НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ ноябрь–декабрь 2019 Том 19 № 6 ISSN 2226-1494 http://ntv.itmo.ru/ SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL OF INFORMATION TECHNOLOGIES, MECHANICS AND OPTCS November–December 2019 Vol. 19 No 6 ISSN 2226-1494 http://ntv.itmo.ru/en/

УДК 621.396.01

doi: 10.17586/2226-1494-2019-19-6-1072-1078

СУБПОЛОСНЫЙ АНАЛИЗ ИЗОБРАЖЕНИЙ МОРСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ НА ОСНОВЕ КОСИНУС-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Д.А. Черноморец, В.М. Михелев, Е.В. Болгова, А.А. Черноморец

Белгородский государственный национальный исследовательский университет, Белгород, 308015, Российская Федерация Адрес для переписки: bolgova_e@bsu.edu.ru

Информация о статье

Поступила в редакцию 14.09.19, принята к печати 20.10.19 Язык статьи — русский

Ссылка для цитирования: Черноморец Д.А., Михелев В.М., Болгова Е.В., Черноморец А.А. Субполосный анализ изображений морской поверхности на основе косинус-преобразования // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2019. Т. 19. № 6. С. 1072–1078. doi: 10.17586/2226-1494-2019-19-6-1072-1078

Аннотация

Предмет исследования. Предложен подход к исследованию частотных свойств последовательности изображений морской поверхности (кадров видеозаписи) на основе субполосного анализа в рамках косинус-преобразования. Изучение частотных свойств позволяет решать задачи обнаружения объектов на взволнованной поверхности моря. Метод. Приведены основные теоретические положения субполосного анализа в рамках косинус-преобразования. Показаны способы формирования применяемых при анализе данных субполосных матриц косинус-преобразования и вычисления частей энергий анализируемых векторов в различных частотных интервалах. Приведено описание субполосного подхода к анализу распределения значений энергии компонент изображений в частотной области. Показан способ построения отдельных компонент последовательности изображений морской поверхности (кадров видеозаписи) в виде векторов. Векторы содержат значения пикселей, имеющих одни и те же координаты в наборе изображений, и позволяют вычислять части энергии в заданных частотных интервалах. Основные результаты. В вычислительных экспериментах использованы видеозаписи морской поверхности с различными уровнями волнения. Анализ распределения значений частей энергии соответствующих компонент используемых видеозаписей показал, что различной взволнованности морской поверхности соответствуют различные распределения в частотной области энергии соответствующих компонент. Установлено, что при слабой взволнованности энергия компонент изображений сосредоточена в области низких частот при увеличении взволнованности морской поверхности значения частей энергии компонент соответствующих изображений повышаются в области высоких частот. Практическая значимость. Полученные особенности распределения частей энергии компонент изображений морской поверхности могут быть использованы при решении задач обнаружения объектов, плавающих на морской поверхности, на основе анализа их частотных характеристик.

Ключевые слова

взволнованная морская поверхность, субполосный анализ, косинус-преобразование, субполосная матрица, часть энергии, частотный интервал

Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-07-00657.

doi: 10.17586/2226-1494-2019-19-6-1072-1078

SEA SURFACE IMAGE SUB-BAND ANALYSIS BASED ON COSINE TRANSFORM

D.A. Chernomorets, V.M. Mikhelev, E.V. Bolgova, A.A. Chernomorets

Belgorod State National Research University, Belgorod, 308015, Russian Federation Corresponding author: bolgova_e@bsu.edu.ru

Article info

Received 14.09.19, accepted 20.10.19

Article in Russian

For citation: Chernomorets D.A., Mikhelev V.M., Bolgova E.V., Chernomorets A.A. Sea surface image sub-band analysis based on cosine transform. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2019, vol. 19, no. 6, pp. 1072–1078 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2019-19-6-1072-1078

Abstract

Subject of Research. We propose an approach to the research of the frequency properties of the sea surface images sequence (video frames) on the basis of sub-band analysis within the cosine transform. The study of frequency properties makes it possible

to solve the problem of object detection on the agitated sea surface. **Method.** The main theoretical propositions of the sub-band analysis within the cosine transform are given. The paper presents the method of formation of the cosine transform sub-band matrices used in data analysis and method of calculation of the analyzed vector energy parts in different frequency intervals. The sub-band approach to the analysis of the image component energy distribution in the frequency domain is described. Realization of separate components of the sea surface image sequence (video frames) in the vector form is shown. The vectors contain the pixel values with the same coordinates in the image set and give the possibility to calculate the energy parts in specified frequency intervals. **Main Results.** Video of the sea surface with various agitation levels were used in computing experiments. The distribution analysis of the energy part values of the matching component energy in the frequency domain. It has been found that at low agitation, the energy part values of the corresponding image components increase in the high-frequency region. **Practical Relevance.** The obtained distribution features of the sea surface image component energy parts can be used when solving the detection problems for objects, floating on the sea surface, based on the analysis of their frequency characteristics. **Keywords**

agitated sea surface, sub-band analysis, cosine transform, sub-band matrix, energy part, frequency interval

Acknowledgements

The reported study was funded by the RFBR, project number 19-07-00657.

Введение

Современный уровень развития средств регистрации и обработки информации в оптическом и инфракрасном диапазонах позволяет разрабатывать системы обнаружения объектов на взволнованной морской поверхности [1–3], что имеет важное значение, например, при проведении спасательных операций.

Известно значительное количество методов [4–10], применяемых при решении задач обнаружения объектов на морской поверхности, основанных на анализе их различных свойств. Однако одними из важнейших свойств изображений морской поверхности являются частотные характеристики [11–14]. Их использование обеспечивает возможность эффективного выполнения различных работ по обработке и анализу изображений. Так, результаты анализа распределения в частотной области квадрата евклидовой нормы (энергии) отдельных компонент видеоданных, полученных при регистрации поверхности моря, могут быть использованы, например, для обнаружения на морской глади объектов, имеющих различные спектральные составляющие.

Теоретические основы

В работе предлагается исследование частотных характеристик последовательности изображений морской поверхности (кадров видеозаписи) осуществлять на основе анализа свойств их компонент, формируемых в виде векторов, элементы которых соответствуют значениям пикселей с одинаковыми индексами на последовательных кадрах. Пусть для формирования данных компонент использовано *K* кадров видеозаписи, тогда, анализ распределения в частотной области энергии заданной компоненты $\mathbf{x} = (x_k), k = 1, 2, ..., K$ изображений морской поверхности предлагается осуществлять, используя субполосный анализ [12, 15] в рамках косинус-преобразования следующего вида:

$$F^{x}(u) = \sum_{k=1}^{K} x_{k} \cos(u(k - \frac{1}{2})), \quad u \in D_{\pi},$$
(1)

$$D_{\pi} = \{u | 0 \le u < \pi\} \tag{2}$$

$$x_k = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} F^x(u) \cos(u(k - \frac{1}{2})) du, \quad k = 1, 2, ..., K,$$
(3)

где и — круговая частота.

Косинус-преобразование выбрано ввиду того, что его областью определения является частотная область $[0, \pi)$, в то время как широко используемое экспоненциальное преобразование Фурье определено на большей по размеру области $[0, 2\pi)$. Кроме того, косинус-преобразование, определенное в виде (1), (3), позволяет вычислять точные значения части энергии сигнала в произвольных частотных интервалах в отличие от дискретных преобразований, при применении которых энергия сигнала вычисляется в заранее заданных дискретных значениях.

Анализ осуществляется на основе субполосных матриц [16] данного преобразования в его области определения D_{π} (2). В работе [16] показано, что элементы субполосной матрицы $\mathbf{G}_r = (g_{in}r)$, i, n = 1, 2, ..., K, косинус-преобразования вида (1), (3) для частотного интервала V_r (где r — некоторый индекс) вида:

$$V_r = \{u | u_{r,1} \le u < u_{r,2}\}, \quad 0 \le u_{r,1} < u_{r,2} < \pi$$
(4)

определяются следующими соотношениями:

$$g_{in}{}^r = a_{in}{}^r + \tilde{g}_{in}{}^r, \tag{5}$$

$$\left(\frac{\sin(u_{r,2}(i-n)) - \sin(u_{r,1}(i-n))}{\pi(i-n)}, i \neq n,\right)$$

$$u_{in}^{r} = \left\{ \frac{u_{r,2} - u_{r,1,2}}{\pi}, \, i = n, \right.$$
(6)

$$\tilde{g}_{in}^{r} = \frac{\sin(u_{r,2}(i+n-1)) - \sin(u_{r,1}(i+n-1))}{\pi (i+n-1)},$$

$$i, n = 1, 2, ..., K.$$
(7)

Используя равенство Парсеваля, для косинус-преобразования вида (1), (3) можно показать, что значение части энергии E_r сигнала **x** в заданном интервале V_r вида (4) определяется следующим соотношением:

$$E_r = \mathbf{x}^T \mathbf{G}_r \mathbf{x},\tag{8}$$

где G_r — субполосная матрица с элементами вида (5)–(7).

Метод

Область определения косинус-преобразования предлагается разбить на R частотных интервалов V_r , r = 1, 2, ..., R равной ширины:

$$V_r = \{u | u_{r,1} \le u < u_{r,2}\},\$$

$$u_{1,1} = 0, \quad u_{r,2} = u_{r,1} + \pi/R, \quad u_{r+1,1} = u_{r,2}, \quad r = 1,2,...,R-1;$$

$$u_{R,2} = \pi.$$
(9)

Построение компонент изображений морской поверхности, исследуемых на основе субполосного анализа в рамках косинус-преобразования, выполняется следующим образом.

Исходный видеопоток с кадрами, содержащими изображения морской поверхности, разбивается на блоки B_n , $n = 1, 2, ..., N_B$, по K кадров (где N_B — количество анализируемых блоков кадров), на основании которых формируются векторы \mathbf{x}_{ni} (n — номер блока, i — номер вектора в блоке):

$$\mathbf{x}_{ni} = (x_k^{ni}), \quad k = 1, 2, ..., K, \quad n = 1, 2, ..., N_B, \quad i = 1, 2, ..., L_B,$$
 (10)

значений пикселей, имеющих одни и те же координаты (рис. 1) на разных кадрах одного блока (где *L*_B — количество пикселей в обрабатываемом фрагменте кадра).



Рис. 1. Пример блока кадров и элементов отдельного вектора x_{ni}

В каждом блоке кадров B_n , $n = 1, 2, ..., N_B$ для всех векторов \mathbf{x}_{ni} , $i = 1, 2, ..., L_B$ на основании соотношения (8) вычисляется вектор значений частей энергии $\mathbf{E}_{ni} = (E_r^{ni})$, r = 1, 2, ..., R, в частотных интервалах V_r , r = 1, 2, ..., R, вида (9):

$$E_r^{ni} = \mathbf{x}_{ni}^T G_r \mathbf{x}_{ni}.$$

На основании векторов \mathbf{E}_{ni} , r = 1, 2, ..., R, полученных для всех блоков кадров, вычисляется вектор $\mathbf{E}_{mean} = (E_r^{mean})$, r = 1, 2, ..., R, средних значений частей энергии по всему набору кадров видеопотока:

$$\mathbf{E}_{mean} = \sum_{n=1}^{N_B} \sum_{i=1}^{L_B} \mathbf{E}_{ni} / (L_B N_B).$$
(11)

Анализ распределения значений элементов вектора \mathbf{E}_{mean} (11), соответствующих средним значениям частей энергии компонент вида (10) изображений морской поверхности в частотных интервалах вида (9), позволяет выявить характерные частотные особенности различных изображений морской поверхности.

Вычислительные эксперименты

При проведении вычислительных экспериментов использовано разбиение видеоданных на блоки по K = 100 кадров. В каждом кадре для анализа выделялась область 20×20 пикселей, тем самым величина $L_B = 400$. На представленных далее изображениях данная область выделена белым квадратом.

Количество частотных интервалов, на которые разбивается область определения косинус-преобразования, выбрано равным R = 128 для обеспечения достаточно детального анализа распределения значений частей энергии.

При регистрации видеоданных использована видеокамера со скоростью записи 24 кадра в секунду. Следовательно, частота f_d дискретизации анализируемых компонент вида (10) равна 24 Гц. На рисунках, приведенных далее, графики представления частей энергии построены для диапазона частот до 12 Гц, что соответствует значениям частот косинус-преобразования от нуля до $\pi/2$.

В описанном далее вычислительном эксперименте анализируемый видеопоток содержит видео с достаточно спокойной морской поверхностью, где волнение моря едва заметно (первый кадр данного видео приведен на рис. 2, *a*).

На рис. 2, δ , ϵ отображены первый вектор вида (10) первого построенного блока фрагментов кадров (i = 1 и n = 1), а также график его частей энергии, соответствующих частотным интервалам, которые созданы при указанном выше разбиении частотной области.

На рис. 2, *г*, *д* отображены вектор компонент изображений, усредненный по всему набору кадров видеопотока и график его частей энергии.

Анализ распределения значений частей энергии на рис. 2, *в*, *д* показывает, что основные спектральные составляющие при указанном волнении моря находятся в основном в низких частотах в диапазоне до 0,8 Гц.





Рис. 2. Анализ спокойной морской поверхности: *а* — изображение морской поверхности; *б*, *в* — первый вектор первого блока данных и его части энергии; *г*, *д* — усредненный вектор по всему набору кадров видеопотока и его части энергии

В следующем вычислительном эксперименте исследовано видео со слабой взволнованностью морской поверхности (рис. 3, *a*). На рис. 3, *б*–*д* отображены соответствующие компоненты изображений и графики значений их частей энергии.

Графики, приведенные на рис. 3, δ – ∂ , показывают, что энергия изображений морской поверхности со слабым волнением имеет наиболее заметные энергетические всплески в области низких частот в диапазоне до 4 Гц, в области более высоких частот части энергии компонент принимают значения в среднем не более 0,001.



Рис. 3. Анализ морской поверхности со слабым волнением: *а* — изображение морской поверхности; *б*, *в* — первый вектор первого блока данных и его части энергии; *г*, *д* — усредненный вектор по всему набору кадров видеопотока и его части энергии



Рис. 4. Анализ морской поверхности с умеренным волнением: *а* — изображение морской поверхности; *б*, *в* — первый вектор первого блока данных и его части энергии; *г*, *д* — усредненный вектор по всему набору кадров видеопотока и его части энергии

Далее исследовано видео с умеренным волнением моря (рис. 4, *a*). На рис. 4, *б*–*д* отображены соответствующие компоненты изображений и графики их частей энергии.

Графики, приведенные на рис. 4, *б*–*д*, показывают, что энергия изображений морской поверхности с умеренным волнением имеет наиболее заметные энергетические всплески в области низких частот в диагазоне до 5 Гц, в области более высоких частот части энергии компонент принимают значения в среднем не более 0,005.

Результаты, полученные при проведении вычислительных экспериментов, приведены в таблице.

Тип волнения моря	Диапазон частот сосредоточенности частей энергии, Гц	Оценка части энергии вне диапазона сосредоточенности энергии
Спокойное	0–0,8	0,0001
Слабое волнение	0-4	0,001
Умеренное волнение	0–5	0,005

Таблица. Пример распределения частей энергии изображений морской поверхности

Данные, приведенные на рис. 2–4 и в таблице, показывают, что чем больше взволнованность моря, тем большая часть энергии компонент соответствующих изображений сосредотачивается в области высоких частот.

Заключение

Таким образом, проведенный субполосный анализ изображений морской поверхности, имеющей различную взволнованность (спокойное море, слабое волнение, умеренное волнение), на основе субполосных матриц косинус-преобразования показал, что различной взволнованности морской поверхности соответствуют различные распределения в частотной области энергии соответствующих компонент изображений. Показано, что при слабой взволнованности энергия компонент изображений сосредоточена в области низких частот. При увеличении взволнованности морской поверхности значения частей энергии компонент соответствующих изображений повышаются в области высоких частот, что соответствует результатам решений большинства спектральных задач. Следовательно, полученные закономерности распределения частей энергии изображений морской поверхности могут быть использованы при обнаружении плавающих на морской поверхности объектов, имеющих известные частотные характеристики.

Литература

- Кравченко В.Ф., Луценко В.И., Луценко И.В. Рассеяние радиоволн морем и обнаружение объектов на его фоне. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2015. 448 с.
- Rodriguez-Blanco M., Golikov V. Multiframe GLRT-based adaptive detection of multipixel targets on a sea surface // IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing. 2016. V. 9. N 12. P. 5506–5512. doi: 10.1109/JSTARS.2016.2582383
- Golikov V., Rodriguez-Blanco M., Lebedeva O. Robust multipixel matched subspace detection with signal-dependent background power // Journal of Applied Remote Sensing. 2016. V. 10. N 1. P. 015006. doi: 10.1117/1.JRS.10.015006
- Manolakis D., Truslow E., Pieper M., Cooley T., Brueggeman M. Detection algorithms in hyperspectral imaging systems: an overview of practical algorithms // IEEE Signal Processing Magazine. 2014. V. 31. N 1. P. 24–33. doi: 10.1109/MSP.2013.2278915
- Scharf L.L., Friedlander B. Matched subspace detectors // IEEE Transactions on Signal Processing. 1994. V. 42. N 8. P. 2146– 2157. doi: 10.1109/78.301849
- Harsanyi J.C., Chang C.-I. Hyperspectral image classification and dimensionality reduction: an orthogonal subspace projection approach // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 1994. V. 32. N 4. P. 779–785. doi: 10.1109/36.298007
- Kraut S., Scharf L.L., McWhorter L.T. Adaptive subspace detectors // IEEE Transactions on Signal Processing. 2001. V. 49. N 1. P. 1–16. doi: 10.1109/78.890324
- Chen Y., Nasrabadi N.M., Tran T.D. Sparse representation for target detection in hyperspectral imagery // IEEE Journal on Selected Topics in Signal Processing. 2011. V. 5. N 3. P. 629– 640. doi: 10.1109/JSTSP.2011.2113170
- Manolakis D., Siracusa C., Shaw G. Hyperspectral subpixel target detection using the linear mixing model // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2001. V. 39. N 7. P. 1392– 1409. doi: 10.1109/36.934072

References

- 1. Kravchenko V.F., Lutsenko V.I., Lutsenko I.V.. Scattering of radio waves by the sea and detection of objects against its background. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2015, 448 p. (in Russian)
- Rodriguez-Blanco M., Golikov V. Multiframe GLRT-based adaptive detection of multipixel targets on a sea surface. *IEEE Journal* of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2016, vol. 9, no. 12, pp. 5506–5512. doi: 10.1109/JSTARS.2016.2582383
- Golikov V., Rodriguez-Blanco M., Lebedeva O. Robust multipixel matched subspace detection with signal-dependent background power. *Journal of Applied Remote Sensing*, 2016, vol. 10, no. 1, pp. 015006. doi: 10.1117/1.JRS.10.015006
- Manolakis D., Truslow E., Pieper M., Cooley T., Brueggeman M. Detection algorithms in hyperspectral imaging systems: an overview of practical algorithms. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2014, vol. 31, no. 1, pp. 24–33. doi: 10.1109/MSP.2013.2278915
- Scharf L.L., Friedlander B. Matched subspace detectors. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1994, vol. 42, no. 8, pp. 2146–2157. doi: 10.1109/78.301849
- Harsanyi J.C., Chang C.-I. Hyperspectral image classification and dimensionality reduction: an orthogonal subspace projection approach. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1994, vol. 32, no. 4, pp. 779–785. doi: 10.1109/36.298007
- Kraut S., Scharf L.L., McWhorter L.T. Adaptive subspace detectors. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, vol. 49, no. 1, pp. 1–16. doi: 10.1109/78.890324
- Chen Y, Nasrabadi N.M., Tran T.D. Sparse representation for target detection in hyperspectral imagery. *IEEE Journal on Selected Topics in Signal Processing*, 2011, vol. 5, no. 3, pp. 629– 640. doi: 10.1109/JSTSP.2011.2113170
- 9. Manolakis D., Siracusa C., Shaw G. Hyperspectral subpixel target detection using the linear mixing model. *IEEE*

- Zhang L., Zhang L., Tao D., Huang X., Du B. Hyperspectral remote sensing image subpixel target detection based on supervised metric learning // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2014. V. 52. N 8. P. 4955–4965. doi: 10.1109/TGRS.2013.2286195
- Golikov V., Lebedeva O., Rodriguez-Blanco M. GLRT subspace detection of multi-pixel targets with known and unknown spatial parameters in presence of signal-dependent background power // Computers and Electrical Engineering. 2016. V. 52. P. 38–48. doi: 10.1016/j.compeleceng.2016.04.016
- Жиляков Е.Г., Черноморец А.А. Об оптимальном выделении субполосных компонент изображений // Информационные системы и технологии. 2013. № 1(75). С. 5–11.
- Zhilyakov E.G., Belov S.P., Chernomorets A.A., Rakov V.I. Variational methods of analysis of signals based on the frequency of ideas // International Journal of Computer Applications in Technology. 2016. V. 9. N 35. P. 71–76.
- Черноморец А.А., Болгова Е.В. Об анализе данных на основе косинусного преобразования // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: Экономика. Информатика. 2015. № 1(198). С. 68–73.
- Черноморец А.А., Болгова Е.В., Черноморец Д.А. Обобщенный субполосный анализ на основе унитарных преобразований // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: Экономика. Информатика. 2015. № 7(204). С. 97–104.
- Болгова Е.В. Свойства субинтервальных матриц двумерного косинусного преобразования // Информационные системы и технологии. 2017. № 6(104). С. 19–28.

Авторы

Черноморец Дарья Андреевна — магистрант, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, Белгород, 308015, Российская Федерация, Scopus ID: 57209388241, ORCID ID: 0000-0002-9626-9455, 1031034@bsu.edu.ru

Михелев Владимир Михайлович — кандидат технических наук, доцент, доцент, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, Белгород, 308015, Российская Федерация, Scopus ID: 6507613773, ORCID ID: 0000-0001-9163-8269, mikhelev@bsu.edu.ru

Болгова Евгения Витальевна — старший преподаватель, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, Белгород, 308015, Российская Федерация, Scopus ID: 57191107180, ORCID ID: 0000-0003-1454-8635, bolgova_e@bsu.edu.ru

Черноморец Андрей Алексеевич — доктор технических наук, доцент, профессор, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, Белгород, 308015, Российская Федерация, Scopus ID: 55531015600, ORCID ID: 0000-0002-4749-8542, chernomorets@bsu.edu.ru *Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2001, vol. 39, no. 7, pp. 1392–1409. doi: 10.1109/36.934072

- Zhang L., Zhang L., Tao D., Huang X., Du B. Hyperspectral remote sensing image subpixel target detection based on supervised metric learning. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, vol. 52, no. 8, pp. 4955–4965. doi: 10.1109/TGRS.2013.2286195
- Golikov V., Lebedeva O., Rodriguez-Blanco M. GLRT subspace detection of multi-pixel targets with known and unknown spatial parameters in presence of signal-dependent background power. *Computers and Electrical Engineering*, 2016, vol. 52, pp. 38–48. doi: 10.1016/j.compeleceng.2016.04.016
- 12. Zhilyakov E.G., Chernomorets A.A. Optimal separation of image subband components. *Information Systems and Technologies*, 2013, no. 1(75), pp. 5–11. (in Russian)
- Zhilyakov E.G., Belov S.P., Chernomorets A.A., Rakov V.I. Variational methods of analysis of signals based on the frequency of ideas. *International Journal of Computer Applications in Technology*, 2016, vol. 9, no. 35, pp. 71–76.
- Chernomorets A.A., Bolgova E.V. On the analysis of data based on the cosine transformation. *Belgorod State University Scientific Bulletin. Economics. Information technologies*, 2015, no. 1(198), pp. 68–73. (in Russian)
- pp. 68–73. (in Russian)
 15. Chernomorets A.A., Bolgova E.V., Chernomorets D.A. The generalized subband analysis on the basis of unitary transformations. *Belgorod State University Scientific Bulletin. Economics. Information technologies*, 2015, no. 7(204), pp. 97–104. (in Russian)
- Bolgova E.V. The properties of subinterval matrices for a two-dimensional cosine transform. *Information Systems and Technologies*, 2017, no. 6(104), pp. 19–28. (in Russian)

Authors

Daria A. Chernomorets — Master Student, Belgorod State National Research University, Belgorod, 308015, Russian Federation, Scopus ID: 57209388241, ORCID ID: 0000-0002-9626-9455, 1031034@bsu.edu.ru

Vladimir M. Mikhelev — PhD, Associate Professor, Associate Professor, Belgorod State National Research University, Belgorod, 308015, Russian Federation, Scopus ID: 6507613773, ORCID ID: 0000-0001-9163-8269, mikhelev@bsu.edu.ru

Evgeniya V. Bolgova — Senior Lecturer, Belgorod State National Research University, Belgorod, 308015, Russian Federation, Scopus ID: 57191107180, ORCID ID: 0000-0003-1454-8635, bolgova_e@bsu.edu.ru

Andrey A. Chernomorets — D.Sc., Associate Professor, Professor, Belgorod State National Research University, Belgorod, 308015, Russian Federation, Scopus ID: 55531015600, ORCID ID: 0000-0002-4749-8542, chernomorets@bsu.edu.ru