

doi: 10.17586/2226-1494-2021-21-6-858-865

УДК 681.51

## Алгоритм траекторного управления движением мобильного робота без измерения координат положения

Дык Тхинь Хоанг<sup>1</sup>, Антон Александрович Пыркин<sup>2</sup>✉

<sup>1,2</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

<sup>1</sup> [hoangducthinh93@gmail.com](mailto:hoangducthinh93@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0002-6927-0784>

<sup>2</sup> [a.pyrkin@gmail.com](mailto:a.pyrkin@gmail.com)✉, <https://orcid.org/0000-0001-8806-4057>

### Аннотация

**Предмет исследования.** В работе рассмотрена задача управления движением мобильного робота вдоль заданной гладкой траектории без измерения координат положения. **Метод.** Для решения поставленной задачи использован адаптивный наблюдатель локальных координат подвижного объекта по измерениям линейной скорости, угла рысканья и дальности до одного маяка с известными координатами. Определено минимальное расстояние от робота до заданной гладкой траектории. Исходя из оценки координат робота и расстояния до кривой синтезирован закон управления движением вдоль траектории с желаемой скоростью в условиях неопределенности математической модели. Алгоритм управления движением основан на робастном методе последовательного компенсатора для ограничения отклонений робота от заданной траектории. **Основные результаты.** Предложенный наблюдатель координат обеспечивает асимптотическую сходимость к нулю ошибки оценивания. В работе предложено два алгоритма определения минимального расстояния от робота до траектории: точное аналитическое вычисление и нелинейный наблюдатель, который гарантирует сходимость оценки к истинному значению за сколь угодно малое время. Траекторный регулятор делает возможное движение робота вдоль заданной траектории с ограниченной ошибкой. **Практическая значимость.** Применение рассмотренного подхода позволит решать задачи управления движением мобильного робота без измерения координат положения. Подход может найти широкое применение в задачах управления беспилотными автомобилями в случае его движения в тоннеле или под мостом, где невозможно измерению координаты с помощью спутниковой системы навигации ГЛОНАСС, GPS.

### Ключевые слова

робастное управление, траекторное управление, мобильный робот, однамаяковая навигация, последовательный компенсатор, наблюдатель нелинейных систем, метод оценивания состояния

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (Госзадание 2019-0898).

**Ссылка для цитирования:** Хоанг Д.Т., Пыркин А.А. Алгоритм траекторного управления движением мобильного робота без измерения координат положения // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2021. Т. 21, № 6. С. 858–865. doi: 10.17586/2226-1494-2021-21-6-858-865

## An algorithm of trajectory control for the movement of a mobile robot without measuring the position coordinates

Duc Thinh Hoang<sup>1</sup>, Anton A. Pyrkin<sup>2</sup>✉

<sup>1,2</sup> ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

<sup>1</sup> [hoangducthinh93@gmail.com](mailto:hoangducthinh93@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0002-6927-0784>

<sup>2</sup> [a.pyrkin@gmail.com](mailto:a.pyrkin@gmail.com)✉, <https://orcid.org/0000-0001-8806-4057>

### Abstract

The paper considers the problem of controlling the movement of a mobile robot along a given smooth trajectory without measuring its position coordinates. To solve the problem, an adaptive observer of the local coordinates of a moving object

© Хоанг Д.Т., Пыркин А.А., 2021

is used by measuring the linear speed, yaw angle, and range to a beacon with known coordinates. Then the minimum distance from the robot to the given smooth trajectory is determined. Based on the estimates for the coordinates of the robot and the distance to the curve, we synthesized the control law of the movement along the trajectory with the desired speed under the conditions of uncertainty of the mathematical model. The motion control algorithm is based on the robust sequential compensator method, which ensures that the deviations of the robot from a given trajectory are limited. The proposed coordinate observer ensures asymptotic convergence of the estimation errors to zero. In this paper, we propose two algorithms for determining the minimum distance from the robot to the trajectory: an exact analytical calculation and a nonlinear observer that guarantees the convergence of the estimate to the true value in an arbitrarily short time. The trajectory regulator ensures the movement of the robot along a given trajectory with a limited error. The application of the proposed approach allows one to solve the issues of controlling the movement of a mobile robot without measuring the position coordinates. The approach can be widely applied for controlling self-driving vehicles when they run in tunnels or under a bridge, where it is not possible to measure their coordinates using the satellite navigation systems (GLONASS or GPS).

#### Keywords

robust control, trajectory control, mobile robot, single-beacon navigation, sequential compensator, observer of nonlinear systems, state estimation method

#### Acknowledgements

This paper was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (State assignment No. 2019-0898).

**For citation:** Hoang D.T., Pyrkin A.A. An algorithm of trajectory control for the movement of a mobile robot without measuring the position coordinates. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2021, vol. 21, no. 6, pp. 858–865 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2021-21-6-858-865

### Введение

Глобальная система позиционирования [1, 2] — комплексная электронно-техническая система, состоящая из совокупности наземного и космического оборудования, предназначенная для определения местоположения, а также параметров движения (скорость, направление движения и др.) для различных целей. Каждый спутник глобальной системы позиционирования непрерывно передает радиосигнал, содержащий текущее время и данные о своем местоположении. Приемник контролирует несколько спутников и решает уравнения для определения точного положения приемника и его отклонения от истинного времени. В настоящее время существует несколько глобальных систем позиционирования: GPS (Global Positioning System), ГЛОНАСС (глобальная навигационная спутниковая система), китайская система спутниковой навигации Бэйдоу, система спутниковой навигации Европейского союза GALILEO. Несмотря на свою эффективность глобальная система позиционирования недостаточно точна или не применима для локальной навигации в закрытых помещениях, включая тоннели, мосты и здания.

Одна из стандартных систем локализации в любом автономном транспортном средстве — метод одометрии [3]. Метод основан на использовании данных от бортовых датчиков транспортного средства для оценки изменений его положения и ориентации. Также метод используется в автономных системах для оценки их положения относительно исходного местоположения. В колесных роботах одометрия основана на движении каждого колеса. Датчик угла поворота прикреплен к ведущим колесам робота, и, зная диаметр колеса, можно приблизительно определить линейное смещение каждого колеса. Используя перемещение колес и расстояние между ними, рассчитывается положение и ориентация робота. Все вычисления построены на информации датчика угла поворота, который в реальном времени получает угол поворота каждого колеса. Главный не-

достаток одометрии — возрастающая погрешность. Одометрия начинается с исходного местоположения, и это положение обновляется с небольшими приращениями с использованием интеграции информации, полученной от датчиков. В результате интеграции данных датчиков увеличиваются ошибки, и поэтому точность конечного положения невелика. Данные одометрии робота действительны только до нескольких метров. Для получения качественной системы локализации требуются дополнительные датчики, в комплексе с которыми удастся получить приемлемые оценки положения.

Инерциальная навигация система (ИНС) [4] — система навигации (определение координат и параметров движения различных объектов — судов, самолетов, ракет и др.) и управления их движением. ИНС основана на свойствах инерции тел и является автономной, т. е. не требует наличия внешних ориентиров или поступающих извне сигналов. В состав ИНС входят инерциальные датчики (Inertial Measurement Unit, IMU): акселерометр (определяет линейное ускорение) и гироскоп (измеряет угловую скорость). С помощью IMU можно определить отклонение связанной системы координат с корпусом мобильного робота от системы координат, связанной с Землей, получив углы ориентации: рыскание (курс), тангаж и крен. Угловое отклонение координат в виде широты, долготы и высоты определяется путем интегрирования показаний акселерометров.

Известен метод одометрии навигации [5–7], применяемый в навигации автономного необитаемого подводного аппарата (АНПА) в среде, где системы, такие как GPS или ГЛОНАСС недоступны. Суть данного метода состоит в измерении дальности до маяка и использовании его для коррекции результатов счисления места АНПА по курсу и скорости, измеряемых бортовыми средствами АНПА. Достоинство метода — минимум необходимой аппаратуры. Для реализации метода одометрии навигации используются: расширенный фильтр Калмана; метод максимального правдоподобия; последовательный метод Монте-Карло или фильтр ча-

стиц (particle filter); алгебраический и геометрический методы.

В настоящей работе предложен новый способ вычисления минимального расстояния от робота до заданной траектории, которая построена в виде гладкой кривой. Рассмотрен новый метод оценивания пеленга по имеющимся измерениям курса, линейной скорости и расстоянию до стационарного маяка с точно известными координатами и с последующим вычислением координат на плоскости. Применен робастный регулятор, основанный на методе последовательного компенсатора, обеспечивающий решение задачи движения робота вдоль траектории с ограниченной ошибкой, максимальное значение которой может регулироваться с помощью настроечных параметров. Представлен пример численного моделирования системы траекторного управления с нелинейными наблюдателями, оценивающими положение робота относительно маяка и отклонение робота от заданной траектории движения.

### Постановка задачи

Рассмотрим мобильный робот, движущийся на плоскости, непрерывная траектория которого может быть представлена в виде гладкой кривой

$$S: \begin{cases} x_s = x(s) \\ y_s = y(s) \end{cases}$$

где  $(x_s, y_s)$  — координаты некоторой точки, принадлежащей кривой. Положение мобильного робота на плоскости может описываться в полярных  $(\rho, \theta)$  и декартовых  $(x, y)$  координатах.

Положение робота  $(x, y)$  и ориентация (угол рысканья)  $K$  на плоскости определяется в системе координат, связанной с Землей. Точка  $(x^*, y^*)$ , находящаяся на кривой  $S$ , является ближайшей к текущему положению робота  $(x, y)$  (рис. 1).

Кинематическая модель движения робота имеет вид [8–14]:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{K} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_x \\ \mathbf{v}_y \\ \omega \end{bmatrix}$$

где  $\omega$  — угловая скорость робота;  $(\mathbf{v}_x, \mathbf{v}_y)$  — вектор линейных скоростей робота в абсолютной системе координат, связанный с вектором скоростей движения робота:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_x \\ \mathbf{v}_y \end{bmatrix} = \mathbf{T}(K) \begin{bmatrix} \mathbf{V}_x \\ \mathbf{V}_y \end{bmatrix}$$

где  $(\mathbf{V}_x, \mathbf{V}_y)$  — вектор линейных скоростей робота в продольном и поперечном направлениях;  $\mathbf{T}(K) = \begin{bmatrix} \sin K & -\cos K \\ \cos K & \sin K \end{bmatrix}$  — матрица поворота.

Динамическая модель движения робота определена уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}_x(t) &= -a_x \mathbf{V}_x(t) + b_x \mathbf{F}_x(t), \\ \dot{\mathbf{V}}_y(t) &= -a_y \mathbf{V}_y(t) + b_y \mathbf{F}_y(t), \\ \dot{\omega}(t) &= -a_\omega \omega(t) + b_\omega \mathbf{M}(t), \end{aligned}$$

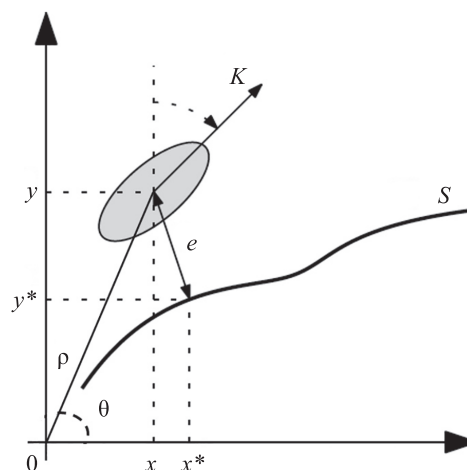


Рис. 1. Движение робота вдоль траектории  
Fig. 1. Movement of the robot along the trajectory

где  $a_x, a_y, a_\omega, b_x, b_y$  и  $b_\omega$  — постоянные параметры, значения которых неизвестны, но известны границы интервалов, которым принадлежат эти параметры  $a_x, a_y, a_\omega \in [a_{\min}, a_{\max}]$ ,  $b_x, b_y, b_\omega \in [b_{\min}, b_{\max}]$ ;  $\mathbf{F}_x, \mathbf{F}_y$  и  $\mathbf{M}$  — обобщенные силы и момент, действующие на мобильный робот, развиваемые двигателями, например, колесами.

Если робот движется с продольной скоростью  $\mathbf{V}(t)$  с углом рысканья  $K(t)$  вблизи стационарного маяка с координатами  $(x_0, y_0)$ , то модель движения имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{\rho} &= \mathbf{V} \sin(\theta + K), \\ \dot{\theta} &= \frac{\mathbf{V}}{\rho} \cos(\theta + K). \end{aligned}$$

С целью упрощения вычислений примем, что маяк находится в начале координат  $x_0 = 0, y_0 = 0$ .

**Допущение 1.** Линейная и угловая скорости движения робота ограничены  $|\mathbf{V}| \leq \mathbf{V}_{\max}, |\omega| \leq \omega_{\max}$ .

**Допущение 2.** Максимальная кривизна траектории  $S$  во всем ее протяжении ограничена

$$\xi = \frac{1}{R} \leq \xi_{\max}$$

где  $\xi$  — кривизна траектории и  $R$  — радиус кривизны в точке кривой  $S$ .

Зная величины курса  $K(t)$ , скорости  $\mathbf{V}(t)$ , расстояния до маяка  $\rho(t)$  и расположение маяка (находится слева или справа относительно робота), требуется:

1) оценить текущие координаты мобильного робота:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |x(t) - \hat{x}(t)| = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} |y(t) - \hat{y}(t)| = 0;$$

2) разработать алгоритм траекторного управления мобильным роботом. Регулятор с использованием оцениваемых координат должен обеспечивать ограниченное отклонение от траектории и нулевые ошибки по скорости и ориентации:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |e(t)| \leq \varepsilon, \lim_{t \rightarrow \infty} |V^* - \mathbf{V}(t)| = 0,$$

где  $e(t)$  — минимальное расстояние от робота до кривой;  $\varepsilon$  — заданное значение допустимого отклонения робота от траектории;  $V^*$  — заданная скорость движения.

### Алгоритм оценивания координат

Рассмотрим вспомогательную переменную  $\psi = \theta + K$ , для которой справедливо соотношение

$$\dot{\psi} = \dot{\theta} + \dot{K} = \dot{K} + \frac{V}{\rho} \cos \psi.$$

Если отклонение угла рысканья от линии, соединяющей объект и маяк, более некоторой заданной величины  $\delta$ , то переменная  $\psi$  может быть оценена по известным значениям угла рысканья, дальности до маяка и линейной скорости объекта в системе координат, связанной с Землей.

**Утверждение 1.** Наблюдатель переменной  $\psi$

$$\hat{\psi}(t) = \begin{cases} \hat{\chi}, & \text{если маяк слева: } \cos \psi > 0 \\ \pi - \hat{\chi}, & \text{если маяк справа: } \cos \psi < 0 \end{cases},$$

$$\dot{\hat{\chi}}(t) = K(t) \text{sign}(\cos \psi) + \gamma \rho(t) + \zeta(t),$$

$$\dot{\zeta}(t) = \frac{V(t)}{\rho(t)} \cos \hat{\chi}(t) - \gamma V(t) \sin \hat{\chi}(t),$$

где  $\hat{\chi}$  — вспомогательная переменная для определения оценки переменной  $\psi$ ;  $\gamma$  — коэффициент.

Наблюдатель обеспечивает выполнение условия  $\lim_{t \rightarrow \infty} |\psi(t) - \hat{\psi}(t)| = 0$ , если отклонение курсового угла от линии, соединяющей объект и маяк, более некоторой заданной величины  $\delta$ .

**Доказательство утверждения 1.** Рассмотрим модель ошибки  $\tilde{\psi} = \psi - \hat{\psi}$ . Если маяк слева и  $\cos \psi > 0$ , то

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\psi}} &= \dot{\psi} - \dot{\hat{\psi}} = \dot{K} + \frac{V}{\rho} \cos \psi - \dot{K} - \gamma \dot{\rho}(t) - \dot{\zeta}(t) = \\ &= \frac{V}{\rho} (\cos \psi - \cos \hat{\psi}) - \gamma V (\sin \psi - \sin \hat{\psi}) = \\ &= -\frac{2V}{\rho} \sin \frac{\psi + \hat{\psi}}{2} \sin \frac{\psi - \hat{\psi}}{2} - 2\gamma V \cos \frac{\psi + \hat{\psi}}{2} \sin \frac{\psi - \hat{\psi}}{2} = \\ &= -\frac{2V}{\rho} \left( \sin \frac{\psi + \hat{\psi}}{2} + \gamma \rho \cos \frac{\psi + \hat{\psi}}{2} \right) \sin \left( \frac{1}{2} \tilde{\psi} \right). \end{aligned}$$

Если маяк справа и  $\cos \psi < 0$ , то

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\psi}} &= \dot{\psi} - \dot{\hat{\psi}} = \dot{K} + \frac{V}{\rho} \cos \psi - \dot{K} + \gamma \dot{\rho}(t) + \dot{\zeta}(t) = \\ &= \frac{V}{\rho} (\cos \psi + \cos[\pi - \hat{\psi}]) + \gamma V (\sin \psi - \sin[\pi - \hat{\psi}]) = \\ &= -\frac{2V}{\rho} \sin \frac{\psi + \hat{\psi}}{2} \sin \frac{\psi - \hat{\psi}}{2} + 2\gamma V \cos \frac{\psi + \hat{\psi}}{2} \sin \frac{\psi - \hat{\psi}}{2} = \\ &= -\frac{2V}{\rho} \left( \sin \frac{\psi + \hat{\psi}}{2} - \gamma \rho \cos \frac{\psi + \hat{\psi}}{2} \right) \sin \left( \frac{1}{2} \tilde{\psi} \right). \end{aligned}$$

Для гарантирования асимптотической устойчивости положений равновесия  $\tilde{\psi} = 0$  необходимо потребовать выполнение двойного неравенства  $-\gamma \rho < \tan \frac{\psi + \hat{\psi}}{2} < \gamma \rho$ , что справедливо почти на всем интервале определения  $\psi$ , за исключением окрестностей вблизи  $\psi = \frac{\pi}{2}$  и

$\psi = \frac{3\pi}{2}$ . Можно показать, что размер этой окрестности  $\delta$  уменьшается с увеличением настроенного параметра  $\gamma$ .

**Замечание.** Если невозможно достоверно определить слева маяк или справа, то это означает, что отклонение курсового угла от направления на маяк в некоторой малой окрестности  $\delta$  (почти сонаправлены), и оценку переменной  $\psi$  следует принять равной

$$\hat{\psi}(t) = \begin{cases} \frac{\pi}{2}, & \text{если маяк сзади } (\sin \psi > 0) \\ \frac{3\pi}{2}, & \text{если маяк впереди } (\sin \psi < 0) \end{cases}.$$

Оценки координат объекта могут быть вычислены по формуле

$$\begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \end{bmatrix} = \rho(t) \begin{bmatrix} \cos \hat{\theta} \\ \sin \hat{\theta} \end{bmatrix},$$

где  $\hat{\theta}$  — оценка угла  $\theta$ , связанного с пеленгом, определяемая по следующему алгоритму

$$\hat{\theta} = (\hat{\psi} - K) \text{mod} 2\pi.$$

### Определение расстояния от робота до заданной траектории

Пусть точка  $(x^*, y^*)$ , находящаяся на кривой  $S$ , является ближайшей к текущему положению робота  $(x, y)$ . Координаты  $(x^*, y^*)$  удовлетворяют систему уравнения кривой  $S$ , т. е.  $\begin{cases} x^* = x_s(s^*) \\ y^* = y_s(s^*) \end{cases}$ . Расстояние  $e$  от робота до кривой  $S$  определяется выражением [15]:

$$e = \sqrt{(x - x^*)^2 + (y - y^*)^2},$$

где координаты точки  $(x^*, y^*)$  удовлетворяют соотношениям:

$$s^* = \arg \left\{ (x_s(s) - x) \frac{\partial x_s(s)}{\partial s} + (y_s(s) - y) \frac{\partial y_s(s)}{\partial s} = 0 \right\},$$

$$\begin{cases} x^* = x_s(s^*) \\ y^* = y_s(s^*) \end{cases}.$$

В случае, если выражение (1) не имеет аналитического решения, то расстояние от робота до кривой может быть восстановлено с помощью нелинейного наблюдателя, представленного в следующем Утверждении.

**Утверждение 2.** Нелинейный наблюдатель вида

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \sqrt{(x - x_s(s))^2 + (y - y_s(s))^2}, \\ \dot{s} &= -\gamma \rho H(s, x, y), \\ \rho &= \text{sign} \left( \frac{\partial H(s, x, y)}{\partial s} \right), \end{aligned}$$

$$H(s, x, y) = (x_s(s) - x) \frac{\partial x_s(s)}{\partial s} + (y_s(s) - y) \frac{\partial y_s(s)}{\partial s}.$$

**Доказательство утверждения 2.** При ограниченной кривизне траектории существует экстремальная



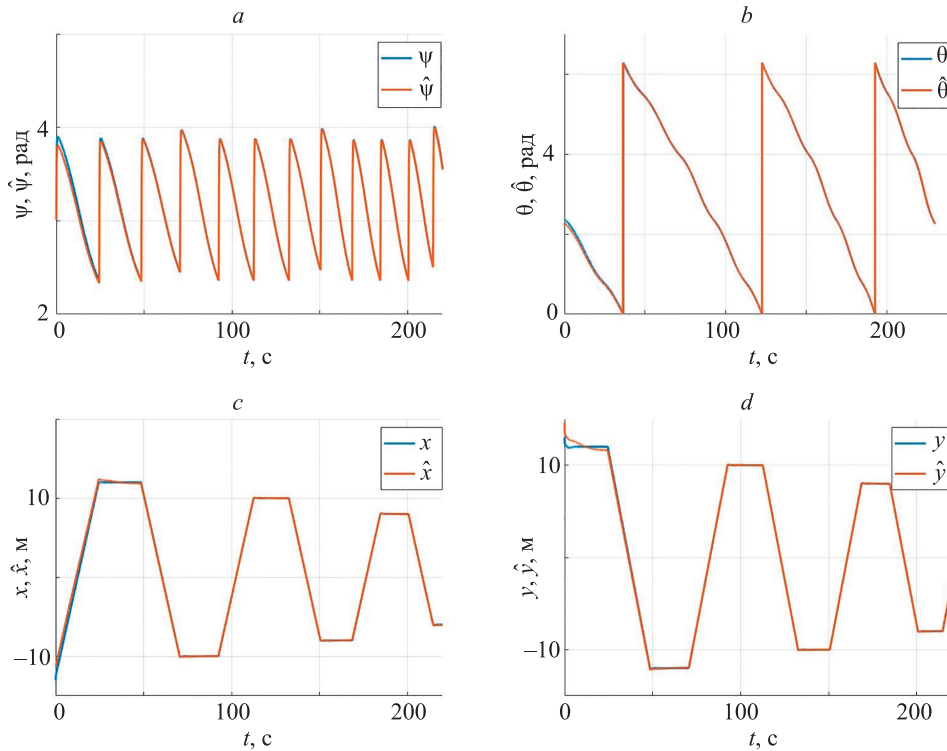


Рис. 3. Оценка углов  $\psi$  (a),  $\theta$  (b) и координат робота  $x$  (c),  $y$  (d)  
 Fig. 3. Estimation of the angles  $\psi$  (a),  $\theta$  (b), and robot coordinates  $x$  (c),  $y$  (d)

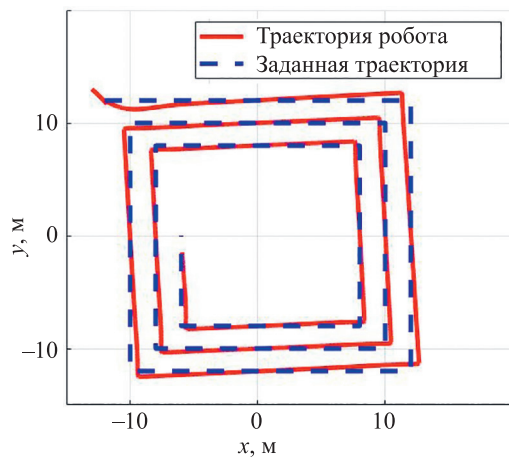


Рис. 4. Траектория движения мобильного робота без измерения координат  
 Fig. 4. The trajectory of the mobile robot without measuring coordinates

**Заключение**

В работе предложен новый метод синтеза наблюдателя координат подвижного объекта на плоскости по имеющимся измерениям курса, линейной скорости и расстояния до стационарного маяка с точно известными координатами. В случаях, когда объект движется вдоль направления на маяк, целесообразно использовать алгоритм оценки, указанный в Замечании (раздел «Алгоритм оценивания координат»). Представлен алгоритм траекторного управления мобильным роботом в условиях неопределенности математической моде-

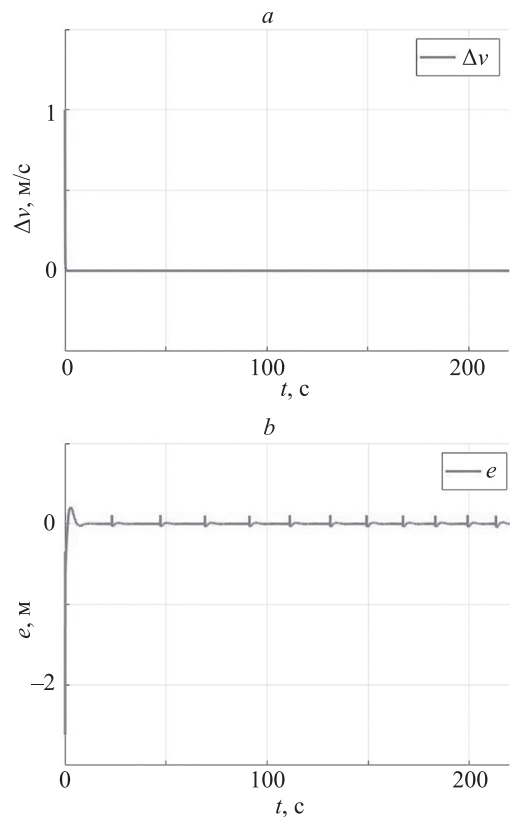


Рис. 5. Ошибки регулирования по скорости ( $v$ ) (a) и отклонению от траектории ( $e$ ) (b) без измерения координат  
 Fig. 5. Errors of regulation by speed (a) and deviation from the trajectory (b) without measuring coordinates

ли движения и без данных о местонахождении робота. Алгоритм основан на методе последовательного компенсатора и обеспечивает ограниченную ошибку ориентации и положения. Предложен обобщенный алгоритм определения минимального расстояния от текущего положения робота до заданной траектории путем использования нелинейного наблюдателя. В дальнейшем планируется продолжить исследование

проблемы наблюдаемости рассматриваемой математической модели вблизи особых точек с целью получения асимптотической и экспоненциальной сходимости ошибок оценивания к нулю для всех значений курсового угла и пеленга на маяк. Предлагается провести экспериментальные исследования рассмотренного подхода в реальных условиях с выявлением наилучших параметров закона управления.

## Литература

## References

1. Степанов О.А. Методы обработки навигационной измерительной информации: учебное пособие. СПб.: Университет ИТМО, 2017. 198 с.
2. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. Изд. 4-е, перераб. и доп. М.: Радиотехника, 2010. 800 с.
3. Caballero F., Merino L., Ferruz J., Ollero A. Vision-based odometry and SLAM for medium and high altitude flying UAVs // *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2009, vol. 54, no. 1-3, pp. 37–161. <https://doi.org/10.1007/s10846-008-9257-y>
4. Маркелов В.В., Шукалов А.В., Костишин М.О., Жаринов И.О., Жаринов О.О. Моделирование бесплатформенной инерциальной навигационной системы в составе стенда навигационного комплекса летательного аппарата // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*, 2017, т. 17, № 5, с. 903–909. <https://doi.org/10.17586/2226-1494-2017-17-5-903-909>
5. Кошаев Д.А. Многоальтернативный алгоритм одноплатформенной навигации автономного необитаемого подводного аппарата без априорных данных о его местоположении. Часть 1. Математическое описание // *Гироскопия и навигация*, 2020, т. 28, № 2(109), с. 109–130. <https://doi.org/10.17285/0869-7035.0035>
6. Ferreira B., Matos A., Cruz N. Single beacon navigation: Localization and control of the MARES AUV // *Proc. of OCEANS'10 MTS/IEEE*, 2010, p. 5664518. <https://doi.org/10.1109/OCEANS.2010.5664518>
7. Stepanov O.A., Vasiliev V.A., Toropov A.B., Loparev A.V., Basin M.V. Efficiency analysis of a filtering algorithm for discrete-time linear stochastic systems with polynomial measurements // *Journal of the Franklin Institute*, 2019, vol. 356, no. 10, pp. 5573–5591. <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2019.02.036>
8. Бурдаков С.Ф., Мирошник И.В., Стельмаков Р.Э. Системы управления движением колесных роботов. СПб.: Наука, 2001. 232 с.
9. Мирошник И.В., Чепинский С.А. Траекторное управление кинематическими механизмами нетривиальной конструкции // *Научно-технический вестник Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики*, 2004, № 3(14), с. 4–10.
10. Капитанюк Ю.А., Чепинский С.А. Управление мобильным роботом по заданной кусочно-гладкой траектории // *Гироскопия и навигация*, 2013, № 2, с. 42–52.
11. Miroshnik I.V., Nikiforov V.O. Trajectory motion control and coordination of multi-link robots // *IFAC Proceedings Volumes*, 1996, vol. 29, no. 1, pp. 361–366. [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)57688-0](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)57688-0)
12. Бушуев А.Б., Исаева Е.Г. Морозов С.Н., Чепинский С.А. Управление траекторным движением многоканальных динамических систем // *Известия вузов. Приборостроение*, 2009, т. 52, № 11, с. 50–56.
13. Breivik M., Fossen T.I. Principles of guidance-based path following in 2D and 3D // *Proc. of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference, CDC-ECC'05*, 2005, pp. 627–634. <https://doi.org/10.1109/CDC.2005.1582226>
14. Lee T., Leok M., McClamroch N.H. Geometric tracking control of a quadrotor UAV on SE(3) // *Proceedings of the 49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, 2010, p. 5420–5425. <https://doi.org/10.1109/CDC.2010.5717652>
15. Bobtsov A.A., Nikolaev N.A. Синтез управления нелинейными системами с функциональными и параметрическими неопределенностями на основе теоремы Фрадкова // *Автоматика и телемеханика*, 2005, № 1, с. 118–129.
16. Bobtsov A.A. Robust output-control for a linear system with uncertain coefficients. *Automation and Remote Control*, 2002, vol. 63, no. 11, pp. 1794–1802. <https://doi.org/10.1023/A:1020907415730>
1. Stepanov O.A. *Methods for Navigation Measuring Data Processing*. Tutorial. St. Petersburg, ITMO University, 2017, 198 p. (in Russian)
2. *GLONASS. Principles of Construction and Operation*. Ed. by A.I. Perov, V.N. Kharisov. 4th ed. Moscow, Radiotekhnika Publ., 2010, 800 p. (in Russian)
3. Caballero F., Merino L., Ferruz J., Ollero A. Vision-based odometry and SLAM for medium and high altitude flying UAVs. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2009, vol. 54, no. 1-3, pp. 37–161. <https://doi.org/10.1007/s10846-008-9257-y>
4. Markelov V.V., Shukalov A.V., Kostishin M.O., Zharinov I.O., Zharinov O.O. Modeling of non-platform inertial navigation system as a component of aircraft navigation computer stand. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2017, vol. 17, no. 5, pp. 903–909. <https://doi.org/10.17586/2226-1494-2017-17-5-903-909>
5. Koshayev D.A. Multiple Model Algorithm for Single-Beacon Navigation of Autonomous Underwater Vehicle without Its A Priori Position. Part 1. Mathematical Formulation. *Gyroscopy and Navigation*, 2020, vol. 11, no. 3, pp. 230–243. <https://doi.org/10.1134/S2075108720030037>
6. Ferreira B., Matos A., Cruz N. Single Beacon Navigation: Localization and Control of the MARES AUV. *Proc. of OCEANS'10 MTS/IEEE*, 2010, pp. 5664518. <https://doi.org/10.1109/OCEANS.2010.5664518>
7. Stepanov O.A., Vasiliev V.A., Toropov A.B., Loparev A.V., Basin M.V. Efficiency analysis of a filtering algorithm for discrete-time linear stochastic systems with polynomial measurements. *Journal of the Franklin Institute*, 2019, vol. 356, no. 10, pp. 5573–5591. <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2019.02.036>
8. Burdakov S.F., Miroshnik I.V., Stelmakov R.E. *Wheeled Robot Motion Control Systems*. St. Petersburg, Nauka Publ., 2001, 232 p. (in Russian)
9. Miroshnik I.V., Chepinskii S.A. Trajectory control of kinematic mechanisms with non-trivial construction. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2004, no. 3(14), pp. 4–10. (in Russian)
10. Kapitanyuk Y.A., Chepinsky S.A. Control of mobile robot following a piecewise-smooth path. *Gyroscopy and Navigation*, 2013, vol. 4, no. 4, pp. 198–203. <https://doi.org/10.1134/S207510871304007X>
11. Miroshnik I.V., Nikiforov V.O. Trajectory motion control and coordination of multi-link robots. *IFAC Proceedings Volumes*, 1996, vol. 29, no. 1, pp. 361–366. [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)57688-0](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)57688-0)
12. Bushuev A.B., Isaeva E.G., Morozov S.N., Chepinsky S.A. Control over trajectory motion of multichannel dynamic system. *Journal of Instrument Engineering*, 2009, vol. 52, no. 11, pp. 50–56. (in Russian)
13. Breivik M., Fossen T.I. Principles of guidance-based path following in 2D and 3D. *Proc. of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference, CDC-ECC'05*, 2005, pp. 627–634. <https://doi.org/10.1109/CDC.2005.1582226>
14. Lee T., Leok M., McClamroch N.H. Geometric tracking control of a quadrotor UAV on SE(3) // *Proceedings of the 49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, 2010, p. 5420–5425. <https://doi.org/10.1109/CDC.2010.5717652>
15. Bobtsov A.A., Nikolaev N.A. Fradkov theorem-based design of the control of nonlinear systems with functional and parametric uncertainties. *Automation and Remote Control*, 2005, vol. 66, no. 1, pp. 108–118. <https://doi.org/10.1007/s10513-005-0010-8>
16. Bobtsov A.A. Robust output-control for a linear system with uncertain coefficients. *Automation and Remote Control*, 2002, vol. 63, no. 11, pp. 1794–1802. <https://doi.org/10.1023/A:1020907415730>

16. Бобцов А.А. Робастное управление по выходу линейной системой с неопределенными коэффициентами // Автоматика и телемеханика. 2002. № 11. С. 108–117.
17. Pyrkin A., Bobtsov A., Kolyubin S., Surov M., Shavetov S., Borisov O., Gromov V. Simple output stabilization approach for robotic systems // IFAC Proceedings Volumes. 2013. V. 46. N 9. P. 1873–1878. <https://doi.org/10.3182/20130619-3-RU-3018.00288>
18. Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Kolyubin S.A., Faronov M.V., Shavetov S.V., Kapitanyuk Y.A., Kapitonov A.A. Output control approach “consecutive compensator” providing exponential and  $L_\infty$ -stability for nonlinear systems with delay and disturbance // Proc. of the 20<sup>th</sup> IEEE International Conference on Control Applications. 2011. P. 1499–1504. <https://doi.org/10.1109/CCA.2011.6044373>
19. Pyrkin A., Bobtsov A., Ortega R., Vedyakov A., Aranovskiy S. Adaptive state observers using dynamic regressor extension and mixing // Systems & Control Letters. 2019. V. 133. P. 104519. <https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2019.104519>
20. Ortega R., Bobtsov A., Pyrkin A., Aranovskiy S. A parameter estimation approach to state observation of nonlinear systems // Systems & Control Letters. 2015. V. 85. P. 84–94. <https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2015.09.008>
21. Хоанг Дык Тхинь, Пыркин А.А. Траекторное управление мобильным роботом в условиях неопределенности // Известия вузов. Приборостроение. 2021. Т. 64. № 8. С. 608–619. <https://doi.org/10.17586/0021-3454-2021-64-8-608-619>
17. Pyrkin A., Bobtsov A., Kolyubin S., Surov M., Shavetov S., Borisov O., Gromov V. Simple output stabilization approach for robotic systems. *IFAC Proceedings Volumes*, 2013, vol. 46, no. 9, pp. 1873–1878. <https://doi.org/10.3182/20130619-3-RU-3018.00288>
18. Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Kolyubin S.A., Faronov M.V., Shavetov S.V., Kapitanyuk Y.A., Kapitonov A.A. Output control approach “consecutive compensator” providing exponential and  $L_\infty$ -stability for nonlinear systems with delay and disturbance. *Proc. of the 20<sup>th</sup> IEEE International Conference on Control Applications*, 2011, pp. 1499–1504. <https://doi.org/10.1109/CCA.2011.6044373>
19. Pyrkin A., Bobtsov A., Ortega R., Vedyakov A., Aranovskiy S. Adaptive state observers using dynamic regressor extension and mixing. *Systems & Control Letters*, 2019, vol. 133, pp. 104519. <https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2019.104519>
20. Ortega R., Bobtsov A., Pyrkin A., Aranovskiy S. A parameter estimation approach to state observation of nonlinear systems. *Systems & Control Letters*, 2015, vol. 85, pp. 84–94. <https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2015.09.008>
21. Hoang Duc Thinh, Pyrkin A.A. Trajectory control of a mobile robot under conditions of uncertainty. *Journal of Instrument Engineering*, 2021, vol. 64, no. 8, pp. 608–619. (in Russian). <https://doi.org/10.17586/0021-3454-2021-64-8-608-619>

#### Авторы

**Хоанг Дык Тхинь** — аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, <https://orcid.org/0000-0002-6927-0784>, [hoangducthinh93@gmail.com](mailto:hoangducthinh93@gmail.com)

**Пыркин Антон Александрович** — доктор технических наук, профессор, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, [sc 26656070700](https://orcid.org/0000-0001-8806-4057), <https://orcid.org/0000-0001-8806-4057>, [a.pyrkin@gmail.com](mailto:a.pyrkin@gmail.com)

#### Authors

**Duc Thinh Hoang** — Postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, <https://orcid.org/0000-0002-6927-0784>, [hoangducthinh93@gmail.com](mailto:hoangducthinh93@gmail.com)

**Anton A. Pyrkin** — D.Sc., Full Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, [sc 26656070700](https://orcid.org/0000-0001-8806-4057), <https://orcid.org/0000-0001-8806-4057>, [a.pyrkin@gmail.com](mailto:a.pyrkin@gmail.com)

Статья поступила в редакцию 20.10.2021  
Одобрена после рецензирования 28.10.2021  
Принята к печати 30.11.2021

Received 20.10.2021  
Approved after reviewing 28.10.2021  
Accepted 30.11.2021



Работа доступна по лицензии  
Creative Commons  
«Attribution-NonCommercial»