НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ
сентябрь–октябрь 2018 Том 18 № 5 ISSN 2226-1494 http://ntv.ifmo.ru/
SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL OF INFORMATION TECHNOLOGIES, MECHANICS AND OPTICS
September–October 2018 Vol. 18 No 5 ISSN 2226-1494 http://ntv.ifmo.ru/en

УДК 519.71

АЛГОРИТМ АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПО ВЫХОДУ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМОЙ С УЛУЧШЕННОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ СХОДИМОСТЬЮ

Д.Н. Герасимов[a], К.П. Кошелев[a], М.Е. Беляев[a], В.О. Никифоров[a]

[a] Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация
Адрес для переписки: koshelevkp@yandex.ru

Информация о статье
Поступила в редакцию 04.07.18, принята к печати 15.08.18
doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-5-771-779
Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Герасимов Д.Н., Кошелев К.П., Беляев М.Е., Никифоров В.О. Алгоритм адаптивного управления по выходу линейной системой с улучшенной параметрической сходимостью // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2018. Т. 18. № 5. С. 771–779. doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-5-771-779

Аннотация
В статье рассматривается задача улучшения качества работы адаптивного управления линейным стационарным объектом по выходу. Предполагается, что параметры объекта неизвестны. Предлагается новый подход построения алгоритмов настройки параметров регулятора, основанный на динамическом расширении регрессионной модели ошибки. В целях разработки предложенного похода в статье рассматриваются и анализируются известные решения данной задачи. Первое решение базируется на градиентном алгоритме адаптации, который гарантирует сходимость ошибки управления к нулю, но с произвольно плохой скоростью. Второе решение основано на идентификационном алгоритме динамического расширения регрессора. Алгоритм обладает потенциально высокой скоростью сходимости, но в общем случае не гарантирует затухания ошибки управления. Таким образом, за счет модификации указанных решений, а именно, за счет динамического расширения модели ошибки и градиентного алгоритма адаптации получен новый алгоритм, позволяющий произвольно увеличить скорость настройки регулятора с гарантированной сходимостью ошибки управления к нулю. Важной особенностью алгоритма является отсутствие необходимости в идентификации параметров объекта или его параметризованного представления, что освобождает алгоритм управления от зависимости от условия неисчезающего возбуждения – ключевого условия идентифицируемости. Проверка работоспособности предлагаемого решения проведена в среде MATLAB/Simulink путем сравнения с решением, основанным на градиентном алгоритме адаптации.

Ключевые слова
адаптивное управление с эталонной моделью, алгоритм адаптации с улучшенной сходимостью

Благодарности
Работа выполнена при государственной поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 08-08) и поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (проект 14.Z50.31.0031).

ALGORITHM OF ADAPTIVE OUTPUT CONTROL OF LINEAR SYSTEM WITH IMPROVED PARAMETRIC CONVERGENCE

D.N. Gerasimov[a], K.P. Koshelev[a], M.E. Belyaev[a], V.O. Nikiforov[a]

[a] ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation
Corresponding author: koshelevkp@yandex.ru

Article info
Received 04.07.18, accepted 15.08.18
doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-5-771-779
Article in Russian

For citation: Gerasimov D.N., Koshelev K.P., Belyaev M.E., Nikiforov V.O. Algorithm of adaptive output control of linear system with improved parametric convergence. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2018, vol. 18, no. 5, pp. 771–779 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-5-771-779

Abstract
The problem of performance improvement of adaptive output control for linear time-invariant plant is addressed in the paper. The parameters of the plant are assumed to be unknown. A new method based on dynamical extension of regressive error model is proposed for design of the algorithms of controller parameters tuning. With a view of the proposed approach development the existing solutions to this problem are considered and analyzed. The first solution is based on gradient adaptation algorithm that drives control error to zero, however with arbitrary slow rate of convergence. The second solution uses identification algorithm of dynamical regressor extension. The algorithm has potentially high rate of convergence,

however does not ensure decaying of control error. Thus, by modification of aforementioned solutions, namely, by dynamical extension of augmented error model and gradient adaptation algorithm the new algorithm is obtained. The algorithm permits to increase the rate of the tuning of controller parameters arbitrary and drives control error to zero. The important property of the algorithm is that it does not require parameters identification neither of plant nor of its parameterized representation. This property relaxes the dependence of the control algorithms from persistent excitation condition, that is, the key identifiability condition. The proposed solution is verified in MatLab/Simulink environment by comparison with solution based on the gradient adaptation algorithm.

Keywords
model reference adaptive control, adaptation algorithm with improved convergence

Acknowledgements
This work was financially supported by the Government of the Russian Federation (Grant 08-08) and the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (project 14.Z50.31.0031).

Введение

Задача адаптивного управления с эталонной моделью является одной из наиболее изученных в теории адаптивного и робастного управления. В то же время, несмотря на свою длинную историю, которая уходит в 50-е годы XX века, в этой теории существует ряд открытых вопросов, связанных с улучшением качества настройки регуляторов.

Изначально решения задач адаптивного управления основывались на идентификационном подходе или подходе так называемого непрямого адаптивного управления, предполагающем синтез алгоритмов идентификации неизвестных параметров объекта и, при необходимости, наблюдателей состояния [1–4]. Главное ограничение непрямого адаптивного управления заключалось в сильной зависимости достижения цели управления от работы идентификатора и наблюдателя. В связи с этим возникла необходимость в создании алгоритмов ускоренной сходимости, использующих метод наименьших квадратов [5], метод множественных моделей [6], правило M.I.T.[1] с интегральной весовой функцией [3, 7]. Новый результат, развивающий идею [6], получен в [8] и предполагает идентификацию параметров регрессионной модели на основе динамического расширения регрессора и формирования переменного матричного коэффициента адаптации, что позволило гарантировать монотонную сходимость оценок с регулируемой скоростью.

Несмотря на существенные достижения в области идентификации, применение указанных подходов ограничено условием неисчезающего возбуждения (НВ), ослабленного в [8] до условия квадратичной интегрируемости. В замкнутой системе управления данные условия накладываются на задающее воздействие и возмущения и, очевидно, в общем случае не выполняются. В силу того, что работа регулятора зависит от качества идентификации параметров, можно утверждать, что устойчивость и сходимость ошибки управления к нулю зависят от задающих и возмущающих воздействий. Таким образом, даже при повышении качества работы идентификатора условие НВ (или условие квадратичной интегрируемости) существенно ограничивает работоспособность системы управления.

В то же время появление методов так называемого прямого адаптивного управления по выходу, в основе которых лежит специальное параметризованное представление объекта (см. Лемму 1), позволило избавиться от зависимости идентификационного подхода и гарантировать сходимость к нулю ошибки управления независимо от вида задающего или возмущающего воздействия [1, 3, 9, 10]. Прямой подход и параметризованное представление объекта позволили получить ряд решений задачи адаптивного управления по выходу, основанный на методе расширенной ошибки [3, 10], алгоритмах адаптации высокого порядка [11–13], алгоритмах попятного синтеза (адаптивного бэкстеппинга) [12, 14]. В большинстве приведенных подходов используется базовый и наиболее распространенный градиентный алгоритм адаптации [2–4], который, с одной стороны, гарантирует асимптотическую сходимость ошибки управления к нулю. С другой стороны, качество работы этого алгоритма может быть сколь угодно плохим, что связано с зависимостью алгоритма от условия НВ. Известно, в частности, что существует оптимальное значение коэффициента усиления алгоритма адаптации, при котором скорость сходимости параметров принимает наибольшее значение. При этом наибольшее значение может в принципе не соответствовать требованиям, предъявляемым к системе.

Основной результат статьи заключается в построении алгоритма прямого адаптивного управления, который, с одной стороны, обеспечивает сходимость к нулю ошибки управления, а с другой – имеет потенциальную возможность произвольного увеличения скорости настройки регулятора. Как следствие, новый алгоритм обладает ускоренной сходимостью и позволяет качественно улучшить работу замкнутой системы управления.

Статья организована следующим образом. Формулируется задача адаптивного слежения. Приводится базовый результат решения задачи, в основе которого лежит динамическая модель ошибки. Рассматриваются и анализируются свойства стандартного градиентного алгоритма адаптации и алгоритма

---

[1] Правило M.I.T. было разработано в Массачусетском технологическом институте (Massachusetts Institute of Technology) в 60-х годах XX века.

идентификации, использующего динамическое расширение регрессора. На основе приведенного анализа предлагается новая схема алгоритма адаптации. Далее приводятся результаты моделирования, полученные в MATLAB и демонстрирующие основные свойства разработанного алгоритма.

Постановка задачи

Рассмотрим динамический объект

$$y = W(s)[u], \tag{1}$$

где $y \in R$ – регулируемая переменная, $u \in R$ – переменная управления,

$$W(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \ldots + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + a_{n-2}s^{n-2} + \ldots a_0}$$

передаточная функция с полиномами $b(s)$ и $a(s)$. Коэффициенты полиномов a_i, $i = \overline{0, n-1}$ и b_j, $j = \overline{0, m}$ предполагаются неизвестными.

В задаче приняты следующие допущения.

Допущение 1. Полином $b(s)$ является гурвицевым.

Допущение 2. Порядки полиномов n и m известны.

Допущение 3. Высокочастотный коэффициент b_m известен.

Задача заключается в построении закона управления, обеспечивающего ограниченность всех сигналов в системе, компенсацию неопределенностей и выполнение целевого равенства

$$\lim_{t \to \infty} \varepsilon = 0,$$

где $\varepsilon = y_m - y$ – ошибка управления, y_m – выход эталонной модели,

$$y_m = \frac{a_{m0}}{a_m(s)}[g],$$

$a_m(s) = s^\rho + a_{m\rho-1}s^{\rho-1} + a_{m\rho-2}s^{\rho-2} + \ldots + a_{m0}$ – гурвицев полином, $\rho = n - m$ – относительная степень объекта, g – кусочно-непрерывный ограниченный сигнал задания.

Допущения 1 и 2 являются стандартными в задаче адаптивного управления с эталонной моделью [2–4].

Замечание 1. Задача известна с 70–90-х годов XX века и имеет как минимум три решения, которые базируются на методе расширенной ошибки [9, 10]; алгоритме адаптации высокого порядка [11–13]; алгоритмах попятного синтеза [12, 14].

Главный интерес в настоящей статье представляет задача повышения качества слежения за счет увеличения скорости параметрической настройки регулятора. В связи с этим и в целях простоты представления полученного решения принимается допущение 3.

Задача идентификации параметров объекта a_i, $i = \overline{0, n-1}$ и b_j, $j = \overline{0, m}$ с дальнейшей подстановкой полученных оценок в закон управления не ставится.

Предварительные результаты

В целях представления основного результата статьи в первую очередь рассмотрим решение задачи, в основе которого лежит концепция расширенной ошибки. Далее приведем известные результаты идентификации параметров с помощью базового градиентного алгоритма и алгоритма с динамическим расширением регрессора [8].

А. Параметризация объекта и синтез модели ошибки.

Решение задачи основано на лемме, представляющей результат параметризации объекта (1) [2–4].

Лемма 1. Существует постоянный вектор $\theta \in R^{2n}$ такой, что

$$\varepsilon = \frac{1}{a_m(s)}\left[\boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\omega} - b_m u\right] + \sigma, \tag{2}$$

где $\boldsymbol{\omega} = col(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, y, r) \in R^{2n}$ – вектор измеряемый функций, σ – экспоненциально затухающая функция[1].

[1] Так как функция $\sigma(t)$ не влияет на устойчивость замкнутой системы и конечный результат слежения, то далее она опускается. Влияние этой функции на качество переходных процессов обсуждается в конце раздела «Основной результат».

Векторы $\mathbf{v_1}, \mathbf{v_2} \in R^{n-1}$ генерируются фильтрами

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{v}}_\mathbf{1} &= \mathbf{\Lambda v_1} + \mathbf{e_{n-1}}u, \\ \dot{\mathbf{v}}_\mathbf{2} &= \mathbf{\Lambda v_2} + \mathbf{e_{n-1}}y \end{aligned} \tag{3}$$

с произвольной гурвицевой $n-1 \times n-1$ матрицей

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -\lambda_0 & -\lambda_1 & -\lambda_2 & \cdots & -\lambda_{n-2} \end{bmatrix}$$

и $n-1$-мерным вектором $\mathbf{e_{n-1}} = col(0,...,0,1)$. □

Представление (3) позволяет использовать метод непосредственной компенсации и синтезировать настраиваемый закон управления в следующем виде:

$$u = \frac{1}{b_m}\hat{\boldsymbol{\theta}}^\mathbf{T}\boldsymbol{\omega}, \tag{4}$$

где $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ – оценка вектора $\boldsymbol{\theta}$.

Подстановка (4) в (2) после ряда простейших алгебраических преобразований дает модель ошибки

$$\varepsilon = \frac{1}{a_m(s)}\left[\tilde{\boldsymbol{\theta}}^\mathbf{T}\boldsymbol{\omega}\right], \tag{5}$$

где $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}} \in R^{2n}$ – вектор параметрических ошибок.

В соответствии с методом расширенной ошибки вводится сигнал

$$\hat{\varepsilon} = \varepsilon + b_m \frac{1}{a_m(s)}[u], \tag{6}$$

который в силу (5) и (4) приводится к форме линейной регрессии

$$\hat{\varepsilon} = \boldsymbol{\theta}^\mathbf{T}\boldsymbol{\xi}, \tag{7}$$

где вектор

$$\boldsymbol{\xi} = \frac{1}{a_m(s)}[\boldsymbol{\omega}]$$

представляет собой фильтрованный регрессор.

Регрессионная модель позволяет синтезировать широкий спектр различных алгоритмов адаптивной идентификации [2–5], включая градиентный и алгоритм с динамическим расширением регрессора, коротко изложены в подсекциях Б и В.

Б. Градиентный алгоритм.

Стандартный и наиболее распространенный в литературе алгоритм адаптации имеет следующий вид [2–4]:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}} = \gamma \frac{\boldsymbol{\xi}}{1 + \|\boldsymbol{\xi}\|^2}\left(\hat{\varepsilon} - \hat{\boldsymbol{\theta}}^\mathbf{T}\boldsymbol{\xi}\right), \tag{8}$$

где γ – положительный коэффициент, $\|\cdot\|$ – евклидова норма.

Алгоритм (8) совместно с законом управления (4) обеспечивают следующие свойства в замкнутой системе:

– ограниченность всех сигналов и асимптотическое стремление ошибки управления ε к нулю;
– если вектор ξ удовлетворяет условию неисчезающего возбуждения, то

$$\lim_{t\to\infty}\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\| = 0.$$

В этом случае алгоритм обладает идентифицирующими свойствами. Одновременно с этим существует оптимальное значение коэффициента адаптации γ, при котором скорость сходимости алгоритма по параметрам максимальна.

В. Алгоритм идентификации с динамическим расширением регрессора.

Теперь рассмотрим алгоритм с динамическим расширением регрессора [6, 8] и применим его к (7).

Введем векторный оператор

$$\mathbf{H} = col\left(\mathrm{H}_1, \mathrm{H}_2, ..., \mathrm{H}_{2n}\right),$$

состоящий из $2n$ скалярных линейных и линейно независимых друг от друга оператора H_i, $i=\overline{1,2n}$: $L_\infty \to L_\infty$ [1]. В качестве примера таких операторов могут выступать апериодические звенья

$$\mathrm{H}_i\{\cdot\}=\frac{\alpha_i}{s+\beta_i}\{\cdot\},\ \beta_i>0$$

или операторы запаздывания

$$\mathrm{H}_i\{\cdot\}=\exp(-\tau_i s)\{\cdot\},\ \tau_i>0\ .$$

Применение оператора H к (7) позволяет получить векторно-матричную линейную регрессионную модель

$$\mathbf{Y}=\boldsymbol{\Xi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\theta} \tag{9}$$

с выходом $\mathbf{Y}=\mathbf{H}\{\hat{\varepsilon}\}\in R^{2n}$, регрессором $\boldsymbol{\Xi}^{\mathrm{T}}=\mathbf{H}\left\{\xi^{\mathrm{T}}\right\}\in R^{2n\times 2n}$. Далее, применяя к (9) соотношение

$$\mathrm{adj}\{\boldsymbol{\Xi}\}=\delta\boldsymbol{\Xi}^{-1},$$

где $\delta=\det\{\boldsymbol{\Xi}\}$ – детерминант, $\mathrm{adj}\{\boldsymbol{\Xi}\}$ – присоединенная матрица, получаем [8]:

$$\mathrm{adj}\left\{\boldsymbol{\Xi}^{\mathrm{T}}\right\}\mathbf{Y}=\delta\boldsymbol{\theta}.$$

Полученное соотношение мотивирует создание алгоритма адаптации вида

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}=\gamma\delta\left(\mathrm{adj}\left\{\boldsymbol{\Xi}^{\mathrm{T}}\right\}\mathbf{Y}-\delta\hat{\boldsymbol{\theta}}\right). \tag{10}$$

Алгоритму соответствует модель параметрических ошибок

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}=-\gamma\delta^2\tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tag{11}$$

Из модели (11) при условии $\delta\notin L_2$ [2] следуют свойства замкнутой системы, использующей алгоритм (10) в тандеме с законом управления (4) [8]:

- асимптотическое стремление ошибки управления ε к нулю;
- предельное равенство

$$\lim_{t\to\infty}\left\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)\right\|=0$$

При этом скорость сходимости $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ может быть увеличена путем изменения коэффициента γ ;

Г. Обсуждение существующих результатов

1. Алгоритм адаптации (8) гарантирует цель управления. При этом скорость сходимости алгоритма может быть сколь угодно малой в силу зависимости алгоритма от свойства неисчезающего возбуждения. Как следствие, асимптотическое стремление ошибки слежения к нулю может быть сколь угодно долгим. Ввиду этого возникает необходимость в разработке алгоритмов, обладающих повышенным быстродействием и позволяющих говорить о качестве адаптивного управления.
2. Алгоритм адаптивной идентификации (10), наоборот, не гарантирует достижение цели управления, которое зависит от условия квадратично-интегральной ограниченности функции δ ($\delta\notin L_2$). Очевидно, что данное условие в общем случае не выполняется. Например, при постоянном сигнале задания g и нулевых начальных условиях на фильтрах (4) и H_i величина δ принимает нулевые значения, что может привести к неустойчивости замкнутую систему. В то же время алгоритм (10) обладает потенциально высокой скоростью сходимости, которая может быть увеличена путем увеличения коэффициента γ .
3. Таким образом, анализ свойств алгоритмов (8) и (10) позволяет получить гибридное решение – алгоритм адаптации, гарантирующий асимптотическое стремление ошибки управления к нулю и позволяющий регулировать быстродействие адаптивной системы слежения. Результирующий алгоритм является основным результатом статьи и приводится в следующем разделе.

Основной результат

Для реализации предложенной идеи введем в рассмотрение динамически расширенный сигнал ошибки

$$\mathbf{E}=\mathbf{H}\{\hat{\varepsilon}\}-\mathbf{H}\left\{\xi^{\mathrm{T}}\right\}\hat{\boldsymbol{\theta}}, \tag{12}$$

[1] Здесь и далее L_∞ означает множество ограниченных функций.

[2] Здесь и далее L_2 означает множество квадратично-интегрируемых функций.

в котором векторный оператор

$$\mathbf{H} = col\left(\mathrm{H}_1, \mathrm{H}_2, ..., \mathrm{H}_p\right)$$

содержит p скалярных линейных и линейно независимых оператора $H_i : L_\infty \to L_\infty$. Подставим (6) в (12) и получим статическую векторно-матричную модель ошибок:

$$\mathbf{E} = \mathbf{H}\left\{\xi^{\mathrm{T}}\right\}\tilde{\boldsymbol{\theta}}. \tag{13}$$

Модель позволяет синтезировать алгоритм адаптации вида

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}} = \gamma \frac{1}{1 + \left\|\mathbf{H}\{\xi\}\right\|^2} \mathbf{H}\{\xi\}\,\mathbf{E}. \tag{14}$$

Утверждение 1. Алгоритм адаптивного управления (4), в котором $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ генерируются алгоритмом адаптации (14), обладает следующими свойствами:

– ограниченность всех сигналов и асимптотическое стремление ошибки управления ε к нулю;
– если существует положительная константа α такая, что

$$\frac{\mathbf{H}\{\xi\}\,\mathbf{H}\left\{\xi^{\mathrm{T}}\right\}}{1 + \left\|\mathbf{H}\{\xi\}\right\|^2} \geq \alpha \mathbf{I}_{2n\times 2n} \succ \mathbf{O}_{2n\times 2n}, \tag{15}$$

где $\mathbf{O}_{2n\times 2n}$ – нулевая $2n\times 2n$ матрица, то скорость сходимости может быть увеличена произвольно путем увеличения коэффициента γ.

Доказательство. Выберем функцию Ляпунова

$$V = \frac{1}{2\gamma}\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{\theta}}$$

и вычислим ее производную по времени в силу (15), (13) и равенства $\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} = -\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}$:

$$\dot{V} = \frac{1}{\gamma}\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} = -\frac{1}{1 + \left\|\mathbf{H}\{\xi\}\right\|^2}\mathbf{E}^{\mathrm{T}}\mathbf{E} < 0\,.$$

Из неравенства следует асимптотическое стремление $\left\|\mathbf{E}\right\|$ к нулю. С учетом (13) и (15) перепишем последнее соотношение как

$$\dot{V} = -\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}} \frac{\mathbf{H}\{\xi\}\,\mathbf{H}\left\{\xi^{\mathrm{T}}\right\}}{1 + \left\|\mathbf{H}\{\xi\}\right\|^2}\tilde{\boldsymbol{\theta}} < -2\gamma\alpha V\,.$$

Если величина $\alpha > 0$, то компоненты динамически расширенной ошибки $\mathbf{E}$ стремятся к нулю экспоненциально. При этом скорость сходимости может быть увеличена произвольным образом за счет увеличения коэффициента γ, что доказывает второе свойство.

Таким образом, анализ функции Ляпунова и ее производной показал, что $\mathbf{E} \in L_2$, откуда следует $\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}} \in L_2$. Далее, применяя лемму поглощения в отношении передаточной функции $1/a_m(s)$ [2–4, 14], получаем, что из $\mathbf{E} \in L_2$ и $\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}} \in L_2$ следует ограниченность всех сигналов в замкнутой системе и $\varepsilon \in L_2$. □

Отметим особенности приведенного результата.

1. Качественное улучшение параметрической сходимости алгоритма приводит к повышению качества слежения. В то же время отметим, что даже при достаточно высокой скорости сходимости настроек регулятора $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ скорость затухания ошибки управления естественным образом ограничена динамикой эталонной модели.
2. Экспоненциально затухающая функция σ в (2) не влияет на устойчивость замкнутой системы, однако может снизить быстродействие алгоритма адаптации и в конечном итоге негативно сказаться на быстродействии всей системы. В связи с этим для уменьшения влияния σ рекомендуется обнулить начальные условия на фильтрах (3) и увеличить их полосу пропускания за счет увеличения вещественных частей собственных чисел матрицы $\boldsymbol{\Lambda}$ [15].
3. Так как операторы $\mathrm{H}_i\{\cdot\}$ вносят фазовые искажения в информационный сигнал ξ, что также может стать причиной замедления параметрической сходимости, то целесообразно выбрать в качестве одного оператора, скажем, $\mathrm{H}_1\{\cdot\}$ пропорциональное (безынерционное) звено $\mathrm{H}_1\{\xi\} = k\xi$ с $k = \mathrm{const}$.

4. Строгие рекомендации по выбору операторов $\mathrm{H}_i\{\cdot\}, i=\overline{1,p}$ выходят за рамки настоящей статьи. На данный момент главным критерием выбора является условие (15).
5. В отличие от существующего алгоритма оценивания (10), алгоритм адаптации (14) не обладает свойством монотонности, что является в некотором смысле недостатком предложенного решения. С другой стороны, потеря монотонности есть оправданная плата за гарантированную сходимость по ошибке управления (которую, вообще говоря, не обеспечивает (10)).

Отметим, что попытка обеспечить монотонность алгоритма (14) за счет введения переменного коэффициента адаптации

$$\gamma=\gamma(t)=\gamma_0\det\left\{\mathbf{H}\{\xi(t)\}\,\mathbf{H}\left\{\xi^{\mathrm{T}}(t)\right\}\right\}\mathrm{adj}\left\{\mathbf{H}\{\xi(t)\}\,\mathbf{H}\left\{\xi^{\mathrm{T}}(t)\right\}\right\}$$

(по аналогии с алгоритмом (10)) неизбежно приводит к зависимости работы системы слежения от условия $\det^2\left\{\mathbf{H}\{\xi\}\,\mathbf{H}\left\{\xi^{\mathrm{T}}\right\}\right\}\notin L_2$.

Моделирование

В целях демонстрации представленного результата рассмотрим объект второго порядка

$$y=\frac{3s+4}{s^2+2s+1}[u]$$

с известным параметром $b_1=3$ и неизвестными параметрами $a_0=1$, $a_1=2$, $b_0=4$.

Определим ошибку слежения за эталонным сигналом как

$$\varepsilon=\frac{3}{s+3}[r]-y$$

с задающим воздействием $r(t)=\sin t$. Настраиваемый регулятор представляется соотношением

$$u=\frac{1}{b_1}\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega},$$

в котором $\boldsymbol{\omega}=col(\nu_1,\nu_2,y,r)$, переменные ν_1, ν_2 генерируются фильтрами

$$\dot{\nu}_1=-5\nu_1+u,$$

$$\dot{\nu}_1=-5\nu_1+y,$$

оценка $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, генерируется одним из следующих алгоритмов адаптации:

1. Градиентный алгоритм (8) с $\gamma=10$ и фильтрованным регрессором

$$\xi=\frac{1}{s+3}[\boldsymbol{\omega}].$$

Результаты моделирования системы управления, замкнутой градиентным алгоритмом адаптации, приведены на рис. 1 и демонстрируют достижение цели управления. Из графика $\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|$ видно, что система не обладает идентифицирующими свойствами, что вызвано отсутствием в системе неисчезающего возбуждения (при настройке четырех параметров используется всего одна гармоника).

2. Алгоритм адаптации с динамическим расширением регрессора (14). В алгоритме параметры γ, и переменные ξ определяются идентично. Компоненты оператора $\mathbf{H}\{\xi\}=col(\mathrm{H}_1\{\xi\}....\mathrm{H}_5\{\xi\})$ выбраны следующим образом:

$$\mathrm{H}_1\{\xi\}=\xi,\qquad \mathrm{H}_2\{\xi\}=\frac{100}{0,01s+1}\{\xi\},\qquad \mathrm{H}_3\{\xi\}=\frac{400}{0,4s+1}\{\xi\},$$

$$\mathrm{H}_4\{\xi\}=\frac{500}{0,5s+1}\{\xi\},\qquad \mathrm{H}_5\{\xi\}=\frac{700}{0,7s+1}\{\xi\}.$$

После динамического расширения регрессора ошибка принимает следующий вид:

$$\mathbf{E}=\mathbf{H}\{\hat{\varepsilon}\}-\mathbf{H}\left\{\xi^{\mathrm{T}}\right\}\hat{\boldsymbol{\theta}}.$$

Результаты моделирования системы управления, замкнутой алгоритмом адаптации динамическим расширением регрессора, приведены на рис. 2. Показано, что за счет введения фильтров H_i, $i=\overline{1,5}$ существенно ускорена настройка регулятора и, как следствие, повышено быстродействие замкнутой системы. При этом вектор параметрических ошибок изменяется несущественно, но достаточно для сходимости элементов вектора расширенной ошибки $\mathbf{E}=\mathbf{H}\left\{\xi^{\mathrm{T}}\right\}\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ и, как следствие, ошибки ε управления к нулю.

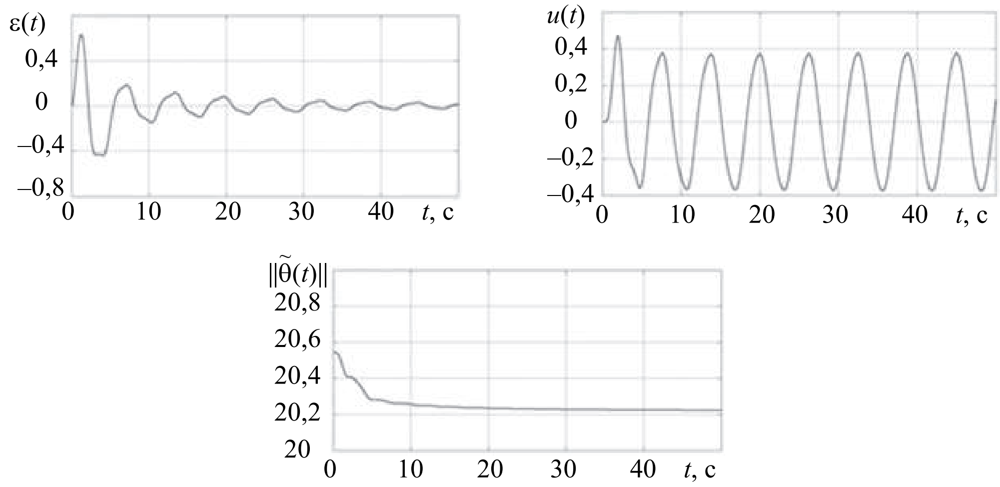

Рис. 1. Переходные процессы в системе управления, замкнутой градиентным алгоритмом адаптации: ошибка слежения (а); сигнал управления (б); норма матрицы параметрических ошибок (в)

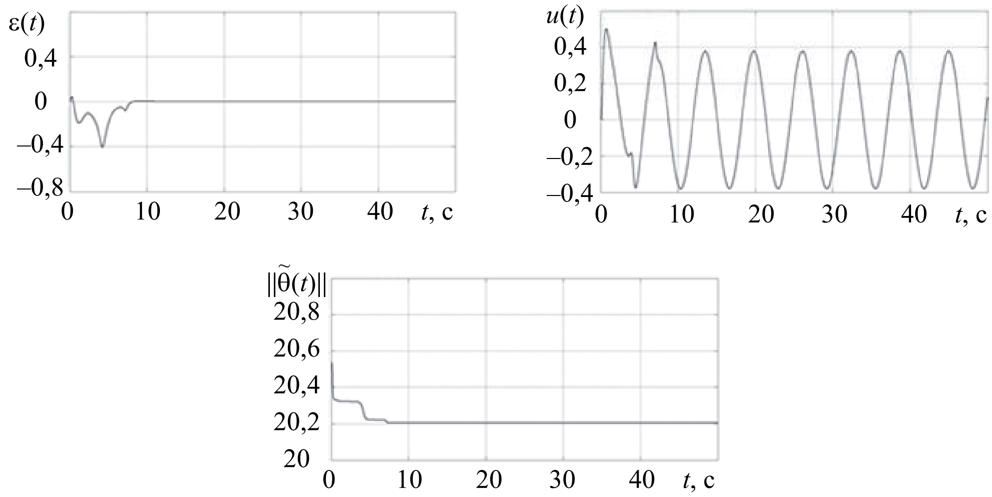

Рис. 2. Переходные процессы в системе управления, замкнутой алгоритмом адаптации с динамическим расширением регрессора: ошибка слежения (а); сигнал управления (б); норма матрицы параметрических ошибок (в)

Заключение

Таким образом, в статье предложен алгоритм адаптивного управления линейным объектом по выходу, основанный на алгоритме динамического расширения регрессора и принципе расширенной ошибки. Алгоритм обеспечивает ограниченность всех сигналов и асимптотическое стремление ошибки управления к нулю. При выполнении условия (15) возникает возможность произвольного увеличения скорости настройки регулятора путем увеличения коэффициента адаптации γ. Как следствие, повышается быстродействие системы управления.

Как показало моделирование, работа алгоритма не зависит от качества идентификации параметров и, как следствие, вид и частотные свойства задающего воздействия никак не влияют на сходимость ошибки управления к нулю.

Логическим продолжением исследования в рамках данной тематики является:

1. Ослабление допущения 3 на случай неопределенности высокочастотного коэффициента b_m, в том числе неопределенности знака этого параметра.
2. Консолидация алгоритма динамического расширения регрессора с алгоритмами адаптации высокого порядка и алгоритмами адаптивного бэкстеппинга.
3. Выработка более строгих рекомендаций по выбору фильтров $H_i\{\cdot\}, i=\overline{1,p}$ и анализ их влияния на качество переходных процессов.
4. Создание и анализ гибридных алгоритмов, использующих простые алгоритмы адаптации вида (8) и предложенный алгоритм (14). Пример таких решений приведен авторами в [16].

Литература

1. Astrom K., Wittenmark B. On self–tuning regulators // Automatica. 1973. V. 9. N 2. P. 185–199. doi: 10.1016/0005-1098(73)90073-3
2. Ioannou P.A., Sun J. Robust Adaptive Control. NJ, Prentice-Hall, 1996.
3. Narendra K., Annaswamy A. Stable Adaptive Systems. New Jersey: Prentice Hall, 1989.
4. Sastry S., Bodson M. Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness. New Jersey: Prentice-Hall, 1989. 377 p. (in Russian)
5. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. М.: Наука, 1991. 432 с.
6. Lion P.M. Rapid identification of linear and nonlinear systems // AIAA Journal. 1967. V. 5. N 10. P. 1835–1842. doi: 10.2514/3.4313
7. Kreisselmeier G. Adaptive observers with exponential rate of convergence // IEEE Transactions on Automatic Control. 1977. V. 22. N 1. P. 2–8. doi: 10.1109/tac.1977.1101401
8. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing // IEEE Transactions on Automatic Control. 2017. V. 62. N 7. P. 3546–3550. doi: 10.1109/tac.2016.2614889
9. Feuer A., Morse A.S. Adaptive control of single-input, single output linear systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 1978. V. 23. N 4. P. 557–569. doi: 10.1109/tac.1978.1101822
10. Monopoli R.V. Model reference adaptive control with an augmented error // IEEE Transactions on Automatic Control. 1974. V. 19. N 5. P. 474–484. doi: 10.1109/tac.1974.1100670
11. Morse A.S. High-order parameter tuners for the adaptive control of linear and nonlinear systems / In Systems, Models and Feedback: Theory and Applications. Eds. A. Isidori, T.J. Tarneds. Basel: BirkhaKuser, 1992. P. 339–364. doi: 10.1007/978-1-4757-2204-8_23
12. Никифоров В.О. Адаптивное и робастное управление с компенсацией внешних возмущений. СПб.: Наука, 2003. 282 с.
13. Nikiforov V.O. Robust high-order tuner of simplified structure // Automatica. 1999. V. 35. N 8. P. 1409–1415. doi: 10.1016/s0005-1098(99)00051-5
14. Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P.V. Nonlinear and Adaptive Control Design. NY: Wiley, 1995.
15. Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Линейные системы. СПб.: Питер, 2005. 336 с.
16. Gerasimov D.N., Nikiforov V.O., Belyaev M.E., Koshelev K.P. Performance improvement of MRAC by dynamical regressor extension // CDC2018. Miami, USA, 2018. (in press)

References

1. Astrom K., Wittenmark B. On self–tuning regulators. *Automatica*, 1973, vol. 9, no. 2, pp. 185–199. doi: 10.1016/0005-1098(73)90073-3
2. Ioannou P.A., Sun J. *Robust Adaptive Control*. NJ, Prentice-Hall, 1996.
3. Narendra K., Annaswamy A. *Stable Adaptive Systems*. New Jersey, Prentice Hall, 1989.
4. Sastry S., Bodson M. Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness. New Jersey, Prentice-Hall, 1989, 377 p. (in Russian)
5. Ljung L. *System Identification: Theory for the User*. 2nd ed. New Jersey, Prentice-Hall, 1999, 409 p.
6. Lion P.M. Rapid identification of linear and nonlinear systems. *AIAA Journal*, 1967, vol. 5, no. 10, pp. 1835–1842. doi: 10.2514/3.4313
7. Kreisselmeier G. Adaptive observers with exponential rate of convergence. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1977, vol. 22, no. 1, pp. 2–8. doi: 10.1109/tac.1977.1101401
8. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, vol. 62, no. 7, pp. 3546–3550. doi: 10.1109/tac.2016.2614889
9. Feuer A., Morse A.S. Adaptive control of single-input, single output linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1978, vol. 23, no. 4, pp. 557–569. doi: 10.1109/tac.1978.1101822
10. Monopoli R.V. Model reference adaptive control with an augmented error. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1974, vol. 19, no. 5, pp. 474–484. doi: 10.1109/tac.1974.1100670
11. Morse A.S. High-order parameter tuners for the adaptive control of linear and nonlinear systems. In *Systems, Models and Feedback: Theory and Applications*. Eds. A. Isidori, T.J. Tarneds. Basel, BirkhaKuser, 1992, pp. 339–364. doi: 10.1007/978-1-4757-2204-8_23
12. Nikiforov V.O. *Adaptive and Robust Control with Perturbations Compensation*. St. Petersburg, Nauka Publ., 2003, 282 p. (in Russian)
13. Nikiforov V.O. Robust high-order tuner of simplified structure. *Automatica*, 1999, vol. 35, no. 8, pp. 1409–1415. doi: 10.1016/s0005-1098(99)00051-5
14. Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P.V. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. NY, Wiley, 1995.
15. Miroshnik I.V. *Theory of Automatic Control. Linear Systems*. St. Petersburg, Piter Publ., 2005, 336 p. (in Russian)
16. Gerasimov D.N., Nikiforov V.O., Belyaev M.E., Koshelev K.P. Performance improvement of MRAC by dynamical regressor extension. *CDC2018*. Miami, USA, 2018. (in press)

Авторы

Герасимов Дмитрий Николаевич – кандидат технических наук, доцент, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, Scopus ID: 36637147000, ORCID ID: 0000-0001-8306-4138, gerasimovdn@mail.ru

Кошелев Константин Павлович – инженер, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, ORCID ID: 0000-0001-6895-0967, koshelevkp@yandex.ru

Беляев Михаил Евгеньевич – инженер, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, Scopus ID: 57193574852, ORCID ID: 0000-0002-2916-5808, belyaevmihail@mail.ru

Никифоров Владимир Олегович – доктор технических наук, профессор, проректор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, Scopus ID: 7103218872, ORCID ID: 0000-0003-4860-5407, nikiforov@mail.ifmo.ru

Authors

Dmitriy N. Gerasimov – PhD, Associate Professor, Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, Scopus ID: 36637147000, ORCID ID: 0000-0001-8306-4138, gerasimovdn@mail.ru

Konstantin P. Koshelev – engineer, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, ORCID ID: 0000-0001-6895-0967, koshelevkp@yandex.ru

Mikhail E. Belyaev – engineer, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, Scopus ID: 57193574852, ORCID ID: 0000-0002-2916-5808, belyaevmihail@mail.ru

Vladimir O. Nikiforov – D.Sc, Full Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, Scopus ID: 7103218872, ORCID ID: 0000-0003-4860-5407, nikiforov@mail.ifmo.ru