

УДК 617.3, 519.244.4, 539.3

doi: 10.17586/2226-1494-2020-20-3-446-454

СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ОТНОШЕНИЙ КОЛЕННОГО СУСТАВА

В.М. Мусалимов^а, С.Ю. Перепелкина^а, М. Паасуке^б, Е. Гапеева^б, Я. Ерелине^б

^а Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

^б Тартуский университет, Тарту, 50090, Эстония

Адрес для переписки: musvm@ya.ru

Информация о статье

Поступила в редакцию 06.04.20, принята к печати 15.05.20

Язык статьи — русский

Ссылка для цитирования: Мусалимов В.М., Перепелкина С.Ю., Паасуке М., Гапеева Е., Ерелине Я. Статистическое моделирование передаточных отношений коленного сустава // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2020. Т. 20. № 3. С. 446–454. doi: 10.17586/2226-1494-2020-20-3-446-454

Аннотация

Предмет исследования. Предложен новый подход к анализу экспериментальных данных ходьбы, заключающийся в использовании статистик передаточных отношений. В основу исследований положены экспериментальные данные сгибания-разгибания-ротации коленного сустава, полученные в лаборатории кинезиологии и биомеханики Тартуского университета Эстонии. **Методы.** Для каждой из фаз данных движения были рассчитаны угловые скорости. Моменты времени изменения знака угловых скоростей представлены в качестве случайного процесса. Рассмотрена роль распределения Пуассона для моделирования распределения точек перехода через нуль. Построены корреляционные функции и спектральные плотности этих процессов. Описана роль равномерного распределения в оценке передаточных отношений. Изучена роль крестообразных связей в передаче движения. **Основные результаты.** В результате обработки данных с использованием статистик Пуассона и Фишера рассчитаны средние значения и дисперсия передаточных отношений. Предложена модель механизма упругой передачи движения сгибания-разгибания-ротации коленного сустава с использованием передаточного отношения и особенностей спиральной анизотропии в применении к механике крестообразных связей. **Практическая значимость** работы определяется поиском решения задач модернизации эластичных актуаторов, используемых в конструкциях коленных ортезов.

Ключевые слова

коленный сустав, сгибание/разгибание, ротация, распределения, передаточные отношения, крестообразные связи, спиральная анизотропия

doi: 10.17586/2226-1494-2020-20-3-446-454

STATISTICAL MODELING OF KNEE JOINT GEAR RATIOS

V.M. Musalimov^а, S.Yu. Perepelkina^а, M. Pääsuke^б, E.N. Gapeeva^б, J. Ereline^б

^а ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

^б Tartu University, Tartu, 50090, Estonia

Corresponding author: musvm@ya.ru

Article info

Received 06.04.20, accepted 15.05.20

Article in Russian

For citation: Musalimov V.M., Perepelkina S.Yu., Pääsuke M., Gapeeva E.N., Ereline J. Statistical modeling of knee joint gear ratios. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2020, vol. 20, no. 3, pp. 446–454 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2020-20-3-446-454

Abstract

Subject of Research. The paper presents a new approach to the analysis of experimental data on walking. It involves the application of gear ratio statistics. The research is based on the experimental data on flexion-extension-rotation movement of knee joint that has been obtained in the laboratory of kinesiology and biomechanics of Tartu University, Estonia. **Methods.** Angular velocities have been calculated for each of the motion data phases. Temporal values of angular velocity sign changes have been represented as a random process. The role of the Poisson distribution for modeling distribution of transition points through zero has been considered. Correlation functions and spectral densities of these

processes have been created. The role of uniform distribution in the estimation of gear ratios has been described. The contribution of cruciate ligaments in the movement transmission has been studied. **Main Results.** The average values and variance of gear ratios have been calculated as a result of data processing by Poisson and Fischer statistics. An elastic transmission mechanism model for flexion-extension-rotation of knee joint movement using the gear ratio and features of helical anisotropy in application to the mechanics of cruciate ligaments has been proposed. **Practical Relevance.** The work is aimed at the search for solutions to modernization problems of elastic actuators used in design of knee orthoses.

Keywords

knee joint, flexion-extension, rotation, statistics, gear ratios, crucial ligaments, helical anisotropy

Введение

Построение математической модели опорно-двигательной системы и в настоящее время остается актуальной проблемой. Это связано с такими обстоятельствами, как обновление экспериментальных данных и развитие теоретической базы синтеза биомехатронных и роботехнических систем. Анализ походки является базой для специалистов медицинских и спортивных областей, при создании протоколов реабилитации, а также при планировании достижимых травмобезопасных показателей [1–3], в том числе скоростей, усилий, действий у пациентов и спортсменов. Научный подход к изучению походки предполагает установление связи между кинематическими параметрами опорно-двигательной системы и ее возможностями как динамической системы [4]. Современные протоколы анализа походки основаны на широком использовании аппаратно-компьютерных средств обработки информации [3–5]. Так была построена модель ходьбы в фазе отталкивания с опорой на передний отдел стопы (фаза контакта «носок-земля») и фазы переноса конечности с учетом данных, полученных при экспериментальных исследованиях ходьбы [4].

В настоящей работе авторы остановились на исследовании механики коленного сустава. Нормальная функция колена обеспечивается балансом устойчивости и подвижности сустава, что определяется взаимодействием между связками, суставными поверхностями и мышцами. Авторами рассматривается уникальная комбинация сгибания-разгибания-ротации, которая происходит во время ходьбы [6–9]. Учитывая, что ходьба является наиболее частой деятельностью в повседневной жизни, то понимание относительно движения бедра и голени во время ходьбы может повлиять на успех или неудачу различных реконструктивных процедур в коленном суставе. Например, при реабилитационных процедурах с использованием ортезов [5, 9] и при выборе формы суставной поверхности для управления медиальным поворотным движением.

Организация экспериментов

В основу исследования положен оптический маркерный способ захвата и анализа движения. При проведении экспериментов операторы закрепляют отражающие сферические маркеры в определенных точках суставов испытуемых, как это изображено на рис. 1. Оптическая система BTS Bioengineering (Italy) с помощью шести инфракрасных камер с частотой 100 Гц позволяет захватить указанные точки в процессе движения человека в регистрируемой камерами области.

На рис. 1 использованы следующие обозначения: п — правое, л — левое; ппо — позвоночно-поясничная ось крестца; участки 1, 2 определяются по индивидуальным данным испытуемых в качестве вспомогательных триангуляционных точек системы BTS; колено 1 — ось коленного сустава бедренной кости; колено 2 — ось коленного сустава большеберцовой кости; плюсна — плюсовая кость стопы; С7 — шейный отдел, состоящий из 7 позвонков. Сам отдел имеет форму буквы С. Выбор точек крепления маркеров определяется регламентом BTS.

В результате измерений получены пространственно-временные параметры ходьбы [4]: скорость, ритм, фазы шага в момент опоры и переноса нижней конечности, кинетические и кинематические параметры сгибания и разгибания тазобедренного, коленного и голеностопного суставов, а также моментные и силовые характеристики движения.

Для исследования использованы графики изменений углов сгиба-разгиба для каждой ноги; поворотов и движения костей таза, бедер, коленей, относительных поворотов суставов в зависимости от фаз циклов ходьбы.

Это были показатели при ходьбе в обычном темпе (свободно выбранная скорость ходьбы) по 10-метровой дорожке, включая 5-метровую платформу, расположенную в центре зоны регистрации инфракрасных- и видеокамер системы. Кинематические параметры сги-

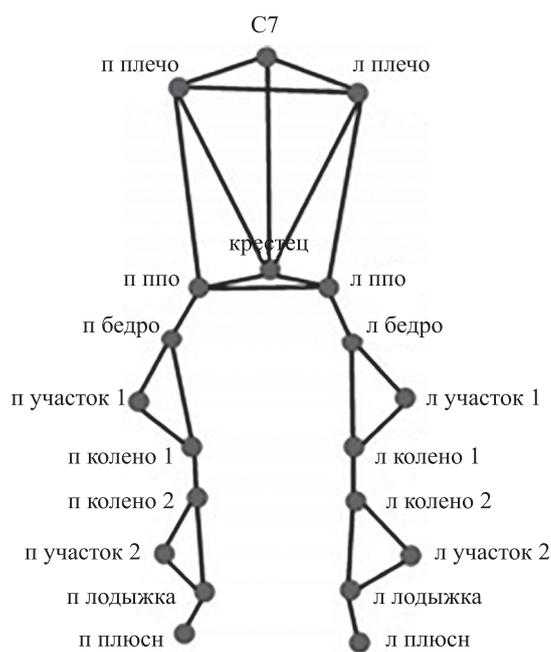


Рис. 1. Точки закрепления маркеров

Таблица 1. Антропометрические данные семи обследуемых мужчин

Номер исследуемого больного	Вес, кг	Рост, см	Длина ноги, мм	Диаметр колена, мм	Диаметр лодыжки, мм	Возраст, лет
1	66	172	880	90	70	25
2	80	181	900	99	80	27
3	77	179	955	95	72	27
4	68	169	865	105	80	24
5	84	178	997	105	70	34
6	82	171	870	105	75	34
7	73	172	940	95	70	28

бания и разгибания в тазобедренном и коленном суставах на основе средних данных пяти тестов в обычном темпе каждого исследуемого были взяты для построения модели ходьбы [4–6].

Антропометрические параметры, измеренные в ходе исследований для семи обследуемых мужчин, представлены в табл. 1.

Статистический анализ угловых и ротационных движений коленного сустава

Коленный сустав — подвижное соединение бедренной кости с большеберцовой костью голени и коленной чашкой. Коленный сустав по своей структуре является очень сложным сочленением, а также часто травмируем. Колено обеспечивает подвижность, необходимую для ходьбы человека, и помогает ориентировать и позиционировать ступню [6–8]. Согласно выводам исследователей, кости бедра и большеберцовой кости совершают угловые перемещения относительно друг друга по анатомическим осям (рис. 2): первичное сгибание/разгибание; вторичное вращение большеберцовой кости внутрь/наружу (ротация); вторичное отведение/приведение.

Необходимыми элементами движений при ходьбе являются сгибание и разгибание, тогда как вторичные движения берут на себя приложенную нагрузку, обеспечивая восстановление энергии.

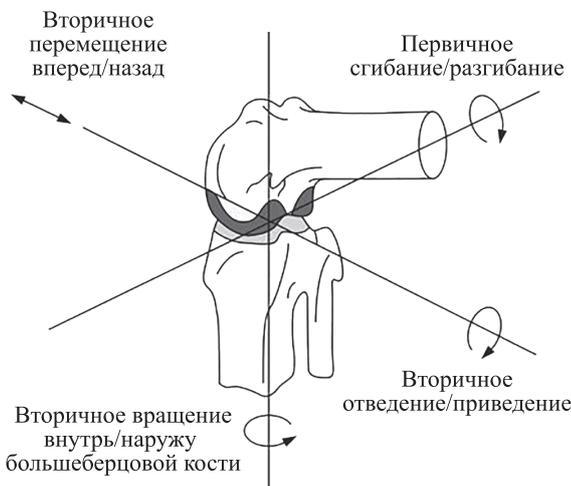


Рис. 2. Анатомические оси коленного сустава

Однако конфигурации маркеров ограничивают точность восстановления движения. Это ограничение особенно влияет на измерение более малых вторичных движений [9].

Рассмотрим экспериментальные данные: сгибание/разгибание коленного сустава и его ротацию. Исследуем фазу контакта стопы с бароподометрической платформой, что составляет 60 % от цикла шага. В задачу исследования входил анализ изменения угловых скоростей сгибания/разгибания и ротаций, а также сопоставление их отношений. Принято, что несмотря на развитое программное обеспечение по привязанному моделированию к каждому испытуемому, нецелесообразно ориентироваться только на детерминированный подход к анализу кинематики. Да и сама опорно-двигательная система, как система жизнеобеспечения, не суть — прецизионная система, поэтому был предпринят статистический анализ каждого из этапов движений, и, соответственно, имитационное их моделирование.

Линейное приближение. На рис. 3 представлены графики сгибания/разгибания и ротации большеберцовой кости. Используются данные правой ноги исследуемого № 3 на интервале 0–60, соответствующем 60 % цикла движения ноги, т. е. фазе контакта ступни с платформой.

На графиках (рис. 3) ось абсцисс — это приведенное время τ . Будем каждую из зон представлять в виде линейного отрезка

$$\alpha = \alpha_0 + \Omega\tau,$$

где α_0 — свободный коэффициент линейной функции, а Ω представляет собой, с одной стороны, тангенсы углов наклона каждой из линеаризованных ветвей $A1, A2, A3$ (Ω_1) и $B1, B2, B3$ (Ω_2), с другой — это угловые скорости сгибания/разгибания и ротаций. Характерной является смена знаков угловых скоростей. Далее использованы отношения Ω_1/Ω_2 угловых скоростей на сопряженных зонах (рис. 3). Эти отношения, которые стали предметом исследований авторов, представлены в табл. 2. Здесь a и b параметры равномерного распределения.

На рис. 4 представлены значения передаточных отношений для шести испытуемых. На рис. 4, a приведены значения, соответствующие первой фазе контакта ($A1, B1$). На рис. 4, b дана визуализация ряда равномерно распределенных шести случайных чисел, полученных генератором случайных чисел `unifrnd` MATLAB.

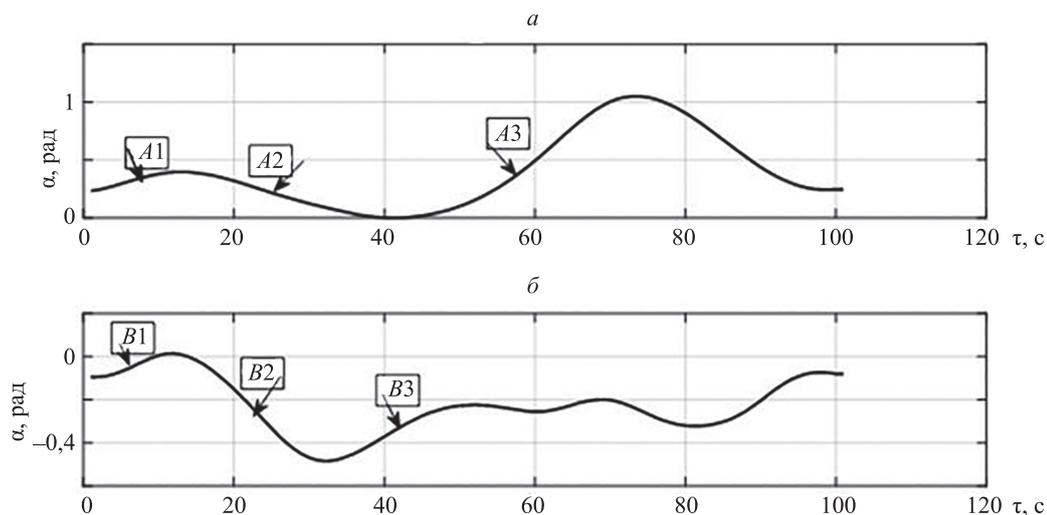


Рис. 3. Пример экспериментальных графиков зависимости углов сгибания/разгибания (а) и углов ротации (б) от приведенного времени, где A1, A2, A3 — зоны возрастания/убывания значений углов сгибания/разгибания; B1, B2, B3 — зоны возрастания/убывания значений углов ротации

Таблица 2. Отношения угловых скоростей на сопряженных зонах

<i>a</i>	Ω_1 , рад/с	<i>b</i>	Ω_2 , рад/с	Ω_1/Ω_2	Ω_1^2/Ω_2^2
A1	0,0118	B1	0,0112	1,0531	1,1100
A2	-0,0950	B2	-0,0096	0,9916	0,9832
A3	0,0121	B3	0,0103	1,1748	1,3691

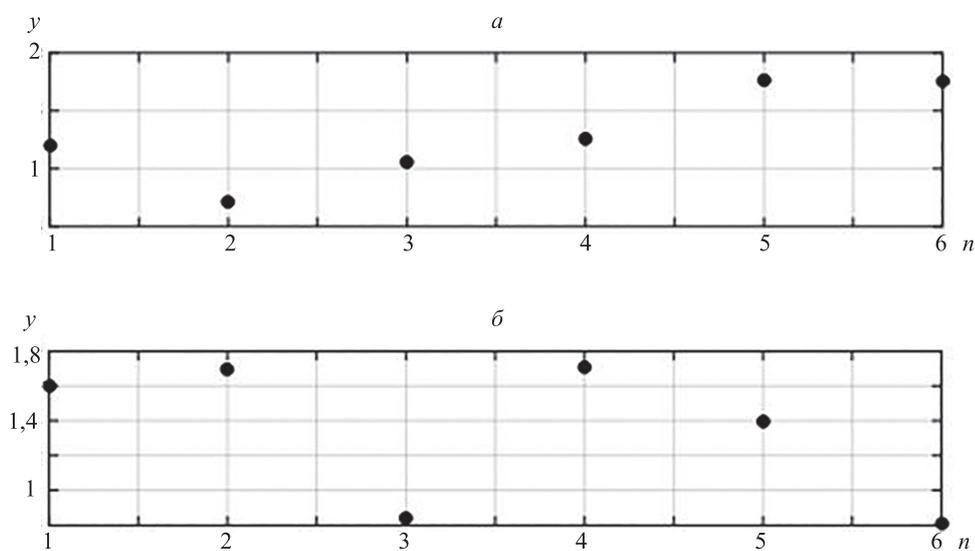


Рис. 4. Значения передаточных отношений (*y*) для шести испытуемых: расчетные значения первой фазы (*n* — число испытуемых) (а); имитационные значения (*n* = 6 — число столбцов матрицы генерируемых чисел при количестве случайных чисел генератора unifrnd (*a*, *b*), *a* = 0,7, *b* = 1,8) (б)

Вероятность попадания случайной величины в какой-либо подинтервал (*a*, *b*) зависит только от его длины (а не от положения). Здесь случайная величина имеет равномерное или прямоугольное распределение $R(a, b)$: с плотностью $f(x) = 1/(b - a)$ при $a < x < b$; математическим ожиданием $M(x) = (a + b)/2$; дисперсией $D(x) = (b - a)^2/12$:

$$M(x) = 1,25; D(x) = 0,1875.$$

Таким образом, на уровне линейного приближения установлены средние значения передаточных отношений сгибание-разгибание-ротация.

Рассмотрим далее статистику знакопеременных значений угловых скоростей.

Здесь случайную составляющую угловой скорости можно рассматривать как случайную функцию [10–14], ограниченную по модулю отрезками приведенного времени изменения знака (рис. 5).

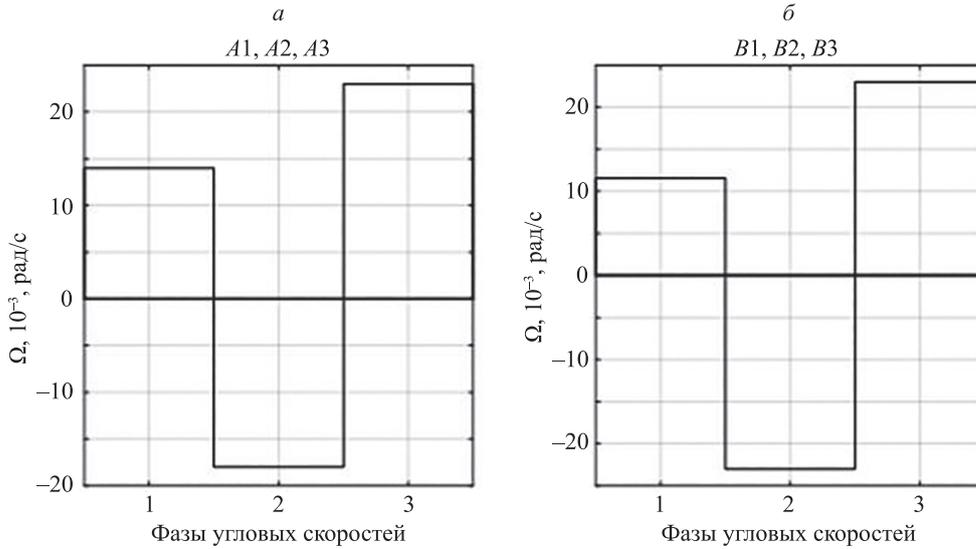


Рис. 5. Ступенчатые значения знакопеременных угловых скоростей: сгибания/разгибания (Ω_1) в соответствии с фазами $A1, A2, A3$ (а); ротации (Ω_2) в соответствии с фазами $B1, B2, B3$ (б)

Оценим вероятность перехода через нуль (распределение нулей!) $P(n, \tau)$, где n — число нулей на интервале времени τ . Представленные графики отображают фрагменты, полученные при обработке экспериментальных данных. Идеализированное моделирование мгновенного изменения величин Ω_1 и Ω_2 позволяет воспользоваться законом распределения Пуассона [10–14]:

$$P_0(n, \tau) = (v\tau)^n \exp(-v\tau)/n!,$$

где v — средняя частота нулей, приходящаяся на единицу временного интервала.

Математическое ожидание $\lambda = v\tau$.

Внутреннюю структуру случайных процессов в полной мере не может отразить ни величина математического ожидания, ни величина дисперсии. По этой причине вводится еще одна неслучайная характеристика: корреляционная функция (автокорреляционная функция).

Она характеризует степень зависимости между сечениями случайной функции (корреляционный момент соответствующего сечения).

Сечение случайных функций Ω_1 и Ω_2 имеют законы распределения, представленные рядами: $\Omega_{1i}(t) \sim -\Omega_1; +\Omega_1$ и $\Omega_{2i} \sim -\Omega_2; +\Omega_2$. Здесь нет основания считать какой-либо член ряда наиболее вероятным, поэтому их значения определяется вероятностями $P_i \sim 1/2; 1/2$.

С учетом изложенного получим корреляционные функции:

$$K_1(\tau) = \Omega_1^2 \exp(-2v\tau),$$

$$K_2(\tau) = \Omega_2^2 \exp(-2v\tau).$$

Применение преобразования Фурье дает спектральные плотности:

$$S_1(\omega) = (\Omega_1^2/\pi)2v/(4v^2 + \omega^2) = (\Omega_1^2/\pi)S_0,$$

$$S_2(\omega) = (\Omega_2^2/\pi)2v/(4v^2 + \omega^2) = (\Omega_2^2/\pi)S_0.$$

На рис. 6 представлен график относительной спектральной плотности S_0 при значении $v = 1$. Здесь ω — переменная в частотной области.

Гармоническое приближение. Естественно, представить графики колебательных движений сгибания/разгибания и ротации (рис. 3) в виде периодических функций. С помощью рядов Фурье (F_{rk}) эти графики были получены в виде суммы простейших периодических функций

$$F_{rk} = a_0 + a_1 \cos(k\tau) + b_1 \sin(k\tau),$$

где a_0, a_1, b_1 — значениями коэффициентов для функций ротации и сгибания/разгибания; k — круговая частота.

В табл. 3 приведены полученные коэффициенты для функций ротации f_r и сгибания/разгибания f_k . Если положить, что эти выражения являются решением некоторого дифференциального уравнения движения, то такое гармоническое движение по эллиптической орбите реализуется под действием сил упругости с жесткостью $c = k^2$. Понятно, что здесь речь идет о приведенных жесткостях. Оценим их отношение. В данном случае оно равно 1,0370. Что говорит о равенстве коэффициентов упругости (жесткости) рассматриваемых систем.

Выражения для угловых скоростей получим после дифференцирования F_{rk} :

$$w_{rk} = c_1 \sin(k\tau) + c_2 \cos(k\tau).$$

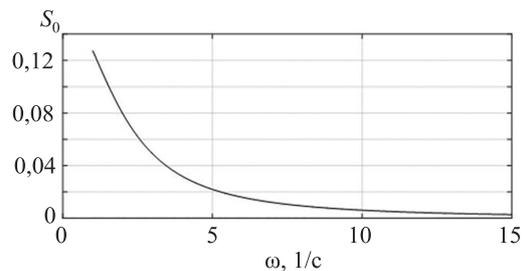


Рис. 6. Относительная спектральная плотность

Таблица 3. Коэффициенты для графиков ротации и сгибания/разгибания

Коэффициенты	Значения функции	
	сгибания/разгибания f_r , рад	ротации f_k , рад
a_0	0,3605	0,1894
a_1	-0,0070	-0,0518
b_1	0,0810	0,1041
k	0,1308	0,1332

В табл. 4 приведены значения коэффициентов для w_r — угловых скоростей ротационных движений и w_k — угловых скоростей процесса сгибания/разгибания.

В отличие от линейного подхода здесь:

- 1) описывается непрерывный переход от восходящей до нисходящих ветвей графиков;
- 2) имеется преимущество в использовании таких зависимостей в целях управления реабилитационными техническими устройствами.

На рис. 7 представлены периодическая и линейная регрессионная зависимости угловых скоростей.

Передаточное отношение здесь целесообразно оценивать с использованием средств линеаризации. Отметим, что линеаризация осуществляется после реализации гармонического анализа. Оценим корреляционную связь $w_r \sim w_k$. Получено значение коэффициента корреляции $s = 0,9483$.

Далее при имитационном моделировании произведена генерация случайной величины w_r равномерным распределением в диапазоне 0–1. Значения переменной w_k генерировались как линейная зависимость с центрированным значением гауссовской ошибки α с заданной дисперсией D :

$$w_k = A_0 + A_{12}w_r + \alpha,$$

где A_0, A_{12} — коэффициенты линейной зависимости.

Соответствующая этому представлению линейная регрессионная зависимость для объема выборки $N = 200$ представлена на рис. 7, б.

Вычислены статистики:

$$F = 36,317; p_value = 0,000; D_r = 0,6939.$$

Точками на рис. 7, б обозначены сгенерированные случайные числа. Результаты показывают, что полу-

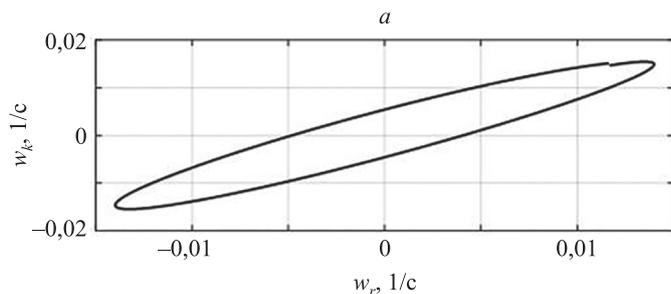


Таблица 4. Значения коэффициентов для угловых скоростей ротационных движений и процесса сгибания/разгибания

Коэффициенты	Угловые скорости	
	ротации w_r , 1/с	сгибания/разгибания w_k , 1/с
c_1	0,0070k	0,0518k
c_2	0,0810k	0,1041k

ченная регрессионная модель является статистически значимой (p -value не превосходит $gamma = 0,01$). Показаны граничные значения регрессионной зависимости (штриховые линии) и соответствие, что тангенс угла наклона прямой $A_{12} \approx 1$ — это и есть передаточное отношение; D_e — дисперсия отклонений регрессии от среднего; D_r — остаточная дисперсия; F — статистика Фишера, определяемая отношением D_e/D_r ; p_value — вероятность не превышения значения F .

Передача движения крестообразными связками

Авторы установили, что существует определенная зависимость между колебательными движениями сгибания/разгибания и ротацией, и что эта зависимость определяется передаточным отношением. Все построения были осуществлены по данным экспериментов, но эти факты необходимо было теоретически обосновать, т. е. предложить более-менее приемлемую модель. Авторы остановили свой выбор на теории спирально-анизотропных стержней. Здесь структура крестообразных связок моделируется эквивалентным спирально-анизотропным стержнем (САС). Далее используется приведенный модуль растяжения-кручения в качестве передаточного отношения.

На рис. 8 представлены составные элементы коленного сустава. В ряде работ [2, 15–17] проводился анализ напряженного состояния в крестообразных связках коленного сустава. Связки моделировались как стержни с прямоугольным поперечным сечением. Из рисунка видно, что крестообразные связки с точки зрения теории упругих конструкций разумно моделировать естественно скрученными стержнями. А переход к континуальному представлению приводит к теории спирально-анизотропных стержней [18].

В теории спирально-анизотропных стержней передаточное отношение Ω_1/Ω_2 — это крутильно-растя-

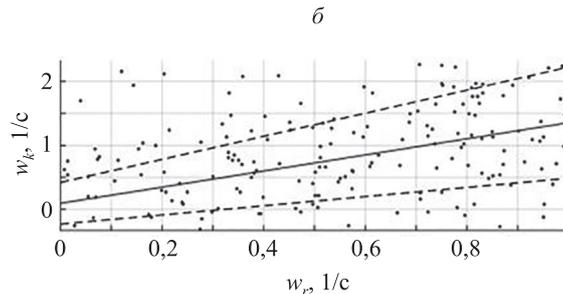


Рис. 7. Периодическая (а) и линейная регрессионная (б) зависимости угловых скоростей



Рис. 8. Элементы структуры коленного сустава

гивающий(сжимающий) модуль. Его еще называют коэффициентом влияния.

Известна система уравнений статики САС [18]:

$$P/\pi R^2 E = A_{11}\varepsilon + A_{12}\gamma,$$

$$M/\pi R^3 E = A_{21}\varepsilon + A_{22}\gamma.$$

Здесь рассматривается САС, эквивалентный системе крестообразных связок. Обозначения в формулах системы будем соотносить с физико-механическими характеристиками тканей элементов коленного сустава: E — модуль Юнга материала связок; R — приведенный радиус тела вращения, образованного конфигурацией связок; A_{11} — модуль растяжения-сжатия САС; A_{22} — модуль кручения; $A_{12} = A_{21} = \Omega_1/\Omega_2$ — передаточное отношение; ε — осевая деформация; γ — угол ротации; P — продольная сила; M — скручивающий момент.

В условиях контакта ступни с платформой для системы уравнений целесообразно рассматривать стесненное кручение, когда $\varepsilon = 0$. Тогда имеем:

$$P/\pi R^2 E = A_{12}\gamma,$$

$$M/\pi R^3 E = A_{22}\gamma.$$

Эта система позволяет оценивать нагрузки, действующие в элементах коленного сустава. Следует отметить, что первое уравнение в этой системе определяет закономерность изменения безразмерной продольной силы в зависимости от значения передаточного отношения и угла ротации.

Приведем некоторые данные по физико-механическим характеристикам [2].

1. Связка состоит из волокнистого белка коллагена — 20 % ($E = 10$ Па) и белка эластина — 80 % ($E = 6110$ Па).
2. Площадь поперечного сечения связок ($E = 0,12$ МПа или $E = 1,64$ МПа):
 - передняя крестообразная 36 мм²;
 - задняя крестообразная 55 мм²;
 - внутренняя боковая 33 мм²;

— наружная боковая 28 мм²;
— задний отдел капсулы 40 мм².

Теперь оценим напряжения в связках, МПа:

$$P/\pi R^2 = E \cdot A_{12}\gamma$$

или

$$P/\pi R^2 = 2,05\gamma.$$

Определена интегральная величина напряжений, действующих на связки при ротации. Видно, что передача движения сопровождается незначительным изменением напряженного состояния связок. В определенной степени эти напряжения определяют приращение нагрузок на связки при ходьбе.

Полученные результаты в определенной мере обосновывают современную тенденцию использования эластичных элементов при создании биомехатронных систем, когда требуется некоторая емкость для накопления энергии. Известны впечатляющие разработки в этом направлении по созданию эластичных актуаторов для коленных ортезов [19, 20].

Заключение

Продемонстрированы подходы к оценке передаточного отношения в биомеханической системе «коленный сустав».

С одной стороны, были использованы статистики равномерного распределения с учетом стартовой линеаризации восходящих–нисходящих зон углов сгибания-разгибания и ротации. В результате обработки данных шести испытуемых установлены средние значения и дисперсия передаточных отношений: $M = 1,25$, $D = 0,1875$.

С другой стороны, угловые перемещения на старте описывались в приближении рядов Фурье, что позволило получить непрерывную зависимость сгибание-разгибание-ротация с графиком в виде эллипса. А дальнейшая линеаризация осуществлялась с использованием статистик Фишера. Здесь вычисленное пере-

даточное отношение $A_{12} = 1,00$, а остаточная дисперсия $D_r = 0,6939$.

Идеализированное моделирование мгновенного изменения знаков угловых скоростей использовано с учетом возможностей распределения Пуассона. Рассчитаны корреляционные функции случайной составляющей угловой скорости с соответствующими спектральными плотностями.

Между сгибанием/разгибанием и ротацией установлена регрессионная зависимость с определенным передаточным отношением. Передаточное отношение,

в свою очередь, отождествлено с функцией влияния в модели механизма упругой передачи с использованием особенностей спиральной анизотропии в применении к механике крестообразных связей. Здесь очевидна аналогия с конусными зубчатыми передачами, когда у двух колес оси вращения направлены под углом 90° . Просматривается конструктивное включение в эту систему жестких передач эластичных элементов. Это шаги к модернизации эластичных актуаторов, используемых, например, в конструкциях коленных ортезов.

Литература

1. Механические свойства биологических тканей человека. Справочное пособие. М.: ГУ НПО «Спецтехника и связь» МВД России, 2001. 100 с.
2. Евсеев В.И. Биомеханика повреждений коленного сустава. М.: РУСАЙНС, 2018. 338 с.
3. Farhat N., Mata V., Rosa D., Fayos J., Peirau X. Musculo — Skeletic Model for Knee Joint Forces Estimation in Sport Activities // Proc. 7th EUROMECH Solid Mechanics Conference. Lisbon, Portugal, 2009. P. 1–21.
4. Мусалимов В.М., Паасуке М., Гапеева Е., Ерелине Я., Ерофеев М.А. Моделирование динамики опорно-двигательной системы // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2017. Т. 17. № 6. С. 1159–1166. doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-6-1159-1166
5. Schmidt R., Komistek R.D., Blaha I.D., Penenberg B.L., Maloney W.J. Fluoroscopic analyses of cruciate-retaining and medial pivot knee implants // Clinical Orthopaedics and Related Research. 2003. V. 410. P. 139–147. doi: 10.1097/01.blo.0000063565.90853.a4
6. Chen E., Ellis R.E., Bryant J.T., Rudan J.F. A computational model of postoperative knee kinematics // Medical Image Analysis. 2001. V. 5. N 4. P. 317–330. doi: 10.1016/S1361-8415(01)00049-4
7. Banks S.A., Hodge W.A. Design and activity dependence of kinematics in fixed and mobile-bearing knee arthroplasties // Journal of Arthroplasty. 2004. V. 19. N 7. P. 809–816. doi: 10.1016/j.arth.2004.04.011
8. Markolf K.L., Mensch J.S., Amstutz H.C. Stiffness and laxity of the knee—the contributions of the supporting structures. A quantitative in vitro study // Journal of Bone and Joint Surgery - Series A. 1976. V. 58. N 5. P. 583–594. doi: 10.2106/00004623-197658050-00001
9. Blaha J.D. The rationale for a total knee implant that confers anteroposterior stability throughout range of motion // Journal of Arthroplasty. 2004. V. 19. N 4. Suppl. 1. P. 22–26. doi: 10.1016/j.arth.2004.04.002
10. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. М.: Мир, 1974. 464 с.
11. Вальд А. Последовательный анализ. М.: Физматлит, 1960. 328 с.
12. Финни Д. Введение в теорию планирования экспериментов. М.: Наука, 1971. 286 с.
13. Мещеряков В.В. Задачи по статистике и регрессионному анализу с MATLAB. М.: Диалог-МИФИ, 2009. 448 с.
14. Светлицкий В.А. Статистическая механика и теория надежности. М.: Изд-во МГТУ, 2004. 504 с.
15. Koo S., Andriacchi T.P. The knee joint center of rotation is predominantly on the lateral side during normal walking // Journal of Biomechanics. 2008. V. 41. N 6. P. 1269–1273. doi: 10.1016/j.jbiomech.2008.01.013
16. Lu T.-W., O'Connor J.J. Lines of action and moment arms of the major force-bearing structures crossing the human knee joint: comparison between theory and experiment // Journal of Anatomy. 1996. V. 189. N 3. P. 575–585.
17. Dyrby C.O., Andriacchi T.P. Secondary motions of the knee during weight bearing and non-weight bearing activities // Journal of Orthopaedic Research. 2004. V. 22. N 4. P. 794–800. doi: 10.1016/j.orthres.2003.11.003
18. Мусалимов В.М., Мокряк С.Я. О некоторых задачах для спирально-изотропной среды // Механика сплошных сред. Томск: ТГУ, 1983. С. 88–96.

References

1. *Mechanical Properties of Human Biological Tissues*. Handbook. Moscow, 2001, 100 p. (in Russian)
2. Evseev V.I. *Biomechanics of Knee Joint Damage*. Moscow, Ru-Science Publ., 2018, 338 p. (in Russian)
3. Farhat N., Mata V., Rosa D., Fayos J., Peirau X. Musculo — Skeletic Model for Knee Joint Forces Estimation in Sport Activities. *Proc. 7th EUROMECH Solid Mechanics Conference*, Lisbon, Portugal, 2009, pp. 1–21.
4. Musalimov V.M., Paasuke M., Gapeyeva H., Erelina J., Erofeev M.A. Modeling of locomotor system dynamics. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2017, vol. 17, no. 6, pp. 1159–1166. (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-6-1159-1166
5. Schmidt R., Komistek R.D., Blaha I.D., Penenberg B.L., Maloney W.J. Fluoroscopic analyses of cruciate-retaining and medial pivot knee implants. *Clinical Orthopaedics and Related Research*, 2003, vol. 410, pp. 139–147. doi: 10.1097/01.blo.0000063565.90853.a4
6. Chen E., Ellis R.E., Bryant J.T., Rudan J.F. A computational model of postoperative knee kinematics. *Medical Image Analysis*, 2001, vol. 5, no. 4, pp. 317–330. doi: 10.1016/S1361-8415(01)00049-4
7. Banks S.A., Hodge W.A. Design and activity dependence of kinematics in fixed and mobile-bearing knee arthroplasties. *Journal of Arthroplasty*, 2004, vol. 19, no. 7, pp. 809–816. doi: 10.1016/j.arth.2004.04.011
8. Markolf K.L., Mensch J.S., Amstutz H.C. Stiffness and laxity of the knee—the contributions of the supporting structures. A quantitative in vitro study. *Journal of Bone and Joint Surgery — Series A*, 1976, vol. 58, no. 5, pp. 583–594. doi: 10.2106/00004623-197658050-00001
9. Blaha J.D. The rationale for a total knee implant that confers anteroposterior stability throughout range of motion. *Journal of Arthroplasty*, 2004, vol. 19, no. 4, suppl. 1, pp. 22–26. doi: 10.1016/j.arth.2004.04.002
10. Bendat J.S., Piersol A.G. *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*. Wiley, 1971.
11. Wald A. *Sequential Analysis*. John Wiley and Sons, Inc., 1947.
12. Finney D.J. *An Introduction to the Theory of Experimental Design*. University of Chicago Press, 1960, 235 p.
13. Meshcheriakov V.V. *MATLAB Application in Statistics and Regression Analysis*. Moscow, Dialog-MIFI Publ., 2009, 448 p. (in Russian)
14. Svetlitskii V.A. *Statistical Mechanics and Reliability Theory*. Moscow, MSTU Publ., 2004, 504 p. (in Russian)
15. Koo S., Andriacchi T.P. The knee joint center of rotation is predominantly on the lateral side during normal walking. *Journal of Biomechanics*, 2008, vol. 41, no. 6, pp. 1269–1273. doi: 10.1016/j.jbiomech.2008.01.013
16. Lu T.-W., O'Connor J.J. Lines of action and moment arms of the major force-bearing structures crossing the human knee joint: comparison between theory and experiment. *Journal of Anatomy*, 1996, vol. 189, no. 3, pp. 575–585.
17. Dyrby C.O., Andriacchi T.P. Secondary motions of the knee during weight bearing and non-weight bearing activities. *Journal of Orthopaedic Research*, 2004, vol. 22, no. 4, pp. 794–800. doi: 10.1016/j.orthres.2003.11.003
18. Musalimov V.M., Mokriak S.Y. Some problems of spiral-isotropic medium. *Continuum Mechanics*, Tomsk, TSU, 1983, pp. 88–96. (in Russian)

19. Pratt J.E., Krupp B.T., Morse C.J., Collins S.H. The RoboKnee: An exoskeleton for enhancing strength and endurance during walking // Proc. of the 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation. New Orleans, LA. 2004. P. 2430–2435. doi: 10.1109/ROBOT.2004.1307425
20. Pratt J., Krupp B., Morse C. Series elastic actuators for high fidelity force control // *Industrial Robot*. 2002. V. 29. N 3. P. 234–241. doi: 10.1108/01439910210425522
19. Pratt J.E., Krupp B.T., Morse C.J., Collins S.H. The RoboKnee: An exoskeleton for enhancing strength and endurance during walking. *Proc. of the 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, New Orleans, LA, 2004, pp. 2430–2435. doi: 10.1109/ROBOT.2004.1307425
20. Pratt J., Krupp B., Morse C. Series elastic actuators for high fidelity force control. *Industrial Robot*, 2002, vol. 29, no. 3, pp. 234–241. doi: 10.1108/01439910210425522

Авторы

Мусалимов Виктор Михайлович — доктор технических наук, профессор, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, Scopus ID: 55360943700, ORCID ID: 0000-0002-6461-0364, musvm@ya.ru

Перепелкина Светлана Юрьевна — кандидат технических наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, Scopus ID: 56458756700, ORCID ID: 0000-0003-2455-2670, sker@itmo.ru

Паасуке Мати Аадувич — кандидат биологических наук, профессор, Тартуский Университет, Тарту, 50090, Эстония, Scopus ID: 7004034214, ORCID ID: 0000-0001-9465-2605, mati.paasuke@ut.ee

Гапеева Елена Николаевна — доктор наук, научный сотрудник, Тартуский университет, Тарту, 50090, Эстония, Scopus ID: 6603634884, ORCID ID: 0000-0001-8160-0195, helena.gapeyeva@ut.ee

Эрелине Яан Яанович — доктор наук, лектор, Тартуский университет, Тарту, 50090, Эстония, Scopus ID: 6701678906, ORCID ID: 0000-0002-2252-8928, jaan.ereline@ut.ee

Authors

Victor M. Musalimov — D.Sc., Full Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, Scopus ID: 55360943700, ORCID ID: 0000-0002-6461-0364, musvm@ya.ru

Svetlana Yu. Perepelkina — PhD, Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, Scopus ID: 56458756700, ORCID ID: 0000-0003-2455-2670, sker@itmo.ru

Mati Pääsuke — PhD, Professor, Tartu University, Tartu, 50090, Estonia, Scopus ID: 7004034214, ORCID ID: 0000-0001-9465-2605, mati.paasuke@ut.ee

Elena N. Gapeeva — D.Sc., Researcher, Tartu University, Tartu, 50090, Estonia, Scopus ID: 6603634884, ORCID ID: 0000-0001-8160-0195, helena.gapeyeva@ut.ee

Jaani J. Erelaine — D.Sc., Lector, Tartu University, Tartu, 50090, Estonia, Scopus ID: 6701678906, ORCID ID: 0000-0002-2252-8928, jaan.ereline@ut.ee