



УДК 681.5, 531/534, 629.5.015.2, 532.5

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ТЕЛ ЭЛЛИпсоИДНОЙ ФОРМЫ ПО УГЛУ РЫСКАНИЯ НА СИММЕТРИЧНЫХ ДВИЖЕНИЯХ

А.С. Алышев^{a,b}

^aУниверситет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

^bАО Навис, Санкт-Петербург, 199106, Российская Федерация

Адрес для переписки: aalyshev@yandex.ru

Информация о статье

Поступила в редакцию 11.10.18, принята к печати 12.12.18

doi: 10.17586/2226-1494-2019-19-1-144-154

Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Алышев А.С. Идентификация параметров тел эллипсоидной формы по углу рыскания на симметричных движениях // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2019. Т. 19. № 1. С. 144–154. doi: 10.17586/2226-1494-2019-19-1-144-154

Аннотация

Представлены экспериментальные результаты идентификации инерционных параметров и диссипации энергии для тел в жидкости с использованием симметричных движений. Объектом исследования является энергетический метод, дополненный учетом в математической модели движения коэффициентов при разгонном и тормозном этапах движений, а также учетом влияния твердой стенки. Предметом исследования является возможность обеспечения точной симметрии движений тел в различных средах и настройка регуляторов с выбором начальных значений. При помощи управляемого электродвигателя телам задавались движения по углу рыскания в малом опытовом бассейне и в воздухе. С целью снижения ошибки слежения выбраны участки измерений с наибольшей симметрией, это позволяет отделить в расчетных формулах инерционные параметры от диссипативных. Для обеспечения симметрии движений предложены процедура итеративной настройки робастного регулятора по углу поворота, а также модификации алгоритма адаптации для адаптивного регулятора. С целью улучшения качества переходных процессов для робастных регуляторов предложено выбирать начальные значения исходя из предварительного приближенного теоретического расчета. Приведены сравнительные результаты использования предложенного метода, метода наименьших квадратов и теоретических формул. Эксперименты проведены для корпуса судна и эллипсоида с учетом подобия по числу Фруда и Струхала при двух осадках. Результаты эксперимента в воздухе отличаются от результатов по методу наименьших квадратов не более чем на 5,1 %, а в жидкости при ошибке слежения не более 0,01 % – максимум на 25 %. Расчет по известным формулам показал различные результаты. Практическая значимость разрабатываемого метода связана с возможностью получить точные значения интересующих параметров при медленных движениях с использованием малого числа интервалов программных движений (с сокращением времени проведения эксперимента).

Ключевые слова

параметрическая идентификация, присоединенный момент инерции, итеративная адаптация, симметричные программные движения, модель судна

Благодарности

Работа поддержана грантом РФФИ №16-08-00997.

PARAMETRIC IDENTIFICATION FOR SHIP HULL FORMS BY SYMMETRIC MOTIONS AROUND A YAW ANGLE

A.S. Alyshev^{a,b}

^aITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

^bNavis Engineering, Saint Petersburg, 199106, Russian Federation

Corresponding author: aalyshev@yandex.ru

Article info

Received 11.10.18, accepted 12.12.18

doi: 10.17586/2226-1494-2019-19-1-144-154

Article in Russian

For citation: Alyshev A.S. Parametric identification for ship hull forms by symmetric motions around a yaw angle. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2019, vol. 19, no. 1, pp. 144–154 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2019-19-1-144-154

Abstract

The paper presents experimental results on the identification of the inertial parameters and energy dissipation by the symmetric motions of the bodies in a liquid. The object of research is the energy method supplemented by taking into account the coefficients of the dynamic mathematical model of the accelerating and decelerating motion stages and the impact of the solid wall. The subject of research is the problem of exact symmetry of the program motions in various environments and the right choice of the regulator parameters with initial values. The programmed symmetric motions were performed by brushless direct current motor in a small model basin and in the air. When a small tracking error was obtained, the intervals with the highest symmetry were selected. It is necessary to separate the inertial parameters from the dissipative in the calculation formulas. The paper proposed a procedure for iterative tuning of the robust tracking controller, as well as modifications of the adaptation algorithm for the adaptive controller. The right choice of the initial values for the robust controller based on preliminary approximate theoretical calculation improved the quality of the transient responses. Comparative results with the use of the developed method, the least squares method and theoretical formulas are given. The experiments were carried out for the vessel hull and the ellipsoid taking into account the similarity of the Froude and Strouhal numbers in view of the two drafts. The experiment results in the air differ from the results by the nonlinear least squares by no more than 5.1 %. In a liquid with a tracking error about 0.01 % the results differ by no more than 25 %. The theoretical calculation by the known formulas showed different results. The practical relevance of the proposed method is associated with the possibility of high precision parameter identification on a specific program low speed motion with the use of only two angular intervals (with reducing the experiment time).

Keywords

parametric identification, added moment of inertia, iteration adaptation, symmetric program motions, ship model

Acknowledgements

This work was supported by the RFBR grant No.16-08-00997.

Введение

Точное определение параметров особенно актуально для задач моделирования движением судна в судовых тренажерах [1]. Зачастую точностью расчета некоторых коэффициентов, таких как присоединенные массы и присоединенные моменты инерции (ПМИ), пренебрегают ввиду их сложной зависимости от множества условий. В [2] представлены основные методы определения присоединенных параметров, рекомендованных для инженерных расчетов. Недостаточный учет этих параметров может повлечь к существенным расхождениям в поведении реального судна и математической модели на неустановившихся режимах движений.

В [3, 4] предложен метод экспериментальной параметрической идентификации ПМИ по углу рыскания. В [4] для раскачки судна использовались двигатели с маховиками. Такой подход позволяет применять бесконтактные подшипники в опоре стенда для лучшего разделения момента трения в опоре стенда и гидродинамического момента, а момент трения в двигателе считать предсказуемым. Особенность метода состоит в том, что необходимо обеспечивать точную симметрию движений испытываемых тел. В [4] для постоянных параметров присоединенных моментов инерции рассматривалась задача идентификации при безграничной жидкости.

В настоящей работе ставится задача уточнения математической модели и метода идентификации для учета особенности разгонного этапа и этапа торможения при наличии плоской стенки. Это уточнение может быть необходимо для идентификации параметров крупных тестовых тел, а также при высоких скоростях движения. Зависимость величины ПМИ и присоединенных масс от режима движения рассмотрена в [5, 6], в [7] исследовано влияние плоской стенки на параметры движения, в [8] экспериментально исследовано влияние плоской стенки при движении модели «носом к стенке» и «кормой к стенке». В [5] в циркуляционном бассейне экспериментально установлено, что ПМИ на этапе торможения больше, чем на этапе разгона за счет того, что развитые корабельные волны «догоняют» тела. Кроме того, планируется сделать возможным применение метода для определения других, не инерционных, параметров, что не делалось ранее.

Вторая задача состоит в экспериментальной оценке влияния величины ошибки слежения по углу рыскания на идентифицируемые параметры при использовании метода [3, 4], а также значения ошибки слежения, достаточного для получения корректных результатов. Полученные результаты сравниваются с результатами, полученными по методу наименьших квадратов (МНК) и теоретических формул. Третья задача состоит в применении метода [3, 4] для итеративной адаптивной подстройки коэффициентов регуляторов с определением для него подходящих начальных параметров.

Метод идентификации с учетом особенностей

Для решения первой задачи предлагается расширить метод идентификации [3, 4, 9, 10] с целью учета особенностей разгонного этапа, этапа торможения и влияния плоской стенки. Рассмотрим неравномерные вращения тела в жидкости вокруг его фиксированного центра тяжести O на глубокой воде по углу φ вокруг вертикальной оси под действием момента, создаваемого двигателем (рис. 1). На этапе разгона ПМИ определим в виде $\lambda_{66a}(t) = \lambda_{661} + \lambda_{662a}(\dot{\varphi}) + \lambda_{661}(\varphi)$ и на этапе торможения в виде

$\lambda_{66d}(t) = \lambda_{661} + \lambda_{662d}(\dot{\varphi}) + \lambda_{66l}(\varphi)$, а гидродинамические моменты на соответствующих этапах в виде $M_{66a}(t) = (f_{662a}(\dot{\varphi}) + f_{66l}(\varphi))\dot{\varphi}(t)$ и $M_{66d}(t) = (f_{662d}(\dot{\varphi}) + f_{66l}(\varphi))\dot{\varphi}(t)$, где $\lambda_{66l}(\varphi)$ и $f_{66l}(\varphi)$ – функции поправки, учитывающие влияние стенок бассейна. Рассмотрим два симметричных вращения тела на интервалах угловых скоростей $[\dot{\varphi}(t_1) \ \dot{\varphi}(t_2)]$ и $[\dot{\varphi}(t_5) \ \dot{\varphi}(t_6)] = [\dot{\varphi}(t_2) \ \dot{\varphi}(t_1)]$ с положительным и равным по модулю отрицательным ускорением соответственно. Запишем уравнения энергии для таких движений:

$$\begin{aligned} & (J_{zz} + \lambda_{661})(\dot{\varphi}^2(t_2) - \dot{\varphi}^2(t_1)) + 2 \int_{\varphi(t_1)}^{\varphi(t_2)} \lambda_{662a}(\dot{\varphi})\dot{\varphi}(t)d\varphi(t) + 2 \int_{t_1}^{t_2} \lambda_{66l}(\varphi)\dot{\varphi}(t)\ddot{\varphi}(t) dt = \\ & = 2 \left(A_1 - B_1 - D_{661} - \int_{t_1}^{t_2} (f_{662a}(\dot{\varphi}) + f_{66l}(\varphi))\dot{\varphi}^2(t) dt \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (J_{zz} + \lambda_{661})(\dot{\varphi}^2(t_1) - \dot{\varphi}^2(t_2)) + 2 \int_{\varphi(t_5)}^{\varphi(t_6)} \lambda_{662d}(\dot{\varphi})\dot{\varphi}(t)d\varphi(t) + 2 \int_{t_5}^{t_6} \lambda_{66l}(\varphi)\dot{\varphi}(t)\ddot{\varphi}(t) dt = \\ & = 2 \left(A_2 - B_2 - D_{662} - \int_{t_5}^{t_6} (f_{662d}(\dot{\varphi}) + f_{66l}(\varphi))\dot{\varphi}^2(t) dt \right), \end{aligned}$$

при $\lambda_{66}(t) = \begin{cases} \lambda_{66a}(t) \\ \lambda_{66d}(t) \end{cases}$ и $M_{66}(t) = \begin{cases} M_{66a}(t) \\ M_{66d}(t) \end{cases}$ при $\begin{cases} \text{sgn}(\ddot{\varphi})\text{sgn}(\dot{\varphi}) \geq 0 \\ \text{sgn}(\ddot{\varphi})\text{sgn}(\dot{\varphi}) < 0 \end{cases}$;

A_1 и A_2 , B_1 и B_2 , D_{661} и D_{662} – работа, обеспечиваемая моментом двигателя, трением в двигателе и гидродинамическим моментом на интервалах.

Вычтя второе уравнение энергии из первого с учетом симметрии двух интервалов движений, получим формулу для вычисления постоянной части ПМИ:

$$\begin{aligned} \hat{\lambda}_{661} = \hat{k}_t \frac{\int_{t_1}^{t_2} \hat{\varphi}(t)I(t)dt - \int_{t_5}^{t_6} \hat{\varphi}(t)I(t)dt}{\hat{\varphi}^2(t_2) - \hat{\varphi}^2(t_1)} - \hat{J}_{zz} + \frac{\Delta_{f1} \int_{t_1}^{t_2} \hat{\varphi}^2(t)|\hat{\varphi}(t)|dt}{\hat{\varphi}^2(t_2) - \hat{\varphi}^2(t_1)} + \frac{|\hat{\varphi}(t_1)|^{3.5} - |\hat{\varphi}(t_2)|^{3.5}}{3.5(\hat{\varphi}^2(t_2) - \hat{\varphi}^2(t_1))} \times \\ \times \Delta_{\lambda 1} - \frac{\int_{t_1}^{t_2} \lambda_{66l}(\varphi)\hat{\varphi}(t)\hat{\varphi}(t)dt - \int_{t_5}^{t_6} \lambda_{66l}(\varphi)\hat{\varphi}(t)\hat{\varphi}(t)dt + \int_{t_1}^{t_2} f_{66l}(\varphi)\hat{\varphi}^2(t)dt - \int_{t_5}^{t_6} f_{66l}(\varphi)\hat{\varphi}^2(t)dt}{\hat{\varphi}^2(t_2) - \hat{\varphi}^2(t_1)}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\lambda_{662a}(\dot{\varphi}) = \lambda_{662a}^0 |\dot{\varphi}(t)|^{1.5}$, $\lambda_{662d}(\dot{\varphi}) = \lambda_{662d}^0 |\dot{\varphi}(t)|^{1.5}$, $f_{662a}(\dot{\varphi}) = f_{662a}^0 |\dot{\varphi}(t)|$, $f_{662d}(\dot{\varphi}) = f_{662d}^0 |\dot{\varphi}(t)|$, $\lambda_{66l}(\varphi) = \frac{\lambda_{66a}^0}{l_a(\varphi)+1} + \frac{\lambda_{66f}^0}{l_f(\varphi)+1}$, $f_{66l}(\varphi) = \frac{f_{66a}^0}{l_a(\varphi)+1} + \frac{f_{66f}^0}{l_f(\varphi)+1}$; $I(t)$ – сила тока двигателя; $\hat{\varphi}$ – оценка угловой скорости тела; \hat{J}_{zz} – момент инерции тела с ротором двигателя; λ_{66a}^0 , λ_{66f}^0 , f_{66a}^0 , f_{66f}^0 , λ_{662a}^0 , λ_{662d}^0 , f_{662a}^0 и f_{662d}^0 – постоянные неизвестные коэффициенты; $l_a(\varphi)$ и $l_f(\varphi)$ – известные функции расстояния до плоской стенки от крайней носовой и кормовой точки тела, зависящие от координат точки O , $\varphi(t)$ и длины тела по ватерлинии; \hat{k}_t – постоянный коэффициент передачи по моменту (известный или определенный с эталонным телом в воздухе), $\Delta_{\lambda 1} = \hat{\lambda}_{662a}^0 + \hat{\lambda}_{662d}^0$, $\Delta_{f1} = \hat{f}_{662d}^0 - \hat{f}_{662a}^0$. Вид функций $\lambda_{662a}(\dot{\varphi})$, $\lambda_{662d}(\dot{\varphi})$, $\lambda_{66l}(\varphi)$ и $f_{66l}(\varphi)$ выбран нелинейным. Известно, что присоединенные параметры увеличиваются вблизи стенки (на мелководье) или при близком расхождении судов. Вопрос более точного выбора функций $\lambda_{66l}(\varphi)$, $f_{66l}(\varphi)$ и $f_{662a}(\dot{\varphi})$, $f_{662d}(\dot{\varphi})$ необходимо изучить отдельно.

При симметрии движения выполняется равенство:

$$B_1(t) + D_{661}(t) = B_2(t) + D_{662}(t) = \int_{t_1}^{t_2} \dot{\phi}(t)(M(t) + M_{66}(t)) dt = \int_{t_5}^{t_6} \dot{\phi}(t)(M(t) + M_{66}(t)) dt,$$

а также $\int_{\hat{\phi}(t_1)}^{\hat{\phi}(t_2)} |\dot{\phi}(t)|^{1.5} \dot{\phi}(t) d\hat{\phi}(t) = - \int_{\hat{\phi}(t_1)}^{\hat{\phi}(t_6)} |\dot{\phi}(t)|^{1.5} \dot{\phi}(t) d\hat{\phi}(t)$ и $\int_{t_1}^{t_2} \dot{\phi}^2(t) |\dot{\phi}(t)| dt = \int_{t_5}^{t_6} \dot{\phi}^2(t) |\dot{\phi}(t)| dt$.

Далее предлагается формула для определения диссипативной функции с использованием тех же интервалов движения. Модифицируя метод энергий таким образом, что взамен вычитания уравнений энергии выполним их сложение, с учетом обнуления основной части инерционного параметра, получим выражение для расчета работы функции $\hat{B}(t) + \hat{D}_{66}(t)$ при $\Delta_{\lambda,2} = \hat{\lambda}_{662d}^0 - \hat{\lambda}_{662a}^0$, $\Delta_{f,2} = \hat{f}_{662d}^0 + \hat{f}_{662a}^0$:

$$\begin{aligned} \hat{B}(t) + \hat{D}_{66}(t) = & \frac{\hat{k}_t}{2} \left(\int_{t_1}^{t_2} \hat{\phi}(t) I(t) dt + \int_{t_5}^{t_6} \hat{\phi}(t) I(t) dt \right) - \frac{\Delta_{f,2}}{2} \int_{t_1}^{t_2} \dot{\phi}^2(t) |\dot{\phi}(t)| dt - \frac{|\hat{\phi}(t_1)|^{3.5} - |\hat{\phi}(t_2)|^{3.5}}{7(\hat{\phi}^2(t_2) - \hat{\phi}^2(t_1))} \times \\ & \times \Delta_{\lambda,2} - \frac{\int_{t_1}^{t_2} \lambda_{661}(\phi) \hat{\phi}(t) \hat{\phi}'(t) dt + \int_{t_5}^{t_6} \lambda_{661}(\phi) \hat{\phi}(t) \hat{\phi}'(t) dt + \int_{t_1}^{t_2} f_{661}(\phi) \hat{\phi}^2(t) dt + \int_{t_5}^{t_6} f_{661}(\phi) \hat{\phi}^2(t) dt}{2(\hat{\phi}^2(t_2) - \hat{\phi}^2(t_1))}. \end{aligned} \quad (2)$$

Параметры диссипативной функции можно определить с помощью математической модели момента трения и гидродинамического момента. Для идентификации можно рассматривать несколько видов программных движений.

1. Однонаправленные симметричные разгонно-тормозные движения могут выполняться на произвольном участке траектории либо на одном и том же угловом интервале с полным оборотом между этапами в случае, когда параметры можно принять постоянными или зависящими от скорости.
2. Реверсивно-симметричные разгонно-тормозные движения выполняются на различных либо одних и тех же (рекомендуется применять, когда параметры также зависят от угла поворота тел) угловых интервалах.
3. При наличии неточного монтажа крепления всей системы и несовпадении центра тяжести судна с точкой O может возникнуть момент силы тяжести. Для исключения его влияния на результат могут использоваться полнооборотные программные движения (работа сил тяжести на замкнутых интервалах траектории равна нулю) пункта 1 или 2.

Программные движения на этапах неустановившихся движений могут быть дополнены равномерными движениями для плавного изменения скоростей течения жидкости, а для осуществления реверсивных этапов – предварительными разгонными этапами или выбегами. Таким образом, при выборе реверсивно-симметричных участков движений, совершенных на одном и том же угловом интервале, в уравнениях (1) и (2) можно положить $\int_{t_5}^{t_6} \lambda_{661}(\phi) \hat{\phi}(t) \hat{\phi}'(t) dt = - \int_{t_1}^{t_2} \lambda_{661}(\phi) \hat{\phi}(t) \hat{\phi}'(t) dt$ и

$$\int_{t_1}^{t_2} f_{661}(\phi) \hat{\phi}^2(t) dt = \int_{t_5}^{t_6} f_{661}(\phi) \hat{\phi}^2(t) dt, \text{ такой подход позволяет разделить инерционные и диссипативные}$$

параметры. Выбрав несколько симметричных пар подынтервалов движений на совершенном симметричном программном движении и рассмотрев несколько уравнений вида (1) и (2) для различных интервалов скоростей (число уравнений равно числу неизвестных параметров), можно идентифицировать все неизвестные параметры, входящие в уравнения (1) и (2). Для получения адекватных значений на высокочастотных колебаниях необходимо увеличивать массив данных путем внесения в уравнения энергии интервалов симметричных движений, осуществленных дополнительно.

При ошибке слежения $e(t) \approx 0$ в расчетных формулах оценки угловых скоростей могут быть заменены соответствующими значениями программной угловой скорости $\dot{\phi}_{ref}(t_2)$ и $\dot{\phi}_{ref}(t_1)$.

Математическая модель и результаты эксперимента

Рассмотрим два уравнения движения тела для воздуха и жидкости (влияние стенок считается постоянным, а разница коэффициентов при разгоне и торможении пренебрежимо мала):

$$J_{zz} \ddot{\phi}(t) = k_t I(t) - f_{c1}(F_{n1}) \text{sgn}(\dot{\phi}(t)) - f_{11}(F_{n1}) \dot{\phi}(t), \quad (3)$$

$$(J_{zz} + \lambda_{661}) \ddot{\phi}(t) = k_t I(t) - f_{c2}(F_{n2}) \text{sgn}(\dot{\phi}(t)) - f_{12}(F_{n2}) \dot{\phi}(t) - f_{661}(S) \dot{\phi}(t) - f_{662}(S) \dot{\phi}(t) |\dot{\phi}(t)|,$$

где $f_c(F_n)$ и $f_1(F_n)$ – параметры момента трения Кулона и вязкого трения в двигателе; $f_{661}(S)$ и $f_{662}(S)$ – коэффициенты момента гидродинамического сопротивления, зависящие от площади S смоченной поверхности тела; F_n – результирующая вертикальная сила давления на подшипники, зависящая от силы Архимеда и массы вращающихся частей.

Встроенный в сервоусилитель регулятор тока настроен так, что динамика контура тока [11] описывается выражением вида $I(t) = (T_c p + 1)^{-1} u(t)$ при известной постоянной малой времени T_c . Далее рассмотрим два регулятора для контура управления по углу поворота. Поскольку идентификация может происходить в произвольной жидкости [12] и среде, при различной осадке и шероховатости корпуса, температуре, при наличии или в отсутствие выступающих частей корпуса, рассмотрим адаптивные алгоритмы управления.

1. Регулятор с итеративной подстройкой коэффициентов для достижения цели $\lim_{t \rightarrow \infty} (e(t) = \varphi_{ref}(t) - \varphi(t)) = 0$.

Выберем следующий закон управления:

$$u_1(t) = \left(K_p + K_I \frac{1}{p} \right) e(t) + K_D \left(\dot{\varphi}_{ref}(t) - \frac{p}{T_o p + 1} \varphi(t) \right), \quad (4)$$

где T_o – малая постоянная времени. Параметры регулятора подстраиваются после каждой пары разгонно-тормозных движений или после n программных движений. Пренебрежем нелинейными членами в математической модели и настроим контур по углу поворота. На основе формул (1), (2), используя только первые дроби для расчета инерционного параметра α_1 и линеаризованного коэффициента трения α_2

(при $\hat{B} + \hat{D}_{66} = \alpha_2 \int_{t_1}^{t_2} \hat{\varphi}^2(t) dt = \alpha_2 \int_{t_4}^{t_5} \hat{\varphi}^2(t) dt$), получим формулы для настройки коэффициентов K_{pn} и K_{Dn} регулятора (4):

$$K_{Dn} = \frac{\alpha_1}{n_1 \hat{T}_c \hat{k}_t} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} \hat{\varphi}(t) I(t) dt - \int_{t_4}^{t_5} \hat{\varphi}(t) I(t) dt}{n_1 \hat{T}_c (\hat{\varphi}^2(t_2) - \hat{\varphi}^2(t_1))},$$

$$K_{pn} = \frac{\alpha_2}{n_1 \hat{T}_c \hat{k}_t} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} \hat{\varphi}(t) I(t) dt + \int_{t_4}^{t_5} \hat{\varphi}(t) I(t) dt}{2 n_1 \hat{T}_c \int_{t_1}^{t_2} \hat{\varphi}^2(t) dt},$$

где $K_{D0} = \frac{\alpha_{20}}{n_1 \hat{T}_c \hat{k}_t}$ и $K_{p0} = \frac{\alpha_{10}}{n_1 \hat{T}_c \hat{k}_t}$ – параметры регулятора на первой итерации; $n_1 \approx 0,5; 1; 2$ – постоянный коэффициент.

2. Последовательный компенсатор для достижения $\lim_{t \rightarrow \infty} (e(t) = \varphi_{ref}(t) - \varphi(t)) = \delta_0$.

В этом случае предполагается, что объект управления полностью неизвестен, а начальные значения подбираются произвольно таким образом, чтобы система была устойчивой. Выберем адаптивный закон управления [13] с фильтром $W_f(p) = (T_f p + 1)^{-1}$:

$$u_2(t) = \dot{\tilde{k}}(t) \xi(t) + \tilde{k}(t) \dot{\xi}(t) + \xi(t) \tilde{k}(t), \quad \dot{\xi}(t) = \sigma_0 \tilde{k}^2(t) (e(t) - \xi(t)), \quad \tilde{k}(t) = \int_{t_0}^t \lambda(\tau) d\tau, \quad \lambda(\tau) d\tau = \begin{cases} \lambda_0 \\ 0 \end{cases}$$

при

$$\begin{cases} |W_f(p)e(t)| > \delta_0 \\ |W_f(p)e(t)| \leq \delta_0 \end{cases} \quad (5)$$

Для приближенного учета более высоких порядков демпфирования и сухого трения предлагается дополнить закон управления (5) до следующего вида:

$$u_3(t) = \dot{\tilde{k}}(t)\xi(t) + \tilde{k}(t)\dot{\xi}(t) + \tilde{k}(t)\xi(t) + \gamma_1\tilde{k}(t)\operatorname{sgn}(\dot{\phi}_{ref}(t)) + \gamma_2\tilde{k}(t)\dot{\phi}_{ref}(t) \left| \dot{\phi}_{ref}(t) \right|. \quad (6)$$

Регулятор (6) в некоторых случаях позволяет предотвратить чрезмерный рост параметра \tilde{k} .

Программные движения выполнялись вокруг вертикальной оси, проходящей через центр масс эллипсоида (точку пересечения диаметральной плоскости, ДП, и плоскости мидельшпангоута для судна, точка O). Тела соединены с валом бесколлекторного двигателя постоянного тока тахом ЕС45 339281 со встроенным датчиком тока, использован энкодер E30S4 с разрешением 3000 имп/об и муфтой, сервоусилитель 4-Q-EC DES 50/5, система управления реализована в LabVIEW. Размеры бассейна 1,6×1,4 м.

В качестве тестового тела использована модель судна, представленная на рис. 1. Для обеспечения подобия движения тел (во всех экспериментах возьмем подобие для модели судна с осадкой T_{m1}) натурному судну выполним равенства по числу Фруда по ширине и числу Струхала при вращении:

$$\frac{\dot{\phi}_*}{\dot{\phi}_m} = \frac{L_{WL}}{L_{WL*}} \sqrt{\frac{B_{WL*}}{B_{WL}}}, \text{ где } L_{WL*}, B_{WL*} \text{ и } L_{WL}, B_{WL} - \text{ главные размерения, соответствующие натурному судну и}$$

телу. Согласно таблице подобия [14] обеспечим отношения максимальных скоростей $\frac{\dot{\phi}_*}{\dot{\phi}_m} = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ и

периодов программного движения $\frac{t_*}{t_m} = \sqrt{\lambda}$, где λ – масштабный множитель. В качестве программной

траектории углового движения используем кривую, имеющую однонаправленные симметричные разгон $t \in [t_1 + t_\Delta, t_2 - t_\Delta]$ и торможение $t \in [t_5 + t_\Delta, t_6 - t_\Delta]$ (время t_Δ введем для исключения начальных и конечных участков траектории, где может повышаться ошибка слежения) с постоянным ускорением, которая имеет вид:

$$\dot{\phi}_{ref}(t) = \begin{cases} kt^2 & 0 < t \leq t_1 \\ 2kt_1t - kt_1^2 & t_1 < t \leq t_2 \\ -k(t - t_3)^2 + \dot{\phi}_m & t_2 < t \leq t_3 \\ \dot{\phi}_m & \text{при } t_3 < t \leq t_4 \\ -k(t - t_4)^2 + \dot{\phi}_m & t_4 < t \leq t_5 = t_4 + t_1 \\ -2k(t - t_5)(t_5 - t_4) - k(t_5 - t_4)^2 + \dot{\phi}_m & t_5 < t \leq t_6 = t_4 + t_2 \\ k(t - t_7)^2 & t_6 < t \leq t_7 = t_4 + t_1 + t_2 \end{cases},$$

где $k = \frac{\dot{\phi}_m}{t_2^2 + t_3^2 - t_1^2 - 2t_2t_3 + 2t_1t_2}$; выберем $t_1 = \frac{t_3}{6}$ и $t_2 = \frac{5t_3}{6}$, $t_4 = 2t_3$. Выбрав $L_{LW*} = 38$ м, $B_{m*} = 8$ м,

$\dot{\phi}_* = 100$ град·мин⁻¹, $t_* = 120$ с, получим $\sqrt{\lambda} = 9$, $t_m = 13,3$ с, максимальную угловую скорость тел

$\dot{\phi}_m = \frac{\pi}{12}$ рад·с⁻¹, максимальное ускорение $\ddot{\phi}_m = \frac{\pi}{160}$ рад·с⁻², $t_3 = \frac{\dot{\phi}_m}{3\ddot{\phi}_m} = 4,4$ с. По достижении момента

времени $t_8 = t_7 + t_4 - t_3$ программная траектория будет повторена. Число Рейнольдса при максимальной скорости и кинематической вязкости воды $\nu = 1,006 \times 10^{-6}$ м·с⁻² меньше критического

$Re = \frac{L_{WL}^2}{4\nu} \dot{\phi}_m \approx 0,25 \times 10^5 < Re_{cr} = 4 \times 10^5$, что соответствует ламинарному режиму течения в пограничном слое.

Рассмотрим теоретические формулы для сравнения полученных результатов и параметры испытываемых тел. При расчетах используются модификации точного решения о нахождении ПМИ для трехосного эллипсоида в безграничной идеальной жидкости [5]. Используя половину ПМИ эллипсоида в безграничной жидкости с учетом поправки k_{66h} на глубину, формула для расчета имеет вид [5]:

$$\lambda_{66e1} = k_{66h} J_{zze}^* \frac{q(p_p^2 - 1)G_2}{(p_p^2 + 1) \left((p_p^2 - 1)^2 (1 - q^2) \sqrt{p_p^2 - q^2} - q(p_p^2 + 1)G_2 \right)}, \quad (7)$$

$$J_{zze}^* = \frac{\pi}{120} \rho L_{WL} B_{WL} T_m (L_{WL}^2 + B_{WL}^2), \quad k_{66,h} = 0,997 + 0,358 \frac{T_m}{h} + 0,814 \left(\frac{T_m}{h} \right)^2 + 2,27 \left(\frac{T_m}{h} \right)^3,$$

где $G_2 = p_p E(p_p^2 - 2q^2 + 1) - 2p_p(1 - q^2)E - q(p_p^2 - 1)\sqrt{p_p^2 - q^2}$; $p_p = \frac{L_{WL}}{B_{WL}}$; $q = \frac{2T_m}{B_{WL}}$; E и F определяются

с использованием таблиц эллиптических интегралов по осям $\alpha = \arcsin \sqrt{\frac{p_p^2 - q^2}{p_p^2}}$, $\kappa = \sqrt{\frac{p_p^2 - 1}{p_p^2 - q^2}}$;

h – глубина опытового бассейна.

Эллипсоид испытывался при $h_1 = 0,22$ м. Размеры по осям: $L_{WL} = L_m = 0,67$ м, $B_{WL} = B_m = 0,2$ м, $2T_{m1} = 0,16$ м. Корпус судна имеет размеры: длину по ватерлинии $L_{WL1} = 0,67$ м, максимальную длину $L_m = 0,7$ м, ширину на мидельшпангоуте (максимальную и по ватерлинии) $B_m = B_{WL} = 0,2$, коэффициент общей полноты принят приближенно $\delta_1 = 0,47$. Корпус судна симметричен относительно ДП. Для расчета ПМИ судна использовалась формула [5], полученная по итогам испытания серии моделей судов в циркуляционном бассейне:

$$\lambda_{66s} = C_{66} \frac{\pi}{2} \rho T_m^2 L_{WL}^3 (0,60\delta - 0,258) \left(0,962 + 0,0127 \frac{B_{WL}}{2T_m} \right) + C_{66} \frac{\pi}{2} \rho |Fr_{\phi_m}|^{1,5} \times \\ \times T_m^2 L_{WL}^3 \left(\frac{B_{WL}}{T_m} \right)^{0,73} \left(a(0,066 - 0,08(1 - \delta)^{0,8}) + b \left(\frac{T_m}{h} \right)^2 (0,066 - 0,088(1 - \delta)^{0,81}) \right), \quad (8)$$

где $C_{66} = 1 - \left(\frac{B_{WL}}{L_{WL}} - 0,0502 \right) \left(0,965 + 0,86 \frac{2T_{WL}}{B_{WL}} \right)$; для режима разгона $a_d = 0,986$, $b_d = 8,63$; для режима торможения $a_d = 1,23$, $b_d = 10,1$; $|Fr_{\phi_m}| = \frac{L_{WL}}{\sqrt{gB_{WL}}} |\dot{\phi}_m|$ – число Фруда по ширине при вращательном движении; $\rho = 1000 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$ – плотность воды.

Модель судна испытывалась при двух осадках. При осадке на мидельшпангоуте (максимальная) $T_{m1} = 0,08$ м и глубине h_1 для расчетов использовались формулы (7) и (8). При увеличенной осадке $T_{m2} = \frac{B_m}{2}$ и глубине $h_2 = 0,24$ м, при $L_{WL2} = 0,685$ м и $\delta_2 = 0,49$, расчет производился по формуле (8) и решению для эллипса [2, 5] с одинаковыми двумя малыми полуосями:

$$\lambda_{66e2} = k_{66h} J_{zsz}^* \frac{(p_p^2 - 1)^2 (B_0 - A_0)}{2(p_p^4 - 1) + (A_0 - B_0)(p_p^2 + 1)^2}, \quad J_{zsz}^* = \frac{\rho \delta B_{WL} T_m L_{WL}^3}{12,4} \left(\delta^{1,6} + \left(\frac{B_{WL}}{L_{WL}} \right)^2 \right), \quad (9)$$

где

$$e_e = \sqrt{1 - \frac{B_{WL}^2}{L_{WL}^2}}; \quad A_0 = \frac{2(1 - e_e^2)}{e_e^3} \left(\frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + e_e}{1 - e_e} \right) - e_e \right);$$

$$B_0 = \frac{1}{e_e^2} - \frac{1 - e_e^2}{2e_e^3} \ln \left(\frac{1 + e_e}{1 - e_e} \right).$$

В табл. 1 представлены результаты идентификации на основе математической модели (3) (разгон (Р) и торможение (Т) для эллипсоида (Э) и модели судна (С)). Для сравнительного анализа проведена серия тестовых движений для идентификации на воздухе и в воде. Для этого на вход регулятора тока подавались программные сигналы $I_{ref1}(t) = A \sin \frac{2\pi}{T} t$ при $t \in \left[0, \frac{T}{2} \right]$ и $I_{ref2}(t) = c$, инициализируемые заново с другими A , T и c после полных остановок тел. По результатам измерений $I(t)$ и $\phi(t)$ и обработки методом наименьших квадратов получены параметры, представленные в табл. 1 и 2, где расчет диссипативной функции производился по формуле

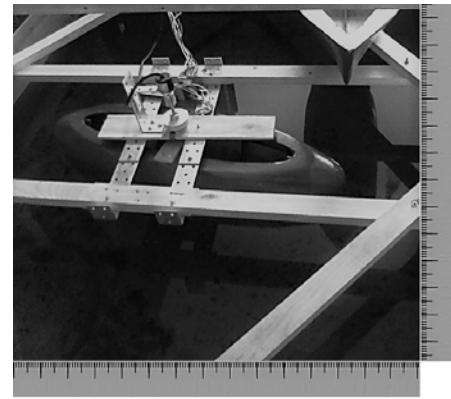
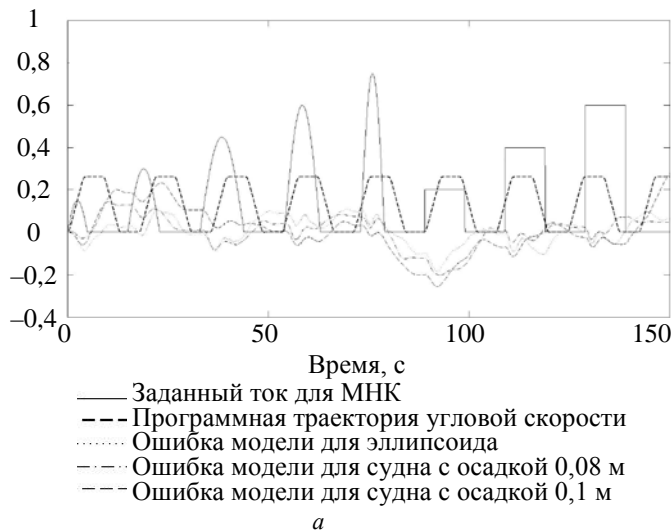
$$B + D_{66} = \int_{t_1 + t_\Delta}^{t_2 - t_\Delta} \dot{\phi}_{ref}(t) \left(\hat{f}_{c2} \operatorname{sgn}(\dot{\phi}_{ref}(t)) + \hat{f}_{12} \dot{\phi}_{ref}(t) + \hat{f}_{661} \dot{\phi}_{ref}(t) + \hat{f}_{662} \dot{\phi}_{ref}(t) \right) |\dot{\phi}_{ref}(t)| dt.$$

Таблица 1. Результаты идентификации (все параметры необходимо умножить на 10^{-4})

Модель	Параметр		Теория		Метод		
					(6)	(4)	МНК
Э	$\hat{\lambda}_{661}$, кг·м ²	T_{m1}	(7)	509,7	330,7	318,7	300,4
	$\hat{B} + \hat{D}_{66}$, Дж			–	8,0	8,5	8,5
С	$\hat{\lambda}_{661}$, кг × м ²	T_{m1} / T_{m2}	(8)	$P, 456,6/1056,8$	450,0/690,7	377,5/562,9	302,0/531,1
			(8)	$T, 464,4/1070,3$			
			(9)	263/797,6			
	$\hat{B} + \hat{D}_{66}$, Дж			–	11,0/14,9	11,7/14,8	12,2/17,0

Таблица 2. Результат идентификации при помощи МНК (все параметры необходимо умножить на 10^{-4})

Модель	\hat{f}_{c1} , Н·м	\hat{f}_{11} , Н·м·с·рад ⁻¹	\hat{J}_{zz} , кг·м ²		\hat{f}_{c2} , Н·м	$\hat{f}_{12} + \hat{f}_{661}$, Н·м·с·рад ⁻¹	\hat{f}_{662} , Н·м·с ² ·рад ⁻²	
			МНК	(4)				
Э	T_{m1}	10,9	7,6	204,3	214,7	7,9	117,4	381,0
С	T_{m1}	10,3	10,7	179,6	187,2	9,8	43,5	1434,6
	T_{m2}					2,7	216,7	1480,9



1 деление=6 см

Рис. 1. Программные траектории (в А и рад·с⁻¹) и ошибки модели по углу поворота (в рад) (а) и стенд (б)

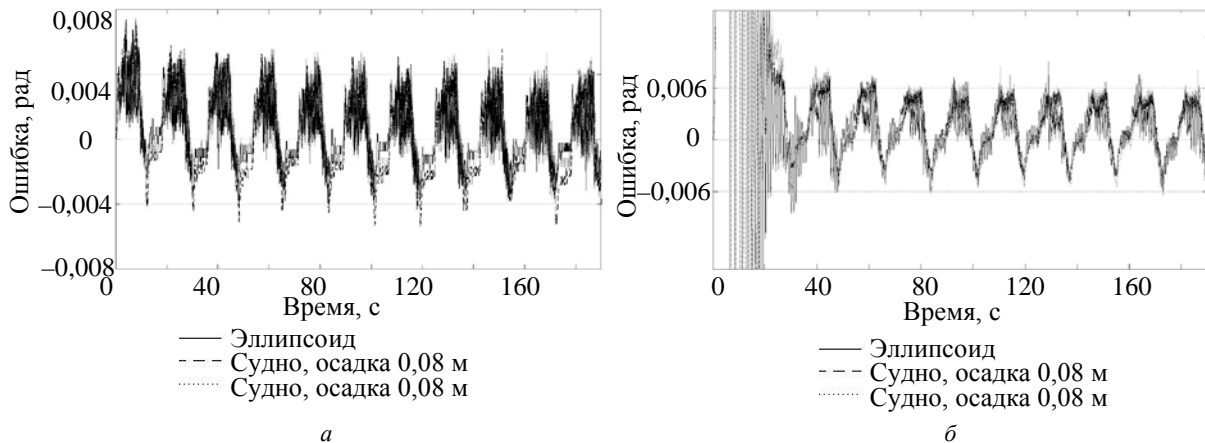


Рис. 2. Ошибки слежения $e(t)$ для регулятора (4) (а) и (6) (б)

На рис. 2 и 3 представлены ошибки слежения при законах управления (4) и (6) для экспериментов в жидкости, а на рис. 4 – кривые силы тока двигателя. При использовании регулятора (4) рассчитаны коэффициенты K_p и K_D . Настраиваемые параметры выбраны как $\sigma_0 = 0,008$, $\lambda_0 = 1$,

$\delta_0 = 0,006$, $\gamma_1 = 0,0002$, $\gamma_2 = 0,0001$, $T_f = 0,2$ с, $\hat{T}_c = 0,055$ с, $T_o = 0,1$ с, $n_1 = 1$, $K_I = 1$, $t_\Delta = 0,5$ с, начальное значение параметра $\alpha_{10} = J_{zze} + \lambda_{66e}$ рассчитано по формуле (7), параметр $\alpha_{20} = 0,1\alpha_{10} = 0,059c_2 \frac{A_{L\sigma}\rho L_{WL}^3}{2} \dot{\phi}_m$, где $A_{L\sigma}$ – приведенная площадь погруженной части ДП, а коэффициент боковой силы c_2 может быть вычислен по формулам и номограммам, представленным в [15]. Параметр $\hat{k}_i = 51 \times 10^{-3}$ Нм·А⁻¹ точно идентифицировался производителем, максимальный ток двигателя ограничен $I_{max} = \pm 1$ А. Таким образом, настройка параметров регулятора (4) выполнена на основе геометрических параметров модели судна. В табл. 1 приведены полученные параметры при ошибке слежения не более 0,01 % на выбранных интервалах с регулятором (4), и при ошибке слежения не более 0,02 % – с регулятором (6). При уменьшении ошибки слежения отмечается некоторое увеличение значений диссипативной функции и уменьшение инерционного коэффициента.

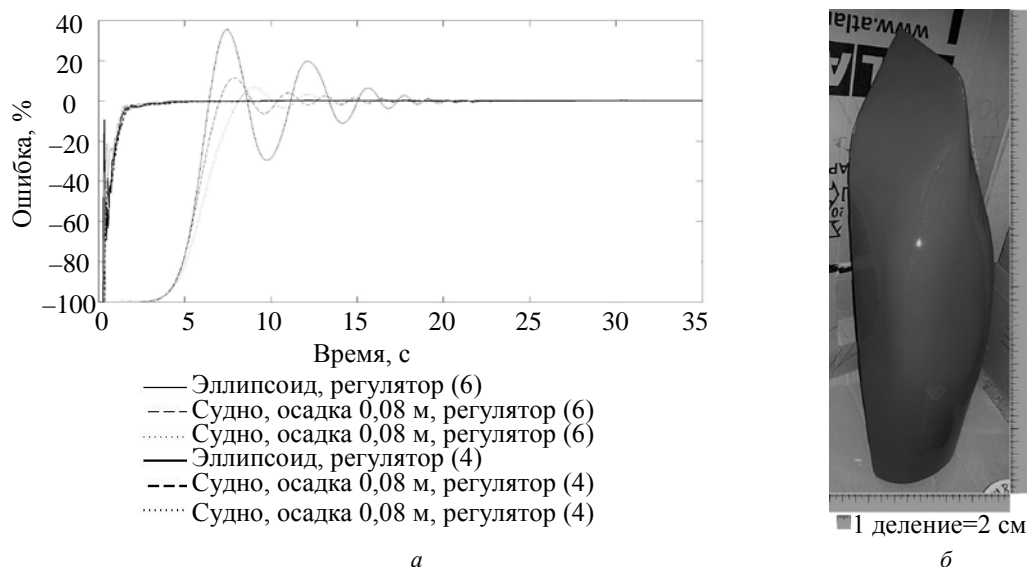


Рис. 3. Ошибки слежения $e(t)$ в начале движений (а) и модель судна (б)

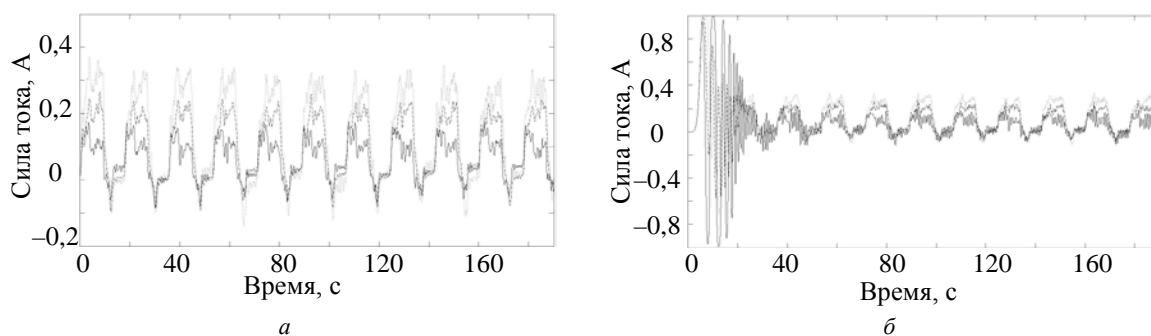


Рис. 4. Силы тока $I(t)$ (фильтрованные) для регулятора (4) (а) и (6) (б)

Заключение

В работе представлены формулы расчета коэффициентов присоединенных моментов инерции и диссипации энергии для неустановившихся режимов вращения тел на месте с учетом особенностей режима движения и плоской стенки и с использованием лишь одного программного движения с несколькими интервалами угловых скоростей. Для реализации разработанного метода были опробованы два алгоритма управления. На основе предложенного метода получены формулы для итеративной настройки параметров регулятора. Приведены результаты эксперимента с использованием разработанного метода, метода наименьших квадратов и теоретических формул. Полученные результаты на воздухе хорошо сходятся между собой. Для движения в жидкости результаты различные. Погрешность расчетов вызвана тем, что формулы имеют ограничения по главным размерениям, плохо совпадающие с отношениями $\frac{2T_m}{B_{WL}}$, $\frac{L_{WL}}{B_{WL}}$, $\frac{B_{WL}}{T_m}$, δ рассмотренных в работе тел, сильно зависят от измерений δ ,

жидкость считается идеальной, момент инерции погруженной массы определяется приближенно. Отличие результатов по методу наименьших квадратов с заданным входом системы может состоять в том, что рассчитанные параметры присущи другому виду движений. Достоинство предложенного метода в том, что полученные параметры рассчитаны для конкретного интересующего режима движения натурного судна. Малая скорость рассмотренных движений позволяет набирать достаточный массив измерений на одном программном движении. При использовании регулятора (4) время переходного процесса и перерегулирование удается снизить за счет предварительного приближенного теоретического расчета его параметров. Адаптивный регулятор также демонстрирует хорошую точность (при условии устойчивости системы для заданной ошибки слежения), но с худшими переходными процессами в силу произвольных начальных значений.

Литература

1. Тихонов В.И. Математическое моделирование системы судно – жидкость для судоводительских тренажеров: дис. ... д-ра техн. наук. Нижний Новгород, 2009. 280 с.
2. Короткин А.И. Присоединенные массы судостроительных конструкций. Справочник. СПб: Мор Вест, 2007. 448 с.
3. Алышев А.С., Мельников В.Г. Метод идентификации присоединенного момента инерции корпуса судна // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2017. Т. 17. № 4 (110). С. 744–748. doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-4-744-748
4. Alyshev A.S., Melnikov V.G. Adaptive identification of vessel's added moments of inertia with program motion // AIP Conference Proceedings. 2018. V. 1959. Art. 040001. doi: 10.1063/1.5034604
5. Палагущкин Б.В. Гидродинамические аспекты безопасности движения судов на неустановившихся режимах: дис. ... д-ра техн. наук. Новосибирск, 1996. 375 с.
6. Митрофанов А.А. О точности расчета инерционных характеристик плотов разным методикам // Известия ВУЗов. Лесной журнал. 2005. № 6. С. 48–55.
7. Сабанеев В.С. Присоединенные массы сжатого эллипсоида вращения вблизи плоской стенки // Вестник СПбГУ. Математика. Механика. Астрономия. 2014. Т. 1. № 1. С. 162–170.
8. Лебедева М.П., Васильева А.Б., Инюткина Т.Н. Гидродинамические характеристики взаимодействия корпуса судна с плоской вертикальной стенкой // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2015. № 5 (33). С. 92–102. doi: 10.21821/2309-5180-2015-7-5-92-102
9. Алышев А.С., Мельников В.Г., Мельников Г.И. Идентификация момента инерции маятниковой системы в условиях вязкого трения // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2016. Т. 16. № 5 (105). С. 928–935. doi: 10.17586/2226-1494-2016-16-5-928-935
10. Melnikov G.I., Dudarenko N.A., Melnikov V.G., Alyshev A.S. Parametric identification of inertial parameters // Applied Mathematical Sciences. 2015. V. 9. N 136. P. 6757–6765. doi: 10.12988/ams.2015.59584
11. Sieklucki G. Analysis of the transfer-function models of electric drives with controlled voltage source // Przegląd Elektrotechniczny. 2012. V. 88. N 7a. P. 250–255.
12. Ерманиук Е.В., Гаврилов Н.В. Динамические характеристики цилиндрических тел, колеблющихся в линейно стратифицированной жидкости // Выч. технологии. 2001. Т. 6. Ч. 2. С. 283–289.
13. Бобцов А.А., Николаев Н.А. Управление по выходу некоторой нелинейной системой с неизвестными параметрами и нелинейностью // Автоматика и телемеханика. 2007. № 6. С. 150–156.
14. Корпачев В.П. Теоретические основы водного транспорта леса. М.: Академия Естествознания, 2009. 236 с.
15. Войткунский Я.И. Справочник по теории корабля. Т. 3. Управляемость водоизмещающих судов. Гидродинамика судов с динамическими принципами поддержания. Л.: Судостроение, 1985. 544 с.

References

1. Tikhonov V.I. *Mathematical Modeling of the Ship-Liquid System for Navigational Simulators*. Dis. Dr. Tech. Sci. Nizhny Novgorod, Russia, 2009, 280 p. (in Russian)
2. Korotkin A.I. *Attached Masses of Shipbuilding Structures*. Manual. St. Petersburg, Mor Vest Publ., 2007, 448 p. (in Russian)
3. Alyshev A.S., Melnikov V.G. Identification method for vessel hull hydrodynamic added moment of inertia. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2017, vol. 17, no. 4, pp. 744–748 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-4-744-748
4. Alyshev A.S., Melnikov V.G. Adaptive identification of vessel's added moments of inertia with program motion. *AIP Conference Proceedings*, 2018, vol. 1959, art. 040001. doi: 10.1063/1.5034604
5. Palagushkin B.V. *Hydrodynamic Aspects of Traffic Safety in Unsteady Modes*. Dis. Dr. Tech. Sci. Novosibirsk, Russia, 1996, 375 p. (in Russian)
6. Mitrofanov A.A. On calculation accuracy of raft inertial characteristics based on different methods. *Bulletin of Higher Educational institutions, Lesnoy Zhurnal*, 2005, no. 6, pp. 48–55. (in Russian)
7. Sabaneev V.S. Added masses of an ablate spheroid near a plane wall. *Vestnik SPbSU. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 2014, vol. 1, no. 1, pp. 162–170. (in Russian)
8. Lebedeva M.P., Vasileva A.B., Injutina T.N. The ship flat wall interaction hydrodynamical characteristic. *Vestnik Gosudarstvennogo Universiteta Morskogo i Rechnogo Flota imeni Admirala S.O. Makarova*, 2015, no. 5, pp. 92–102. doi: 10.21821/2309-5180-2015-7-5-92-102. (in Russian)
9. Alyshev A.S., Melnikov V.G., Melnikov G.I. Identification method for pendulum system moment of inertia with viscous damping. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2016, vol. 16, no. 5, pp. 928–935. (in Russian) doi: 10.17586/2226-1494-2016-16-5-928-935
10. Melnikov G.I., Dudarenko N.A., Melnikov V.G., Alyshev A.S. Parametric identification of inertial parameters. *Applied Mathematical Sciences*, 2015, vol. 9, no. 136, pp. 6757–6765. doi: 10.12988/ams.2015.59584
11. Sieklucki G. Analysis of the transfer-function models of electric drives with controlled voltage source. *Przegląd Elektrotechniczny*, 2012, vol. 88, no. 7a, pp. 250–255.
12. Ermanyuk E.V., Gavrilov N.V. Dynamic characteristics of cylindrical bodies oscillating in a linearly stratified fluid. *Vychislitel'nye Tekhnologii*, 2001, vol. 6, part. 2, pp. 283–289. (in Russian)
13. Bobtsov A.A., Nikolaev N.A. Output control of some nonlinear system with unknown parameters and nonlinearity. *Automation and Remote Control*, 2007, vol. 68, no. 6, pp. 1069–1074. doi: 10.1134/S0005117907060124
14. Korpachev V.P. *Theoretical Basis of Water Transportation of Wood*. Moscow, Akademiya Estestvoznaniya Publ., 2009, 236 p. (in Russian)
15. Voitkunskii Ya.I. *Handbook of Ship Theory. Vol. 3. Handleability of Displacement Ships. Hydrodynamics of Ships with Dynamic Principles of Maintenance*. Leningrad, Sudostroenie Publ., 1985, 544 p. (in Russian)

Авторы

Алышев Александр Сергеевич – аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация; инженер-исследователь, АО Навис, Санкт-Петербург, 199106, Российская Федерация, Scopus ID: 57188863591, ORCID ID: 0000-0003-4517-2861, aalyshev@yandex.ru

Authors

Aleksandr S. Alyshev – postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation; research engineer, Navis Engineering, Saint Petersburg, 199106, Russian Federation, Scopus ID: 57188863591, ORCID ID: 0000-0003-4517-2861, aalyshev@yandex.ru