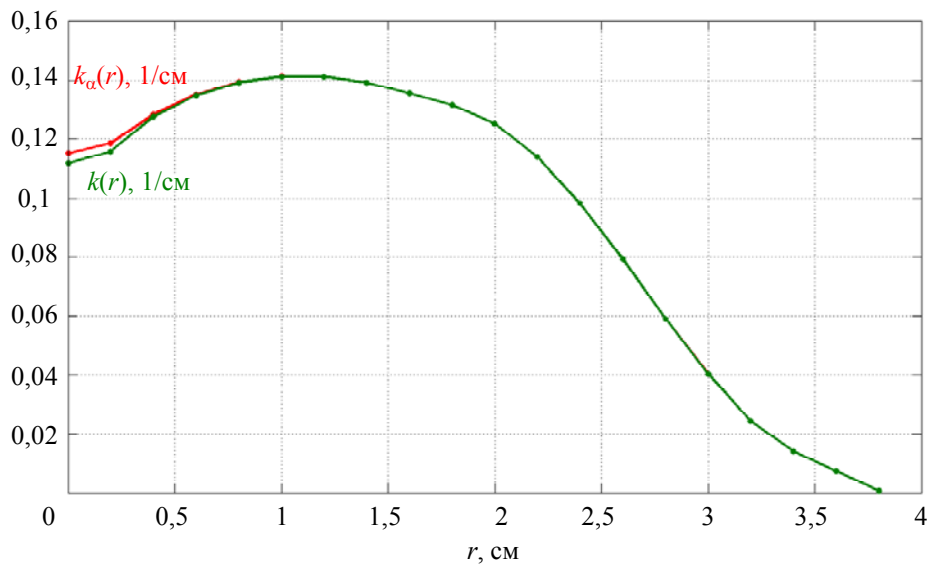


Рис. 10. Коэффициент абсорбции $k(r)$, полученный путем решения СИУ (9) обобщенным методом квадратур согласно (15), и $k_\alpha(r)$, полученный путем решения СЛАУ (33) методом регуляризации Тихонова

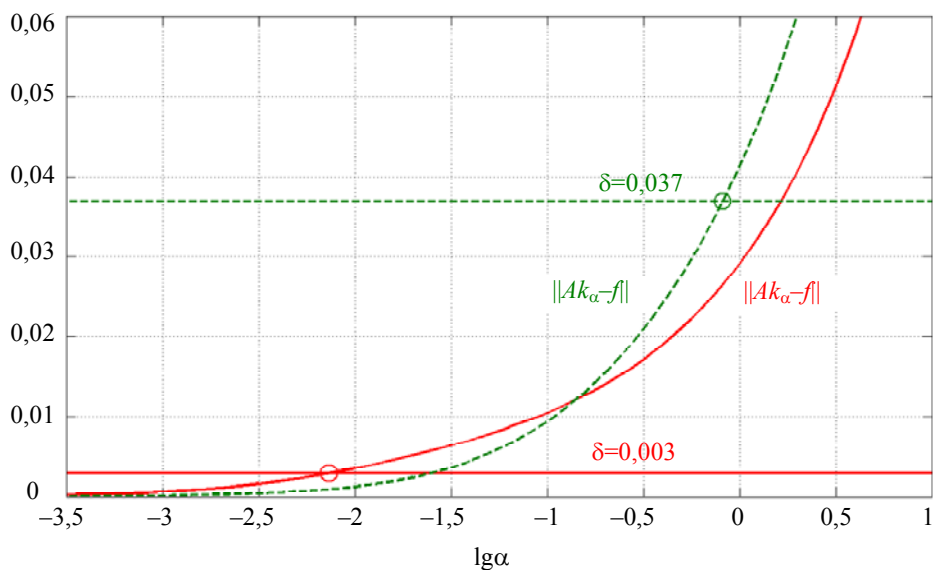


Рис. 11. Невязка $\|Ak_\alpha - f\|$ без сглаживания (пунктирная линия) и со сглаживанием (непрерывная линия) измеренной функции $I_{T,m}(x)$

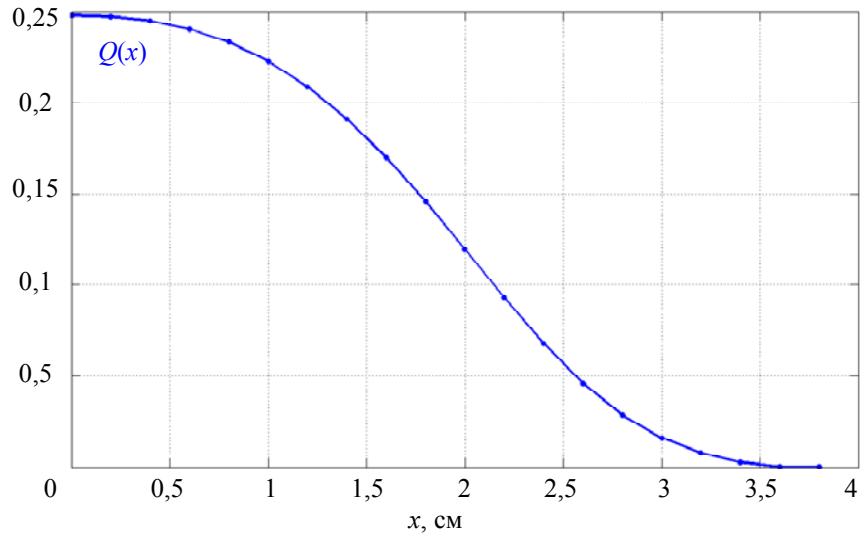


Рис. 12. Правая часть $Q(x)$, Вт/м

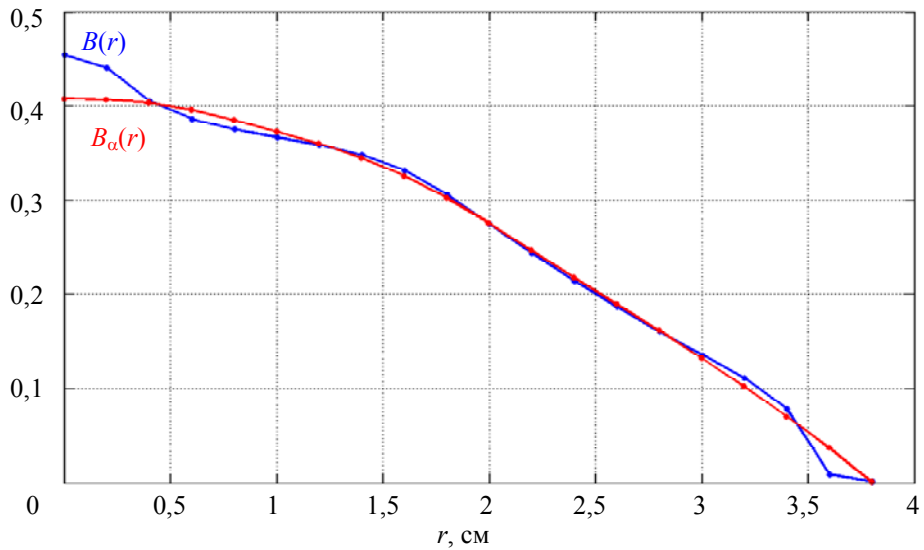


Рис. 13. Функция Планка $B(r)$ (без регуляризации) и $B_\alpha(r)$ (с регуляризацией), Вт/м

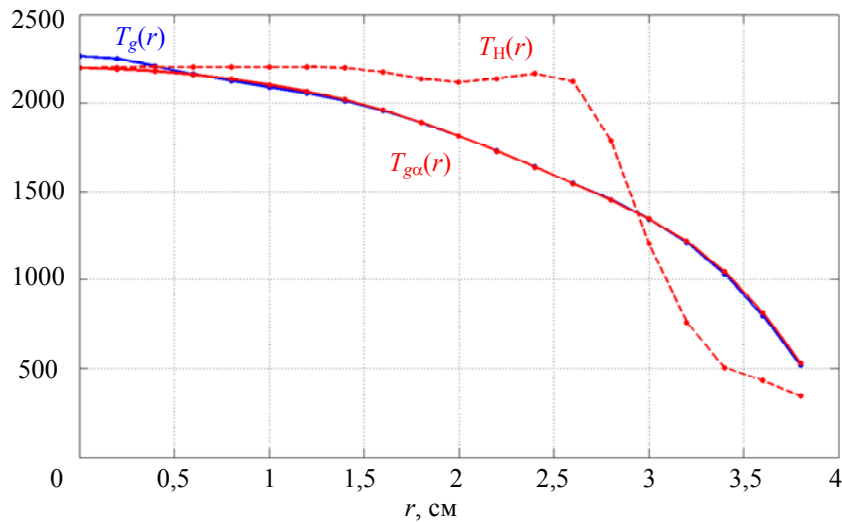


Рис. 14. Температурные профили $T_g(r)$ (без регуляризации), $T_{g\alpha}(r)$ (с регуляризацией) и $T_H(r)$ (по методике CARS), К

Со сплайна были сняты сглаженные значения $I_T(x)$ в 20 узлах $x = 0(0,2)3,8$ и по ним снова решено ИУ (9) обобщенным методом квадратур согласно (15) (см. решение $k(r)$ на рис. 10), а также решено СЛАУ (30) методом регуляризации Тихонова согласно (33). Параметр регуляризации α выбран способом невязки ($\delta = 0,003$, $\alpha = 10^{-2,1}$) (решение $k_\alpha(r)$ – на рис. 10, а выполнение способа невязки – на рис. 11). При этом использованы ограничения: $k'(0) = k'_\alpha(0) = 0$.

Из рис. 10 видно следующее:

1. сглаживание сплайном измеренных функций $I_{R,m}(x)$, $I_{g,m}(x)$ и $I_{T,m}(x)$ привело к (умеренному) сглаживанию решений $k(r)$ и $k_\alpha(r)$;
2. решения $k(r)$ (без регуляризации) и $k_\alpha(r)$ (с регуляризацией) получились практически одинаковыми.

Это говорит о том, что решение СИУ (9) можно получить, используя сглаживание измеренных функций и обобщенный метод квадратур без регуляризации, и при этом решение будет близким к регуляризованному решению.

Следующий шаг – определение функции Планка B и температурного профиля T_g . На рис. 12 представлена правая часть $Q(x)$ уравнения (20), рассчитанная согласно (22), (23).

Путем решения СИУ (20) обобщенным методом квадратур (согласно (28)) была найдена функция Планка $B(r)$ для среды (пламени горелки), представленная на рис. 13. Была найдена также функция Планка $B_\alpha(r)$ методом регуляризации Тихонова путем решения СЛАУ (41) (см. рис. 13). В заключение был рассчитан температурный профиль среды (осесимметричного пламени горелки) $T_g(r)$ по $B(r)$ (без регуляризации) и $T_{g\alpha}(r)$ по $B_\alpha(r)$ (с регуляризацией) согласно (29) – см. рис. 14. Видим, что результаты получились весьма близкими без регуляризации (но со сглаживанием и обобщенными квадратурами) и с регуляризацией, что подтверждает то, что задача решения сингулярных интегральных уравнений является умеренно некорректной и обладает свойством саморегуляризации.

На рис. 14 для сравнения приведен один из температурных профилей $T_H(r)$ (Hartung's profile), полученных методом CARS [5] также для газовой горелки, но с несколько иными условиями. Видим заметные различия, но качественно картины похожие.

Заключение

По-новому изложена известная ИК методика определения коэффициента абсорбции k и функции Планка среды B (по которой можно определить температурный профиль T_g). Активно-пассивная диагностика позволяет получить две экспериментальные функции и два новых интегральных уравнения относительно k и B . Рассмотрен случай осевой симметрии (и параллельного сканирования), для которого справедливы сингулярные интегральные уравнения (СИУ) Абея. Сформулирован (в новой редакции) обобщенный метод квадратур их решения относительно k и B . Выполнена обработка экспериментальных данных в двух вариантах – путем решения СИУ обобщенным методом квадратур и методом регуляризации Тихонова, причем без сглаживания и со сглаживанием экспериментальных данных. Эта обработка подтвердила, что СИУ обладает саморегуляризацией, задача его решения является умеренно некорректной, а использование обобщенного метода квадратур с предварительным сплайн-сглаживанием экспериментальных данных позволяет получить практически такие же результаты, как и методом регуляризации Тихонова.

В дальнейшем будут рассмотрены варианты веерного сканирования и изолиний в виде эллипсов.

Автор благодарен А. Фатееву и В. Евсееву за предоставленные экспериментальные данные (рис. 7) и за полезные обсуждения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 13-08-00442) и DTU, Denmark (Project No. 010246).

Литература

1. Porter R.W. Numerical solution for local emission coefficients in axisymmetric self-absorbed sources // SIAM Review. – 1964. – V. 6. – № 3. – P. 228–242.
2. Tourin R.H., Krakow B. Applicability of infrared emission and absorption spectra to determination of hot gas temperature profiles // Applied Optics. – 1965. – V. 4 – № 2. – P. 237–242.
3. Krakow B. Spectroscopic temperature profile measurements in inhomogeneous hot gases // Applied Optics. – 1966. – V. 5. – № 2. – P. 201–209.
4. Hall R.J. and Bonczyk P.A. Sooting flame thermometry using emission/absorption tomography // Applied Optics. – 1990. – V. 29. – № 31. – P. 4590–4598.

5. Hartung G., Hult J., Kaminski C.F. A flat flame burner for the calibration of laser thermometry techniques // *Measur. Sci. Technol.* – 2006. – V. 17. – P. 2485–2493.
6. Преображенский Н.Г., Пикалов В.В. Неустойчивые задачи диагностики плазмы. – Новосибирск: Наука, 1982. – 238 с.
7. Воскобойников Ю.Е., Преображенский Н.Г., Седельников А.И. Математическая обработка эксперимента в молекулярной газодинамике. – Новосибирск: Наука, 1984. – 240 с.
8. Пикалов В.В., Преображенский Н.Г. Реконструктивная томография в газодинамике и физике плазмы. – Новосибирск: Наука, 1987. – 239 с.
9. Пикалов В.В., Мельникова Т.С. Томография плазмы (Низкотемпературная плазма, Т. 13). – Новосибирск: Наука. Сиб. изд. фирма РАН, 1995. – 229 с.
10. Старков В.Н. Конструктивные методы вычислительной физики в задачах интерпретации. – Киев: Наук. думка, 2002. – 264 с.
11. Kästner W. et al. Application of evolutionary algorithms to the optimization of the flame position in coal-fired utility steam generators / E. Hüllermeier et al. (Eds.) // *Proc. 13th Intern. Conf. IPMU 2010.* – Part I. – Berlin: Springer, 2010. – V. 80. – P. 722–730.
12. Evseev V., Fateev A., Sizikov V., Clausen S., Nielsen K.L. On the development of methods and equipment for 2D-tomography in combustion // *Report on Annual meeting of Danish Physical Society, 21–22 June 2011.* – 32 p.
13. Физический энциклопедический словарь / Гл. ред. А.М. Прохоров. – М.: Сов.энциклопедия, 1984. – 944 с.
14. Goody R.M., Yung Y.L. Atmospheric Radiation. Theoretical Basis. – 2nd ed. – New York–Oxford: Oxford University Press, 1989. – 536 p.
15. Huang B., Smith W.L., Huang H.-L., Menzel W.P. A hybrid iterative method for ATOVS temperature profile retrieval // *Techn. Proc. 9th Intern. TOVS Study Conf., Igls, Austria, 20–26 Feb. 1997.* – P. 177–187.
16. Doicu A., Trautmann T., Schreier F. Numerical Regularization for Atmospheric Inverse Problems. – Berlin: Springer, 2010. – 431 p.
17. Menzel W.P. Applications with Meteorological Satellites. Techn. Document WMO/TD № 1078. – Univ. Wisconsin, 2001. – 242 p.
18. Вавилов В.П., Нестерук Д.А., Ширяев В.В., Иванов А.И., Swiderski W. Тепловая (инфракрасная) томография: терминология, основные процедуры и применение для неразрушающего контроля композиционных материалов // *Дефектоскопия.* – 2010. – № 3. – С. 3–15.
19. Зимняков Д.А., Тучин В.В. Оптическая томография тканей // *Квантовая электроника.* – 2002. – Т. 32. – № 10. – С. 849–867.
20. Ахметов В.Д., Фадеев Н.В. Инфракрасная томография времени жизни и диффузионной длины носителей заряда в слитках полупроводникового кремния // *Физика и техника полупроводников.* – 2001. – Т. 35. – Вып. 1. – С. 40–47.
21. Daun K.J., Thomson K.A., Liu F., Smallwood G.J. Deconvolution of axisymmetric flame properties using Tikhonov regularization // *Applied Optics.* – 2006. – V. 45. – № 19. – P. 4638–4646.
22. Åkesson E.O., Daun K.J. Parameter selection methods for axisymmetric flame tomography through Tikhonov regularization // *Applied Optics.* – 2008. – V. 47. – № 3. – P. 407–416.
23. Наттерер Ф. Математические аспекты компьютерной томографии. – М.: Мир, 1990. – 288 с.
24. Суинделл Б., Уэбб С. Рентгеновская трансмиссионная томография // *Физика визуализации изображений в медицине.* – М.: Мир, 1991. – Т. 1. – С. 138–173.
25. Гуров И.П., Сизиков В.С., Щекотин Д.С. Методы восстановления изображений в рентгеновской томографии // *Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО.* – 2003. – № 5 (11). – С. 97–104.
26. Марусина М.Я., Казначеева А.О. Современное состояние и перспективы развития томографии // *Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО.* – 2007. – № 8 (42). – С. 3–13.
27. Сизиков В.С. Обратные прикладные задачи и MatLab. – СПб: Лань, 2011. – 256 с.
28. Симонов Е.Н. Физика визуализации изображений в рентгеновской компьютерной томографии. – Челябинск: Изд-во НИУ ЮУрГУ, 2013. – 550 с.
29. Fleck T., Jäger H., Obernberger I. Experimental verification of gas spectra calculated for high temperatures using the HITRAN/HITEMP database // *J. Phys. D: Applied Physics.* – 2002. – V. 35. – № 23. – P. 3138–3144.
30. Rothman L.S. et al. The HITRAN molecular spectroscopic database and HAWKS (HITRAN Atmospheric Workstation): 1996 edition // *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer.* – 1998. – V. 60. – № 5. – P. 665–710.
31. Radiative transfer [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://en.wikipedia.org/wiki/Radiative_transfer, свободный. Яз. англ. (дата обращения 10.08.2013).
32. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – 13-е изд. – М.: Наука, 1986. – 544 с.

33. Dasch C.J. One-dimensional tomography: a comparison of Abel, onion-peeling, and filtered backprojection methods // *Applied Optics*. – 1992. – V. 31. – № 8. – P. 1146–1152.
34. Сизиков В.С., Смирнов А.В., Федоров Б.А. Численное решение сингулярного интегрального уравнения Абеля обобщенным методом квадратур // *Изв. вузов. Математика*. – 2004. – № 8 (507). – С. 62–70.
35. Белоцерковский С.М., Лифанов И.К. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях. – М.: Наука, 1985. – 256 с.
36. Габдулхаев Б.Г. Прямые методы решения сингулярных интегральных уравнений первого рода. – Казань: Изд-во Казанс. ун-та, 1994. – 288 с.
37. Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент. – М.: ТОО «Янус», 1995. – 520 с.
38. Бойков И.В. Приближенные методы решения сингулярных интегральных уравнений. – Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2004. – 316 с.
39. Иванов В.В. Теория приближенных методов и ее применение к численному решению сингулярных интегральных уравнений. – Киев: Наук. думка, 1968. – 287 с.
40. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – 3-е изд. – М.: Наука, 1986. – 288 с.
41. Minerbo G.N., Levy M.E. Inversion on Abel's integral equation by means of orthogonal polynomials // *SIAM J. Num. Anal.* – 1969. – V. 9. – № 4. – P. 598–616.
42. Косарев Е.Л. О численном решении интегрального уравнения Абеля // *Журн. вычисл. матем. и матем. физики*. – 1973. – Т. 13. – № 6. – С. 1591–1596.
43. Deutsch M., Beniaminy I. Derivative-free inversion of Abel's integral equation // *Appl. Phys. Lett.* – 1982. – V. 41. – № 1. – P. 27–28.
44. Martinez W.L., Martinez A.R., Solka J.L. *Exploratory Data Analysis with MATLAB*. – 2nd ed. – Boca Raton: CRC Press, 2010. – 495 p.
45. Daun K.J. Infrared species limited data tomography through Tikhonov reconstruction // *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*. – 2010. – V. 111. – № 1. – P. 105–115.
46. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. – Киев: Наук. думка, 1986. – 544 с.
47. Engl H.W., Hanke M., Neubauer A. *Regularization of Inverse Problems*. – Dordrecht: Kluwer, 1996. – 328 p.
48. Hansen P.C. *Discrete Inverse Problems: Insight and Algorithms*. – Philadelphia: SIAM, 2010. – 213 p.
49. Сизиков В.С. Математические методы обработки результатов измерений. – СПб: Политехника, 2001. – 240 с.
50. Корн Г., Корн Т. *Справочник по математике для научных работников и инженеров*. – М.: Наука, 1968. – 720 с.
51. Cleveland W.S., Devlin S.J. Locally weighted regression: an approach to regression analysis by local fitting // *J. Amer. Stat. Assoc.* – 1988. – V. 83. – № 403. – P. 596–610.

Сизиков Валерий Сергеевич

– Россия, Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, профессор; Институт международных образовательных программ при СПб ГПУ, профессор; доктор технических наук, профессор, sizikov2000@mail.ru

SUMMARY

REVIEW ARTICLE

INFRARED TOMOGRAPHY OF HOT GAS: MATHEMATICAL MODEL OF ACTIVE-PASSIVE DIAGNOSIS

V. Sizikov

Basic problems of IR tomography of a hot gas on the example of a burner flame are formulated. The variant of two flame diagnosis regimes application is described: the active one (ON) – with included translucent source and the passive one (OFF) – without such source. Two integral equations are deduced concerning the absorption coefficient k and the Planck function B of a medium (by which it is possible to calculate the temperature profile of a medium T_g). In the case of axial symmetry and parallel scanning of flame, the equations are transformed into one-dimensional singular integral equations of Abel's type concerning k and B . For its numerical solving, the generalized quadrature method, data smoothing by splines and the Tikhonov regularization method are used. The software package for MatLab7 is developed. Experimental diagnosis results of the burner flame for some wave number ν in some flame cross-section were processed by means of MatLab7. Specific feature of the proposed technique is that it does not require a determination of k by a special measuring or through a database, for example, the HITRAN/HITEMP. The review is intended for students, postgraduate students, lecturers and scientific researches specializing in tomography, integral equations, ill-posed problems, applied mathematics and programming.

Keywords: IR tomography, active and passive diagnosis regimes, absorption coefficient, temperature profile, integral equations, axial symmetry, parallel scanning.

Valery Sizikov – Russia, Saint Petersburg, Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Professor, D.Sc., Professor; St. Petersburg State Polytechnic University Institute of International Educational Programs, Professor, sizikov2000@mail.ru

OPTICAL AND OPTICAL ELECTRONIC SYSTEMS. OPTICAL TECHNOLOGIES
INVESTIGATION OF OUTPUT SIGNAL AMPLITUDE DEPENDENCE IN HOMODYNE
DEMULATION SCHEME FOR PHASE FIBER-OPTIC SENSOR

M. Plotnikov, A. Kulikov, V. Strigalev

The method of homodyne demodulation is widely used in interferometer fiber optic sensors. The paper deals with modeling results of output signal amplitude dependence on the amplitude of the measured phase-shift signal and phase modulation depth at the carrier frequency. Optimal phase modulation depth at the carrier frequency, which corresponds to the maximum value of the output signal, is defined as $C=2.373$ rad. Nonlinear character of the amplitude dependence of the output signal on the amplitude of the measured phase-shift signal is shown for the first time. Detailed mathematical analysis of obtained dependencies is given, which shows the opportunity for increasing of the linear part of the homodyne demodulation scheme amplitude response by widening the low-pass filter passband, favoring the input signal dynamic range increase. According to received results, for the measured phase-shift signal at frequency 500 Hz, low-pass passband increasing from 500 Hz to 1500 Hz leads to increasing of the size of the amplitude response linear part from 1.1 rad to 2.9 rad, i.e. input signal dynamic range increases up to 8.42 dB. Mathematical method of optimal low-pass passband calculating is proposed, providing the linearity of the demodulation scheme amplitude response in the specified range of input impact.

Keywords: fiber-optic interferometer sensor, homodyne demodulation, phase modulation.

Mikhail Plotnikov – Russia, Saint Petersburg, Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, engineer-researcher, plotnikov-michael@yandex.ru

Andrey Kulikov – Russia, Saint Petersburg, Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, assistant, a.kulikov86@gmail.com

Vladimir Strigalev – Russia, Saint Petersburg, Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Professor, PhD, Associate professor, vstrglv@mail.ru

DEPENDENCE INVESTIGATION OF THE ANISOTROPIC SINGLE-MODE FIBER PARAMETERS
ON A WINDING DIAMETER

S. Aksarin, S. Arkhipov, S. Varzhel, A. Kulikov, V. Strigalev

Experimental setup has been designed that makes it possible to measure linear losses in optical fibers by the insertion loss method and h -parameter in anisotropic single-mode optical fibers by crossed polarizer method. The dependence of the single-mode anisotropic optical fiber linear optical loss and h -parameter on a winding diameter has been investigated. In the experiment, the winding diameter was changed with increment of 2.5 mm at a range of diameters from 3 to 50 mm and with increment of 0.5 mm at a range of diameters from 3 mm to 10

SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

OF INFORMATION TECHNOLOGIES, MECHANICS AND OPTICS

NOVEMBER-DECEMBER 2013

NUMBER 6 (88)

ISSN 2226-1494

NAUCHNO-TEKHNICHESKIY VESTNIK INFORMATSIONNYKH TEKHNologii, MEKHANIKI I OPTIKI



REVIEW ARTICLE

Infrared tomography of hot gas: mathematical model of active-passive diagnosis *V. Sizikov* 1

OPTICAL AND OPTICAL ELECTRONIC SYSTEMS. OPTICAL TECHNOLOGIES

Investigation of output signal amplitude dependence in homodyne demodulation scheme for phase fiber-optic sensor *M. Plotnikov, A. Kulikov, V. Strigalev* 18

Dependence investigation of the anisotropic single-mode fiber parameters on a winding diameter *S. Aksarin, S. Arkhipov, S. Varzhel, A. Kulikov, V. Strigalev* 22

Phase characteristic stabilization of the fiber-optical sensor signal in terms of temperature change *A. Aleynik, I. Deineka, A. Makarenko, M. Mekhregin, V. Strigalev* 26

Thermal instability influence of the radiation source characteristics on the signal in terms of temperature change *A. Aleynik, I. Deineka, A. Makarenko, M. Mekhregin, V. Strigalev* 31

PHOTONICS AND OPTICAL INFORMATICS

Statistical analysis of geometrical parameters for objects with radial symmetry *K. Samusev, M. Rybin, M. Limonov* 36

Comparison methods of stereo vision algorithms for 3D face reconstruction *S. Ponomarev* 40

Analysis of properties for hierarchical image representation in modern computer vision systems *V. Vasilev, I. Gurov, A. Potapov* 45

Method for dynamic data processing in the spectral optical coherent tomography with compensation of dispersion influence *M. Volynsky, I. Gurov* 50

ANALYSIS AND SYNTHESIS OF COMPLEX SYSTEMS

Interval estimation system design for testosterone hormone dynamics model *D. Efimov, A. Kremlev, T. Kharkovskay, S. Chebotarev* 56

Method of interferometer signal phase measurement *G. Miroshnichenko, I. Deyneka, D. Pogorelaya, F. Shuklin, M. Smolovik* 61

Calculation method of the transient temperatures for moving space object on the elliptical orbit *Yu. Bayova, Ye. Lapovok, S. Khankov* 67

MECHANICS AND MECHATRONICS

Errors modeling of gravity meter gyrostabilizer with the fiber-optic gyroscopes *A. Dzyuba, L. Staroseltsev* 73

COMPUTER SYSTEMS AND INFORMATION TECHNOLOGIES

Typification tools and pragmatics of ORG-Master modeling language *D. Kudryavtsev, D. Koznov, L. Grigoryev* 79

A new approach of temperature measurements of field programmable gate arrays local area based on the Monte-Carlo method *P. Kustarev, S. Bykovsky* 86

Design principles of a combined network topology for advanced on-board computing system *E. Kniga, I. Zharinov* 92

Principles of functional organization for group of field geophysical devices of the new generation *V. Denisov, A. Radilov* 98

Agents interaction in information system for the enterprise with the adaptation of mechanisms and user interface *A. Vladimirov* 105

MATERIALS TECHNOLOGY AND NANOTECHNOLOGIES

Effect of metallic islet films on aggregation and molecular absorption enhancement of pseudoisocyanine *N. Toropov, T. Vartanyan* 112

Research and development of luminescent nanocomposites for integrated optical microchips *I. Denisiuk, J. Burunkova, N. Sobeshchuk* 116

Precise manipulation of micro- and nanoparticles under the electron beam *A. Denisyuk, F. Komissarenko* 118

Optical properties of PbSe quantum dots formed in fluorine phosphate glass *E. Kolobkova, A. Polyakova, A. Abdrshin, A. Trofimov, N. Nikonov, V. Aseev* 123

Self-organization of lead sulfide quantum dots of different sizes *E. Ushakova, V. Golubkov, A. Litvin, P. Parfenov, A. Baranov* 127

COMPUTER-AIDED DESIGN SYSTEMS

Local minimization of the bored vias number in the printed circuit topology *S. Luzin, S. Popov, Yu. Popov* 133

Formation and display principles for an array of geoinformation data by means of onboard display screen *P. Paramonov, M. Kostishin, I. Zharinov, V. Nechaev, S. Sudarchikov* 136

INSTRUMENT-MAKING TECHNIQUE. ORGANIZATION OF PRODUCTION

Surface roughness impact on the corrosion resistance of the products in mechanical engineering *A. Ivanov, D. Leonov* 143

INFORMATION SECURITY METHODS AND SYSTEMS

Users distinction based on their behavior in the Internet *D. Yurasov, I. Zikratov* 148

ECONOMICS AND FINANCES. MANAGEMENT

National innovative system: structure and role of financial component *T. Krasnoperova* 152

NEW TECHNOLOGIES IN EDUCATION

Improvement of training programs for human resource managers on the basis of learning styles analysis *E. Karpova* 157

BRIEF REPORTS

Automated hardware-software system for control of extended radiation sources *E. Gorbunova, V. Korotaev, V. Peretyagin* 162

Improvement of dynamic texture compression *I. Perminov* 164

SUMMARY

166