

УДК 681.5

## ТРАЕКТОРНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ РОБОТА ПРИ НАЛИЧИИ ПОДВИЖНЫХ ПРЕПЯТСТВИЙ

А.Ю. Краснов<sup>а</sup>, С.А. Чепинский<sup>а</sup>, Чэнь Ифань<sup>а</sup>, Лю Хуэйминь<sup>а</sup>, С.А. Холунин<sup>а</sup>

<sup>а</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

Адрес для переписки: [krasnov.aleksander@gmail.com](mailto:krasnov.aleksander@gmail.com)

### Информация о статье

Поступила в редакцию 14.06.17, принята к печати 01.08.17

doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-5-790-797

Язык статьи – русский

**Ссылка для цитирования:** Краснов А.Ю., Чепинский С.А., Чэнь Ифань, Лю Хуэйминь, Холунин С.А. Траекторное управление движением робота при наличии подвижных препятствий // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2017. Т. 17. № 5. С. 790–797. doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-5-790-797

### Аннотация

Исследована задача синтеза траекторного управления движением мобильного робота в нестационарном внешнем окружении, в частности, при наличии в рабочем пространстве робота внешних подвижных объектов, с использованием методов дифференциальной геометрии и методов стабилизации инвариантных многообразий в пространстве выходов объекта управления. Для построения алгоритма управления рассмотрена относительная динамика объекта управления и внешнего подвижного объекта, и применяются методы дифференциально-геометрического преобразования исходной модели к задачно-ориентированной системе координат, формулирующей исходную задачу в терминах продольного движения, ортогонального и углового отклонений, для которой строятся пропорционально-дифференциальные алгоритмы управления с прямой компенсацией нелинейностей. Основные результаты представлены задачно-ориентированной моделью пространственного движения и соответствующими нелинейными алгоритмами управления. Для иллюстрации работоспособности предлагаемого метода приведен пример моделирования движения твердого тела вдоль прямолинейной траектории при наличии в рабочем пространстве внешнего подвижного объекта, движущегося по прямолинейной траектории, пересекающей желаемую траекторию движения объекта управления. В примере реализован обход внешнего движущегося объекта по круговой траектории и возврат на исходную желаемую траекторию.

### Ключевые слова

траекторное управление, преобразование координат, управление движением

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке: гранта Президента Российской Федерации №14.Y3116.9281-НШ; Российского фонда фундаментальных исследований (грант 17-58-53129); гранта Государственного фонда естественных наук Китая (грант 61611530709 и 61503108).

## TRAJECTORY CONTROL FOR A ROBOT MOTION IN PRESENCE OF MOVING OBSTACLES

A.Yu. Krasnov<sup>а</sup>, S.A. Chepinskiy<sup>а</sup>, Chen Yifan<sup>а</sup>, Liu Huimin<sup>а</sup>, S.A. Kholunin<sup>а</sup>

<sup>а</sup> ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

Corresponding author: [krasnov.aleksander@gmail.com](mailto:krasnov.aleksander@gmail.com)

### Article info

Received 14.06.17, accepted 01.08.17

doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-5-790-797

Article in Russian

**For citation:** Krasnov A.Yu., Chepinskiy S.A., Chen Yifan, Liu Huimin, Kholunin S.A. Trajectory control for a robot motion in presence of moving obstacles. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2017, vol. 17, no. 5, pp. 790–797 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-5-790-797

### Abstract

The paper deals with the trajectory control synthesis of a mobile robot movement in a nonstationary external environment, in particular, in the presence of external mobile objects in the robot working space, by differential geometry methods and stabilization methods for invariant manifolds in the space of control object outputs. For control algorithm development, the relative dynamics of the control object and the external mobile object is considered and the methods of differential-geometric transformation of the initial model to the task-oriented coordinates are formulated. The latter formulates the initial problem in terms of longitudinal motion, orthogonal and angular deviations, and the proportional differential control algorithms are

created with direct compensation of nonlinearities. The main results are presented by the task-oriented model of spatial motion and corresponding nonlinear control algorithms. To illustrate the efficiency of the proposed method, the rigid body motion modeling along a linear trajectory in the presence of an external mobile object moving through a desired linear trajectory crossing the working space is given as an example. In the example, the plant traverses an external moving object along a circular path and returns to the original desired trajectory.

### Keywords

trajectory control, coordinate transformation, motion control

### Acknowledgements

This work was supported by the Russian Federation President Grant No.14.Y31.16.9281-НШ, the Russian Foundation for Basic Research (Grant 17-58-53129) and by the Nature Science Foundation of China (Grant 61611530709 and 61503108)

## Введение

В работе рассматривается процедура синтеза алгоритма управления движением вдоль заданной траектории в нестационарной внешней среде. С появлением множества различных беспилотных средств передвижения подобного рода задачи приобрели особенную актуальность, так как следование заданной траектории является одним из основных режимов функционирования для этого класса объектов, а среда функционирования предполагает наличие, например, других подвижных объектов.

Изначально задача траекторного управления формулировалась как задача слежения. Такую постановку задачи используют, например, в подходе прямой видимости [1]. Другой популярный подход состоит в построении следящей системы, управляемой некоторой эталонной моделью [2, 3]. В рамках этого подхода траектория обычно задана функцией времени, однако в [4] продемонстрировано, что такая постановка задачи приводит к ухудшению качества регулирования в случае наличия у объекта управления неустойчивой нуль-динамики. Чтобы избежать появления этой проблемы, траекторию можно параметризовать длиной вместо времени, и динамика этого параметра должна быть включена в модель системы. Этот метод легко реализует движение вдоль полиномиальных кривых, которые обеспечивают лучшее планирование и более точное следование траектории.

Альтернативный подход основан на стабилизации инвариантных многообразий в пространстве состояний при помощи линеаризации обратной связью [5]. При этом для исходной системы выбирается преобразование координат вектора состояния, генерирующее аттрактор в пространстве состояний. В качестве аттрактора выбирается желаемая траектория, заданная в терминах выходных координат. Тогда остается лишь стабилизировать это решение, что гораздо менее трудоемко, чем построение следящей системы. Таким образом, обеспечивается свойство инвариантности желаемой траектории, чего не удавалось достичь ранее. Первоначально подобная постановка задачи была предложена в [6], подход нашел развитие в работах отечественных авторов А.А. Колесникова [7], предложившего концепцию синергетического анализа объектов управления, и И.В. Мирошника [8–10]. Он предусматривает нелинейное преобразование модели робота к задачно-ориентированной системе координат, что позволяет свести сложную задачу управления многоканальной системой к нескольким простым задачам компенсации линейных и угловых отклонений и затем найти адекватный закон управления с помощью методов нелинейной стабилизации [11–14]. Из последних актуальных зарубежных работ можно выделить работы канадских ученых [15, 16] в области построения траекторных регуляторов на основе трансверсальной линеаризации. Они базируются на преобразовании исходной динамики объекта управления на трансверсальную и тангенциальную компоненты с дальнейшим независимым управлением каждой частью. Еще одним развивающимся направлением является стабилизация множеств на основе пассивации [17, 18].

Настоящая работа основана на методологии И.В. Мирошника и расширяет постановку задачи, предложенную в [19, 20], вводя в рассмотрение нестационарную внешнюю среду в виде подвижного внешнего объекта, который при движении может пересекать желаемую траекторию, по которой следует робот. Рассматривается переход к описанию робота в базисе подвижного объекта и соответствующая модификация алгоритмов траекторного управления.

## Постановка задачи

Положения робота в абсолютной плоской декартовой системе координат описывается парой  $(\mathbf{q}, \alpha)$  или  $(\mathbf{q}, \mathbf{T}(\alpha))$ , где  $\mathbf{q} = [x \ y]^T$  – вектор декартовых координат центра масс робота  $C$ ,  $\alpha$  – скалярный угол ориентации робота,  $\mathbf{T}(\alpha)$  – ортогональная матрица перехода от абсолютной системы координат к связанной с роботом системе координат с началом в центре масс робота, конструируемая в виде

$$\mathbf{T}(\alpha) = \begin{bmatrix} \tau_1^T(\alpha) \\ \tau_2^T(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \in \mathbf{SO}(2).$$

Положение подвижного внешнего объекта (рис. 1) в абсолютной системе координат описывается парой  $(\mathbf{q}_0, \alpha_0)$  или  $(\mathbf{q}_0, \mathbf{T}(\alpha_0))$ , где  $\mathbf{q}_0 = [x_0 \ y_0]^T$  – вектор декартовых координат центра масс подвижного объекта  $C_0$ ,  $\alpha_0$  – скалярный угол ориентации подвижного объекта,  $\mathbf{T}(\alpha_0) \in \mathbf{SO}(2)$  – ортогональная матрица перехода от абсолютной системы координат к связанной с подвижным объектом системе координат с началом в центре масс подвижного объекта.

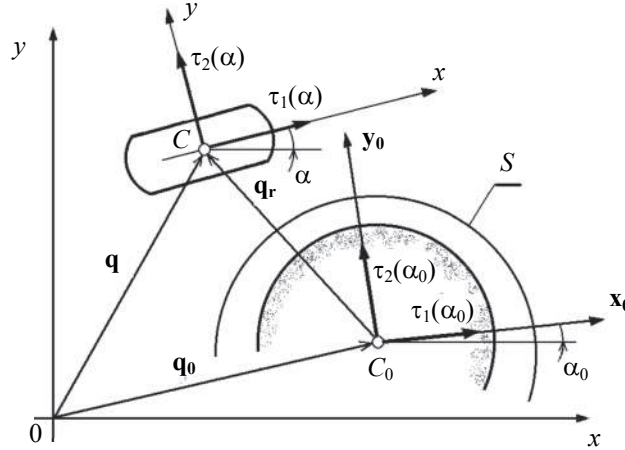


Рис. 1. Мобильный робот и подвижный внешний объект в абсолютной системе координат

Динамика мобильного робота в абсолютной системе координат описывается выражениями

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = R^T(\alpha) \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \omega \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$\mathbf{A} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{v}} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = R^T(\alpha) \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ M \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{v}$  – скорость робота в связанной системе координат;  $\omega$  – угловая скорость робота;

$$\mathbf{R}(\alpha) = \begin{bmatrix} \mathbf{T}(\alpha) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ и } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & J \end{bmatrix}, \text{ } m \text{ – масса робота, } J \text{ – момент инерции робота; } \mathbf{F} \text{ – вектор}$$

управляющих сил;  $M$  – управляющий момент.

Описание внешнего подвижного объекта в абсолютной системе координат имеет вид

$$\dot{\mathbf{q}}_0 = \mathbf{v}_0, \quad (3)$$

$$\dot{\mathbf{T}}(\alpha_0) = \omega_0 \mathbf{E} \mathbf{T}(\alpha_0), \quad (4)$$

где  $\mathbf{v}_0$  и  $\omega_0$  – мгновенные линейная и угловая скорости объекта управления в абсолютной системе координат,  $\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbf{SO}(2)$ .

Матричное уравнение (4) может быть записано в явной форме  $\mathbf{R}(\alpha_0) \dot{\alpha}_0 = \omega_0$  [9]. Для плоского движения в силу того, что  $\alpha_0$  – скаляр, это выражение сводится к тривиальной формуле

$$\dot{\alpha}_0 = \omega_0. \quad (5)$$

Теперь определим относительное положение робота в подвижной системе координат с началом в центральной точке внешнего объекта  $C_0$ . Ее нетрудно определить, зная характеристики движения робота и внешнего объекта:

$$\mathbf{q}_r = \mathbf{T}(\alpha_0)(\mathbf{q} - \mathbf{q}_0), \quad (6)$$

$$\mathbf{T}(\alpha_r) = \mathbf{T}(\alpha) \mathbf{T}^T(\alpha_0),$$

или в явном виде

$$\alpha_r = \alpha - \alpha_0. \quad (7)$$

Дважды продифференцируем выражения (6) и (7):

$$\dot{\mathbf{q}}_r = \omega_0 \mathbf{E} \mathbf{q}_r + \mathbf{T}(\alpha_0)(\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_0), \quad (8)$$

$$\dot{\alpha}_r = \omega - \omega_0, \quad (9)$$

$$\ddot{\mathbf{q}}_r = (\omega_0)^2 \mathbf{q}_r + 2\omega_0 \mathbf{E} \mathbf{T}(\alpha_0) (\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_0) + \frac{1}{m} \mathbf{T}(\alpha_0) \mathbf{T}^T(\alpha) \mathbf{F}, \quad (10)$$

$$\ddot{\alpha}_r = \frac{1}{\mathbf{J}} \mathbf{M}. \quad (11)$$

Зададим желаемую траекторию движения робота в подвижной системе координат в неявном виде:

$$\varphi(\mathbf{q}_r) = 0. \quad (12)$$

Введем соответствующую локальную координату  $s$  (длину траектории, см. рис. 2) в виде

$$s = \psi(\mathbf{q}_r), \quad (13)$$

где  $\varphi(\mathbf{q}_r)$  и  $\psi(\mathbf{q}_r)$  – гладкие функции.

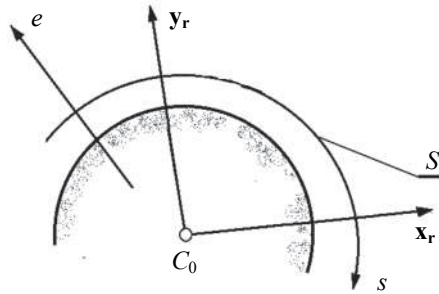


Рис. 2. Желаемая траектория  $S$  и задачно-ориентированные координаты: длина траектории  $s$  и ортогональное отклонение  $e$

Воспользуемся ортогональным представлением кривых [9], для которого функции  $\varphi(\mathbf{q}_r)$  и  $\psi(\mathbf{q}_r)$  такие, что при любых  $\mathbf{q}_r \in S$  матрица Якоби вида

$$\mathbf{Y}(\mathbf{q}_r) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi(\mathbf{q}_r)}{\partial \mathbf{q}_r} \\ \frac{\partial \varphi(\mathbf{q}_r)}{\partial \mathbf{q}_r} \end{bmatrix}$$

ортогональна. Тогда, введя обозначение  $\mathbf{Y}^*(\mathbf{q}_r) = \mathbf{Y}(\mathbf{q}_r)|_{\mathbf{q}_r \in S}$ , можно записать

$$\mathbf{Y}^*(\mathbf{q}_r) = \mathbf{T}(\alpha_r^*) \in \mathbf{SO}(2),$$

где  $\mathbf{T}(\alpha_r^*) \in \mathbf{SO}(2)$  – поворотная матрица подвижного базиса (базиса Френе),  $\alpha_r^*$  – зависящий от  $s$  угол, определяющий ориентацию базиса Френе в абсолютной системе координат.

Такая матрица удовлетворяет известному уравнению Френе

$$\frac{d\mathbf{T}(\alpha_r^*)}{ds} = \mathbf{S}(\xi) \mathbf{T}(\alpha_r^*),$$

где  $\xi = \xi(s)$  – кривизна траектории. Приняв во внимание, что

$$\frac{d\mathbf{T}(\alpha_r^*(s))}{dt} = \frac{d\mathbf{T}(\alpha_r^*(s))}{ds} \frac{ds}{dt},$$

получим следующее описание движения подвижного базиса:

$$\dot{\mathbf{T}}(\alpha_r^*) = \dot{s} \xi(s) \mathbf{E} \mathbf{T}(\alpha_r^*). \quad (14)$$

Матричное выражение (14) может быть приведено к явной форме:

$$\dot{\alpha}_r^* = \dot{s} \xi(s).$$

Теперь угловая ориентация робота относительно подвижной кривой  $S$  можно записать в виде

$$\alpha_r = \alpha_r^* + \Delta\alpha, \quad (15)$$

или в матричном виде:

$$\mathbf{T}(\alpha_r) = \mathbf{T}(\Delta\alpha) \mathbf{T}(\alpha_r^*),$$

где  $\Delta\alpha$  – вектор желаемого разворота относительно кривой  $S$ ,  $\mathbf{T}(\Delta\alpha) \in \mathbf{SO}(2)$ .

Будем рассматривать задачу траекторного управления движением робота относительно подвижного объекта как задачу поддержания голономных соотношений между выходами системы  $\mathbf{q}$  и  $\alpha$ , заданных в виде (12) и (15). Она дополняется описанием желаемого режима продольного движения робота, устанавливаемого, как правило, в виде желаемой скорости  $\dot{s}^*(t)$ .

Нарушение условия (12) определяется величиной ортогонального отклонения (рис. 2)

$$\mathbf{e} = \varphi(\mathbf{q}_r), \tag{16}$$

которое принимает нулевое значение на множестве  $S$ .

Нарушение условия (15) определяется величиной угловой ошибки

$$\delta = \alpha_r - \alpha_r^* - \Delta\alpha, \tag{17}$$

или в матричном виде

$$\mathbf{T}(\delta) = \mathbf{T}(\alpha_r) \mathbf{T}^T(\alpha_r^*) \mathbf{T}^T(\Delta\alpha). \tag{18}$$

Требуемая ориентация робота соответствует нулевому значению  $\delta$  или тождеству  $\mathbf{T}(\delta) = \mathbf{I}$  соответственно.

Таким образом, задача траекторного управления состоит в нахождении (для замкнутой системы) таких входов  $\mathbf{F}$  и  $\mathbf{M}$ , которые обеспечивают выполнение следующих подзадач:

1. стабилизация движения робота вдоль желаемой кривой  $S$ , что подразумевает обнуление величины ортогонального отклонения (16);
2. стабилизация желаемой ориентации робота относительно желаемой кривой  $S$ , что подразумевает поддержание взаимной ориентации базисов  $\mathbf{T}(\alpha_r)$  и  $\mathbf{T}(\alpha_r^*)$  или обнуление величины угловой ошибки (17)–(18);
3. поддержание желаемого режима продольного движения робота, основываясь на простейшей эталонной модели  $\dot{s} = v_s^*$ .

### Синтез законов управления

Предлагаемая процедура синтеза законов управления траекторным движением включает в себя преобразование исходной модели к задачно-ориентированным координатам  $s$ ,  $e$  и  $\delta$ , введение в рассмотрение виртуальных (задачно-ориентированных) управляющих воздействий  $u_s$ ,  $u_e$  и  $u_\delta$ , соответствующих подзадачам 1–3, и синтез локальных регуляторов, решающих соответствующие подзадачи.

Сначала получим необходимые скоростные соотношения. Для этого продифференцируем уравнения (13), (16) и (17) по времени, учитывая (1)–(5), (8)–(11) и (14), и получим, что для достаточно малых величин ортогонального отклонения  $e$  выполняется

$$\begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \mathbf{T}(\alpha_r^*) (\mathbf{T}^T(\alpha_r) \mathbf{v} + \omega_0 \mathbf{E} \mathbf{q}_r - T(\alpha_0) \mathbf{v}_0), \tag{19}$$

и

$$\dot{\delta} = -\dot{s}\xi(\mathbf{s}) + \omega - \omega_0. \tag{20}$$

Еще раз продифференцируем выражения (19) и (20) по времени:

$$\begin{bmatrix} \ddot{s} \\ \ddot{e} \end{bmatrix} = (\dot{s}\xi(\mathbf{s}) + 2\omega_0) \mathbf{E} \begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{bmatrix} + \omega_0^2 \mathbf{T}(\alpha_r^*) \mathbf{q}_r + \frac{1}{m} \mathbf{T}(\alpha_r^*) \mathbf{T}^T(\alpha_r) \mathbf{F}, \tag{21}$$

$$\ddot{\delta} = \frac{1}{\mathbf{J}} \mathbf{M} - \frac{\partial \xi}{\partial \mathbf{s}} \dot{s} - \ddot{s}\xi(\mathbf{s}). \tag{22}$$

Введем виртуальные (локальные) законы управления  $u_s$ ,  $u_e$  и  $u_\delta$  в виде

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_s \\ \mathbf{u}_e \end{bmatrix} = \omega_0^2 \mathbf{T}(\alpha_r^*) \mathbf{q}_r + \frac{1}{m} \mathbf{T}(\alpha_r^*) \mathbf{T}^T(\alpha_r) \mathbf{F}, \tag{23}$$

$$\mathbf{u}_\delta = \frac{1}{\mathbf{J}} \mathbf{M}. \tag{24}$$

Теперь подставим (23) и (24) в выражения (21) и (22) и запишем полученные выражения в поординатной форме:

$$\ddot{s} - \dot{s}\xi(\mathbf{s})\dot{e} - 2\omega_0\dot{e} = \mathbf{u}_s,$$

$$\ddot{e} + \dot{s}^2\xi(\mathbf{s})\dot{e} + 2\omega_0\dot{s} = \mathbf{u}_e,$$

$$\ddot{\delta} + \frac{\partial \xi}{\partial s} \dot{s} + \ddot{\xi}(s) = \mathbf{u}_\delta.$$

Выберем локальные законы управления в виде

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{k}_s \Delta \mathbf{v} - \dot{s} \xi(s) \dot{\mathbf{e}} - 2\omega_0 \dot{\mathbf{e}}, \quad (25)$$

$$\mathbf{u}_e = \mathbf{k}_{e1} \mathbf{e} + \mathbf{k}_{e2} \dot{\mathbf{e}} + s^2 \xi(s) \dot{\mathbf{e}} + 2\omega_0 \dot{s}, \quad (26)$$

$$\mathbf{u}_\delta = \mathbf{k}_{\delta 1} \delta + \mathbf{k}_{\delta 2} \dot{\delta} + \frac{\partial \xi}{\partial s} \dot{s} + \ddot{\xi}(s), \quad (27)$$

где  $\mathbf{k}_s$ ,  $\mathbf{k}_{e1}$ ,  $\mathbf{k}_{e2}$ ,  $\mathbf{k}_{\delta 1}$  и  $\mathbf{k}_{\delta 2}$  – положительные постоянные коэффициенты.

Наконец, найдем результирующие законы управления, перейдя к первоначальным координатам:

$$\mathbf{F} = \mathbf{m} \mathbf{T}(\alpha_r) \mathbf{T}^T(\alpha_r^*) \left( \begin{bmatrix} \mathbf{u}_s \\ \mathbf{u}_e \end{bmatrix} - \omega_0^2 \mathbf{T}(\alpha^*) \mathbf{q}_r \right), \quad (28)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{J} \mathbf{u}_\delta. \quad (29)$$

Таким образом, выполняется следующее утверждение.

**Утверждение.** Пусть имеется задачно-ориентированная модель объекта управления вида (19)–(20). Тогда существуют такие постоянные положительные коэффициенты  $k_s$ ,  $k_{e1}$ ,  $k_{e2}$ ,  $k_{\delta 1}$  и  $k_{\delta 2}$ , что при достаточно малых отклонениях  $|e|$ ,  $|\delta|$  входные воздействия вида (28)–(29) совместно с локальными регуляторами (25)–(27) обеспечивают асимптотическое обнуление скоростного, ортогонального и углового отклонений, т.е. выполнение поставленных подзадач 1–3.

Далее продемонстрируем работоспособность полученных законов управления на численном примере.

### Пример

Для иллюстрации работы предложенных алгоритмов рассмотрим задачу избегания столкновения с подвижным препятствием при движении по заданной траектории.

Робот движется по желаемой траектории в виде прямой линии  $S$ , заданной в виде

$$\varphi(\mathbf{q}_r) = -\sin \alpha^* x_r + \cos \alpha^* y_r + \varphi_0 = 0,$$

где  $\alpha^* = \pi/3$ . Желаемая скорость движения мобильного робота  $v = 1,5$  м/с. Внешний подвижный объект также движется по прямой с углом наклона  $\alpha_0^* = 0$  и скоростью  $v_0 = 0,1$  м/с. По достижении роботом близкой окрестности внешнего подвижного объекта происходит переключение желаемой траектории, и робот следует по границе этой окрестности  $S^*$ , заданной в виде окружности

$$\varphi^*(\mathbf{q}_r) = x_r^2 + y_r^2 - R^2 = x_r^2 + y_r^2 - R^2 = 0.$$

Результаты моделирования описанной задачи представлены на рис. 3.

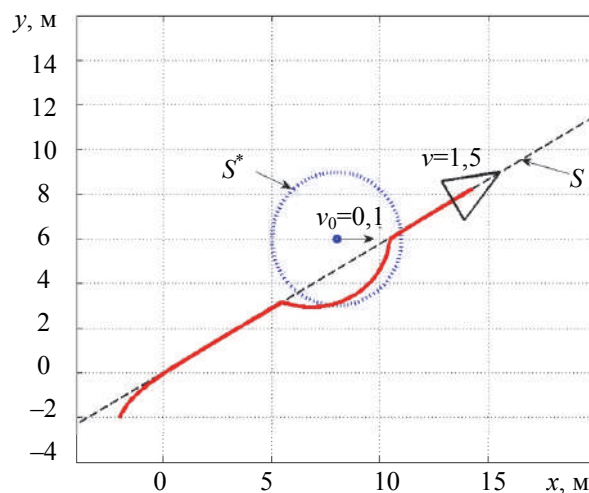


Рис. 3. Результаты моделирования движения мобильного робота вдоль желаемой траектории при наличии внешнего подвижного объекта

На рис. 3 черной пунктирной линией представлена желаемая траектория  $S$ , синей пунктирной линией – круговая граница окрестности внешнего подвижного объекта  $S^*$ , красной непрерывной линией – траектория движения объекта управления. Как видно из рисунка, разработанные алгоритмы успешно ре-

шают поставленную задачу движения мобильного робота вдоль желаемой траектории при наличии внешнего подвижного объекта.

### Заключение

В данной работе предложена модификация алгоритма траекторного управления, основанного на стабилизации инвариантных многообразий, и решена на его основе задача траекторного управления в нестационарной внешней среде, в частности – при наличии в рабочем пространстве робота внешнего подвижного объекта. Приоритет дальнейших исследований состоит в расширении спектра рассматриваемых вариантов действий робота при обнаружении подвижных и стационарных препятствий, препятствующих движению по желаемой траектории. Также предметом дальнейшего анализа должна стать разработка версии этого регулятора при отсутствии измерений скорости.

### Литература

1. Lekkas A., Fossen T. Minimization of cross-track and along-track errors for path tracking of marine underactuated vehicles // Proc. 2014 European Control Conference (ECC). Strasbourg, France, 2014. P. 3004–3010. doi: 10.1109/ecc.2014.6862594
2. Lee T., Leok M., McClamroch N.H. Geometric tracking control of a quadrotor UAV on SE(3) // Proc. IEEE Conference on Decision and Control. Atlanta, USA, 2010. P. 5420–5425. doi: 10.1109/CDC.2010.5717652
3. Lapierre L., Soetanto D. Nonlinear path following control of an AUV // Ocean Engineering. 2007. V. 34. N 11-12. P. 1734–1744. doi: 10.1016/j.oceaneng.2006.10.019
4. Aguiar A.P., Hespanha J.P., Kokotovic P.V. Path-following for nonminimum phase systems removes performance limitations // IEEE Transactions on Automatic Control. 2005. V. 50. N 2. P. 234–239. doi: 10.1109/TAC.2004.841924
5. Hladio A., Nielsen C., Wang D. Path following for a class of mechanical systems // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2013. V. 21. N 6. P. 2380–2390. doi: 10.1109/tcst.2012.2223470
6. Banaszuk A., Hauser J. Feedback linearization of transverse dynamics for periodic orbits // Systems & Control Letters. 1995. V. 26. N 2. P. 95–105. doi: 10.1016/0167-6911(94)00110-h
7. Колесников А.А., Веселов Г.Е., Попов А.Н. и др. Синергетические методы управления сложными системами: механические и электромеханические системы. М.: КомКнига, 2006. 300 с.
8. Мирошник И.В. Согласованное управление многоканальными системами. Л.: Энергоатомиздат, 1990. 128 с.
9. Мирошник И.В., Фрадков А.Л., Никифоров В.О. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000. 549 с.
10. Miroshnik I.V., Chepinsky S.A. Trajectory motion control of underactuated manipulators // Prepr. 7<sup>th</sup> IFAC Symposium on Robot Control. Wroclaw, Poland, 2003. P. 105–110.
11. Капитанюк Ю.А., Чепинский С.А. Задача управления многоканальной динамической системой по кусочно-гладкой траектории // Изв. вузов. Приборостроение. 2013. Т. 56. № 4. С. 65–70.
12. Kapitanyuk Y.A., Chepinsky S.A. Control of mobile robot following a piecewise-smooth path // Gyroscopy and Navigation. 2013. V. 4. N 4. P. 198–203. doi: 10.1134/s207510871304007x
13. Kapitanyuk Y.A., Chepinsky S.A., Kapitonov A.A. Geometric path following control of a rigid body based on the stabilization of sets // IFAC Proceedings Volumes. 2014. V. 47. N 3. P. 7342–7347. doi: 10.3182/20140824-6-za-1003.02502
14. Wang J., Kapitanyuk Y.A., Chepinsky S.A., Liu D., Krasnov A.J. Geometric path following control in a moving frame // IFAC-PapersOnLine. 2015. V. 48. N 11. P. 150–155. doi: 10.1016/j.ifacol.2015.09.175
15. Nielsen C., Fulford C., Maggiore M. Path following using transverse feedback linearization: Application to a maglev positioning system // Proceedings of the American Control Conference, ACC'09. St. Louis, USA, 2009. P. 3045–3050. doi: 10.1109/ACC.2009.5159998
16. Akhtar A., Waslander S.L., Nielsen C. Path following for a quadrotor using dynamic extension and transverse feedback

### References

1. Lekkas A., Fossen T. Minimization of cross-track and along-track errors for path tracking of marine underactuated vehicles. *Proc. 2014 European Control Conference, ECC*. Strasbourg, France, 2014, pp. 3004–3010. doi: 10.1109/ecc.2014.6862594
2. Lee T., Leok M., McClamroch N.H. Geometric tracking control of a quadrotor UAV on SE(3). *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*. Atlanta, USA, 2010, pp. 5420–5425. doi: 10.1109/CDC.2010.5717652
3. Lapierre L., Soetanto D. Nonlinear path following control of an AUV. *Ocean Engineering*, 2007, vol. 34, no. 11-12, pp. 1734–1744. doi: 10.1016/j.oceaneng.2006.10.019
4. Aguiar A.P., Hespanha J.P., Kokotovic P.V. Path-following for nonminimum phase systems removes performance limitations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, vol. 50, no. 2, pp. 234–239. doi: 10.1109/TAC.2004.841924
5. Hladio A., Nielsen C., Wang D. Path following for a class of mechanical systems. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2013, vol. 21, no. 6, pp. 2380–2390. doi: 10.1109/tcst.2012.2223470
6. Banaszuk A., Hauser J. Feedback linearization of transverse dynamics for periodic orbits. *Systems & Control Letters*, 1995, vol. 26, no. 2, pp. 95–105. doi: 10.1016/0167-6911(94)00110-h
7. Kolesnikov A.A., Veselov G.E., Popov A.N. et al. *Synergetic Methods for Complex Systems Managing: Mechanical and Electromechanical Systems*. Moscow, KomKniiga Publ., 2006, 300 p. (In Russian)
8. Miroshnik I.V. *Soglasovannoe Upravlenie mnogokanal'nyimi Sistemami* [Matched Control of Multi-Channel Systems]. Leningrad, Energoatomizdat Publ., 1990, 128 p. (In Russian)
9. Miroshnik I.V., Nikiforov V.O., Fradkov A.L. *Nonlinear and Adaptive Control of Complex Dynamic Systems*. St. Petersburg, Nauka Publ., 2000, 549 p. (In Russian)
10. Miroshnik I.V., Chepinsky S.A. Trajectory motion control of underactuated manipulators. *Prepr. 7<sup>th</sup> IFAC Symposium on Robot Control*. Wroclaw, Poland, 2003, pp. 105–110.
11. Kapitanyuk Yu.A., Chepinsky S.A. Task of control for multichannel dynamic system over piecewise smooth trajectory. *Journal of Instrument Engineering*, 2013, vol. 56, no. 4, pp. 65–70. (In Russian)
12. Kapitanyuk Y.A., Chepinsky S.A. Control of mobile robot following a piecewise-smooth path. *Gyroscopy and Navigation*, 2013, vol. 4, no. 4, pp. 198–203. doi: 10.1134/s207510871304007x
13. Kapitanyuk Y.A., Chepinsky S.A., Kapitonov A.A. Geometric path following control of a rigid body based on the stabilization of sets. *IFAC Proceedings Volumes*, 2014, vol. 47, no. 3, pp. 7342–7347. doi: 10.3182/20140824-6-za-1003.02502
14. Wang J., Kapitanyuk Y.A., Chepinsky S.A., Liu D., Krasnov A.J. Geometric path following control in a moving frame. *IFAC-PapersOnLine*, 2015, vol. 48, no. 11, pp. 150–155. doi: 10.1016/j.ifacol.2015.09.175
15. Nielsen C., Fulford C., Maggiore M. Path following using transverse feedback linearization: Application to a maglev positioning system. *Proceedings of the American Control Conference, ACC'09*. St. Louis, USA, 2009, pp. 3045–3050. doi: 10.1109/ACC.2009.5159998

- linearization // Proc. 51<sup>st</sup> IEEE Conference on Decision and Control (CDC). Maui, USA, 2012. P. 3551–3556. doi: 10.1109/cdc.2012.6425945
17. El-Hawwary M.I., Maggiore M. Case studies on passivity-based stabilisation of closed sets // *International Journal of Control*. 2011. V. 84. N 2. P. 336–350. doi: 10.1080/00207179.2010.551303
  18. Roza A., Maggiore M. Position control for a class of vehicles in SE(3) // Proc. 51<sup>st</sup> IEEE Conference on Decision and Control (CDC). Maui, USA, 2012. P. 5631–5636. doi: 10.1109/cdc.2012.6425982
  19. Ван Ц., Краснов А.Ю., Капитанюк Ю.А., Чепинский С.А., Чэнь И., Лю Х. Реализация алгоритмов траекторного управления на базе мобильного робота с роликонесущими колесами // *Гироскопия и навигация*. 2016. Т. 24. № 3(94). С. 131–142. doi: 10.17285/0869-7035.2016.24.3.131-142
  20. Wang J., Chepinskiy S.A., Krasnov A.J., Zhang B., Liu H., Chen Y., Khvostov D.A. Geometric path following control for an omnidirectional mobile robot // Proc. 21<sup>st</sup> Int. Conf. on Methods and Models in Automation and Robotics, MMAR. Miedzydroje, Poland, 2016. P. 1063–1068. doi: 10.1109/mmar.2016.7575285
  16. Akhtar A., Waslander S.L., Nielsen C. Path following for a quadrotor using dynamic extension and transverse feedback linearization. *Proc. 51<sup>st</sup> IEEE Conference on Decision and Control, CDC*. Maui, USA, 2012, pp. 3551–3556. doi: 10.1109/cdc.2012.6425945
  17. El-Hawwary M.I., Maggiore M. Case studies on passivity-based stabilisation of closed sets. *International Journal of Control*, 2011, vol. 84, no. 2, pp. 336–350. doi: 10.1080/00207179.2010.551303
  18. Roza A., Maggiore M. Position control for a class of vehicles in SE(3). *Proc. 51<sup>st</sup> IEEE Conference on Decision and Control, CDC*. Maui, USA, 2012, pp. 5631–5636. doi: 10.1109/cdc.2012.6425982
  19. Wang J., Krasnov A.Yu., Kapitanjuk Yu.A., Chepinskiy S.A., Chen Y., Liu H. Path following control algorithms implemented in a mobile robot with omni wheels. *Gyroscopy and Navigation*, 2016, vol. 24, no. 3, pp. 131–142. (In Russian)
  20. Wang J., Chepinskiy S.A., Krasnov A.J., Zhang B., Liu H., Chen Y., Khvostov D.A. Geometric path following control for an omnidirectional mobile robot. *Proc. 21<sup>st</sup> Int. Conf. on Methods and Models in Automation and Robotics, MMAR*. Miedzydroje, Poland, 2016, pp. 1063–1068. doi: 10.1109/mmar.2016.7575285

### Авторы

**Краснов Александр Юрьевич** – аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, krasnov.aleksander@gmail.com

**Чепинский Сергей Алексеевич** – кандидат технических наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, chepinsky\_s@hotmail.com

**Чэнь Ифань** – аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, chenyf24@qq.com

**Лю Хуэйминь** – аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, 1557393861@qq.com

**Холунин Сергей Анатольевич** – кандидат технических наук, ведущий инженер, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, kholunin@mail.ru

### Authors

**Alexander Yu. Krasnov** – postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, krasnov.aleksander@gmail.com

**Sergey A. Chepinskiy** – PhD, Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, chepinsky\_s@hotmail.com

**Chen Yifan** – postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, chenyf24@qq.com

**Liu Huimin** – postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, 1557393861@qq.com

**Sergey A. Kholunin** – PhD, leading engineer, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, kholunin@mail.ru