

doi: 10.17586/2226-1494-2021-21-2-241-248

УДК 004.942

Анализ способов снижения устойчивости сетей на основе последовательного удаления ключевых элементов

Кирилл Владимирович Семенов¹, Федор Леонидович Шуваев²✉,
 Кирилл Игоревич Витензон³

^{1,2,3} Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург, 197198, Российская Федерация

¹ kvsemenov82@yandex.ru, <http://orcid.org/0000-0002-0397-4009>

² cadetfed@mail.ru✉, <http://orcid.org/0000-0001-7502-9455>

³ witenzon_kirill@mail.ru, <http://orcid.org/0000-0001-5315-7843>

Аннотация

Предмет исследования. Рассмотрены метрики, позволяющие оценивать устойчивость графа и меры центральности, на основе расчета которых осуществляется перколяция ключевых элементов графа. **Метод.** При проведении эксперимента использовались методы расчета среднего расстояния пути вершинной связности, коэффициента кластеризации и эффективности графа, на основе теории графов. Для определения оптимальной метрики устойчивости сети применен метод главных компонент, основанный на положениях теории математической статистики. **Основные результаты.** В работе решались две научные задачи: основная и вспомогательная. Вспомогательная задача — обзор существующих метрик устойчивости сети, позволивший выбрать оптимальную. Выбор метрики осуществлялся при помощи метода главных компонент. В результате показано, что оптимальной является среднее расстояние пути. Решение вспомогательной задачи позволило выполнить анализ способов снижения устойчивости сетей на основе последовательного удаления ключевых элементов, что и является основной научной задачей исследования. После проведенного анализа установлено, что наилучшим образом для снижения устойчивости сети подходят узлы, важность которых выражена на основе измерения центральности по степени. **Практическая значимость.** Для оценивания устойчивости сетей разработан оригинальный комплексный двухкритериальный коэффициент. Анализ способов снижения устойчивости проводился путем измерения этого коэффициента для модельных и реальных сетей. Таким образом, предложенные способы апробированы, подтверждена их работоспособность и возможное применение в различных областях науки и техники: социологии, медицине, физике и радиотехнике.

Ключевые слова

устойчивость, сеть, метод главных компонент, мера центральности, граф, перколяция

Ссылка для цитирования: Семенов К.В., Шуваев Ф.Л., Витензон К.И. Анализ способов снижения устойчивости сетей на основе последовательного удаления ключевых элементов // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2021. Т. 21, № 2. С. 241–248. doi: 10.17586/2226-1494-2021-21-2-241-248

An analysis of the ways to reduce the vulnerability of networks based on the sequential removal of key elements

Kirill V. Semenov¹, Fedor L. Shuvaev²✉, Kirill I. Vitenzon³

^{1,2,3} Mozhayskiy Military Space Academy, Saint Petersburg, 197198, Russian Federation

¹ kvsemenov82@yandex.ru, <http://orcid.org/0000-0002-0397-4009>

² cadetfed@mail.ru✉, <http://orcid.org/0000-0001-7502-9455>

³ witenzon_kirill@mail.ru, <http://orcid.org/0000-0001-5315-7843>

Abstract

The research focuses on the metrics that allow assessing the stability of a graph and centrality measures. Their calculation underlies the percolation of the key elements of the graph. The experiment involved methods for calculating the average path length of vertex connectivity, clustering coefficient, and graph efficiency based on graph theory. To determine

the optimal network stability metric, the principal component method was used, based on the theoretical provisions of mathematical statistics. In this study, the authors solved two scientific tasks: the main and auxiliary ones. The latter was to review the existing network stability metrics, which allowed them to choose the optimal one. The choice of the metrics was carried out using the principal component method. As a result, the average path length proved to be optimal. The solution of the auxiliary problem enabled the authors to analyze the ways to reduce the network stability based on the sequential removal of key elements, which is the main scientific task of the study. The analysis revealed that the nodes whose importance is expressed based on the measurement of centrality by degree are best suited for reducing the network stability. To estimate the stability of networks, an original complex two-criterion coefficient was developed. The analysis of the ways to reduce the stability was carried out by measuring this coefficient in model and real networks. Thus, testing of the proposed methods confirmed their efficiency and enabled their application in various fields of science and technology, e.g., sociology, medicine, physics and radio engineering.

Keywords

vulnerability, network, principal component analysis, centrality measure, graph, percolation

For citation: Semenov K.V., Shuvaev F.L., Vitenzon K.I. An analysis of the ways to reduce the vulnerability of networks based on the sequential removal of key elements. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2021, vol. 21, no. 2, pp. 241–248 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2021-21-2-241-248

Введение

Изучению топологий сетей уделяется внимание в различных областях науки, а именно: физике, биологии, информатике и математике. Глубокие исследования топологических свойств сети способствуют пониманию ее функционала и неотъемлемых черт, таких, например, как устойчивость. Изучение устойчивости сложных сетей к сбоям в работе при выходе из строя их компонентов осуществляется на основе моделирования путем последовательного удаления узлов или ребер сети, и является важным направлением в теории графов. Не до конца решенным остается вопрос выбора значимых для устойчивости сети элементов, подлежащих первоочередному удалению, т. е. наиболее важных для исследования. Важность узлов в теории графов оценивается на основе расчета мер центральности. В данной работе для сравнения выбраны четыре меры центральности узлов графов, позволяющие оценивать важность узлов с разных сторон, выбор которых основан на исследованиях [1–2].

Поиск наиболее подходящей метрики для определения устойчивости сложных сетей является открытой задачей, различные подходы решения которой предложены многими авторами [3–6].

Изучение устойчивости информационно-коммуникационных сетей (ИКС) к преднамеренным атакам вызывает растущий в последнее время интерес. Исследование устойчивости транспортных сетей в современной инфраструктуре частных и государственных организаций также является важной задачей, позволяющей избежать экономических издержек при эксплуатации транспорта. Все эти обстоятельства несомненно повышают актуальность данного исследования.

Исходные данные для моделирования

В качестве исходных данных для моделирования использованы сети, представленные в виде графа: $G = (V, E)$, где V — вершины графа; E — ребра. Предположим, что в рассматриваемом графе ребра являются ненаправленными и имеют одинаковый вес.

Исследования проводились на четырех сетях, построенных на базе модели Барабаши–Альберта с зада-

ваемыми параметрами и девяти реальными известными сетями.

Модель предпочтительного присоединения Барабаши–Альберта. Как показывает практика, новые вершины с большей вероятностью соединяются с вершинами, которые занимают выдающееся положение в сети, т. е. имеют наивысшие показатели меры центральности по степени [7–9]. Для анализа реальных ИКС разработаны свободно масштабируемые модели, и самой распространенной среди них является модель предпочтительного присоединения Барабаши–Альберта [7]. Формируется модель сети в виде графа согласно следующим этапам:

- 1) в начальный момент времени $t = 0$ определено V_t несвязных вершин;
- 2) на каждом шаге ($t = 1, 2, 3, \dots$) добавляется новая вершина с E_t ребрами;
- 3) количество ребер, с которыми приходит в граф новая вершина — фиксировано, и она соединяется с уже существующей вершиной сети с вероятностью, пропорциональной степени этой вершины.

Максимально приближена к реальным сетям модификация модели Барабаши–Альберта с фиксированным параметром распределения вероятностей соединения вершин [8, 10]. При таком варианте построения модели вводится кортеж распределения вероятностей образования вершин, где p_1 — вероятность изолированности вершины; p_2 — вероятность соединения вершины с одной вершиной; p_3 — вероятность соединения вершины с двумя вершинами и т. д. Рассмотренный кортеж заменяет этапы 2–3 построения модели Барабаши–Альберта в классическом варианте и позволяет регулировать соотношения между изолированными вершинами и вершинами с необходимым для моделирования количеством связей.

Реальные сети выбраны из пакета «нетворкдата» («networkdata»), являющегося самым крупным набором сетевых данных для языка статистического моделирования R^{1,2} [11]. Характеристики реальных сетей и сетей

¹ [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://cran.r-project.org/web/packages/network/network.pdf> (дата обращения: 15.01.2021).

² [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://rdocumentation.org/packages/networkdata> (дата обращения: 15.01.2021).

Таблица 1. Характеристики исследуемых сетей

Table 1. Characteristics of the studied networks

Номер сети	Число вершин	Число ребер	Дополнительные параметры
1	165	100	$p = \{0; 0,5; 0,5\}$
2	30	100	$p = \{0; 0,25; 0,25; 0,25\}$
3	30	300	$p = \{0; 0,25; 0,25; 0,25; 0,25\}$
4	30	400	$p = \{0; 0,5; 0,25; 0,25\}$
5	123	143	Без дополнительных параметров
6	230	424	Без дополнительных параметров
7	340	265	Без дополнительных параметров
8	100	99	Без дополнительных параметров
9	27	69	Без дополнительных параметров
10	26	137	Без дополнительных параметров
11	212	244	Без дополнительных параметров
12	165	17298	Без дополнительных параметров
13	1174	1417	Без дополнительных параметров
14	1467	1298	Без дополнительных параметров

Барабаши–Альберта представлены в табл. 1. Выбор моделей Барабаши–Альберта обусловлен близостью к реальным сетям и возможностью генерирования в неограниченном количестве для проведения эксперимента на основе метода главных компонент (МГК). Выбор реальных сетей определен исследованиями, выполненными в работе [2], и основывается на желании учесть сети различной природы: № 5–10 ИКС в датацентрах ряда коммерческих организаций; № 11 — сеть межбелковых взаимодействий в человеческом организме; № 12 — авиатранспортная сеть в США в 2009 году; № 13 — транспортная сеть одной из логистических компаний Европы; № 14 — транспортная сеть в штате Чикаго, США.

Этапы сравнительного анализа способов снижения устойчивости

Для проведения сравнительного анализа устойчивости сетей разработан оригинальный подход. Он представлен в виде структурной схемы на рис. 1 и состоит из двух основных этапов, каждый из которых разделяется на подэтапы.

Подготовительный этап. На подготовительном этапе осуществлялось моделирование графов (этап 1.1) согласно рис. 1, и выполнен расчетный эксперимент по выбору наилучшей метрики устойчивости сети на основе МГК (этап 1.2) [12]. В дальнейшем показано, что оптимальной метрикой оценки устойчивости сети является среднее расстояние графа \bar{d} .

Этап расчета устойчивости. Состоит из четырех подэтапов. Для определения ключевых элементов рассчитаны меры центральности для всех узлов (этап 2.1).

В качестве мер центральности выбраны центральности: по степени, по посредничеству, марковская и подграфа [13–19]. Выбор таких мер обусловлен рядом исследований [1, 2].

На следующем подэтапе узлы сети ранжируются в зависимости от их значимости, полученной в ходе расчета мер центральности (этап 2.2). Далее выполня-

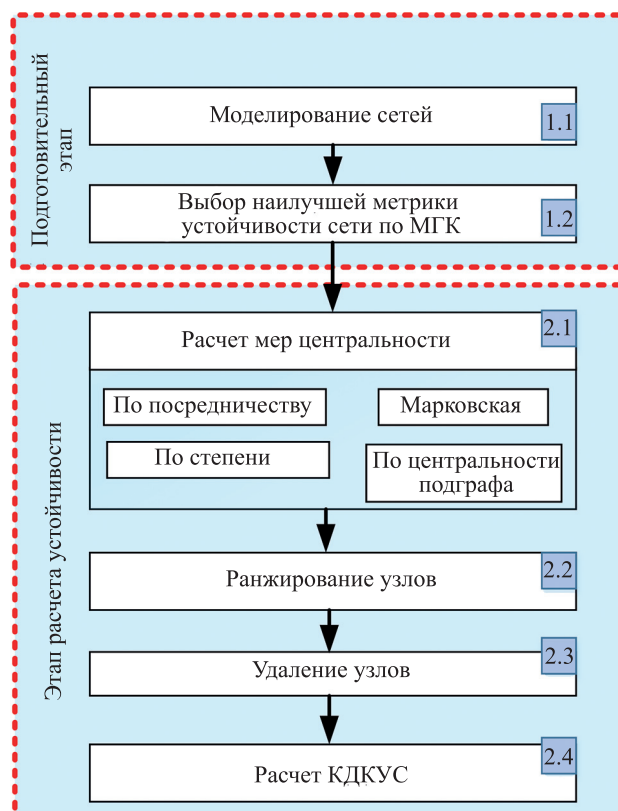


Рис. 1. Структурная схема сравнительного анализа устойчивости сетей (КДКУС — комплексный двухкритериальный коэффициент устойчивости сети)
 Fig. 1. Structural diagram of comparative analysis of network resilience (CTNSC — complex two-criterion network stability coefficient)

ется удаление узлов или процедура перколяции, в ходе которой поочередно удаляются ключевые по важности элементы (этап 2.3) [19–22]. После каждого удаленного узла пересчитывается устойчивость сети по выбранной на подготовительном этапе метрике (этап 2.4).

Таким образом, в результате сравнительного анализа для сети получены четыре зависимости (по количеству мер центральности) устойчивости сети от количества перколированных узлов. На основе зависимостей рассчитан комплексный двухкритериальный коэффициент устойчивости сети (КДКУС), позволяющий выбрать самую оптимальную меру центральности для выбора ключевых элементов. КДКУС, помимо этого, позволяет оценить устойчивость сети комплексно.

Обзор существующих метрик устойчивости ИКС

Проведем обзор четырех характеристик графов, которые используются для оценки устойчивости.

1. Вершинная связность графа. Вершинной связностью называется минимальное количество вершин V графа G , которое необходимо удалить, чтобы граф был несвязным или содержал единственную вершину [3, 6].

2. Среднее расстояние пути. В соответствии с теорией графов множество вершин (неориентированного графа) и функция расстояния образуют метрическое пространство в случае, если граф связный. При этом эксцентриситетом $\varepsilon(v)$ вершины графа $G = (V, E)$ называется наибольшее геодезическое расстояние между вершиной v и любой другой вершиной графа, т. е. расстояние до самой дальней от v вершины графа

$$\varepsilon(v) = \max_{u \in V} d(v, u).$$

Диаметром D графа G называют максимальный эксцентриситет среди всех вершин графа, т. е. D — наибольшее расстояние между всеми вершинами $V \in G$

$$D = \max_{v \in V} \varepsilon(v).$$

Исходя из этих определений средняя длина пути в графе [4, 5, 19] рассчитывается:

$$\bar{d} = \frac{1}{V^2} \sum_{i,j} \sum d(v_i, v_j), \quad i = 1(1)V, j = 1(1)V.$$

При этом $D \geq \bar{d}$.

3. Коэффициент кластеризации графа. Коэффициент кластеризации является мерой степени, в которой узлы в графе имеют тенденцию группироваться вместе [3–5]. Для определения устойчивости сети в целом применяется глобальный коэффициент кластеризации сети C — усредненные значения кластеризации для n узлов сети

$$C = \frac{1}{n} \sum_{i \in V; \delta_i > 1} c_i = \frac{1}{n} \sum_{i \in V; \delta_i > 1} \frac{2}{\delta_i(\delta_i - 1)} e_i,$$

где c_i — коэффициент кластеризации вершины i ; e — количество ребер, смежных i ; $\delta_i(\delta_i - 1)/2$ — общее количество возможных связей с соседними вершинами; δ_i — степень вершины i .

4. Эффективность графа. Мера, показывающая насколько эффективно осуществляется обмен информации

ей в сети [5]. Является производной характеристикой от среднего расстояния в графе и выражается:

$$E = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i \neq j \in G} \frac{1}{d_{ij}}.$$

Как видно из представленных метрик-кандидатов на измерение устойчивости сети, они основаны на схожих принципах и характеристиках теории графов. Для того чтобы выбрать наилучшую или выявить возможные коллинеарные метрики воспользуемся МГК.

Выбор оптимальной метрики устойчивости на основе метода главных компонент

Одним из самых распространенных для отбора и анализа признаков является МГК [11], базирующийся на преобразованиях линейной алгебры. Исходными данными при преобразовании данных по МГК являются значения наблюдаемых признаков (в рассматриваемом случае — метрик устойчивости) y_{ij} , представленных в виде матрицы, где по строкам матрицы i перечисляются наблюдения, а по столбцам j — признаки. Каждую строку матрицы можно представить, как реализацию n -мерного случайного вектора

$$\hat{Y}_{(n)} = \langle \hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots, \hat{y}_n \rangle.$$

Свойства данного случайного вектора с достаточной для практики точностью описываются вектором математических ожиданий

$$\bar{Y}_{(n)} = \langle \bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_n \rangle$$

и корреляционной матрицей, содержащей линейные коэффициенты корреляции Пирсона

$$K_{[n]} = \|K_{ij}\|_{n,n}^2,$$

$$\text{где } K_{ij} = \frac{\sum (\hat{y}_i - \bar{y}_i)(\hat{y}_j - \bar{y}_j)}{\sqrt{\sum (\hat{y}_i - \bar{y}_i)^2 \sum (\hat{y}_j - \bar{y}_j)^2}}.$$

МГК основывается на предположении, что любой j -й признак может быть представлен в виде линейной комбинации главных компонент f_i

$$y_j = a_{1,j}f_1 + a_{2,j}f_2 + \dots + a_{n,j}f_n, \quad [j = 1(1)n],$$

где f_1, f_2, \dots, f_n — главные компоненты; a_{ij} — вес i -ой главной компоненты в j -ой переменной.

Главные компоненты рассчитываются таким образом, чтобы первая из них давала максимально возможный вклад в суммарную дисперсию наблюдений, вторая — максимальный вклад в дисперсию, оставшуюся в суммарной дисперсии за вычетом первой главной компоненты и т. д. Таким образом, задача анализа главных компонент сводится к тому, чтобы найти такое линейное ортогональное преобразование n наблюдаемых признаков, которое позволит получить совокупность n некоррелированных нормированных переменных f_i , $[i = 1(1)n]$, дисперсии которых обладают следующим свойством

$$\sigma_1^2 \geq \sigma_2^2 \geq \dots \geq \sigma_n^2.$$

Такое преобразование эквивалентно преобразованию исходной корреляционной матрицы $K_{[n]}$ к матрице вида

$$K_{[n]}^T K_{[n]} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n^2 \end{pmatrix}$$

По дисперсии, соответствующей каждой главной компоненте, можно оценить вклад этой компоненты в формирование общей дисперсии совокупности результатов расчета метрик устойчивости и тем самым выделить существенные компоненты. При этом существуют следующие варианты использования результатов вычисления главных компонент:

- расчет вклада каждого наблюдаемого признака в главной компоненте и их ранжирование по степени вклада (*Con*);
- выявление мультиколлинеарных признаков, т. е. имеющих тесную корреляционную взаимосвязь;
- разделение наблюдаемых признаков по группам (кластеризация).

Для каждой из исследуемых сетей осуществляется расчет вклада метрик устойчивости в пространстве главных компонент (ГК). Для расчета удельного вклада каждой метрики используется следующее выражение [11]

$$Con_i = \frac{f_1(y_i)f_2(y_i)}{\sum_{k=1}^I f_1(y_k)f_2(y_k)}, [i = 1(1)N],$$

где $f_1(y_i)$ и $f_2(y_i)$ — значение вклада i -ой характеристики в ГК1 и ГК2.

Таким образом, значение удельного вклада *Con* (от англ. «contribution») является произведением вклада

в ГК1 и ГК2 i -ой метрики устойчивости, нормированной на сумму вкладов остальных характеристик в ГК1 и ГК2.

Для выбора оптимальной метрики устойчивости были смоделированы 10 000 модельных сетей №№ 1–4 из табл. 1 и для них рассчитаны значения мер устойчивости. После преобразования полученного массива по МГК, рассчитаны значения *Con* для метрик устойчивости. В результате преобразований удельный вклад метрик *Con* распределен следующим образом:

- 1) среднее расстояние пути — 0,41;
- 2) коэффициент кластеризации — 0,31;
- 3) эффективность графа — 0,18;
- 4) вершинная связность графа — 0,08.

Таким образом, наивысший вклад вносит **среднее расстояние пути \bar{d}** , выбранное за метрику устойчивости сети. Условие $\bar{d} = 1$ считается нижним порогом и приравнивается к состоянию полностью неустойчивой сети.

Апробация способов снижения устойчивости на реальных сетях

На рис. 2 представлены зависимости среднего расстояния \bar{d} от количества перколюрованных узлов для сетей № 1 и № 12.

На рис. 2, *b* видно, что зависимости, полученные при удалении узлов, центральности по посредничеству, марковская и подграфа совпадают. Это обстоятельство говорит о том, что свойства различных мер центральности в определенных типах сетей совпадают. Данные наблюдения подтверждаются исследованиями мер центральности, проведенными в работах [1, 2].

Рассмотрим порядок расчета КДКУС. Он включает в себя две составляющие:

- 1) скорость снижения устойчивости сети. Рассчитывается как отношение узлов $n_{\bar{d} \in 1}$, при которых среднее расстояние сети равно 1 (сеть полностью не-

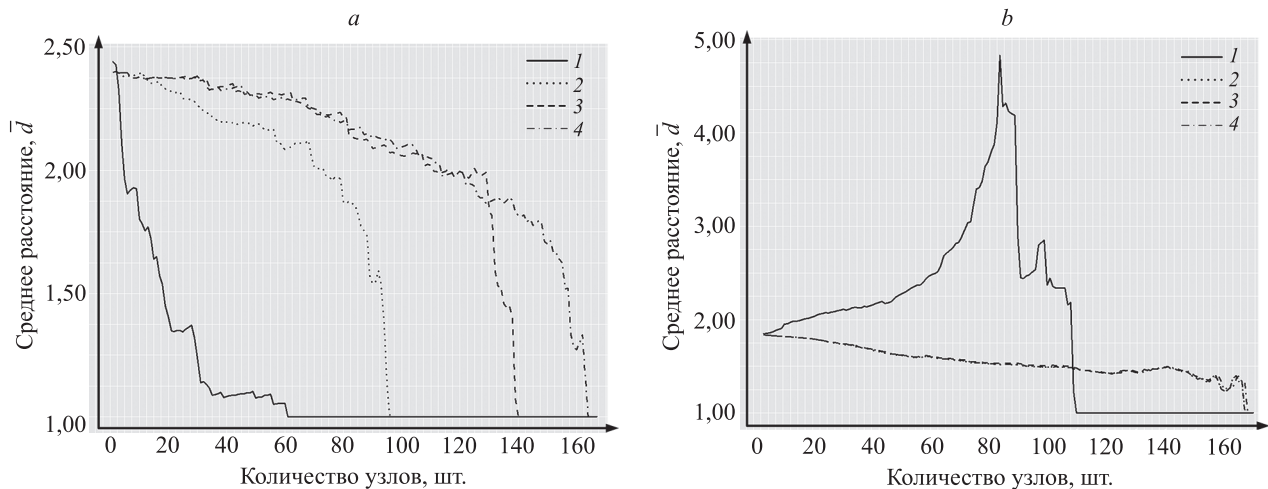


Рис. 2. Зависимости от количества перколюрованных узлов в сетях 1 (а) и 12 (б), ранжированных: по степени (1); по посредничеству (2); по марковской центральности (3); по центральности подграфа (4)

Fig. 2. Dependence on the number of percolated nodes in the network number 1 (a) and number 12 (b), ranked by degree (1), betweenness (2), Markov centrality (3), centrality of the subgraph (4)

Таблица 2. Значения комплексного двухкритериального коэффициента устойчивости для исследуемых сетей

Table 2. The values of the complex two-criterion stability coefficient for the networks under study

Номер сети	Меры центральности			
	По степени	По посредничеству	Марковская	Подграфа
1	0,79	1,28	0,96	0,96
2	0,84	1,22	0,96	0,96
3	0,80	1,31	1,40	0,98
4	0,65	1,25	1,06	1,06
5	1,28	1,40	1,41	1,41
6	1,13	1,28	1,29	1,29
7	1,25	1,33	1,33	1,33
8	1,31	1,37	1,41	1,39
9	1,30	1,40	1,40	1,40
10	0,86	1,34	1,37	1,38
11	0,70	1,06	1,06	1,00
12	1,17	1,40	1,41	1,41
13	1,12	1,39	1,40	1,39
14	1,19	1,39	1,38	1,39

устойчива при $\bar{d} = 1$) к общему количеству узлов в сети n_o :

$$\frac{n_{\bar{d} \in 1}}{n_o}$$

- 2) эффективность устойчивости сети Ef . Рассчитывается как площадь под кривой на основе нахождения интеграла криволинейной трапеции

$$Ef = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) dx, \text{ где } f(x) \text{ — функция, полученная}$$

путем последовательного удаления отранжированных по важности узлов сети.

КДКУС принимает следующий вид

$$КДКУС = \sqrt{\frac{\frac{n_{\bar{d} \in 1}}{n_o} \times Ef}{\frac{n_{\bar{d} \in 1}}{n_o} + Ef}}$$

Чем ниже значение КДКУС, тем менее устойчива сеть. При выборе мер центральности, наилучшей (в смысле снижения устойчивости сети) считается та, у которой КДКУС ниже всего.

На основе КДКУС выполнена оценка устойчивости сетей (табл. 2) для четырех видов центральностей, на основе характеристик, представленных в табл. 1.

Из табл. 2 видно, что во всех сетях самое значительное снижение устойчивости сети происходит при перколяции узлов, ранжированных по степени. При

удалении ключевых элементов, выбранных центральностей по посредничеству, марковской и подграфа происходят незначительные изменения КДКУС. Таким образом, однозначно подавляющей эффективностью при последовательном удалении ключевых элементов сети является перколяция узлов, важность которых выражена центральностью по степени.

Заключение

Полученные результаты свидетельствуют о том, что при последовательном удалении ключевых элементов наилучшим образом подходит оценивание важности узлов на основе измерения центральности по степени. Эта мера центральности превзошла остальные во всех типах сетей, с которыми проводились измерения.

Выполненный по методу главных компонент анализ метрик устойчивости сети показал, что оптимальной мерой измерения устойчивости сети является среднее расстояние графа. Данная метрика, кроме того, легко интерпретируется – чем меньше среднее расстояние, тем ниже возможности по переходу между узлами в графе, следовательно, он менее устойчив.

Разработанный комплексный двухкритериальный коэффициент устойчивости сети позволяет оценивать устойчивость сети на основе двух критериев – скорости снижения устойчивости сети и эффективности устойчивости сети. На основе этого критерия возможно оценивать общую устойчивость сети.

Литература

- Ashtiani M., Salehzadeh-Yazdi A., Razaghi-Moghadam Z., Hennig H., Wolkenhauer O., Mirzaie M., Jafari M. A Systematic survey of centrality measures for protein-protein interaction networks // *BMC Systems Biology*. 2018. V. 12. N 1. P. 80. doi: 10.1186/s12918-018-0598-2
- Еремеев И.Ю., Татарка М.В., Шуваев Ф.Л., Цыганов А.С. Анализ мер центральности узлов сетей на основе метода главных компонент // Информатика и автоматизация. 2020. Т. 19. № 6. С. 1307–1331. doi: 10.15622/ia.2020.19.6.7
- Singer Y. Dynamic measure of network robustness // Proc. IEEE 24th Convention of Electrical & Electronics Engineers in Israel. 2006. P. 366–370. doi: 10.1109/EEEL.2006.321105
- Mingxing Z., Jing L., Shuai W., Shan H. A comparative study of robustness measures for cancer signaling networks // *Big Data and Information Analytics*. 2017. V. 2. N 1. P. 87–96. doi: 10.3934/bdia.2017011
- Liu J., Zhou M., Wang S., Liu P. A comparative study of network robustness measures // *Frontiers of Computer Science*. 2017. V. 11. N 4. P. 568–584. doi: 10.1007/s11704-016-6108-z
- Витензон К.И., Вышинский А.П., Колесник А.В. Методика оценивания структурной устойчивости системы спутниковой связи с учетом важности передаваемой информации // Труды Военно-космической академии им. А.Ф. Можайского. 2019. № 667. С. 74–79.
- Barabási A.-L. *Network Science*. Glasgow: Cambridge University Press, 2016. 453 p.
- Шуваев Ф.Л., Татарка М.В. Анализ математических моделей случайных графов, применяемых в имитационном моделировании информационно-коммуникационных сетей // Вестник Санкт-Петербургского университета ГПС МЧС России. 2020. № 2. С. 67–77.
- Newman M.E.J. *Networks: An Introduction*. N.Y.: Oxford University Press Inc., 2010. 1042 p.
- Hartmann A., Mézard M. Distribution of diameters for Erdős-Rényi random graphs // *Physical Review E*. 2018. V. 97. N 3. P. 032128. doi: 10.1103/PhysRevE.97.032128
- Csardi G., Nepusz T. The igraph software package for complex network research // *InterJournal Complex Systems*. 2006. V. 1695.
- Lê S., Josse J., Husson F. FactoMineR: An R package for multivariate analysis // *Journal of Statistical Software*. 2008. V. 25. N 1. P. 1–18. doi: 10.18637/jss.v025.i01
- Bonchi F., De Francisci Morales G., Riondato M. Centrality measures on big graphs: Exact, approximated, and distributed algorithms // Proc. of the 25th International Conference Companion on World Wide Web. 2016. P. 1017–1020. doi: 10.1145/2872518.2891063
- Brandes U., Borgatti S., Freeman L. Maintaining the duality of closeness and betweenness centrality // *Social Networks*. 2016. V. 44. P. 153–159. doi: 10.1016/j.socnet.2015.08.003
- Шевченко Д.Н., Литвин А.Ю., Федянин М.А. Имитационное моделирование графа состояний в задачах анализа надежности технических систем // Проблемы физики, математики и техники. 2018. № 3(36). С. 101–104.
- Chen P.-Y., Choudhury S., Hero A.O. Multi-centrality graph spectral decompositions and their application to cyber intrusion detection // Proc. 41st IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2016. P. 4553–4557. doi: 10.1109/ICASSP.2016.7472539
- Шуваев Ф.Л., Татарка М.В. Анализ динамики мер центральности математических моделей случайных графов // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2020. Т. 20. № 2. С. 249–256. doi: 10.17586/2226-1494-2020-20-2-249-256
- Gibson H., Vickers P. Using adjacency matrices to lay out larger small-world networks // *Applied Soft Computing Journal*. 2016. V. 42. P. 80–92. doi: 10.1016/j.asoc.2016.01.036
- Faust K. Comparing social networks: Size, density, and local structure // *Metodološki zvezki*. 2006. V. 3. N 2. P. 185–216.
- Holme P., Kim B.J., Yoon C.N., Han S.K. Attack vulnerability of complex networks // *Physical Review E*. 2002. V. 65. N 5. P. 056109. doi: 10.1103/PhysRevE.65.056109
- Lu Z.-M., Li X.-F. Attack vulnerability of network controllability // *PLoS One*. 2016. V. 11. N 9. P. e0162289. doi: 10.1371/journal.pone.0162289

References

- Ashtiani M., Salehzadeh-Yazdi A., Razaghi-Moghadam Z., Hennig H., Wolkenhauer O., Mirzaie M., Jafari M. A Systematic survey of centrality measures for protein-protein interaction networks. *BMC Systems Biology*, 2018, vol. 12, no. 1, pp. 80. doi: 10.1186/s12918-018-0598-2
- Eremeev I., Tatarka M., Shuvaev F., Cyganov A. Comparative analysis of centrality measures of network nodes based on principal component analysis. *Informatics and Automation*, 2020, vol. 19, no. 6, pp. 1307–1331. (in Russian). doi: 10.15622/ia.2020.19.6.7
- Singer Y. Dynamic measure of network robustness. *Proc. IEEE 24th Convention of Electrical & Electronics Engineers in Israel*, 2006, pp. 366–370. doi: 10.1109/EEEL.2006.321105
- Mingxing Z., Jing L., Shuai W., Shan H. A comparative study of robustness measures for cancer signaling networks. *Big Data and Information Analytics*, 2017, vol. 2, no. 1, pp. 87–96. doi: 10.3934/bdia.2017011
- Liu J., Zhou M., Wang S., Liu P. A comparative study of network robustness measures. *Frontiers of Computer Science*, 2017, vol. 11, no. 4, pp. 568–584. doi: 10.1007/s11704-016-6108-z
- Vitenzon K.I., Vishinskiy A.P., Kolesnik A.V. The method of estimating the structural stability of the satellite communication system taking into account the importance of transmitted information. *Proceedings of the Military Space academy named after A.F. Mozhaysky*, 2019, no. 667, pp. 74–79. (in Russian)
- Barabási A.-L. *Network Science*. Glasgow, Cambridge University Press, 2016, 453 p.
- Shuvaev F.L., Tatarka M.V. Analysis of mathematical models of random graphs used in simulation of information and communication networks. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta GPs MChS Rossii*, 2020, no. 2, pp. 67–77. (in Russian)
- Newman M.E.J. *Networks: An Introduction*. N.Y., Oxford University Press Inc., 2010, 1042 p.
- Hartmann A., Mézard M. Distribution of diameters for Erdős-Rényi random graphs. *Physical Review E*, 2018, vol. 97, no. 3, pp. 032128. doi: 10.1103/PhysRevE.97.032128
- Csardi G., Nepusz T. The igraph software package for complex network research. *InterJournal Complex Systems*, 2006, vol. 1695.
- Lê S., Josse J., Husson F. FactoMineR: An R package for multivariate analysis. *Journal of Statistical Software*, 2008, vol. 25, no. 1, pp. 1–18. doi: 10.18637/jss.v025.i01
- Bonchi F., De Francisci Morales G., Riondato M. Centrality measures on big graphs: Exact, approximated, and distributed algorithms. *Proc. of the 25th International Conference Companion on World Wide Web*, 2016, pp. 1017–1020. doi: 10.1145/2872518.2891063
- Brandes U., Borgatti S., Freeman L. Maintaining the duality of closeness and betweenness centrality. *Social Networks*, 2016, vol. 44, pp. 153–159. doi: 10.1016/j.socnet.2015.08.003
- Shevchenko D.N., Litvin A.U., Fedianin M.A. Reliability analysis of technical systems by simulation modeling of graph of states. *Problems of Physics, Mathematics and Technics*, 2018, no. 3(36), pp. 101–104 (in Russian).
- Chen P.-Y., Choudhury S., Hero A.O. Multi-centrality graph spectral decompositions and their application to cyber intrusion detection. *Proc. 41st IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, 2016, pp. 4553–4557. doi: 10.1109/ICASSP.2016.7472539
- Shuvaev F.L., Tatarka M.V. Dynamics of centrality measures of random graph mathematical models. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2020, vol. 20, no. 2, pp. 249–256. (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2020-20-2-249-256
- Gibson H., Vickers P. Using adjacency matrices to lay out larger small-world networks. *Applied Soft Computing Journal*, 2016, vol. 42, pp. 80–92. doi: 10.1016/j.asoc.2016.01.036
- Faust K. Comparing social networks: Size, density, and local structure. *Metodološki zvezki*, 2006, vol. 3, no. 2, pp. 185–216.
- Holme P., Kim B.J., Yoon C.N., Han S.K. Attack vulnerability of complex networks. *Physical Review E*, 2002, vol. 65, no. 5, pp. 056109. doi: 10.1103/PhysRevE.65.056109
- Lu Z.-M., Li X.-F. Attack vulnerability of network controllability. *PLoS One*, 2016, vol. 11, no. 9, pp. e0162289. doi: 10.1371/journal.pone.0162289

22. Dong S., Mostafizi A., Wang H., Gao J., Li X. Measuring the topological robustness of transportation networks to disaster-induced failures: a percolation approach // *Journal of Infrastructure Systems*. 2020. V. 26. N 2. P. 04020009. doi: 10.1061/(ASCE)IS.1943-555X.0000533

22. Dong S., Mostafizi A., Wang H., Gao J., Li X. Measuring the topological robustness of transportation networks to disaster-induced failures: a percolation approach. *Journal of Infrastructure Systems*, 2020, vol. 26, no. 2, pp. 04020009. doi: 10.1061/(ASCE)IS.1943-555X.0000533

Авторы

Семенов Кирилл Владимирович — доктор технических наук, начальник кафедры, Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург, 197198, Российская Федерация, <http://orcid.org/0000-0002-0397-4009>, kvsemenov82@yandex.ru

Шуваев Федор Леонидович — кандидат технических наук, научный сотрудник, Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург, 197198, Российская Федерация, <http://orcid.org/0000-0001-7502-9455>, cadetfed@mail.ru

Витензон Кирилл Игоревич — адъюнкт, Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург, 197198, Российская Федерация, [sc 572205744947](http://orcid.org/0000-0001-5315-7843), <http://orcid.org/0000-0001-5315-7843>, witenzon_kirill@mail.ru

Authors

Kirill V. Semenov — D.Sc., Head of Chair, Mozhayskiy Military Space Academy, Saint Petersburg, 197198, Russian Federation, <http://orcid.org/0000-0002-0397-4009>, kvsemenov82@yandex.ru

Fedor L. Shuvaev — PhD, Scientific Researcher, Mozhayskiy Military Space Academy, Saint Petersburg, 197198, Russian Federation, <http://orcid.org/0000-0001-7502-9455>, cadetfed@mail.ru

Kirill I. Vitenzon — PhD Student, Mozhayskiy Military Space Academy, Saint Petersburg, 197198, Russian Federation, [sc 572205744947](http://orcid.org/0000-0001-5315-7843), <http://orcid.org/0000-0001-5315-7843>, witenzon_kirill@mail.ru

Статья поступила в редакцию 29.01.2021
Одобрена после рецензирования 05.03.2021
Принята к печати 21.03.2021

Received 29.01.2021
Approved after reviewing 05.03.2021
Accepted 21.03.2021



Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»