



УДК 536.24: 519.63

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОХЛАЖДЕНИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКОГО ЦИЛИНДРА ПОТОКОМ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СРЕДЫ, ДВИГАЮЩИМСЯ ГОРИЗОНТАЛЬНО В КОЛЬЦЕВОМ КАНАЛЕ

С.С. Макаров^{a,b}^a Институт механики Уральского отделения РАН, Ижевск, 426067, Российская Федерация^b Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова, Ижевск, 426069, Российская Федерация

Автор для переписки: ssmak15@mail.ru

Информация о статье

Поступила в редакцию 13.02.17, принята к печати 01.03.17

doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-2-324-331

Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Макаров С.С. Численное моделирование процесса охлаждения металлического цилиндра потоком газожидкостной среды, двигающимся горизонтально в кольцевом канале // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2017. Т. 17. № 2. С. 324–331. doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-2-324-331

Аннотация

Постановка задачи. Приводятся результаты численного моделирования процесса охлаждения металлического цилиндра потоком газожидкостной среды, двигающимся вдоль поверхности высокотемпературного металлического цилиндра в кольцевом канале. Результаты получены на основе математической модели сопряженного теплообмена потока газожидкостной среды и металлического цилиндра в двухмерной нестационарной постановке, учитывающей осесимметричность течения потока охлаждающей среды относительно продольной оси цилиндра. **Метод решения.** Для решения системы дифференциальных уравнений использован метод контрольного объема. Параметры поля течения рассчитаны алгоритмом SIMPLE. Для итерационного решения систем линейных алгебраических уравнений использован метод Гаусса–Зейделя с нижней релаксацией. **Результаты численных расчетов.** Проведена верификация результатов численного моделирования с результатами аналитической оценки значений длин гидродинамического и теплового начальных участков стабилизации потока в кольцевом канале. Получены результаты численных расчетов параметров теплообмена при охлаждении газожидкостным потоком высокотемпературного металлического цилиндра с учетом парообразования. Определены значения температур цилиндра вдоль поверхности и по радиусу при охлаждении потоком охлаждающей среды со скоростью, характерной для ламинарного режима течения жидкости. Анализируется интенсивность изменения температуры поверхности металлического цилиндра в зависимости от начальной температуры, скорости потока жидкости и времени процесса охлаждения.

Ключевые слова

сопряженный теплообмен, высокотемпературный металлический цилиндр, кольцевой канал, парообразование, газожидкостная среда, численное моделирование, параметрический анализ

NUMERICAL SIMULATION OF COOLING PROCESS FOR METAL CYLINDER BY GAS-LIQUID MEDIUM FLOW MOVING HORIZONTALLY IN ANNULAR CHANNEL

S.S. Makarov^{a,b}^a Institute of Mechanics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Izhevsk, 426067, Russian Federation^b Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, 426069, Russian Federation

Corresponding author: ssmak15@mail.ru

Article info

Received 13.02.17, accepted 01.03.17

doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-2-324-331

Article in Russian

For citation: Makarov S.S. Numerical simulation of cooling process for metal cylinder by gas-liquid medium flow moving horizontally in annular channel. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2017, vol. 17, no. 2, pp. 324–331 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-2-324-331

Abstract

Subject of Research. The paper reviews the results of numerical simulation of the metal cylinder cooling process by the flow of gas-liquid medium moving horizontally along the surface of high-temperature metal cylinder in the annular channel. The

results were obtained on the basis of a mathematical model for coupled heat transfer of gas-liquid medium and the metal cylinder in two-dimensional non-stationary formulation taking into account the axial symmetry of the cooling fluid flow relative to the longitudinal cylinder axis. **Method.** Control volume method is used for differential equation system solving. The flow field parameters are calculated by SIMPLE algorithm. The method of Gauss-Seidel with lower relaxation is used for the iterative solution of linear algebraic equations systems. **Main Results.** We have carried out verification of numerical simulation results with the results of analytical evaluation of length values for initial portions of hydrodynamic and thermal stabilization of the flow in the annular channel. We have obtained numerical results of heat transfer parameters at the cooling process of high temperature metal cylinder by gas-liquid flow with consideration for vaporization. The temperature values along the cylinder surface and radially have been defined while cooling by the cooling medium flow at a rate characteristic for laminar fluid flow. The intensity of surface temperature change of the metal cylinder is analyzed depending on the initial temperature, fluid flow rate and time of cooling process.

Keywords

conjugate heat transfer, high-temperature metal cylinder, annular channel, vaporization, gas-liquid medium, numerical simulation, parametric analysis

Введение

При термообработке в технологических операциях термоупрочнения для придания изделиям из металлов и сплавов требуемых физико-механических свойств вводят операцию охлаждения. Выбор теплофизических свойств охлаждающих сред, способов и режимов подачи в зону охлаждения производят согласно требуемой скорости охлаждения, которая определяется интенсивностью теплообмена между нагретым телом и средой. Формированию требуемых условий отвода тепла в операциях термического упрочнения металлических заготовок уделяется большое внимание. Работы в этом направлении проводили Н.В. Зимин, Г.Ф. Головин, Д.В. Будрин, М.В. Кондратов, Г.Н. Хейфец, А.С. Кадинова, Ю.Г. Эйсмонт, В.Г. Лабейш, К.З. Шепеляковский и др. Полученные результаты исследований позволили сформировать общую картину процесса охлаждения металлических заготовок при термообработке. Однако практически во всех работах приводятся частные решения и обобщения только в узком диапазоне режимных параметров охлаждения при типовом наборе свойств материала заготовки и охлаждающих сред. В связи с этим необходимость научных исследований в этом направлении не теряет своей актуальности.

Основной сложностью выбора режима охлаждения металлических заготовок являются ограниченные знания об изменении температурного поля заготовки при контакте с потоком среды.

В работах [1, 2] для модельного описания процесса охлаждения между потоком среды и высокотемпературной поверхностью в качестве замыкающих соотношений используют уравнения для расчета коэффициента теплоотдачи. В работах [3–5] приводятся результаты построения и исследования математических моделей процесса охлаждения металлических тел, нагретых до высоких температур, в которых тепловой поток на границе нагреваемого тела известен [3] или определяется уравнением Ньютона–Рихмана [4, 5]. В работах по численному моделированию теплового состояния материала и исследованию влияния интенсивности охлаждения на структуру сталей в систему уравнений входят замыкающие зависимости в виде тепловых граничных условий третьего рода [6]. Исследование закономерностей процесса испарения тонких двухфазных пленок в узком диапазоне тепловых параметров без учета совместного перемещения генерируемого пара с основным потоком жидкости приводится в работах [7, 8]. В работе [9] рассматривается вопрос численного моделирования процесса отвода тепла от поверхностей, нагретых до высоких температур, при которых имеет место пузырьковое парообразование.

Исследование процесса охлаждения высокотемпературных металлических тел потоком газожидкостной среды ведется под руководством академика РАН А.М. Липанова. В работе [10] приведено численное решение задачи охлаждения потоком воды и воздуха высокотемпературного сплошного металлического цилиндра. При этом охлаждающие потоки жидкости считаются квазистационарными. В работе [11] приведены результаты математического моделирования охлаждения нагретых под закалку осесимметричных металлических заготовок из конструкционной легированной стали квазистационарными потоками охлаждающей среды. В дальнейшем рассмотрен случай обтекания поверхности высокотемпературного цилиндра нестационарным одномерным потоком воды в направлении продольной оси [12]. В работе [13] рассмотрена математическая модель охлаждения полой металлической заготовки цилиндрической формы продольными квазистационарными потоками воды. Приведен алгоритм численного решения задачи и результаты численных параметрических расчетов. Определение температур охлаждаемого цилиндра произошло с учетом времени релаксации тепловых напряжений и внутренних источников тепла, вызванных полиморфными превращениями в материале. Результаты расчетных параметров теплообмена цилиндра и потока среды в зависимости от геометрии, теплофизических свойств и времени процесса получены, как и во многих работах отечественных авторов, на основе критериальных зависимостей по определению условий теплоотдачи.

В работе [14] рассмотрена математическая модель сопряженной задачи конвективного теплообмена при охлаждении нагретого металлического цилиндра ламинарным потоком охлаждающей среды. Охлаждение происходит без кипения жидкости. В работе [15] предложена математическая модель сопряженного теплообмена в гетерогенной системе «твердое тело – газожидкостная среда» с учетом парообра-

зования в охлаждающем продольном потоке жидкости у поверхности высокотемпературного металлического цилиндра. Численный алгоритм применен для исследования охлаждения металлической заготовки цилиндрической формы из конструкционной стали [16]. Одним из допущений являлось отсутствие динамического влияния окружающего воздуха со стороны открытой границы на поток жидкости.

Целью данной работы является получение результатов численного моделирования теплового состояния металлического цилиндра при его охлаждении потоком газожидкостной среды,двигающимся горизонтально в кольцевом канале.

Постановка задачи

Сплошной металлический цилиндр радиусом r_m и длиной L охлаждается движущимся в направлении горизонтальной оси x потоком жидкости с начальной скоростью u_0 и начальной температурой жидкости T_{j0} . Толщина слоя движущейся жидкости определяется расстоянием кольцевого зазора от r_m до r_l . Толщина внешнего кольца определяется расстоянием от r_l до r_{m1} . Физическая схема расчетной области приведена на рис. 1.

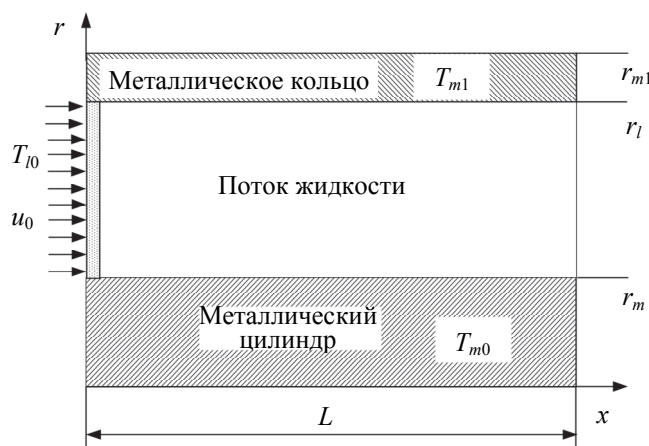


Рис. 1. Физическая схема расчетной области

При описании процесса приняты следующие предположения:

- течение жидкости считается осесимметричным относительно продольной оси цилиндра, действием гравитационных сил можно пренебречь;
- течение жидкости считается ламинарным;
- параметры в направлении r изменяются непрерывно, при этом на границах между металлом и жидкостью выполняются условия сопряжения по тепловым параметрам;
- в потоке жидкости у поверхности цилиндра имеет место процесс парообразования;
- теплофизические параметры газожидкостной среды определяются соотношениями, описывающими свойства на линии насыщения;
- считается, что плотность пара значительно меньше плотности жидкости и описывается уравнением состояния идеального газа;
- испарение жидкости считается равновесным, давление пара равно давлению в жидкости;
- считается, что в начальный момент времени кольцевой зазор заполнен жидкостью.

Метод решения

Математическая модель сопряженного теплообмена потока газожидкостной среды и металлического цилиндра в двухмерной нестационарной постановке, учитывающей осесимметричность течения потока охлаждающей среды относительно продольной оси цилиндра, рассмотрена в работах [15, 16].

Система уравнений, описывающая течение газожидкостной среды при $r_m < r < r_l$ имеет следующий вид:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \mu \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \mu \frac{\partial u}{\partial r}, \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} \mu \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \mu \frac{\partial v}{\partial r} - \mu \frac{v}{r^2}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho v)}{\partial r} = 0, \quad (3)$$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho c v \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \lambda \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} - \dot{m}_v Q_v, \quad (4)$$

$$\rho \frac{\partial Y_v}{\partial t} + \rho u \frac{\partial Y_v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial Y_v}{\partial r} = \dot{m}_v. \quad (5)$$

Удельная массовая скорость парообразования находится из уравнения теплового баланса: $\dot{m}_v = (\rho c \Delta T^*) / Q_v$, где приведенный поток тепла определяется следующим соотношением:

$$\Delta T^* = \begin{cases} 0, & \text{если } T(t + \Delta t) < T_s \\ [T(t + \Delta t) - T_n(t)] / \Delta t, & \text{если } T(t + \Delta t) > T_s \end{cases},$$

$T(t) = \max(T(t); T_s)$, Δt – шаг по времени, T_s – температура насыщения.

Уравнение энергии для металлического цилиндра $0 < r < r_m$, и кольца $r_l < r < r_{m1}$ имеет вид

$$\rho_m c_m \frac{\partial T_m}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \lambda_m \frac{\partial T_m}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \lambda_m \frac{\partial T_m}{\partial r}. \quad (6)$$

Эффективные теплофизические параметры газожидкостной среды определяются следующим образом: $\Gamma = \Gamma_1 Y_v + (1 - Y_v) \Gamma_2$, где $\Gamma = \{\rho, \mu, \lambda\}$, $\Gamma_1 = \{\rho_v, \mu_v, \lambda_v\}$, $\Gamma_2 = \{\rho_l, \mu_l, \lambda_l\}$; $c = (c_v \rho_v Y_v + c_l \rho_l (1 - Y_v)) / \rho$. При расчете поля течения газожидкостной среды значения $\{\rho, \mu, \lambda\}$ интерполируются на гранях контрольного объема.

Граничные условия:

$$\begin{aligned} x = 0: 0 < r < r_m, & \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \\ r_m < r < r_l, & \quad T = T_{l0}, u = u_0, v = 0 \\ r_l < r < r_{m1}, & \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \\ x = L: 0 < r < r_m, & \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \\ r_m < r < r_{m1}, & \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \\ r = 0, r = r_{m1}: 0 < x < L, & \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \\ r = r_m, r = r_l, & \quad -\lambda_m \frac{\partial T_m}{\partial r} = -\lambda_l \frac{\partial T_l}{\partial r}, -\lambda_{m1} \frac{\partial T_{m1}}{\partial r} = -\lambda_l \frac{\partial T_l}{\partial r}, u = 0, v = 0. \end{aligned}$$

Здесь c – удельная теплоемкость, Дж/(кг·град); ρ – плотность, кг/м³; λ – теплопроводность, Вт/(м·град); μ – динамическая вязкость, Па·с; p – давление, Па; T – температура, К; t – время, с; r – радиальная координата, м; x – продольная координата, м; L – длина расчетной области, м; u – компонента скорости по x , м/с; v – компонента скорости по r , м/с; Q_v – удельная теплота испарения, Дж/кг; Y_v – объемная концентрация пара.

Индексы: m – металл, l – жидкость, v – пар, 0 – начальное значение, s – параметры насыщения.

Система дифференциальных уравнений (1)–(6) решается методом контрольного объема. Параметры поля течения (1)–(3) рассчитаны применяемым при моделировании течений жидкости алгоритмом SIMPLE [17]. Дифференциальные уравнения приводятся к системе линейных алгебраических уравнений и решаются итерационно методом Гаусса–Зейделя с использованием коэффициента нижней релаксации:

$$\Phi_p^{(k+1)} = \Phi_p^{(k)} + \alpha \left[\left(\sum_{i,j} a_{i,j} \Phi_{i,j}^{(n)} + b \right) / a_p - \Phi_p^{(k)} \right],$$

где $\alpha < 1$ – коэффициент нижней релаксации, имеющий постоянное значение во всей расчетной области для соответствующей переменной Φ_p ; k – номер итерации, $n = k$ если $\Phi_{i,j}^{(k+1)}$ еще не вычислено, $n = k + 1$ в обратном случае; p – расчетный контрольный объем, a, b – параметры системы алгебраических уравнений.

Для ускорения сходимости итерационного процесса используется последовательный обход узлов расчетной сетки в четырех направлениях [18]. Для проведения расчетов используется сетка, имеющая сходящийся профиль на границах металлический цилиндр–жидкость, жидкость–металлическое кольцо с размерами граничных ячеек $10^{-5} \times 10^{-5}$ м, при $r = r_m$ и $r = r_l$, со стороны жидкости и металла. Расчетный шаг по продольной координате x постоянный – 10^{-4} м.

Результаты численных расчетов

Рассмотрим случай, когда температура металлического цилиндра меньше температуры, при которой происходит кипение жидкости, и имеет постоянное значение. Рассчитаем длину гидродинамического и теплового начальных участков до стабилизации потока в кольцевом канале и сопоставим с величинами, полученными по известным, широко применяемым приближенным соотношениям [19]. Примем, что профиль скорости потока жидкости во входном сечении канала ($x=0$) имеет прямоугольную форму. В дальнейшем под жидкостью будем понимать воду.

Для численного расчета примем $r_m = 0,02$ м, $r_l = 0,03$ м, $r_{m1} = 0,035$ м, $L = 3,5$ м, $T_{m0} = 90$ °С, $T_{l0} = 20$ °С. Начальная температура металлического кольца $T_{m1} = T_{m0}$. Материал цилиндра и кольца – сталь 30ХГСН. Теплофизические параметры сред приняты согласно [20, 21]. Начальная скорость потока жидкости $u_0 = 0,1$ м/с. Время расчета $t \rightarrow \infty$ с. Считается, что в начальный момент времени в кольцевом канале поток жидкости имеет начальную скорость, равную скорости течения u_0 .

На рис. 2, 3 приведены результаты численного моделирования полей скоростей и температур потока жидкости, движущегося горизонтально в кольцевом канале.

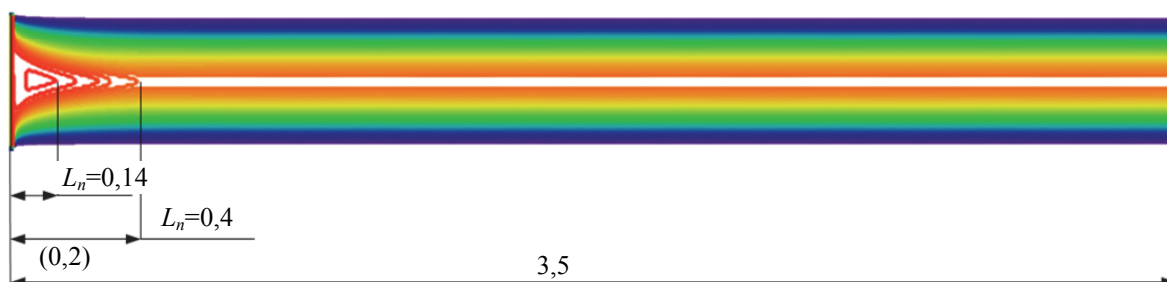


Рис. 2. Профиль скорости и длина гидродинамического начального участка стабилизации потока

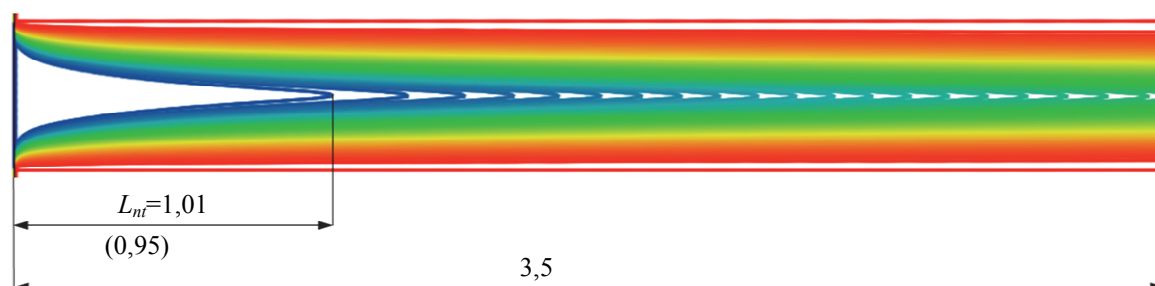


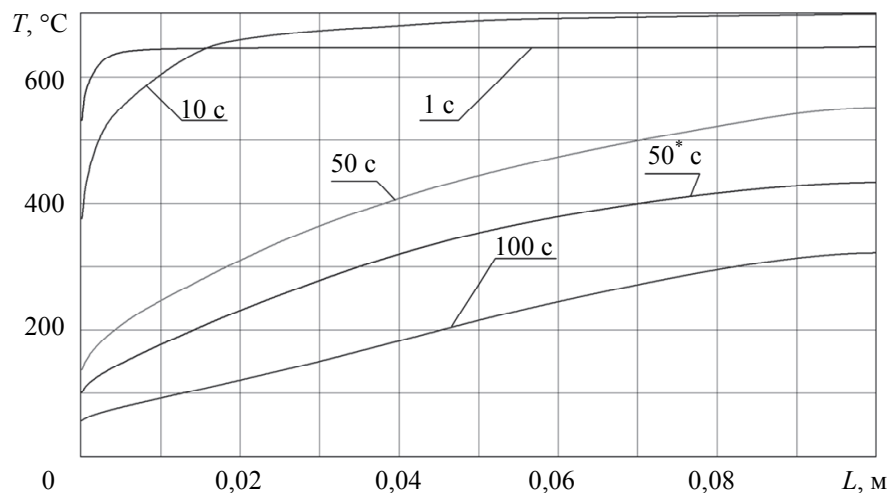
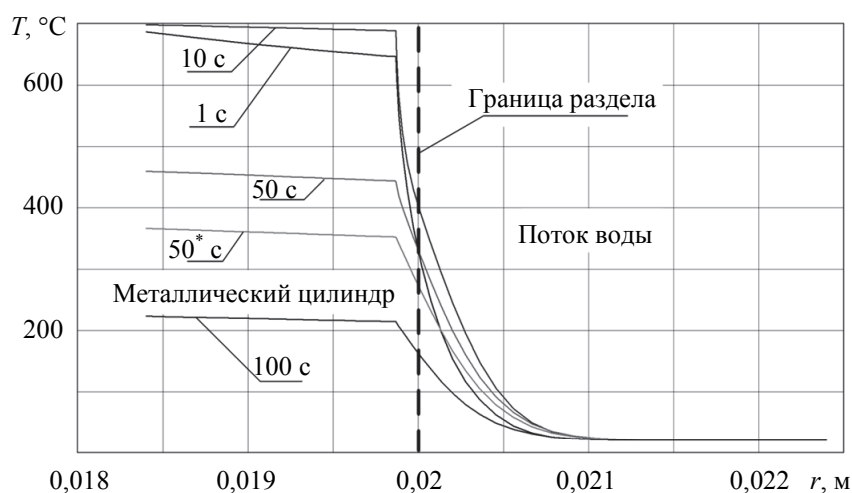
Рис. 3. Профиль температуры и длина теплового начального участка стабилизации потока

Полученные величины длин гидродинамического L_n и теплового L_m начальных участков стабилизации потока хорошо согласуются с приближенными экспериментальными значениями, указанными на рис. 2, 3 в скобках. Для аналитической оценки длины теплового начального участка стабилизации потока в кольцевом канале число Прандтля определялось при температуре поверхности металлического цилиндра.

Примем, что температура металлического цилиндра много больше температуры насыщения жидкости $T_{m0} = 800$ °С. Теплофизические параметры жидкости рассчитываются как при температуре насыщения. Теплофизические параметры цилиндра зависят от изменения температуры. Начальная температура металлического кольца равна начальной температуре жидкости $T_{m1} = T_{l0}$. Длину расчетной области примем $L = 0,1$ м. Расчетный шаг по времени $\Delta t = 10^{-3}$ с. Остальные исходные данные оставим без изменений. На рис. 4 приведены значения температур вдоль поверхности цилиндра, а на рис. 5 – по радиусу цилиндра в граничной области в зависимости от времени процесса охлаждения.

Результаты расчета (рис. 4) показывают, что температура поверхности цилиндра в начальный момент времени снижается, а затем несколько возрастает. Этот физический эффект связан с появлением слоя пара в потоке жидкости около высокотемпературной поверхности цилиндра. Скорость охлаждения по поверхности неодинакова: в начале участка охлаждения средняя (за время 100 с) скорость составляет

75 °C/с, в конце цилиндра – 58 °C/с. Рассчитанные значения температуры цилиндра по радиусу (рис. 5) подтверждают закономерности, полученные при проведении натурных экспериментов [22]. Это в первую очередь связано с резким снижением температуры металла у поверхности до температуры насыщения жидкости. В дальнейшем, со снижением в потоке жидкости содержания пара, отвод теплоты от цилиндра интенсифицируется. Видно также, что основной теплообмен со стороны жидкости происходит в зоне толщиной приблизительно 10^{-3} м.

Рис. 4. Температура поверхности цилиндра $r = r_m$ Рис. 5. Температура цилиндра по радиусу при $L = 0,05$ м

Несмотря на качественную очевидность полученных результатов, приведенный алгоритм позволяет количественно оценить значение температуры сред во время процесса охлаждения при учете парообразования в жидкости. Поведенные расчеты для времени 50 с наглядно показывают, что учет образовавшегося пара в жидкости снижает интенсивность теплообмена. Для двух вариантов, при учете наличия пара (50 с) и без учета наличия пара (50* с), различие в значении температуры на начальном участке поверхности цилиндра составляет 37 °C, а в конце цилиндра 117 °C.

При тех же исходных данных оценим интенсивность изменения температуры поверхности металлического цилиндра в зависимости от начальной температуры жидкости. На рис. 6 приведены зависимости изменения температуры поверхности цилиндра при увеличении температуры жидкости на $\Delta T_1 = 30$ °C, $\Delta T_2 = 70$ °C, относительно начальной $T_{i0} = 20$ °C. Время расчета $t = 10$ с.

Видно, что с увеличением температуры жидкости температура поверхности цилиндра, при прочих равных условиях, выше. Особенно этот эффект проявляется на начальном участке. Как показывает расчет, при увеличении начальной температуры на $\Delta T_1 = 30$ °C температура поверхности выше на 6%, с увеличением начальной температуры воды $\Delta T_2 = 70$ °C разница составляет 10%.

На рис. 7 приведены зависимости изменения температуры поверхности цилиндра при начальной температуре воды $T_{i0} = 20$ °C для трех значений скорости потока. Время расчета $t = 50$ с.

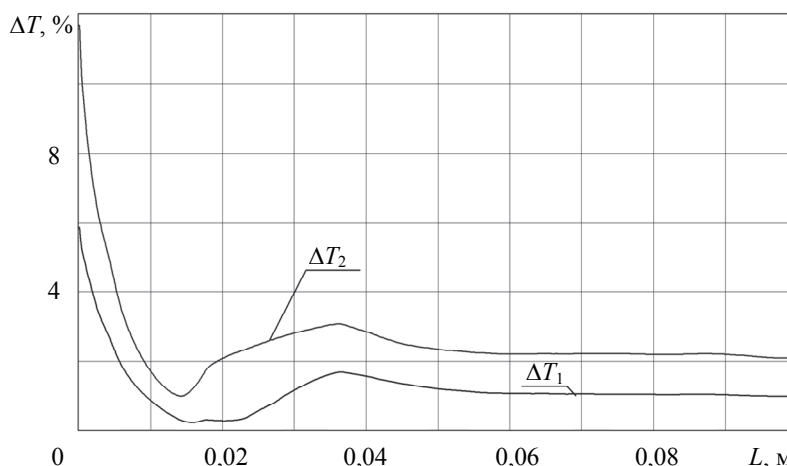


Рис. 6. Зависимость температуры поверхности цилиндра от температуры жидкости

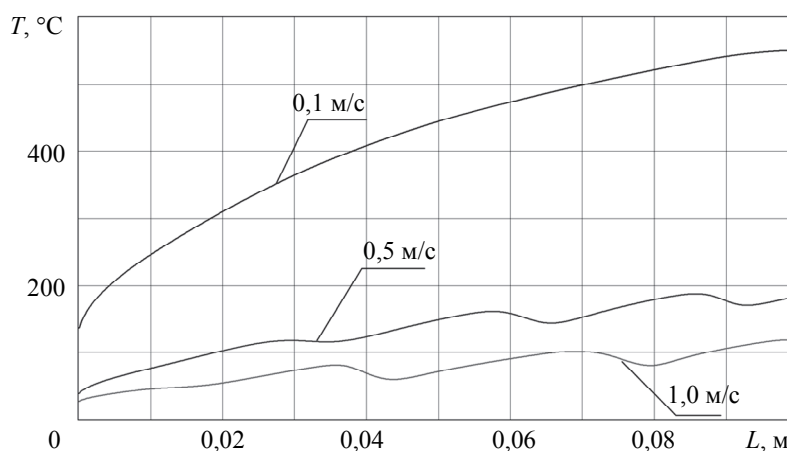


Рис. 7. Зависимость температуры поверхности цилиндра от скорости потока

Из расчета видно, что увеличение скорости охлаждающего потока жидкости в 5 раз приводит к снижению температуры поверхности цилиндра в среднем в 4 раза, и дальнейшее увеличение скорости потока ведет к более интенсивному снижению температуры цилиндра. Как видно из приведенных расчетов, с увеличением скорости течения охлаждающей среды профиль температур вдоль поверхности изменяется не монотонно, а волнообразно. Этот эффект можно связать с более интенсивным влиянием образующегося пара у поверхности цилиндра на гидродинамику потока газожидкостной среды, что имеет обратное отражение в виде переменных тепловых потоков на границе сред.

Заключение

Результаты численных параметрических исследований теплового состояния высокотемпературного металлического цилиндра при его охлаждении потоком газожидкостной среды, двигающимся горизонтально в кольцевом канале, получены без применения критериальных соотношений, традиционно определяющих условия теплообмена. Практическая полезность модели и результатов заключается в получении значений температуры металлической заготовки при контакте с потоком охлаждающей жидкости с учетом парообразования. Это позволит в технологическом процессе термообработки производить настройку или корректировку режимов подачи жидкости для создания скоростей охлаждения, требуемых для получения заданных физико-механических свойств изделий из металлов и сплавов.

Литература

1. Hasan H.S., Peet M.J., Jalil J.M., Bhadeshia H. Heat transfer coefficient during quenching of steel // *Heat and Mass Transfer*. 2011. V. 47. N 3. P. 315–321. doi: 10.1007/s00231-010-0721-4
2. Barglik J., Arendarska J., Dolega D., Smagor A. Numerical modeling of induction hardening of steel bodies // *International Scientific Colloquium on Modeling for Electromagnetic Processing*. Hannover, 2008. P. 111–116.
3. Babu K., Kumar T.S.P. Mathematical modeling of surface heat flux during quenching // *Metallurgical and Materials Transactions*. 2010. V. 41. N 1. P. 214–224. doi: 10.1007/s11663-009-9319-y

References

1. Hasan H.S., Peet M.J., Jalil J.M., Bhadeshia H. Heat transfer coefficient during quenching of steel. *Heat and Mass Transfer*, 2011, vol. 47, no. 3, pp. 315–321. doi: 10.1007/s00231-010-0721-4
2. Barglik J., Arendarska J., Dolega D., Smagor A. Numerical modeling of induction hardening of steel bodies. *International Scientific Colloquium on Modeling for Electromagnetic Processing*. Hannover, 2008, pp. 111–116.
3. Babu K., Kumar T.S.P. Mathematical modeling of surface heat flux during quenching. *Metallurgical and Materials Transactions*, 2010, vol. 41, no. 1, pp. 214–224. doi:

4. Hakberg B., Hogberg T. Mathematical model for hardening of steel // *Materials Science and Engineering*. 1978. V. 35. N 2. P. 205–211. doi: 10.1016/0025-5416(78)90122-2
5. Sankar K., Rao K.M., Krishna A.G. Prediction of heat transfer coefficient of steel bars subjected to Tempcore process using nonlinear modeling // *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2010. V. 47. N 9–12. P. 1159–1166. doi: 10.1007/s00170-009-2240-3
6. Fasano A., Hömberg D., Panizzi L. A mathematical model for case hardening of steel // *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*. 2009. V. 19. N 11. P. 2101–2126. doi: 10.1142/S0218202509004054
7. Dziak J. Mass and heat transfer during thin-film evaporation of liquid solutions / In: *Advanced Topics in Mass Transfer*. Ed. M. El-Amin. InTech, 2011. P. 611–626.
8. Nasr A., Debbissi C., Nasrallah S.B. Evaporation of a binary liquid film by forced convection // *Thermal Science*. 2011. V. 15. N 3. P. 773–784. doi: 10.2298/TSCI100427076N
9. Ose Y., Kinugi T. Numerical study on pool boiling // *Proc. 8th Thermal Engineering Joint Conference, AJTEC*. Honolulu, USA, 2011. V. 2. P. 125–129.
10. Липанов А.М., Макаров С.С. Численное решение задачи охлаждения потоком воды и воздуха высокотемпературного сплошного металлического цилиндра // *Машиностроение и инженерное образование*. 2014. № 1. С. 36–41.
11. Макаров С.С., Чекмышев К.Э., Храмов С.Н., Макарова Е.В. Математическое моделирование охлаждения при закалке осесимметричных металлических заготовок // *Вестник ИжГТУ имени М.Т. Калашникова*. 2014. № 3 (63). С. 38–43.
12. Макаров С.С., Чекмышев К.Э., Макарова Е.В. Математическая модель охлаждения цилиндрической заготовки одномерным нестационарным потоком воды // *Научно-технические ведомости СПбГПУ*. 2014. № 4 (207). С. 196–202.
13. Липанов А.М., Макаров С.С. Численное решение задачи охлаждения полых металлических заготовок цилиндрической формы продольными потоками воды // *Химическая физика и мезоскопия*. 2014. Т. 16. № 4. С. 524–529.
14. Макаров С.С., Карпов А.И., Макарова Е.В. Математическая модель конвективного теплообмена при взаимодействии потока охлаждающей жидкости, двигающегося вдоль поверхности нагретого металлического цилиндра // *Химическая физика и мезоскопия*. 2016. Т. 18. № 1. С. 32–40.
15. Липанов А.М., Макаров С.С., Карпов А.И., Макарова Е.В. Численное исследование охлаждения высокотемпературного металлического цилиндра потоком газожидкостной среды // *Теплофизика и аэромеханика*. 2017. Т. 24. № 1. С. 53–60.
16. Makarov S.S., Dement'yev V.B., Makarova E.V. Mathematical modeling of cooling high-temperature cylindrical workpieces // *Procedia Engineering*. 2016. V. 150. P. 393–399. doi: 10.1016/j.proeng.2016.06.734
17. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.
18. Безуглый В.Ю., Беляев Н.М. Численные методы теории конвективного теплообмена. Киев-Донецк: Вища школа, 1984. 176 с.
19. Петухов Б.С. Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах. М.: Энергия, 1967. 411 с.
20. Вукалович М.П. Теплофизические свойства воды и водяного пара. М.: Машиностроение, 1967. 160 с.
21. Сталь и сплавы. Марочник / под ред. Сорокина В.Г., Гервасьева М.А. М.: Интернет Инжиниринг, 2001. 608 с.
22. Лабейш В.Г. Жидкостное охлаждение высокотемпературного металла. Л.: ЛГУ, 1983. 172 с.
4. Hakberg B., Hogberg T. Mathematical model for hardening of steel. *Materials Science and Engineering*, 1978, vol. 35, no. 2, pp. 205–211. doi: 10.1016/0025-5416(78)90122-2
5. Sankar K., Rao K.M., Krishna A.G. Prediction of heat transfer coefficient of steel bars subjected to Tempcore process using nonlinear modeling. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2010, vol. 47, no. 9–12, pp. 1159–1166. doi: 10.1007/s00170-009-2240-3
6. Fasano A., Hömberg D., Panizzi L. A mathematical model for case hardening of steel. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 2009, vol. 19, no. 11, pp. 2101–2126. doi: 10.1142/S0218202509004054
7. Dziak J. Mass and heat transfer during thin-film evaporation of liquid solutions. In *Advanced Topics in Mass Transfer*. Ed. M. El-Amin. InTech, 2011, pp. 611–626.
8. Nasr A., Debbissi C., Nasrallah S.B. Evaporation of a binary liquid film by forced convection. *Thermal Science*, 2011, vol. 15 no. 3, pp. 773–784. doi: 10.2298/TSCI100427076N
9. Ose Y., Kinugi T. Numerical study on pool boiling. *Proc. 8th Thermal Engineering Joint Conference, AJTEC*. Honolulu, USA, 2011, vol. 2, pp. 125–129.
10. Lipanov A.M., Makarov S.S. Numerical solution of the problem of cooling solid metal cylinder with water and air flow. *Mashinostroenie i Inzhenernoe Obrazovanie*, 2014, no. 1, pp. 36–41. (In Russian)
11. Makarov S.S., Chekmyshev K.E., Khramov S.N., Makarova E.V. Mathematical modeling of cooling during quenching of axially symmetric metal blanks. *Bulletin of Kalashnikov ISTU*, 2014, no. 3, pp. 38–43. (In Russian)
12. Makarov S.S., Chekmyshev K.E., Makarova E.V. Mathematical model of cylindrical blank cooling by one-dimensional non-stationary water stream. *Nauchno-Tekhnicheskie Vedomosti SPbGPU*, 2014, no. 4, pp. 196–202. (In Russian)
13. Lipanov A.M., Makarov S.S. Numerical solution of the cooling of hollow cylindrical metal blanks form of a longitudinal flow of water. *Khimicheskaya Fizika i Mezoskopija*, 2014, vol. 16, no. 4, pp. 524–529. (In Russian)
14. Makarov S.S., Karpov A.I., Makarova E.V. Mathematical model of convective heat transfer coolant flow moving along the surface of the heated metal cylinder. *Khimicheskaya Fizika i Mezoskopija*, 2016, vol. 18, no. 1, pp. 32–40. (In Russian)
15. Lipanov A.M., Makarov S.S., Karpov A.I., Makarova E.V. Numerical study of heated metal cylinder cooling by gas-liquid medium flow. *Thermophysics and Aeromechanics*, 2017, vol. 24, no. 1, pp. 53–60. (In Russian)
16. Makarov S.S., Dement'yev V.B., Makarova E.V. Mathematical modeling of cooling high-temperature cylindrical workpieces. *Procedia Engineering*, 2016, vol. 150, pp. 393–399. doi: 10.1016/j.proeng.2016.06.734
17. Patankar S.V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. McGraw-Hill, Hemisphere Publishing Corporation, 1980, 214 p.
18. Bezuglyi V.Yu., Belyaev N.M. *Numerical Methods of Convective Heat and Mass Transfer Theory*. Kiev, Donetsk, Vishcha Shkola Publ., 1984, 176 p. (In Russian)
19. Petukhov B.S. *Heat Transfer and Resistance at Liquid Laminar Flow in Pipes*. Moscow, Energiya Publ., 1967, 411 p. (In Russian)
20. Vukalovitch M.P. *Thermophysical Properties of Water and Steam*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1967, 160 p. (In Russian)
21. *Steel and Alloys. Grade Guide*. Eds. V.G. Sorokin, M.A. Gervas'ev. Moscow, Internet Inzhiniring Publ., 2001, 608 p. (In Russian)
22. Labeish V.G. *Liquid Cooling of High-Temperature Metal*. Leningrad, LSU Publ., 1983, 172 p. (In Russian)

Автор

Макаров Сергей Сергеевич – кандидат технических наук, доцент, старший научный сотрудник, Институт механики Уральского отделения РАН, Ижевск, 426067, Российская Федерация; доцент, Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова, Ижевск, 426069, Российская Федерация, ssmak15@mail.ru

Author

Sergey S. Makarov – PhD, Associate professor, Senior researcher, Institute of Mechanics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Izhevsk, 426067, Russian Federation; Associate professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, 426069, Russian Federation, ssmak15@mail.ru