НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ
ноябрь–декабрь 2017 Том 17 № 6 ISSN 2226-1494 http://ntv.ifmo.ru/
SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL OF INFORMATION TECHNOLOGIES, MECHANICS AND OPTICS
November–December 2017 Vol. 17 No 6 ISSN 2226-1494 http://ntv.ifmo.ru/en

УДК 533.65

О СОВРЕМЕННОМ ПОДХОДЕ К ПРОЕКТИРОВАНИЮ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ САМОЛЕТНОГО ТИПА С КОРОТКИМ ВЗЛЕТОМ И ПОСАДКОЙ

П.В. Булат[a,b], О.П. Минин[c]

[a] Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация
[b] ООО «Проблемная лаборатория «Турбомашины», Санкт-Петербург, 198035, Российская Федерация
[c] ПАО «Туполев», Москва, 105005, Российская Федерация
Адрес для переписки: Pavelbulat@mail.ru

Информация о статье
Поступила в редакцию 10.07.17, принята к печати 02.10.17
doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-6-961-996
Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Булат П.В., Минин О.П. О современном подходе к проектированию беспилотных летательных аппаратов самолетного типа с коротким взлетом и посадкой // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2017. Т. 17. № 6. С. 961–996. doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-6-961-996

Аннотация
Настоящая публикация посвящена актуальным задачам проектирования беспилотных летательных аппаратов следующего поколения, появления которых стоит ожидать в период с 2025 г. по 2035 г. Одной из них является концептуальное аэродинамическое проектирование летательных аппаратов с коротким взлетом и посадкой, имеющих на крейсерском участке полета технико-экономические характеристики не хуже, чем у традиционных воздушных судов, базирующихся на аэродромах с длинными взлетно-посадочными полосами. Рассмотрены традиционные линейные методы анализа аэродинамической схемы, а также весовой анализ. Приведены основные соотношения и ссылки на работы, позволяющие выполнить параметрический анализ аэродинамической компоновки. Рассмотрены простые и эффективные аналитические, полуэмпирические и численные методы, основанные на идеях вихревой несущей поверхности, позволяющие выполнять полноценный параметрический анализ летательных аппаратов, имеющих весьма сложную аэродинамическую форму крыла. Приведены примеры расчетов прямого, стреловидного и треугольного крыла малого, умеренного и большого удлинения. Изучен вопрос, связанный с реализацией подсасывающей силы и ее вихревого аналога. Сделан вывод, что одним из самых перспективных направлений в области летательных аппаратов с коротким взлетом и посадкой является разработка аэродинамических схем построенных по типу «летающее крыло» малого удлинения и большой строительной высоты.

Ключевые слова
Национальная технологическая инициатива, «Аэронет», беспилотный летательный аппарат, вертикальный взлет и посадка, короткий взлет и посадка, конвертоплан, аэродинамика, линейная теория крыла Прандтля, крыло малого удлинения

Благодарности
Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (Соглашение №14.578.21.0203, уникальный идентификатор прикладных научных исследований RFMEFI57816X0203).

ON MODERN APPROACH TO AIRPLANE-TYPE UNMANNED AERIAL VEHICLES DESIGN WITH SHORT TAKEOFF AND LANDING

P.V. Bulat[a,b], O.P. Minin[c]

[a] ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation
[b] LLC "Problem Laboratory "Turbomachines", Saint Petersburg, 198035, Russian Federation
[c] PSC “Tupolev”, Moscow, 105005, Russian Federation
Corresponding author: Pavelbulat@mail.ru

Article info
Received 10.07.17, accepted 02.10.17
doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-6-961-996
Article in Russian

For citation: Bulat P.V., Minin O.P. On modern approach to airplane-type unmanned aerial vehicles design with short takeoff and landing. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2017, vol. 17, no. 6, pp. 961–996 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-6-961-996

Abstract
This publication opens a series of review papers devoted to the current design problems of the next generation unmanned airplanes that are expected to appear in the period from 2025 to 2035. The series of papers considers airplanes with vertical take-off and landing, air launch of small satellites into the orbit, cargo transportation tasks, issues related to new aerodynamic forms, as well as hybrid, combined and distributed power units. The first paper of the cycle is devoted to the conceptual aerodynamic design of the airplanes with a short take-off and landing, and with technical and economic characteristics on cruise flight conditions no worse than for traditional airplane based on aerodrome with long airstrip. We consider traditional linear methods for aerodynamic scheme analysis and weight analysis, as well. The main relationships and references to the works enabling the parametric analysis of the aerodynamic configuration are given. It is concluded that one of the most promising areas in the field of airplanes with a short take-off and landing is the development of aerodynamic circuits constructed as a "flying wing" of small aspect ratio and large structural height.

Keywords
national technological initiative, “Aeronet”, unmanned aerial vehicle, vertical takeoff and landing, short takeoff and landing, convertoplan, aerodynamics, Prandtl's linear lift theory, small aspect ratio wing

Acknowledgments
The work was supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (Agreement No.14.578.21.0203, unique identifier of applied scientific research RFMEFI57816X0203).

Часть I. Концептуальное проектирование беспилотного летательного аппарата

Введение

Одной из основных стратегий научно-технического развития страны до 2035 г. является Национальная технологическая инициатива [1], предусматривающая развитие рынка «Аэронет» [2] – рынка разработки и производства беспилотных летательных аппаратов (БЛА). В соответствии с утвержденной дорожной картой [3] перспективными сегментами рынка «Аэронет» являются транспортные перевозки, а также поиск и спасение людей. Прогнозируется появление большого числа проектов летательных аппаратов (ЛА) с нетрадиционной аэродинамической формой. В результате огромный массив накопленных результатов экспериментальных, аналитических и расчетных исследований традиционных ЛА, состоящих из веретенообразного фюзеляжа, крыльев, горизонтального и вертикального оперения, в значительной мере обесценивается. Ожидается также, что ЛА будут более механизированными, будут использовать большее количество органов управления и энергетические методы управления аэродинамическими силами. Традиционный подход, сложившийся в последние 15–20 лет, основанный на оптимизации аэродинамики с помощью численных методов (Computer Fluide Dynamics, CFD), в данном случае, при отсутствии накопленных ранее баз данных, ведет к неприемлемо большим затратам времени. Следовательно, актуальной задачей является разработка технологий быстрого аэродинамического проектирования и параметрического анализа для необычных аэродинамических компоновок. Настоящая работа посвящена обзору и анализу современных подходов к концептуальному проектированию беспилотных летательных аппаратов укороченного взлета и посадки (КВП), в том числе транспортных аппаратов, спасателей, средств выведения малых спутников и т.п. Приведено систематическое изложение классических методов проектирования в современной интерпретации, а также все необходимые данные для выбора аэродинамической схемы и обоснования весовых параметров БЛА. Изложение идеологически продолжает популярную серию публикаций «На пути к пятому и шестому поколению» [4], разошедшуюся в Интернете в количестве более полумиллиона скачиваний, и следует, в целом, классическим трудам Кюхемана (Küchemann) [5], Фландро (Flandro) [6], Дрелы (Drela) [7], Воробьева [8] и С.М. Белоцерковского [9].

Между самолетом и вертолетом – ЛА нового типа

Не так давно известной фирмой «Кронштадт» был выполнен анализ мирового рынка грузовых перевозок [10], и сформулированы основные преимущества, которые дает применение беспилотных грузовых ЛА. Среди них:

- *Отсутствие людей на борту*: отсутствие кондиционирования, систем жизнеобеспечения и средств спасания, смягчение требований соблюдения комфортных режимов полета, нет иллюминаторов – лучшие характеристики по прочности;
- *Снижение операционных расходов:* снижение скорости полета при дальних перелетах позволяет уменьшить расход топлива, упростить условия базирования за счет КВП, повысить оборачиваемость ЛА за счет роботизации всех операций, включая погрузочно-разгрузочные;
- *Повышение весовой отдачи за счет* отказа от ряда систем.

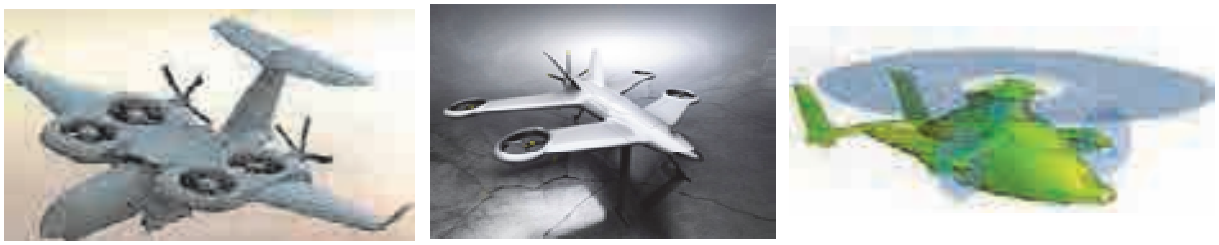
Во многих регионах мира существует потребность в региональных транспортных перевозках на дальность 300–800 км. Как правило, такие трассы характеризуются небольшим транспортным трафиком, что делает их убыточными. Особенно остро эта проблема в России стоит в районах Крайнего Севера, Сибири и Дальнего Востока (рис. 1). Существует также отдельная потребность в доставке грузов на морские суда и платформы. Отсюда следует необходимость разработки транспортных средств, которые для

взлета и посадки требуют минимально подготовленных площадок, которые могли бы располагаться непосредственно у потребителя услуг, т.е. осуществлять доставку грузов по схеме «от дверей до дверей».

Рис. 1. Досягаемость по дальности при времени полета 1–2 часа [11]

Традиционно для региональных перевозок оптимальными считаются турбовинтовые самолеты, но их взлетно-посадочные характеристики ограничиваются условиями базирования на аэродромах, издержки на содержание которых растут по мере удаленности региона и снижения общего транспортного трафика. Существующие винтовые летательные аппараты с вертикальным (ВВП) или коротким взлетом и посадкой имеют небольшую крейсерскую скорость, высокую стоимость полетного часа, и их применение оправдано только на дальностях до 200 км. На бóльших дальностях время полета и затраты на перемещение груза становятся неприемлемыми, хотя работы по увеличению скорости вертолетов ведутся.

Таким образом, имеется потребность в заполнении разрыва между вертолетами и самолетами, который мог бы занять ЛА нового типа. Существуют промежуточные между вертолетами и самолетами решения – ЛА с несущими и тянущими винтами (Compound Rotocraft, рис. 2, а–в) и конвертопланы с поворотными винтами (Tilt-Rotor-craft, рис. 2, г, д).



а б в

г д

Рис. 2. Перспективные схемы летательных аппаратов с коротким взлетом и посадкой: Compound Rotocraft – самолет с подъемными вентиляторами (а); винтокрыл с подъемными вентиляторами, работающими в течение всего полета (б); вертолет с тянущими или толкающими маршевыми винтами (в); Tilt-Rotor-craft – конвертоплан с поворотом крыла и двигателя (г); конвертоплан с поворотом винтов (д)

Возможны различные сочетания средств, создающих подъемную силу и горизонтальную тягу. Несущая способность ЛА в крейсерском полете может обеспечиваться несущим винтом, несущим винтом плюс крылом и только крылом (рис. 3). Видно, что со скорости 275 км/ч ЛА самолетного типа имеет по-

давляющее преимущество перед вертолетами и конвертопланами с точки зрения аэродинамического качества (отношение подъемной силы к силе сопротивления). Вертолет с тянущими винтами (несущая система винт плюс крыло) превосходит традиционную вертолетную схему, начиная со скорости 300 км/ч. ЛА с поворотом винтов уступают по аэродинамическому качеству несущей системе с несущим крылом из-за неоптимального размера винтов.

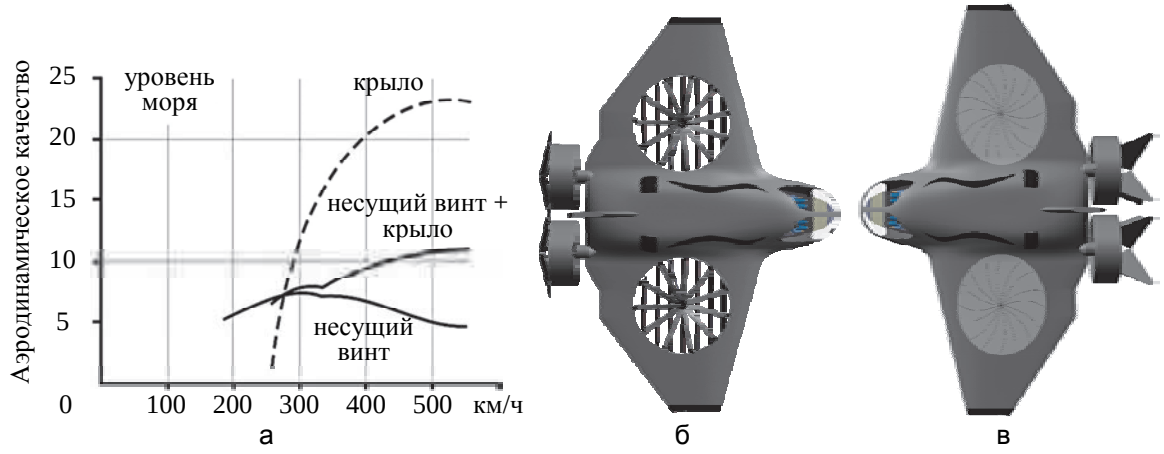


Рис. 3. Изменение аэродинамического качества *K* [12] с ростом скорости полета для различных типов несущих систем (а), проект XV-58 беспилотного летательного аппарата с вертикальным взлетом и посадкой самолетного типа со стопорящимися на крейсерском режиме подъемными вентиляторами разработки Georgia Institute of Technology во взлетной конфигурации (б) и в горизонтальном полете (в) [13]

Следовательно, оптимальной для транспортных БЛА с КВП является схема с подъемными вентиляторами (рис. 3, б), которые стопорятся в полете, и ЛА летит как обычный самолет (рис. 3, в).

Основные тенденции в области авиации общего назначения (АОН, General aviation) демонстрируют [14], что для Compound Rotocraft и Tilt-Rotor-craft имеется рыночная ниша в диапазоне дальности 200–800 км и скорости полета 300–450 км/ч, именно в этом диапазоне прогнозируется наибольший рост спроса на перевозки по схеме «от дверей до дверей» [15, 16]. Фирма «Кронштадт» также исследовала рынок региональных перевозок и предложила типоразмерный ряд транспортных грузовых БЛА, разрабатываемых на базе демонстратора технологий «Фрегат». При этом получены выводы об оптимальных параметрах транспортных БЛА, приведенных в табл. 1.

Техническая характеристика	**Год выхода на рынок**		
	2020 год	**2025 год**	**2030 год**
Взлетная масса при ВВП, кг	**500**	**1400**	**7000**
Взлетная масса при КВП, кг	650	1 800	8000
Полезная нагрузка, кг	125	300	1000
Размах крыла (сложенного), м	4 (3)	7 (5)	19 (10)
Скорость полета макс., км/ч	600	700	600
Дальность полета, км	1 500	3 000	6000
Продолжительность полета, ч	4	7	12

Таблица 1. Прогнозные характеристики транспортного БЛА КВП по данным фирмы «Кронштадт»

Как видно из табл. 1, весовая отдача в прогнозе фирмы «Кронштадт» существенно ниже, чем у классических пилотируемых ЛА, несмотря на использование крыла большого удлинения, замкнутого на хвостовое оперение. Традиционный подход к аэродинамическому проектированию требует увеличения удлинения крыла для достижения максимального аэродинамического качества и соответствующего увеличения транспортной эффективности. Однако это вступает в противоречие с требованием базирования на минимально подготовленных площадках. Следовательно, существует потребность в новых аэродинамических схемах, а также способах создания тяги и подъемной силы.

Основные сведения из аэродинамики

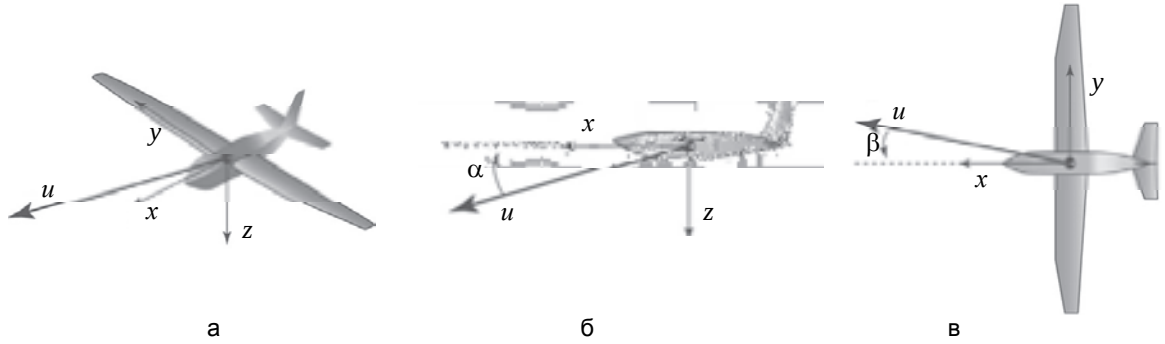
Геометрия ЛА и его положение в воздухе

Пространственное положение БЛА относительно вектора скорости задается двумя углами: α – угол атаки, β – угол скольжения (рис. 4). Международная система координат: x – координата, направленная вдоль хорды крыла, y – координата, направленная вдоль размаха крыла, z – координата, перпендикулярная поверхности крыла. В СССР и России принято вдоль крыла располагать ось z, а перпендикулярно его поверхности – ось y.

Параметры воздушного потока

Течение газа принято характеризовать безразмерными числами: $M=u/a$ – число Маха (безразмерная скорость), где $a=(\gamma RT)^{1/2}$ – скорость звука; γ – показатель адиабаты (отношение теплоемкости при постоянном давлении к теплоемкости при постоянном объеме, для воздуха 1,41); T – температура; R – универсальная газовая постоянная (для воздуха 287,05 в системе СИ), а также $\mathrm{Re}=\rho u l/\mu$ – число Рейнольдса (отношение сил инерции к силам вязкого трения в безразмерном виде), где ρ – плотность воздуха, μ – кинематическая вязкость, которая может быть вычислена по формуле Сатерленда (Sutherland):

$$\mu = 0,00001716\left(\frac{T}{273,1}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{383,7}{T+110,6}. \qquad (1)$$



а б в

Рис. 4. Связанная система координат летательного аппарата (а), где u – скорость, α – угол атаки (б), β – угол скольжения (в)

Силы, действующие на ЛА в полете

Все силы **F**, действующие на ЛА в полете, складываются из силы трения $\mathbf{F}_f$ и силы давления $\mathbf{F}_p$. В векторной форме это можно записать (см. пояснения на рис. 5) как

$$\mathbf{F}=\mathbf{F}_p+\mathbf{F}_f,\ \mathbf{F}_p=\oiint(p_\infty-p_w)ds,\ \mathbf{F}_f=\oiint\boldsymbol{\tau}_w ds, \qquad (2)$$

где p_∞ – давление невозмущенного потока на бесконечности; p_w – давление на элементе поверхности ЛА; $\boldsymbol{\tau}_w$ – вектор напряжений вязкого трения на элементе поверхности ЛА. В безразмерном виде аэродинамические характеристики принято выражать через коэффициент подъемной силы C_y и коэффициент сопротивления C_x. Тогда абсолютная величина силы сопротивления (см. формулу (2)) определяется выражением $F_x=C_x S\rho u^2/2$, а подъемная сила – выражением $F_y=C_y S\rho u^2/2$. Аналогично записываются силы давления $F_p=C_p\rho u^2/2$ и силы трения $F_f=C_f S\rho u^2/2$. S – площадь несущей поверхности ЛА. Здесь и далее по тексту курсивом обозначены скалярные величины. Величина $K=C_y/C_x$ называется аэродинамическим качеством и определяет то, насколько совершенен ЛА с аэродинамической точки зрения.

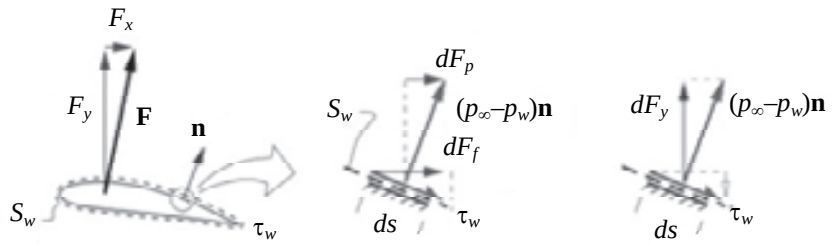


Рис. 5. Силы, действующие на участок ds поверхности летательного аппарата, общей площадью S_w: **n** – единичный вектор, нормальный к элементу поверхности ds; **F** – суммарный вектор всех сил, действующих на летательный аппарат; F_y – подъемная сила; F_x – сила сопротивления; dF_y – подъемная сила, действующая на элемент ds; dF_p – сила давления, действующая на элемент ds

Сила трения, число Рейнольдса, ламинарное и турбулентное течение

В зависимости от числа Re течение может быть ламинарным (упорядоченным, плоскопараллельным) и турбулентным (неупорядоченным, сильно завихренным). Соответствующие этим режимам коэффициенты трения воздуха о твердую поверхность плоской пластины C_f определяются экспериментальными формулами [17]: ламинарный – C_{fl}=0,664 $\mathrm{Re}^{1/2}$, турбулентный – C_{ft}=0,0583 $\mathrm{Re}^{-0,2}$. Следует отметить, что C_{fl} существенно зависит от шероховатости поверхности пластинки и условий проведения эксперимента, а C_{ft} – нет.

Так, экспериментальные формулы, полученные Блазиусом (Blasius) – C_{fl}=1,328 $\mathrm{Re}^{1/2}$ и C_{ft}=0,455/$(\lg \mathrm{Re})^{2,58}$ – дают вдвое большее значение C_{fl} и такое же C_{ft}. На рис. 6 приведены результаты сравнения эмпирических данных, полученных Блазиусом и Шлихтингом (Schlichting), с экспериментом Остерлунда (Osterlund). Тонкими линиями показаны найденные Шлихтингом [18] моменты перехода от ламинарного течения к турбулентному. Типичные числа Re для различных размеров летательных аппаратов приведены в табл. 2. На рис. 7 приведены экспериментальные данные по C_f для ЛА различной размерности. Видно, что коэффициент трения падает с ростом Re и размером ЛА.

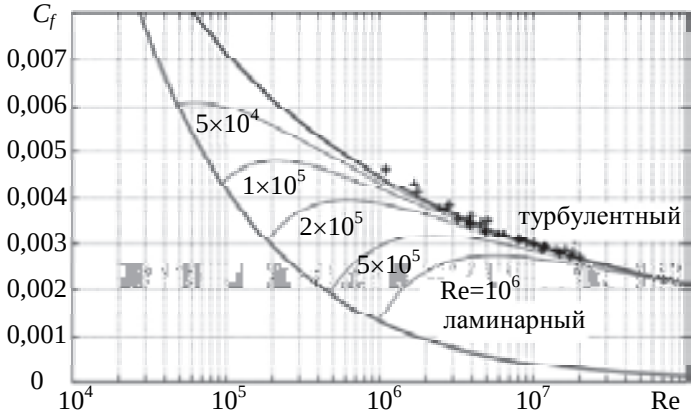


Рис. 6. Коэффициент вязкого трения (+) – эксперимент Остерлунда [19] в безразмерном виде

Число Re, вычисленное по средней аэродинамической хорде (САХ)	**Объект и его размерность**
10^5– 3×10^5	Малые БЛА и спортивные авиамодели
2×10^5– 6×10^5	Малые тактические БЛА и большие масштабные модели ЛА
6×10^5– 3×10^6	Тактические БЛА и пилотируемые планеры
2×10^6 – 8×10^6	Большие БЛА и авиация общего назначения
5×10^6 – 2×10^7	Большие и стратегические БЛА, пилотируемые самолеты

Таблица 2. Типичные числа Re для ЛА различной размерности [20]

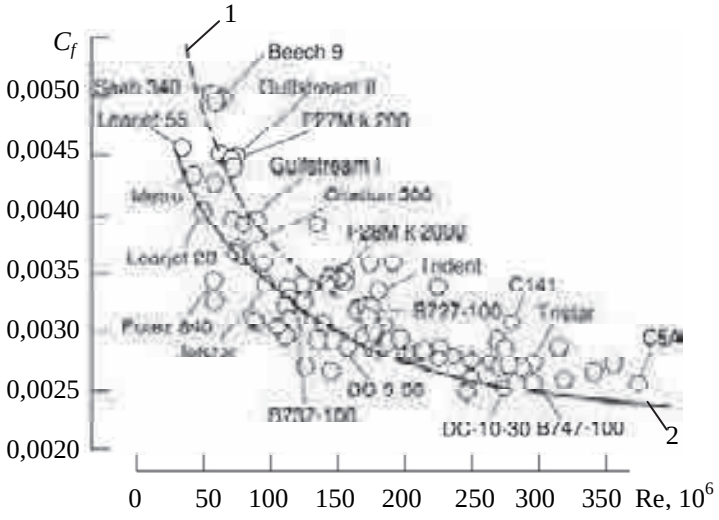


Рис. 7. Экспериментальные данные [21] по зависимости коэффициента силы трения от числа Re, вычисленного по параметру S_w/b_0, где S_w – площадь омываемой поверхности, ТВД – турбовинтовой двигатель (1), ТРД – турбореактивный двигатель (2)

Подъемная сила и связанное с ним индуктивное сопротивление

При обтекании крыла потенциальным потоком под воздействием сходящих с задней кромки крыла продольных вихрей γ за крылом будет образовываться скос потока вниз (рис. 8) с вертикальной составляющей вектора скорости u_z, и горизонтальная составляющая u_x будет меньше скорости u_∞ в невозмущенном потоке. Это, в соответствии с законом сохранения импульсов, будет означать образование подъемной силы F_y и связанной с ней силы сопротивления F_{xi}, которая называется силой индуктивного сопротивления.

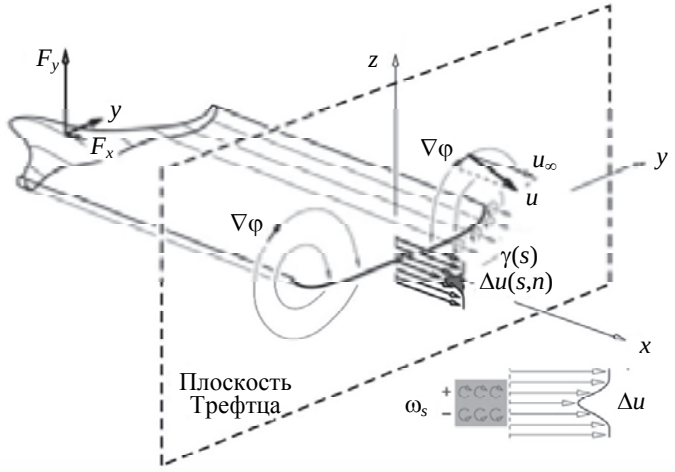


Рис. 8. Образование аэродинамических сил в результате сворачивания вихревой пелены: s – направление вдоль поперечных вихрей, ω_s – поперечные вихри, $\gamma(s)$ – свободный вихрь

Индуктивное сопротивление зависит от удлинения крыла $\lambda=l^2/S$, где S – площадь крыла, l – размах крыла. Полная сила сопротивления складывается из сопротивления трения и индуктивного сопротивления $C_x = C_f + C_{xi}$. Существует не только потенциальная составляющая подъемной силы, возникающая при безотрывном обтекании профилей крыла, но и вихревая составляющая. Для учета этого в прикидочных расчетах используют полуэмпирическую формулу, связывающую коэффициент индуктивного сопротивления C_{xi} и коэффициент подъемной силы C_y, в которой вводится поправочный эмпирический коэффициент на вихревое сопротивление K_V:

$$C_{xi} = \frac{1}{\pi\lambda} K_V C_y^2 . \tag{3}$$

Максимальное аэродинамическое качество

С учетом (3) и определения $K=C_y/C_x$ можно ввести понятие максимального аэродинамического качества:

$$K_{\max} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi\lambda / K_V}{C_f}} . \tag{4}$$

Для современных самолетов с традиционным крылом большого удлинения K_V полагают равным от 1 до 1,2. Для крыльев малого удлинения, у которых присутствует постоянный сход вихрей с передней кромки, K_V = 1,5. Из уравнения (4) видно, что оптимальное удлинение крыла определяется заданным максимальным аэродинамическим качеством

$$\lambda = \frac{4}{\pi} K_{\max}^2 K_V C_f , \tag{5}$$

следовательно, из (4) и (5) можно сделать вывод, что для современных традиционных магистральных ЛА с типичными параметрами $K_{\max}$>16, C_f=0,02, K_V=1,2 удлинение крыла должно быть больше 7. В работе [22] в результате обработки большого числа экспериментальных данных получена эмпирическая формула $K_{\max}$=5 (Z – 1,1) + 12,5, где Z=(CAX$^{1/6}$ l^2/S_w) – комплексный параметр, описывающий форму самолета. Формула справедлива как для классической компоновки, так и для ЛА, построенных по схеме «летающего крыла». Из этой формулы можно сделать непосредственный вывод, что при равном удлинении крыла максимальное аэродинамическое качество будет выше у ЛА типа «летающее крыло», так как при равных размерности и объеме «летающее крыло» имеет меньшую площадь поверхности S_w.

Весовое проектирование БЛА

Проектирование ЛА обычно ведется для заданной массы полезной нагрузки, дальности полета и скорости полета. Оптимизируемыми параметрами являются удельный расход топлива и относительная

доля веса полезной нагрузки. Методика выбора проектных параметров подробно описана в классическом труде Кюхемана (Küchemann) [23]. Уравнение движения беспилотного летательного аппарата запишется в виде

$$\frac{W}{g}\frac{du}{dt}=\frac{W}{2g}\frac{du^2}{ds}=F_p-F_x-W\frac{dh}{ds}, \tag{6}$$

где W – вес БЛА; u – скорость; g – ускорение свободного падения (9,8 м/с^2); t – время полета; s – пройденный путь вдоль траектории; F_p – сила тяги двигателя; F_x – сила сопротивления движению; h – высота полета над поверхностью земли. На крейсерском режиме полета $F_p=F_x$, тогда из (6) следует $F_y=W_0-W_F(t)$, где W_0 – взлетный вес БЛА, $W_F(t)$ – вес топлива, F_y – подъемная сила, нормальная к траектории. Если предположить, что вся энергия, которая выделяется при сгорании топлива, тратится на совершение работы по преодолению сопротивления воздуха, то, приравняв располагаемую энергию совершаемой работе, получим следующее соотношение:

$$\frac{W-W_F(t)}{F_x/F_y}\frac{dR}{dt}=q_F\eta_p\frac{dW_F}{dt}, \tag{7}$$

где R – дальность полета; q_F – удельная теплотворная способность топлива; η_p – коэффициент полезного действия силовой установки. Проинтегрировав (7) по t, получим уравнение

$$R=q_F\eta_p\frac{F_y}{F_x}\ln\frac{W}{W-W_F}=q_F\eta_p\frac{F_y}{F_x}\ln\frac{1}{1-\frac{W_F}{W}}. \tag{8}$$

Тогда удельный запас топлива для полета на дальность R получим из (8):

$$\frac{W_F}{W}=1-\exp\left(-\frac{R}{q_F\eta_pF_y/F_x}\right)\simeq\frac{R}{q_F\eta_pF_y/F_x}. \tag{9}$$

Приближенное значение в (9) может быть использовано для малых дальностей (порядка нескольких сотен километров), когда доля топлива в полном весе БЛА может считаться незначительной. Точное соотношение в (9) справедливо для любых дальностей.

В первом приближении можно считать, что полный вес БЛА, построенного по традиционной аэродинамической схеме Кейли (веретенообразный фюзеляж, крыло большого удлинения и хвостовое оперение), описывается формулой $W=c_WW+c_pW_p+W_E+W_F$, где c_W – коэффициент, определяющий долю элементов БЛА, вес которых может считаться пропорциональным общему весу БЛА (вес крыла, оборудования, резерв топлива); c_p – коэффициент, определяющий долю элементов БЛА, вес которых пропорционален весу полезной нагрузки W_P; W_E – вес силовой установки. Коэффициенты c_W, c_p определяют уровень конструктивного совершенства БЛА. Для классических ЛА их принимают на уровне c_W = 0,25–0,35, c_p = 2–2,5. Тогда для полезной нагрузки можно записать уравнение

$$\frac{W_p}{W}=\frac{1}{c_p}\left(1-c_W-\frac{W_E}{W}-\frac{W_F}{W}\right)\simeq\frac{1}{c_p}\left(1-c_W-\frac{W_E}{W}-\frac{R}{q_F\eta_pF_y/F_x}\right). \tag{10}$$

Взяв производную от уравнения (10) и приравняв ее нулю, можно найти значения проектных параметров, обеспечивающих максимум W_p/W.

Оптимальное аэродинамическое качество в крейсерском режиме для ЛА с классической компоновкой и крылом большого удлинения

Очевидно, что для транспортного БЛА полет происходит необязательно при максимальном аэродинамическом качестве, например, на взлете и посадке главное – большая подъемная сила, а K может быть меньше максимального. Рассмотрим полет ЛА классической компоновки на крейсерском режиме, т.е. взлетом и посадкой пренебрегаем. Под классической компоновкой будем понимать ЛА, состоящий из веретенообразного фюзеляжа, стреловидного крыла с большим удлинением и хвостового вертикального и горизонтальным оперения. Введем параметр $n=K/K_{\max}$, определяющий отношение текущего аэродинамического качества к максимально возможному. Тогда из уравнения (9) можно записать выражение для веса топлива:

$$\frac{W_f}{W}=1-\exp\left(-\frac{R}{q_F\eta_pnK_{\max}}\right), \tag{11}$$

откуда видно, что расход топлива и, соответственно, его относительный запас на борту будет минимальным при n=1, т.е. с этой точки зрения крейсерский полет должен выполняться при максимально возможном аэродинамическом качестве. Рассмотрим теперь вес двигателя. В крейсерском полете выполняются условия $F_p=F_x$ и $F_y=W$. Можно считать, что тяга двигателя пропорциональна скоростному напору $F_p=c_E\rho u^2/2$, тогда в безразмерном виде, с учетом (11), можно записать

$$\frac{W_E}{W} = c_E \frac{C_y}{nK_{\max} W/S} = 2c_E \frac{C_f\left(1-\sqrt{1-n^2}\right)}{n^2 W/S}. \quad (12)$$

Подставляя (11)–(12) в (10), получим выражение для относительной полезной нагрузки:

$$\frac{W_p}{W} = -\frac{c_W}{c_p} - 2\frac{c_E}{c_p} C_f \frac{1}{W/S} \frac{\left(1-\sqrt{(1-n^2)}\right)}{n^2} + \frac{1}{c_p} \exp\left(-\frac{R}{q_F \eta_p n K_{\max}}\right). \quad (13)$$

Величина W/S, входящая в (12)–(13), называется удельной нагрузкой на крыло. Видно, что чем больше удельная нагрузка на крыло и меньше сопротивление трения, тем легче двигатель и больше полезная нагрузка. Однако в (12)–(13) параметр n входит и в числитель, и в знаменатель, поэтому должно существовать оптимальное значение n. Для того чтобы найти максимум полезной нагрузки, следует продифференцировать (13) и приравнять результат нулю:

$$2c_E C_f \frac{1}{W/S} \frac{\left(1-\sqrt{(1-n^2)}\right)}{n^2\sqrt{(1-n^2)}} = \frac{R}{q_F \eta_p n K_{\max}} \exp\left(-\frac{R}{q_F \eta_p n K_{\max}}\right). \quad (14)$$

На рис. 9 приведены некоторые результаты расчетов при типичных значениях критерия совершенства ЛА $\eta_p K_{\max}$=3–5. Анализируя эти данные, можно сделать вывод, что для дальностей 300–800 км K в крейсерском полете должно быть порядка 0,6–0,8 $K_{\max}$, а C_y – порядка 0,25–0,5 от максимального. Таким образом, потенциал высокого $K_{\max}$ у транспортного регионального ЛА не реализуется.

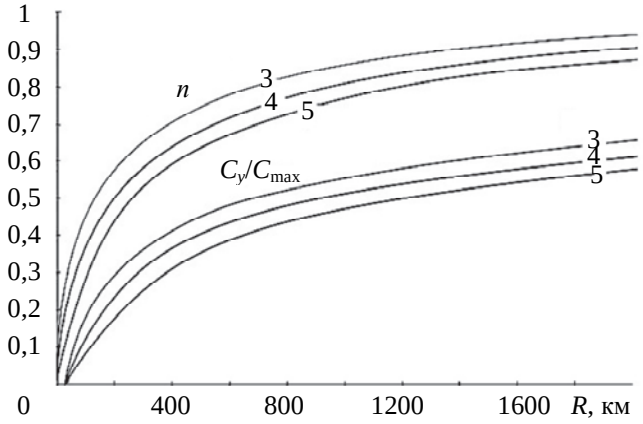


Рис. 9. Результаты расчетов оптимальных значений $n=K/K_{\max}$ и $C_y/C_{\max}$ при типичных значениях критерия совершенства летательного аппарата $\eta_p K_{\max}$=3, 4, 5 (отмечены на графиках)

Если доля полезной нагрузки мала, то оптимальным является полет с $K=K_{\max}$. Это характерно, например, для задач дистанционного зондирования земли, когда масса аппаратуры небольшая, а продолжительность полета значительная, поэтому соответствующие БЛА похожи на планеры. Если же велика доля полезной нагрузки, как у транспортного БЛА, то нужно решать уравнение (14) и искать оптимальное значение $K_{\max}$.

Оптимальное аэродинамическое качество на крейсерском режиме для ЛА с треугольным крылом малого удлинения

На малых дальностях, как видно из рис. 9, полеты классических ЛА выполняются с $K<K_{\max}$, поэтому невысокое значение $K_{\max}$ у дельтавидного крыла малого удлинения может быть несущественным недостатком, компенсируемым компоновочными преимуществами. Выполним весовой анализ самолета с крылом малого удлинения. Анализ отличается от выполненного для классической схемы тем, что вклад в общий вес ЛА относительно большого по объему крыла уже не может считаться частью слагаемого $c_W W$, как в (10).

Предположим, что движение самолета по траектории, в том числе при взлете и посадке, является квазистационарным, т.е. $F_y=W$, а кривизной траектории можно пренебречь. Тогда уравнение движения можно записать в виде

$$\frac{ds}{dh} = u\frac{dh}{dt} = \frac{\frac{d}{dh}\left(h+\frac{u^2}{2g}\right)}{\frac{F_p}{W}-\frac{1}{K}}. \quad (15)$$

Как было показано в работе Кюхемана и Вебера [24], для дельтавидного крыла малого удлинения учесть отличие удельного веса грузового отсека от удельного веса консолей, заполненных топливом, можно с помощью формулы

$$W_W = \upsilon_p W_p \left(\upsilon_b - \upsilon_W\right)\frac{W_p}{W} + 1{,}1\frac{\upsilon_W}{W/S}. \tag{16}$$

В формуле (16) υ_p – удельный вес отсека полезной нагрузки, υ_b – удельный вес конструкции фюзеляжа, υ_W – удельный вес конструкции крыла. Вес топлива для малых дальностей может быть найден из уравнения (9)

$$\frac{W_F}{W} = \frac{R}{q_F \eta_p F_y / F_x} = \frac{2R}{q_F \eta_p n}\sqrt{\frac{C_f K_V}{\pi\lambda}}. \tag{17}$$

Будем считать, что $W_E = \upsilon_E F_p$, т.е. вес силовой установки пропорционален ее тяге, где υ_E – удельный вес силовой установки. Тогда уравнение (13) для веса полезной нагрузки с учетом (15)–(17) может быть переписано в виде

$$\frac{W_p}{W} = \frac{1}{1{,}5 + \upsilon_p(\upsilon_b - \upsilon_W)}\left(0{,}8 - 1{,}1\frac{\upsilon_W}{W/S - \upsilon_E F_p} - \frac{2R}{q_F \eta_p n}\sqrt{\frac{C_f K_V}{\pi\lambda}}\right). \tag{18}$$

Заметим, что в уравнении (18) n входит только в последний член, следовательно, для достижения максимально возможной полезной нагрузки полет необходимо выполнять с максимальным аэродинамическим качеством. Соотношения F_p/W для вертикального взлета и посадки должно быть больше единицы, при коротком взлете и посадке можно использовать формулу Ли (Lee) [25]:

$$\frac{F_p}{W} = \frac{1}{2}\vartheta + \sqrt{f\frac{W}{S}\frac{K}{\lambda}}, \tag{19}$$

где ϑ – угол тангажа (угол наклона траектории); f – фактор, линейно зависящий от длины взлетно-посадочной полосы. При вертикальном взлете и посадке $f = 1$, при длине полосы 1400 м $f = 0{,}1$.

Результаты весового анализа – толстое треугольное крыло малого удлинения

Для нахождения оптимальных аэродинамических параметров с учетом того, что n=1, удобно переписать последний член уравнения (19) в виде

$$\frac{W_p}{W} = \frac{1}{1{,}5 + \upsilon_p(\upsilon_b - \upsilon_W)}\left(0{,}8 - 1{,}1\frac{\upsilon_W}{W/S - \upsilon_E F_p} - \frac{R}{q_F \eta_p}\left(\frac{C_f}{C_y} + \frac{C_y K_V}{\pi\lambda}\right)\right). \tag{20}$$

Для нахождения оптимальных параметров необходимо численно решать систему уравнений (17)–(20). При заданном C_f=0,02, типичном для самолетов с дельтавидным тонким крылом и тонким длинным грузовым отсеком, получены следующие результаты. При заданной весовой отдаче W_p/W=0,3, дальности полета R=600 км при взлете с короткой полосы или R=350 км при вертикальном взлете и посадке, удельный вес силовой установки должен быть υ_E<0,35, аэродинамическое качество на крейсерском режиме K>11, коэффициент подъемной силы на взлете и посадке C_y>1, на крейсерском режиме C_y>0,1. Удлинение λ при этом получается в диапазоне λ=2–3. Однако во всем диапазоне исследуемых размерностей плотность груза в грузовом отсеке получается в разы больше величин, характерных для авиационных перевозок. Если же выбрать параметр υ_p = 0,5, как для перевозки объемных грузов, багажа или пассажиров, то весовая отдача падает до 0,1, ЛА становится существенно крупнее, удлинение крыла стремится к 6, а удельная нагрузка на крыло – к величине 180 кг/м^2. Таким образом, БЛА в размерности взлетного веса 1–3 т с весовой отдачей на уровне 0,3 затруднительно спроектировать и по классической схеме, и по схеме с тонким дельтавидным крылом.

Особенности треугольного крыла с малым удлинением позволяют сделать его конструкцию легкой, увеличить его площадь и внутренний объем. Дельтавидное крыло за счет длинной корневой хорды b_0 само по себе имеет большую строительную высоту H, что позволяет разместить в нем объемные топливные баки, но если ЛА выполнить по аэродинамической схеме «летающее крыло», то строительная высота будет еще больше, а за счет меньшей омываемой поверхности сила поверхностного трения уменьшится, и будет получена дополнительная экономия в расходе топлива. На это обратил внимание еще в 1949 г. Черановский, который в рамках работы над проектом сверхзвукового самолета, построенного по схеме «бесхвоста», исследовал планеры с крылом малого удлинения (рис. 10). Результаты показали, что толстое треугольное крыло имеет невысокое значение $C_{y\max}$, что серьезно ухудшает взлетно-посадочные характеристики, вынуждает увеличивать площадь крыла и угол атаки на взлете и посадке. Для БЛА с возможностями КВП/ВВП такие решения, очевидно, мало подходят, следовательно, нужны новые аэродинамические решения, обеспечивающие радикальное увеличение аэродинамической подъемной силы на взлете и посадке, а также вертикальной составляющей силы тяги силовой установки.

Рис. 10. Проект планера Черановского с крылом малого удлинения

Заключение к части I

Весовой анализ для беспилотного летательного аппарата, построенного по схеме с треугольным крылом малого удлинения, показывает, что на малых дальностях такой летательный аппарат будет лететь с максимально возможным аэродинамическим качеством. Максимальное аэродинамическое качество беспилотных летательных аппаратов с треугольным крылом малого удлинения меньше, чем у классического летательного аппарата, но крейсерский полет при выполнении транспортных задач они выполняют при примерно одинаковом крейсерском аэродинамическом качестве, т.е. расход топлива у них будет примерно одинаковым. При этом летательный аппарат с дельтавидным крылом будет иметь существенно меньшие размеры, вес и стоимость. Для обеспечения возможности перевозок типовых авиационных грузов внутренние объемы беспилотного летательного аппарата должны быть увеличены, что приводит к схеме с толстым треугольным крылом. Такая схема имеет низкое значение C_{ymax}, поэтому для обеспечения конкурентных характеристик на режимах глиссады требуется разработка новых решений, направленных на увеличение подъемной силы. Такими решениями могут быть, например, активные методы управления циркуляцией и энергетические методы увеличения подъемной силы.

Весовой анализ показывает, что высокое крейсерское аэродинамическое качество беспилотного летательного аппарата, построенного по классической схеме, реализуется только в полетах с малой относительной долей полезных нагрузок, например, при дистанционном зондировании земли или патрулировании. При выполнении транспортных задач оптимальным будет полет с аэродинамическим качеством, существенно меньшим максимального.

Выполненный анализ показывает, что спроектировать транспортный беспилотный летательный аппарат, рассчитанный на малую (менее 1000 км) дальность, по схеме классического самолета достаточно трудно. Действительно, требуются большое удлинение крыла и при этом объемный фюзеляж для размещения груза. Доля взлетно-посадочных режимов в расходе топлива существенно больше, чем у магистрального самолета, следовательно, силовая установка также должна быть относительно тяжелой. Требование вертикального или укороченного взлета и посадки только усугубляет положение. Большой размах крыла серьезно затрудняет посадку на ограниченные площадки.

Часть II. Основы аэродинамического проектирования на этапе концептуального анализа и выбора схемы беспилотного летательного аппарата

В первой части работы были получены выводы относительно возможного облика беспилотного летательного аппарата (БЛА) с вертикальным или коротким взлетом и посадкой (КВП). Показано, что в рамках традиционной аэродинамической компоновки с крылом большого удлинения сложно совместить летные характеристики и транспортную эффективность обычного самолета и возможность базирования на неподготовленных площадках. При дальности полета до 800 км и крейсерской скорости 500–750 км/ч перспективной оказалась компоновка типа «летающее крыло» с малым удлинением крыла и большой строительной высотой, которая потенциально позволяет при КВП использовать эффект близости земли (экранный эффект), имеет достаточно места внутри для размещения груза и топлива, упрощает посадку на неровные неподготовленные площадки, например, ледяные поля с торосами. Ниже рассматриваются методы аэродинамического анализа в приложении к задаче создания БЛА с крылом малого удлинения и большими внутренними объемами. История развития теории крыла в работах Чаплыгина и Жуковского рассмотрена в обзорной статье Степанова [26]. Исторические справки по работам зарубежных авторов в этой области даны в монографии Андерсона (Anderson) [27].

Линейная теория тонкой несущей поверхности Прандтля, теорема Жуковского

Прандтлем (Prandtl) и сотрудником его лаборатории Бленком (Blenk) была разработана линейная теория образования аэродинамических сил (linear lift theory, LLT) [28, 29], которая считается классической. Линейную теорию крыла в СССР разрабатывал Голубев [30]. С линейного анализа начинается кон-

цептуальное проектирование любого ЛА. При выводе основных соотношений используются следующие предположения: считается, что крыло – бесконечно тонкое, оно обтекается равномерным потоком, и этот поток – потенциальный, т.е. несжимаемый и невязкий, а возмущения, вносимые ЛА в поток, малы. Тогда можно ввести потенциал возмущения скорости φ и представить скорость в виде $u=u_\infty+\Delta u$, где u_∞ – скорость невозмущенного потока, Δu – возмущение или, иными словами, дефект скорости.

Теорема Жуковского о подъемной силе

Чаплыгин и Жуковский [31] выдвинули гипотезу, что при обтекании профиля крыла, имеющего острую заднюю кромку, течение таково, что скорость остается всюду конечной (рис. 1, а). Если в конкретном сечении крыла циркуляция Г вектора скорости u по контуру профиля не равна нулю, то возникает разность потенциалов сверху и снизу крыла $\Delta\varphi = \varphi_+ - \varphi_-$. Это, как показал Чаплыгин [32] и как следует из теоремы Гельмгольца (Helmholtz) [33], приводит к образованию вихревой пелены за ЛА и разности давлений на верхней и нижней поверхности крыла $\Delta p = p_+ - p_-$, т.е. подъемной силы, так как завихренность может возникнуть только из-за действий сил трения или наличия в потоке некоего разрыва, в данном случае Δp.

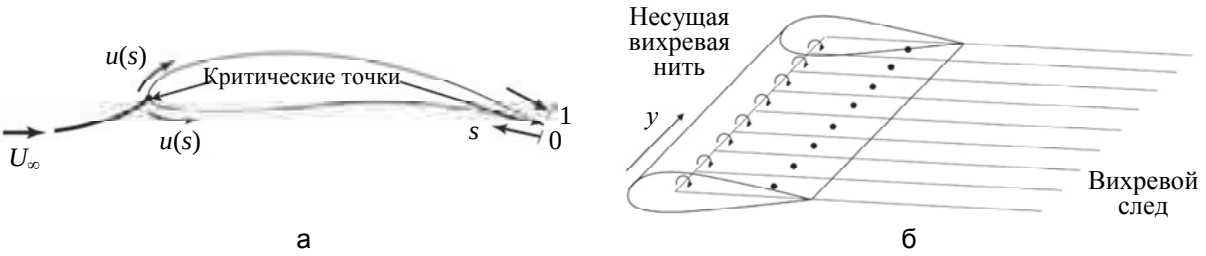


Рис. 1. Пояснение к теореме Жуковского о конечности скорости в критических точках (а) и модели Чаплыгина–Жуковского, присоединенных к несущей поверхности вихрей и вихревого следа за ней (б). U_∞ – значение скорости набегающего потока, s – естественная координата, связанная с контуром профиля, отсчитываемая от 0 до 1, $u(s)$ – составляющая скорости вдоль естественно координаты s

Жуковский сформулировал теорему о связи циркуляции вектора скорости с образованием подъемной силы, в соответствии с которой сила, действующая на участок бесконечного крыла длиной l, определяется циркуляцией вектора скорости вокруг профиля, образующего крыло $F_y=\rho u\Gamma l$. За рубежом она известна как Kutta–Joukowski теорема [34]. Гипотеза Чаплыгина–Жуковского и теорема Жуковского позволили преодолеть [35] известный парадокс Даламбера–Эйлера [36], согласно которому при обтекании тела потоком идеальной потенциальной жидкости его сопротивление равняется нулю. Независимо от Жуковского и Чаплыгина к таким же выводам пришел Ланчестер [37].

Вклад Жуковского и Чаплыгина в развитие теории крыла неоценим. Особенно плодотворной оказалась идея Жуковского о замене несущей поверхности присоединенными вихрями [38], развитая Кочиным [39, 40]. Суть ее в следующем. Если крыло бесконечное, то циркуляция в каждом сечении будет одинаковая, $f_y(y)=\rho u\Gamma'$, т.е. профиль можно заменить единственным вихрем (рис. 2, а), а крыло – несущем вихревым жгутом. Если присоединенные вихри сопрягать соответствующим образом с продольными свободными вихрями, образующими вихревую пелену (рис. 1, б), то весь анализ несущей системы, подъемной силы и индуктивного сопротивления можно свести к расчету соответствующих вихревых систем.

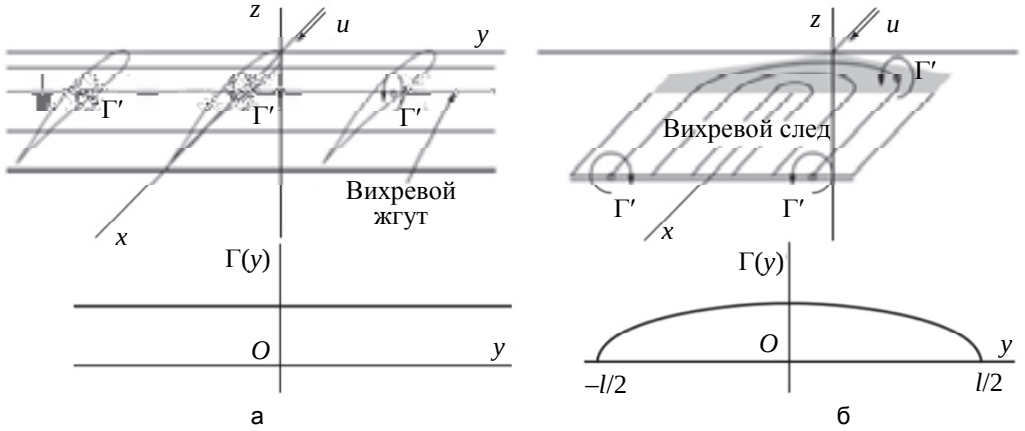


Рис. 2. Распределение циркуляции Г по бесконечному крылу (а) и крылу с размахом l (б)

Замена крыла одним присоединенным вихревым жгутом – слишком грубая модель, которая применима только для прямого крыла с удлинением, стремящимся к бесконечности. У такого крыла циркуляция по размаху постоянная (рис. 2, а), постоянный и угол скоса потока. С увеличением количества присоединенных вихрей точность модели повышается, в пределе теория оперирует понятием сплошной вихревой поверхности. В общем случае интенсивность жгута может быть переменной по размаху, тогда у крыла будут разные углы скоса потока в разных сечениях. В случае крыла конечного размаха произвольной формы, теория которого рассмотрена Голубевым [41], присоединенные вихревые жгуты имеют более сложную форму, при этом циркуляция вдоль размаха крыла будет иметь максимальное Г=Г' и минимальное Г=0 значения (рис. 2, б). Системы с изогнутым и расположенным под углом к потоку несущим вихрем (рис. 2, б) изучал Дородницын [42].

Идеи присоединенных вихрей легли в основу чрезвычайно удобных численных методов, получивших название методов дискретных вихрей (МДВ). Модели изогнутых присоединенных вихрей (рис. 2, б) в практике численных расчетов не используют, поскольку, как было показано позднее, их применение ведет к системе плохо обусловленных сингулярных уравнений, методы решения которых до сих пор не разработаны [43].

О связи индуктивного сопротивления с подъемной силой

Вихревой след (вихревая пелена) – трехмерная поверхность, но в первом приближении в рамках линейной теории Прандтля ее полагают плоской. На бесконечном удалении от ЛА вниз по потоку (в так называемой плоскости Трефтца) можно записать в векторной форме уравнение для скорости (см. рис. 2, а):

$$\mathbf{V} = (u_\infty + \Delta u)\mathbf{x} + \nabla\varphi, \quad \nabla\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \frac{\partial\varphi}{\partial y} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\ , \tag{1}$$

откуда видно, что на бесконечности скорость состоит из скорости невозмущенного потока, скорости, определяемой в (1) потенциалом возмущения $\nabla\varphi$, создаваемым продольными вихрями γ, а также дефектом скорости Δu от диссипации, вызываемой поперечными вихрями ω. Для подъемной силы и силы индуктивного сопротивления можно записать

$$\begin{gathered} F_y = \rho_0 u_0 \iint \rho u_z u_0 dydz - \iint (p - p_0)\rho_0 u_0 = \int_y \Delta\varphi(y)dy, \\ F_{xi} = \iint (p - p_0)dydz = \frac{1}{2}\rho_0 \iint \left(u_y^2 + u_z^2\right)dydz = \frac{1}{2}\rho_0 \iint \left(\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right)dydz = \frac{1}{2}\rho_0 \oint \varphi \frac{\partial\varphi}{\partial n} d\sigma, \end{gathered} \tag{2}$$

где $\Delta\varphi$ – разность потенциалов скорости сверху и снизу от вихревого следа, во втором уравнении системы (2) интеграл берется по замкнутому контуру σ, описанному вокруг следа, ρ_0 – плотность, символом «0» обозначены параметры торможения. Будем считать скос потока вдоль размаха крыла постоянным u_z=const. След можно считать непроницаемой пластиной, тогда разрыв потенциала будет равен

$$\Delta\varphi = l u_z \sqrt{1 - \left(\frac{y}{l/2}\right)^2}\ , \tag{3}$$

и для силы сопротивления с учетом (3) можно записать

$$F_{xi} = \frac{1}{2}\rho_0 u_0 \frac{u_z}{u_0} \int \Delta\varphi dy = \frac{1}{2}\frac{u_z}{u_0} F_y\ . \tag{4}$$

Интегрируя систему (2) с учетом (3) и (4), получим соотношения, связывающие безразмерные коэффициенты подъемной силы C_y и индуктивного сопротивления C_{xi} с удлинением крыла λ:

$$C_y = \frac{\pi}{2}\lambda\frac{u_z}{u_0}\ , \tag{5}$$

$$C_{xi} = \frac{1}{\pi\lambda}C_y^2\ . \tag{6}$$

Уравнения (5)–(6) являются решением (1) для случая бесконечно длинного, тонкого, прямого крыла, у которого циркуляция постоянна по размаху, и связывают F_{xi} с F_y.

Идеальное прямое крыло с эллиптическим распределением циркуляции по размаху

Как показано на рис. 2, б, у конечного крыла распределение циркуляции по размаху непостоянно. Оно имеет максимум у корневого сечения и уменьшается до нуля к концевым кромкам. Предположим, что распределение циркуляции по размаху – эллиптическое:

$$\Gamma(y) = \Gamma_0 \sqrt{1 - \left(\frac{2y}{l}\right)^2}\ , \tag{7}$$

Γ_0 – циркуляция вокруг профиля исходного бесконечного крыла или, что то же самое, циркуляция в корневом сечении крыла, где $\Gamma=\Gamma_{max}$. Тогда распределение подъемной силы по размаху, как следует из (7), также будет эллиптическим, а C_y крыла будет определяться уравнением

$$C_y = \frac{2}{u_\infty S}\int_{-l/2}^{i/2}\Gamma(y)dy = \frac{2}{u_\infty S}\Gamma_0\int_{-l/2}^{i/2}\sqrt{1-\left(\frac{2y}{l}\right)^2}\,dy = \frac{\pi\lambda}{2u_\infty l}\Gamma_0. \quad (8)$$

Тогда из (8) для угла скоса потока α_i можно записать $\alpha_i = C_y/\pi\lambda$. С учетом этого, для коэффициента индуктивного сопротивления получим итоговое выражение

$$C_{xi} = \frac{2\alpha_i}{u_\infty S}\int_{-l/2}^{l/2}\Gamma(y)dy = \frac{C_y^2}{\pi\lambda}. \quad (9)$$

Используя (7), нетрудно показать, что и форма такого крыла в плане тоже должна быть эллиптической:

$$\frac{b^2}{\left(\frac{4S}{\rho u_\infty \pi l}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{l}{2}\right)^2} = 1. \quad (10)$$

Сравнивая (9) и (6), можно сделать вывод, что прямое крыло, имеющее эллиптическую форму в плане (10), имеет наименьшее индуктивное сопротивление, как у бесконечного крыла.

Фундаментальное уравнение теории тонкого крыла Прандтля

Рассмотрим несущее крыло. В соответствии с теоремой Жуковского Прандтль предложил заменить несущую поверхность крыла присоединенным вихрем переменной интенсивности (рис. 3), расположенным вдоль размаха крыла.

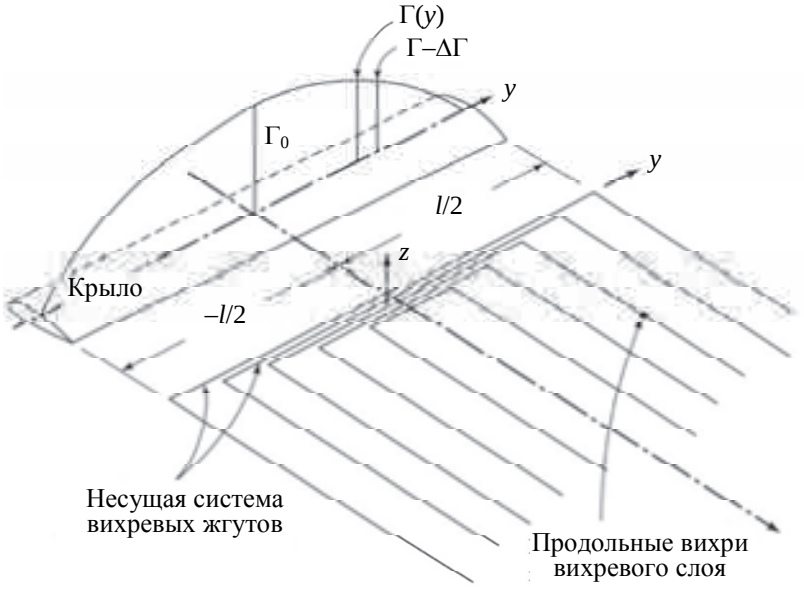


Рис. 3. Замена несущей поверхности и вихревого следа П-образными вихрями

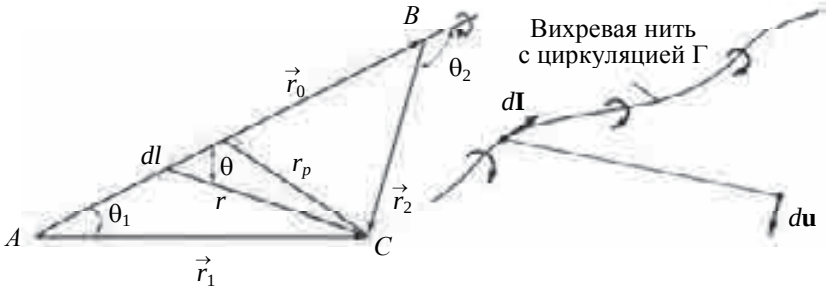
В соответствии с теоремой Гельмгольца вихрь не может иметь концов в невозмущенном течении, поэтому Прандтль предположил, что с его концов могут сходить свободные вихри. Крыло в типичных случаях имеет переменную по размаху циркуляцию $\Gamma(y)$, тогда присоединенный вихрь должен иметь переменную интенсивность. Ее можно имитировать при помощи системы П-образных вихрей с присоединенными вихрями равной интенсивности. Тогда интенсивности присоединенных вихрей складываются, как показано на рис. 3, в свободные вихри и образуют непрерывную вихревую пелену. Данная гипотеза имеет надежное экспериментальное подтверждение. В ходе экспериментов наблюдается вращение в вихревом следе контрастных частиц, предварительно введенных в поток перед крылом.

Возмущение вектора скорости $d\mathbf{u}$, создаваемое элементом вихревой нити $d\mathbf{l}$ в произвольной точке пространства C (рис. 4), в векторной форме запишется в следующем виде (жирным шрифтом здесь и далее обозначены векторы, смысл обозначений $\mathbf{r}$, r и θ – см. рис. 4):

$$d\mathbf{u} = \frac{\Gamma\left(d\mathbf{l}\times\mathbf{r}\right)}{4\pi r^3}, \;\Rightarrow\; du = \frac{\Gamma\sin\theta\, dl}{4\pi r^2}. \quad (11)$$

Формула (11) называется формулой Био–Савара. Если вихрь – прямолинейный, то для скорости, индуцируемой в точке C участком вихря AB, из (11) можно получить (см. рис. 4) выражение

$$u = \frac{\Gamma}{4\pi r}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta \, d\theta = \frac{\Gamma}{4\pi r}\left(\cos\theta_1 - \cos\theta_2\right). \qquad (12)$$



а б

Рис. 4. К расчету скорости, индуцируемой прямолинейным вихрем (а) и вихрем произвольной формы (б)

Если поместить начало координат в середине присоединенного вихря, то из (12) следует формула для вертикальной составляющей вектора скорости u_z в произвольной точке y, индуцированной всеми участками половинок присоединенного вихря:

$$u_z = -\frac{\Gamma}{4\pi}\left(\frac{1}{l/2+y} + \frac{1}{l/2-y}\right) = -\frac{\Gamma}{4\pi}\frac{l}{(l/2)^2 - y^2}. \qquad (13)$$

Продифференцировав (13) по y и взяв интеграл от $-l/2$ до $+l/2$, получим выражение для скоса потока в произвольной точке присоединенного вихря переменной интенсивности:

$$u_z(y) = -\frac{1}{4\pi}\int_{-l/2}^{l/2}\frac{d\Gamma}{d\bar{y}}\frac{d\bar{y}}{y-\bar{y}};\ \alpha_i = -\frac{u_z(y)}{u_\infty} = \frac{1}{4\pi u_\infty}\int_{-l/2}^{l/2}\frac{d\Gamma}{d\bar{y}}\frac{d\bar{y}}{y-\bar{y}}\ . \qquad (14)$$

В (14) α_i – угол индуктивного скоса потока, на который уменьшается эффективный угол атаки $\alpha_e = \alpha - \alpha_i$. Поскольку LLT – это линейная теория, то полагается, что коэффициент подъемной силы профиля крыла в конкретном сечении y линейно зависит от угла атаки, т.е.

$$c_y(y) = c_y^\alpha(\alpha_e - \alpha_0);\ c_y^\alpha = \frac{dc_y}{d\alpha} = 2\pi, \qquad (15)$$

где $\alpha_0 = -2f$ (рад) – угол атаки, при котором подъемная сила профиля равна нулю, $f=(y_+ - y_-)_{max}/2b$ – вогнутость профиля в безразмерном виде, $y_+(x)$, $y_-(x)$ – функции, описывающие верхнюю и нижнюю часть профиля, b – длина хорды профиля. Заметим, что α_0 зависит только от кривизны профиля и не зависит от его толщины. С другой стороны, по определению, подъемная сила в сечении y может быть записана в виде $f_y(y) = 1/2\ \rho u_0^2 b(y) c_y = \rho u_0 \Gamma(y)$. Подставив это выражение в (15), получим выражение, связывающее угол атаки в конкретном сечении с циркуляцией в этом сечении и распределением циркуляции по крылу:

$$\alpha(y) = \frac{\Gamma(y)}{\pi u_\infty b(y)} + \alpha_0(y) + \frac{1}{4\pi u_\infty}\int_{-l/2}^{l/2}\frac{d\Gamma(\bar{y})}{d\bar{y}}\frac{d\bar{y}}{y-\bar{y}}\ . \qquad (16)$$

Соотношение (16) называется фундаментальным уравнением теории крыла Прандтля. Оно позволяет по заданной форме крыла в плане, углам атаки в каждом сечении найти распределение циркуляции по размаху. Все сделанные в рамках модели LLT выводы справедливы только для прямого крыла большого удлинения.

Решение фундаментального уравнения Прандтля для прямого крыла разложением в ряд Фурье

Фундаментальное уравнение (16) теории Прандтля относится к классу дифференциально-интегральных уравнений и не сводится к прямому расчету в случае более или менее сложной формы крыла в плане. Один из самых интересных подходов к решению интегральных уравнений предложен Сирсом (Sears) [44], который применил метод собственных функций по способу Шмидта (Schmidt) – Фредгольма (Fredholm). Существуют и другие аналитические методы, использующие разложение в бесконечные ряды, графические методы и методы последовательных приближений (см., например, монографию Седова [45]).

Наиболее популярны среди аэродинамиков методы, основанные на разложении переменных в ряд Фурье, так как многие аэродинамические процессы хорошо описываются гармоническими функциями. Удобную формулировку такого метода (ELLT, Extended Lifting Line Theory) предложил Андерсон [46]. В результате разложения функций в ряд Фурье фундаментальное уравнение теории Прандтля (16) можно представить в виде

$$\frac{\pi b(\theta)}{2l}\left(\alpha+\alpha_{twist}(\theta)-\alpha_0(\theta)\right)\sin\theta=\sum_{n=1,odd}^{\infty}A_n\sin(n\theta)\left(\frac{\pi b(\theta)n}{2l}+\sin\theta\right),\quad \theta=\cos^{-1}\left(\frac{-2y}{l}\right). \tag{17}$$

Символ odd в (17) означает, что суммирование ведется по нечетным (n). Угол θ параметризует координату y вдоль размаха крыла $y(\theta)=l/2\cos\theta$, $dy=-l/2\sin\theta\, d\theta$, смысл θ понятен из рис. 5.

При разложении в ряд Фурье с удержанием N членов вихревая модель крыла будет состоять из N панелей, а распределение циркуляции по размаху будет ступенчатым (рис. 6). Тогда **x** будет представлять собой сумму N слагаемых x_i. Решение задачи можно записать в матричном виде:

$$\mathbf{x}=\mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}\,. \tag{18}$$

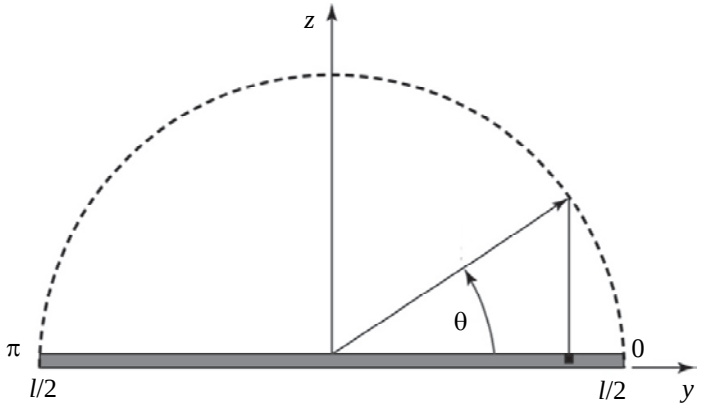


Рис. 5. Параметризация задачи с помощью угла θ при разложении в ряд Фурье

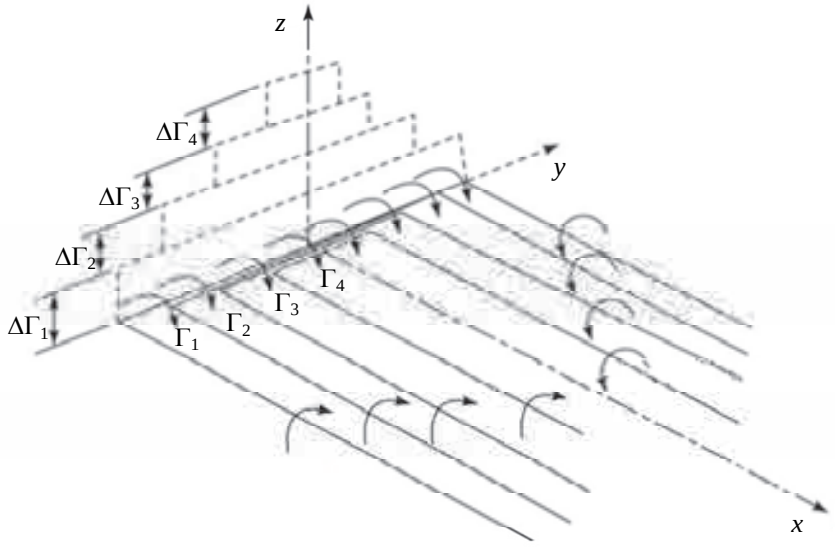


Рис. 6. Вихревая система и ступенчатое распределение циркуляции Γ вектора скорости вдоль размаха при удержании N членов разложения в ряд Фурье (уравнение (19))

В уравнении (18) матрицы **A** и **b** находятся из уравнения (17)

$$\begin{aligned}&\mathbf{A}(i,j)=\sin((2j-1)\theta(i))\left(\frac{\pi b(i)(2j-1)}{2l}+\sin(\theta(i))\right),\\&\mathbf{b}(i)=\frac{\pi b(i)}{2l}\left[\alpha+\alpha_{twist}(i)-\alpha_0(i)\right]\sin(\theta(i)),\quad \theta(i)=\cos^{-1}\frac{-2y(i)}{l}.\end{aligned} \tag{19}$$

В результате решения (18)–(19) можно получить распределение циркуляции $\Gamma/2lu_0=A_1\sin\theta+A_2\sin2\theta+A_3\sin3\theta+\ldots$ по размаху крыла y и скоса потока $u_z/u_0=-A_1-2A_2\sin2\theta-3A_3\sin3\theta/\sin\theta\ldots$ (рис. 7), откуда следует, что первому члену разложения в ряд Фурье соответствует коэффициент C_y крыла

$$C_y=\lambda\pi x(1)\,, \tag{20}$$

для индуктивного же сопротивления необходимо удерживать все члены разложения, так как величина C_{xi} пропорциональна квадрату C_y, т.е. является величиной второго порядка малости:

$$C_{xi}=B\frac{C_y^2}{\pi\lambda},\ B=1+\sum_{j=2}^{N}(2j-1)\left(\frac{x(j)}{x(1)}\right)^2, \tag{21}$$

где B – коэффициент индуктивности, учитывающий форму крыла, для эллиптического крыла с минимальным индуктивным сопротивлением B=1, для других форм в плане B>1.

Рис. 7. Первые члены разложения в ряд Фурье распределения циркуляции Γ по размаху крыла (верхний ряд) и скоса потока u_z на вихревом следе крыла (нижний ряд)

При вычислении распределения коэффициента подъемной силы по крылу также нужно учитывать все члены разложения:

$$c_y(i) = \frac{4l}{b(i)} \sum_{j=1}^{N} x(j) \sin\theta(i) . \qquad (22)$$

Система уравнений (20)–(22) позволяет вычислить коэффициент подъемной силы крыла C_y, коэффициент индуктивного сопротивления C_{xi} и распределение коэффициентов подъемной силы профиля в конкретном сечении крыла по размаху крыла. На рис. 8 приведено сравнение распределения циркуляции Γ/Γ_0 (или, что то же самое, локальных коэффициентов подъемной силы в конкретном сечении $c_y(i)$) по размаху эллиптического крыла (рис. 8, а), трапециевидного крыла (рис. 8, б) и прямоугольного крыла с удлинением λ=4, 8 и 20 (рис. 8, в).

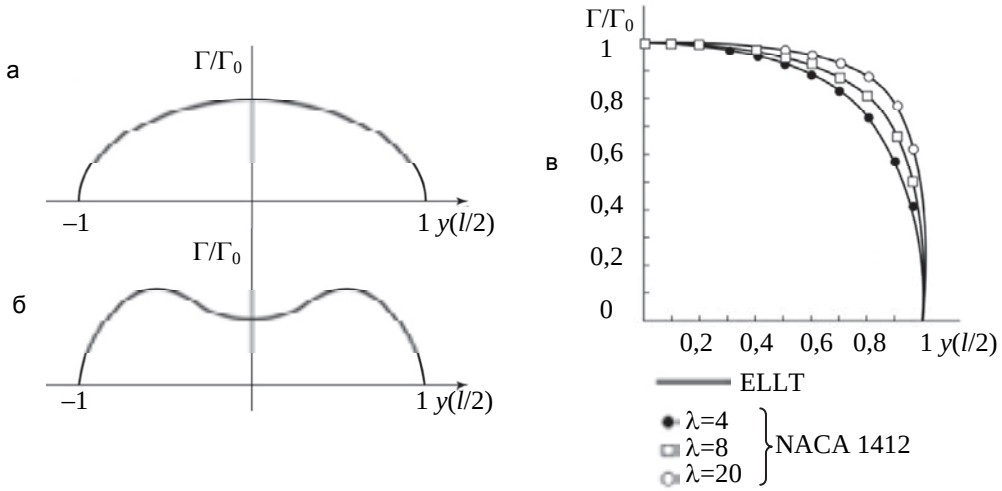


Рис. 8. Распределение циркуляции по эллиптическому крылу (а), трапециевидному крылу (б) и прямоугольному крылу с различным удлинением λ и длиной крыла l в сравнении с экспериментальными данными [46] (в). Все величины безразмерные

Видно, что у трапециевидного крыла распределение Γ/Γ_0 менее благоприятно, чем у эллиптического, а у прямоугольного оно тем более «наполнено», чем больше λ. Уравнения (20)–(22) метода ELLT позволяют выполнить в первом приближении аэродинамический расчет крыла произвольной формы, но разложение исходных функций в ряд Фурье накладывает на метод несколько ограничений: удлинение крыла должно быть λ>6, стреловидность по линии четверти хорды $\chi_{1/4}<10^\circ$, крыло не может быть треугольным.

Решение фундаментального уравнения Прандтля для стреловидного крыла методом присоединенных косых П-образных вихрей

В невязких течениях выполняется закон сохранения завихренности (теорема Гельмгольца). Из этого следует, что крупные вихри могут моделироваться с помощью уравнений Эйлера для идеального газа, а их динамика определяется в основном инерционными силами [47]. Если уравнения Эйлера разделить на две части – вихревую и потенциальную, как это сделано в развитой Маскеллом (Maskell) теории подобия вихревых течений [48], то можно записать две отдельные системы уравнений – для одиночного вихря (или системы вихрей), а также для потенциала вектора скорости. Фэлкнером (Falkner) были сформулированы уравнения динамики вихрей и потенциала вектора скорости для расчета крыльев произвольной формы [49], он же первым предложил заменять крыло произвольной формы системой П-

образных (подковообразных, horseshoe vortices) вихрей, назвав свой метод методом вихревой решетки (VLM, Vortex Lattice Method).

С.М. Белоцерковским были найдены поля скоростей для подковообразного (прямого П-образного) и косого подковообразного вихря [50], в том числе в неустановившихся нестационарных потоках. Косые вихри намного удобнее для моделирования стреловидных крыльев, чем метод Фэлкнера, так как базовый вихрь можно сориентировать вдоль передней кромки. При использовании же прямых П-образных вихрей для обеспечения удовлетворительной точности приходится существенно увеличивать количество вихрей. Бертиным (Bertin) [51] были получены удобные формулы для расчета поля скоростей системы косых подковообразных вихрей, выстроенных в один ряд (рис. 9).

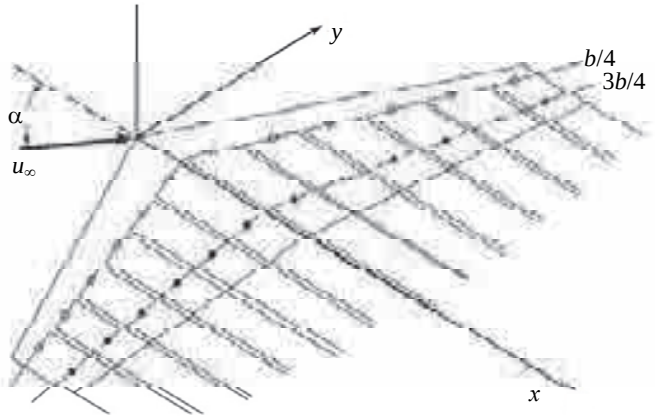


Рис. 9. Схема разбивки крыла подковообразными вихрями: ○ – точка задания несущего поперечного вихря, • – точка коллокации, в которой определяется нагрузка на крыло и выставляется условие непротекания

Рассмотрим VLM подробнее. Разобьем каждую консоль крыла N подковообразными вихрями, расположенными в один ряд так, чтобы корневые вихри лежали на линии 1/4 хорд крыла, а свободные вихри были параллельны вектору скорости невозмущенного течения (рис. 9). Как будет показано ниже, именно на этой линии расположены равнодействующие сил давления в каждом сечении крыла. Поместим на линии 3/4 хорд крыла точки коллокации, в которых будем контролировать условие непротекания на поверхности крыла. Вопросу обоснования оптимального расположения точек, в которых контролируются условия непротекания, были посвящены систематические исследования в ЦАГИ [52] под руководством Белоцерковского и в Сибирском отделении Российской академии наук [53]. Эти исследования показали, что решение задачи методом VLM сводится к решению систем линейных уравнений, которые обладают большой устойчивостью, так как на поле течения в районе контрольной точке больше всего влияет ближайший присоединенный вихрь. Но для того, чтобы это свойство сохранилось при численной реализации, контрольные точки должны располагаться именно так, как описано выше. Необходимо также выполнить еще одно условие: поперечный размер косого вихря должен выбираться таким образом, чтобы его угловые точки обязательно находились выше по потоку соседних точек коллокации.

Предположим, что крыло – плоское, т.е. углы атаки для каждого сегмента крыла одинаковые. Предположим также, что продольные вихри сходят только с задних кромок, т.е. течение безотрывное. Тогда задача будет двумерной. Обозначим координаты каждого i-го поперечного вихря AB как $A(x_{1i}, y_{1i})$, $B(x_{1i}, y_{1i})$. Продольные вихри A_∞ и B_∞ начинаются в точках A и B соответственно и параллельно линиям тока уходят в бесконечность. Тогда в любой точке пространства, в том числе и в контрольных точках на крыле, в которых выставляется условие непротекания (символ • на рис. 9), индуцированная скорость $\mathbf{u}$ будет складываться из скорости от корневого поперечного вихря $\mathbf{u}_{AB}$, а также от двух продольных полубесконечных вихрей $\mathbf{u}_{A\infty}$ и $\mathbf{u}_{B\infty}$.

Скорости, индуцируемые i-м вихрем в j-ой контрольной точке, находятся по формуле

$$u_{ji} = \frac{\Gamma_i}{4\pi}\left\{\frac{1}{(x_j - x_{1i})(y_j - y_{2i}) - (x_j - x_{2i})(y_j - y_{1i})}\right.$$

$$\left[\frac{(x_{2i} - x_{1i})(x_j - x_{1i}) + (y_{2i} - y_{1i})(y_j - y_{1i})}{\sqrt{(x_j - x_{1i})^2 + (y_j - y_{1i})^2}} - \frac{(x_{2i} - x_{1i})(x_j - x_{2i}) + (y_{2i} - y_{1i})(y_j - y_{2i})}{\sqrt{(x_j - x_{2i})^2 + (y_j - y_{2i})^2}}\right] + \tag{23}$$

$$\left. + \frac{1}{y_{1i} - y_j}\left[1 + \frac{x_j - x_{1i}}{\sqrt{(x_j - x_{1i})^2 + (y_j - y_{1i})^2}}\right] - \frac{1}{y_{2i} - y_j}\left[1 + \frac{x_j - x_{2i}}{\sqrt{(x_j - x_{2i})^2 + (y_j - y_{2i})^2}}\right]\right\}.$$

В j-ой контрольной точке суммарная индуцированная скорость будет равна

$$u_j = \sum_i^{2N} u_{ji} \,. \tag{24}$$

Консолей крыла у ЛА две, поэтому в (24) предел суммирования равен $2N$. Граничное условие непротекания в j-ой контрольной точке записывается в виде $u_j = -u_\infty \sin\alpha$. Для малых углов атаки $\sin\alpha \approx \alpha$. Решение задачи сводится к системе линейных уравнений

$$\mathbf{A\Gamma} = -4\pi l u_\infty \alpha \,. \tag{25}$$

Компоненты матрицы $\mathbf{A}(j,i)$ в (25) представляют собой выражение в фигурных скобках в (23), компоненты матрицы $\mathbf{\Gamma}(i)$ представляют собой искомые значения циркуляции i-го вихря. Тогда локальные коэффициенты подъемной силы в контрольной точке равны $c_y(i)=2\Gamma(i)/ub(i)$, коэффициент подъемной силы всей консоли крыла будет выражаться уравнением

$$C_y = \sum_{i=1}^{N} \frac{2c_y(i)b(i)\Delta y}{S} \,, \tag{26}$$

а полная подъемная сила консоли крыла составит

$$F_y = 2\rho_\infty u_\infty \sum_{i=1}^{N} \Gamma(i)\Delta y(i) \,. \tag{27}$$

В формулах (26)–(27) $\Delta y(i)$ – ширина i-ой панели. Описанный метод VLM в полной мере является аналогом ELLT, но для крыльев произвольной формы в плане. При этом обтекание считается безотрывным, а поток около крыла – потенциальным, т.е. требуется, чтобы вихри срывались только с задних кромок, но не с передних или боковых.

Развитие теории Прандтля на случай крыла конечной толщины

Решение для произвольного крыла конечной толщины в общем случае

Для методов LLT/ELLT/VLM теории крыла Прандтля все выводы были получены в рамках модели бесконечно тонкой плоской поверхности. Мы далее не будем полагать крыло тонким. Тогда для распределения возмущения скорости вдоль хорды крыла u_x по всей поверхности крыла можно записать следующее выражение:

$$\frac{u_x(x,y,0)}{u_\infty} = \frac{1}{2\pi} \int_0^b \int_{-l/2}^{l/2} \frac{dz(\bar{x})}{d\bar{x}} \frac{(x-\bar{x})d\bar{x}d\bar{y}}{\left[(x-\bar{x})^2+(y-\bar{y})^2\right]^{3/2}} \,, \tag{28}$$

$z(x)$ – уравнение, описывающее форму профиля в сечении y. Уравнение (28) может быть проинтегрировано точно для некоторых частных случаев, например, когда профили крыла образованы эллипсом. Если тело не является несущим, то циркуляция вектора скорости вокруг поверхности крыла должна быть равна нулю, следовательно, должны быть равны нулю все линейные интегралы скорости вдоль контура крыла, откуда следует, что

$$\frac{u_x(x,z)}{u_\infty} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{dz(x)}{dx}\right)^2}} \left(1 + \frac{1}{\pi}\int_0^1 \frac{dz(\bar{x})}{d\bar{x}} \frac{d\bar{x}}{x-\bar{x}}\right). \tag{29}$$

Соотношение (29) дает удовлетворительные результаты вплоть до относительной толщины профиля $c=H/b$ = 20%, где H – максимальная строительная высота профиля.

Рассмотрим теперь несущее крыло. В любой точке вихревой плоскости, используя формулу Био–Савара, можно записать уравнение для возмущения скорости в точке, заданной вектором $\mathbf{r}$, создаваемом всеми вихрями Γ на вихревой поверхности S:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4\pi} \iint_S \Gamma(\bar{x},\bar{y}) \times \frac{\bar{\mathbf{r}}-\mathbf{r}}{\left|\bar{\mathbf{r}}-\mathbf{r}\right|^3} d\bar{x}d\bar{y} \,. \tag{30}$$

Для нахождения распределения параметров течения по поверхности крыла необходимо задать граничные условия на его поверхности. Как указывал Джонсон (Johnson) [54], если течение является потенциальным и описывается уравнением Лапласа для потенциала возмущения скорости φ, то постановка задачи проектирования крыла сводится к заданию граничных условий Неймана (Neumann) или условий Дирихле (Dirichlet). Первые в нашем случае могут быть записаны в виде $\partial\varphi/\partial n=0$ на поверхности крыла, что означает $u_n=0$. А условия Дирихле позволяют задавать желаемое локальное распределение давления и тангенциальной скорости по профилю крыла $c_p=1-u_\tau^2/u_\infty^2$. Это позволяет учесть эффект толщины крыла и форму профиля [55]. Если задана геометрия крыла и параметры набегающего потока, то из условий Неймана находят распределение давления и циркуляции по поверхности крыла.

Из уравнений (29)–(30) и условий Неймана независимо друг от друга Прандтлем [56], Флаксом (Flax) и Лоренсом (Lawrence) [57] получено уравнение для вертикальной составляющей вектора скорости на вихревой поверхности

$$\frac{u_z(x,y)}{u_\infty} = \frac{1}{8\pi}\frac{\partial}{\partial y}\iint_S \frac{\Delta p(\bar{x},\bar{y})}{y-\bar{y}}\left[1+\frac{\sqrt{(x-\bar{x})^2+(y-\bar{y})^2}}{x-\bar{x}}\right]d\bar{x}d\bar{y}\,, \tag{31}$$

где $\Delta p\,(x, y)$ – подъемная сила, действующая в точке крыла с заданными координатами.

Решение для крыла с большим удлинением

Если предположить, что удлинение большое, т.е. $(x-\bar{x})^2 \ll (y-\bar{y})^2$, то правая часть (31) распадается на два слагаемых

$$\frac{u_z(x,y)}{u_\infty} = \frac{1}{8\pi}\frac{\partial}{\partial y}\iint_S \frac{\Delta p(\bar{x},\bar{y})}{y-\bar{y}}d\bar{x}d\bar{y} + \int_{x_0}^{x_b}\frac{\Delta p(\bar{x},y)}{x-\bar{x}}d\bar{x}\,, \tag{32}$$

x_0 и x_b – координаты передней и задней кромки профиля сечения. Вертикальная составляющая скорости в соответствии с граничным условием Неймана является функцией только координаты y, направленной вдоль крыла. Первое слагаемое в (32) по определению является функцией только от y, но тогда второе слагаемое также является некоторой функцией $f_y(y)$, зависящей только от координаты y, и его можно проинтегрировать отдельно. Введя коэффициент $c_y(y)$ подъемной силы для профиля крыла с длиной хорды $b(y)$ в сечении y (не путать с C_y крыла в целом)

$$c_y(y) = \frac{1}{b(y)}\int_{x_0(y)}^{x_b(y)}\Delta p(x,y)dx\,, \tag{33}$$

второе слагаемое в (32) можно проинтегрировать в виде

$$\Delta p(x,y) = \frac{2}{\pi}c_y(y)\sqrt{\frac{x_b(y)-x}{x-x_0(y)}}\,. \tag{34}$$

Тогда, подставив (34) в (33), с учетом граничных условий для плоского крыла $u_z(x, y)=u_0\alpha(y)$, где $\alpha(y)$ – местный угол атаки в данном сечении крыла, получим выражение

$$c_y(y) = 2\pi\alpha(y) - \frac{1}{4}\int_{-l/2}^{l/2}\frac{c_y(\bar{y})b(\bar{y})}{(y-\bar{y})^2}d\bar{y}\,. \tag{35}$$

Проинтегрировав (35) по частям, с учетом того, что на концах крыла $c_y b$ стремится к нулю, получим не что иное, как основное уравнение теории крыла Прандтля (16):

$$c_y(y) = 2\pi\alpha(y) - \frac{1}{4\pi}\int_{-l/2}^{l/2}\frac{d(c_y b(y))}{d\bar{y}}\frac{d\bar{y}}{y-\bar{y}} = c_y^\alpha\alpha_e(y) = c_y^\alpha(\alpha(y)-\alpha_i(y))\,, \tag{36}$$

$\alpha_i(y)$ – индуктивный скос потока, $\alpha_e(y) = (\alpha(y) - \alpha_i(y))$ – эффективный угол атаки и $c_y^\alpha = dC_y/d\alpha$ в соответствующем сечении. Заметим, что при выводе (36), в отличие от классической теории Прандтля, мы не полагали крыло тонким. Все формулы получены исходя только из двух предположений – справедлива линейная теория и удлинение крыла большое, тем не менее, они полностью совпадают с выражениями, полученными Прандтлем для бесконечной тонкой пластинки. Для толстого крыла с относительной толщиной $c=H/b$ в случае эллиптического профиля существует точное решение $c_y^\alpha = 2\pi\,(1+H/b)$, в остальных случаях для достаточно тонких профилей хорошим приближением является $c_y^\alpha = 2\pi\,(1+0{,}8\,H/b)$ для прямого крыла и $c_y^\alpha = 2\pi\,(\cos\chi+0{-}8\,H/b)$ для крыла с углом стреловидности χ. Коэффициент момента тангажа профиля в сечении y,

$$c_m(y) = -\frac{1}{b^2(y)}\int_{x_0}^{x_b} f(x,y)(x-x_0)dx\,, \tag{37}$$

с учетом (33) запишется в виде $c_m(y) = -\,c_y(y)/4$, откуда видно, что равнодействующая сил давления приложена на расстоянии 1/4 хорды от передней кромки крыла (рис. 10). Из (37) следует, что в каждом сечении крыла его профиль можно заменить единственным вихрем, расположенным в фокусе профиля, т.е. в месте приложения равнодействующей (рис. 2, а; рис. 10).

Из (36) следует, что коэффициент подъемной силы крыла

$$C_y = \frac{2\pi\alpha}{1+2/\lambda} \tag{38}$$

при $\lambda\to\infty$ равен c_y профиля, который можно считать постоянным по размаху. Таким образом, распределение нагрузки по размаху (36) и вдоль каждого сечения (33)–(34) даются независимыми уравнениями, складывая их, получим распределение $c_y(x,y)$ по крылу (рис. 11).

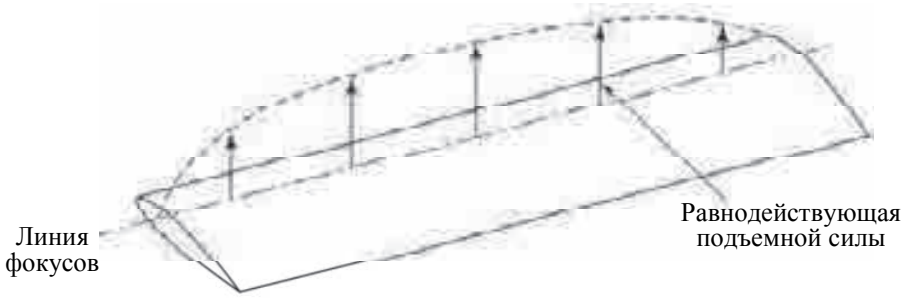


Рис. 10. Расположение равнодействующей подъемных сил профиля на линии 1/4 хорд

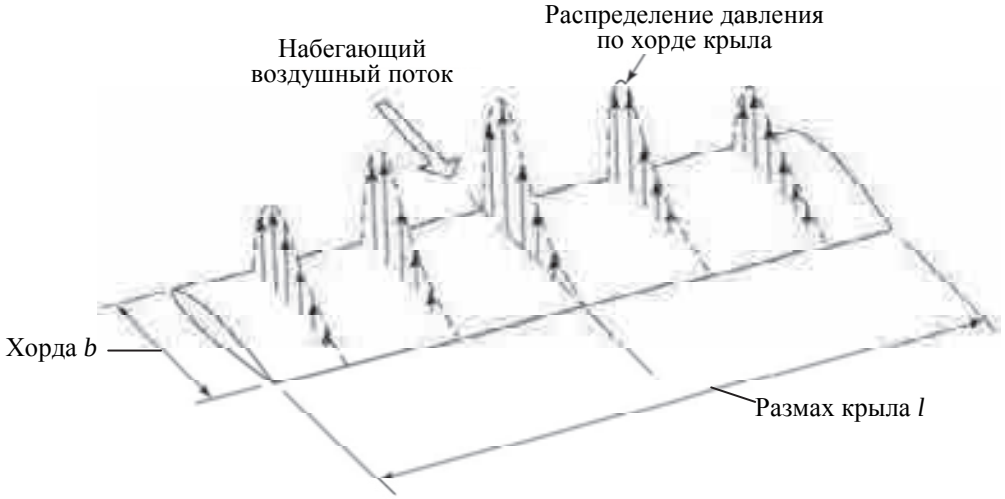
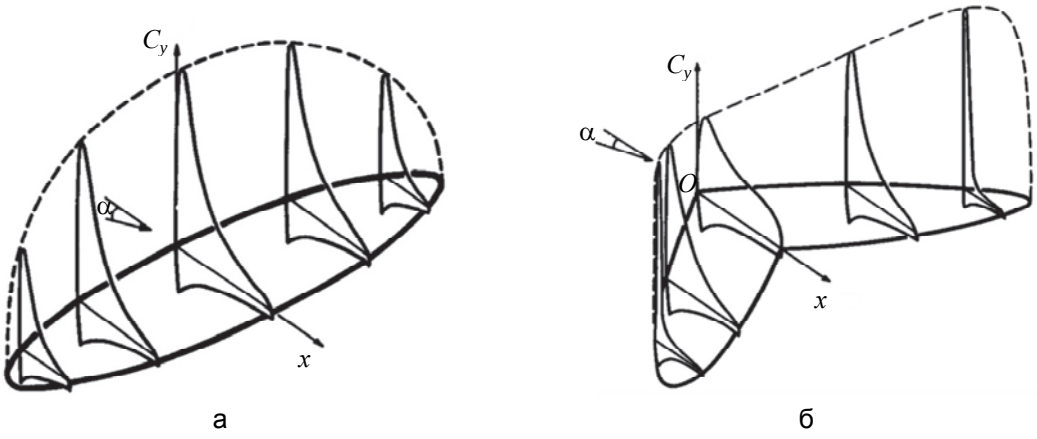


Рис. 11. Типичное распределение c_y (x,y) по поверхности крыла

Зная характеристики профилей $\Delta p(x)$, которыми набрано крыло (их обычно выбирают готовыми, из каталога), а также форму крыла в плане (λ, η, $b(y)$, $\chi(y)$), легко получить распределение нагрузки по всей поверхности крыла.

Развитие теории Прандтля на случай крыла малого удлинения

На заре реактивной авиации конструкторы пытались бороться с таким явлением, как волновой кризис, увеличением стреловидности передних кромок крыла, чтобы нормальная составляющая скорости потока была меньше скорости звука. Поскольку было известно, что у прямого эллиптического крыла индуктивное сопротивление наименьшее, то консоли стреловидного крыла пытались делать также эллиптическими (рис. 12).



а б

Рис. 12. Эллиптическое распределение нагрузки по размаху прямого (а) и стреловидного (б) крыла с минимальным индуктивным сопротивлением

Однако трехмерные эффекты скольжения вдоль стреловидных крыльев приводят к искажению нагрузки даже в случае применения эллиптических консолей крыла (рис. 12, б). Пики нагрузки смещаются к концевым областям крыла и к передней кромке. Такое распределение давления по поверхности крыла

является крайне неблагоприятным. При маневрировании, увеличении угла атаки срыв потока начинается именно в самых нагруженных сечениях, причем всегда несимметрично, т.е. на левой и правой консоли срыв наступает неодновременно. Поскольку у стреловидных крыльев самая большая нагрузка приходится на концевые профили, то срыв потока вызывает большой опрокидывающий момент. В 50-е годы прошлого столетия это привело к немалому количеству аварий. Выход был найден в применении крыльев малого удлинения с формой в плане, близкой к треугольной.

Положим, что удлинение крыла мало $(x-\bar{x})^2 \gg (y-\bar{y})^2$, тогда (31) запишется в виде

$$\frac{u_z(x,y)}{u_0} = \frac{1}{8\pi}\frac{\partial}{\partial y}\iint_S \frac{f(\bar{x},\bar{y})}{y-\bar{y}}\left[1+\frac{|x-\bar{x}|}{x-\bar{x}}\right]d\bar{x}d\bar{y}\,. \tag{39}$$

Член в квадратных скобках уравнения (39) равен 2, когда $(x<\bar{x})$, и равен 0, когда $(x>\bar{x})$, тогда интегрирование нужно производить только до $(x=\bar{x})$, откуда для этого сечения можно получить выражение

$$\frac{u_z}{u_0} = \frac{1}{4\pi}\int_{-l/2}^{l/2}\frac{\partial f}{\partial y}\frac{d\bar{y}}{y-\bar{y}}\,. \tag{40}$$

Но тогда из (40) следует, что любое сечение крыла x=const можно рассматривать относительно лежащей выше по потоку части крыла как плоскость Трефтца, а величина нагрузки будет оставаться постоянной вдоль луча, берущего начало в вершине крыла, откуда исходят стреловидные передние кромки, т.е. течение обретает свойства конических течений и сводится к решению двумерной задачи в плоскости, перпендикулярной оси x (рис. 13).

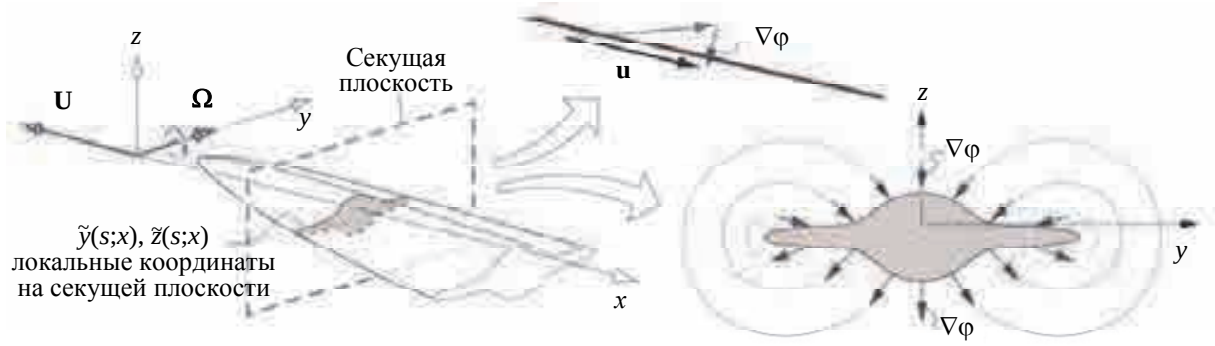


Рис. 13. Сведение задачи об обтекании потенциальным потоком крыла малого удлинения и конечной толщины к двумерной задаче в секущей плоскости, перпендикулярной продольной оси x.
U – вектор скорости летательного аппарата, **Ω** – вектор угловой скорости вращения летательного аппарата

Джонсом (Jones) [58] была разработана линейная теория обтекания потенциальным потоком крыльев малого удлинения с формой в плане, близкой к треугольной (SWT, Slender Wing Theories), в том числе получены следующие результаты:

– для распределения нагрузки по плоскому крылу под углом атаки α

$$\Delta p(x,y) = \frac{4\alpha}{\sqrt{1-(y/l)^2}}\frac{dl}{dx}\,, \tag{41}$$

– для эллиптического распределения нагрузки по размаху крыла

$$c_y(y) = 4\alpha\frac{l/b}{\sqrt{1-(y/l)^2}}\frac{dl}{dx}\,, \tag{42}$$

суммарный коэффициент подъемной силы крыла $C_y = \pi\lambda\alpha/2 = 2\pi\alpha\tan 2\chi$ составляет половину от величины C_y, вычисленной по формуле (38) в пределе $\lambda\to\infty$, и весь скос потока создается свободными вихрями, т.е. присоединенные вихри не индуцируют на поверхности крыла вертикальную составляющую скорости. Видно, что C_y зависит только от λ и не зависит от характеристик профиля. В этом состоит фундаментальное отличие SWT от теории крыла большого удлинения. Последующее использование SWT показало, что теория дает хороший результат при $\lambda<2$.

В СССР теорию крыла малого удлинения разработал Голубев [41]. Чушкин [59] получил решение для распределения циркуляции по прямому крылу с удлинением $\lambda\to 0$, а Колесников [60], Струминский и Лебедь – для стреловидного крыла малого удлинения [61]. Эти исследования показали, что линейная теория, выражаемая формулами (41)–(42), удовлетворительно работает для близких к треугольным крыльев на углах атаки, соответствующих крейсерским режимам, т.е. α=2–4°. Для крыльев малого удли-

нения, близких к прямоугольным, приведенная линейная теория не работает, так как не учитывает вихри, сходящие с боковых кромок, а они оказывают влияние почти на весь размах крыла.

Полуэмпирическая формула коэффициента подъемной силы стреловидного крыла малого и умеренного удлинения

Как показали исследования и сравнение с экспериментом, уравнения (33)–(35) дают хорошую точность при $\lambda>5$–6, а соотношения (41)–(42) – при $\lambda<2$. Дело в том, что теория крыла малого удлинения – это та же линейная теория Прандтля, но примененная не к поперечному сечению крыла, а к его хорде. Следовательно, имеется некоторая аналогия, и зависимости подобны друг другу, хотя численные реализации отличаются. Напрашивается решение: задать подходящую интерполяционную функцию, которая связывала бы эти два решения. Такое решение для эллиптических крыльев нашел Хельмболд (Helmbold) [62]:

$$C_y = \frac{C_y^\alpha \alpha}{\sqrt{1+\left(C_y^\alpha/\pi\lambda\right)^2}+C_y^\alpha/\pi\lambda}, \tag{43}$$

а Кюхеман (Küchemann) обобщил уравнение (43) на случай стреловидных крыльев [63]:

$$C_y = \frac{C_y^\alpha \alpha\cos\chi}{\sqrt{1-M_\infty^2\cos^2\chi+\left(C_y^\alpha\cos\chi/\pi\lambda\right)^2}+C_y^\alpha\cos\chi/\pi\lambda}, \tag{44}$$

где M_∞ – число Маха невозмущенного потока, которое учитывает сжимаемость, а коэффициент C_y^α с учетом толщины крыла можно вычислять, например, по формуле $C_y^\alpha = 2\pi(\cos\chi + 0{,}8H/b)$. Описанная теория применима только для безотрывного обтекания передних и боковых кромок, так как основана на модели потенциального течения. На рис. 14 показано сравнение результатов расчетов, полученных по формуле Прандтля (38) и по формуле Хельмболда (43), с результатами эксперимента. Видно, что формула (38) хорошо работает при $\lambda>6$, а формула (43) – при $\lambda<4$. Таким образом, в наиболее часто используемом диапазоне $\lambda=1$–7 удобно пользоваться формулой (44).

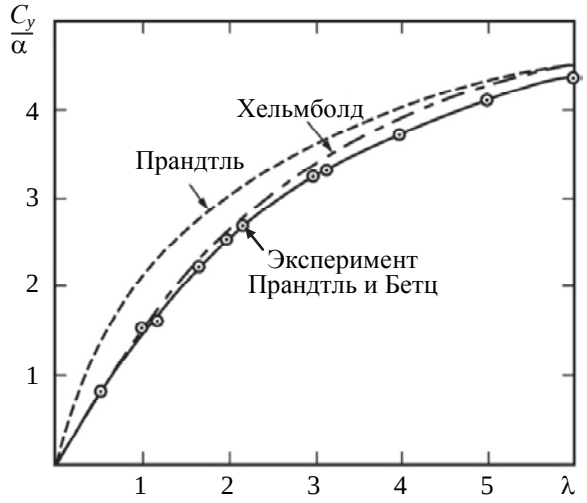


Рис. 14. Сравнение формул Прандтля (38) и Хельмболда–Кюхемана (33, 34) с экспериментом [64] Прандтля и Бетца (Betz). Все величины – безразмерные

Теория обтекания острых стреловидных кромок

Попытки применить разработанные линейные методы к крылу с малым удлинением и большой стреловидностью передней кромки привели к неудовлетворительным результатам. Расчеты давали существенно заниженный C_y по сравнению с экспериментом. Исследования показывали, что у таких крыльев уже на очень маленьких углах атаки происходил отрыв потока с передних кромок и сворачивание отрывного течения в вихри (рис. 15, а), которые создавали на верхней поверхности крыла большое разрежение вдоль передних кромок (рис. 15, б), одновременно сглаживая острые пики давления, которые предсказывала линейная теория в рамках модели потенциального течения.

Смит (Smith) предложил разделить подъемную силу на потенциальную и вихревую составляющую [65]. При этом потенциальная составляющая вычислялась по SWT-теории Джонсона. Для расчета вихревой составляющей Полхамус (Polhamus) предложил модель, основанную на аналогии с возникновением подсасывающей силы на профилированной передней кромке толстого крыла [66] (подсасывающая сила

рассматривается ниже). Он дополнительно сделал предположение, что поток, оторвавшийся от острых передних кромок, ниже по потоку снова присоединяется к поверхности крыла (см. рис. 15, б, рис. 16, а).

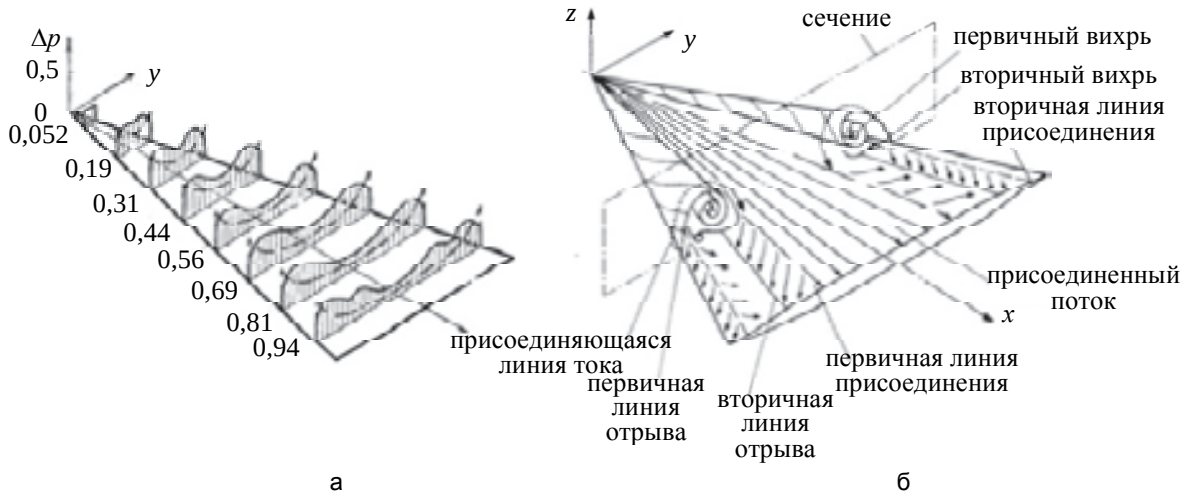


Рис. 15. Обтекание крыла с малым удлинением и острыми передними кромками: распределение давления на верхней поверхности в сравнении с расчетами по модели потенциального течения (− • −) (а); картина вихревого течения с отрывом от передних кромок и повторным присоединением линий тока к поверхности крыла (б)

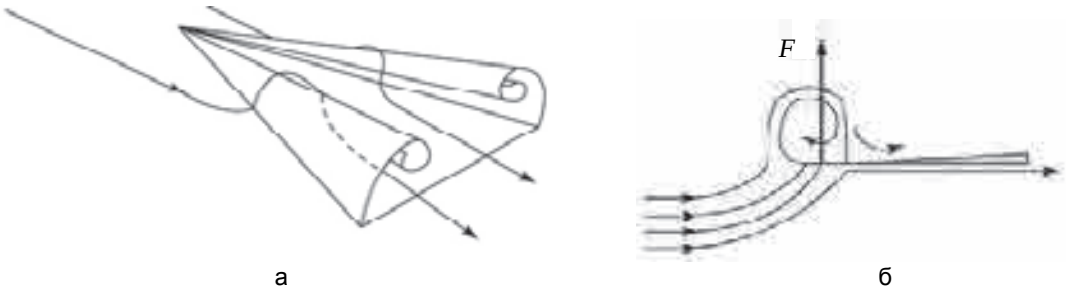


Рис. 16. Картина схода вихрей (а) с передних кромок крыла малого удлинения и модель образования силы, аналогичной подсасывающей силе (б), на тупой передней кромке крыла

Действительно, вихревой пузырь, образующийся у острой передней кромки при отрыве с нее потока, вполне подобен тупой кромке толстого крыла с аналогичными пузырю размерами (рис. 16, б). Тогда для подъемной силы крыла малого удлинения и соответственно для силы сопротивления можно записать (углы атаки уже нельзя считать малыми)

$$C_y = K_p \sin\alpha\cos^2\alpha + K_\gamma \sin^2\alpha\cos\alpha\,,\ C_x = C_{xf} + K_p \sin^2\alpha\cos\alpha + K_\gamma \sin^3\alpha,\ K_p = C_{yp}^{\alpha}\,. \qquad (45)$$

Коэффициенты $K_p = 2\pi \tan(90–\chi)$ и K_γ, отвечающие в (45) за потенциальную и вихревую часть подъемной силы соответственно, были рассчитаны Полхамусом [67] для треугольного крыла произвольной формы в плане (рис. 17). Таким образом, в методе Полхамуса не ставится задача детально рассчитать вихревое течение внутри продольного вихря, а лишь предполагается, что вне вихря потенциальное течение может быть рассчитано методами линейной теории Прандтля [68].

Результаты расчета по формулам (45) с учетом номограмм (рис. 17) в сравнении с экспериментом приведены на рис. 18. Видно, что при малых углах атаки α=2–4° хорошее совпадение с экспериментом обеспечивает модель потенциального течения. Далее удовлетворительные результаты дает модель Полхамуса, но, начиная с некоторого угла атаки, она завышает коэффициент подъемной силы. Этот момент наступает тем раньше, чем меньше угол стреловидности и больше удлинение крыла.

Исследования аэродинамических поверхностей с большим углом стреловидности, проводившиеся в 1982–1989 гг. Ламаром и Фринком (Lamar, Frink) [69], а также Эриксоном (Erickson) [70, 71] в интересах отработки аэродинамики истребителя F/A-18 корпорации Northrop Grumman Corporation, показали, что причина состоит в явлении, получившем название «взрыв вихря» (vortex burst), которое происходит в районе задней кромки крыла.

Потеря продольным вихрем устойчивости приводит к его диффузии и уменьшению разрежения на крыле. Впервые это явление обнаружили в 1962 г. Ламбон и Брайер (Lamboune, Bryer) [74]. Вихревая подъемная сила, согласно Ли и Хо (Lee, Ho) [75], а также Митчелу и Молтону (Mitchel and Molton) [76], может быть объяснена в терминах уравнения переноса вихря (VTE, vorticity transport equation), которое в уравнениях Навье–Стокса обеспечивает баланс между генерацией завихренности в соответствии с усло-

виями неприлипания, конвекцией и диффузией вихрей. Эти три явления в обычных вязких потоках описываются тремя разными операторами в уравнениях Навье–Стокса. Отрыв потока на острых кромках треугольного крыла с большим углом стреловидности генерирует дополнительную завихренность, связанную с присоединенным к передней кромке вихрем. Эта завихренность приводит к сворачиванию потока в продольный вихрь, который повторно присоединяется к поверхности крыла и генерирует на ней два тонких пограничных слоя, которые образуют вторичную линию отрыва (см. рис. 15, б). На линии отрыва стартует новая вихревая поверхность, которая теряет стабильность в результате неустойчивости Кельвина–Гельмгольца. Развитие этой неустойчивости и приводит к разрушению и диффузии вихря.

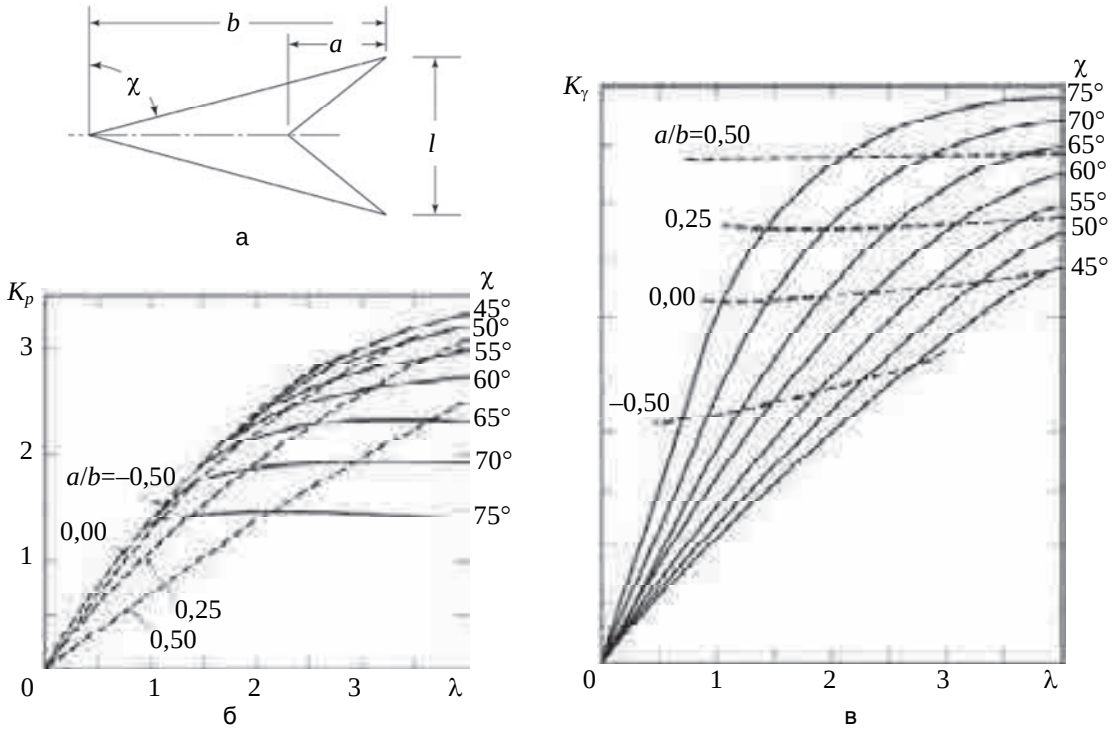


Рис. 17. Результаты расчета для треугольного крыла (а) коэффициента потенциальной подъемной силы K_p (б), вихревой подъемной силы K_γ (в) в формуле (45) в зависимости от удлинения крыла λ, угла стреловидности по передней кромке χ и формы крыла, определяемой отношением *a/b* (а). Все величины – безразмерные

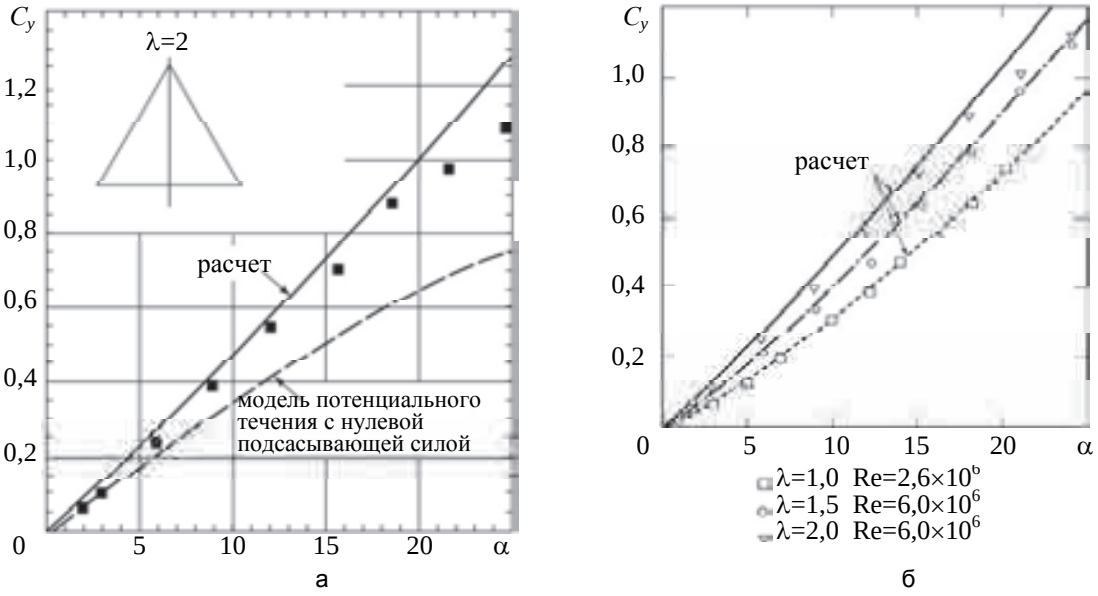


Рис. 18. Сравнение результатов расчета треугольного крыла с острыми кромками по модели потенциального течения (— —) с расчетами по модели Полхамуса (формула (45)) крыла с удлинением λ=2 (а), а также результатов расчета по модели Полхамуса для различных λ и чисел Re (б), в сравнении с экспериментом (■ , ◦, ▽) Барлетта и Видаля (Bartlett and Vidal, 1955) [72], а также (□) Пекхэма (Peckham, 1958) [73]

По мере увеличения угла атаки точка «взрыва» вихря перемещается вверх по потоку, пока не достигает задней кромки. Далее вихревая подъемная сила начинает уменьшаться (рис. 19, а), и уравнениями Полхамуса (45) пользоваться уже нельзя. С дальнейшим увеличением угла атаки области неустойчивости и диффузии вихря занимают все большую площадь над поверхностью крыла (рис. 19, б). Наиболее распространенным механизмом потери устойчивости вихревого жгута является пузырьковый механизм (рис. 19, в), когда в результате диффузии вихря на поверхности крыла образуется пузырь с турбулентным течением, в котором величины скорости намного меньше, чем в вихре.

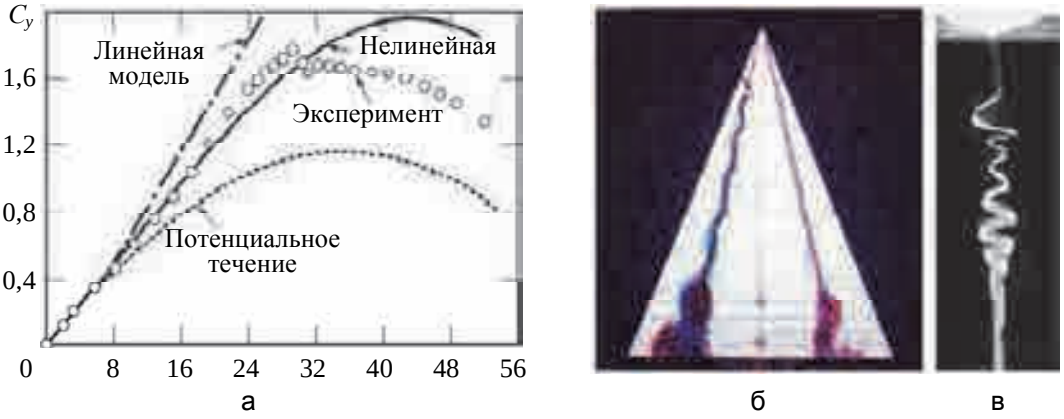


Рис. 19. Сравнение результатов расчетов (а) Херона (Heron) [77] с экспериментом Венца (Wentz) и Кохлмена (Kohlman) [78]; «взрыв» вихря (б), соответствующий моменту, с которого начинает уменьшаться подъемная сила, в эксперименте Куи (Cui) [79]; пузырьковый тип потери устойчивости вихревого жгута в эксперименте Лима (Lim) и Куи [80] (в)

Подсасывающая сила, вихревая подъемная сила и индуктивное сопротивление

Физический смысл подсасывающей силы и метод ее вычисления

Выше рассмотрено обтекание острой кромки крыла с большим углом стреловидности. Такое течение сопровождается отрывом потока и сходом с передней кромки вихревой пелены. Существует другая модель обтекания, когда поток огибает скругленную переднюю кромку, в результате чего на ней образуется разрежение и составляющая силы давления, направленная вперед (рис. 20). Такая сила называется подсасывающей и обозначается обычно F_q (или просто Q, а в иностранной литературе часто как S – suck). Чем тоньше кромка и меньше радиус скругления (рис. 20, б, в), тем больше разгоняется поток, и тем больше разрежение. Следуя этой логике, можно предположить, что при обтекании тонкой пластины (рис. 20, а) скорость на передней кромке должна обращаться в бесконечность. В действительности это не так. На передней кромке образуется локальная отрывная зона.

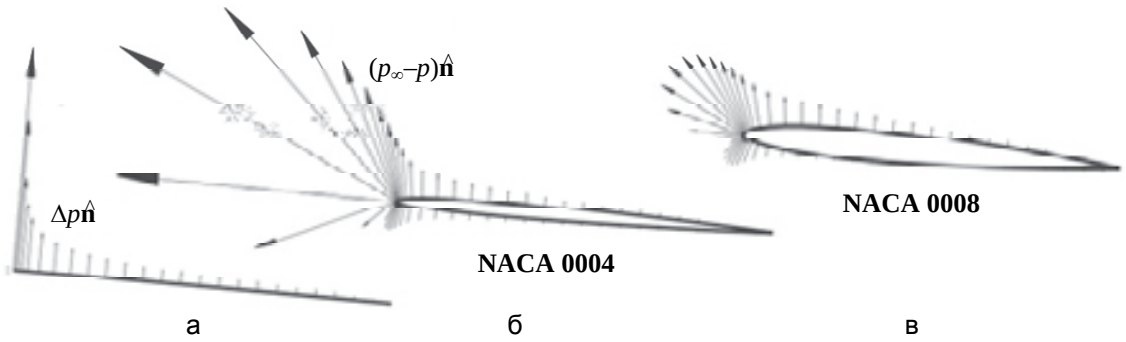


Рис. 20. Пояснения к механизму образования подсасывающей силы на бесконечно тонкой пластине (а), тонком профиле NACA 0004 с кромкой малого радиуса кривизны (б) и толстом профиле с тупой кромкой NACA 0008 (в), где $\hat{\mathbf{n}}$ – единичный вектор нормали к поверхности профиля; $\Delta p\,\hat{\mathbf{n}}$ – подъемная сила, возникающая на поверхности пластины в результате разности давлений на ее верхней и нижней поверхности Δp, действующая по нормали к ней; $(p_\infty - p)\,\hat{\mathbf{n}}$ – сила разрежения на поверхности профиля

Если обратиться к формулировке теоремы Жуковского в «малом» для тонкой пластины $\Delta p = \rho\gamma u_\tau$ и сравнить ее с формулировкой для профиля в целом $F_y = \rho u_0 \Gamma$, то, на первый взгляд, получается парадокс. Если мы проинтегрируем первое выражение по поверхности пластины, то получим равнодействующую сил давления, перпендикулярную поверхности пластины (рис. 20, а). Во втором случае подъемная сила перпендикулярна вектору скорости набегающего потока. Разница как раз и равняется F_q, которая в первом случае не учитывается (рис. 20), а во втором учитывается автоматически, так как теорема Жуковско-

го для профиля представляет собой формулировку закона сохранения количества движения, записанного на большом удалении от крыла в плоскости Трефтца. Коэффициент индуктивного сопротивления крыла, у которого имеется подсасывающая сила, можно записать в виде (21), тогда по аналогии для крыла, у которого ее нет, имеем

$$C_{xi}^{-q} = B^{-q}\frac{C_y^2}{\pi\lambda}. \qquad (46)$$

Тогда для коэффициента подсасывающей силы C_q с учетом (46) и (21) можно записать

$$C_q = D\frac{C_y^2}{\pi\lambda},\ \ D = B^{-q} - B,\ \ B^{-q} = \frac{\pi\lambda}{C_y^{\alpha}}. \qquad (47)$$

Напомним, что коэффициент B для эллиптического крыла равен единице, а для крыла произвольной формы он вычисляется численно, например, для классического крыла с небольшой стреловидностью – по формуле (21).

Анализируя (47), можно сделать следующие выводы. При фиксированном удлинении подсасывающая сила растет с увеличением угла стреловидности, что определяется увеличением длины передней кромки. Если зафиксировать угол стреловидности, F_q растет с увеличением λ, так как увеличивается размах и, опять же, длина передней кромки. При $\lambda\to 0$ $B\to 1$ и $D\to 1$, т.е. из-за подсасывающей силы индуктивное сопротивление уменьшается вдвое. Решение для сравнительно простых форм крыла в плане показало, что величина подсасывающей силы (47) мало зависит от толщины профиля (поэтому можно пользоваться результатами расчета для случая тонкой пластинки), но сильно зависит от радиуса скругления передней кромки и вогнутости профиля, которые влияют на степень ее реализации.

Влияние вихревой подъемной и подсасывающей силы на индуктивное сопротивление

Выше были описаны два крайних случая, когда имеет место развитый отрыв потока на передней кромке и вихревая подъемная сила реализуется полностью, а также, когда обтекание передней кромки полностью безотрывно и вихревая подъемная сила равна нулю. Естественно возникает вопрос: возможен ли промежуточный тип обтекания? И где образуется в этом случае отрыв – на передней кромке или где-то на верхней поверхности крыла между передней и задней кромкой? В упоминавшихся выше экспериментах Барлетта и Видаля (рис. 21, а) для разного типа кромок были получены экспериментальные значения C_y, которые оказались меньше, чем дает расчет по формуле (45). Таким образом, можно предположить, что в формулу (45) необходимо добавить поправочные коэффициенты K_χ и K_c, изменяющиеся в пределах от 0 до 1, которые отвечают за степень реализации вихревой составляющей подъемной силы F_γ и учитывают влияние радиуса скругления кромок (K_c) и угла стреловидности (K_χ). Тогда (45) можно записать в виде

$$C_y = K_p \sin\alpha\cos^2\alpha + K_c K_\chi K_\gamma \sin^2\alpha\cos\alpha,\ \ 1 \ge K_c \ge 0,\ 1 \ge K_\chi \ge 0. \qquad (48)$$

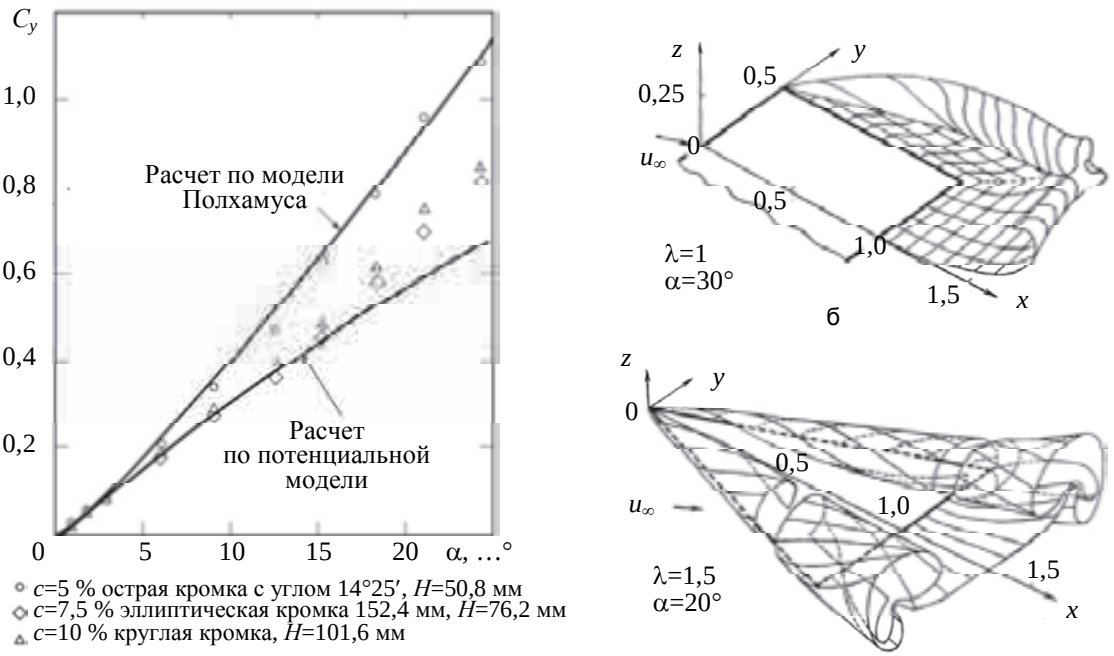
На рис. 21, б, представлены результаты решения в нестационарной постановке задачи расчета процесса формирования в начальный момент времени вихревой пелены на боковой кромке прямоугольного крыла. Хорошо видно, что в этом случае свободные вихри сходят с кромки строго перпендикулярно ей. Если вихревая система крыла сформирована только П-образными вихрями, то на боковой кромке с χ=90º свободный вихрь должен быть параллелен вектору скорости $\mathbf{u}_\infty$ и боковой кромке, но на рис. 21, б, видно, что это не так.

В то же время на рис. 21, в, показаны расчеты крыла в стационарной постановке, соответствующие эксперименту Барлетта и Видаля с крылом с острыми кромками (рис. 21, а), и хорошо видно, что вихри сходят с передней кромки под углом к ней. На рис. 21, в, вихревая система сформирована косыми П-образными вихрями, базовый вихрь которых расположен на передней кромке крыла. К слову, на рис. 21, в, можно заметить, что конические вихри теряют устойчивость уже за задней кромкой, поэтому расчеты по формуле (45) хорошо согласуются с результатами экспериментов с острыми кромками. Экспериментальные зависимости для скругленных кромок также остаются линейными вплоть до углов атаки 25º.

Вопросами формирования и схода вихревой пелены с различных кромок посвящены работы Воробьева в ИТПМ СО АН СССР. В работе [82] автор обобщил множество ранее выполненных расчетов и привел их сравнение с экспериментами разных авторов, в результате чего пришел к выводу, что величина K_χ зависит от угла стреловидности, а в работе [83] он исследовал также и влияние кривизны поверхности крыла в районе передней кромки. В своих работах Воробьев использовал не косые П-образные вихри, как на рис. 9, а располагал базовый присоединенный вихрь перпендикулярно вектору скорости [53], так как согласно формуле Грина вектор вихревой плотности γ представляется как разрыв тангенциальной составляющей вектора скорости $[u_\tau]= u_+ - u_-$ на вихревой поверхности. Тогда передняя стреловидная кромка крыла представляет собой особую линию на вихревой поверхности. Если зафиксировать момент времени, когда вихревая пелена только начинает формироваться, то на поверхности крыла разрыв $[u_\tau]$ имеет место, а в окружающем пространстве его нет. Когда базовый присоединенный вихрь, перпендику-

лярный к $\mathbf{u}_\infty$, подходит к кромке, он ветвится. Составляющая, тангенциальная передней кромке, остается присоединенной крылу. Однако этот вихрь уже становится дискретным, так как его интенсивность отличается от непрерывно распределенной на поверхности крыла вихревой плотности γ. Составляющая вихря, перпендикулярная кромке, отрывается от крыла и превращается в свободный вихрь, перпендикулярный кромке, что хорошо видно на рис. 21, б. Таким образом, для плоского крыла со стреловидными кромками в (48) имеем

$$K_\chi = 1 - \sin(90 - \chi)\,. \tag{49}$$



а в

Рис. 21. Сравнение результатов расчета зависимости C_y от угла атаки треугольного крыла с удлинением λ=1,5 по потенциальной модели и модели Полхамуса (формула (45)) с экспериментом Барлетта и Видаля с треугольным крылом такого же удлинения различной относительной толщины и разными типами передних кромок (а). Результаты решения О.Н. Соколовой в нестационарной постановке задачи расчета развития вихревой пелены на прямоугольном крыле (б). Результаты В.А. Апаринова решения в стационарной постановке задачи расчета вихревой пелены методом дискретных вихрей (в) [81]

Формула (49) прекрасно согласуется с результатами экспериментов с крыльями, имеющими острые кромки. При исследовании крыльев с использованием косых П-образных вихрей аналогичные результаты получаются методом установления. Хотя в первоначальный момент времени оторвавшийся вихрь перпендикулярен кромке, он быстро сносится внешним потоком и ориентируется параллельно линиям тока. В стационарной же постановке постулируется, что отрыв является полностью развитым, что соответствует K_χ=1.

По аналогии можно ввести поправочный коэффициент на степень реализации подсасывающей силы K_q, такой, что при K_q=1 подсасывающая сила F_q реализуется полностью, а при K_q=1 она равна нулю. Тогда коэффициент индуктивного сопротивления удобно записать в виде [84]

$$C_{xi} = \left(\frac{K_q}{\pi\lambda} + \frac{1 - K_q}{C_y^\alpha} \right) B C_y^2\,. \tag{50}$$

В уравнении (50) по-прежнему считаем, что минимальному коэффициенту лобового сопротивления соответствует C_y=0. Удобно для учета всех факторов (отклонение от эллиптичности крыла и степень реализации подсасывающей силы) ввести понятие эффективного удлинения λ_{eff} такого, что при полной реализации подсасывающей силы $\lambda = \lambda_{eff}$, а при нулевой – $\lambda_{eff} = C_y^\alpha / \pi$ соответственно. Тогда (50) запишется в виде

$$C_{xi} = \frac{1}{\pi\lambda_{eff}} C_y^2,\ \ \lambda_{eff} = \frac{\lambda}{B} = \frac{\lambda}{(1+\delta)},\ \ \delta = 0,002 \frac{\lambda}{\cos\chi_{1/4}} \left(3,1 - \frac{14}{\eta} + \frac{20}{\eta^2} - \frac{8}{\eta^3} \right). \tag{51}$$

Множитель $1/\pi\lambda_{eff}$ в выражении (51) зависит не от кривизны крыла, а только от удлинения крыла и подсасывающей силы. В (50) выражение для δ получено [85] для крыльев умеренного и большого удлинения и умеренного сужения. Для крыльев с удлинением λ = 2–5 и большим сужением, т.е. близких к треугольным, можно использовать приближенную формулу $\delta = (0,024 - 0,02 \cos\chi)\,\lambda$ [86].

Положение дискретного вихря

Как уже отмечалось выше, в рамках модели идеального газа на передней кромке тонкой пластины скорость обращается в бесконечность, и образуется разрыв давления $\Delta p=p_+- p_-$, но тогда в соответствии с теоремой Гельмгольца на острой кромке образуется вихревая пелена. Именно так и происходит в реальности уже на самых небольших углах атаки. Образование вихревой пелены, отрывающейся от передней кромки, увеличивает индуктивное сопротивление. Но отрыв в реальности на небольших углах атаки происходит не всегда, так как пластина имеет конечную толщину, тем не менее, разрыв $\Delta p=p_+- p_-$, очевидно, существует, откуда следует, что на крыле, как минимум, должен предшествовать дискретный присоединенный вихрь. Анализ исходного уравнения (31) теории крыла конечной толщины и его приближения (39) для крыльев малого удлинения показывает, что дискретный вихрь в данном случае присутствует всегда, и он присоединен именно к передней кромке.

Действительно, рассмотрим для простоты прямоугольное крыло и заменим его распределенной вихревой поверхностью с плотностью γ. Пусть также на поверхности имеется где-то дискретный присоединенный вихрь. Тогда для произвольной точки крыла x_0, y_0 можно записать уравнение, представляющее в безразмерном виде сумму индуцированных пеленой и дискретным вихрем скоростей:

$$\frac{1}{\pi}\left(\int\limits_{-1}^{1}\frac{d\Gamma_\alpha/d\bar{y}}{\bar{y}-\bar{y}_0}d\bar{y}+\int\limits_{\bar{x}_0}^{\frac{1}{2}}\int\limits_{-1}^{1}\frac{d\gamma_\alpha/d\bar{y}}{\bar{y}-\bar{y}_0}d\bar{y}d\bar{x}\right)=-1,\ \Gamma_\alpha=\frac{d\Gamma}{d\alpha},\ \gamma_\alpha=\frac{d\gamma}{d\alpha}. \tag{52}$$

Первый член (52) в явном виде не содержит x_0, но, как следует из (39), везде перед присоединенным вихрем индуктивные скорости равны нулю. Тогда присоединенный дискретный вихрь может располагаться только на передней кромке, так как при расположении на поверхности крыла между передней и задней кромкой индуктивные скорости на нем будут терпеть разрыв, чего быть не должно в силу непрерывности граничных условий $u_y/u_\infty=\alpha$. А на задней кромке он не может располагаться в силу гипотезы Чаплыгина–Жуковского. Это объясняет картину, изображенную на рис. 20, а, для тонкой пластины. Присоединенный к передней кромке вихрь создает силу, направленную вперед.

Для прямоугольных крыльев малого удлинения с учетом вихревой составляющей подъемной силы удобно использовать полуэмпирическую формулу $C_y=\pi\lambda\alpha/2+\pi\alpha^{3/2}/2$, откуда видно, что линейный участок поляры $C_y(\alpha)$ отсутствует вообще.

О влиянии деформации крыла и формы передней кромки

Сверхзвуковые самолеты имеют обычно очень тонкие профили крыла с острой передней кромкой, которые, тем не менее, должны работать на небольших дозвуковых скоростях в безотрывном режиме. Решение такой проблемы существует. Построение крыла с безударными передними кромками, т.е. кромками, на которых не происходит разрыва давления, делает возможным снижение индуктивного сопротивления, так как вихревая пелена на таких кромках не образуется.

В работе Жигулева [87] сформулирована возможность решения такого класса задач путем оптимальной деформации крыла в области передней кромки, проще говоря, оптимального отклонения носка крыла по потоку. В его последующих работах [88, 89] в результате численных расчетов и экспериментов сделано заключение, что влияние на снижение индуктивного сопротивления деформации крыла в районе передней кромки намного больше влияния толщины крыла и радиуса скругления кромки.

Отмечается также, что индуктивное сопротивление тонкого крыла может быть заметно уменьшено деформацией его срединной линии (или срединной поверхности, если крыло деформировано еще и по размаху), и это влияние также намного больше, чем влияние толщины профиля [90]. Для криволинейной тонкой несущей поверхности формула (15) может быть записана в виде

$$C_y=C_y^\alpha(\alpha+2\bar{f}),\quad \bar{f}=f_{\max}/b. \tag{53}$$

В (53) $f_{\max}$ – максимальный прогиб срединной линии крыла.

Подсасывающая сила состоит из двух частей. Первая зависит от сил разрежения на передней кромке, которые зависят от толщины и радиуса скругления передней кромки. Вторая, как следует из (53), определяется кривизной срединной линии профиля:

$$c_{qc}=\frac{1}{b}\int\limits_0^b(c_{p-}-c_{p+})\frac{df(x)}{dx}dx. \tag{54}$$

Очевидно, что если функция $f(x)$, описывающая в (53)–(54) форму срединной линии профиля, такова, что носик отогнут вниз, то возникает сила, направленная вперед. Если передняя кромка безударная, т.е. локальный угол атаки равен нулю, то вся подсасывающая сила равна ее части, вызываемой кривизной профиля, $c_q=c_{qc}$. Подсасывающая сила, вызванная разрежением на передней кромке,

$$c_{qr}=\frac{1}{b}\int\limits_0^b(c_{p-}+c_{p+})\frac{dc(x)}{dx}dx, \tag{55}$$

зависит от числа Рейнольдса Re_ρ, вычисляемого по скорости набегающего потока и радиусу скругления ρ носика профиля, определяемого перпендикулярно к передней кромке, угла стреловидности, числа M и c_y

профиля. Зависимость $c(x)$ в (55) – изменение толщины профиля по хорде. При уменьшении Re_ρ, т.е. уменьшении радиуса скругления носика профиля, у крыльев умеренной стреловидности с $\chi<50^o$ коэффициент реализации подсасывающей силы стремится примерно к K_q=0,5, с увеличением угла стреловидности крыла это асимптотическое значение плавно уменьшается [91].

От радиуса скругления носика профиля зависит и степень реализации вихревой составляющей подъемной силы. Поясним это на рис. 22.

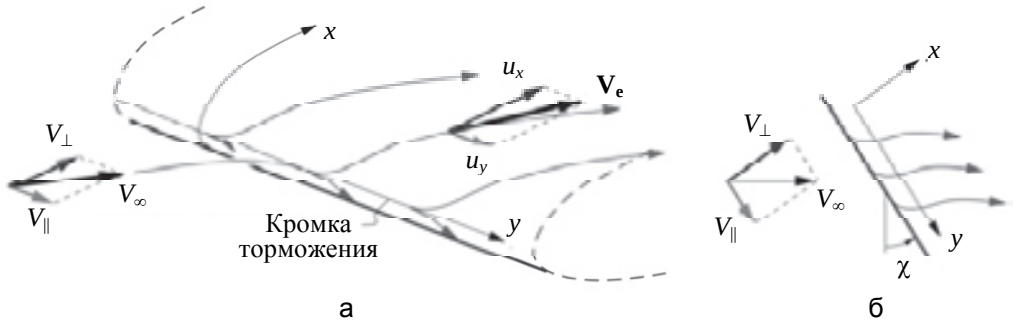


Рис. 22. К пояснению механизма возникновения подсасывающей и вихревой подъемной силы на передней кромке крыла: картина растекания линий тока на стреловидной кромке (а); вид сверху (б). $\mathbf{V_e}$ – вектор скорости, касательный к поверхности крыла, $V_\perp$ – составляющая вектора скорости, перпендикулярная передней кромке, $V_\parallel$ – составляющая вектора скорости, параллельная передней кромке, V_∞ – скорость набегающего потока

Натекая на переднюю кромку крыла, каждая линия тока разделяется на три (рис. 22, а): одна продолжается по верхней поверхности, вторая – по нижней, а третья – вдоль передней кромки. Нормальная к линии торможения составляющая вектора скорости обращается в нуль. Как мы помним, на тонкой пластинке подобным образом расщеплялся вихрь. Вихрь, изначально располагающийся перпендикулярно к линиям тока, у кромки крыла расщепляется на присоединенный к передней кромке дискретный вихрь и перпендикулярный ей свободный. То же самое происходит и на толстом крыле, если посмотреть на переднюю кромку сверху (рис. 22, б). Но непосредственно на толстой кромке на расстояниях порядка радиуса скругления носика профиля добавляется третье измерение, т.е. течение является существенно трехмерным. Следовательно, вихревая нить расщепляется на один свободный и два присоединенных вихря, один из которых распространяется на носике профиля перпендикулярно кромке и локальным осям координат x–y (рис. 22, а). Отсюда видно, что увеличение радиуса носика профиля уменьшает вихревую составляющую подъемной силы и увеличивает подсасывающую. Мы уже говорили выше, что с точки зрения концепции вихревой несущей поверхности подсасывающая сила создается присоединенным к передней кромке дискретным вихрем. Как и все вихри, он имеет вязкое ядро, которое вращается как твердое тело. Радиус этого ядра однозначно определяется числом Рейнольдса. Как только радиус скругления носика профиля становится равным радиусу ядра вихря, коэффициент подсасывающей силы достигает своего минимального значения.

Таким образом, при разработке крыла могут быть поставлены две задачи – снижение индуктивного (вихревого) сопротивления, для чего кромки выполняют тупыми и тщательно профилируют, а также увеличение вихревой подъемной силы крыла, для чего кромки должны быть острыми, а угол стреловидности крыла – максимально возможным.

Заключение к части II

Аэродинамическое проектирование беспилотного летательного аппарата на современном этапе сопряжено с определенными трудностями методического плана. Часто используемые необычные компоновки требуют проведения оптимизации в отсутствие накопленного экспериментального материала. Современные методы оптимизации, основанные на применении методов искусственного интеллекта, нейронных сетей и т.п., требуют перебора большого числа вариантов, а высокая сложность современных численных методов затрудняют их применение в процессе оптимизации.

В то же время классические методы, основанные на линейной теории Прандтля, позволяют с достаточной для стадии концептуального анализа точностью определять основные характеристики крыла.

Развитие расширенной теории Прандтля, учитывающей толщину и кривизну несущей поверхности, показало, что распределение коэффициента давления вдоль профилей, образующих крыло, а также вдоль размаха крыла могут задаваться независимо друг от друга, что серьезно упрощает задачу.

Решения для потенциального обтекания крыльев малого удлинения, полученные Джонсом, показали, что такие течения подобны коническим, а характеристики крыльев малого удлинения не зависят от профиля крыла.

Полуэмпирическое уравнение Хелмболда–Кюхемана связывает решения для крыльев с большим и малым удлинением и позволяет рассчитывать крылья с любым удлинением.

Смит исследовал вихревое обтекание крыла и предложил разделить подъемную силу на потенциальную и вихревую составляющую. Полхамус предложил концепцию, в которой устанавливается аналогия течения с отрывом от передней кромки и последующим присоединением к крылу с образованием подсасывающей силы на толстой скругленной передней кромке. Полученные им соотношения справедливы для тех случаев, когда на передней кромке образуется полностью сформировавшееся отрывное течение, а точка «взрыва» кромочных вихрей находится за задней кромкой.

Для промежуточных случаев вводятся коэффициенты полноты реализации подсасывающей и вихревой подъемной силы, которые при заданном числе Маха зависят от угла стреловидности передней кромки, радиуса скругления передней кромки, кривизны срединной линии крыла в окрестности носика профиля.

Все эти соотношения могут быть объединены в простую методику расчета аэродинамических характеристик крыла достаточно сложной формы.

Литература

1. Национальная технологическая инициатива [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://nti.one/nti/, свободный. Яз. рус. (Дата обращения 16.06.2017).
2. Аэронет 2017 - Мы все еще верим в НТИ, и ждем от власти конкретных действий [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://aerbas.ru/news/2017_06_15_aeronet_2017_-_my_vse_eshche_verim_v_nti, свободный. Яз. рус. (Дата обращения 16.06.2017).
3. AeroNet. Распределенные системы беспилотных летательных аппаратов. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://nti.one/markets/aeronet, свободный. Яз. рус. (Дата обращения 16.06.2017).
4. Булат П.В. На пути к пятому и шестому поколению. Цикл статей. Части 1-10. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://kb-dinamika.ru/publishing-dinamika/, свободный. Яз. рус. (дата обращения 5.07.2017).
5. Kuüchemann D. The Aerodynamic Design of Aircraft / Ed. J.A. Schetz. Virginia, 2012. 555 p.
6. Flandro G.A., McMahon H.M., Roach R.L. Basic Aerodynamics: Incompressible Flow. Cambridge University Press, 2012. 432 p.
7. Drela M. Flight Vehicle Aerodynamics. Cambridge: MIT Press, 2014. 279 p.
8. Воробьев Н.Ф. Аэродинамика несущих поверхностей в установившемся потоке. Новосибирск: Наука, 1985. 239 с.
9. Белоцерковский С.М. Тонкая несущая поверхность в дозвуковом потоке газа. М.: Наука, 1965. 244 с.
10. Воронов В.В. Беспилотные грузовые авиаперевозки: потенциал и перспективы // Индустрия беспилотных авиационных систем. Москва, 2016.
11. Барсук В.Е., Анохин Г.Г. Предложения по организации производства самолетов для местных воздушных линий. Новосибирск, СибНИА им. С.А. Чаплыгина, 2012.
12. Гребеников А.Г., Парфенюк В.В., Парфенюк О.И., Удовиченко С.В. Анализ и выбор комбинированной схемы скоростного беспилотного летательного аппарата // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. 2010. № 48. С. 51–63.
13. Executive Summary XV-58 Manta // 31st Annual American Helicopter Society International Student Design Competition. Georgia Institute of Technology, 2014.
14. Cabrit P. Fast rotorcraft LifeRCraft IADPD // Clean Sky 2. Information Day dedicated to the 1st Call for Proposals. Paris, 2015.
15. Самойлов И.А., Страдомский О.Ю., Фридлянд А.А., Шапкин В.С. Состояние авиационного траспортного комплекса в современных экономических условиях // Комиссия по транспорту и транспортной инфраструктуре Российского союза промышленников и предпринимателей. Москва, 2016.
16. Форсайт развития авиационной науки и технологий до 2030 года и на дальнейшую перспективу / Под. ред. Д.В. Мантурова, Б.С. Алешина, В.И. Бабкина и др. Москва, ФГУП "ЦАГИ", 2014. 280 с.

References

1. *National Technology Initiative*. Available at: http://nti.one/nti (accessed 16.06.2017).
2. *AeroNet 2017 - We still believe in STI, and we expect specific actions from the authorities*. Available at: http://aerbas.ru/news/2017_06_15_aeronet_2017_-_my_vse_eshche_verim_v_nti (accessed 16.06.2017).
3. AeroNet. *Distributed Systems of Unmanned Aircrafts*. Available at: http://nti.one/markets/aeronet (accessed 16.06.2017).
4. Bulat P.V. *On the Way to 5th and 6th Generation. Series of Articles. Parts 1-10*. Available at: http://kb-dinamika.ru/publishing-dinamika (accessed 5.07.2017).
5. Kuüchemann D. *The Aerodynamic Design of Aircraft*. Ed. J.A. Schetz. Virginia, 2012, 555 p.
6. Flandro G.A., McMahon H.M., Roach R.L. *Basic Aerodynamics: Incompressible Flow*. Cambridge University Press, 2012, 432 p.
7. Drela M. *Flight Vehicle Aerodynamics*. Cambridge, MIT Press, 2014, 279 p.
8. Vorob'ev N.F. *Aerodynamics of Load-Bearing Surfaces in a Steady Flow*. Novosibirsk, Nauka Publ., 1985, 239 p. (In Russian)
9. Belotserkovskii S.M. *Thin Supporting Surface in Subsonic Gas Flow*. Moscow, Nauka Publ., 1965, 244 p. (In Russian)
10. Voronov V.V. Unmanned cargo air transport: potential and prospects. *Industry of Unmanned Aircraft Systems*. Moscow, 2016. (In Russian)
11. Barsuk V.E., Anokhin G.G. *Proposals on the Organization of Aircraft Production for Regional Airlines*. Novosibirsk, SibNIA im. S.A. Chaplygina, 2012. (In Russian)
12. Grebenikov A.G., Parfenyuk V.V., Parfenyuk O.I., Udovichenko S.V. Analysis and selection of the combined scheme of a high-speed unmanned aircraft. *Otkrytye Informatsionnye i Komp'yuternye Integrirovannye Tekhnologii*, 2010, no. 48, pp. 51–63. (In Russian)
13. *Executive Summary XV-58 Manta*. 31st Annual American Helicopter Society International Student Design Competition. Georgia Institute of Technology, 2014.
14. Cabrit P. Fast rotorcraft LifeRCraft IADPD. *Clean Sky 2. Information Day dedicated to the 1st Call for Proposals*. Paris, 2015.
15. Samoilov I.A., Stradomskii O.Yu., Fridlyand A.A., Shapkin V.S. *State of the aviation transport in the current economic conditions*. Commission for Transport and Transport Infrastructure of the Russian Union of Industrialists and Entrepreneurs. Moscow, 2016. (In Russian)
16. *Foresight of the Development of Aviation Science and Technology until 2030 and Beyond* / Ed. D.V. Manturov, B.S. Aleshin, V.I. Babkin et al. Moscow, TSAGI Publ., 2014, 280 p. (In Russian)
17. Schetz J.A. *Boundary Layer Analysis*. London, Prentice-Hall, 1993, 586 p.
18. Schlichting H. *Boundary-Layer Theory*. New York, McGraw-Hill, 1979, 419 p.

17. Schetz J.A. Boundary Layer Analysis. London: Prentice-Hall, 1993. 586 p.
18. Schlichting H. Boundary-Layer Theory. New York: McGraw-Hill, 1979. 419 p.
19. Osterlund J.M. Experimental studies of zero pressure-gradient turbulent boundary-layer flow. Technical Report. Stockholm, Royal Institute of Technology, 1999.
20. Gundlach J. Designing Unmanned Aircraft Systems: A Comprehensive Approach / Ed. Schetz J.A. AIAA, 2012. 869 p.
21. van Es G.W.H. Rapid estimation of the zero-lift drag coefficient of transport aircraft // Journal of Aircraft. 2002. V. 39. N 4. P. 597–599. doi: 10.2514/2.2997
22. Bolsunovsky A.L., Buzoverya N.P., Gurevich B.I., Denisov V.E. et al. Flying wing: problems and decisions // Aircraft Design. 2001. V. 4. N 4. P. 193–219. doi: 10.1016/S1369-8869(01)00005-2
23. Kuchemann D. Fluid mechanics and aircraft design // JASI. 1970. V. 22. P. 141.
24. Küchemann D., Weber J. Analysis of some performance aspects of various types of aircraft designed to fly over different ranges at different speeds // Progress in Aeronautical Sciences. 1968. V. 9. P. 329–456. doi: 10.1016/b978-1-4831-9985-6.50008-4
25. Lee G.H. Possibilities of cost-reduction with all-wing aircraft // Journal of the Royal Aeronautical Society. 1965. V. 69. P. 744–749. doi: 10.1017/s0368393100081657
26. Степанов Г.Ю. Теория крыла в трудах Н.Е.Жуковского и С.А. Чаплыгина // Ученые записки ЦАГИ. 1997. Т. 28. №1. С. 6–27.
27. Anderson J.D., Jr. Fundamentals of Aerodynamics. 5th ed. NY: McGraw-Hill, 2011. 1106 p.
28. Prandtl L. Theorie des Flugzeügtragflugels im zusammendrückbaren Medium // Luftfahrtforschung. 1936. V. 13. P. 313.
29. Blenk H. Der Eindecker als tragende Wirbelfläche // ZAMM. 1925. V. 5. N 1. P. 36–47. doi: 10.1002/zamm.19250050104
30. Голубев В.В. Лекции по теории крыла. М.: Гостехиздат, 1949. 482 с.
31. Жуковский Н.Е. Теоретические основы воздухоплавания. Т. 5. М.: Гостехиздат, 1950.
32. Чаплыгин С.А. О давлении плоскопараллельного потока на преграждающие тела (к теории аэроплана). Собрание сочинений. Т. 2. М.: Гостехиздат, 1948.
33. von Helmholtz H. Uber Integrate der hydrodynamischen Gleichungen, welche den Wirbelbewegungen entsprechen // Journal fur die Reine und Angewandte Mathematik. 1858. N 55. P. 25–55. doi: 10.1515/crll.1858.55.25
34. Kutta M.W. Auftriebskrafter in stromenden Fliissigkeiten // Illustrierte Aero-nautische Mitteilungen. 1902. N 6. P. 133–135.
35. Чаплыгин С.А. Результаты теоретических исследований о движении аэропланов. Собрание сочинений. Т. 2. М.: Гостехиздат, 1948.
36. D'Alembert Paradoxe proposé aux Géomètres sur la résistance des fluides // Opuscules Mathématiques. Paris, 1768. V. 5. P. 132–138.
37. Lanchester W.F. Aerodynamics. London, 1907.
38. Жуковский Н.Е. О присоединенных вихрях. Собрание сочинений. Т. 4. М.: Гостехиздат, 1949.
39. Кочин Н.Е. Гидродинамическая теория решеток. М.: Гостехиздат, 1949. 104 с.
40. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика, ч. 1. М.: Физматгиз, 1963. 584 с.
41. Голубев В.В. Теория крыла аэроплана конечного размаха // Труды ЦАГИ. 1931. № 108.
42. Дородницын А.А. Обобщение теории несущей линии на случай крыла с изогнутой осью и осью, не перпендикулярной потоку // Прикладная математика и механика. 1944. Т. 8. №1.
43. Белоцерковский С.М., Лифанов И.К. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях и их применение в аэродинамике, теории упругости, электродинамике. М.: Наука, 1985. 256 с.
44. Sears W.R. A new treatment of the lifting-line wing theory, with application to rigid and elastic wings // Quarterly of Applied

19. Osterlund J.M. *Experimental studies of zero pressure-gradient turbulent boundary-layer flow*. Technical Report. Stockholm, Royal Institute of Technology, 1999.
20. Gundlach J. *Designing Unmanned Aircraft Systems: A Comprehensive Approach*. Ed. J.A. Schetz AIAA, 2012, 869 p.
21. van Es G.W.H. Rapid estimation of the zero-lift drag coefficient of transport aircraft. *Journal of Aircraft*, 2002, vol. 39, no. 4, pp. 597–599. doi: 10.2514/2.2997
22. Bolsunovsky A.L., Buzoverya N.P., Gurevich B.I., Denisov V.E. et al. Flying wing: problems and decisions. *Aircraft Design*, 2001, vol. 4, no. 4, pp. 193–219. doi: 10.1016/S1369-8869(01)00005-2
23. Kuchemann D. Fluid mechanics and aircraft design. *JASI*, 1970, vol. 22, p. 141.
24. Küchemann D., Weber J. Analysis of some performance aspects of various types of aircraft designed to fly over different ranges at different speeds. *Progress in Aeronautical Sciences*, 1968, vol. 9, pp. 329–456. doi: 10.1016/b978-1-4831-9985-6.50008-4
25. Lee G.H. Possibilities of cost-reduction with all-wing aircraft. *Journal of the Royal Aeronautical Society*, 1965, vol. 69, pp. 744–749. doi: 10.1017/s0368393100081657
26. Stepanov G.Yu. Theory of the wing in the works of N.E. Zhukovskii and S.A. Chaplygin. *TSAGI Science Journal*, 1997, vol. 28, no. 1, pp. 6–27. (In Russian)
27. Anderson J.D., Jr. *Fundamentals of Aerodynamics*. 5th ed. NY, McGraw-Hill, 2011, 1106 p.
28. Prandtl L. Theorie des Flugzeügtragflugels im zusammendrückbaren Medium. *Luftfahrtforschung*, 1936, vol. 13, pp. 313.
29. Blenk H. Der Eindecker als tragende Wirbelfläche. *ZAMM*, 1925, vol. 5, no. 1, pp. 36–47. doi: 10.1002/zamm.19250050104
30. Golubev V.V. *Lectures on the Theory of the Wing*. Moscow, Gostekhizdat Publ., 1949, 482 p. (In Russian)
31. Zhukovskii N.E. *Theoretical Foundations of Aeronautics*, vol. 5. Moscow, Gostekhizdat Publ., 1950. (In Russian)
32. Chaplygin S.A. *Pressure of a Plane-Parallel Flow on Occlusive Objects (to airplane theory)*. Collected Works, vol. 2. Moscow, Gostekhizdat Publ., 1948. (In Russian)
33. von Helmholtz H. Uber Integrate der hydrodynamischen Gleichungen, welche den Wirbelbewegungen entsprechen. *Journal fur die Reine und Angewandte Mathematik*, 1858, no. 55, pp. 25–55. doi: 10.1515/crll.1858.55.25
34. Kutta M.W. Auftriebskrafter in stromenden Fliissigkeiten. *Illustrierte Aero-nautische Mitteilungen*, 1902, no. 6, pp. 133–135.
35. Chaplygin S.A. *Results of Theoretical Studies about the Airplanes Motion*. Collected Works, vol. 2. Moscow, Gostekhizdat Publ., 1948. (In Russian)
36. D'Alembert Paradoxe proposé aux Géomètres sur la résistance des fluides. *Opuscules mathématiques*. Paris, 1768, vol. 5, pp. 132–138.
37. Lanchester W.F. *Aerodynamics*. London, 1907.
38. Zhukovskii N.E. *On Attached Vortices*. Collected Works, vol. 4. Moscow, Gostekhizdat Publ., 1949. (In Russian)
39. Kochin N.E. *Gidrodinamicheskaya Teoriya Reshetok*. Moscow, Gostekhizdat Publ., 1949, 104 p. (In Russian)
40. Kochin N.E., Kibel' I.A., Roze N.V. *Theoretical Hydromechanics*, part 1. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1963, 584 p. (In Russian)
41. Golubev V.V. Theory of the finite span airplane wing. *Trudy TSAGI*, 1931, no. 108. (In Russian)
42. Dorodnitsyn A.A. Generalization of the carrier line theory to the case of a curved axis wing and an axis nonperpendicular to the flow. *Prikladnaya Matematika i Mekhanika*, 1944, vol. 8, no. 1. (In Russian)
43. Belotserkovskii S.M., Lifanov I.K. *Numerical Methods in Singular Integral Equations and their Application to Aerodynamics, Theory of Elasticity, Electrodynamics*. Moscow, Nauka Publ., 1985, 256 p. (In Russian)
44. Sears W.R. A new treatment of the lifting-line wing theory,

Mathematics. 1948. V. 6. N 3. P. 239–255. doi: 10.1090/qam/27194
45. Седов Л.И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М.: Гостехиздат, 1950. 443 с.
46. Anderson J.D. Jr., Corda S., Van Wie D.M. Numerical lifting line theory applied to drooped leading-edge wings below and above stall // Journal of Aircraft. 1980. V. 17. N 12. P. 898–904. doi: 10.2514/3.44690
47. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
48. Maskell E.C. Flow separation in free dimensions // RAE R Aero. 1955. V. 2565.
49. Falkner V.M. The solution of lifting-plane problems by vortex-lattice theory // ARC Report and Memoranda. 1953. N 2591.
50. Белоцерковский С.М. Подковообразный вихрь при неустановившихся движениях // Прикладная математика и механика. 1955. Т. 19. № 2.
51. Bertin J.J., Smith M.L. Aerodynamics for Engineers. 2nd ed. London: Prentice-Hall, 1989. 576 p.
52. Белоцерковский С.М., Скрипач Б.К. Аэродинамические производные летательного аппарата и крыла при дозвуковых скоростях. М.: Наука, 1975. 424 с.
53. Воробьев Н.В., Шишкина Г.И. К вопросу о выборе дискретной вихревой схемы крыла / В кн: Задачи обтекания тел пространственной конфигурации. Новосибирск: ИТПМ, 1978.
54. Johnson F.T. A general panel method for the analysis and design of arbitrary configurations in incompressible flows // NASA CR 3079. 1980.
55. Ильинский Н.Б., Абзалилов Д.Ф. Математические проблемы проектирования крыловых профилей: усложненные схемы течения; построение и оптимизация формы крыловых профилей. Казань: Казан. ун-т, 2011. 284 с.
56. Prandtl L. The generation of vortices in fluids of small viscosity // Journal of the Royal Aeronautic Society. 1927. V. 31. P. 720–741. doi: 10.1017/s0368393100139872
57. Flax A.H., Lawrence H.R. The aerodynamics of low-aspect-ratio wings and wing-body combinations // Proc. 3rd Anglo-American Aeron. Conf. 1951. V. 363.
58. Jones R.T. Properties of low-aspect ratio pointed wings at speeds below and above the speed of sound // NACA R 835. 1946.
59. Чушкин П.И. Расчет распределения циркуляции по прямоугольным крыльям малого удлинения / Сборник теоретических работ по аэродинамике. М.: Оборонгиз, 1957.
60. Колесников Г.А. Метод расчета распределения циркуляции крыльев малого удлинения / Сборник теоретических работ по аэродинамике. М.: Оборонгиз, 1957.
61. Струминский В.В., Лебедь Н.К. Метод расчета распределения циркуляции по размаху стреловидного крыла / Сборник теоретических работ по аэродинамике. М.: Оборонгиз, 1957.
62. Helmbold H.B. Der unverwundene ellipsenflugel als tragende Fläche // Jahrb. 1942.
63. Kuchemann D. A simple method for calculating the span and chordwise loading on straight and swept wings of any given aspect ratio at subsonic speeds // RAE R Aero. 1952. V. 2476.
64. Betz A., Prandtl L. Schraubenpropeller mit geringstem enegieverlust // Goettnger Nachtrichten. 1919. P. 193–217.
65. Smith J.H.H. Theoretical work on the formation of vortex sheets // Progress in Aerospace Sciences. 1966. V. 7. P. 35–51. doi: 10.1016/0376-0421(66)90005-4
66. Polhamus E.C. A concept for the vortex lift of sharp-edge delta wings based on a leading edge suction analogy // NASA TN D-3767 (N67-13171). 1966.
67. Polhamus E.C. Charts for predicting the subsonic vortex-lift characteristics of arrow, delta, and diamond wings // NASA TN D-6243 (N71-21973). 1971.
68. Polhamus E.C. Application of the leading-edge suction analogy of vortex lift to the drag due to lift of sharp-edged delta wings // NASA TN D-4739, (N68-21990). 1968.

with application to rigid and elastic wings. *Quarterly of Applied Mathematics*, 1948, vol. 6, no. 3, pp. 239–255. doi: 10.1090/qam/27194
45. Sedov L.I. *Flat Problems of Hydrodynamics and Aerodynamics*. Moscow, Gostekhizdat Publ., 1950, 443 p. (In Russian)
46. Anderson J.D. Jr., Corda S., Van Wie D.M. Numerical lifting line theory applied to drooped leading-edge wings below and above stall. *Journal of Aircraft*, 1980, vol. 17, no. 12, pp. 898–904. doi: 10.2514/3.44690
47. Landau L.D., Lifshits E.M. *Theoretical Physics*, vol. 6. Hydrodynamics. Moscow, Nauka Publ., 1986, 736 p. (In Russian)
48. Maskell E.C. Flow separation in free dimensions. *RAE R Aero*, 1955, vol. 2565.
49. Falkner V.M. The solution of lifting-plane problems by vortex-lattice theory. *ARC Report and Memoranda*, 1953, no. 2591.
50. Belotserkovskii S.M. Horseshoe-shaped vortex with unsteady movements. *Prikladnaya Matematika i Mekhanika*, 1955, vol. 19, no. 2. (In Russian)
51. Bertin J.J., Smith M.L. *Aerodynamics for Engineers*. 2nd ed. London, Prentice-Hall, 1989, 576 p.
52. Belotserkovskii S.M., Skripach B.K. *Aerodynamic Derivatives of an Aircraft and Wings at Subsonic Speeds*. Moscow, Nauka Publ., 1975, 424 p. (In Russian)
53. Vorob'ev N.V., Shishkina G.I. On the question of a discrete vortex scheme of the wing. In *Problems of Spatial Configuration Bodies Flow*. Novosibirsk, ITPM Publ., 1978. (In Russian)
54. Johnson F.T. A general panel method for the analysis and design of arbitrary configurations in incompressible flows. *NASA CR 3079*, 1980.
55. Il'inskii N.B., Abzalilov D.F. *Mathematical Problems in the Wing Profiles Design: Complicated Flow Schemes; Construction and Optimization of the Wing Profiles Shape*. Kazan', KSU Publ., 2011, 284 p. (In Russian)
56. Prandtl L. The generation of vortices in fluids of small viscosity. *Journal of the Royal Aeronautic Society*, 1927, vol. 31, pp. 720–741. doi: 10.1017/s0368393100139872
57. Flax A.H., Lawrence H.R. The aerodynamics of low-aspect-ratio wings and wing-body combinations. Proc. *3rd Anglo-American Aeron. Conf.*, 1951, vol. 363.
58. Jones R.T. Properties of low-aspect ratio pointed wings at speeds below and above the speed of sound. *NACA R 835*, 1946.
59. Chushkin P.I. Calculation of circulation distribution over rectangular wings of small elongation. In *Collection of Theoretical Works on Aerodynamics*. Moscow, Oborongiz Publ., 1957. (In Russian)
60. Kolesnikov G.A. Method for calculating the distribution circulation of the small elongation wings. In *Collection of Theoretical Works on Aerodynamics*. Moscow, Oborongiz Publ., 1957. (In Russian)
61. Struminskii V.V., Lebed' N.K. Method for calculating the circulation distribution along the sweep of the swept wing. In *Collection of Theoretical Works on Aerodynamics*. Moscow, Oborongiz Publ., 1957. (In Russian)
62. Helmbold H.B. Der unverwundene ellipsenflugel als tragende Fläche. *Jahrb*, 1942.
63. Kuchemann D. A simple method for calculating the span and chordwise loading on straight and swept wings of any given aspect ratio at subsonic speeds. *RAE R Aero*, 1952, vol. 2476.
64. Betz A., Prandtl L. Schraubenpropeller mit geringstem enegieverlust. *Goettnger Nachtrichten*, 1919, pp. 193–217.
65. Smith J.H.H. Theoretical work on the formation of vortex sheets. *Progress in Aerospace Sciences*, 1966, vol. 7, pp. 35–51. doi: 10.1016/0376-0421(66)90005-4
66. Polhamus E.C. A concept for the vortex lift of sharp-edge delta wings based on a leading edge suction analogy. *NASA TN D-3767 (N67-13171)*, 1966.
67. Polhamus E.C. Charts for predicting the subsonic vortex-lift characteristics of arrow, delta, and diamond wings. *NASA TN*

69. Lamar J.E., Frink N.T. Aerodynamic features of designed strake-wing configurations // Journal of Aircraft. 1982. V. 19. P. 639–646. doi: 10.2514/3.57444
70. Erickson G.E. Vortex flow correlation // Proc. 13th Congr. Int. Council of Aeronautical Sciences (ICAS). Seattle, 1982.
71. Erickson G.E., Hall R.M., Banks D.W., Del Frate J.H., Schreiner J.A., Hanley R.J., Pulley C.T. Experimental investigation of the F/A-18 vortex flows at subsonic through transonic speeds // Proc. 7th Appl. Aerodyn. Conf. Seattle, 1989.
72. Bartlett G.E., Vidal R.J. Experimental investigations of influence of edge shape on the aerodynamic characteristics of low aspect ratio wings at low speeds // Journal of the Aeronautical Sciences. 1955. V. 22. P. 517–533. doi: 10.2514/8.3391
73. Peckham D.H. Low-speed wind tunnel tests on a series of uncambered slender pointed wings with sharp edges // ARC R&M. 1958. N 3186.
74. Lamboune N.C., Bryer D.W. The bursting of leading edge vortices: some observation and discussion of the phenomenon // British ARC R & M. 1962. N 3282.
75. Lee M., Ho C.M. Lift force of delta wings // ASME Applied Mechanics Review. 1990. V. 43. N 9. P. 209–221. doi: 10.1115/1.3119169
76. Mitchell A.M., Molton P. Vortical substructures in the shear layers forming leading-edge vortices // AIAA Journal. 2002. V. 40. N 8. P. 1689–1692. doi: 10.2514/2.1844
77. Heron I. Vortex burst behaviour of a dynamically pitched delta wing under the influence of a von Karman vortex street and unsteady freestream. Ph. D. thesis. Wichita State Univ., USA, 2007.
78. Wentz W.H., Kohlman D.L. Vortex breakdown on slender sharp-edged wings // Journal of Aircraft. 1971. V. 8. N 3. P. 156–161. doi: 10.2514/3.44247
79. Cui Y.D. Studies of vortex breakdown and its stability in a confined cylindrical container. Ph. D. thesis. National Univ. Singapore, 2009.
80. Lim T.T., Cui Y.D. On the generation of a spiral-type vortex breakdown in an enclosed cylindrical container // Physics Fluids. 2005. V. 17. N 4. Art. 044105. doi: 10.1063/1.1872072
81. Белоцерковский С.Н., Ништ М.И. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью. М.: Наука, 1978. 352 с.
82. Воробьев Н.В., Шашкина Г.Н. Численное моделирование условий схода вихревой пелены с кромок крыла / В кн.: Задачи аэродинамики тел пространственной конфигурации. Новосибирск: ИТПМ, 1982.
83. Воробьев Н.В. Дискретная схема в случае неплоских крыльев / В кн.: Исследование обтекания численными методами. Новосибирск: ИТПМ, 1976.
84. Бюшгенс Г.С. Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов. М.: Физматлит, 1998. 793 с.
85. Егер С.М., Мишин В.Ф., Лисейцев Н.К. и др. Проектирование самолётов: учебник для вузов. 3-е изд. М.: Машиностроение, 1983. 616 с.
86. Игнатьев С.Г. К расчету поляры большого удлинения при докритических числах М // Тр. ЦАГИ. 1978. 45 с.
87. Жигулев В.Н., Кротков Д.Н., Шкадов Л.М. Некоторые современные проблемы оптимального аэродинамического проектирования // Тр. ЦАГИ. 1977. № 1842.
88. Жигулев В.Н. О тонких крыльях минимального сопротивления / В кн.: Аэромеханика. М.: Наука, 1976.
89. Жигулев В.Н. Некоторые вопросы индуктивного сопротивления крыла // Труды ЦАГИ. 1977. № 1842.
90. Жигулев В.Н. Об оптимальной форме срединной линии профиля крыла // Труды ЦАГИ. 1977. № 1842.
91. Henderson W.P. Studies of various factors affecting drag due to lift at subsonic speed // NASA TN, X, ND-3584. 1966.

D-6243 (N71-21973), 1971.

68. Polhamus E.C. Application of the leading-edge suction analogy of vortex lift to the drag due to lift of sharp-edged delta wings. *NASA TN D-4739, (N68-21990)*, 1968.
69. Lamar J.E., Frink N.T. Aerodynamic features of designed strake-wing configurations. *Journal of Aircraft*, 1982, vol. 19, pp. 639–646. doi: 10.2514/3.57444
70. Erickson G.E. Vortex flow correlation. *Proc. 13th Congr. Int. Council of Aeronautical Sciences, ICAS*. Seattle, 1982.
71. Erickson G.E., Hall R.M., Banks D.W., Del Frate J.H., Schreiner J.A., Hanley R.J., Pulley C.T. Experimental investigation of the F/A-18 vortex flows at subsonic through transonic speeds. *Proc. 7th Appl. Aerodyn. Conf.* Seattle, 1989.
72. Bartlett G.E., Vidal R.J. Experimental investigations of influence of edge shape on the aerodynamic characteristics of low aspect ratio wings at low speeds. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 1955, vol. 22, pp. 517–533. doi: 10.2514/8.3391
73. Peckham D.H. Low-speed wind tunnel tests on a series of uncambered slender pointed wings with sharp edges. *ARC R&M*, 1958, no. 3186.
74. Lamboune N.C., Bryer D.W. The bursting of leading edge vortices: some observation and discussion of the phenomenon. *British ARC R & M*, 1962, no. 3282.
75. Lee M., Ho C.M. Lift force of delta wings. *ASME Applied Mechanics Review*, 1990, vol. 43, no. 9, pp. 209–221. doi: 10.1115/1.3119169
76. Mitchell A.M., Molton P. Vortical substructures in the shear layers forming leading-edge vortices. *AIAA Journal*, 2002, vol. 40, no. 8, pp. 1689–1692. doi: 10.2514/2.1844
77. Heron I. *Vortex burst behaviour of a dynamically pitched delta wing under the influence of a von Karman vortex street and unsteady freestream*. Ph. D. thesis. Wichita State Univ., USA, 2007.
78. Wentz W.H., Kohlman D.L. Vortex breakdown on slender sharp-edged wings. *Journal of Aircraft*, 1971, vol. 8, no. 3, pp. 156–161. doi: 10.2514/3.44247
79. Cui Y.D. *Studies of vortex breakdown and its stability in a confined cylindrical container*. Ph. D. thesis. National Univ. Singapore, 2009.
80. Lim T.T., Cui Y.D. On the generation of a spiral-type vortex breakdown in an enclosed cylindrical container. *Physics Fluids*, 2005, vol. 17, no. 4, art. 044105. doi: 10.1063/1.1872072
81. Belotserkovskii S.N., Nisht M.I. *Continuous and Non-Continuous Flow of Thin Wings by an Ideal Liquid*. Moscow, Nauka Publ., 1978, 352 p. (In Russian)
82. Vorob'ev N.V., Shashkina G.N. Numerical simulation of the vortices descend conditions from the wing edges. In *Problems of Aerodynamics of Spatial Configuration Objects*. Novosibirsk, ITPM Publ., 1982. (In Russian)
83. Vorob'ev N.V. Discrete scheme in the case of nonplanar wings. In *Investigation of Flow by Numerical Methods*. Novosibirsk, ITPM Publ., 1976. (In Russian)
84. Byushgens G.S. *Aerodynamics, Stability and Controllability of Supersonic Aircraft*. Moscow, Fizmatlit Publ., 1998, 793 p. (In Russian)
85. Eger S.M., Mishin V.F., Liseitsev N.K. et al. *Aircraft Design: Textbook for Universities*. 3rd ed. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1983, 616 p. (In Russian)
86. Ignat'ev S.G. To the calculation of high-elongation polars at subcritical M. *Trudy TSAGI*, 1978, 45 p. (In Russian)
87. Zhigulev V.N., Krotkov D.N., Shkadov L.M. Some modern problems of optimal aerodynamic design. *Trudy TSAGI*, 1977, no. 1842. (In Russian)
88. Zhigulev V.N. On thin wings minimum resistance. In *Aeromechanics*. Moscow, Nauka Publ., 1976. (In Russian)
89. Zhigulev V.N. Some problems of inductive wing resistance. *Trudy TSAGI*, 1977, no. 1842. (In Russian)
90. Zhigulev V.N. On optimal shape of the midline of the wing profile. *Trudy TSAGI*, 1977, no. 1842. (In Russian)
91. Henderson W.P. Studies of various factors affecting drag due to lift at subsonic speed. *NASA TN X, ND-3584*, 1966.

Авторы

Булат Павел Викторович – кандидат физико-математических наук, кандидат экономических наук, заведующий международным научным подразделением «Лаборатория механики и энергетических систем», Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация; генеральный директор, ООО «Проблемная лаборатория «Турбомашины», Санкт-Петербург, 198035, Российская Федерация, Pavelbulat@mail.ru

Минин Олег Петрович – директор программы, ПАО «Туполев», Москва, 105005, Российская Федерация, ole-m2@yandex.ru

Authors

Pavel V. Bulat – PhD, Head of the International Research Unit "Laboratory of mechanics and energy systems", ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation; CEO, LLC "Problem Laboratory "Turbomachines", Saint Petersburg, 198035, Russian Federation, Pavelbulat@mail.ru

Oleg P. Minin – Head of Program Directorate, PSC “Tupolev”, Moscow, 105005, Russian Federation, ole-m2@yandex.ru

Павел Викторович Булат родился 08.05.1966 г. в г. Ленинграде. В 1988 г. закончил с отличием Ленинградский механический институт (Балтийский государственный технический университет «Военмех»), заняв 1-е место на конкурсе дипломных проектов. В 1993 г. закончил аспирантуру Балтийского государственный технический университет «Военмех» по специальности «Механика жидкости газа и плазмы». В 2000 г. закончил аспирантуру Санкт-Петербургского государственного университета экономики и финансов. В том же году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата экономических наук по теме «Инновационные стратегии в топливно-энергетическом комплексе страны». В 2012 г. защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по теме «Сверхзвуковое течение в канале с внезапным расширением». В 2017 г. защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по теме «Стационарные газодинамические разрывы и ударно-волновые структуры».

Специалист в области ударно-волновых процессов и аэродинамики сверхзвуковых летательных аппаратов. Автор 15 патентов, 136 научных статей. Эксперт «Сколково» в кластерах «Космос», «Энерготех», «Ядертех». Эксперт ОАО «РОСНАНО» в областях: энергоэффективность, аэрокосмическая техника, специальная электроника, МЭМС, микроэлектроника, двигатели, упрочнение материалов, точная и специальная механика. Руководитель международного научного подразделения «Лаборатория механики и энергетических систем»Университета ИТМО. Заместитель руководителя рабочей группы «Аэронет» Национальной технологической инициативы.

Pavel V. Bulat was born on May 8, 1966 in Leningrad. In 1988 he graduated with honors from Leningrad Mechanical Institute (Baltic State Technical University "Voenmech"), won the first place in the competition of diploma projects. In 1993 he completed his postgraduate courses in Baltic State Technical University "Voenmech" in the specialty "Mechanics of liquids, gas and plasma". In 2000 he completed postgraduate studies at Saint Petersburg State University of Economics and Finance. In the same year he defended his thesis for the degree of Candidate of Economic Sciences on the theme "Innovative strategies in fuel and energy sector of the country". In 2012 he defended his thesis for the degree of Candidate of Physical and Mathematical sciences on "supersonic flow in a channel with sudden expansion". In 2017 he defended his dissertation for the degree of Doctor of Physical and Mathematical Sciences on the theme "Stationary gas-dynamic discontinuities and shock-wave structures". Pavel Bulat is an expert in the field of shock-wave processes and aerodynamics of supersonic aircrafts. He is the author of 15 patents and 136 scientific articles. He works as an expert for the Skolkovo Foundation in "Space", "Energy" and "Nuclear" clusters. He is the expert of "RUSNANO" in the areas of: energy efficiency, aerospace engineering, special electronics, MEMS, micro-electronics, engines, materials hardening, precise and special mechanics. Pavel Bulat is also the Head of the International scientific laboratory "Mechanics and Energy Systems" of ITMO University and Deputy Head of the working group Aeronet of the National Technological Initiative.

Олег Петрович Минин родился 09.03.1971 г. Закончил МГТУ им. Баумана (1995 г.), факультет «Специальное машиностроение» по специальности инженер-механик. Обучался в аспирантуре МГТУ им. Баумана (1998 г.). С 2010 г. по настоящее время возглавляет дирекцию программ ОАО «Туполев». В 2009–2010 гг. работал главным конструктором-начальником опытного конструкторского бюро ФГУП ММПП «Салют». В 2007–2009 гг. – заместитель главного конструктора, начальник отдела опытного конструкторского бюро ФГУП ММПП «Салют».
Занимался разработкой, производством и испытанием узлов и систем газотурбинных двигателей в ранге ведущего специалиста по перспективной тематике. Среди важнейших достижений автора – разработка и испытания узлов и систем газотурбинного двигателя пятого поколения, внедрение безбумажных технологий проектирования и инженерного анализа, имитационного математического и полунатурного моделирования систем и двигателя в целом, испытания и сертификация авиалайнера Ту-204СМ. Является автором более чем 20 научных статей и патентов.

Oleg P. Minin was born on September, 3, 1971. He graduated from Bauman Moscow State Technical University in 1995, the Faculty of Special Engineering, with the

specialty “mechanical engineer”. He took his postgraduate studies of Bauman MSTU in 1998. In 2007–2009 he occupied a position of the Deputy Chief Designer, Head of section, in the Experimental design bureau FGUP MMPP "Salyut". In 2009–2010 he worked as the Chief Designer, Head of section, in the Experimental design bureau FGUP MMPP "Salyut". Since 2010 to the present time he is the Head of Program Directorate of PSC "Tupolev". He solved the tasks connected with development, production and testing of units and systems of gas turbine engines in the rank of the leading specialist in the field of perspective topics. His main achievements are: development and testing of the fifth-generation gas turbine engine units and systems, implementation of paperless design and engineering analysis technologies, simulated mathematical and semi-detailed modeling of systems and the engine as a whole, testing and certification of Tu-204SM airliner. He is the author of more than 20 scientific articles and patents.