

УДК 681.51.015

doi: 10.17586/2226-1494-2019-19-3-435-442

СРАВНЕНИЕ ОЦЕНОК НЕИЗВЕСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ МЕТОДОМ ДИНАМИЧЕСКОГО РАСШИРЕНИЯ РЕГРЕССОРА И МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ ПРИ НАЛИЧИИ ПОМЕХ ИЗМЕРЕНИЯ

М.М. Коротина, С.В. Арановский, А.А. Ведяков

Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация
 Адрес для переписки: korotina.marina@gmail.com

Информация о статье

Поступила в редакцию 11.02.19, принята к печати 08.04.19

Язык статьи — русский

Ссылка для цитирования: Коротина М.М., Арановский С.В., Ведяков А.А. Сравнение оценок неизвестных параметров методом динамического расширения регрессора и методом наименьших квадратов при наличии помех измерения // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2019. Т. 19. № 3. С. 435–442. doi: 10.17586/2226-1494-2019-19-3-435-442

Аннотация

Предмет исследования. В работе была проведена идентификация неизвестных параметров регрессионной модели двумя алгоритмами оценивания: классическим методом наименьших квадратов и более новым методом динамического расширения регрессора. Для сравнения качества получаемых оценок параметры регрессионной модели выбраны нестационарными, а к входному сигналу модели добавлялись шумы нескольких видов ограниченной мощности. **Метод.** Задача решена с использованием метода динамического расширения регрессора с последующим применением градиентного алгоритма и метода наименьших квадратов в режиме реального времени с забыванием более старых значений исследуемого входного сигнала. **Основные результаты.** Приведено численное моделирование, иллюстрирующее качественное сравнение двух используемых методов. На вход алгоритмов оценивания подавался зашумленный смещенный синусоидальный сигнал с неизвестными нестационарными параметрами смещения, амплитуды и сдвига фазы. При использовании метода динамического расширения регрессора оценка параметров входного сигнала имела апериодический вид, в то время как метод наименьших квадратов дал нежелательные осцилляции. С помощью численного моделирования было показано, что метод динамического расширения регрессора дает лучшие результаты, чем метод наименьших квадратов. **Практическая значимость.** Результаты работы могут быть востребованы при решении практических задач в областях обработки и оценивания не только гармонических сигналов, но и сигналов более сложной формы.

Ключевые слова

идентификация, нестационарные параметры, метод динамического расширения регрессора, метод наименьших квадратов, синусоидальный сигнал, равномерный шум, окрашенный шум

Благодарности

Работа выполнена в рамках госзадания Министерства образования и науки Российской Федерации, проект № 8.8885.2017/8.9.

doi: 10.17586/2226-1494-2019-19-3-435-442

COMPARISON OF UNKNOWN PARAMETERS ESTIMATES BY METHOD OF DYNAMIC REGRESSOR EXTENSION AND MIXING AND LEAST SQUARE METHOD IN NOISE PRESENCE

M.M. Korotina, S.V. Aranovskiy, A.A. Vedyakov

ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation
 Corresponding author: korotina.marina@gmail.com

Article info

Received 11.02.19, accepted 08.04.19

Article in Russian

For citation: Korotina M.M., Aranovskiy S.V., Vedyakov A.A. Comparison of unknown parameters estimates by method of dynamic regressor extension and mixing and least square method in noise presence. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2019, vol. 19, no. 3, pp. 435–442 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2019-19-3-435-442

Abstract

Subject of Research. The paper deals with identification of the regression model unknown parameters by two estimation algorithms: the classical least square method and a new method of dynamic regressor extension and mixing. To compare the quality of the obtained estimates, the non-stationary parameters of the regression model were considered, and various noise of limited power was added to the input signal of the model. **Method.** The problem was solved by the dynamic regressor extension and mixing method followed by the gradient algorithm and the least squares method in real time mode ignoring the older values of the measured input signal. **Main Results.** The numerical simulation was presented illustrating the qualitative comparison of the two used methods. A noisy shifted sinusoidal signal with time-varying and unknown parameters of displacement, amplitude and phase shift was applied to the input of the estimation algorithms. Comparison has shown that with the application of dynamic regressor extension and mixing method, the estimation of the input signal parameters had an aperiodic form, while the least squares method gave unwanted oscillations. Numerical simulation has shown that the method of dynamic regressor extension and mixing qualitatively exceeds the method of least squares. **Practical Relevance.** The results can be used when solving practical problems in the areas of processing and evaluating for both harmonic signals and also signals with a more complex form.

Keywords

identification, non-stationary parameters, dynamic regressor extension and mixing, least squares method, sinusoidal signal, white noise, colored noise

Acknowledgements

The study is supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (Government project No. 8.8885.2017/8.9)

Введение

В работе рассматривается задача идентификации нестационарных параметров синусоидального сигнала из работы [1], приведенного к виду:

$$y(t) = A_0(t) + A_1(t)\sin(\omega t + \sigma(t) + \eta(t)), \quad (1)$$

где $A_0(t)$, $A_1(t)$, $\sigma(t)$ — неизвестные параметры, меняющиеся с течением времени, ω — известная и постоянная частота синусоидального сигнала, $\eta(t)$ — помеха измерения сигнала $y(t)$.

Проблема идентификации параметров гармонического сигнала является актуальной и находит применение, в частности, в задачах компенсации вибраций и подавления акустических помех. Такие задачи можно разделить на два класса: задачи с известной частотой колебаний и задачи с неизвестной частотой. Хотя методы, позволяющие оценить неизвестную частоту, обладают большей универсальностью, алгоритмы оценивания параметров при известной частоте, как правило, проще в реализации и могут быть использованы в тех случаях, когда частота колебаний доступна прямому измерению или известна заранее. В настоящее время известно значительное число методов, посвященных идентификации одного или нескольких параметров синусоидального сигнала: амплитуды, смещения, частоты сигнала [2–8]. Как правило, предполагается, что параметры сигнала стационарны и не меняются во времени. Такое допущение позволяет получать сравнительно простые алгоритмы оценивания, однако не всегда соответствует прикладной задаче, где оцениваемые параметры являются функцией времени. В качестве примера можно отметить задачу идентификации величины сопротивления, зависящей от температуры окружающей среды и колеблющейся в течение дня.

Подобная нестационарность параметров ставит вопрос о сохранении работоспособности методов оценивания, полученных при допущении о постоянстве параметров. Стандартным аргументом при анализе устойчивости алгоритмов оценивания служит допущение о разнотемповости оценивания и изменения параметров, т.е. считается, что быстродействие алгоритмов оценивания существенно выше, чем темп изменения оцениваемых величин. Такое допущение позволяет говорить о квазистационарности оцениваемых параметров и гарантировать сохранение устойчивости алгоритмов оценивания, где в большинстве случаев сходимость ошибки оценивания к нулю заменяется сходимостью в некоторую область, пропорциональную скорости изменения параметров.

Несмотря на сохранение устойчивости, открытым остается вопрос о качестве переходных процессов оценивания нестационарных параметров. Так как строгая аналитическая оценка качества переходных процессов является сложной задачей, зависящей от большого числа факторов, и часто приводит к заведомо консервативным оценкам, стандартным подходом для сравнения качества алгоритмов оценивания является численное моделирование. В настоящей работе приводятся результаты численного моделирования двух алгоритмов оценивания параметров синусоидального сигнала при их нестационарности, а именно: результаты использования метода наименьших квадратов и метода динамического расширения регрессора.

Метод динамического расширения и смешивания регрессора

Для оценки неизвестных параметров сигнала (1) применяется метод динамического расширения регрессора (Dynamic Regressor Extension and Mixing, DREM), обеспечивающий сходимость оценок оцениваемых параметров к их истинным значениям при выполнении условия незатухающего возбуждения [9–12]. В отличие от стандартного градиентного подхода использование метода динамического расширения

регрессора позволяет за счет регулирования коэффициентов адаптации алгоритма повышать быстродействие метода для каждого оцениваемого параметра в отдельности и, как следствие, увеличить точность получаемых оценок.

Сначала необходимо привести уравнение (1) к виду линейной регрессии вида $y = \Phi^T \theta$, где Φ — регрессор, θ — вектор неизвестных параметров. Поскольку сдвиг фазы σ тоже неизвестен, необходимо применить тригонометрическую формулу синуса суммы двух углов: $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$. В результате получим:

$$y(t) = A_0(t) + A_1(t)\sin(\omega t + \sigma(t)) + \eta(t) = A_0(t) + A_1(t)\sin\omega t \cos\sigma(t) + A_1(t)\cos\omega t \sin\sigma(t) + \eta(t) =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & \sin\omega t & \cos\omega t \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A_0(t) \\ A_1(t)\cos\sigma(t) \\ A_1(t)\sin\sigma(t) \end{bmatrix} + \eta(t),$$

т. е.:

$$y(t) = \Phi^T(t) \theta(t) + \eta(t), \quad \Phi^T(t) = \begin{bmatrix} 1 & \sin\omega t & \cos\omega t \end{bmatrix}, \quad \theta(t) = \begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \\ \theta_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0(t) \\ A_1(t)\cos\sigma(t) \\ A_1(t)\sin\sigma(t) \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Исходные параметры можно получить из регрессионной модели (2) через соотношения $A_1(t) = \theta_1(t)$, $A_1(t) = \frac{\theta_2(t)}{\cos\sigma(t)}$, $\sigma(t) = \arcsin\left(\frac{\theta_3(t)}{A_1(t)}\right)$.

Далее пропустим сигналы $y(t)$ и $\Phi(t)$ через элементы запаздывания, получим $y_1(t) = y(t - d_1)$, $y_2(t) = y(t - d_2)$ и $\Phi_1(t) = \Phi(t - d_1)$, $\Phi_2(t) = \Phi(t - d_2)$. Составим матрицы из получившихся сигналов:

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} \Phi^T(t) \\ \Phi_1^T(t) \\ \Phi_2^T(t) \end{bmatrix}, \quad \Psi(t) = \begin{bmatrix} y(t) \\ y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где $\Phi(t) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $\Psi(t) \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ — расширенные матрицы вещественных чисел регрессорной модели (2).

Вычисляем определитель матрицы $\Phi(t)$ из выражения (3) как:

$$\zeta = \det\{\Phi(t)\}, \quad (4)$$

и присоединенную матрицу $\Psi(t)$:

$$\Xi(t) = \text{adj}\{\Psi(t)\}. \quad (5)$$

Объединяя (4) и (5), получаем новую регрессионную модель вида:

$$\Xi(t) = \zeta \theta(t), \quad (6)$$

которую можно разбить на систему уравнений вида $\Xi_l(t) = \zeta \theta_l(t)$, где $l = \{1, 2, 3\}$.

Тогда применяем оценивание методом градиентного спуска:

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = K_{DREM} \zeta (\Xi(t) - \zeta \hat{\theta}(t)), \quad (7)$$

где $K_{DREM} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $K_{DREM} \succ 0$ — матрица коэффициентов адаптации для оценки неизвестных параметров.

Уравнения (6) и (7) дают монотонную сходимость оценивания неизвестного параметра к истинному значению, т. е.:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{\theta}_l - \theta_l| = 0, \quad (8)$$

где $l = \{1, 2, 3\}$. При выполнении условия постоянного возбуждения регрессора $\Phi(t)$ из (2) и линейной невырожденности матрицы $\Psi(t)$ из выражения (3). При нарушении этих условий детерминант ζ обратится в ноль и для предела ошибки оценивания (8) можно записать:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{\theta}(t)_l - \theta(t)_l| \leq \delta,$$

где $\delta > 0$ — некоторое малое число.

Метод наименьших квадратов

Метод наименьших квадратов (Least Square method, LSQ) — это математический метод, применяемый в решении различных задач идентификации. Метод основан на минимизации суммы квадратов отклонений некоторых функций от параметров, которые необходимо оценить. Поскольку параметры сигнала (1) нестационарные, необходимо использовать метод наименьших квадратов с фактором забывания, более подробно описанном в [13], чтобы оценка каждого параметра перестраивалась на новое значение в зависимости от изменения $A_0(t)$, $A_1(t)$ или $\sigma(t)$.

Оценка находится по формуле

$$\dot{\hat{\theta}}(t)_{LSQ} = K_{LSQ} P(t) \Phi(t) (y(t) - \Phi^T(t) \hat{\theta}(t)_{LSQ}), \quad (9)$$

где $K_{LSQ} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $K_{LSQ} \succ 0$ — матрица коэффициентов пропорциональности, $P(t) \succ 0$ — матрица ковариаций, вычисляемая как:

$$\dot{P}(t) = K_{LSQ} (\lambda P(t) - P(t) \Phi(t) \Phi^T(t) P(t)),$$

где λ — фактор забывания. Настройка этого параметра позволяет увеличить чувствительность алгоритма оценивания к изменениям интересующих нас переменных. Параметр λ характеризует фиксированное количество выборок, по которым производится оценивание в реальном времени и при смене значения неизвестной переменной алгоритм «забывает» часть более старых измерений и перестроится на новые показания.

Сравнение качества переходных процессов на основе численного моделирования

Рассмотрим сигнал вида (1) с нестационарными параметрами вида:

$$A_0(t) = \begin{cases} 1,5, & t < 130 \\ 2, & t \geq 130 \end{cases},$$

$$A_1(t) = \begin{cases} 1, & t < 50 \\ 5, & 50 \leq t < 100 \\ 1, & 100 \leq t < 150 \\ 7, & t \geq 150 \end{cases},$$

$$\sigma(t) = \begin{cases} 0,1, & t < 100 \\ 0, & 100 \leq t < 200 \\ 0,1, & t \geq 200 \end{cases}.$$

В качестве помехи измерения $\eta(t)$ возьмем шумы различной спектральной плотности, определяемой по формуле:

$$S = \frac{1}{f^\alpha}, \quad (10)$$

где f — частота сигнала, α — показатель, определяющий вид шумового сигнала. В логарифмическом масштабе α характеризует наклон линий спектра сигнала, отображающего зависимость мощности сигнала от его частоты. Для моделирования были выбраны равномерный частотно-ограниченный (белый) шум [14] с постоянной спектральной плотностью (10), мерцательный [15] шум с показателем $\alpha = 1$ и броуновский [16] шум с показателем $\alpha = 2$. Шумы с показателем $\alpha \neq 0$ называются также окрашенными (цветными) шумами. Поскольку наличие помехи в выходном сигнале (1) приводит к появлению ошибки оценивания, для корректного оценивания необходимо, чтобы амплитуда сигнала помехи была соразмерна с величиной оцениваемых параметров. В противном случае ошибка оценивания будет слишком велика. Введем ограничение амплитуды шума $\eta(t)$, связанной со значением $\sigma(t)$ соотношением $|A_\eta| \leq 3 \max \{\sigma(t)\}$.

Как видно на рис. 1, а, равномерный шум имеет одинаковую мощность на всех частотах, мерцательный шум (рис. 1, б) представляет собой промежуточный результат между переходом от равномерного к блуждающему броуновскому (рис. 1, в) шуму. Для моделирования оценивания регрессионной модели (2) были выбраны следующие значения: время моделирования $t = 300$ с, $\omega = 1$, $d_1 = 0,5$, $d_2 = 1,9$, $K_{DREM} = \text{diag}\{0, 7, 3, 0,5\}$, $\lambda = 0,5$, $K_{LSQ} = \text{diag}\{0, 5, 1, 0,2\}$, $P(0)$ — единичная матрица начальных условий $P(t)$, $\hat{\theta}(0) \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ — нулевая матрица начальных условий оценок $\hat{\theta}(t)$.

Рис. 2–4 позволяют сделать качественный вывод о переходных процессах для сравниваемых методов. Так, при использовании метода динамического расширения регрессора (МДРР), полученные переходные процессы близки к апериодическим и не содержат заметных колебаний. В то же время в переходных процессах, полученных при использовании метода наименьших квадратов (МНК), присутствуют существенные осцилляции, что является нежелательным при практическом использовании.

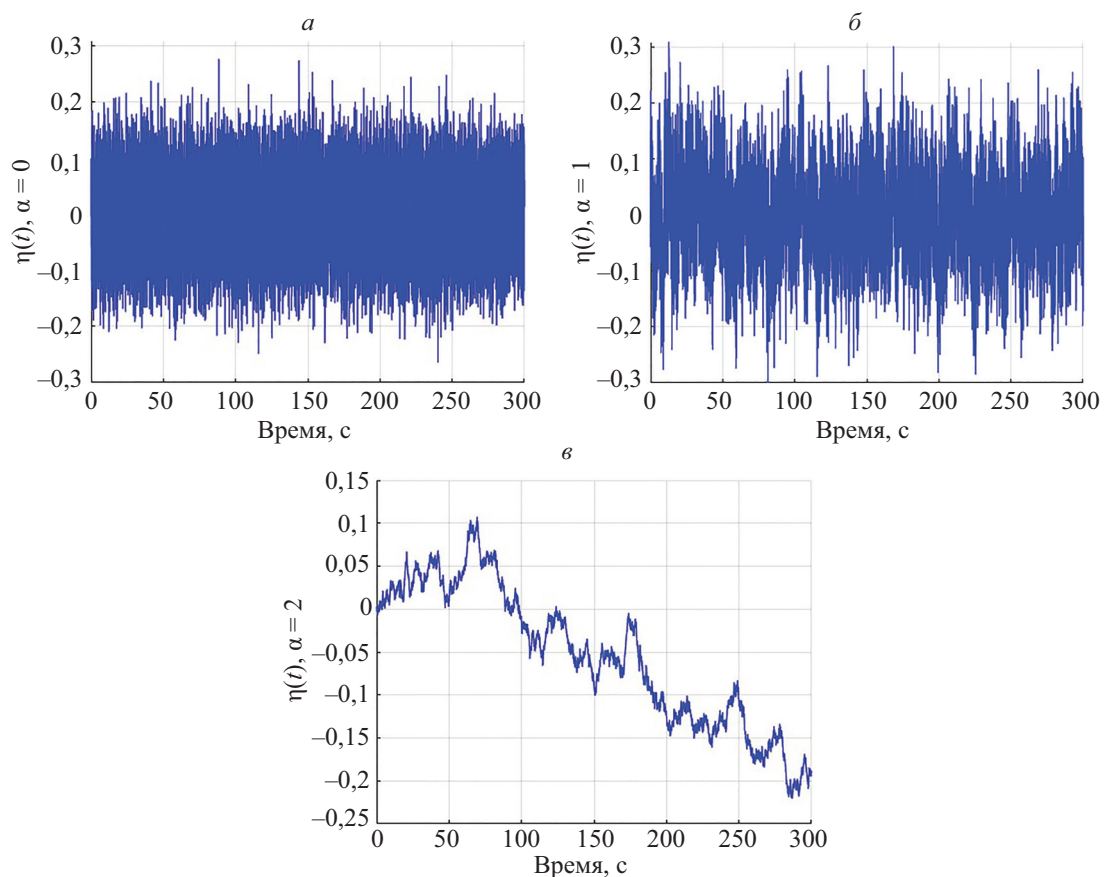


Рис. 1. Шумы измерений $\eta(t)$: *а* — равномерный шум, *б* — мерцательный шум, *в* — броуновский шум

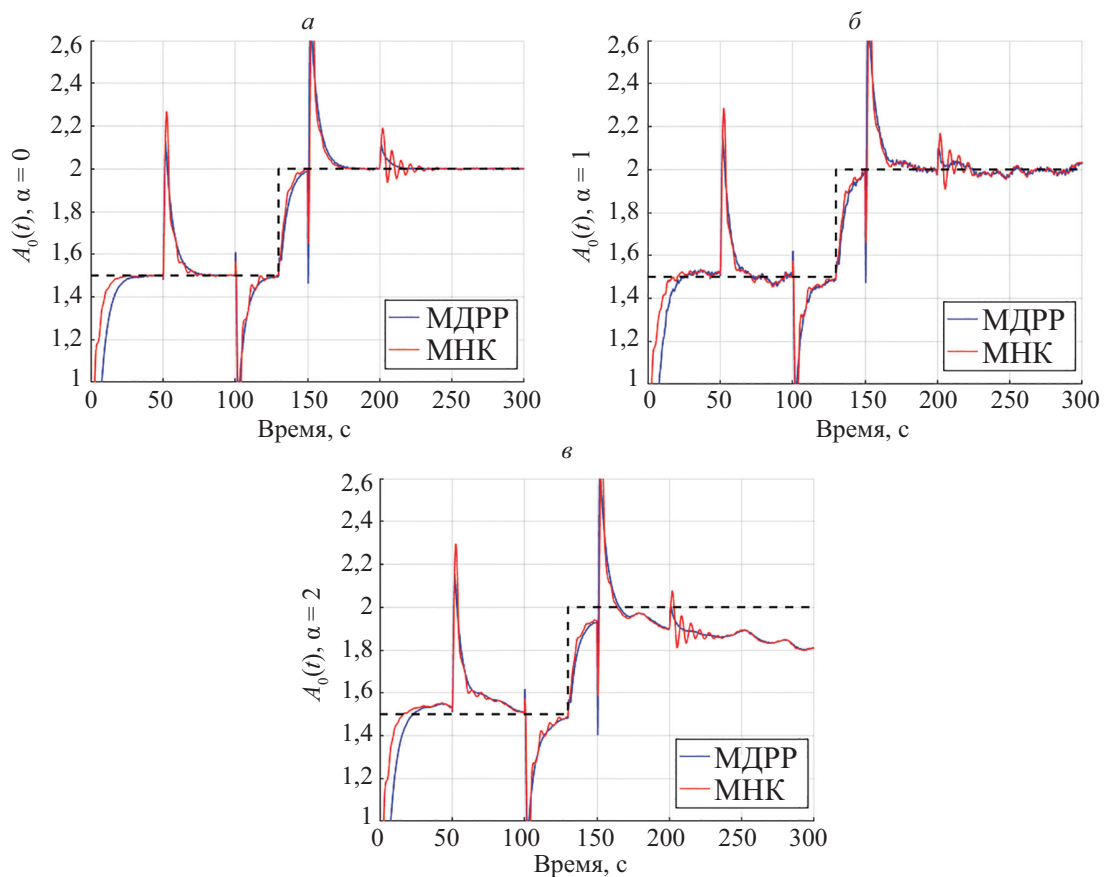


Рис. 2. Оценки параметра $A_0(t)$ при наличии в сигнале (2): *а* — равномерного шума, *б* — мерцательного шума, *в* — броуновского шума

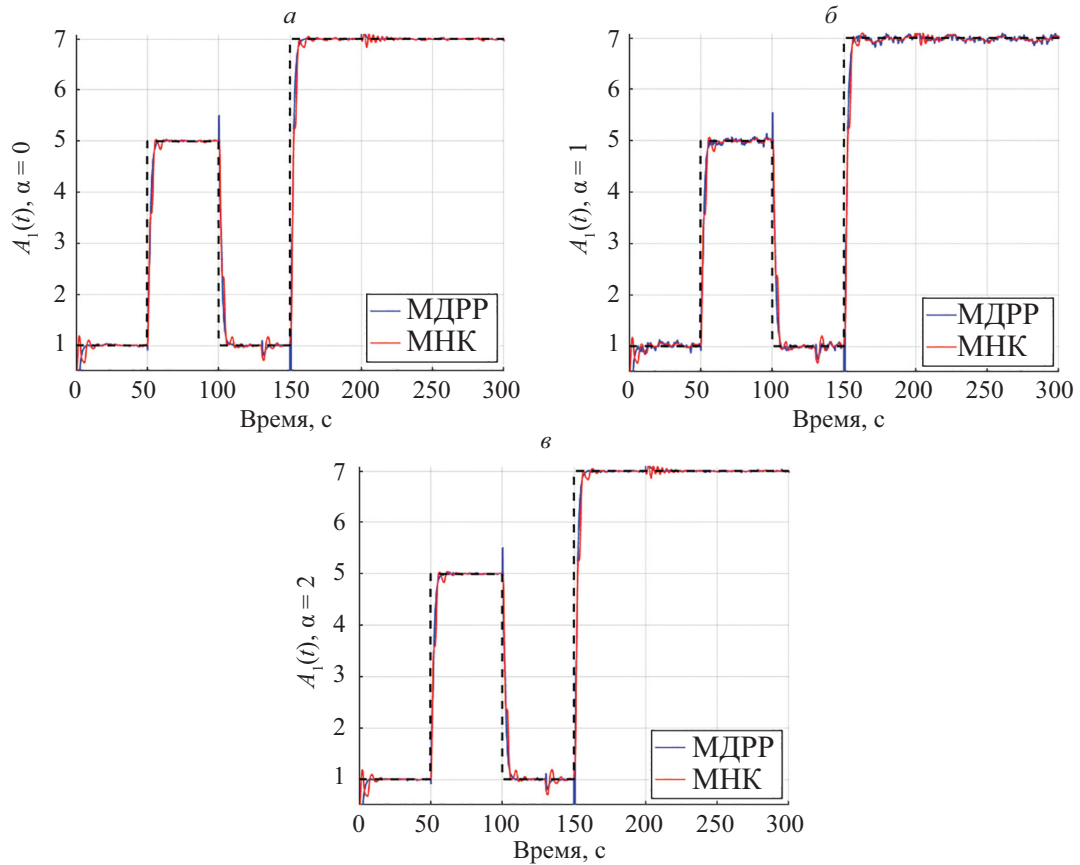


Рис. 3. Оценки параметра $A_1(t)$ при наличии в сигнале (2): а — равномерного шума, б — мерцательного шума, в — броуновского шума

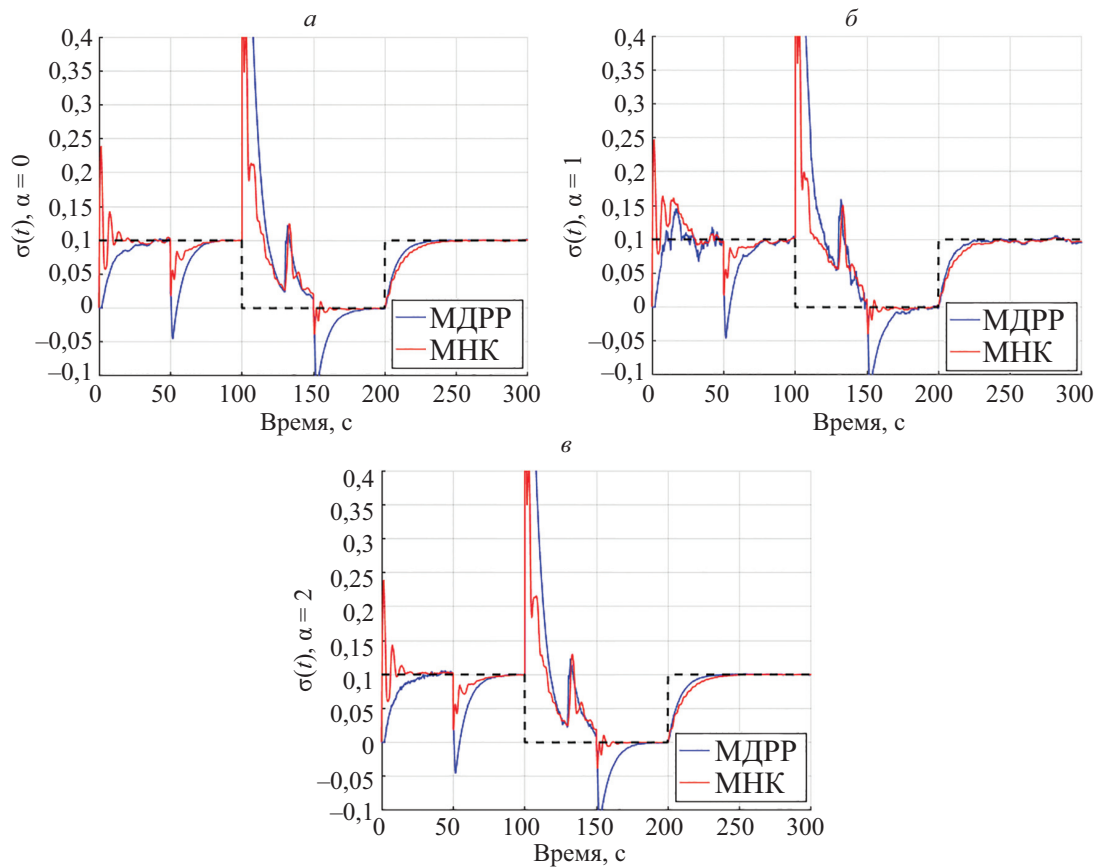


Рис. 4. Оценки параметра $s(t)$ при наличии в сигнале (2): а — равномерного шума, б — мерцательного шума, в — броуновского шума

Следует заметить, что на точность оценивания МДРР и МНК влияет характер поведения шумового сигнала $\eta(t)$. При равномерном распределении сигнала $\eta(t)$ ошибка оценивания параметров близка к нулю. При заметном случайном блуждании броуновского шума алгоритм идентификации не позволяет получить оценку неизвестных параметров (рис. 2, в) и для решения этой проблемы необходимо осуществлять предварительную фильтрацию или вводить обратную связь.

Интересно отметить следующее обстоятельство. Как показывает анализ МДРР, приведенный выше, этот метод обеспечивает покомпонентную независимость процессов оценивания. В то же время из результатов численного моделирования видно, что вариации одного из параметров могут привести к изменениям в оценках других. Это наблюдение объясняется использованием в МДРР элементов запаздывания, так как при изменении параметров на интервале времени, обусловленном запаздываниями, линейная регрессионная модель не соответствует реальному процессу с измененными параметрами.

Заключение

Рассмотрена задача сравнения качества переходных процессов при идентификации нестационарных параметров зашумленного синусоидального сигнала вида $y(t) = A_0(t) + A_1(t)\sin(\omega t + \sigma(t) + \eta(t))$. Для полученной регрессионной модели вида (2) построены алгоритмы идентификации (7) и (9), обеспечивающие сходимость параметров $A_0(t)$, $A_1(t)$ и $\sigma(t)$ к истинным значениям при условии их стационарности. Для случая нестационарных параметров проведено численное моделирование, показавшее, что при использовании динамического расширения регрессора колебания в оценках параметров существенно ниже, чем при использовании метода наименьших квадратов. Таким образом, динамическое расширение регрессора может оказаться предпочтительнее для использования в практических задачах. Также было показано, что качество оценок параметров зависит от характера помехи и при неравномерном распределении сигнала $\sigma(t)$ необходимо компенсировать его влияние на выходной сигнал.

Литература

1. Vedyakov A.A., Vediakova A.O., Bobtsov A.A., Pyrkin A.A., Aranovskiy S.V. A globally convergent frequency estimator of a sinusoidal signal with a time-varying amplitude // *European Journal of Control*. 2017. V. 38. P. 32–38. doi: 10.1016/j.ejcon.2017.08.001
2. Арановский С.В., Бобцов А.А., Никифоров В.О. Синтез наблюдателя для нелинейного объекта в условиях гармонического возмущения, приложенного к выходной переменной // *Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО*. 2010. № 3. С. 32–38.
3. Арановский С.В., Бобцов А.А., Кремлев А.С., Лукьянова Г.В., Николаев Н.А. Идентификация частоты смещенного синусоидального сигнала // *Автоматика и телемеханика*. 2008. № 9. С. 3–9.
4. Ле Ван Туан, Коротина М.М., Бобцов А.А., Арановский С.В. Алгоритм идентификации линейно меняющейся частоты синусоидального сигнала // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2019. Т. 19. № 1. С. 52–58. doi: 10.17586/2226-1494-2019-19-1-52-58
5. Арановский С.В., Бобцов А.А., Пыркин А.А. Адаптивный наблюдатель неизвестного синусоидального выходного возмущения для линейного объекта // *Автоматика и телемеханика*. 2009. № 11. С. 108–116.
6. Marino R., Tomei R. Global estimation of unknown frequencies // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2002. V. 47. N 8. P. 1324–1328. doi: 10.1109/tac.2002.800761
7. Hou M. Amplitude and frequency estimator of a sinusoid // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2005. V. 50. N 6. P. 855–858. doi: 10.1109/tac.2005.849244
8. Aranovskiy S., Bobtsov A., Kremlev A., Nikolaev N., Slita O. Identification of frequency of biased harmonic signal // *European Journal of Control*. 2010. V. 16. N 2. P. 129–139. doi: 10.3166/ejc.16.129-139
9. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2016. V. 62. N 7. P. 3546–3550. doi: 10.1109/TAC.2016.2614889
10. Belov A.A., Aranovskiy S.V., Ortega R., Barabanov N.E., Bobtsov A.A. Enhanced parameter convergence for linear systems identification: the DREM approach // *European Control Conference, ECC*. 2018. P. 2794–2799. doi: 10.23919/ecc.2018.8550338

References

1. Vedyakov A.A., Vediakova A.O., Bobtsov A.A., Pyrkin A.A., Aranovskiy S.V. A globally convergent frequency estimator of a sinusoidal signal with a time-varying amplitude. *European Journal of Control*, 2017, vol. 38, pp. 32–38. doi: 10.1016/j.ejcon.2017.08.001
2. Aranovskii S.V., Bobtsov A.A., Nikiforov V.O. Observer design of an unknown sinusoidal output disturbance for nonlinear plant. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2010, no. 3, pp. 32–38. (in Russian)
3. Aranovskii S.V., Bobtsov A.A., Kremlev A.S., Luk'yanova G.V., Nikolaev N.A. Identification of frequency of a shifted sinusoidal signal. *Automation and Remote Control*, 2008, vol. 69, no. 9, pp. 1447–1453. doi: 10.1134/S0005117908090014
4. Le Van Tuan, Korotina M.M., Bobtsov A.A., Aranovskiy S.V. New identification algorithm for linearly varying frequency of sinusoidal signal. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2019, vol. 19, no. 1, pp. 52–58. (in Russian) doi: 10.17586/2226-1494-2019-19-1-52-58
5. Aranovskii S.V., Bobtsov A.A., Pyrkin A.A. Adaptive observer of an unknown sinusoidal output disturbance for linear plants. *Automation and Remote Control*, 2009, vol. 70, no. 11, pp. 1862–1870. doi: 10.1134/S0005117909110101
6. Marino R., Tomei R. Global estimation of unknown frequencies. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, vol. 47, no. 8, pp. 1324–1328. doi: 10.1109/tac.2002.800761
7. Hou M. Amplitude and frequency estimator of a sinusoid. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, vol. 50, no. 6, pp. 855–858. doi: 10.1109/tac.2005.849244
8. Aranovskiy S., Bobtsov A., Kremlev A., Nikolaev N., Slita O. Identification of frequency of biased harmonic signal. *European Journal of Control*, 2010, vol. 16, no. 2, pp. 129–139. doi: 10.3166/ejc.16.129-139
9. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, vol. 62, no. 7, pp. 3546–3550. doi: 10.1109/tac.2016.2614889
10. Belov A.A., Aranovskiy S.V., Ortega R., Barabanov N.E., Bobtsov A.A. Enhanced parameter convergence for linear systems identification: the DREM approach. *European Control Conference, ECC*, 2018, pp. 2794–2799. doi: 10.23919/ecc.2018.8550338

11. Borisov O.I., Gromov V.S., Vedyakov A.A., Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Aranovskiy S.V. Adaptive tracking of a multi-sinusoidal signal with DREM-based parameters estimation // *IFAC-PapersOnLine*. 2017. V. 50. N 1. P. 4282–4287. doi: 10.1016/j.ifacol.2017.08.835
12. Gromov V.S., Borisov O.I., Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Kolyubin S.A., Aranovskiy S.V. The DREM approach for chaotic oscillators parameter estimation with improved performance // *IFAC-PapersOnLine*. 2017. V. 50. N 1. P. 7027–7031. doi: 10.1016/j.ifacol.2017.08.1347
13. Sastry S., Bodson M. *Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness*. Prentice-Hall, New Jersey, 1989. 377 p.
14. Barton R.J., Poor H.V. Signal detection in fractional Gaussian noise // *IEEE Transactions on Information Theory*. 1988. V. 34. N 5. P. 943–959. doi: 10.1109/18.21218
15. Barnes J.A., Allan D.W. A statistical model of flicker noise // *Proc. IEEE*. 1966. V. 54. N 2. P. 176–178. doi: 10.1109/proc.1966.4630
16. Flandrin P. Wavelet analysis and synthesis of fractional Brownian motion // *IEEE Transaction on Information Theory*. 1992. V. 38. N 2. P. 910–917. doi: 10.1109/18.119751
11. Borisov O.I., Gromov V.S., Vedyakov A.A., Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Aranovskiy S.V. Adaptive tracking of a multi-sinusoidal signal with DREM-based parameters estimation. *IFAC-PapersOnLine*, 2017, vol. 50, no. 1, pp. 4282–4287. doi: 10.1016/j.ifacol.2017.08.835
12. Gromov V.S., Borisov O.I., Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Kolyubin S.A., Aranovskiy S.V. The DREM approach for chaotic oscillators parameter estimation with improved performance. *IFAC-PapersOnLine*, 2017, vol. 50, no. 1, pp. 7027–7031. doi: 10.1016/j.ifacol.2017.08.1347
13. Sastry S., Bodson M. *Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness*. Prentice-Hall, New Jersey, 1989, 377 p.
14. Barton R.J., Poor H.V. Signal detection in fractional Gaussian noise. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1988, vol. 34, no. 5, pp. 943–959. doi: 10.1109/18.21218
15. Barnes J.A., Allan D.W. A statistical model of flicker noise. *Proc. IEEE*, 1966, vol. 54, no. 2, pp. 176–178. doi: 10.1109/proc.1966.4630
16. Flandrin P. Wavelet analysis and synthesis of fractional Brownian motion. *IEEE Transaction on Information Theory*, 1992, vol. 38, no. 2, pp. 910–917. doi: 10.1109/18.119751

Авторы

Коротина Марина Михайловна — инженер, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, ORCID ID: 0000-0002-5716-9662, korotina.marina@gmail.com
Арановский Станислав Владимирович — доктор технических наук, ведущий научный сотрудник, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, Scopus ID: 36240341000, ORCID ID: 0000-0002-2151-5594, s.aranovskiy@gmail.com
Ведяков Алексей Алексеевич — кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, Scopus ID: 49664023200, ORCID ID: 0000-0003-4336-1220, vedyakov@corp.ifmo.ru

Authors

Marina M. Korotina — engineer, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, ORCID ID: 0000-0002-5716-9662, korotina.marina@gmail.com
Stanislav V. Aranovskiy — D.Sc., Leading scientific researcher, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, Scopus ID: 36240341000, ORCID ID: 0000-0002-2151-5594, s.aranovskiy@gmail.com
Alexey A. Vedyakov — PhD, Senior scientific researcher, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, Scopus ID: 49664023200, ORCID ID: 0000-0003-4336-1220, vedyakov@corp.ifmo.ru