



УДК 681.51

## ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ СИНУСОИДАЛЬНОГО СИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ АМПЛИТУДОЙ

Ле Ван Туан<sup>a</sup>, А.А. Бобцов<sup>a</sup><sup>a</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

Адрес для переписки: bobtsov@mail.ru

**Информация о статье**

Поступила в редакцию 25.09.18, принята к печати 20.10.18

doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-6-976-981

Язык статьи – русский

**Ссылка для цитирования:** Ле Ван Туан, Бобцов А.А. Идентификация параметров синусоидального сигнала с неизвестной нестационарной амплитудой // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2018. Т. 18. № 6. С. 976–981. doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-6-976-981

**Аннотация**

Рассматривается задача идентификации частоты смещенного синусоидального сигнала в отсутствии шумов измерений. Предполагается, что смещение и амплитуда синусоидального сигнала являются неизвестными функциями времени. Допускается, что частота синусоидального сигнала является неизвестным числом, а смещение и амплитуда синусоидального сигнала могут быть представлены в виде кусочно-линейных на интервале функций времени. Для оценивания частоты синусоидального сигнала была предложена оригинальная процедура параметризации, приводящая исходное нелинейное уравнение к виду стандартной линейной регрессионной модели. После ряда специальных преобразований было получено простейшее уравнение, содержащее один неизвестный параметр (квадрат от частоты синусоидального сигнала), умноженный на известную функцию времени. Для поиска этого параметра был использован стандартный интегральный алгоритм идентификации, позволяющий гарантировать робастность оценок к внешним возмущениям, а также улучшать качество переходных процессов за счет настроечного коэффициента. Предлагаемый алгоритм идентификации частоты имеет техническую привлекательность и может быть использован в задачах компенсации или подавления возмущений и (или) ошибок измерений, описываемых гармоническим или полигармоническим сигналами, в том числе для парирования вертикальных инерционных ускорений при оценивании аномалий силы тяжести на подвижном объекте. Для иллюстрации работоспособности предложенного алгоритма идентификации в статье приведены результаты компьютерного моделирования, демонстрирующие достижение поставленных целей.

**Ключевые слова**

идентификация, линейная регрессионная модель, нестационарные параметры, синусоидальные сигналы, кусочно-линейные функции времени

**Благодарности**

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, контракт № 18-19-00627.

## SINUSOIDAL SIGNAL PARAMETERS IDENTIFICATION WITH UNKNOWN VARIABLE AMPLITUDE

Le Van Tuan<sup>a</sup>, A. A. Bobtsov<sup>a</sup><sup>a</sup>ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

Corresponding author: bobtsov@mail.ru

**Article info**

Received 25.09.18, accepted 20.10.18

doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-6-976-981

Article in Russian

**For citation:** Le Van Tuan, Bobtsov A. A. Sinusoidal signal parameters identification with unknown variable amplitude. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2018, vol. 18, no. 6, pp. 976–981 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-6-976-981

**Abstract**

The paper considers the problem of the frequency identification for a biased sinusoidal signal in the absence of measurement noise. It is assumed that the displacement and amplitude of the sinusoidal signal are unknown functions of time. It is accepted that the frequency of the sinusoidal signal is an unknown number, and the displacement and amplitude of the sinusoidal signal can be represented as piecewise linear in the time interval. To estimate the frequency of the sinusoidal signal, an original

parametrization procedure was proposed, reducing the original nonlinear equation to the form of a standard linear regression model. After a number of special transformations, the simplest equation was obtained, containing one unknown parameter (the square of the sinusoidal signal frequency) multiplied by the known time function. To search for this parameter, we used the standard integrated algorithm of identification, which makes it possible to guarantee the robustness of estimates to external disturbances, and also to improve the quality of transients due to the tuning coefficient. The proposed frequency identification algorithm has technical attractiveness and can be used in problems of compensation or suppression of disturbances and/or measurement errors described by harmonic or polyharmonic signals, including for compensation of vertical inertial accelerations in estimating gravity anomalies at a mobile object. To illustrate the efficiency of the proposed identification algorithm, the paper presents the results of computer modeling demonstrating the achievement of the target goals.

**Keywords**

identification, linear regression model, non-stationary parameters, sinusoidal signals, piecewise linear time functions

**Acknowledgements**

This work is supported by the Russian Science Foundation, project No. 18-19-00627.

**Введение**

В настоящей статье рассматривается задача идентификации частоты смещенного синусоидального сигнала с неизвестными нестационарными амплитудой и смещением. Сама по себе задача идентификации параметров (частоты/частот) синусоидальных сигналов для случая стационарных амплитуд и смещений хорошо изучена (см., например, [1–4]). В работе [1] для синусоидального сигнала предложен алгоритм идентификации частоты, обеспечивающий (за счет подбора коэффициентов настройки алгоритма) возможность повышения скорости сходимости настраиваемого параметра к истинному значению (искомой частоте). В статьях [2–4] представлены методы идентификации частот сигнала, содержащего известное число гармоник. Эти методы обеспечивают глобальную асимптотическую сходимость настраиваемых параметров к истинным значениям, но не предлагают механизмов уточнения оценок идентификации в случае возмущений, а также не позволяют улучшать качество переходных процессов.

В статьях [5, 6] рассматривается задача улучшения оценок идентификации неизвестной частоты синусоидального сигнала в условиях возмущающего воздействия. В работе [5] улучшение оценок обеспечивает специальная схема переключения коэффициентов алгоритма идентификации, а в [6] – каскад полосовых фильтров.

В подходе [7], обеспечивающем монотонность переходных процессов параметрической идентификации, а также ускорение сходимости настраиваемых параметров к их истинным значениям, использован метод динамического расширения регрессора [8].

Однако во всех рассмотренных методах амплитуды синусоидальных сигналов и смещения являются постоянными числами. В работе [9] предложен метод идентификации частоты синусоидального сигнала в случае нестационарной амплитуды, его недостатком является допущение, что значение амплитуды синусоидального сигнала получается путем умножения неизвестного числа на известную функцию.

В настоящей работе предлагается расширение задачи [9] на случай неизвестной нестационарной амплитуды. Предлагаемый подход базируется на новом результате [10], обеспечивающем идентификацию нестационарных параметров для линейной регрессионной модели. Полученный алгоритм может быть использован при решении ряда технических задач, связанных с компенсацией или подавлением возмущений и/или ошибок измерений, описываемых гармоническим или полигармоническим сигналами. Такая задача возникает, например, при компенсации вертикальных инерционных ускорений в случае оценивания аномалий силы тяжести на подвижном объекте [11–13].

**Постановка задачи**

Рассмотрим измеряемый смещенный синусоидальный сигнал вида

$$y(t) = A_1 + A_2 \sin \omega t, \tag{1}$$

где  $\omega$  – неизвестное число,  $A_1(t)$  и  $A_2(t)$  – неизвестные функции времени:

$$\dot{A}_i = \beta_i = \begin{cases} \beta_{i,1} & \text{при } 0 \leq t < t_{i,2}, \\ \beta_{i,2} & \text{при } t_{i,2} \leq t < t_{i,3}, \\ \vdots & \\ \beta_{i,q} & \text{при } t_{i,q} \leq t < t_{i,q+1}, \end{cases}$$

$\beta_{i,j}$  и  $t_{i,j}$  – неизвестные числа,  $j = 1, \dots, q$ , причем  $t_{i,j}$  определяет моменты времени, когда в  $j$ -й раз изменяется скорость вариации параметра  $A_i(t)$ .

Необходимо синтезировать алгоритм идентификации

$$\hat{\omega}(t) = f(y), \tag{2}$$

обеспечивающий асимптотическую сходимость функции  $\hat{\omega}(t)$  к неизвестному числу  $\omega$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{\omega}(t) - \omega| = 0. \quad (3)$$

**Основной результат**

Дифференцируя уравнение (1) на интервале времени  $t \in [t_{i,j}, t_{i,j+1})$ , получим

$$\dot{y} = \beta_1 + \beta_2 \sin \omega t + \omega A_2 \cos \omega t, \quad (4)$$

$$\ddot{y} = 2\omega\beta_2 \cos \omega t - \omega^2 A_2 \sin \omega t, \quad (5)$$

$$\frac{d^3 y}{dt^3} = -2\omega^2 \beta_2 \sin \omega t - \omega^2 \beta_2 \sin \omega t - \omega^3 A_2 \cos \omega t. \quad (6)$$

Подставив (4) в (6), получим

$$\frac{d^3 y}{dt^3} = -2\omega^2 \beta_2 \sin \omega t - \omega^2 \dot{y} + \omega^2 \beta_1. \quad (7)$$

После дифференцирования (7) на интервале времени  $t \in [t_{i,j}, t_{i,j+1})$

$$\frac{d^4 y}{dt^4} = -2\omega^3 \beta_2 \cos \omega t - \omega^2 \ddot{y}. \quad (8)$$

Из уравнений (5) и (1) следует

$$-2\omega^3 \beta_2 \cos \omega t = -\omega^2 \ddot{y} - \omega^4 A_2 \sin \omega t = -\omega^2 \ddot{y} - \omega^4 (y - A_1).$$

Тогда уравнение (8) примет вид

$$\frac{d^4 y}{dt^4} = -2\omega^2 \ddot{y}(t) - \omega^4 y(t) + \omega^4 A_1(t). \quad (9)$$

Применив для (9) оператор  $\frac{1}{(p+1)^4}$ , получим

$$\begin{aligned} z_1(t) &= \frac{p^4}{(p+1)^4} y(t) = -2\omega^2 \frac{p^2}{(p+1)^4} y(t) - \omega^4 \frac{1}{(p+1)^4} y(t) + \\ &+ \omega^4 \frac{1}{(p+1)^4} A_1(t) = \omega^2 \varphi_1 + \omega^4 \varphi_2 + \omega^4 \varphi_3, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $p = d/dt$ ,  $\varphi_1 = -2 \frac{p^2}{(p+1)^4} y(t)$ ,  $\varphi_2 = -\frac{1}{(p+1)^4} y(t)$  и  $\varphi_3 = \frac{1}{(p+1)^4} A_1(t)$ .

Следуя [10], применим к уравнению (10) оператор  $\frac{1}{p+1}$ :

$$z_2(t) = \frac{1}{p+1} z_1(t) = \omega^2 \varphi_4 + \omega^4 \varphi_5 + \omega^4 \frac{1}{p+1} \varphi_3 = \omega^2 \varphi_4 + \omega^4 \varphi_5 + \omega^4 \varphi_3 - \omega^4 \frac{1}{p+1} \dot{\varphi}_3. \quad (11)$$

Рассмотрим функцию

$$\dot{\varphi}_3 = \frac{1}{(p+1)^4} \dot{A}_1 = \frac{1}{(p+1)^4} \beta_1 = \beta_1 + \varepsilon(t), \quad (12)$$

где  $\varepsilon(t)$  – экспоненциально затухающее слагаемое.

Подставив (12) в (11) и пренебрегая  $\varepsilon(t)$ , получим

$$z_2(t) = \omega^2 \varphi_4 + \omega^4 \varphi_5 + \omega^4 \varphi_3 - \omega^4 \beta_1, \quad (13)$$

откуда  $z_3(t) = z_1(t) - z_2(t) = \omega^2 \varphi_6 + \omega^4 \varphi_7 + \omega^4 \beta_1$ , (14)

где  $\varphi_6 = \varphi_1 - \varphi_4$ ,  $\varphi_7 = \varphi_2 - \varphi_5$ ,  $\varphi_4 = \frac{1}{p+1} \varphi_1$  и  $\varphi_5 = \frac{1}{p+1} \varphi_2$ .

Применив для (14) оператор  $\frac{p}{p+1}$  на интервале времени  $t \in [t_{i,j}, t_{i,j+1})$ , получим

$$z_4(t) = \frac{p}{p+1} z_3(t) = \theta \varphi_8 + \theta^2 \varphi_9, \quad (15)$$

где  $\theta = \omega^2$ ,  $\varphi_8 = \frac{p}{p+1} \varphi_6$  и  $\varphi_9 = \frac{p}{p+1} \varphi_7$ .

Таким образом, для идентификации частоты  $\omega$  синусоидального сигнала (1), или решения задачи (2), (3), достаточно получить из регрессионной модели (15) истинное значение параметра  $\theta$ . Отметим, что уравнение (15) представляет собой классическую линейную регрессионную модель, для которой могут быть применены различные идентификационные подходы (см., например, [14]). Однако для квадратичного уравнения (15) с помощью несложных преобразований можно получить регрессионную модель с одним неизвестным параметром.

Умножим слева и справа уравнение (15) на  $\varphi_9$ :

$$z_4 \varphi_9 = \theta \varphi_8 \varphi_9 + \theta^2 \varphi_9^2$$

и с помощью замены  $\varphi_{10} = \frac{1}{2} \varphi_8$  получим

$$\theta^2 \varphi_9^2 + 2\theta \varphi_9 \varphi_{10} + \varphi_{10}^2 = z_4 \varphi_9 + \varphi_{10}^2, \tag{16}$$

откуда

$$(\theta \varphi_9 + \varphi_{10})^2 = z_4 \varphi_9 + \varphi_{10}^2. \tag{17}$$

После простых манипуляций с (17) получим регрессионную модель с одним неизвестным параметром

$$z_5 = \left| z_4 \varphi_9 + \varphi_{10}^2 \right|^{1/2} - \varphi_{10} = \theta \varphi_9. \tag{18}$$

Оценить параметр  $\theta$  можно с помощью различных техник идентификации (см., например, [14–17]), но в настоящей работе использован интегральный алгоритм следующего вида:

$$\dot{\hat{\theta}} = -k \hat{\theta} \varphi_9^2 + k \varphi_9 z_5, \tag{19}$$

где  $k > 0$  – коэффициент настройки, увеличив который, можно повысить быстродействие. Для подтверждения этого рассмотрим ошибку оценивания

$$\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta. \tag{20}$$

Дифференцируя (20), получим

$$\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\hat{\theta}} - \dot{\theta} = -k \hat{\theta} \varphi_9^2 + k \varphi_9 z_5 = -k \hat{\theta} \varphi_9^2 + k \theta \varphi_9^2 = -k \tilde{\theta} \varphi_9^2, \tag{21}$$

откуда

$$\tilde{\theta}(t) = \tilde{\theta}(t_0) e^{-k \int_{t_0}^t \varphi_9^2 d\tau}. \tag{22}$$

Из (22) легко видеть, что при увеличении коэффициента настройки  $k$  ошибка оценивания (20) уменьшается.

### Результаты моделирования

Проиллюстрируем работоспособность алгоритма идентификации (19) с помощью компьютерного моделирования. Пусть параметры  $A_1(t)$  и  $A_2(t)$  имеют вид (рис. 1):

$$\dot{A}_1 = \beta_1 = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 \leq t < 50, \\ -0,02 & \text{при } 50 \leq t < 100, \\ 0 & \text{при } 100 \leq t < 250, \end{cases} \quad \dot{A}_2 = \beta_2 = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 \leq t < 50, \\ 0,01 & \text{при } 50 \leq t < 100, \\ 0 & \text{при } 100 \leq t < 150, \\ -0,02 & \text{при } 150 \leq t < 200, \\ 0 & \text{при } 200 \leq t < 250. \end{cases}$$

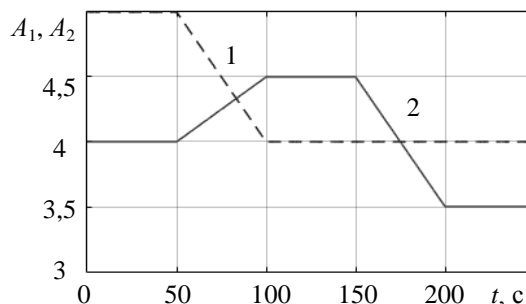


Рис. 1. График параметров  $A_1(t)$  (1) и  $A_2(t)$  (2) во времени

Пусть  $\omega = 2$ , тогда  $y(t) = A_1 + A_2 \sin 2t$ . Проведем компьютерное моделирование для  $k = 50$ .

Графики переходных процессов оценки параметров  $\hat{\theta}(t)$  и  $\hat{\omega}(t)$  представлены на рис. 2.

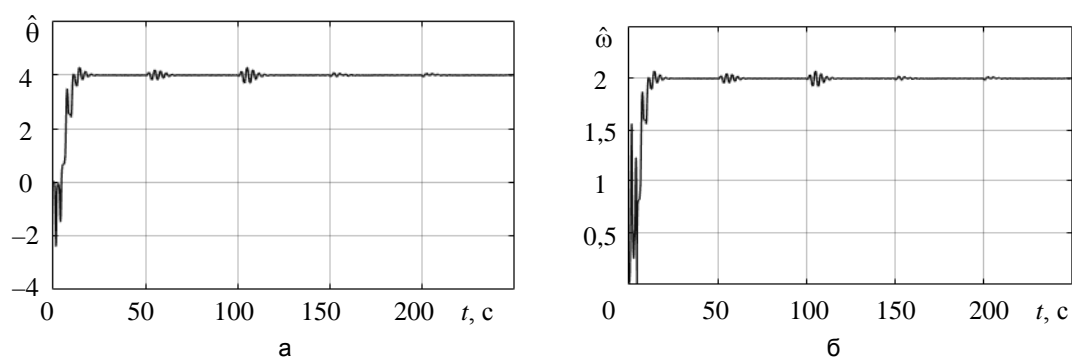


Рис. 2. Графики оценок параметров  $\hat{\theta}(t)$  (а) и  $\hat{\omega}(t)$  (б) для  $\omega = 2$

Пусть  $\omega = 4$ , тогда  $y(t) = A_1 + A_2 \sin 4t$ . Проведем компьютерное моделирование для  $k = 3000$ .

Графики переходных процессов оценки параметров  $\hat{\theta}(t)$  и  $\hat{\omega}(t)$  представлены на рис. 3.

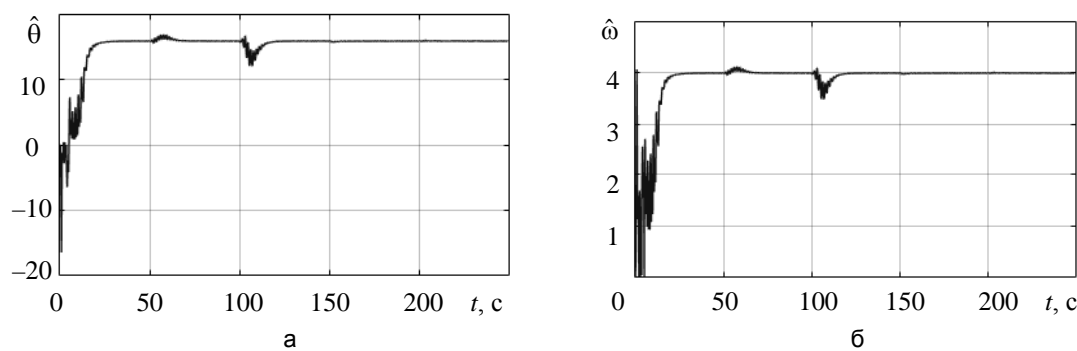


Рис. 3. Графики оценок параметров  $\hat{\theta}(t)$  (а) и  $\hat{\omega}(t)$  (б) для  $\omega = 4$

### Заключение

В статье предложен новый метод идентификации частоты смещенного синусоидального сигнала вида (1). Для решения поставленной задачи (2), (3) сигнал (1) преобразован к более удобному виду (18) и применен интегральный алгоритм настройки параметра (19). Для иллюстрации работоспособности выполнено компьютерное моделирование, демонстрирующее параметрическую сходимость переменной  $\hat{\theta}$  алгоритма (19) к истинному значению  $\theta$ . Полученный алгоритм предполагается использовать при компенсации вертикальных инерционных ускорений в задаче оценивания аномалий силы тяжести на подвижном объекте.

### Литература

1. Aranovskiy S., Bobtsov A., Kremlev A., Nikolaev N., Slita O. Identification of frequency of biased harmonic signal // *European Journal of Control*. 2010. V. 16. N 2. P. 129–139. doi: 10.3166/ejc.16.129-139
2. Hou M. Parameter identification of sinusoids // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2012. V. 57. N 2. P. 467–472. doi: 10.1109/TAC.2011.2164736
3. Marino R., Tomei P. Frequency estimation of periodic signals // *Proc. European Control Conference*. Strasbourg, France, 2014. P. 7–12. doi: 10.1109/ecc.2014.
4. Пыркин А.А., Бобцов А.А., Ведяков А.А., Колубин С.А. Оценивание параметров полигармонического сигнала // *Автоматика и телемеханика*. 2015. № 8. С. 94–114.
5. Bobtsov A.A., Efimov D., Pyrkin A.A., Zolghadri A. Switched algorithm for frequency estimation with noise rejection // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2012. V. 57. N 9. P. 2400–2404. doi: 10.1109/TAC.2012.2186685
6. Aranovskiy S.V., Bobtsov A.A., Pyrkin A.A., Gritcenko P.A. Adaptive filters cascade applied to a frequency identification improvement problem // *International Journal of Adaptive*

### References

1. Aranovskiy S., Bobtsov A., Kremlev A., Nikolaev N., Slita O. Identification of frequency of biased harmonic signal. *European Journal of Control*, 2010, vol. 16, no. 2, pp. 129–139. doi: 10.3166/ejc.16.129-139
2. Hou M. Parameter identification of sinusoids. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, vol. 57, no. 2, pp. 467–472. doi: 10.1109/TAC.2011.2164736
3. Marino R., Tomei P. Frequency estimation of periodic signals. *Proc. European Control Conference*. Strasbourg, France, 2014, pp. 7–12. doi: 10.1109/ecc.2014.
4. Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Vedyakov A.A., Kolyubin S.A. Estimation of polyharmonic signal parameters. *Automation and Remote Control*, 2015, vol. 76, no. 8, pp. 1400–1416. doi: 10.1134/S0005117915080068
5. Bobtsov A.A., Efimov D., Pyrkin A.A., Zolghadri A. Switched algorithm for frequency estimation with noise rejection. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, vol. 57, no. 9, pp. 2400–2404. doi: 10.1109/TAC.2012.2186685
6. Aranovskiy S.V., Bobtsov A.A., Pyrkin A.A., Gritcenko P.A.

- Control and Signal Processing. 2016. V. 30. N 5. P. 677–689. doi: 10.1002/acs.2602
7. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Improved transients in multiple frequencies estimation via dynamic regressor extension and mixing // *IFAC-PapersOnLine*. 2016. V. 49. N 13. P. 99–104. doi: 10.1016/j.ifacol.2016.07.934
  8. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2016. V. 62. N 7. P. 3546–3550. doi: 10.1109/TAC.2016.2614889
  9. Vedyakov A.A., Vediakova A.O., Bobtsov A.A., Pyrkin A.A., Aranovskiy S.V. A globally convergent frequency estimator of a sinusoidal signal with a time-varying amplitude // *European Journal of Control*. 2017. V. 38. P. 32–38. doi: 10.1016/j.ejcon.2017.08.001
  10. Ле В.Т., Бобцов А.А., Пыркин А.А. Новый алгоритм идентификации нестационарных параметров для линейной регрессионной модели // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2017. Т. 17. № 5. С. 952–955. doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-5-952-955
  11. Степанов О.А., Блажнов Б.А., Кошаев Д.А. Исследование эффективности использования спутниковых измерений при определении ускорения силы тяжести на летательном аппарате // *Гироскопия и навигация*. 2002. № 3. С. 33–47.
  12. Stepanov O.A., Koshayev D.A. Analysis of filtering and smoothing techniques as applied to aerogravimetry // *Gyroscopy and Navigation*. 2010. V. 1. N 1. P. 19–25. doi: 10.1134/s2075108710010049
  13. Пешехонов В.Г., Степанов О.А. и др. Современные методы и средства измерения параметров гравитационного поля Земли. СПб: Электроприбор, 2017. 390 с.
  14. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователей. М.: Наука, 1991. 432 с.
  15. Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб: Наука, 2000. 549 с.
  16. Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л. Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MATLAB. СПб: Наука, 1999. 475 с.
  17. Sastry S., Bodson M. *Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness*. Courier Dover Publications, 2011. 400 p.
  - Adaptive filters cascade applied to a frequency identification improvement problem. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2016, vol. 30, no. 5, pp. 677–689. doi: 10.1002/acs.2602
  7. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Improved transients in multiple frequencies estimation via dynamic regressor extension and mixing. *IFAC-PapersOnLine*, 2016, vol. 49, no. 13, pp. 99–104. doi: 10.1016/j.ifacol.2016.07.934
  8. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, vol. 62, no. 7, pp. 3546–3550. doi: 10.1109/tac.2016.2614889
  9. Vedyakov A.A., Vediakova A.O., Bobtsov A.A., Pyrkin A.A., Aranovskiy S.V. A globally convergent frequency estimator of a sinusoidal signal with a time-varying amplitude. *European Journal of Control*, 2017, vol. 38, pp. 32–38. doi: 10.1016/j.ejcon.2017.08.001
  10. Le Van Tuan, Bobtsov A.A., Pyrkin A.A. New algorithm of variable parameters identification for linear regression model. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2017, vol. 17, no. 5, pp. 952–955 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-5-952-955
  11. Stepanov O.A., Blazhnov B.A., Koshayev D.A. Study of the effectiveness of using satellite measurements in determining the gravity acceleration on an aircraft. *Гироскопия и Навигация*, 2002, no. 3, pp. 33–47. (in Russian)
  12. Stepanov O.A., Koshayev D.A. Analysis of filtering and smoothing techniques as applied to aerogravimetry. *Gyroscopy and Navigation*, 2010, vol. 1, no. 1, pp. 19–25. doi: 10.1134/s2075108710010049
  13. Peshekhonov V.G., Stepanov O.A. et al. Modern methods and means of measuring the parameters of the Earth gravitational field. St. Petersburg, *Elektropryor Publ.*, 2017, 390 p. (in Russian)
  14. Ljung L. *System Identification: Theory for the User*. 2<sup>nd</sup> ed. New Jersey, Prentice-Hall, 1999, 409 p.
  15. Miroshnik I.V., Nikiforov V.O., Fradkov A.L. *Nonlinear and Adaptive Control of Complex Dynamic Systems*. St. Petersburg, Nauka Publ., 2000, 549 p. (in Russian)
  16. Andrievsky B.R., Fradkov A.L. *Selected Chapters of Control Theory with Examples in MATLAB*. St. Petersburg, Nauka Publ., 1999, 475 p. (in Russian)
  17. Sastry S., Bodson M. *Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness*. Dover, 2011, 400 p.

#### Авторы

**Ле Ван Туан** – аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, Scopus ID: 57194111054, ORCID ID: 0000-0002-8693-3105, Visaosang89@gmail.com

**Бобцов Алексей Алексеевич** – доктор технических наук, профессор, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, Scopus ID: 8046819200, ORCID ID: 0000-0003-1854-6717, bobtsov@mail.ru

#### Authors

**Le Van Tuan** – postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, Scopus ID: 57194111054, ORCID ID: 0000-0002-8693-3105, Visaosang89@gmail.com

**Alexey A. Bobtsov** – D.Sc, Full Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, Scopus ID: 8046819200, ORCID ID: 0000-0003-1854-6717, bobtsov@mail.ru