

doi: 10.17586/2226-1494-2021-21-1-65-72

УДК 535.317

## Анализ влияния расфокусировки на определение параметров волнового фронта телескопа по пятну рассеяния методом параметрической оптимизации

Татьяна Владимировна Иванова<sup>1</sup>✉, Ольга Сергеевна Калининна<sup>2</sup>,  
 Юлия Олеговна Куштысева<sup>3</sup>, Дмитрий Сергеевич Завгородний<sup>4</sup>

<sup>1,2,3,4</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

<sup>1</sup> [tvivanova@itmo.ru](mailto:tvivanova@itmo.ru)✉, <https://orcid.org/0000-0001-8564-243X>

<sup>2</sup> [oskalinikina@itmo.ru](mailto:oskalinikina@itmo.ru), <https://orcid.org/0000-0002-2522-8496>

<sup>3</sup> [julia.kushtyseva@gmail.com](mailto:julia.kushtyseva@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0003-1101-6641>

<sup>4</sup> [dszavgorodnii@itmo.ru](mailto:dszavgorodnii@itmo.ru), <https://orcid.org/0000-0001-6895-8811>

### Аннотация

**Предмет исследования.** Рассмотрена проблема восстановления волнового фронта по известному распределению интенсивности в пятне рассеяния методом параметрической оптимизации. В качестве параметров оптимизации использованы коэффициенты аппроксимации волнового фронта полиномами Цернике. Выполнен анализ влияния известной величины расфокусировки на сходимость метода. **Методы.** Смоделированы пятна рассеяния по четырем заданным коэффициентам полиномов Цернике (кома  $c_{31}$ ,  $s_{31}$  и астигматизм  $c_{22}$ ,  $s_{22}$ ), и применена параметрическая оптимизация, в результате которой получены восстановленные коэффициенты. Минимизируемая функция при оптимизации — среднеквадратическое отклонение интенсивности в каждой точке референтного пятна рассеяния от пятна рассеяния, вычисляемого на каждом шаге оптимизации. Выполнено сравнение коэффициентов, полученных в результате оптимизации, с заданными при моделировании пятен. В случае успешного восстановления полученные и заданные коэффициенты совпадают с точностью  $10^{-5}\lambda$ . Для улучшения сходимости метода использовались различные величины расфокусировки относительно найденной плоскости наилучшей установки. **Основные результаты.** Представленный в работе метод параметрической оптимизации позволяет успешно определять коэффициенты при полиномах Цернике, отвечающие за кому и астигматизм по известному распределению интенсивности в пятне рассеяния. Пятно рассеяния в плоскости наилучшей установки не дает достаточное количество информации для оценки величины aberrаций, при этом присутствие расфокусировки значительно упрощает определение величин коэффициентов aberrаций. Исследования показали, что для успешного восстановления необходимо использовать пятна рассеяния в диапазоне коэффициента Цернике, отвечающего за расфокусировку  $0,1-0,5\lambda$  от плоскости наилучшей установки.

**Практическая значимость.** Метод восстановления коэффициентов Цернике по расфокусированному пятну рассеяния может использоваться для подбюстировки телескопа в процессе его эксплуатации. По найденным при помощи представленного метода коэффициентам Цернике можно определить направления смещений и наклонов отдельных элементов оптической системы, воспользовавшись таблицей влияния параметров оптической системы. Особенно актуально использование данного метода для телескопов, не обладающих осевой симметрией компонентов, поскольку в таких системах тяжелее конструктивно обеспечить стабильность положения оптических элементов.

### Ключевые слова

пятно рассеяния, функция рассеяния точки, aberrации, методы восстановления фазы, полиномы Цернике, параметрическая оптимизация

**Ссылка для цитирования:** Иванова Т.В., Калининна О.С., Куштысева Ю.О., Завгородний Д.С. Анализ влияния расфокусировки на определение параметров волнового фронта телескопа по пятну рассеяния методом параметрической оптимизации // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2021. Т. 21, № 1. С. 65–72. doi: 10.17586/2226-1494-2021-21-1-65-72

## Defocus impact analysis on telescope wavefront reconstruction by scattering spot with parametric optimization technique

Tatiana V. Ivanova<sup>1</sup>, Olga S. Kalinkina<sup>2</sup>, Julia O. Kushtyeva<sup>3</sup>, Dmitriy S. Zavgorodniy<sup>4</sup>

<sup>1,2,3,4</sup> ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

<sup>1</sup> tvivanova@itmo.ru, <https://orcid.org/0000-0001-8564-243X>

<sup>2</sup> oskalinkina@itmo.ru, <https://orcid.org/0000-0002-2522-8496>

<sup>3</sup> julia.kushtyeva@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-1101-6641>

<sup>4</sup> dszavgorodniy@itmo.ru, <https://orcid.org/0000-0001-6895-8811>

### Abstract

**Subject of Research.** Wavefront reconstruction by the known scattering spot intensity with parametric optimization is presented. The Zernike polynomial coefficients of the wave function expansion as optimization parameters are used. The known defocus impact is performed on the method convergence. **Methods.** For method verification we used simulated scattering spot with four known Zernike coefficients (coma  $c_{31}$ ,  $s_{31}$  and astigmatism  $c_{22}$ ,  $s_{22}$ ) as input data. Then parametric optimization was applied to simulated scattering spot. The cost function was the standard deviation of the reference scattering spot from the one calculated at each optimization step. As a result, we got Zernike reconstructed coefficient values that can be compared with initial ones. If result coefficient values differed from initial ones less than  $10^{-5}\lambda$ , the restoration was successful. For better method conjugation various defocus values were used related to the best focus position. **Main Results.** The presented parametric optimization method gives the possibility to restore Zernike coefficients, describes coma and astigmatism in wavefront description by the known scattering spot intensity. Focused scattering spot intensity is not enough to restore aberration coefficients, but with the known defocus method it becomes more stable. It is shown that for successful restoration the use of defocus Zernike coefficient from the best focus position in the range of  $0.1-0.5\lambda$  is enough. **Practical Relevance.** Wavefront reconstruction by the known defocused scattering spot intensity with parametric optimization technique can be used for telescope alignment during operation. By tolerance data, calculated for all optical systems in optical system design software, it is possible to define tilt and decenter of optical details direction by Zernike coefficient values. It is an especially important task for telescopes without axial symmetry.

### Keywords

scattering spot, point spread function, aberrations, phase retrieval methods, Zernike polynomials, parametric optimization

**For citation:** Ivanova T.V., Kalinkina O.S., Kushtyeva Ju.O., Zavgorodniy D.S. Defocus impact analysis on telescope wavefront reconstruction by scattering spot with parametric optimization technique. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2021, vol. 21, no. 1, pp. 65–72 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2021-21-1-65-72

### Введение

При изготовлении оптических систем важной задачей является контроль качества изготовления компонентов и юстировки системы. Традиционно эта задача решается с помощью интерферометрического контроля. Однако в некоторых случаях, одним из которых является осуществление подъюстировки телескопа в процессе его эксплуатации, интерферометрический метод не может быть реализован. В этом случае можно использовать метод контроля по изображению звезды или известного наземного объекта [1]. В отличие от контроля по известному наземному объекту, при контроле по звезде полностью исключается влияние атмосферы, которая может повлиять на структуру изображения. Таким же методом можно проводить периодическую проверку для подтверждения сохранности качества изображения. При наземном контроле также можно использовать изображение точечных объектов для дополнительной проверки. Тогда получают исходные пятна рассеяния, с которыми выполняется сравнение точек, полученных во время периодических проверок на орбите.

Кроме того, интерферометрический контроль проводится в монохроматическом свете, что не позволяет учесть возможное наличие хроматизма в случае зеркально-линзового телескопа. Таким образом, определение качества телескопа по пятну рассеяния становится важной задачей.

Один из самых известных примеров контроля качества телескопа по пятну рассеяния — восстановление волнового фронта по изображению точечного объекта в телескопе Хаббл [2]. В дальнейшем алгоритмы восстановления волнового фронта (методы восстановления фазы) получили широкое развитие в голографии, адаптивной оптике, микроскопии и других сферах [3–7]. Существует много различных алгоритмов, некоторые восстанавливают распределение волнового фронта в виде выборки значений, другие позволяют восстановить описывающие его параметры (например, коэффициенты при полиномах Цернике). В частности, для телескопа Хаббл вначале использовали метод параметрической оптимизации для определения aberrаций третьего порядка, а затем aberrации высших порядков определяли при помощи метода Гершберга–Сакстона [8]. Оптическая схема телескопа Хаббл является осесимметричной, в то время как в несимметричных схемах зеркальных телескопов (типа схемы Кука [9]) подобная задача еще более актуальна из-за неизбежных смещений и наклонов зеркал в процессе эксплуатации, вызванных особенностью конструкции.

Цель данной работы — решение задачи восстановления параметров волнового фронта, а именно, коэффициентов полиномов Цернике за счет параметрической оптимизации, по известному распределению интенсивности в пятне рассеяния, и анализе влияния расфокусировки в оптической системе на сходимость метода.

### Восстановление параметров волнового фронта методом параметрической оптимизации

Традиционно в задачах, связанных с автоматизацией проектирования и контролем оптических систем, принято описывать волновой фронт при помощи разложения в ряд функции волновой aberrации по полиномам Цернике [10]:

$$W(\rho, \varphi) = \sum_n \sum_m c_{nm} R_n^m(\rho) \cos(m\varphi) + \sum_n \sum_m s_{nm} R_n^m(\rho) \sin(m\varphi),$$

где  $\rho$  и  $\varphi$  — зрачковые полярные канонические координаты,  $0 \leq \rho \leq 1$ ;  $m$  и  $n$  — неотрицательные целые числа, такие что  $m + n$  — четное число, причем  $n \geq m$ ;  $R_n^m(\rho)$  — радиальные полиномы Цернике, зависящие только от  $\rho$ ;  $c_{nm}$ ,  $s_{nm}$  — коэффициенты разложения.

Каждый полином Цернике соответствует отдельному типу aberrаций, а коэффициенты при полиномах показывают величину этих aberrаций.

Для анализа разъюстировки в первую очередь важны коэффициенты, описывающие несимметричные aberrации, в частности астигматизм и кома. Опытный инженер способен по этим коэффициентам определить направления смещений и наклонов элементов телескопа. Основой для данных предположений является таблица влияния параметров, которая рассчитывается для каждой оптической системы в программах для автоматизированного проектирования оптических систем [11]. Aberrации третьего порядка вносят наибольший вклад в величину деформации волнового фронта, в связи с этим в данной работе было решено ограничиться комой и астигматизмом третьего порядка, а именно, коэффициентами  $c_{31}$ ,  $s_{31}$  для комы и  $c_{22}$ ,  $s_{22}$  для астигматизма.

Задача восстановления полиномов Цернике по известному пятну рассеяния по сути является решением обратной задачи для моделирования оптических систем [12], в отличие от прямой задачи, которая заключается в вычислении пятна рассеяния (функции рассеяния точки) по известному набору aberrаций, представленных соответствующими полиномами Цернике. В данном случае использованы коэффициенты  $c_{31}$ ,  $s_{31}$ ,  $c_{22}$ ,  $s_{22}$ , а также коэффициент расфокусировки  $c_{20}$ . Обратная задача заключается в восстановлении волнового фронта в виде коэффициентов при полиномах Цернике по известному распределению интенсивности в изображении точечного объекта.

Для проверки работы метода в качестве известного пятна рассеяния использовались смоделированные пятна, рассчитанные по заданным коэффициентам aberrаций, т. е. результат решения прямой задачи [13]. Затем к смоделированным пятнам применялась параметрическая оптимизация (обратная задача), в результате которой вычислялись восстановленные коэффициенты при полиномах Цернике. Таким образом, можно легко сравнить коэффициенты, полученные в результате оптимизации, с заданными при моделировании (рис. 1). В случае успешного восстановления полученные и заданные коэффициенты должны совпадать. При разнице исходных и найденных коэффициентов менее чем  $10^{-5}\lambda$  определение коэффициентов при помощи параметрической оптимизации считалось успешным:

$$\begin{aligned} c_{22}' - c_{22} &\leq 10^{-5}\lambda, \\ s_{22}' - s_{22} &\leq 10^{-5}\lambda, \\ c_{31}' - c_{31} &\leq 10^{-5}\lambda, \\ s_{31}' - s_{31} &\leq 10^{-5}\lambda, \end{aligned}$$

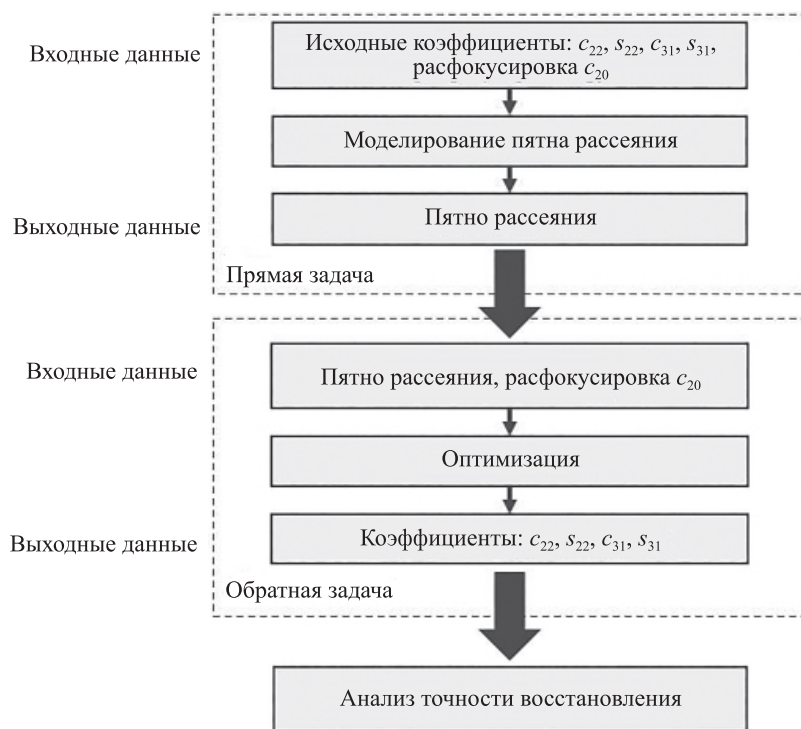


Рис. 1. Схема вычислений  
Fig. 1. Calculation scheme

где  $c_{22}, s_{22}, c_{31}, s_{31}$  — исходные коэффициенты;  $c_{22}', s_{22}', c_{31}', s_{31}'$  — полученные в результате оптимизации коэффициенты.

Для решения обратной задачи необходимо по распределению интенсивности в пятне рассеяния восстановить волновой фронт в виде коэффициентов при полиномах Цернике. Задача по восстановлению решается при помощи параметрической оптимизации [14], т. е. определения значений параметров, при которых достигается минимум целевой функции. В данном случае параметрами оптимизации являются коэффициенты при полиномах Цернике, а минимизируемая функция — среднеквадратическое отклонение (СКО) интенсивности в каждой точке референтного пятна рассеяния от пятна рассеяния, вычисляемого на каждом шаге оптимизации:

$$\frac{1}{2} \sum_x \sum_y \|h_{0xy'} - h_{xy'}(c_{22}, s_{22}, c_{31}, s_{31})\|^2 \rightarrow \min,$$

где  $h_{0xy'}$  — референтное пятно рассеяния (функция рассеяния точки);  $h_{xy'}(c_{22}, s_{22}, c_{31}, s_{31})$  — пятно рассеяния на каждом шаге оптимизации;  $c_{22}, s_{22}, c_{31}, s_{31}$  — коэффициенты при полиномах Цернике, описывающие астигматизм и кому соответственно.

Для численного решения задачи оптимизации использовалась библиотека Ceres Solver<sup>1</sup> для C++ с открытым исходным кодом.

### Анализ влияния расфокусировки на сходимость метода

Применение алгоритма к моделируемым сфокусированным пятнам рассеяния, выполняемое на начальном этапе, приводит в некоторых случаях к неправильному определению знаков коэффициентов  $c_{22}$  и  $s_{22}$ , соответствующих астигматизму, а иногда метод расходится. Для улучшения сходимости алгоритма было решено вводить заранее известную расфокусировку в виде коэффициента при полиномах Цернике  $c_{20}$ . Результатом стало безошибочное определение знака астигматизма, а также успешное восстановление коэффициентов aberrаций для большего количества пятен рассеяния, смоделированных разными наборами четырех определяемых коэффициентов [15–17].

<sup>1</sup> Ceres Solver — A Large Scale Non-linear Optimization Library [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://ceres-solver.org/> (дата обращения: 13.01.2021).

Если предположить использование алгоритма для работы с реальными зарегистрированными изображениями, возникнет неоднозначность в определении расфокусировки, поскольку в этом случае отсутствует информация о расфокусировке относительно номинально рассчитанной, однако, известным является отклонение от плоскости наилучшей установки (ПНУ)  $\Delta z$ , определенной в процессе регистрации с некоторой точностью.

ПНУ при регистрации изображений можно определять различными способами, чаще всего ее определяют по вычисленной на основе зарегистрированного пятна рассеяния частотно-контрастной характеристике. В численном эксперименте авторы использовали данный метод. Для этого по вычисленной частотно-контрастной характеристике можно найти пространственную частоту, соответствующую контрасту  $k = 0,2$ . Поскольку для несимметричных aberrаций (и пятен рассеяния) пространственная частота, соответствующая контрасту 0,2, может принимать различные значения в разных сечениях, для определения разрешающей способности вычисляется минимальная пространственная частота по всем сечениям. Для этого перебираются все возможные направления сечений (проходящие через центр координат) с шагом в  $1^\circ$ . В табл. 1 приведены примеры пятен рассеяния при пяти различных величинах расфокусировки  $c_{20}$ , и рассчитанная для каждой из них минимальная пространственная частота по всем сечениям, при которой значение контраста равно 0,2.

При небольших величинах aberrаций ПНУ будет при коэффициенте расфокусировки равном нулю, как показано в табл. 1. В случае увеличения aberrаций величина  $c_{20\text{ПНУ}}$  для плоскости наилучшей установки может быть отлична от нуля. В этом случае  $c_{20}$  можно вычислить следующим образом:

$$c_{20} = c_{20\text{ПНУ}} + \Delta c_{20},$$

где  $c_{20\text{ПНУ}}$  — коэффициент расфокусировки в ПНУ;  $\Delta c_{20}$  — отклонение коэффициента от ПНУ.

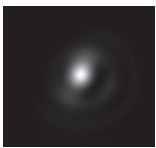
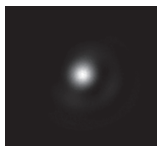
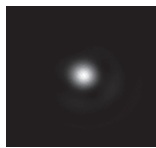
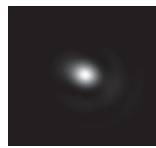
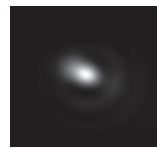
Таким образом, отклонение коэффициента  $\Delta c_{20}$  является известным, величина  $c_{20\text{ПНУ}}$  становится еще одним параметром оптимизации, а итоговое выражение для оптимизации принимает вид:

$$\frac{1}{2} \sum_x \sum_y \|h_{0xy'}(\Delta c_{20}) - h_{xy'}(\Delta c_{20}, c_{20\text{ПНУ}}, c_{22}, s_{22}, c_{31}, s_{31})\|^2 \rightarrow \min,$$

где  $h_{0xy'}(\Delta c_{20})$  — референтное пятно рассеяния с известным отклонением от плоскости наилучшей установки;

Таблица 1. Пример определения плоскости наилучшей установки

Table 1. The best focus position example

$c_{20}$	$-0,2\lambda$	$-0,1\lambda$	$0\lambda$ (ПНУ)	$0,1\lambda$	$0,2\lambda$
Пятно рассеяния					
Пространственная частота при $k = 0,2$	$0,53A'/\lambda$	$0,89A'/\lambda$	$1,12A'/\lambda$	$0,88A'/\lambda$	$0,54A'/\lambda$

$h_{xy}(\Delta c_{20}, c_{20\text{ПНУ}}, c_{22}, s_{22}, c_{31}, s_{31})$  — рассчитываемое на каждом шаге оптимизации пятно рассеяния;  $c_{22}, s_{22}, c_{31}, s_{31}$  — искомые коэффициенты при полиномах Цернике.

Для поиска оптимальной величины расфокусировки  $\Delta c_{20}$  промоделировано и проанализировано около 15 000 вариантов комбинаций четырех определяемых коэффициентов ( $c_{22}, s_{22}, c_{31}, s_{31}$ ). Величина каждого коэффициента генерировалась случайным образом в диапазоне от  $-0,5$  до  $0,5\lambda$ , общее СКО волнового фронта при этом было в диапазоне от 0 до  $0,4\lambda$ .

Анализ показал, что для небольших aberrаций, когда СКО волнового фронта не превышает  $0,15\lambda$ , происходит успешное восстановление при величине отклонения расфокусировки от ПНУ, превышающего диапазон глубины резкости:

$$0,1\lambda \leq |\Delta c_{20}| \leq 0,5\lambda.$$

При величине  $\Delta c_{20}$ , слишком близкой к ПНУ, не всегда происходит правильное определение знака астигматизма, а при величине  $\Delta c_{20}$ , превышающей  $0,5\lambda$ , метод расходится из-за слишком сложной формы распределения интенсивности в пятне рассеяния.

Пятна рассеяния при СКО волнового фронта больше  $0,15\lambda$  имеют более сложный вид, что затрудняет оптимизацию. Кроме того, вычисленная по частотно-контрастной характеристике ПНУ может не всегда совпадать с положением плоскости анализа, наилучшей для восстановления волнового фронта по пятну рассеяния. Исследования показали, что при  $\text{СКО} \geq 0,15\lambda$ , восстановление также может успешно работать в том же диапазоне расфокусировок, но не так стабильно.

Если провести несколько вычислений в указанном диапазоне расфокусировок от  $-0,5$  до  $0,5\lambda$  с шагом  $0,1\lambda$ , т. е. для 10 пятен с одинаковым набором искомых коэффициентов, но разной фокусировкой, то в указанном диапазоне будет как минимум одно положение фокусировки, при которой искомые коэффициенты успешно определяются. Чем больше СКО волнового фронта, тем меньше будет положений плоскости установки, при

которых восстановление будет успешным, при этом успешность восстановления зависит также и от конкретного набора коэффициентов.

В табл. 2 в качестве примера показаны области восстановления для нескольких наборов исходных коэффициентов комы и астигматизма с одинаковой величиной СКО равной  $0,3075\lambda$ . В ячейках таблицы, соответствующих областям успешного восстановления, поставлен знак «+». Из таблицы видно, что области восстановления могут отличаться даже при одинаковом СКО, и зависят от конкретного набора коэффициентов. При некоторых сочетаниях коэффициентов (в начале таблицы) успешное восстановление происходит практически для всего исследуемого диапазона расфокусировок. Для других (ближе к концу таблицы) только для одного-двух значений расфокусировок происходило успешное определение.

При значениях СКО, меньших  $0,3075\lambda$ , успешное восстановление будет происходить не менее чем для четырех рассматриваемых в таблице положений расфокусировки для всех возможных сочетаний коэффициентов.

При значениях СКО больше  $0,3075\lambda$ , количество сочетаний коэффициентов, при которых успешное восстановление будет происходить только для одной величины расфокусировки, будет увеличиваться.

Как правило получение изображений с различной расфокусировкой в реальных условиях не является трудоемкой задачей, поэтому возможен поиск подходящей фокусировки перебором различных положений плоскости изображения.

### Пример восстановления

Рассмотрим пример восстановления конкретного пятна рассеяния, вид которого представлен на рис. 2. В этом примере были заданы исходные коэффициенты  $c_{22} = 0,2206\lambda$ ,  $s_{22} = -0,12532\lambda$ ,  $c_{31} = -0,18197\lambda$ ,  $s_{31} = 0,24493\lambda$ , СКО =  $0,15\lambda$ .

Таблица 2. Области восстановления для СКО =  $0,3075\lambda$

Table 2. Reconstruction range for RMS =  $0.3075\lambda$

Исходные коэффициенты, $\lambda$				Расфокусировка относительно границ глубины резкости $\Delta c_{20}, \lambda$										
$c_{22}$	$s_{22}$	$c_{31}$	$s_{31}$	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,5	-0,5	0	-0,3	+	+	+	+	+			+	+	+	+
-0,5	0,5	0	-0,3	+	+	+	+			+	+	+	+	+
0,5	0,5	0	-0,3	+	+	+	+					+	+	+
0,1	0,5	-0,4	-0,5							+	+	+	+	+
-0,5	0,1	-0,5	-0,4	+	+	+							+	+
-0,1	-0,5	0,5	0,4	+	+	+	+							
0,1	0,5	0,5	0,4								+	+	+	+
0,5	-0,1	0,4	-0,5										+	+
-0,5	0,1	0,4	-0,5	+	+									
0,5	-0,1	-0,4	-0,5	+										
0,5	-0,1	-0,5	0,4											+

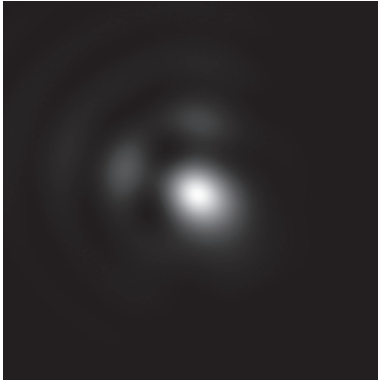


Рис. 2. Пример пятна рассеяния  
Fig. 2. Scattering spot example

Для оценки величины абсолютного значения расфокусировки в микрометрах рассмотрим пример телескопа с задней апертурой 0,05, длину волны примем 0,5 мкм.

Коэффициент расфокусировки  $c_{20}$  связан с абсолютным значением расфокусировки соотношением:

$$c_{20} = \frac{\Delta z A'^2}{4\lambda}, \quad (1)$$

где  $\Delta z$  — абсолютное значение расфокусировки, мкм;  $A'$  — задняя апертура;  $\lambda$  — длина волны, мкм.

Подставляя в выражение (1) численные значения длины волны и задней апертуры, получим соотношение между абсолютной расфокусировкой  $\Delta z$  и коэффициентом  $c_{20}$ :

$$\frac{\Delta z}{c_{20}} = 800 \text{ мкм},$$

т. е. при  $c_{20} = 0,1\lambda$ ,  $\Delta z = 80$  мкм.

Предположим, что имеется исходное СКО волнового фронта  $СКО_0$  в отсутствии расфокусировки. Тогда при изменении только расфокусировки итоговое СКО волнового фронта определяется как  $СКО = СКО_0 + \Delta СКО$ . Если изменение СКО волнового фронта в пределах глубины резкости составляет 20 % ( $\Delta СКО = 20\%$ ), а СКО волнового фронта при нулевой расфокусировке  $СКО_0 = 0,15\lambda$ , то на краю глубины резкости значение коэффициента расфокусировки  $c_{20}$  будет равно  $0,052\lambda$ .

На рис. 3 представлен пример областей успешного восстановления для рассмотренного выше примера телескопа ( $A' = 0,05$ ,  $\lambda = 0,5$  мкм). Отображено соот-

ветствие значений коэффициента расфокусировки  $c_{20}$  с абсолютным значением расфокусировки в микрометрах  $\Delta z$ . Область успешного восстановления коэффициентов находится на расстоянии  $\Delta z = 80$  мкм ( $c_{20} = 0,1\lambda$ ) за пределами глубины резкости.

### Заключение

Представленный в работе метод параметрической оптимизации позволяет успешно определять коэффициенты при полиномах Цернике, отвечающие за кому и астигматизм ( $c_{22}, s_{22}, c_{31}, s_{31}$ ) по известному распределению интенсивности в пятне рассеяния при наличии известной расфокусировки. В дальнейшем на основе величины восстановленных коэффициентов, используя таблицу влияния параметров, полученную в одной из программ для автоматизированного проектирования оптических систем [11], возможно определение деталей, погрешность юстировки которых вносит основные искажения, а также направления смещений и наклонов. Особенно актуально использование данного метода для телескопов, не обладающих осевой симметрией компонентов, поскольку в таких системах тяжелее конструктивно обеспечить стабильность положения оптических элементов.

Для поиска оптимальной величины расфокусировки  $\Delta c_{20}$  было промоделировано и проанализировано около 15 000 вариантов комбинаций четырех определяемых коэффициентов ( $c_{22}, s_{22}, c_{31}, s_{31}$ ). Величина каждого коэффициента генерировалась случайным образом в диапазоне от  $-0,5$  до  $0,5\lambda$ , общее среднеквадратическое отклонение волнового фронта при этом находится в диапазоне от 0 до  $0,4\lambda$ .

Применение алгоритма оптимизации с небольшими абберациями (среднеквадратическое отклонение волнового фронта меньше  $0,15\lambda$ ) приводит к успешному определению искомым коэффициентов при отклонении коэффициента расфокусировки  $c_{20}$  от соответствующей плоскости наилучшей установки от 0,1 до  $0,5\lambda$ , что находится на небольшом расстоянии от границы глубины резкости. При этом достаточно всего одного любого пятна рассеяния в этом диапазоне для успешного определения коэффициентов.

При среднеквадратическом отклонении волнового фронта от 0,15 до  $0,4\lambda$  восстановление работает в том же диапазоне расфокусировок, но менее стабильно. Если провести несколько вычислений в диапазоне от  $-0,5$  до  $0,5\lambda$  с шагом  $0,1\lambda$ , т. е. для 10 пятен с одинаковым набором искомым коэффициентов, но разной

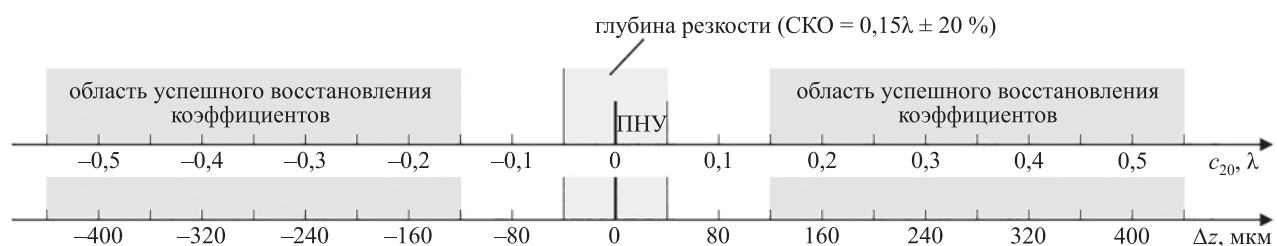


Рис. 3. Пример области успешного восстановления  
Fig. 3. Successful reconstruction range example

фокусировкой, то в указанном диапазоне будет как минимум одно положение фокусировки, при которой искомые коэффициенты успешно определяются. Чем больше среднеквадратическое отклонение волнового

фронта, тем меньше будет положений плоскости установки, при котором восстановление будет успешным, при этом успешность восстановления зависит также и от конкретного набора коэффициентов.

### Литература

1. Оптический производственный контроль / под ред. Д. Малакары; пер. с англ. Е.В. Мазуровой и др.; под ред. А.Н. Соснова. М.: Машиностроение, 1985. 400 с.
2. Krist J.E., Burrows C.J. Phase-retrieval analysis of pre- and post-repair Hubble Space Telescope images // *Applied Optics*. 1995. V. 34. N 22. P. 4951–4964. doi: 10.1364/AO.34.004951
3. Клебанов Я.М., Карсаков А.В., Хонина С.Н., Давыдов А.Н., Поляков К.А. Компенсация aberrаций волнового фронта в телескопах космических аппаратов с регулировкой температурного поля телескопа // *Компьютерная оптика*. 2017. Т. 41. № 1. С. 30–36. doi: 10.18287/0134-2452-2017-41-1-30-36
4. Иночкин Ф.М., Белашенков Н.Р. Метод программной коррекции aberrационных искажений изображения в микроскопии структурированного освещения // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2019. Т. 19. № 6. С. 1004–1012. doi: 10.17586/2226-1494-2019-19-6-1004-1012
5. Wesner J., Heil J., Sure T. Reconstructing the pupil function of microscope objectives from the intensity PSF // *Proceedings of SPIE*. 2002. V. 4767. P. 32–43. doi: 10.1117/12.451320
6. Налегав С.С., Петров Н.В., Беспалов В.Г. Итерационные методы решения фазовой проблемы в оптике и их особенности // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2012. № 6(82). С. 30–35.
7. Gladysz S. Adaptive optics point spread function reconstruction directly from target data // *Imaging and Applied Optics 2016. Congress OSA*. 2016. P. AOT2C.1. doi: 10.1364/AOMS.2016.AOT2C.1
8. Gerchberg R.W., Saxton W.O. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures // *Optik*. 1972. V. 35. N 2. P. 237–246.
9. Costes V., Cassar G., Escarrat L. Optical design of a compact telescope for the next generation Earth observation system // *Proceedings of SPIE*. 2017. V. 10564. P. 1056416. doi: 10.1117/12.2309055
10. Bezdidko S.N. Theory of orthogonal aberrations and its use in lens design // *Optical Review*. 2014. V. 21. N 5. P. 632–638. doi: 10.1007/s10043-014-0101-2
11. Zemax. LLC *OpticStudio 16.5 SP1 Help files*. December 2016. [s.l.], 2016. 2370 p.
12. Bertero M., Boccacci P. *Introduction to Inverse Problems in Imaging*. IOP Publishing Ltd, 1998.
13. Wyant J.C., Creath K. Basic wavefront aberration theory for optical metrology // *Applied Optics and Optical Engineering*. V. 11. Academic Press, 1992. P. 28–39.
14. Rao S.S. *Engineering Optimization: Theory and Practice*. John Wiley and Sons, 2009. 798 p. doi: 10.1002/9781119454816
15. Куштысева Ю.О., Калинкина О.С. Восстановление параметров волнового фронта по функции рассеяния точки // *Сборник трудов VIII конгресса молодых ученых (Санкт-Петербург, 15-19 апреля 2019 г.)*. Т. 6. СПб.: Университет ИТМО, 2019. С. 220–224.
16. Куштысева Ю.О., Калинкина О.С., Иванова Т.В. Алгоритм восстановления параметров волнового фронта (коэффициентов полиномов Цернике) по ФРТ // *Альманах научных работ молодых ученых Университета ИТМО*. Т. 4. СПб.: Университет ИТМО, 2020. С. 57–63.
17. Kalinkina O., Ivanova T., Kushtyeva J. Wavefront parameters recovering by using point spread function // *CEUR Workshop Proceedings*. 2020. V. 2744.

### Авторы

**Иванова Татьяна Владимировна** — кандидат технических наук, доцент, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, [tvivanova@itmo.ru](mailto:tvivanova@itmo.ru), <https://orcid.org/0000-0001-8564-243X>  
**Калинкина Ольга Сергеевна** — аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, [oskalinkina@itmo.ru](mailto:oskalinkina@itmo.ru), <https://orcid.org/0000-0002-2522-8496>

### References

1. *Optical Shop Testing*. Ed. by D. Malacara. Wiley, 1978, 523 p.
2. Krist J.E., Burrows C.J. Phase-retrieval analysis of pre- and post-repair Hubble Space Telescope images. *Applied Optics*, 1995, vol. 34, no. 22, pp. 4951–4964. doi: 10.1364/AO.34.004951
3. Klebanov J.M., Karsakov A.V., Khonina C.N., Davydov A.N., Polyakov K.A. Wave front aberration compensation of space telescopes with telescope temperature field adjustment. *Computer Optics*, 2017, vol. 41, no. 1, pp. 30–36. (in Russian). doi: 10.18287/0134-2452-2017-41-1-30-36
4. Inochkin F.M., Belashenkov N.R. Digital image aberration correction technique for structured illumination microscopy. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2019, vol. 19, no. 6, pp. 1004–1012. (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2019-19-6-1004-1012
5. Wesner J., Heil J., Sure T. Reconstructing the pupil function of microscope objectives from the intensity PSF. *Proceedings of SPIE*, 2002, vol. 4767, pp. 32–43. doi: 10.1117/12.451320
6. Nalegaev S., Petrov N., Bepalov V. Special features of iteration methods for phase problem in optics. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2012, no. 6(82), pp. 30–35. (in Russian)
7. Gladysz S. Adaptive optics point spread function reconstruction directly from target data. *Imaging and Applied Optics 2016. Congress OSA*, 2016, pp. AOT2C.1. doi: 10.1364/AOMS.2016.AOT2C.1
8. Gerchberg R.W., Saxton W.O. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures. *Optik*, 1972, vol. 35, no. 2, pp. 237–246.
9. Costes V., Cassar G., Escarrat L. Optical design of a compact telescope for the next generation Earth observation system. *Proceedings of SPIE*, 2017, vol. 10564, pp. 1056416. doi: 10.1117/12.2309055
10. Bezdidko S.N. Theory of orthogonal aberrations and its use in lens design. *Optical Review*, 2014, vol. 21, no. 5, pp. 632–638. doi: 10.1007/s10043-014-0101-2
11. Zemax. LLC *OpticStudio 16.5 SP1 Help files*. December 2016. [s.l.], 2016, 2370 p.
12. Bertero M., Boccacci P. *Introduction to Inverse Problems in Imaging*. IOP Publishing Ltd, 1998.
13. Wyant J.C., Creath K. Basic wavefront aberration theory for optical metrology. *Applied Optics and Optical Engineering*. V. 11. Academic Press, 1992, pp. 28–39.
14. Rao S.S. *Engineering Optimization: Theory and Practice*. John Wiley and Sons, 2009, 798 p. doi: 10.1002/9781119454816
15. Kushtyeva Ju.O., Kalinkina O.S. Reconstruction of the wavefront parameters from the point scattering function. *Proc. of the Conferences of Young Scientists*. V. 6. St. Petersburg, ITMO University, 2019, pp. 220–224. (in Russian)
16. Kushtyeva Ju.O., Kalinkina O.S. Algorithm for reconstructing the wavefront parameters (coefficients of Zernike polynomials) from PSF. *Almanac of Scientific Works of Young Scientists of ITMO University*. V. 4. St. Petersburg, ITMO University, 2020, pp. 57–63. (in Russian)
17. Kalinkina O., Ivanova T., Kushtyeva J. Wavefront parameters recovering by using point spread function. *CEUR Workshop Proceedings*, 2020, vol. 2744.

### Authors

**Tatiana V. Ivanova** — PhD, Associate Professor, Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, [tvivanova@itmo.ru](mailto:tvivanova@itmo.ru), <https://orcid.org/0000-0001-8564-243X>  
**Olga S. Kalinkina** — Postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, [oskalinkina@itmo.ru](mailto:oskalinkina@itmo.ru), <https://orcid.org/0000-0002-2522-8496>

**Куштысева Юлия Олеговна** — студент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, [julia.kushtyseva@gmail.com](mailto:julia.kushtyseva@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0003-1101-6641>

**Завгородний Дмитрий Сергеевич** — преподаватель практики, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, [dszavgorodnii@itmo.ru](mailto:dszavgorodnii@itmo.ru), <https://orcid.org/0000-0001-6895-8811>

**Julia O. Kushtyseva** — Student, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, [julia.kushtyseva@gmail.com](mailto:julia.kushtyseva@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0003-1101-6641>

**Dmitriy S. Zavgorodniy** — Lecturer, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, [dszavgorodnii@itmo.ru](mailto:dszavgorodnii@itmo.ru), <https://orcid.org/0000-0001-6895-8811>

*Статья поступила в редакцию 22.12.2020*  
*Одобрена после рецензирования 08.01.2021*  
*Принята к печати 27.01.2021*

*Received 22.12.2020*  
*Approved after reviewing 08.01.2021*  
*Accepted 27.01.2021*



Работа доступна по лицензии  
Creative Commons  
«Attribution-NonCommercial»