

АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ И РОБОТОТЕХНИКА AUTOMATIC CONTROL AND ROBOTICS

doi: 10.17586/2226-1494-2021-21-4-449-456
 УДК 681.5.015

Проблема применения процедуры DREM в задаче идентификации интервально заданных параметров

Антон Игоревич Глущенко¹, Владислав Анатольевич Петров²,
 Константин Андреевич Ласточкин³✉

^{1,2,3} Старооскольский технологический институт им. А.А. Угарова (филиал) НИТУ «МИСиС», Старый Оскол, 309516, Российская Федерация

¹ a.glushchenko@sf-misis.ru, <https://orcid.org/0000-0002-6948-9807>

² petrov.va@misis.ru, <https://orcid.org/0000-0002-4844-1329>

³ lastconst@yandex.ru✉, <https://orcid.org/0000-0002-1409-0401>

Аннотация

Предмет исследования. Исследована применимость процедуры расширения и смешивания регрессора (DREM, Dynamic Regressor Extension and Mixing) для идентификации интервально заданных параметров линейной регрессии. В отличие от известных работ, показано, что применение базовой процедуры DREM в задаче идентификации интервально-заданных параметров приводит к генерации на некоторых интервалах времени скалярных возмущенных регрессий, что существенно ухудшает качество получаемых оценок. **Метод.** Для решения обнаруженной проблемы предложен новый подход к динамическому расширению регрессора, основанный на интервальной интегральной фильтрации с экспоненциальным забыванием и сбросом. **Основные результаты.** Предложена модифицированная процедура DREM, которая, в отличие от базовой, позволяет генерировать скалярные регрессии с регулируемым уровнем возмущения. В рамках численных экспериментов по идентификации интервально заданных параметров подтверждено: полученное описание возмущенных скалярных регрессий, наличие выбросов по оценкам параметров таких регрессий при применении градиентного и FCT-D-контра (Finite Convergence Time DREM), а также показана возможность регулирования величины выбросов по оценкам при использовании разработанной модифицированной процедуры DREM. **Практическая значимость.** Процедура может быть применена в задачах построения систем идентификации и адаптивного управления.

Ключевые слова

идентификация, линейная регрессия, DREM, FCT-D, интервальная фильтрация, конечное возбуждение

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-47-310003 p_a).

Ссылка для цитирования: Глущенко А.И., Петров В.А., Ласточкин К.А. Проблема применения процедуры DREM в задаче идентификации интервально заданных параметров // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2021. Т. 21, № 4. С. 449–456. doi: 10.17586/2226-1494-2021-21-4-449-456

DREM procedure application for piecewise constant parameters identification

Anton I. Glushchenko¹, Vladislav A. Petrov², Konstantin A. Lastochkin³✉

^{1,2,3} Stary Oskol technological institute n.a. A.A. Ugarov (branch NUST “MISIS”), Stary Oskol, 309516, Russian Federation

¹ a.glushchenko@sf-misis.ru, <https://orcid.org/0000-0002-6948-9807>

² petrov.va@misis.ru, <https://orcid.org/0000-0002-4844-1329>

³ lastconst@yandex.ru✉, <https://orcid.org/0000-0002-1409-0401>

Abstract

The research focuses on the applicability of the Dynamic Regressor Extension and Mixing (DREM) procedure for the identification of the piecewise constant parameters of a linear regression. Unlike the known papers, it is shown that the application of the baseline DREM procedure to the identification of piecewise constant parameters generates the scalar perturbed regressions at some time intervals, which significantly deteriorates the quality of the unknown parameters

© Глущенко А.И., Петров В.А., Ласточкин К.А., 2021

estimates. The methods of the research imply integral and differential calculus and mathematical modeling. To solve the revealed problem, the authors propose a new method of dynamic regressor extension, which is based on the interval integral filtering with exponential forgetting and resetting. The study describes the modified DREM procedure, which, unlike the baseline one, allows one to generate the scalar regressions with an adjustable level of perturbation. Numerical experiments to identify piecewise constant parameters yielded the following results: the correctness of the obtained perturbed regression description and the presence of overshoot of such perturbed regression parameter estimates using the gradient method and FCT-D (Finite Convergence Time DREM). It is also shown that the values of such overshoot can be adjusted if the proposed modified DREM procedure is applied. The proposed procedure can be applied to the development of identification and adaptive control systems.

Keywords

identification, linear regression, DREM, FCT-D, interval-based filtration, finite excitation

Acknowledgements

The study was financially supported by the Russian Foundation for Basic Research (Project No. 18-47-310003-p_a).

For citation: Glushchenko A.I., Petrov V.A., Lastochkin K.A. DREM procedure application for piecewise constant parameters identification. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2021, vol. 21, no. 4, pp. 449–456 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2021-21-4-449-456

Введение

Процедура динамического расширения и смешивания DREM (Dynamic Regressor Extension and Mixing) [1–3] получила широкое распространение при решении задачи оценки постоянных параметров линейных регрессионных уравнений. Благодаря применению данной процедуры удалось получить решение ряда ранее открытых проблем теории управления [4–9]. Как показывают последние работы [9–15], вектор современных исследований в теории идентификации направлен на ослабление требования постоянного возбуждения регрессора для точной (в смысле асимптотической сходимости параметрической ошибки) оценки не постоянных, а изменяющихся параметров, которые могут быть как интервально заданными, так и непрерывно зависящими от времени. В настоящей работе рассмотрена исключительно проблематика идентификации интервально заданных неизвестных параметров.

При разработке контуров оценки для данной задачи логично использовать процедуры, уже показавшие свою эффективность при оценке постоянных параметров. Именно поэтому в [9–12] построение контуров оценки, способных идентифицировать переменные параметры, начинается с рассмотрения скалярных регрессий, генерируемых процедурой DREM. При этом авторы как в теоретических, так и в экспериментальных частях работ [9–12] опускают саму процедуру DREM, а концентрируются на решении задачи оценки интервально заданных параметров скалярных регрессионных уравнений, уже полученных с ее помощью. Как показано в настоящей работе, в случае применения базовой процедуры DREM к регрессии с интервально заданными параметрами, генерируемые скалярные регрессии на некоторых интервалах времени образуются из суперпозиции регрессий с различными значениями параметров (текущими и некоторым рядом предыдущих). Другими словами, процедура DREM в этом случае генерирует возмущенные скалярные регрессионные уравнения. Известно [16], что при оценке неизвестных параметров по возмущенным уравнениям в лучшем случае обеспечивается асимптотическая сходимость параметрической ошибки идентификации к ненулевой области. По этой причине проблема генерации процедурой DREM скалярных возмущенных регрессионных

уравнений является актуальной и требует детального анализа.

Цель работы: аналитическое и экспериментальное описание проблемы генерации процедурой DREM скалярных возмущенных уравнений в задаче оценки интервально заданных неизвестных параметров; разработка модификации процедуры DREM, позволяющей в некоторой мере устранить упомянутую проблему.

Теоретическое описание проблемы

Рассмотрим задачу идентификации параметров регрессионного уравнения

$$y(t) = \theta^T(t)\varphi(t),$$

где $\varphi \in R^n$; $y \in R$ — измеримые регрессор и функция; $\theta \in R^n$ — неизвестные параметры.

Предположим выполнение для φ условия конечного возбуждения (Finite Excitation condition, FE).

Определение 1. Регрессор $\varphi(t) \in L_\infty$ возбуждается конечно ($\varphi \in FE$) на интервале $[t_r^+; t_e]$ если существуют $t_r^+ \geq 0$, $t_e > t_r^+$ и $\alpha > 0$ такие, что верно неравенство

$$\int_{t_r^+}^{t_e} \varphi(\tau)\varphi^T(\tau)d\tau \geq \alpha I, \tag{1}$$

где L_∞ — пространство существенно ограниченных функций; I — единичная матрица; α — степень возбуждения; τ — время.

Дополнительно будем считать, что неизвестные параметры θ скачкообразно изменяются на интервале возбуждения $[t_r^+; t_e]$.

Предположение 1. Неизвестные параметры $\theta \forall t \geq t_r^+$ такие, что

$$\dot{\theta} = \delta(t - t_i); \theta(t) = \theta_0 + \sum_i \theta_i h(t - t_i), \tag{2}$$

где $\delta(t - t_i)$, $h(t - t_i)$ — смещенные функции Дирака и Хевисайда соответственно; $t_i < t_e$ — неизвестные моменты времени изменения значений вектора неизвестных параметров.

Класс параметров (2) соответствует характеру изменения θ в экспериментальных частях работ [9–12]. Для простоты дальнейшего анализа и изложения, не

теряя общности результатов, рассмотрим случай $n = 2$. В соответствии с [1–3], введем оператор задержки:

$$(\cdot)_{f(t)} := (\cdot)(t - t_d), \quad (3)$$

где $0 < t_d < t_e$ — параметр, определяющий величину задержки.

Рассмотрим три возможные ситуации:

- 1) $t < t_i$ — изменение параметров θ не произошло;
- 2) $t \in [t_i; t_i + t_d]$ — изменение параметров θ произошло, но на выходе оператора задержки все еще информация о регрессии со «старыми» параметрами;
- 3) $t \geq t_i + t_d$ — изменение параметров θ произошло, и на выходе оператора задержки уже присутствует информация о регрессии с текущими параметрами.

Для ситуаций 1 и 3, пропуская через (3) функцию y , имеем

$$y_{f_1}(t) = y(t - t_d) = \theta^T \varphi(t - t_d) = \theta^T \varphi_{f_1}(t).$$

Тогда уравнение расширенной регрессии принимает вид

$$\begin{aligned} y_f(t) &= \varphi_f(t)\theta \\ y_f(t) &:= [y(t) \ y_{f_1}(t)]^T; \varphi_f(t) := [\varphi(t) \ \varphi_{f_1}(t)]^T. \end{aligned} \quad (4)$$

Домножив уравнение (4) слева на союзную матрицу $\text{adj}\{\varphi_f(t)\}$, получим

$$\begin{aligned} z(t) &= \text{adj}\{\varphi_f(t)\}y_f(t) = \text{adj}\{\varphi_f(t)\}\varphi_f(t)\theta = \\ &= \det\{\varphi_f(t)\}\theta = \omega(t)\theta, \end{aligned} \quad (5)$$

где $z \in R^n$, $\omega \in R$.

Допущение 1. Здесь и далее будем считать, что параметр t_d выбран в соответствии с рекомендациями [3] так, что верна импликация $\varphi \in FE \Rightarrow \omega \in FE$. Например, если элементы регрессора φ — это гармонические функции с частотами φ_{1k} и φ_{2k} , то t_d необходимо выбрать из условия $t_d < \frac{\pi}{\max\{\varphi_{1k}, \varphi_{2k}\}}$.

Для ситуации 2, пропустив с учетом $t \in [t_i; t_i + t_d]$ через (3) функцию y , имеем

$$\begin{aligned} \forall t \in [t_i; t_i + t_d]: y_{f_1}(t) &= y(t - t_d) = \\ &= \theta^T(t - t_d)\varphi(t - t_d) = \theta^T(t - t_d)\varphi_{f_1}(t). \end{aligned} \quad (6)$$

На основании (2) введем следующее переобозначение:

$$\theta(t) = \begin{cases} \theta_0, & \text{если } t < t_i \\ \theta_0 + \underbrace{\sum_i \theta_i h(t - t_i)}_{\Theta_1}, & \text{если } t \geq t_i \end{cases} \quad (7)$$

С учетом обозначения (7) можем переписать уравнение (6):

$$\begin{aligned} \forall t \in [t_i; t_i + t_d]: y_{f_1}(t) &= \theta_0^T \varphi(t - t_d) = \theta_0^T \varphi_{f_1}(t) = \\ &= (\theta^T - \Theta_1^T) \varphi_{f_1}(t). \end{aligned}$$

Тогда уравнение расширенной регрессии $\forall t \in [t_i; t_i + t_d]$ принимает вид

$$y_f(t) = \varphi_f(t)\theta - \mathbf{b}\varphi_{f_1}^T(t)\Theta_1, \quad (8)$$

где $\mathbf{b} = [0 \ 1]^T$. Домножив уравнение (8) слева на союзную матрицу $\text{adj}\{\varphi_f(t)\} \ \forall t \in [t_i; t_i + t_d]$, получим

$$\begin{aligned} z(t) &= \omega(t)\theta - \text{adj}\{\varphi_f(t)\}\mathbf{b}\varphi_{f_1}^T(t)\Theta_1 = \\ &= \omega(t)\theta + \Omega(t)\Theta_1 = \omega(t)\theta + \mathbf{d}(t), \end{aligned} \quad (9)$$

где $\|\mathbf{d}\| \leq d_m$ — возмущение, ограниченное в силу $\varphi_f \in L_\infty$ и $\Theta_1 \in L_\infty$.

Используя (5) и (9), запишем итоговое определение функции $z(t)$:

$$z(t) = \begin{cases} \omega(t)\theta, & \forall t \in [t_0; t_i] \\ \omega(t)\theta + \mathbf{d}(t), & \forall t \in [t_i; t_i + t_d], \\ \omega(t)\theta, & \forall t \geq t_i + t_d \end{cases} \quad (10)$$

где $t_r^+ < t_0 < t_e$ — момент времени, начиная с которого на выходе оператора (3) формируется ненулевой сигнал.

Выполним анализ влияния возмущения \mathbf{d} на свойства градиентного контура идентификации [16], построенного по полученной регрессии (10):

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}}(t) &= \hat{\dot{\theta}}(t) - \dot{\theta}(t) = -\gamma_{GD}\omega(t)(\omega(t)\hat{\theta}(t) - z(t)) - \dot{\theta}(t) = \\ &= -\gamma_{GD}\omega^2\tilde{\theta}(t) - \dot{\theta}(t), \end{aligned} \quad (11)$$

где γ_{GD} — коэффициент усиления градиентного (GD) контура оценки.

Принимая во внимание (10), из (11) получаем (для краткости зависимость величин от времени опущена):

$$\dot{\hat{\theta}} = \begin{cases} -\gamma_{GD}\omega^2\tilde{\theta}, & \forall t \in [t_0; t_i] \\ -\gamma_{GD}\omega^2\tilde{\theta} - \gamma_{GD}\omega\mathbf{d} - \dot{\theta}, & \forall t \in [t_i; t_i + t_d], \\ -\gamma_{GD}\omega^2\tilde{\theta}, & \forall t \geq t_i + t_d \end{cases} \quad (12)$$

В дальнейшем анализе, в соответствии с условием (1), будем предполагать, что $\forall t \leq t_e$ существует число κ такое, что $\forall t \leq t_e$ верно неравенство $\omega^2 \geq \kappa > 0$.

Введем в рассмотрение квадратичную форму:

$$V = \frac{1}{2\gamma_{GD}}\hat{\theta}^T\hat{\theta} = \frac{1}{2\gamma_{GD}}\|\hat{\theta}\|^2. \quad (13)$$

Производная функции (13) $\forall t \geq t_0$ имеет вид: $\dot{V} = \frac{1}{\gamma_{GD}}\hat{\theta}^T\dot{\hat{\theta}}$. Рассмотрим данную производную на интервалах, обозначенных в (12).

На интервале $[t_0; t_i]$ производная функции (13) приобретает вид

$$\dot{V} = -\hat{\theta}^T\omega^2\tilde{\theta}_i \leq -\kappa\|\tilde{\theta}\|^2 = -2\kappa\gamma_{GD}V. \quad (14)$$

Получим решение дифференциального уравнения (14) $\forall t \in [t_0; t_i]$:

$$V(t) \leq e^{-2\kappa\gamma_{GD}(t-t_0)}V(t_0). \quad (15)$$

Учитывая определение (13), из (15) получим оценку параметрической ошибки на интервале $[t_0; t_i]$:

$$\|\hat{\theta}(t)\| \leq e^{-\kappa\gamma_{GD}(t-t_0)}\|\hat{\theta}(t_0)\|. \quad (16)$$

Перейдем к рассмотрению интервала $[t_i; t_i + t_d]$, на котором производная функции (13) задана как:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\tilde{\theta}^T \omega^2 \tilde{\theta} - \tilde{\theta}^T [\omega \mathbf{d} + \gamma_{GD}^{-1} \dot{\theta}] \leq \\ &\leq -\kappa \|\tilde{\theta}\|^2 + [\sqrt{\kappa} d_m + \gamma_{GD}^{-1} \dot{\theta}_m] \|\tilde{\theta}\|, \end{aligned} \quad (17)$$

где $\|\dot{\theta}\| \leq \dot{\theta}_m$ — оценка производной $\dot{\theta}$ в моменты времени t_i (в реальных условиях производная $\dot{\theta}$ описывается в соответствии с (2) функцией Дирака, но имеет конечную амплитуду).

Учитывая справедливость для любых $a > 0$ и $b > 0$ неравенства

$$-a^2 + ab = \frac{1}{2}[-a^2 - (a-b)^2 + b^2] \leq -\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2,$$

и обозначив в (17) $a = \sqrt{\kappa} \|\tilde{\theta}\|$; $b = \frac{\sqrt{\kappa} d_m + \gamma_{GD}^{-1} \dot{\theta}_m}{\sqrt{\kappa}}$ имеем

$$\dot{V} \leq -\frac{\kappa}{2} \|\tilde{\theta}\|^2 + \frac{(\sqrt{\kappa} d_m + \gamma_{GD}^{-1} \dot{\theta}_m)^2}{2\kappa}. \quad (18)$$

Решив дифференциальное неравенство (18) $\forall t \in [t_i; t_i + t_d]$, получим

$$V(t) \leq e^{-\kappa \gamma_{GD}(t-t_i)} V(t_i) + \frac{(\sqrt{\kappa} d_m + \gamma_{GD}^{-1} \dot{\theta}_m)^2}{2\gamma_{GD} \kappa^2}. \quad (19)$$

Учитывая определение функции (13) и неравенство $\sqrt{a+b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ из (19) получим оценку параметрической ошибки $\forall t \in [t_i; t_i + t_d]$:

$$\|\tilde{\theta}(t)\| \leq e^{-0,5\kappa \gamma_{GD}(t-t_i)} \|\tilde{\theta}(t_i)\| + \frac{(\sqrt{\kappa} d_m + \gamma_{GD}^{-1} \dot{\theta}_m)}{\kappa}, \quad (20)$$

где $\|\tilde{\theta}(t_i)\| = e^{-\kappa \gamma_{GD}(t_i-t_0)} \|\tilde{\theta}(t_0)\| + \|\Theta_1\|$.

Рассмотрим интервал $[t_i + t_d; t_e]$, на котором производная функции (13) имеет вид

$$\dot{V} \leq -\kappa \|\tilde{\theta}\|^2. \quad (21)$$

Получим решение дифференциального уравнения (21) $\forall t \in [t_i + t_d; t_e]$:

$$V(t) \leq e^{-2\kappa \gamma_{GD}(t-t_i-t_d)} V(t_i + t_d). \quad (22)$$

Учитывая (13), из (22) имеем оценку параметрической ошибки $\forall t \in [t_i + t_d; t_e]$:

$$\|\tilde{\theta}(t)\| \leq e^{-\kappa \gamma_{GD}(t-t_i-t_d)} \|\tilde{\theta}(t_i + t_d)\|, \quad (23)$$

где $\|\tilde{\theta}(t_i + t_d)\| = e^{-0,5\kappa \gamma_{GD} t_d} \|\tilde{\theta}(t_i)\| + \frac{(\sqrt{\kappa} d_m + \gamma_{GD}^{-1} \dot{\theta}_m)}{\kappa}$.

Так как $\forall t \leq t_e$ существует число κ , такое, что верно $\omega^2 \geq \kappa > 0$, то $\forall t > t_e$ параметрическая ошибка будет ограничена в соответствии с выражением:

$$\|\tilde{\theta}(t)\| \leq e^{-\kappa \gamma_{GD}(t-t_i-t_d)} \|\tilde{\theta}(t_i + t_d)\|. \quad (24)$$

Таким образом, на интервалах $[t_0; t_i]$ и $[t_i + t_d; t_e]$ в соответствии с (16) и (23), (24) положение равновесия параметрической ошибки $\tilde{\theta}$ совпадает с нулем, а на интервале $[t_i; t_i + t_d]$, в соответствии с (20), отлично от нуля, что приводит к выбросу по $\tilde{\theta}$ на интервале $[t_i; t_i + t_d]$. Амплитуда данного выброса при постоянных параметрах κ и γ_{GD} определяется исключительно амплитудой возмущений θ и \mathbf{d} . Величина $\dot{\theta}$ не зависит от системы идентификации и оказывает влияние

только на параметрическую ошибку $\tilde{\theta}$. В свою очередь возмущение \mathbf{d} генерируется процедурой DREM при использовании в качестве фильтра оператора задержки (3) и оказывает влияние не только на параметрическую ошибку $\tilde{\theta}$, но и на оценку $\hat{\theta}$. Так как в соответствии с (9) амплитуда возмущения \mathbf{d} не может быть уменьшена выбором параметра t_d , то контуром идентификации (11) на интервале $[t_i; t_i + t_d]$ возможно формирование неприемлемой для практики оценки $\hat{\theta}$.

Замечание 1. Проведенный анализ является консервативным, поскольку предполагается $\dot{\theta} \neq \mathbf{0}_2$ на интервале $[t_i; t_i + t_d]$, хотя на самом деле $\dot{\theta} \neq \mathbf{0}_2$ только в момент времени $t = t_i$.

Замечание 2. При использовании в процедуре DREM вместо задержки (3) минимально фазового устойчивого динамического фильтра описанная проблема сохраняется, но требует отдельного детального анализа.

Экспериментальная демонстрация проблемы

Подтвердим экспериментально полученные теоретические выводы. Исходный регрессор ϕ , вектор неизвестных параметров θ и задержку t_d зададим в виде:

$$\phi(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-t} \end{bmatrix}; \theta(t) = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \end{bmatrix} h(t-0,5); t_d = 0,001.$$

В эксперименте выполним моделирование градиентного закона (11) и FCT-D (Finite Convergence Time DREM) контура оценки, предложенного в [11] специально для идентификации интервально заданных параметров:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}^{FCT} &= \frac{1}{1 - \varphi_d} [\hat{\theta} - \varphi_d \hat{\theta}(t - T_d)]; \\ \varphi_d &= \begin{cases} \sigma, & \text{если } \varphi \geq \sigma, \\ \varphi, & \text{если } \varphi < \sigma, \end{cases} \end{aligned} \quad (25)$$

$$\hat{\theta} = -\gamma_{FCT} \omega(\hat{\theta} \omega - \mathbf{z}); \dot{\varphi} = -\gamma_{FCT} (\omega^2(t) - \omega^2(t - T_d)) \varphi, \varphi(0) = 1.$$

где γ_{FCT} — коэффициент усиления FCT-D контура оценки; σ, T_d — параметры FCT-D контура оценки.

Параметры контуров оценки (11) и (25) зададим следующим образом:

$$\gamma_{GD} = \gamma_{FCT} = 10^7; \hat{\theta}(0) = \mathbf{0}_2; \sigma = 0,99; T_d = 0,05.$$

Выбор параметров контура оценки (25) выполнен в соответствии с рекомендациями, данными в разделе IV работы [11]. На рис. 1 представлено сравнение функции $\mathbf{z}(t)$, формируемой процедурой DREM, и функции $\bar{\mathbf{z}}(t)$, аналитически рассчитанной $\forall t$ по формуле (9) в предположении известности параметров θ и Θ_1 .

Как следует из рис. 1, аналитическая оценка $\bar{\mathbf{z}}(t)$ функции $\mathbf{z}(t)$ справедлива и позволяет подтвердить присутствие в $\mathbf{z}(t)$ возмущения \mathbf{d} на интервале $[t_i; t_i + t_d]$.

На рис. 2 представлены переходные процессы по возмущению \mathbf{d} при различной величине задержки t_d . Возмущение $\mathbf{d} \forall t \in [t_i; t_i + t_d]$ аналитически рассчитано по формуле (9) на основании известных параметров θ и Θ_1 .

Из переходных процессов, представленных на рис. 2, следует, что уменьшить возмущение \mathbf{d} выбором

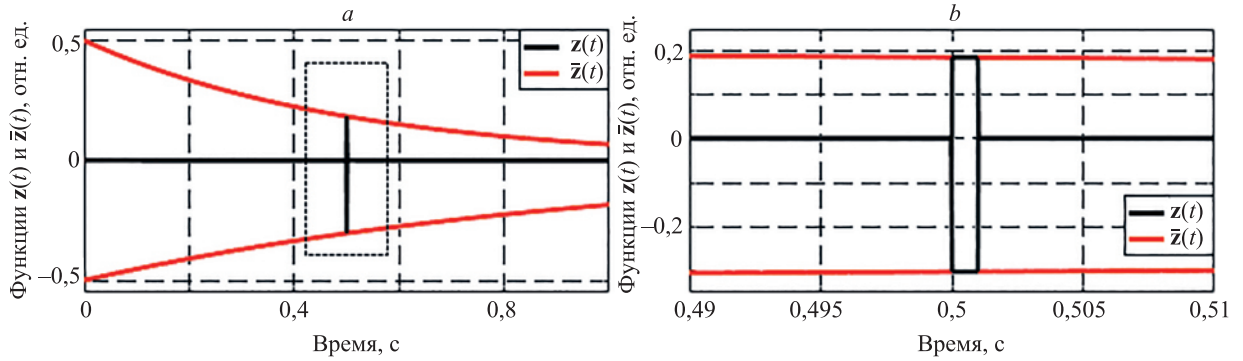


Рис. 1. Сравнение функций $z(t)$ и $\bar{z}(t)$: в нормальном масштабе (а); в увеличенном масштабе (b) для выделенной пунктирным прямоугольником области на рис. 1, а

Fig. 1. Comparison of $z(t)$ and $\bar{z}(t)$ functions: at a standard scale (a); at an expanded scale (b) for the region highlighted by the dashed rectangle in the fig. 1, a

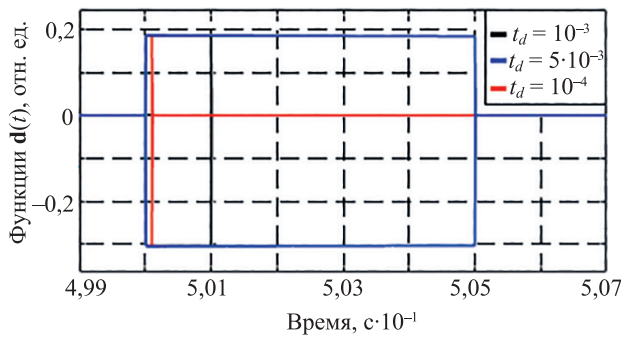


Рис. 2. Переходные процессы по возмущению $d(t)$ при различных t_d

Fig. 2. Transient curves of $d(t)$ disturbance for different values of t_d

величины задержки t_d невозможно, но можно сократить временной интервал его действия, выбирая $t_d \rightarrow 0$.

На рис. 3 представлены переходные процессы по оценкам $\hat{\theta}$, полученным с помощью контуров идентификации (11) и (25) при $t_d = 0,001$ с.

Переходные процессы, приведенные на рис. 3, подтверждают выводы, сделанные в разделе «Теоретическое описание проблемы» настоящей работы. Действительно, в переходных процессах по $\hat{\theta}$, независимо от используемого контура оценки, присутствуют

выбросы на интервале $[t_i; t_i + t_d)$. Амплитуда выбросов весьма значительна относительно θ , что может быть серьезным препятствием для использования базовой процедуры ДРС в задачах адаптации параметров управляющих устройств и наблюдателей в условиях интервально заданных неизвестных параметров.

Интервальный интегральный фильтр со списыванием и сбросом

Для решения проблемы генерации процедурой DREM скалярных возмущенных регрессий предлагается сформировать расширенную регрессию (4) следующим образом:

$$\varphi_f(t_k) = \mathbf{0}_{n \times n}; \mathbf{y}_f(t_k) = \mathbf{0}_n,$$

$$\varphi_f^T(t) = \int_{t_k}^t \exp(-\int \beta d\tau_1) \varphi(\tau) \varphi^T(\tau) d\tau; \quad (26)$$

$$\mathbf{y}_f^T(t) = \int_{t_k}^t \exp(-\int \beta d\tau_1) \mathbf{y}(\tau) \varphi^T(\tau) d\tau,$$

где $t_k = T \cdot \text{floor}(t/T)$ — момент времени начала нового интервала фильтрации $\text{floor}(\cdot)$ — функция целочисленного округления; $T > 0$ — ширина окна фильтрации; $\beta > 0$ — фактор памяти.

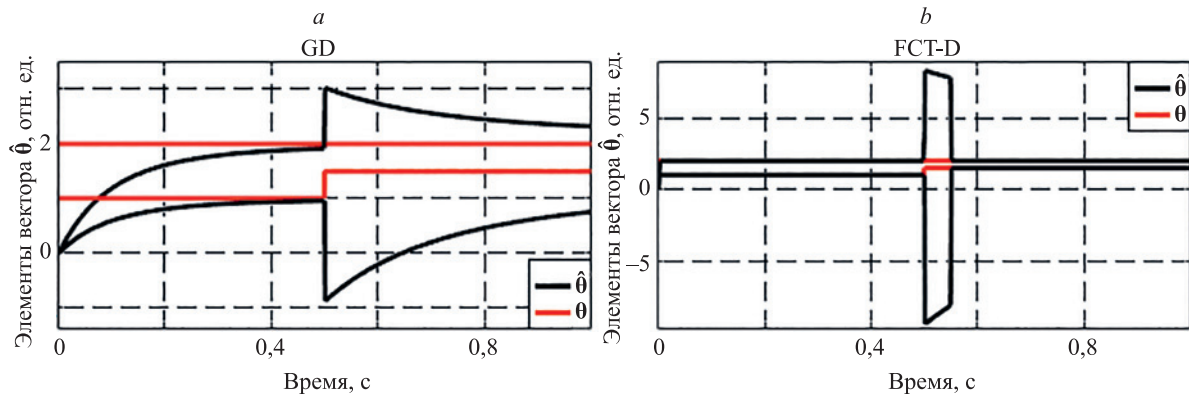


Рис. 3. Переходные процессы по $\hat{\theta}$ для контуров (11) — GD (а) и (25) — FCT-D (b)

Fig. 3. Transient curves of $\hat{\theta}$ for loops (11) — GD (a) and (25) — FCT-D (b)

Тезисно опишем свойства скалярных регрессий, генерируемых путем умножения уравнений (26) на союзную матрицу $\text{adj}\{\varphi_f(t)\}$.

1) Если $t_i = t_k$ или $t_i \notin [t_k; t_{k+1}]$, то на интервале фильтрации $[t_k; t_{k+1}]$ генерируются скалярные регрессии без возмущений.

2) Если $t_i \in (t_k; t_{k+1}]$, то на интервале фильтрации $[t_k; t_{k+1}]$ генерируются возмущенные скалярные регрессии, а возмущение может быть уменьшено путем выбора параметров фильтра (26).

Доказательство первого тезиса тривиально, поскольку в этом случае $\theta = \text{const} \forall t \in [t_k; t_{k+1}]$. Для доказательства второго тезиса представим $\varphi_f(t)$ и $y_f(t)$ на отрезке $[t_k; t_{k+1}]$ в виде:

$$\begin{aligned} \varphi_{f1}^T(t) &= \int_{t_k}^{t_i} \exp(-\int_0^\tau \beta d\tau_1) \varphi(\tau) \varphi^T(\tau) d\tau + \\ &\quad + \int_{t_i}^{t_{k+1}} \exp(-\int_0^\tau \beta d\tau_1) \varphi(\tau) \varphi^T(\tau) d\tau; \\ \varphi_{f2}^T(t) &= \int_{t_k}^{t_i} \exp(-\int_0^\tau \beta d\tau_1) y(\tau) \varphi^T(\tau) d\tau + \\ &\quad + \int_{t_i}^{t_{k+1}} \exp(-\int_0^\tau \beta d\tau_1) y(\tau) \varphi^T(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (27)$$

Вектор неизвестных параметров θ на отрезке $[t_k; t_{k+1}]$ задан как:

$$\theta = \begin{cases} \theta_0, \forall t \in [t_k; t_i] \\ \theta_0 + \sum_i \theta_i h(t - t_i), \forall t \in [t_i; t_{k+1}]. \end{cases} \quad (28)$$

Объединив выражения (27) и (28), $\forall t \in [t_i; t_{k+1}]$ имеем расширенную регрессию:

$$\begin{aligned} y_f &= (\varphi_{f1} + \varphi_{f2})\theta_0 + \varphi_{f2}\Theta_1 = \varphi_f(\theta_0 \pm \Theta_1) + \varphi_{f2}\Theta_1 = \\ &= \varphi_f\theta - \varphi_{f1}\Theta_1, \end{aligned} \quad (29)$$

где φ_{f1} и φ_{f2} — недоступные для измерения регрессоры.

Умножив (29) на союзную матрицу $\text{adj}\{\varphi_f(t)\}$, $\forall t \in [t_i; t_{k+1}]$ получим

$$\begin{aligned} z(t) &= \omega(t)\theta_0 + \underbrace{\text{adj}\{\varphi_f\} \varphi_{f2} \Theta_1}_{D_1} = \\ &= \omega(t)\theta - \underbrace{\text{adj}\{\varphi_f\} \varphi_{f1} \Theta_1}_{D_2}. \end{aligned} \quad (30)$$

Из уравнения (30) на основании определения в (27) функций φ_{f1} и φ_{f2} можно сделать вывод: чем ближе момент времени t_i к малой окрестности t_k (или t_{k+1}), тем меньше величина возмущения $D_1(D_2)$ (из (27) при $t_i \rightarrow t_k$ функция $\varphi_{f1} \rightarrow 0$, а при $t_i \rightarrow t_{k+1}$ функция $\varphi_{f2} \rightarrow 0$). Другими словами, при $t_i \rightarrow t_{k+1}$ и применении закона оценки вида (11) можно считать, что на отрезке $[t_i; t_{k+1}]$ осуществляется идентификация вектора старых параметров θ_0 в условиях ограниченного возмущения D_1 , а при $t_i \rightarrow t_k$ на отрезке $[t_i; t_{k+1}]$ осуществляется идентификация вектора новых параметров $\theta = \theta_0 + \Theta_1$ в условиях ограниченного возмущения D_2 . Приблизить t_i к малой окрестности t_k (или t_{k+1}) представляется возможным, выбирая параметр T фильтра (26). Также отметим возможность уменьшения возмущения D_1 с помощью выбора параметра β (при $\beta \rightarrow \infty$ момент времени смены параметров на интервале $[t_k; t_{k+1}]$ попадает в «область нечувствительности» фильтра (26) к новым данным, а следовательно, $\varphi_{f2} \rightarrow 0$ и $D_1 \rightarrow 0$).

Рассмотрим описанные свойства на примере. Промоделируем градиентный контур оценки (11), построенный на основе регрессий, генерируемых по (26).

Сравним качество оценки при изменении параметров θ в моменты времени $t_i = 0,451$ с, $t_i = 0,4875$ с и $t_i = 0,524$ с. Параметры градиентного контура оценки (11), фильтра (26) и неизвестных параметров (28) установим следующим образом:

$$\gamma_{GD} = 10^{16}; T = 0,075; \beta = \frac{5}{0,1}; \theta_0 = [2 \ 1]^T; \Theta_1 = [0 \ 0,5]^T.$$

На рис. 4, а представлены переходные процессы по оценкам $\hat{\theta}$.

Из рис. 4, а следует, что чем ближе t_i границам интервала фильтрации $[0,45; 0,525]$, тем меньше ампли-

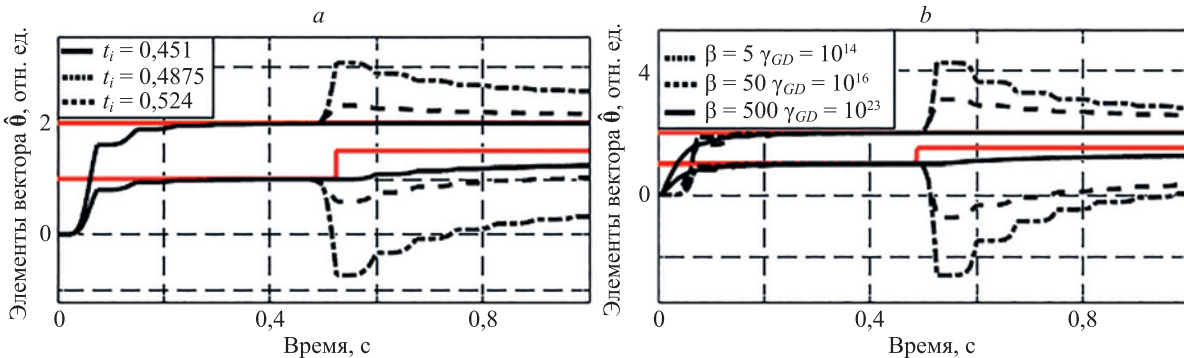


Рис. 4. Переходные процессы по вектору $\hat{\theta}$ при различных t_i (а) и β (б)

Fig. 4. Transient curves of $\hat{\theta}$ vector elements for different t_i (a) and β (b)

туда выброса по оценкам $\hat{\theta}$, что валидирует теоретические выводы.

Выполним моделирование контура оценки (11) при различных значениях параметра β и зафиксированном $t_i = 0,4875$ с. Коэффициенты усиления γ_{GD} выбраны таким образом, чтобы на интервале $[0; 0,5]$ при различных β иметь примерно одинаковую предельную величину параметрической ошибки. На рис. 4, *b* представлены переходные процессы по $\hat{\theta}$ в этом эксперименте, которые подтверждают теоретические выводы и демонстрируют возможность уменьшения величины выброса по $\hat{\theta}$ путем выбора $\beta \rightarrow \infty$.

Заключение

В работе представлено описание проблемы генерации в некоторые моменты времени базовой процедурой DREM возмущенных скалярных регрессий в задаче оценки неизвестных интервально заданных параметров. Предложено решение данной проблемы, основанное на алгоритме формирования расширенной регрессии с помощью интервальной интегральной фильтрации с экспоненциальным списыванием и сбросом. Показано, что величина выбросов по оценкам неизвестных параметров регулируется выбором параметров указанного фильтра.

Литература

1. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing // *IEEE Transaction on Automatic Control*. 2017. V. 62. N 7. P. 3546–3550. <https://doi.org/10.1109/TAC.2016.2614889>
2. Korotina M., Aranovskiy S., Ushirobira R., Vedyakov A. On parameter tuning and convergence properties of the DREM procedure // *Proc. 18th European Control Conference*. 2020. P. 53–58. <https://doi.org/10.23919/ECC51009.2020.9143808>
3. Aranovskiy S., Belov A., Ortega R., Barabanov N., Bobtsov A. Parameter identification of linear time-invariant systems using dynamic regressor extension and mixing // *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*. 2019. V. 33. N 6. P. 1016–1030. <https://doi.org/10.1002/acs.3006>
4. Ortega R., Bobtsov A., Pyrkin A., Aranovskiy A. A parameter estimation approach to state observation of nonlinear systems // *Systems and Control Letters*. 2015. V. 85. P. 84–94. <https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2015.09.008>
5. Gerasimov D., Ortega R., Nikiforov V. Adaptive control of multivariable systems with reduced knowledge of high frequency gain: Application of dynamic regressor extension and mixing estimators // *IFAC-PapersOnLine*. 2018. V. 51. N 15. P. 886–890. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2018.09.108>
6. Pyrkin A., Bobtsov A., Ortega R., Vedyakov A., Aranovskiy S. Adaptive state observers using dynamic regressor extension and mixing // *Systems and Control Letters*. 2019. V. 133. P. 104519. <https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2019.104519>
7. Ortega R., Bobtsov A., Nikolaev N., Schiffer J., Dochain D. Generalized parameter estimation-based observers: Application to power systems and chemical–biological reactors // *Automatica*. 2021. V. 129. P. 109635. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2021.109635>
8. Ortega R., Nikiforov V., Gerasimov D. On modified parameter estimators for identification and adaptive control. A unified framework and some new schemes // *Annual Reviews in Control*. 2020. V. 50. P. 278–293. <https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2020.06.002>
9. Ortega R., Aranovskiy S., Pyrkin A., Astolfi A., Bobtsov A. New results on parameter estimation via dynamic regressor extension and mixing: Continuous and discrete-time cases // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2021. V. 66. N 5. P. 2265–2272. <https://doi.org/10.1109/TAC.2020.3003651>
10. Bobtsov A., Yi B., Ortega R., Astolfi A. Generation of new exciting regressors for consistent on-line estimation of unknown parameters // *arXiv.org*. 2021. arXiv:2104.02210. P. 1–6.
11. Ortega R., Bobtsov A., Nikolaev N. Parameter identification with finite-convergence time alertness preservation // *IEEE Control Systems Letters*. 2021. V. 6. P. 205–210. <https://doi.org/10.1109/LCSYS.2021.3057012>
12. Glushchenko A., Petrov V., Lastochkin K. Regression filtration with resetting to provide exponential convergence of MRAC for plants with jump change of unknown parameters // *arXiv.org*. 2021. arXiv:2102.10359. P. 1–12.
13. Lee H.I., Shin H.S., Tsourdos A. Concurrent learning adaptive control with directional forgetting // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2019. V. 64. N 12. P. 5164–5170. <https://doi.org/10.1109/TAC.2019.2911863>

References

1. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 2017, vol. 62, no. 7, pp. 3546–3550. <https://doi.org/10.1109/TAC.2016.2614889>
2. Korotina M., Aranovskiy S., Ushirobira R., Vedyakov A. On parameter tuning and convergence properties of the DREM procedure. *Proc. 18th European Control Conference*, 2020, pp. 53–58. <https://doi.org/10.23919/ECC51009.2020.9143808>
3. Aranovskiy S., Belov A., Ortega R., Barabanov N., Bobtsov A. Parameter identification of linear time-invariant systems using dynamic regressor extension and mixing. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2019, vol. 33, no. 6, pp. 1016–1030. <https://doi.org/10.1002/acs.3006>
4. Ortega R., Bobtsov A., Pyrkin A., Aranovskiy A. A parameter estimation approach to state observation of nonlinear systems. *Systems and Control Letters*, 2015, vol. 85, pp. 84–94. <https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2015.09.008>
5. Gerasimov D., Ortega R., Nikiforov V. Adaptive control of multivariable systems with reduced knowledge of high frequency gain: Application of dynamic regressor extension and mixing estimators. *IFAC-PapersOnLine*, 2018, vol. 51, no. 15, pp. 886–890. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2018.09.108>
6. Pyrkin A., Bobtsov A., Ortega R., Vedyakov A., Aranovskiy S. Adaptive state observers using dynamic regressor extension and mixing. *Systems and Control Letters*, 2019, vol. 133, pp. 104519. <https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2019.104519>
7. Ortega R., Bobtsov A., Nikolaev N., Schiffer J., Dochain D. Generalized parameter estimation-based observers: Application to power systems and chemical–biological reactors. *Automatica*, 2021, vol. 129, pp. 109635. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2021.109635>
8. Ortega R., Nikiforov V., Gerasimov D. On modified parameter estimators for identification and adaptive control. A unified framework and some new schemes. *Annual Reviews in Control*, 2020, vol. 50, pp. 278–293. <https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2020.06.002>
9. Ortega R., Aranovskiy S., Pyrkin A., Astolfi A., Bobtsov A. New results on parameter estimation via dynamic regressor extension and mixing: Continuous and discrete-time cases. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2021, vol. 66, no. 5, pp. 2265–2272. <https://doi.org/10.1109/TAC.2020.3003651>
10. Bobtsov A., Yi B., Ortega R., Astolfi A. Generation of new exciting regressors for consistent on-line estimation of unknown parameters. *arXiv.org*, 2021, arXiv:2104.02210, pp. 1–6.
11. Ortega R., Bobtsov A., Nikolaev N. Parameter identification with finite-convergence time alertness preservation. *IEEE Control Systems Letters*, 2021, vol. 6, pp. 205–210. <https://doi.org/10.1109/LCSYS.2021.3057012>
12. Glushchenko A., Petrov V., Lastochkin K. Regression filtration with resetting to provide exponential convergence of MRAC for plants with jump change of unknown parameters. *arXiv.org*, 2021, arXiv:2102.10359, pp. 1–12.
13. Lee H.I., Shin H.S., Tsourdos A. Concurrent learning adaptive control with directional forgetting. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, vol. 64, no. 12, pp. 5164–5170. <https://doi.org/10.1109/TAC.2019.2911863>

14. Quoc D., Bobtsov A. An adaptive state observer for linear time-varying systems with inaccurate parameters // *Automation and Remote Control*. 2020. V. 81. N 12. P. 2220–2229. <https://doi.org/10.1134/S0005117920120061>
15. Pan Y., Aranovskiy S., Bobtsov A., Yu H. Efficient learning from adaptive control under sufficient excitation // *International Journal of Robust and Nonlinear Control*. 2019. V. 29. N 10. P. 3111–3124. <https://doi.org/10.1002/rnc.4541>
16. Ioannou P., Sun J. *Robust Adaptive Control*. N.Y.: Dover, 2013. 834 p.
14. Quoc D., Bobtsov A. An adaptive state observer for linear time-varying systems with inaccurate parameters. *Automation and Remote Control*, 2020, vol. 81, no. 12, pp. 2220–2229. <https://doi.org/10.1134/S0005117920120061>
15. Pan Y., Aranovskiy S., Bobtsov A., Yu H. Efficient learning from adaptive control under sufficient excitation. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2019, vol. 29, no. 10, pp. 3111–3124. <https://doi.org/10.1002/rnc.4541>
16. Ioannou P., Sun J. *Robust Adaptive Control*. N.Y., Dover, 2013, 834 p.

Авторы

Глушенко Антон Игоревич — кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой, Старооскольский технологический институт им. А.А. Угарова (филиал) НИТУ «МИСиС», Старый Оскол, 309516, Российская Федерация, [sc 54895223300](https://orcid.org/0000-0002-6948-9807), <https://orcid.org/0000-0002-6948-9807>, a.glushchenko@sf-misis.ru

Петров Владислав Анатольевич — кандидат технических наук, старший преподаватель, Старооскольский технологический институт им. А.А. Угарова (филиал) НИТУ «МИСиС», Старый Оскол, 309516, Российская Федерация, [sc 57193402272](https://orcid.org/0000-0002-4844-1329), <https://orcid.org/0000-0002-4844-1329>, petrov.va@misis.ru

Ласточкин Константин Андреевич — магистрант, Старооскольский технологический институт им. А.А. Угарова (филиал) НИТУ «МИСиС», Старый Оскол, 309516, Российская Федерация, [sc 57204759092](https://orcid.org/0000-0002-1409-0401), <https://orcid.org/0000-0002-1409-0401>, lastconst@yandex.ru

Статья поступила в редакцию 17.05.2021
Одобрена после рецензирования 01.07.2021
Принята к печати 26.07.2021

Authors

Anton I. Glushchenko — PhD, Associate Professor, Head of Chair, Stary Oskol technological institute n.a. A.A. Ugarov (branch NUST “MISIS”), Stary Oskol, 309516, Russian Federation, [sc 54895223300](https://orcid.org/0000-0002-6948-9807), <https://orcid.org/0000-0002-6948-9807>, a.glushchenko@sf-misis.ru

Vladislav A. Petrov — PhD, Senior Lecturer, Stary Oskol technological institute n.a. A.A. Ugarov (branch NUST “MISIS”), Stary Oskol, 309516, Russian Federation, [sc 57193402272](https://orcid.org/0000-0002-4844-1329), <https://orcid.org/0000-0002-4844-1329>, petrov.va@misis.ru

Konstantin A. Lastochkin — Student, Stary Oskol technological institute n.a. A.A. Ugarov (branch NUST “MISIS”), Stary Oskol, 309516, Russian Federation, [sc 57204759092](https://orcid.org/0000-0002-1409-0401), <https://orcid.org/0000-0002-1409-0401>, lastconst@yandex.ru

Received 17.05.2021
Approved after reviewing 01.07.2021
Accepted 26.07.2021



Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»