

УДК 536.24

МЕТОДИКА РАСЧЕТА СВОБОДНОКОНВЕКТИВНОГО
ТЕПЛООБМЕНА НА ТВЕРДЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ В ШИРОКОМ
ИНТЕРВАЛЕ ТЕМПЕРАТУР

А.Н. Соколов

Представлена методика расчета свободноконвективного теплообмена на твердых поверхностях в диапазоне температур 110–1000 К. Получено аналитическое выражение для расчета числа Рэлея в широком интервале температур. Результаты расчета по приведенному в работе соотношению для числа Рэлея сопоставляются со справочными данными для воздуха. Расхождение результатов расчета со справочными данными не превышает 10%.

Ключевые слова: свободная конвекция, число Рэлея, теплообмен, свойства газов.

Введение

Исследованию свободноконвективного течения газа на твердых поверхностях посвящено большое количество работ. Основная задача при расчете свободноконвективного течения газа на твердой поверхности заключается в определении коэффициента конвективной теплоотдачи, который характеризует интенсивность теплообмена на рассматриваемой поверхности и зависит от таких факторов, как температура, определяющий размер, свойства газа и т.д. Коэффициент конвективной теплоотдачи обычно находится из аналитических или эмпирических соотношений для числа Нуссельта, в которые входят физические свойства газов. Физические свойства газа зависят от температуры и находятся из справочных данных для заданной определяющей температуры.

Целью данной работы является разработка методики расчета свободноконвективного теплообмена на твердых поверхностях в широком интервале температур. Данная методика позволяет определять число Нуссельта по известным в литературе корреляционным соотношениям на основе предложенного соотношения для числа Рэлея, в которое теплофизические свойства газа не входят.

Постановка задачи

При расчете свободноконвективного теплообмена часто возникает задача определения режима течения воздуха, который характеризуется числом Рэлея. Для нахождения числа Рэлея выбирают теплофизические свойства из справочной литературы для заданной определяющей температуры. Теплофизические свойства газов при атмосферном давлении достаточно хорошо изучены, зависят только от температуры и приведены в литературе [1, 2].

Согласно теории подобия, свободноконвективный теплообмен описывается зависимостью вида [3]

$$Nu = f(Ra),$$

где $Nu = \frac{\alpha L}{\lambda}$ – число Нуссельта; α – коэффициент теплоотдачи; L – определяющий размер; λ – коэффициент теплопроводности; $Ra = Gr Pr$ – число Рэлея; $Gr = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu^2}$ – число Грасгофа; $Pr = \frac{\nu}{a} = \frac{c_p \mu}{\lambda}$ –

число Прандтля; g – ускорение свободного падения; $\beta = \frac{1}{T}$ – коэффициент теплового расширения газа;

ΔT – перепад температуры; c_p – теплоемкость газа при постоянном давлении; ν – кинематическая вяз-

кость газа; μ – динамическая вязкость газа; $a = \frac{\lambda}{c_p \rho}$ – температуропроводность; T – определяющая

температура.

Данная функциональная зависимость определяется параметрами течения газа и формой тела, около которого происходит конвективное течение газа. В литературе существует достаточно большое количество аналитических и эмпирических соотношений для расчета конвективной теплоотдачи [3–11]. В качестве примера выберем наиболее известные случаи. При ламинарном и развитом турбулентном течении газа вдоль вертикальной пластины, зависимость для среднего числа Нуссельта имеет вид [4]

$$Nu = \begin{cases} 0,76(Ra)^{0,25}, & 10^3 \leq Ra < 10^9; \\ 0,15(Ra)^{0,33}, & Ra > 10^9. \end{cases} \quad (1)$$

При свободной конвекции в вертикальной прослойке для ламинарного и турбулентного течения газа зависимость для среднего числа Нуссельта имеет вид [4]

$$Nu = \begin{cases} 0,105(Ra)^{0,3}, & 10^3 \leq Ra < 10^6; \\ 0,4(Ra)^{0,2}, & 10^6 \leq Ra < 10^{10}. \end{cases} \quad (2)$$

Число Рэлея, входящее в выражения (1)–(2), зависит от свойств газа, которые для заданной определяющей температуры находятся из справочной литературы [1, 2, 5, 11].

Влияние теплофизических свойств газа на интенсивность теплообмена возле твердой поверхности исследовалось в [5–10]. Так, в [6, 7] рассмотрено влияние зависимости теплофизических свойств одноатомного и многоатомного газа от абсолютной температуры на теплообмен около вертикальной пластины. Авторами работы предполагалось, что теплопроводность, удельная теплоемкость и вязкость зависят от температуры по степенному закону, а число Прандтля постоянно. В [8] численно исследован теплообмен в вертикальном канале при неравномерном нагреве с учетом зависимости теплофизических свойств воздуха от температуры. В [9] представлен анализ влияния зависимости теплопроводности и вязкости воздуха от температуры на теплообмен около вертикальной пластины. Авторами работы [10] исследована свободная конвекция в квадратной полости с учетом зависимости теплопроводности и динамической вязкости от температуры.

Во всех приведенных выше работах была рассмотрена система дифференциальных уравнений в частных производных, основанных на законах сохранения энергии, импульса и массы. В результате различного типа математических преобразований данная система уравнений преобразовывалась к удобному виду и решалась численно. В итоге для каждого конкретного случая находилась зависимость числа Нуссельта от определяющих параметров.

В число Рэлея входит комплекс физических свойств, который зависит от температуры. В литературе, за исключением [11], в котором приведен комплекс $Gr / (L^3 \Delta T)$ в табличном виде, не было найдено ни одной работы, в которой исследовалась зависимость числа Рэлея от температуры. Предполагая, что рассматриваемый газ является идеальным, найдем зависимость числа Рэлея от температуры.

Соотношение для числа Рэлея

Число Рэлея представляется в виде [3]

$$Ra = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu^2} Pr. \quad (3)$$

На основе определения числа Прандтля и коэффициента теплового расширения преобразуем соотношение (3) к виду

$$Ra = g \frac{\Delta T}{T} L^3 \frac{c_p \rho^2}{\lambda \mu}. \quad (4)$$

Как видно из формулы (4), число Рэлея зависит от ускорения свободного падения g , температурного фактора $\frac{\Delta T}{T}$, определяющего размера L , комплекса физических свойств.

Для дальнейшего анализа преобразуем соотношение (4):

$$f_1(T) = \frac{Ra}{\Delta TL^3} = g \frac{1}{T} \frac{c_p \rho^2}{\lambda \mu}. \quad (5)$$

С другой стороны, число Рэлея можно выразить, используя соотношения из молекулярно-кинетической теории и теории теплообмена.

В молекулярно-кинетической теории коэффициент теплопроводности и динамическая вязкость соответственно выражаются формулами [12, 13]:

$$\lambda = f_e \mu c_v, \quad (6)$$

$$\mu = 0,5 v_{ap} \Lambda \rho, \quad (7)$$

где $f_e = \frac{9\gamma - 5}{4}$ – коэффициент Эйкена; c_v – теплоемкость газа при постоянном объеме; v_{ap} – средняя арифметическая скорость движения молекул газа; Λ – средняя длина свободного пробега молекул газа; $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ – показатель адиабаты.

Среднеарифметическая скорость и средняя длина свободного пробега молекул газа определяются соотношениями (8), (9) соответственно, приведенными в литературе [12]:

$$v_{ap} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}, \quad (8)$$

$$\Lambda = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p \left(1 + \frac{C_s}{T}\right)}, \quad (9)$$

где k – постоянная Больцмана; m – масса молекулы газа; σ – эффективный диаметр молекулы газа; C_s – постоянная Сазерленда; p – нормальное атмосферное давление.

Подставляя выражения (6)–(9) в соотношение (4), путем простых преобразований получим:

$$Ra = \frac{g\gamma\pi^3 m\sigma^4}{f_e k^3} \frac{\Delta T \left(1 + \frac{C_s}{T}\right)^2}{T^4} L^3 p^2.$$

Обозначим

$$\Omega_p = \frac{g\pi^3}{k^3} \frac{\gamma m\sigma^4}{f_e} p^2. \quad (10)$$

Окончательное выражение для числа Рэлея имеет вид

$$Ra = \Omega_p \frac{\Delta T \left(1 + \frac{C_s}{T}\right)^2}{T^4} L^3. \quad (11)$$

Из формулы (11) видно, что число Рэлея зависит от перепада температуры, определяющей температуры и размера. Данное соотношение можно использовать для различных газов. Свойства и параметры, входящие в выражение (10), для некоторых газов приведены в таблице.

Газ	$m \cdot 10^{26}$, кг	$\sigma \cdot 10^{10}$, м	γ	C_s , К	f_e	$\Omega_p \cdot 10^{-17}$, K^3/M^3
Воздух	4,81	3,13	1,4	112	1,9	4,04
Неон	3,35	2,25	1,67	61	2,51	0,68
Аргон	6,63	3,00	1,67	142	2,51	4,20

Таблица. Параметры некоторых газов

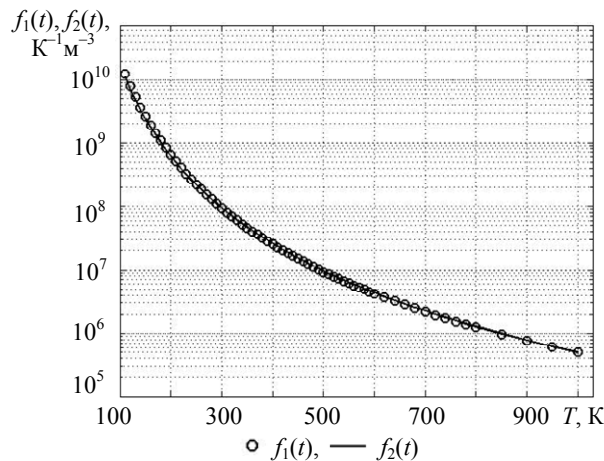


Рис. 1. Зависимость $f_1(T)$ и $f_2(T)$ от температуры

Для сравнения соотношений (11) и (3) представим выражение (11) в виде, аналогичном (5):

$$f_2(T) = \frac{Ra}{\Delta T L^3} = \Omega_p \frac{\left(1 + \frac{C_s}{T}\right)^2}{T^4}. \quad (12)$$

Для сравнения соотношений (5) и (12) в качестве газа выберем воздух. График функций $f_1(T)$ и $f_2(T)$ в интервале температур 110–1000 К представлен на рис. 1. Зависимость погрешности

$$\delta = \frac{f_1(T) - f_2(T)}{f_1(T)} 100\% \text{ от температуры показана на рис. 2.}$$

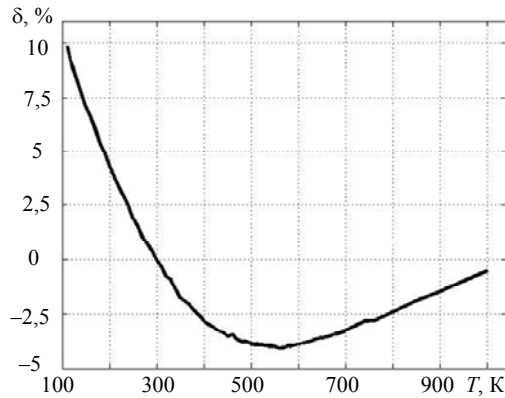


Рис. 2. Зависимость погрешности δ от температуры

Анализ результатов

Как видно из полученных графиков, в интервале температур 110–1000 К соотношение (12) достаточно хорошо описывает справочные данные, погрешность при этом не превышает 10%. В интервале температур 170–1000 К погрешность не превышает 6%. В соотношение (10) входит показатель адиабаты, который для реального газа зависит от температуры. В том случае, если в качестве газа выступает воздух, отличие показателя адиабаты от значения для идеального газа в рассматриваемом интервале температур не превышает 3%. В большинстве эмпирических и аналитических выражений для числа Нуссельта, в том числе в выражениях (1) и (2), число Рэлея входит в степени $n < 1$. В связи с этим отличие между числами Нуссельта, рассчитанными по точному и приближенному соотношению для числа Рэлея, будет меньше, чем расхождение между числами Рэлея. Погрешность между точным и приближенным значениями для числа Нуссельта можно найти из выражения $\Delta = [1 - (1 - \delta)^n] 100\%$. Так, для воздуха при развитии турбулентном течении вдоль вертикальной пластины и погрешности $\delta = 10\%$ различие между числами Нуссельта составит $\Delta = 3,5\%$.

Заключение

В работе представлено простое аналитическое выражение (11) для расчета числа Рэлея в зависимости от определяющей температуры, которое значительно упрощает вычисление числа Нуссельта по формулам (1), (2). Расхождение результатов при сравнении полученного аналитического выражения со справочными данными для воздуха в интервале температур 110–1000 К не превышает 10%.

Литература

1. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. – М.: Наука, 1972. – 720 с.
2. Таблицы физических величин. Справочник / Под ред. И.К. Кикоина. – М.: Атомиздат, 1976. – 1008 с.
3. Цветков Ф.Ф., Григорьев Б.А. Тепломассообмен: Учебное пособие для вузов. – М.: Издательство МЭИ, 2005. – 550 с.
4. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. – М.-Л.: Энергия, 1965. – 424 с.
5. Гебхарт Б., Джалурия Й., Махаджан Р. Свободноконвективные течения, тепло- и массообмен: В 2-х кн. Кн. 1. – М.: Мир, 1991. – 678 с.
6. Shang D-Y., Wang B-X. Effect of variable thermophysical properties laminar free convection of gas // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1990. – V. 33. – № 7. – P. 1387–1395.
7. Shang D-Y., Wang B-X. Effect of variable thermophysical properties laminar free convection of polyatomic gas // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1991. – V. 34. – № 3. – P. 749–755.
8. Hernandez J., Zamora B. Effects of variable properties and non-uniform heating on natural convection flows in vertical channels // Int. J. Heat Mass Transfer. – 2005. – V. 48. – P. 793–807.
9. Pozzi A., Lupo M. Variable-property effects in free convection // Int. J. Heat and Fluid Flow. – 1990. – V. 11. – № 2. – P. 135–141.
10. Emery A.F., Lee J.W. The effects of property variations on natural convection in a square enclosure // J. Heat Transfer. – 1999. – V. 121. – № 1. – P. 57–62.
11. Уонг Х. Основные формулы и данные по теплообмену. – М.: Атомиздат, 1979. – 216 с.
12. Розанов Л.Н. Вакуумная техника. – М.: Высшая школа, 1990. – 320 с.
13. Каганер М.Г. Тепловая изоляция в технике низких температур. – М.: Машиностроение, 1966. – 275 с.

Соколов Антон Николаевич – Филиал ФГУП «ЦНИИ «Комета «НПЦ ОЭЖН», инженер, dioux@rambler.ru