УДК 621.8

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СВОБОДНО ПОВОРАЧИВАЮЩИХСЯ СЕГМЕНТОВ САМОРЕГУЛИРУЕМОГО РАДИАЛЬНОГО ГАЗОСТАТОДИНАМИЧЕСКОГО ПОДШИПНИКА В.Н. Бесчастных^а, М.П. Булат^ь, И.А. Волобуев^ь, А.А. Горбачев^с

^а Лианозовский электромеханический завод, Москва, 127411, Российская Федерация

^b Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

^с БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, 190005, Российская Федерация

Адрес для переписки: bulat mh@mail.ru

Информация о статье

Поступила в редакцию 15.03.17, принята к печати 20.04.17 doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-3-525-542

Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Бесчастных В.Н., Булат М.П., Волобуев И.А., Горбачев А.А. Математическое и численное моделирование свободно поворачивающихся сегментов саморегулируемого радиального газостатодинамического подшипника // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2017. Т. 17. № 3. С. 525–542. doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-3-525-542

Аннотация

Предмет исследования. Исследован саморегулируемый радиальный газостатодинамический подшипник. Представлена методика его расчета и проектирования. Разработаны методы моделирования поворачивающихся сегментов опорной поверхности подшипника, устойчивых по углу поворота, нагрузке и частоте вращения ротора. Разработаны численный метод определения положения сегмента, при котором действующие на него моменты равны нулю, и метод анализа устойчивости сегмента в этом положении. **Основные результаты.** Описана методика определения устойчивого равновесного положения сегмента. При различных значениях средней толщины смазочного слоя и частоты вращения вала определены величины и направление вращающего момента на сегменте и равнодействующих сил, действующих на сегмент. Получены эпюры давлений в смазочном слое сегмента. Построены параметрические зависимости проектных характеристик подшипника от нагрузки на сегмент и частоты вращения вала. **Практическая значимость.** Разработанная методика расчета может использоваться для проектирования гибридных воздушных подшипников при выборе положения оси вращения сегмента. Поворот сегментов позволяет расширить диапазон саморегулирования воздушных подшипников и в определенных пределах парировать перегрузки, возникающие на валу.

Ключевые слова

численное моделирование, саморегулируемый радиальный газостатодинамический подшипник, устойчивое положение сегмента, равнодействующая сила

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (Соглашение № 14.578.21.0203, уникальный идентификатор прикладных научных исследований RFMEFI57816X0203).

MATHEMATICAL AND NUMERICAL MODELING OF FREE TURNING SEGMENTS OF SELF-REGULATED STATIC-DYNAMIC GAS BEARING V.N. Beschastnyh^a, M.P. Bulat^b, A.A. Gorbachev^c, I.A. Volobuev^b

^a Lianozovo Electromechanical Plant, Moscow, 127411, Russian Federation

^b ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

^e Baltic State Technical University "Voenmekh" n.a. D.F. Ustinov, Saint Petersburg, 190005, Russian Federation Corresponding author: bulat mh@mail.ru

Article info

Received 15.03.17, accepted 20.04.17 doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-3-525-542 Article in Russian

For citation: Beschastnyh V.N., Bulat M.P., Gorbachev A.A., Volobuev I.A. Mathematical and numerical modeling of free turning segments of self-regulated static-dynamic gas bearing. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2017, vol. 17, no. 3, pp. 525–542 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-3-525-542

Abstract

Subject of Research. The paper deals with the study of a self-regulating radial gas-dynamic bearing. Methodology for its calculation and design is presented. We have developed the modeling methods for the bearing surface rotational segments stable in angle of rotation, load and rotor speed. We have also developed a numerical method for the segment position determining when the zero moments are acting on it and the method of the segment stability analyzing in this position. Main Results. A technique for determining the stable equilibrium position of a segment was described. For different values of the lubricating layer average thickness and the speed of the shaft, the values and direction of the torque on the segment and the resultant forces acting on the segment were determined. The pressure plots in the lubricating layer of the segment were obtained. Parametric dependences of the design characteristics of the bearing on the load on the segment and on the rotational speed of the shaft were defined. Practical Relevance. The developed calculation technique can be used in the design of hybrid air bearings during the selection of the segment rotation axis position. The rotation of the segments enables to extend the range of self-regulation of air bearings and, within certain limits, to parry the overloads that occur on the shaft.

Keywords

numerical simulation, self-regulating radial static-dynamic gas bearing, segment steady position, net force

Acknowledgements

This work was supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (agreement No. 14.578.21.0203, ID RFMEFI57816X0203 for Applied Scientific Research).

Введение

Целью настоящей работы является разработка методики проектирования поворачивающихся сегментов опорной поверхности гибридных газовых подшипников, устойчивых по углу поворота, нагрузке и частоте врашения ротора.

В последние годы интерес к газовым подшипникам существенно возрос [1]. Теория классических газовых подшипников хорошо разработана. Проблеме посвящены фундаментальные труды Шейнберга [2] и Константинеску [3], Риппела [4], Грэссема и Пауэлла [5], а также работы Котляра [6], Заблоцкого [7], Лойцянского и Степанянца [8–10].

По способу создания несущей способности различают газостатические (ГСП), газодинамические (ГДП) и гибридные газостатодинамические подшипники (ГСДП) [11]. В ГДП подъемная сила создается за счет взаимодействия движущихся частей вала и подшипника с вязким тонким слоем газовой смазки. Главный их недостаток – небольшая грузоподъемность, ограниченная подъемной силой, создаваемой за счет эффектов Бернулли и Пуазейля. Если частота вращения вала меньше расчетной, то ГДП работают в режиме сухого трения, что вызывает их быстрый износ.

ГСП для создания подъемной силы требуют постоянной подачи рабочего газа в зазор между корпусом подшипника и ротором. Помимо этого, для ГСП характерно наличие различных колебательных режимов, связанных с рассогласованием расхода газа, поступающего в смазочный зазор и истекающего из него через торцы подшипника [12, 13].

Наиболее перспективными являются гибридные подшипники - ГСДП [14], совмещающие оба принципа создания подъемной силы. ГСДП требуют подачи рабочего газа лишь в моменты пуска и остановки ротора, в остальное время они работают по принципу ГДП. Поддув газа может применяться и в тех случаях, когда несущей способности, создаваемой газодинамическими силами, недостаточно. Общий подход к проектированию ГСДП описан в работе [15].



Рис. 1. Газостатодинамический подшипник, совмещающий принципы действия газодинамического подшипника за счет эффекта Пуазейля (а) и эффекта клина, создаваемого поворотом сегментов (б), с принципом газостатического подшипника за счет принудительной подачи газа под избыточным давлением в смазочный слой (в), голубые стрелки показывают подачу газа.

F – сила, действующая на вращающийся вал, создаваемая потоком, обтекающим этот вал со скоростью v

Конструкция ГСДП такова, что каждый сегмент его опорной поверхности должен быть самоустанавливающимся, т.е. под воздействием перепада давления и разворачивающего момента сегмент должен устанавливаться на определенный угол по отношению к поверхности вала (рис. 1). Одной из задач проектирования ГСДП является нахождение такого расположения оси вращения каждого сегмента, которое будет обеспечивать его устойчивость по углу поворота. Для этого необходимо уметь рассчитывать силы и моменты на свободно поворачивающихся сегментах гибридного воздушного подшипника. Ниже приведено описание методики проектирования поворачивающихся сегментов опорной поверхности подшипника, устойчивых по углу поворота, нагрузке и частоте вращения ротора, и численного метода определения положения сегмента, при котором действующие на него моменты равны нулю. Выполнены демонстрационные расчеты. Результаты сопоставлены с оценками, выполненными асимптотическими методами, а также с результатами эксперимента.

Постановка задачи, математическая модель и основные уравнения

Постановка задачи проектирования

Обычно проектирование подшипника ведется на заданную несущую способность, т.е. несущая способность задается из конструктивных соображений или технических требований к устройству, а расход газа и величина зазоров определяются в результате расчета. Для решения этой задачи необходимо исследовать закономерности зависимостей рабочих характеристик саморегулируемого радиального ГСДП от частоты вращения вала, средней величины смазочного зазора и величины зазора в выходном сечении при заданной геометрии опорной поверхности сегмента (диаметр вала, длина сегмента, ширина сегмента, положение оси поворота сегмента) и проектных параметрах ротора (частота вращения, нагрузка на подшипник). Исследования зависимостей необходимо выполнять в областях, в которых положение сегмента является устойчивым по углу поворота, нагрузке и частоте вращения вала, для чего сначала необходимо найти эти области. По результатам исследования назначаются проектные параметры подшипника – минимальный и средний зазор между сегментом и валом, количество сегментов. В завершение выполняются расчеты подшипника с выбранными проектными параметрами, исследуется устойчивость сегментов на проектных режимах. При необходимости проектные параметры корректируются и расчеты повторяются.

Математическая модель смазочного слоя

Исходная система уравнений для радиального подшипника. Обычно при анализе течения в смазочном слое используется основное уравнение гидродинамической теории смазки – уравнение Рейнольдса [16], полученное из предположения, что смазочный слой – тонкий. Рассмотрим полноохватный радиальный подшипник конечной длины 1 и удлинением $\lambda=1/d$, где d – диаметр. Расчетная схема такого подшипника приведена на рис. 2. Уравнение Рейнольдса для него в полярной системе координат запишется в виде

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\overline{h}^3 \frac{\partial \overline{p}}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{4\lambda^2} \frac{\partial}{\partial \overline{z}} \left(\overline{h}^3 \frac{\partial \overline{p}}{\partial \overline{z}} \right) = 6 \frac{\partial \overline{h}}{\partial \varphi} + 12 \frac{\partial \overline{h}}{\partial t}, \tag{1}$$

где $\overline{h} = \frac{h}{c}$, $\overline{p} = \frac{p}{p_{\bullet}}$, h – зазор, c – минимальный зазор, p – давление, p_{\bullet} – давление в окружающей среде,

z – продольная координата, *t* – время, смысл остальных обозначений понятен из рис. 2.

Введем безразмерные переменные:

$$\overline{z} = \frac{z}{l}, \ \overline{p} = \frac{p}{p_{\bullet}}, \ p_{\bullet} = \frac{\mu \omega r^2}{c^2}, \quad \overline{t} = \omega t ,$$
(2)

где ω – угловая скорость вращения вала; $\mu = v\rho$ – динамическая вязкость, v – кинематическая вязкость, ρ – плотность. Как следует из рис. 2, для относительного зазора можно записать уравнение

$$\overline{h} = 1 - \varepsilon \cos(\varphi - \theta), \quad \varepsilon = \frac{e}{c}, \tag{3}$$

где е – эксцентриситет.

Продифференцировав (3) по t и φ, получим

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \cos(\varphi - \theta) - \varepsilon \frac{\partial \theta}{\partial t} \sin(\varphi - \theta), \ \partial \overline{h} / \partial \varphi = \varepsilon \sin(\varphi - \theta).$$
(4)

Опуская величины второго порядка малости (ϵ^2), с учетом (4) уравнение (1) в безразмерных переменных (2) можно переписать в виде

$$\frac{\partial^2 \overline{p}}{\partial \phi^2} + \frac{1}{4\lambda^2} \frac{\partial^2 \overline{p}}{\partial \overline{z}^2} = 6 \left(1 - 2 \frac{\partial \theta}{\partial t} \right) \varepsilon \sin(\phi - \theta) - 12 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \cos(\phi - \theta) \,. \tag{5}$$

Уравнение (5) можно проинтегрировать при заданных значениях давления на торцах подшипника p_1 и p_2 :

$$\overline{p} = \left[-6 \left(1 - 2 \frac{\partial \theta}{\partial t} \right) \epsilon \sin(\varphi - \theta) + 12 \frac{\partial \epsilon}{\partial t} \cos(\varphi - \theta) \right] \Phi(\overline{z}) + \overline{p}_1 - (\overline{p}_1 - \overline{p}_2) \overline{z},$$

$$\Phi(\overline{z}) = 1 - ch 2\lambda \overline{z} + \frac{ch 2\lambda - 1}{sh 2\lambda} sh 2\lambda \overline{z},$$
(6)

и получить из (6) выражение для равнодействующих сил в проекции на оси е и в (рис. 2):

$$\overline{P}_{e} = P_{e} / P_{a} = -6\pi k_{p} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t},$$

$$\overline{P}_{\theta} = P_{\theta} / P_{a} = 3\pi k_{p} (1 - 2\frac{\partial \theta}{\partial t})\varepsilon,$$
(8)

где $k_p = 1 - \text{th}\lambda/\lambda - \text{коэффициент}$, который для бесконечно длинного подшипника (утечек нет) равен единице, а для очень короткого подшипника с $\lambda <<1$ равен $k_p \approx \lambda^2/3$; P_a – давление на торцах подшипника. Уравнения (6)–(8) дают точное решение для нестационарного слоя смазки полноохватного радиального подшипника и пригодны для разработки методики расчета нестационарного движения вала.



Рис. 2. Расчетная схема радиального подшипника конечной длины. [θ] – [e] – локальная система координат, привязанная к центрам образующей подшипника 0₁ и к оси вращения вала 0₂

Исходное уравнение для произвольного подшипника. В типичных случаях линейные размеры сегмента подшипника на несколько порядков превосходят толщину смазочного слоя. Это позволяет без потери общности считать такой слой плоским и записать для него в естественной системе координат x-z, связанной с опорной поверхностью подшипника, уравнение Рейнольдса, вывод которого приведен, например, в работе В.Н. Бесчастных [17, 18]:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(ph^{3}\frac{\partial p}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(ph^{3}\frac{\partial p}{\partial z}\right) = 12\mu\frac{\partial}{\partial t}\left(ph\right) + 6\mu\frac{\partial}{\partial x}\left(puh\right),\tag{9}$$

где *p* – давление; *h* – зазор; *u* – скорость; *t* – время; µ – вязкость; *x* – координата, ориентированная вдоль образующей вала; *z* – координата, ориентированная вдоль оси вала.

Необходимость верификации модели Рейнольдса. Практика расчета газостатических подшипников показала, что в расчетную область иногда необходимо включать дроссели, через которые газовая смазка подается в зазор, а также микроканавки, предназначенные для распределения газа по опорной поверхности. На границе дросселей и микроканавки течение является существенно трехмерным. Кроме того, на околокритических режимах, когда скорость истечения газа из дросселя близка к скорости звука, нельзя пренебрегать силами инерции. В связи с этим результаты, полученные решением (9), необходимо проверять с помощью численной модели, построенной на основе решения системы уравнений Навье–Стокса [19]. Течение внутри тонкого слоя можно считать ламинарным [10], поэтому осреднение уравнений и модели турбулентности не используются.

Асимптотические приближения

Приближение двумерного смазочного слоя. Ряд важных оценок можно получить в предположении, что вал бесконечно длинный и размер подшипника в направлении вала также является бесконечным. Тогда течение в смазочном слое можно считать двумерным и плоским, откуда следует, что производными по *z* можно пренебречь. Для стационарного случая пренебрегаем производными по *t*, тогда из (9) получим

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(ph^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 6\mu \frac{\partial}{\partial x} \left(puh \right).$$
(10)

Рассмотрим подшипник длиной d в направлении оси x, находящийся в окружающей среде с давлением газа p_a . Тогда можно ввести следующие параметры: величина зазора $h_{\rm BX}$, через который смазка втекает в подшипник, а также величина зазора $h_{\rm BMX}$, через которую смазка вытекает из подшипника. Таким образом, подшипник будет характеризоваться некоторой средней величиной зазора h_0 . Если величина зазора существенно меньше длины d, то последующие рассуждения применимы и для подшипника с криволинейной образующей. Например, это может быть сегментный радиальный подшипник. Тогда d – это длина дуги образующей внутренней поверхности сегмента, $h_{\rm BX}$ – зазор между передней кромкой сегмента и валом, $h_{\rm BHX}$ – зазор между задней кромкой сегмента и валом. Если мы имеем полноохватный подшипник с эксцентриситетом e, то d – длина окружности цапфы, $h_{\rm BX}=h_0+e/2$, $h_{\rm BHX}=h_0-e/2$. Таким образом, последующие выводы справедливы для всех типов подшипников.

В безразмерных переменных $\overline{p} = \frac{p}{p_a}, \ \overline{x} = \frac{x}{d}, \ \overline{h} = \frac{h}{h_0}$ уравнение (10) можно записать в виде

$$\frac{\partial}{\partial \overline{x}} \left(\overline{p} \overline{h}^3 \frac{\partial \overline{p}}{\partial \overline{x}} \right) = \Lambda \frac{\partial}{\partial \overline{x}} \left(\overline{p} \overline{h} \right), \quad \Lambda = \frac{6\mu v d}{H^2 p_a} , \tag{11}$$

где Λ – параметр Гаррисона или безразмерная характеристика подшипника. Введем параметр $A=h_{\rm BX}/h_0$ – относительная толщина входного зазора. Тогда (10) с учетом (11) окончательно запишется в следующем виде (черточки, обозначающие безразмерность переменной, далее для простоты писать не будем):

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \Lambda \frac{1}{\left(A + 2x(1-A)\right)^2} \left(1 - \frac{C}{p\left(A + 2x(1-A)\right)}\right).$$
(12)

Заметим теперь, что параметр A меняется в пределах [1..2]. Например, в случае сегментного подшипника (рис. 3) нижний нагруженный сегмент параллелен образующей вала и A=1, а верхние ненагруженные сегменты касаются вала $h_{\text{вых}}=0$ и A=2. Показанная на рис. 3 ситуация довольна характерна для ГСДП при нулевой скорости вращения вала – весь подаваемый через ненагруженные сегменты газ уходит через входной зазор.



Рис. 3. Положения сегментов, соответствующие А=1 (нижний) и А=2 (верхние)

Уравнение (12) – это нелинейное уравнение в частных производных, которое приходится решать численно, что первыми, видимо, сделали Стернлихт [20] и Раймонди [21]. В настоящее время уравнения Рейнольдса решаются стандартными численными методами в большинстве коммерческих газодинамических пакетов, например, в ANSYS CFX. Практика применения уравнения (12) показывает, что оно адекватно описывает изменение давления вдали от краев сегмента и с высокой точностью – на плоскости симметрии сегмента, перпендикулярной оси вала.

Применяя асимптотические методы, можно получить достаточно содержательные выводы о поведении газовых подшипников с реальными, а не идеализированными конструктивными схемами.

В наиболее общем виде асимптотические методы были разработаны Котляром – сначала для цилиндрического смазочного слоя [22], затем для сферического [23]; впоследствии они были обобщены на поверхности произвольной формы [6]. Рассмотрим предельные случаи Λ→0 и Λ→∞.

Приближение, имитирующее работу в газостатическом режиме ($\Lambda \rightarrow 0$). Если $\Lambda \rightarrow 0$, то относительное давление $p \rightarrow 1$, что позволяет исключить p из (12) и проинтегрировать это уравнение:

$$p = \Lambda \left(\frac{(x^2 - x)(1 - A)}{(A + 2x(1 - A))^2} \right) + 1.$$
(13)

Уравнение (13) описывает распределение давления в подшипнике или при очень маленьких скоростях вращения, или при очень большом давлении. При этом распределение давления в зазоре будет таким, как показано на рис. 4.



Рис. 4. Распределение давления в подшипнике при ∧→0, А=1,4

Из уравнения (13) можно определить несущую способность участка подшипника длиной *d* и шириной *L*, т.е. отдельного сегмента подшипника:

$$W = Ldp_a K_{\Gamma}, \quad K_{\Gamma} = \frac{\Lambda}{4(A-1)} \left(\frac{1}{(A-1)} \ln\left(\frac{A}{(2-A)}\right) - 2 \right), \tag{14}$$

где K_{Γ} – удельная несущая способность подшипника. Видно, что K_{Γ} сильно растет с $A \rightarrow 2$, т.е. при стремлении к нулю выходного зазора. С ростом Λ удельная несущая способность также увеличивается. Аналогичное (14) уравнение можно получить для полноохватного подшипника:

$$W = 2rLp_a \frac{\Lambda\pi\epsilon}{\left(2+\epsilon^2\right)\sqrt{1-\epsilon^2}},\tag{15}$$

где є=*e*/*c* – относительный эксцентриситет, *c* – средняя величина радиального зазора.

Анализируя графики на рис. 4 и уравнения (13)–(15), нетрудно сделать вывод, что сегменты ГСП, способные поворачиваться на некоторый угол по отношению к опорной поверхности, обладают угловой жесткостью по углу поворота. Действительно, изменение угла (рис. 5) приводит к искажению эпюры давления под сегментом. Причем там, где зазор растет, давление уменьшается, там, где зазор уменьшается, давление растет. Необходимо отметить, что наличие угловой жесткости еще не гарантирует устойчивости сегмента по углу поворота. Опыт проектирования показывает, что двухкамерные (двухсопловые) сегменты обладают большей устойчивостью по сравнению с однокамерными.



Рис. 5. Колодки газостатического подшипника обладают при повороте угловой жесткостью

Приближение, имитирующее работу в газодинамическом режиме ($\Lambda \rightarrow \infty$). Рассмотрим теперь другой случай. Он соответствует варианту, когда подъемная сила, создаваемая за счет сил трения, намного больше подъемной силы, создаваемой за счет внешнего поддува, т.е. мы имеем дело с очень быстро вращающимся валом или поддува нет. Без потери общности можно считать, что в данном случае $u \rightarrow \infty$, т.е. мы имеем дело либо с ГДП, либо с ГСДП на режиме, когда влияние поддува не является определяющим. Это позволяет проинтегрировать уравнение (12):

$$p = \frac{A}{A + 2x(1 - A)}.$$
(16)

Из уравнения (16) следует, что давление в зазоре меняется монотонно (рис. 6), причем максимум давления приходится на выходное сечение, а отношение максимального давления к минимальному равняется отношению входного зазора к выходному. Из сказанного выше следует, что несущая способность подшипника в газодинамическом режиме будет отлична от нуля только в том случае, если поверхности расположены под углом:

$$W = Ldp_{a}K_{\Gamma}, \quad K_{\Gamma} = \frac{1}{2(A-1)} \ln\left(\frac{A}{(2-A)}\right) - 1, \quad (17)$$

или, в случае полноохватного радиального подшипника, вал и цапфа расположены с эксцентриситетом, и уравнение (17) можно записать в виде

$$W = 2rLp_a \pi \sqrt{1 + \frac{2}{3}\varepsilon^2} \left(\sqrt{\frac{1}{1 - \varepsilon^2}} - 1 \right) \frac{1}{\varepsilon},$$
(18)

где *r* – радиус подшипника.



Рис. 6. Распределение давление в зазоре при А→∞ (режим газостатического подшипника)

Кроме того, в этом режиме априори нельзя сделать вывод об устойчивости сегмента по углу. Для этого нужно найти точку на поверхности сегмента, относительно которой суммарный момент сил давления (см. уравнение (18)) будет равен нулю:

$$x_{h} = \frac{1}{\ln\frac{(2-A)}{A}} - \frac{A}{2(1-A)}.$$
(19)

Отсюда следует, что чем больше желаемая несущая способность в газодинамическом режиме, т.е. чем больше отношение входного зазора к выходному, тем ближе к выходному сечению должна располагаться ось вращения сегмента (см. уравнение (19)), чтобы он находился в стационарном положении. При этом сегмент будет устойчив по углу разворота, так как уменьшение угла смещает эпюру давления вправо от оси шарнира, и сегмент стремится увеличить угол, а при уменьшении угла все происходит наоборот.

Таким образом, рассматривая два предельных случая $\Lambda \rightarrow \infty$ и $\Lambda \rightarrow 0$, моделирующих газодинамический и газостатический режимы соответственно, можно сделать выводы о поведении реального сегментного ГСДП, у которого итоговая реакция является суммой газостатической и газодинамической составляющей.

Практическая реализация методами численного моделирования

Численный метод

Численное моделирование было выполнено в пакете Ansys CFX в рамках модели Рейнольдса, проверочные расчеты проводились в пакете OpenFoam с помощью решения уравнений Навье–Стокса для ламинарного, сжимаемого, теплопроводного, вязкого газа.

Расчетная область и граничные условия. Представление о геометрии ГСДП и расчетной области дает рис. 7. На вход подается воздух с давлением 6 бар и температурой 300 К. Давление по периметру сегмента (граничные условия) задается равным 1 бар. Вал вращается относительно оси с заданной частотой *n*: 5000, 10000, 20000, 30000 и 42000 об/мин. На твердых стенках задаются условия непротекания, прилипания и теплоизолированности.

Для построения сетки расчетная область разделена на три тела, а именно: смазочный зазор, микроканавка и питающая трубка с дросселем. Микроканавка с дросселем образуют сопло. Как видно на рис. 7, а, сопел два: прямолинейное и серповидное. Такой сегмент теоретически должен обладать свойством самоустановления. Геометрия плоского сопла задается на основе известных рекомендаций, серповидное находится расчетом (см. раздел «Проектирование сопел радиального ГСДП»).



Рис. 7. Радиальный подшипник (а) и геометрическая модель (б) рабочей области для расчета смазочного слоя между сегментом подшипника и валом

Разностная сетка. При подготовке сетки в сеточном генераторе смазочный зазор разбивается гексагональными элементами, количество слоев – не менее 10. При этом ранг сетки в радиальном направлении (перпендикулярно зазору) принимается на уровне 1–2 мкм, в окружном – 0,5–1 мм, в осевом – 0,5–1 мм. В местах скачкообразного изменения сечений выполнено «сгущение» сетки, что при автоматическом ее построении иногда приводит к появлению дефектов, которые необходимо устранять вручную. Алгоритм расчета устойчивого положения сегмента

В ходе исследования считается, что давление на входе постоянное, а меняется средний зазор, который определяется нагрузкой на вал. Угол наклона сегмента задается минимальным выходным зазором, величина которого варьируется в заданных пределах. Распределение давления, несущая способность сегмента и расход газа через дроссели являются результатами расчета. Также по итогам расчета определяется момент сил давления, действующих на сегмент относительно оси вращения. При этом понимаем, что в реальности сегмент ГСДП устанавливается на какой-то определенный угол самостоятельно, и момент при этом должен равняться нулю.

Последовательность расчета следующая.

- 1. Для выбранной геометрии сегмента подшипника задается средний зазор между валом и сегментом H_0 в том месте сегмента, над которым находится ось его вращения (рис. 7, б). В нашем случае H_0 принимает значение 10, 15, 20 и 25 мкм.
- 2. Для выбранных параметров создаются 3D-модели с разной клиновидностью зазора, т.е. с разным значением выходного зазора *h*_{вых}. Таких значений должно быть не менее трех.



Рис. 8. Графическое определение методом линейной интерполяции значения h_{вых}, при котором достигается равновесное положение сегмента, для H₀=50 мкм. Мz – вращающий момент на сегменте, Fк – равнодействующая сил давления. Для сравнения на графике представлены результаты расчетов сегментов трех типов: зеленый – с поперечной канавкой; синий – с продольными канавками; красный – с контурным подводом

- 3. На основе 3D-моделей выполняется построение разностной сетки и численный расчет течения в смазочном зазоре на разных скоростях вращения вала, в результате чего получаются эпюры распределения давления на сегменте.
- 4. По эпюрам давления определяется момент на оси поворота сегмента и равнодействующая сил давления на сегменте.
- 5. Строятся зависимости сил и моментов от выходного зазора $h_{\text{вых}}$.
- 6. Далее по этим диаграммам методом линейной интерполяции определяются выходной зазор, при котором наступает равновесное положение сегмента (*M*=0), и равнодействующая сил давления (*F*₀) на сегмент в положении равновесия. Пример такого расчета показан на рис. 8.

 Выполняется анализ производной от момента по углу поворота в положении равновесия. Если производная отрицательная, то положение равновесия устойчивое.

Пример проектирования математического моделирования реального сегмента

Рассмотрим последовательность математического моделирования реального ГСДП для экспериментальной установки с диаметром вала 50 мм. Сначала выполняется асимптотический анализ предельной несущей способности и скорости вращения, при которой вал отрывается от поверхности подшипника под действием газодинамических сил. Затем на основе этого анализа назначается оптимальный проектный зазор H_0 . Для этого проектного зазора проектируется серповидное сопло. Далее выполняется численный расчет сегмента, результаты которого сравниваются с выводами асимптотического анализа и экспериментом.

Асимптотический анализ предельной несущей способности

На рис. 9 приведена схема сил, действующих на вал в полноохватном подшипнике (рис. 10, а) и сегментном подшипнике (рис. 10, б).



Рис. 9. Схема полноохватного (а) и сегментного (б) подшипников. *F_i* – равнодействующая сил давления, приложенная к оси вращения сегмента

В полноохватном подшипнике давление в смазочном слое изменяется непрерывным образом и имеет равнодействующую силу F, направленную в сторону, противоположную смещению оси вала e и определяющую несущую способность всего подшипника. В сегментном подшипнике ситуация сложнее. Каждый сегмент имеет свою равнодействующую F_i . Общая несущая способность определяется векторным сложением этих сил. Условие обеспечения несущей способности опоры ротора можно записать в следующей форме:

$$F = kMg + F_D + F_p < W, ag{20}$$

где F_D – динамическая составляющая силы; F_p – газостатическая составляющая силы, $h_{\text{вых}} > h_{\min}$, где h_{\min} – минимально допустимая по конструктивным соображениям величина зазора между валом и подшипником; M – масса ротора; W – несущая способность подшипника; k – коэффициент, учитывающий влияние массовых сил; g – ускорение свободного падения.

Воспользовавшись формулами [17] теории газовой смазки для газового подшипника, преобразуем выражение (20) к виду

$$2\frac{\pi r}{2}Lp_{a}\left(\frac{A}{2(A-1)}\ln\frac{A}{2-A}-1\right)\left(1-\frac{1}{z^{2}}\right)\frac{180^{\circ}}{z}=kMg+F_{D}+F_{p},$$
(21)

где *L* – длина подшипника; *p*_a – опорное давление; *z* – число сегментов в подшипнике.

Выразим из (21) величину опорного давления для полноохватного подшипника:

$$p_{a} = \frac{F}{dLK_{\Gamma}} = \frac{kMg + F_{D} + F_{p}}{dL\pi\sqrt{1 + \frac{2}{3}\varepsilon^{2}}\left[\sqrt{\frac{1}{1 - \varepsilon^{2}}} - 1\right]\frac{1}{\varepsilon}},$$
(22)

где ε – эксцентриситет, K_{Γ} – коэффициент грузоподъемности,

И

$$p_{a} = \frac{kMg + F_{D} + F_{p}}{\pi r L \left(\frac{A}{2(A-1)} \ln \frac{A}{2-A} - 1\right) \left(1 - \frac{1}{z^{2}}\right) \cos \frac{180^{\circ}}{z}}.$$
(23)

Принимая во внимание то, что относительное удлинение для подшипников на газовой смазке редко выходит за границы, определяемые технологической точностью λ =0,5–2, относительный эксцентриситет

под нагрузкой обычно составляет ε =0,6–0,9, а окружная скорость на валу не может быть низкой ввиду снижения грузоподъемности с уменьшением Λ , но одновременно не бывает очень высокой, так как ее величина имеет рациональный предел, после которого роста грузоподъемности не происходит, мы можем выбрать для качественной оценки величины, близкие к максимумам. Например, A=1,8; λ =1,5; ε =0,8; u=150 м/с.

Подставив данные величины в формулу (22), получим следующее выражение величины опорного давления для полноохватного подшипника:

$$p_{a} = \frac{g}{4u^{2}\lambda\pi\sqrt{1+\frac{2}{3}\varepsilon^{2}}\left[\sqrt{\frac{1}{1-\varepsilon^{2}}}-1\right]\frac{1}{\varepsilon}}M\omega^{2} = 23\cdot10^{-6}M\omega^{2},$$
(24)

где ω – частота вращения.

Рассуждая аналогично, для случая четырехсегментного подшипника при направлении нагрузки между сегментами, принимая также *A*=1,8 и *L*= λ ·2*r* =1,5·2*r*, из (23) получим:

$$p_{a} = \frac{g}{2\pi u^{2} \lambda \left(\frac{A}{2(A-1)} \ln \frac{A}{2-A} - 1\right) \left(1 - \frac{1}{4^{2}}\right) \cos 45^{\circ}} M \omega^{2} = 47, 5 \cdot 10^{-6} M \omega^{2} , \qquad (25)$$

т.е. потребное давление увеличивается более чем в два раза, соответственно, сегментный подшипник имеет при прочих равных условиях несущую способность существенно хуже, чем полноохватный. В случае, когда нагрузка приходится на сегмент, грузоподъемность еще более снижается. Так, для четырехсегментного ГСДП при прохождении равнодействующей через один из сегментов коэффициент в формуле (25) будет уже 64,3. Также с ростом количества сегментов уменьшается общая грузоподъемность. Результаты расчета коэффициента в формуле (25) для случая, когда равнодействующая приходится на сегмент, при различном количестве сегментов (при количестве сегментов, равном единице, используется формула (24) для полноохватного подшипника), приведены в таблице.

Количество сегментов	1	2	3	4	5	6
Коэффициент в формуле (25), ×10 ⁻⁶	23,0	42,0	53,0	64,3	82,0	103

Таблица. Значение коэффициента грузоподъемности

Если неограниченно увеличивать скорость вращения вала, то грузоподъемность полноохватного подшипника асимптотически стремится к пределу, а у сегментного подшипника она имеет четко выраженный максимум несущей способности (рис. 10).



Рис. 10. Зависимость коэффициента несущей способности Кг от критерия Гаррисона Л

Результаты расчетов необходимого давления поддува для разных масс ротора в зависимости от частоты вращения ротора приведены на рис. 11. Видно, что с увеличением массы и частоты вращения ротора потребное опорное давление непрерывно растет. Зона, представленная на графике ниже горизонтали 0,1 мПа, объединяет роторы, которые могут быть оснащены подшипниками на атмосферном давлении, т.е. ГДП. Роторы, приходящиеся на зону выше этой линии, необходимо оснащать подшипниками с дополнительным поддувом воздуха в смазочный зазор, т.е. ГСДП.





Асимптотический анализ частоты вращения, при которой подшипник начинает работать в бесконтактном режиме

Еще одним критерием, по которому следует осуществлять выбор типа газового подшипника (ГСП, ГСДП или ГДП), является скорость вращения вала, при которой вал отрывается от подшипника. Приведенный выше анализ показал, что эта скорость тем меньше, чем меньше значение выходного зазора $h_{\text{вых}}$. Напомним, что у воздушных подшипников имеется предельный режим при $\Lambda \to \infty$, такой, что дальнейшее увеличение частоты вращения не приводит к росту несущей способности. Для него имеются аналитические выражения для грузоподъемности W:

для полноохватного подшипника

$$W = 2rLp_a \pi \sqrt{1 + \frac{2}{\varepsilon} \varepsilon^2} \left(\frac{1}{1 - \varepsilon^2} - 1\right) \frac{1}{\varepsilon},$$
(26)

для сегментного подшипника с длиной сегмента d

$$W = dLp_a \left(\frac{A}{2(A-1)} \ln \frac{A}{A-1} - 1\right).$$
⁽²⁷⁾

Величина выходного зазора определяется из (26)-(27) следующим образом:

для полноохватного подшипника

 $h_{\text{Bbix}}=c(1-\varepsilon),$

для сегментного подшипника

$$h_{\text{Bbix}} = h_0(2-A), \ h_0 = \sqrt{\frac{6\mu u d}{\Lambda p_a}}, \ u = \omega r .$$
 (29)

Заметим, что $h_{\text{вых}}$ у сегментного подшипника зависит от критерия Гариссона Л, а у полноохватного – нет (см. (28)–(29)). Этому необходимо дать пояснения. Предположим, что сегментный подшипник спроектирован таким образом, что под некоторой нагрузкой на номинальной частоте вращения он имеет некоторое значение характеристики Л. При уменьшении частоты вращения его характеристика будет оставаться неизменной ввиду того, что для компенсации постоянной нагрузки понадобится неизменная

(28)

эпюра давлений в смазочном слое, как раз и определяемая значением характеристики. Иными словами, при изменении частоты вращения $h_{\rm BMX}$ будет изменяться таким образом, чтобы оставалась неизменной характеристика подшипника Λ . Таким образом, для сегментного подшипника Λ необходимо задавать. Из опыта проектирования сегментных подшипников известно, что в газовых подшипниках Λ обычно назначают в диапазоне Λ =2–30. Поскольку мы анализируем скорость отрыва, то необходимо выбирать Λ , максимально близкую к наступлению предельного режима $\Lambda \rightarrow \infty$, поэтому принимаем Λ =30.

У радиального полноохватного подшипника с уменьшением частоты вращения действующая нагрузка будет компенсироваться за счет увеличения эксцентриситета таким образом, чтобы оставалась постоянной величина коэффициента грузоподъемности, поэтому характеристика Λ будет уменьшаться в соответствии с выражением

$$\Lambda = \frac{K_{\Gamma}}{\pi} \frac{\left(2 + \varepsilon^2\right)\sqrt{1 - \varepsilon^2}}{\varepsilon}.$$
(30)

Таким образом, из (26)–(30) следует, что, если назначить $h_{\text{вых}}$, равным минимально возможному по технологическим соображениям h_{\min} , то частоту отрыва подшипника можно определить по следующим формулам:

для полноохватного подшипника

$$\omega_{\rm OT} = \frac{c^2 p_a}{6\pi\mu r^2} \frac{K_{\rm r} \left(2 + \left(1 - \frac{h_{\rm min}}{c}\right)^2\right)}{1 - \left(1 - \frac{h_{\rm min}}{c}\right)^2} \sqrt{1 - \left(1 - \frac{h_{\rm min}}{c}\right)^2} , \qquad (31)$$

для сегментного подшипника с числом сегментов z

$$\omega_{\rm OT} = \frac{(h_{\rm min})^2 z \Lambda p_a}{6\mu r^2 2\pi (2-A)^2}.$$
(32)

Из (31)–(32) видно, что, уменьшая предельно допустимую величину $h_{\text{вых}}=h_{\min}$, можно существенно уменьшить угловую скорость вращения вала, при которой происходит его отрыв от подшипника. Оценим связь частоты вращения и минимального зазора для типичного случая. Принимая для четырехсегментного подшипника A=1,8; $d=\pi r/2$; u=150 м/с; $\Lambda=30$; $p_a=0,1\cdot10^6$ Па; $\mu=1,8\cdot10^{-5}$ Па·с, получим $\sqrt{1}$

 $h_{\min} = 226 \sqrt{\frac{1}{\omega}}$, мкм. Аналогично для полноохватного принимаем $\epsilon = 0.8$, остальные параметры такие же,

получаем $h_{\min} = 180 \sqrt{\frac{1}{\omega}}$.

Таким образом, видно, что полноохватный подшипник требует меньшего выходного зазора, следовательно, к нему выдвигаются более жесткие требования по точности изготовления. Следовательно, равный по несущей способности сегментный подшипник будет технологически проще и дешевле.

Проектирование сопел радиального ГСДП

На рис. 12 изображены принципиальные схемы сегментов радиального (рис. 12, а) и осевого (рис. 12, б) подшипников. Видно, что одно из сопел – прямолинейное (1), а второе – серповидное (2). Газ в сопла подается через отверстия (3). Сегмент по направлению вращения имеет входную кромку (4), через которую газ также затекает в зазор, и выходную (4 а), через которую газ вытекает из зазора. Сопла (1) предназначены для подачи смазки на всех режимах работы. Подача смазки через сопла (1) увеличивает давление на входе в сегмент, что приводит к пропорциональному увеличению общего давления в нагруженном сегменте, т.е. подвод смазки через сопло (1) служит для дополнительного наполнения динамической эпюры смазочного слоя и повышения несущей способности.



Рис. 12. Принципиальная схема сегмента газостатодинамического подшипника: радиального (а); осевого (б). 1 – сопло, 2 – серповидное сопло, 3 – подающие газ отверстия, 4 – кромки сегмента

Если сегмент поворачивается на некоторый угол так, что толщины входного и выходного зазора разные, то образуется картина изолиний давления, показанная на рис. 13, а. На рис. 13, б, подача газа

осуществляется только через сопло с прямолинейной канавкой (1), расположенной у выходного сечения (кромка справа на рис. 13, а).



Рис. 13. Распределение давление (а) по опорной поверхности сегмента длиной / и шириной *b* с одним щелевым соплом 1, полученное расчетным путем в ANSYS CFX при частоте вращения вала 42000 об/мин, среднем зазоре 15 мкм, минимальном зазоре 7 мкм, и схема построения серповидной канавки 2 по изобаре 3, давление на которой равно давлению подачи газа в подшипник (б). Давление в бар

Если теперь выполнить расчет для номинальной частоты вращения и заданных зазоров, выбрать изобару (рис. 13, б), на которой давление будет близко к давлению в системе подачи газа, и прорезать по ней щелевое сопло, то через такое сопло на номинальном режиме газ поступать не будет. При меньших частотах вращения давление в серповидном сопле будет больше давления в смазочном слое, поэтому газ будет поступать в зазор и увеличивать несущую способность. Такой сегмент теоретически должен быть устойчивым по углу поворота. Однако такая гипотеза требует проверки. Проектирование серповидного сопла сегмента выполнялось для частоты вращения 42000 об/мин в следующей последовательности.

Сначала для всего диапазона средних и выходных зазоров, а также частот вращения были рассчитаны сегменты, имеющие только одно прямолинейное сопло. Далее для всех выполненных расчетов были вычислены моменты сил давления, действующих на сегмент (рис. 14), и определено сочетание H_0 и $h_{\rm вых}$, при которых момент равен нулю, а положение сегмента устойчиво (показано на рис. 14 красной линией).



Рис. 14. Устойчивое положение сегмента радиального газостатодинамического подшипника. Скорость вращения вала 42000 об/мин, Н₀ – средний зазор между валом и сегментом подшипника

По итогам расчетов сегмента с одним соплом и выполненного асимптотического анализа для дальнейших расчетов был выбран средний зазор $H_0=15$ мкм, для которого по графику был найден выходной зазор $h_{\rm вых}=7,2$ мкм, соответствующий устойчивому положению. Для выбранных зазоров еще раз был выполнен расчет течения в смазочном слое для сегмента с одним прямолинейным каналом. По картине изолиний давления была проведена линия микроканавки серповидного сопла (рис. 15), при этом была выбрана изобара с давлением 6 бар.



Рис. 15. Построение профиля серповидного сопла: распределение давления на сегменте подшипника (а); построение профиля серповидного сопла по изобаре 6 бар (б). Давление в бар

С выбранной геометрией все расчеты были повторены для двух сопел. На номинальном режиме при среднем зазоре 15 мкм доля расхода воздуха, приходящаяся на серповидное сопло, составила примерно 25% от общего расхода. При меньших скоростях это соотношение сохраняется, т.е. с точки зрения устойчивости равновесного положения геометрия серповидного сопла выбрана правильно.

Методом, описанным выше, для каждой частоты вращения была построена зависимость, связывающая H_0 и $h_{\text{вых}}$, соответствующих равенству нулю момента на оси сегмента (рис. 16).





Видно, что при устойчивом положении сегмента выходной зазор увеличивается с увеличением среднего зазора и частоты вращения. Такие выводы полностью соответствуют результатам выполненного выше асимптотического анализа.

В завершение исследования были выполнены расчеты ранее спроектированных на основе имеющихся в печати сведений гибридных воздушных подшипников (рис. 17). На рис. 18, а, приведены результаты распределения давления на номинальном режиме на сегменте с окончательной геометрией сопел. Видно, что профиль давления существенно более наполнен, чем у ранее изготовленного контрольного подшипника (рис. 18, б) и у сегмента с одним прямолинейным соплом (рис. 13, а). Несущая способность вновь спроектированного сегмента больше контрольной на 25% при величинах среднего зазора 15 мкм и 20 мкм. Этот результат достигнут за счет оптимальной геометрии серповидного сопла.



Рис. 17. Исходный вариант радиального газостатодинамического подшипника (а) и его сегмент (б)



Рис. 18. Распределение давления на спроектированном (а) и контрольном (б) сегментах, частота вращения 42000 об/мин, средний зазор Н₀ =20 мкм. Давление в бар

Экспериментальная проверка результатов проектирования

Для проверки разработанной методики проектирования и математического моделирования ГСДП была проведена серия экспериментов, в ходе которых определялась зависимость несущей способности радиального ГСДП от частоты вращения вала. Использовалась экспериментальная установка, показанная на рис. 19. Ротор установки покоится на двух газовых ГСДП: радиально-упорном (1) и радиальном (2), раскручивается воздушной турбиной (3). Частота вращения контролируется датчиком вращения, а задается расходом воздуха, подаваемого на турбину. Исследуемый радиальный ГСДП (4) нагружается коромыслом (5) от нагрузочного устройства (6). В процессе эксперимента фиксировалась частота вращения в диапазоне 10000–42000 об/мин и задавалась нагрузка на вал в пределах 500–700 Н. При этом изменялся средний зазор, который контролировался с помощью токовихревого датчика.

На рис. 20 приведены результаты испытаний спроектированного и контрольного подшипника в сравнении с результатами численных расчетов. Сплошные линии соответствуют результатам расчетов спроектированного сегмента при заданной частоте вращения. Треугольниками показаны результаты экспериментов с вновь спроектированным сегментом. Высота треугольника соответствует погрешности определения среднего зазора, цвет – соответствующую частоту вращения ротора. Квадратами показаны результаты экспериментов с контрольным сегментом, изготовленным ранее. Высота и цвет обозначают погрешность измерения зазора и частоту вращения.

Видно, что спроектированный подшипник имеет примерно на 25% большую несущую способность при одном и том же среднем зазоре, чем контрольный или, что то же самое, большую величину среднего зазора при равной нагрузке. Данные численных расчетов удовлетворительно совпадают с результатами экспериментов. Сравнивая результаты с рис. 11, можно сделать вывод, что асимптотические методы позволяют качественно верно оценивать закономерности зависимости несущей способности от проектных параметров, но стабильно ее завышают. Таким образом, выбирая проектные параметры по результатам асимптотического анализа, необходимо вводить коэффициент запаса не менее 1,25.



Рис. 19. Схема экспериментальной установки для исследования несущей способности радиальных газостатодинамических подшипников: 1 – радиально упорный газостатодинамический подшипник; 2 – радиальный газостатодинамический подшипник; 3 – воздушная турбина; 4 – исследуемый экспериментальный радиальный газостатодинамический подшипник; 5 – коромысло нагрузочного устройства 6



Рис. 20. Результаты расчетов (линии) среднего зазора H₀ в зависимости от нагрузки на вал при различной частоте вращения для спроектированного сегмента подшипника в сравнении с экспериментом – **A**, а также экспериментом с контрольным подшипником –

Заключение

Гибридные воздушные подшипники являются перспективным направлением в области создания oil-free трансмиссий для роторной техники с тяжелыми роторами или большой нагрузкой на вал. Разработана методика проектирования самоустанавливающихся сегментов таких подшипников, а также расчета моментов сил давления, действующих на них. Для того чтобы равновесное положение сегмента, при котором момент на его оси вращения равен нулю, было устойчивым, газ в зазор должен подаваться минимум через два сопла. Одно из них выбирается прямолинейным на основе имеющихся в литературе рекомендаций, геометрия второго определяется расчетным путем.

В работе описана методика проектирования и математического моделирования геометрии второго сопла и течения в смазочном слое. Выполненные расчеты показали, что применение разработанной методики проектирования и расчета газостатодинамического подшипника позволяет существенно улучшить показатели устойчивости и несущей способности таких подшипников. Методика может быть рекомендована для рабочего проектирования воздушных подшипников компрессоров, детандеров, насосов, газотурбинных установок.

Литература

- Смирнова О.С., Булат П.В., Продан Н.В. Применение управляемых газо- и гидростатических подшипников в турбонасосных агрегатах многоразовых комбинированных ЖРД // Фундаментальные исследования. 2013. № 4-2. С. 335– 339.
- Шейнберг С.А. Жедь В.П. Шишеев М.Д. Опоры скольжения с газовой смазкой. М.: Машиностроение, 1969. 336 с.
- Constantinescu V.N. Lubrificatia Cu Gaze. Bucuresti, 1963. 633 p.
- Проектирование гидростатических подшипников / Под ред. Г. Риппела. М.: Машиностроение, 1967. 135 с.
- Подшипники с газовой смазкой / Под ред. Н.С. Грэссема, Дж.У. Пауэлла. М.: Мир, 1966. 415 с.
- Котляр Я.М. Асимптотические решения уравнения Рейнольдса // Механика жидкости и газа. 1967. №1. С. 161– 165.
- Заблоцкий Н.Д., Карякин В.Е., Спиенков И.Е. Сферический газовый подшипник с принудительным наддувом // Механика жидкости и газа. 1970. № 3. С. 147–154.
- Лойцянский Л.Г., Степанянц Л.Г. Гидродинамическая теория сферического подвеса // Труды ЛПИ. 1958. № 198. С. 89–98.
- Заблоцкий Н.Д. Линеаризация граничных условий в теории воздушных подвесов // Труды ЛПИ. 1961. № 217. С. 127–132.
- Степанянц Л.Г. Некоторые методы газодинамической теории смазки // Труды ЛПИ. 1967. № 280. С. 27–43.
- Bulat M.P., Bulat P.V. Basic classification of the gas-lubricated bearings // World Applied Sciences Journal 2013. V. 28. N 10. P. 1444–1448. doi: 10.5829/idosi.wasj.2013.28.10.13924
- Усков В.Н., Булат П.В. Об исследовании колебательного движения газового подвеса ротора турбохолодильных и детандерных машин. Часть І. Постановка задачи // Вестник международной академии холода. 2012. № 3. С. 3–7.
- 13. Усков В.Н., Булат П.В. Об исследовании колебательного движения газового подвеса ротора турбохолодильных и детандерных машин. Часть II. Колебания давления в соплах питающей системы на сверхкритическом режиме работы // Вестник международной академии холода. 2013. № 1. С. 57– 60.
- 14. Булат П.В. Практика проектирования газовых подшипников для холодильных машин. Часть І. Обзор газовых подшипников // Холодильная техника. 2015. № 7. С. 17–21.
- Бесчастных В.Н., Булат П.В. Практика проектирования газовых подшипников для холодильных машин. Часть II. Проектирование и методика расчета гибридных подшипников // Холодильная техника. 2015. № 8. С. 31–35.
- Reynolds O. On the theory of lubrication and its application to Mr. Beauchamp Tower's experiments, including an experimental determination of the viscosity of olive oil' // Royal Society, Phil. Trans., Pt. 1. 1886. 114 p.
- 17. Бесчастных В.Н. Разработка метода расчета и экспериментальное определение характеристик радиальных сегментных газовых подшипников для тяжелых роторов ГТУ: дис. канд. техн. наук. Москва, 2011. 144 с.
- Бесчастных В.Н., Равикович Ю.А., Соколов А.Н. Определение статической грузоподъемности сегментного газостатического подшипника // Вестник МАИ. 2009. Т. 16. № 1. С. 84–94.
- Бесчастных М.С., Ильина Т.Е. Опыт проектирования подшипников на газовой смазке // Актуальные вопросы современных физико-математических и естественных наук. Москва, 2015. С. 29–47.
- Штернлихт Б. Газовые цилиндрические подшипники скольжения конечной длины // Прикладная механика. 1961. Т. 28. № 4. С. 62–70.
- Raimondi A.A. Numerical solution for the gas lubricated full bearing of finite length // ASLE Transaction. 1961. V. 4. N 1. P. 131–135. doi: 10.1080/05698196108972427
- 22. Котляр Я.М. Течение вязкого газа в зазоре между двумя коаксиальными цилиндрами // Изв. АН СССР. Отделение техн. наук. 1957. № 10. С. 12–18.
- Котляр Я.М. К теории воздушных подвесов сферического типа // Изв. АН СССР. Отделение техн. наук. 1959. № 6. С. 21–26.

References

- Smirnova O.S., Bulat P.V., Prodan N.V. Application of the guided gazo- and hydrostatical bearings in the turbopump aggregates of multiple combined LRE. *Fundamental'nye Issledovaniya*, 2013, no. 4–2, pp. 335–339. (In Russian)
- Sheinberg S.A. Zhed' V.P. Shisheev M.D. *Sliding Bearings with Gas Lubrication*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1969, 336 p. (In Russian)
- 3. Constantinescu V.N. Lubrificatia Cu Gaze. Bucuresti, 1963, 633 p.
- Rippel H.C. Cast Bronze Hydrostatic Bearing Design Manual. Cleveland, 1963.
- Gas Lubricated Bearing. Eds. N.S. Grassam, J.W. Powell. London, Butterworth, 1964.
- Kotlyar Ya.M. Asymptotic solutions of the Reynolds equation. Mekhanika Zhidkosti i Gaza, 1967, no. 1, pp. 161–165. (In Russian)
- Zablotskii N.D., Karyakin V.E., Spienkov I.E. Spherical gas bearing with forced supercharged. *Mekhanika Zhidkosti i Gaza*, 1970, no. 3, pp. 147–154. (In Russian)
- Loitsyanskii L.G., Stepanyants L.G. Hydrodynamic theory of spherical suspension. *Trudy LPI*, 1958, no. 198, pp. 89–98. (In Russian)
- Zablotskii N.D. Linearization of boundary conditions in the theory of air suspensions. *Trudy LPI*, 1961, no. 217, pp. 127– 132. (In Russian)
- Stepanyants L.G. Some methods of the gasdynamic theory of lubrication. *Trudy LPI*, 1967, no. 280, pp. 27–43. (In Russian)
- Bulat M.P., Bulat P.V. Basic classification of the gas-lubricated bearing. *World Applied Sciences Journal*, 2013, vol. 28, no. 10, pp. 1444–1448. doi: 10.5829/idosi.wasj.2013.28.10.13924
- 12. Uskov V.N., Bulat P.V. On the investigation of the vibrational motion of the gas suspension rotor and expander Turborefrigerating machines. Part I. Statement of the problem. *Vestnik of International Academy of Refrigeration*, 2012, no. 3, pp. 3–7. (In Russian)
- Uskov V.N., Bulat P.V. About research of an oscillating motion gas subweight of a rotor of turbo-refrigerator and detanderny cars. Part II. Pressure fluctuations in nozzles of the feeding systems on a supercritical operating mode. *Vestnik of International Academy of Refrigeration*, 2013, no. 1, pp. 57–60. (In Russian)
- Bulat P.V. Practice of gas bearings designing for refrigerating machines. Part I. Overview of gas bearings. *Kholodilnaya Tekhnika*, 2015, no. 7, pp. 17–21. (In Russian)
- Beschastnykh V.N., Bulat P.V. Practice of gas bearings designing for refrigerating machines. Part II. Design and methodology of hybrid bearings calculation. *Kholodilnaya Tekhnika*, 2015, no. 8, pp. 31–35. (In Russian)
- Reynolds O. On the theory of lubrication and its application to Mr. Beauchamp Tower's experiments, including an experimental determination of the viscosity of olive oil'. *Royal Society, Phil. Trans.*, 1886, Pt. 1, 114 p.
- 17. Beschastnykh V.N. Development of a Calculation Method and Experimental Determination of the Characteristics of Radial Segmented Gas Bearings for Heavy Rotors of a Gas Turbine Engine. PhD Thesis. Moscow, 2011, 144 p. (In Russian)
- Beschastnykh V. N., Ravikovich Y. A., Sokolov A. N. Evaluation of static bearing strength for a tilting-pad hydrostatic gas bearing. *Vestnik Moskovskogo Aviatsionnogo Instituta*, 2009, vol. 16, no. 1, pp. 84–94. (In Russian)
- Beschastnykh M.S., Il'ina T.E. Experience of designing bearings with gas lubrication. Aktual'nye Voprosy Sovremennykh Fiziko-Matematicheskikh i Estestvennykh Nauk. Moscow, 2015, pp. 29–47. (In Russian)
- Sternliht B. Gas cylindrical sliding bearings of finite length. Prikladnaya Mekhanika, 1961, vol. 28, no. 4, pp. 62–70.
- Raimondi A.A. Numerical solution for the gas lubricated full bearing of finite length. *ASLE Transaction*, 1961, vol. 4, no. 1, pp. 131–135. doi: 10.1080/05698196108972427
- 22. Kotlyar Ya.M. Flow of a viscous gas in the gap between two coaxial cylinders. *Izv. AN SSSR. Otdelenie tekhn. nauk*, 1957, no. 10, pp. 12–18. (In Russian)
- Kotlyar Ya.M. To the theory of air suspension of spherical type. *Izv. AN SSSR. Otdelenie tekhn. nauk*, 1959, no. 6, pp. 21–26. (In Russian)

Авторы

Бесчастных Владимир Николаевич – конструктор, Лианозовский электромеханический завод, Москва, 127411, Российская Федерация, vbes2@yandex.ru

Булат Михаил Павлович – аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, bulat_mh@mail.ru

Волобуев Игорь Алексеевич – аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, Volobuev_ig@mail.ru

Горбачев Александр Александрович – студент, БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, 190005, Российская Федерация, Dark1messiah@mail.ru

Authors

Vladimir N. Beschastnyh – designer, Lianozovo Electromechanical Plant, Moscow, 127411, Russian Federation, vbes2@yandex.ru

Mikhail P. Bulat – postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, bulat mh@mail.ru

Igor A. Volobuev – postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, Volobuev_ig@mail.ru

Alexander A. Gorbachev – student, Baltic State Technical University "Voenmekh" n.a. D.F. Ustinov, Saint Petersburg, 190005, Russian Federation, Dark1messiah@mail.ru