

## АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ И РОБОТОТЕХНИКА AUTOMATIC CONTROL AND ROBOTICS

doi: 10.17586/2226-1494-2022-22-4-666-673

УДК 681.51

### Компенсация внешних возмущений для многоканальных систем с запаздыванием в управлении

Хак Тунг Нгуен<sup>1</sup>✉, Сергей Михайлович Власов<sup>2</sup>, Антон Александрович Пыркин<sup>3</sup>,  
 Александра Викторовна Скобелева<sup>4</sup>

<sup>1,2,3,4</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

<sup>1</sup> [nguyenkhactunghvqh1994@gmail.com](mailto:nguyenkhactunghvqh1994@gmail.com)✉, <https://orcid.org/0000-0001-6430-1927>

<sup>2</sup> [smvlasov@itmo.ru](mailto:smvlasov@itmo.ru), <https://orcid.org/0000-0002-8345-7553>

<sup>3</sup> [a.pyrkin@gmail.com](mailto:a.pyrkin@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0001-8806-4057>

<sup>4</sup> [skala.job@gmail.com](mailto:skala.job@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0002-1504-5856>

#### Аннотация

**Предмет исследования.** Проблема компенсации внешних возмущающих воздействий для линейных многоканальных объектов с запаздыванием на входе является важной и актуальной. Предложено решение данной проблемы в задачах управления динамическими объектами и в ряде других задач. **Метод.** Предлагаемый метод основан на принципе внутренней модели, где необходима идентификация параметров возмущения. На первом этапе описана схема выделения возмущения, которое представлено как синусоидальный сигнал с неизвестной частотой, амплитудой и фазой. На втором этапе решена задача идентификации частот синусоидального и мультисинусоидального сигналов. На последнем этапе разработан алгоритм стабилизации и приведения состояния объекта к нулю, осуществленный с помощью обратной связи. **Основные результаты.** Представлена новая схема компенсации внешних возмущений для линейных многоканальных объектов с запаздыванием на входе. Предложен новый алгоритм идентификации частот мультисинусоидального сигнала. Выполнен анализ возможностей предложенного метода оценивания с использованием компьютерного моделирования в среде MATLAB Simulink. **Практическая значимость.** Разработанный метод может быть эффективно применен для широкого класса прикладных задач, связанных с управлением роботами, манипуляторами различного назначения.

#### Ключевые слова

адаптивное управление, многоканальные системы, идентификация, внутренняя модель, запаздывание

**Ссылка для цитирования:** Нгуен Х.Т., Власов С.М., Пыркин А.А., Скобелева А.В. Компенсация внешних возмущений для многоканальных систем с запаздыванием в управлении // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2022. Т. 22, № 4. С. 666–673. doi: 10.17586/2226-1494-2022-22-4-666-673

### Compensation of external disturbances for MIMO systems with control delay

Khac T. Nguyen<sup>1</sup>✉, Sergey M. Vlasov<sup>2</sup>, Anton A. Pyrkin<sup>3</sup>, Aleksandra V. Skobeleva<sup>4</sup>

<sup>1,2,3,4</sup> ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

<sup>1</sup> [nguyenkhactunghvqh1994@gmail.com](mailto:nguyenkhactunghvqh1994@gmail.com)✉, <https://orcid.org/0000-0001-6430-1927>

<sup>2</sup> [smvlasov@itmo.ru](mailto:smvlasov@itmo.ru), <https://orcid.org/0000-0002-8345-7553>

<sup>3</sup> [a.pyrkin@gmail.com](mailto:a.pyrkin@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0001-8806-4057>

<sup>4</sup> [skala.job@gmail.com](mailto:skala.job@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0002-1504-5856>

#### Abstract

The problem of compensation of external disturbing influences for MIMO system with input delay is important and relevant. A solution to this problem is proposed in the problems of dynamic objects control and in a number of others. The proposed method is based on the principle of an internal model and requires the identification of perturbation parameters. At the first stage, a scheme for extracting a disturbance is presented which is represented as a sinusoidal signal with an unknown frequency, amplitude, and phase. At the second stage, the problem of identifying the frequencies

of a sinusoidal and multisinusoidal signal is solved. In the last stage, an algorithm for stabilizing the state of the object to zero is developed using feedback. A new scheme for compensating external disturbances for a MIMO system with an input delay is proposed. A new algorithm for identifying the frequencies of a multisinusoidal signal is proposed. The analysis of the possibilities of the proposed estimation method using computer simulation in the MATLAB Simulink environment is carried out. The developed method can be effectively applied to a wide class of applied tasks related to the control of robots and robotic manipulators for various purposes.

**Keywords**

adaptive control, MIMO systems, identification, internal model, delay

**For citation:** Nguyen K.T., Vlasov S.M., Pyrkina A.A., Skobeleva A.V. Compensation of external disturbances for MIMO systems with control delay. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2022, vol. 22, no. 4, pp. 666–673 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2022-22-4-666-673

**Введение**

В данной работе предложен новый алгоритм компенсации параметрически неопределенных гармонических возмущений, действующих в многоканальных системах с запаздываниями в каналах управления.

Компенсация внешнего неизвестного возмущения – одна из основных и актуальных проблем теории автоматического управления. Исследование возмущенных систем с запаздыванием в канале управления очень важно для широкого практического применения и реализации таких систем в различных областях. Большое количество работ посвящено управлению под неизвестным возмущающим воздействием [1–6]. Однако, несмотря на разнообразие методов решения и моделей объектов, проблема компенсации гармонических возмущений в нелинейном объекте с запаздыванием в канале управления не рассматривалась.

На реальную техническую установку воздействуют различные физические факторы окружающей среды. Один из таких факторов — временная задержка, которая неизбежно появляется из-за процессов разной природы в большинстве практических приложений. Например, если заводы управляются удаленно через Интернет, то данные передаются не мгновенно, а с задержкой, которая зависит от качества связи. При этом некоторые вопросы, связанные с задержкой информации, остаются открытыми и требуют дальнейших исследований. Пренебрежение этими явлениями может привести к снижению качества поведения системы или даже вызвать автоколебания с последующей потерей устойчивости. Именно поэтому проектирование методов с учетом задержек является актуальной и востребованной задачей.

В теории автоматического управления задача контроля системы с запаздыванием также важна и актуальна, и давно привлекает внимание исследователей [7–11]. Выделение объектов с запаздыванием в отдельный класс обусловлено сложностью их изучения по сравнению с объектами, которые не содержат временную задержку. Характерные особенности систем управления объектами с запаздыванием: зависимость состояния управляемого процесса от его истории, пренебрежение влиянием запаздывания, что приводит к ухудшению качества системы.

В настоящее время разработано большое количество алгоритмов компенсации внешнего возмущающего воздействия с запаздыванием. Использование идентификационного подхода для компенсации мультигар-

монических возмущений реализовано для линейных [12, 13] и нелинейных [14] систем. В работе [15] представлен алгоритм управления линейным многоканальным объектом по выходу. В компенсации внешнего возмущающего воздействия с запаздыванием может применяться метод прямого адаптивного управления [16–18], основанный на принципе внутренней модели.

В настоящей работе рассмотрена задача стабилизации линейных многоканальных объектов в условиях неизмеряемых векторов состояния, внешних синусоидальных возмущений и известного постоянного запаздывания. Параметры объекта и нижние границы частоты возмущения считаются известными, а все параметры синусоидальных возмущений (амплитуда, частота и фаза) неизвестны. Решение задачи состоит из следующих этапов: предлагается наблюдатель возмущений; выполняется идентификация частот возмущений каждого канала; происходит стабилизация состояния объекта к нулю с помощью обратной связи.

Предложена новая схема компенсации возмущений для многоканальных систем, которая улучшает качество стабилизации объединенного выходного сигнала замкнутой системы. Описан метод улучшения качества оценивания частот мультисинусоидального сигнала, и обеспечена экспоненциальная сходимости к нулю ошибок оценивания. Метод компенсации возмущения основан на методе внутренней модели и требует идентификации параметров возмущения. Отличие нового метода от работ [12–14] заключается в том, что требуется идентификация только частот мультисинусоидального возмущения.

**Постановка задачи**

Рассмотрим класс линейных устойчивых возмущенных объектов управления вида:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{U}_\tau(t) + \mathbf{B}\delta(t), \tag{1}$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{Q}\delta(t), \tag{2}$$

где  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  — неизмеряемый вектор состояния;  $\mathbf{U}_\tau = [u_1(t - \tau) \dots u_q(t - \tau)]^T \in \mathbb{R}^q$  — вектор управления с запаздываниями;  $\mathbf{y}(t) = [y_1(t) \dots y_q(t)]$  — измеряемый вектор выхода;  $\delta(t) = [\delta_1(t) \dots \delta_q(t)]^T \in \mathbb{R}^q$  — вектор неизмеряемого ограниченного внешнего возмущения;  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times q}$ ,  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{q \times n}$ ,  $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^q$  — матрицы соответствующих размерностей;  $\tau$  — известное постоянное запаздывание;  $q$  — количество системных выходов.

В качестве возмущений  $\delta_1(t), \dots, \delta_q(t)$  рассмотрим сигналы

$$\begin{cases} \delta_1(t) = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1), \\ \vdots \\ \delta_q(t) = A_q \sin(\omega_q t + \varphi_q), \end{cases}$$

представленные соответственно в виде синусоид с неизвестными амплитудами  $A_1, \dots, A_q$ , частотами  $\omega_1, \dots, \omega_q$  и фазовыми сдвигами  $\varphi_1, \dots, \varphi_q$ .

Требуется синтезировать закон управления  $U(t)$ , обеспечивающий стабилизацию объединенного выходного сигнала замкнутой системы

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|y(t)\| = 0$$

с учетом следующих допущений.

**Допущение 1:** Параметры  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$  известны.

**Допущение 2:** Тройка матриц  $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$  полностью управляемая и наблюдаемая.

**Допущение 3:** Нижняя граница частот  $\omega_0$  известна  $\omega_i \geq \omega_0, i = \overline{1, q}$ .

### Выделение сигнала возмущения

Так как вектор состояния  $\mathbf{x}$  недоступен для прямых измерений, опишем объект управления (1), (2) в виде соотношения вход-выход:

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}(s)[\mathbf{U}_\tau + \boldsymbol{\delta}], \quad (3)$$

где  $\mathbf{W}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} = \frac{\beta_{ij}(s)}{\alpha(s)}$  — передаточная функция системы;  $\mathbf{I}$  — единичная матрица;  $\alpha(s)$  и  $\beta_{ij}(s)$  полиномы порядка  $n$  и  $\gamma$  соответственно с известными постоянными коэффициентами, такие что

$$\beta_{ij}(s) = b_{ij}s^\gamma + b_{\gamma-1ij}s^{\gamma-1} + \dots + b_{1ij}s + b_{0ij},$$

$$i = \overline{1, q}, j = \overline{1, q},$$

$$\alpha(s) = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0,$$

где  $\gamma$  — степень числителя передаточной функции системы.

$$\frac{\beta_{ij}(s)}{\alpha(s)} = \begin{bmatrix} \frac{\beta_{11}(s)}{\alpha(s)} & \dots & \frac{\beta_{1q}(s)}{\alpha(s)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\beta_{q1}(s)}{\alpha(s)} & \dots & \frac{\beta_{qq}(s)}{\alpha(s)} \end{bmatrix}$$

Перепишем систему (3) в виде:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \frac{\beta_{i1}(s)}{\alpha(s)} [u_1(t-\tau) + \delta_1] + \dots + \frac{\beta_{iq}(s)}{\alpha(s)} [u_q(t-\tau) + \delta_q] \end{bmatrix}$$

Рассматриваемый объект управления является устойчивым. Применим фильтры следующего вида

$$\bar{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \frac{\beta_{i1}(s)}{\alpha(s)} [u_1(t-\tau)] + \dots + \frac{\beta_{iq}(s)}{\alpha(s)} [u_q(t-\tau)] \end{bmatrix}$$

Рассмотрим расхождение по выходу

$$\tilde{\mathbf{y}} = \bar{\boldsymbol{\delta}} = \mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}}$$

или

$$\bar{\boldsymbol{\delta}} = \mathbf{W}(s)[\boldsymbol{\delta}], \quad (4)$$

где  $i = \overline{1, q}$ .

Перепишем уравнение (4) в виде:

$$\bar{\boldsymbol{\delta}}(s) = \begin{bmatrix} \frac{\beta_{11}(s)}{\alpha(s)} \delta_1 + \dots + \frac{\beta_{1q}(s)}{\alpha(s)} \delta_q \\ \vdots \\ \frac{\beta_{q1}(s)}{\alpha(s)} \delta_1 + \dots + \frac{\beta_{qq}(s)}{\alpha(s)} \delta_q \end{bmatrix}$$

В некоторых случаях для удобства используем эквивалентное представление возмущающего сигнала

$$\begin{cases} \bar{\delta}_1(t) = \bar{A}_{11} \sin(\omega_1 t + \bar{\varphi}_{11}) + \dots + \bar{A}_{1q} \sin(\omega_q t + \bar{\varphi}_{1q}) \\ \vdots \\ \bar{\delta}_q(t) = \bar{A}_{q1} \sin(\omega_1 t + \bar{\varphi}_{q1}) + \dots + \bar{A}_{qq} \sin(\omega_q t + \bar{\varphi}_{qq}). \end{cases}$$

### Синтез наблюдателей возмущения

Каждая составляющая  $\bar{\delta}_i$  возмущения может быть смоделирована как выход линейных генераторов [19]

$$\begin{aligned} \bar{\delta}_i &= \mathbf{h}_i^T \boldsymbol{\xi}_i, \\ \dot{\boldsymbol{\xi}}_i &= \mathbf{\Gamma}_i \boldsymbol{\xi}_i, \end{aligned}$$

где  $\boldsymbol{\xi}_i \in \mathbb{R}^{q_i}$  — матрицы состояния генераторов с начальными значениями  $\boldsymbol{\xi}_i(0)$ ;  $\mathbf{\Gamma}_i$  — матрица постоянных коэффициентов;  $\mathbf{h}_i$  — векторы соответствующей размерности. Матрицы  $\mathbf{\Gamma}_i$  неизвестны, но известны размеры генераторов  $q_i, i = \overline{1, q}$ .

Рассмотрим наблюдатели внешних возмущений [20]

$$\dot{\boldsymbol{\psi}}_i(t) = \mathbf{G}\boldsymbol{\psi}_i(t) + \mathbf{I}\bar{\boldsymbol{\delta}}_i(t), \quad i = \overline{1, q}, \quad (5)$$

где  $\boldsymbol{\psi}_i \in \mathbb{R}^m$ ,  $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{m \times m}$  — произвольная гурвицева матрица, образующая с  $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^m$  постоянный вектор, выбираемый по условию, что пара  $(\mathbf{G}, \mathbf{I})$  — полностью управляема.

Сигналы возмущения  $\bar{\delta}_i$  могут быть представлены в виде линейной регрессионной модели [20, 21]

$$\bar{\delta}_i = \boldsymbol{\psi}_i^T \boldsymbol{\zeta}_i, \quad (6)$$

где  $\boldsymbol{\zeta}_i$  — векторы неизвестных постоянных коэффициентов, зависящих от параметров матрицы от матриц  $\mathbf{\Gamma}_i$  (в конечном итоге — от частот мультисинусоидальных сигналов), векторы  $\boldsymbol{\psi}_i$  формируются наблюдателями (5),  $i = \overline{1, q}$ .

### Идентификация частот возмущений

Рассмотрим метод оценки частот несмещенных гармонических и мультигармонических сигналов с постоянными параметрами.

Заметим, что в матрице  $\bar{\boldsymbol{\delta}}_i(t)$  каждым сигналом возмущения является сумма всех синусоидальных сиг-

налов от каждого канала системы с одинаковыми частотами. Тогда задача заключается в идентификации частот мультиусинусоидального сигнала. Наблюдатели для возмущающих сигналов  $\bar{\delta}_i$  могут быть синтезированы для каждой из подсистем отдельно и имеют одинаковый вид. В этой связи рассмотрим только первую подсистему  $\bar{\delta}_1$ .

Сигнал возмущения  $\bar{\delta}_1$  перепишем в виде:

$$\bar{\delta}_1 = \sum_{i=1}^q \bar{A}_i \sin(\omega_i t + \bar{\varphi}_i). \quad (7)$$

Генератор сигналов вида (7) опишем дифференциальным уравнением

$$(p^2 + \omega_1^2)(p^2 + \omega_2^2) \dots (p^2 + \omega_q^2) \bar{\delta}_1(t) = 0, \quad (8)$$

где  $p = \frac{d}{dt}$  — оператор дифференцирования,  $i = \overline{1, q}$ .

С учетом выражения (8) получим

$$p^{2q} \bar{\delta}_1(t) + \theta_1 p^{2q-1} \bar{\delta}_1(t) + \dots + \theta_{q-1} p^2 \bar{\delta}_1(t) + \theta_q \bar{\delta}_1(t) = 0,$$

где

$$\begin{cases} \theta_1 = \omega_1^2 + \omega_2^2 + \dots + \omega_q^2, \\ \theta_2 = \omega_1^2 \omega_2^2 + \omega_1^2 \omega_3^2 + \dots + \omega_{q-1}^2 \omega_q^2, \\ \dots \\ \theta_q = \omega_1^2 \omega_2^2 \dots \omega_q^2. \end{cases}$$

Сигнал  $\bar{\delta}_1(t)$  представим как выход линейного генератора конечной размерности [19]

$$\begin{aligned} \bar{\delta}_1(t) &= \mathbf{h}_1^T \xi_1(t), \\ \dot{\xi}_1(t) &= \mathbf{\Gamma}_1 \xi_1(t), \\ \mathbf{\Gamma}_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\theta_q & 0 & -\theta_{q-1} & \dots & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{h}_1 &= [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]. \end{aligned}$$

Рассмотрим сигнал (7) при  $q=1$ :

$$\bar{\delta}_1(t) = \bar{A}_1 \sin(\omega_1 t + \bar{\varphi}_1). \quad (9)$$

Сигнал (9) представим в виде [22]

$$\bar{\delta}_1(t-2d) + \bar{\delta}_1(t) = 2\cos(\omega_1 d) \bar{\delta}_1(t-d), \quad (10)$$

где  $d > 0$  — оператор запаздывания.

Рассмотрим сигнал (7) при  $q \in \mathbb{N}$  гармоник

$$\bar{\delta}_1(t) = \sum_{i=1}^q \bar{A}_i \sin(\omega_i t + \bar{\varphi}_i) \quad (11)$$

и дискретный аналог сигнала (11)

$$\bar{\delta}_1[k] = \sum_{i=1}^q \bar{A}_i \sin(\omega_i kT + \bar{\varphi}_i),$$

где  $T > 0$  — период дискретизации сигнала,  $t = kT$ ,  $k = 0, 1, \dots$

Получим аналогичный результат для непрерывного сигнала (11). Для этого применим оператор запаздывания  $d$  как и в (10), к измеряемому сигналу (11). Сигналы с кратным  $d$  запаздыванием, в силу ассоциативного закона, могут быть записаны с использованием оператора запаздывания (11) как

$$\begin{cases} \bar{\delta}_1(t-d) = \Omega \bar{\delta}_1(t), \\ \bar{\delta}_1(t-2d) = \Omega^2 \bar{\delta}_1(t), \\ \vdots \\ \bar{\delta}_1(t-qd) = \Omega^q \bar{\delta}_1(t), \end{cases} \quad (12)$$

где  $\Omega$  — оператор запаздывания:

$$[\Omega(\cdot)] = \begin{cases} 0, & t < d, \\ (\cdot), (t-d), & t \geq d. \end{cases}$$

С учетом (12) перепишем уравнение (10) в виде

$$(\Omega^2 - 2\cos\omega_1 d \Omega + 1) \bar{\delta}_1(t) = 0. \quad (13)$$

**Утверждение.** Для сигнала, представленного как сумма  $q$  гармоник, справедливо выражение:

$$(\Omega^2 - 2\Omega c_1 + 1) \dots (\Omega^2 - 2\Omega c_q + 1) \bar{\delta}_1(t) = 0, \quad (14)$$

где  $c_i = \cos\omega_i d$ ,  $i = \overline{1, q}$ .

**Доказательство.** Для доказательства Утверждения используем метод математической индукции.

При  $q = 1$  выражение (14) выполняется согласно (13).

Предположим, что уравнение (14) решается при  $q = k$ , тогда

$$(\Omega^2 - 2\Omega c_1 + 1) \dots (\Omega^2 - 2\Omega c_k + 1) \bar{\delta}_1^k(t) = 0. \quad (15)$$

Следовательно, необходимо доказать, что уравнение (14) может быть решено при  $q = k + 1$ , тогда получим:

$$\begin{aligned} &(\Omega^2 - 2\Omega c_1 + 1) \dots (\Omega^2 - 2\Omega c_{k+1} + 1) \bar{\delta}_1^{k+1}(t) = \\ &= (\Omega^2 - 2\Omega c_1 + 1) \dots (\Omega^2 - 2\Omega c_k + 1) \bar{\delta}_1^k(t) + \\ &+ (\Omega^2 - 2\Omega c_1 + 1) \dots (\Omega^2 - 2\Omega c_k + 1) \beta_{k+1}(t). \end{aligned} \quad (16)$$

Из уравнений (15) и (16) имеем

$$\begin{aligned} &(\Omega^2 - 2\Omega c_1 + 1) \dots (\Omega^2 - 2\Omega c_{k+1} + 1) \bar{\delta}_1^{k+1}(t) = \\ &= (\Omega^2 - 2\Omega c_1 + 1) \dots (\Omega^2 - 2\Omega c_k + 1) \beta_{k+1}(t), \end{aligned}$$

где  $\beta_{k+1} = \bar{A}_{k+1} \sin(\omega_{k+1} t + \bar{\varphi}_{k+1})$ .

Заметим, что сигнал  $\beta_{k+1}$  можно рассматривать в соответствии с одной синусоидой (9), тогда

$$(\Omega^2 - 2\Omega c_{k+1} + 1) \beta_{k+1} = 0. \quad (17)$$

Применим оператор  $(\Omega^2 - 2\Omega c_{k+1} + 1) \beta_{k+1}$  к (16) и получим

$$\begin{aligned} &(\Omega^2 - 2\Omega c_1 + 1) \dots (\Omega^2 - 2\Omega c_{k+1} + 1) \bar{\delta}_1^{k+1}(t) = \\ &= (\Omega^2 - 2\Omega c_1 + 1) \dots (\Omega^2 - 2\Omega c_k + 1) \times \\ &\times (\Omega^2 - 2\Omega c_{k+1} + 1) \beta_{k+1}. \end{aligned} \quad (18)$$

С учетом выражений (17) и (18) получим

$$(\Omega^2 - 2\Omega c_1 + 1) \cdot \dots \cdot (\Omega^2 - 2\Omega c_{k+1} + 1) \bar{\delta}_1^{k+1}(t) = 0.$$

**Утверждение доказано.**

На основе уравнения (14) построим регрессионную модель для сигнала с  $q$  количеством гармоник

$$\Xi(t) = \chi^T(t) \varpi, \quad (19)$$

где  $\Xi \in \mathbb{R}^1$  — зависимая функция,  $\chi = [\chi_1 \ \chi_2 \ \dots \ \chi_q]^T \in \mathbb{R}^q$  — регрессор,  $\varpi = [\varpi_1 \ \varpi_2 \ \dots \ \varpi_q]^T \in \mathbb{R}^q$  — вектор неизвестных параметров.

Или, более конкретно,

$$(\Omega^2 + 1)^q \bar{\delta}_1(t) = \chi_1 \varpi_1(t) + \chi_2 \varpi_2(t) + \dots + \chi_q \varpi_q(t).$$

Компоненты уравнения (19):

—  $\Xi(t)$  с использованием биннома Ньютона:

$$\Xi(t) = (\Omega^2 + 1)^q \bar{\delta}_1(t).$$

— Вектор неизвестных параметров  $\varpi_i$  связаны с  $c_i$  формулами Виета:

$$\begin{cases} \varpi_1 = c_1 + c_2 + \dots + c_q, \\ \varpi_2 = -c_1 c_2 - c_1 c_3 - \dots - c_{q-1} c_q, \\ \vdots \\ \varpi_q = (-1)^{q+1} c_1 c_2 \cdot \dots \cdot c_q. \end{cases}$$

— Регрессор  $\chi_i(t)$ :

$$\begin{cases} \chi_1(t) = 2\Omega(\Omega^2 + 1)^{q-1} \bar{\delta}_1(t), \\ \chi_2(t) = 2^2 \Omega^2 (\Omega^2 + 1)^{q-2} \bar{\delta}_1(t), \\ \vdots \\ \chi_q(t) = 2^q \Omega^q \bar{\delta}_1(t). \end{cases}$$

### Алгоритм оценивания параметров модели (19)

Для оценивания параметров вектора  $\varpi$  модели (19) используется метод динамического расширения регрессора (DREM) [23].

Применим блок запаздывания  $v_i, i = \overline{1, q-1}$  для известных элементов регрессионной модели (19):

$$\Xi(t - v_i) = \chi^T(t - v_i) \varpi.$$

Обозначим

$$\vartheta_e = \eta_e \varpi, \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} \vartheta_e &= [\Xi(t) \ \Xi(t - v_1) \ \dots \ \Xi(t - v_{q-1})]^T, \\ \eta_e &= [\chi_1^T(t) \ \chi_1^T(t - v_1) \ \dots \ \chi_1^T(t - v_{q-1})]. \end{aligned}$$

Умножив (20) на  $\text{adj}(\eta_e(t))$  получим

$$\vartheta(t) = \Delta(t) \varpi, \quad (21)$$

где  $\Delta(t) = \det(\eta_e(t)) \in \mathbb{R}^1, \vartheta(t) = \text{adj}(\eta_e) \vartheta_e(t) \in \mathbb{R}^q$ .

Запишем уравнение (21) покомпонентно:

$$\vartheta_i(t) = \Delta(t) \varpi_i, \quad i = \overline{1, q}.$$

Представим алгоритм оценивания параметров  $\varpi_i$  в виде:

$$\hat{\varpi}_i(t) = -\kappa_i \Delta(t) (\vartheta_i(t) - \Delta(t) \hat{\varpi}_i(t)),$$

где  $\kappa_i$  — настраиваемый параметр,  $i = \overline{1, q}$ .

Чтобы получить оценку за конечное время, заменяем ошибку оценки  $\hat{\varpi}_i(t)$  по определению на  $\varpi_i - \hat{\varpi}_i(t)$ :

$$\varpi_i - \hat{\varpi}_i(t) = \varpi_i E(t) - \hat{\varpi}_i(0) E(t), \quad (22)$$

где  $\dot{E}(t) = -\kappa_i \Delta^2(t) E(t), E(0) = 1$  или  $E(t) = e^{-\kappa_i \int_0^t \Delta^2(s) ds}$ .

Выразим явно значение параметра  $\varpi_i$  из соотношения (22)

$$\hat{\varpi}_i^{ft}(t) = \frac{\hat{\varpi}_i(t) - E(t) \hat{\varpi}_i(0)}{1 - E(t)}.$$

### Алгоритм оценивания частот

Для оценки частоты применим функцию  $\arccos(\cdot)$ , основанную на параметре  $\hat{c}_i^{ft}(t)$ :

$$\hat{\varpi}_i^{ft}(t) = \frac{1}{d} \arccos(\hat{c}_i^{ft}(t)), \quad i = \overline{1, q}.$$

Заметим, что матрица  $\Gamma_1$  зависит от частот мультигармонического сигнала  $\bar{\delta}_1(t)$ .

Тогда оценка матрицы  $\hat{\Gamma}_1$  имеет вид:

$$\hat{\Gamma}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\hat{\theta}_q & 0 & -\hat{\theta}_{q-1} & \dots & 0 \end{bmatrix},$$

где

$$\begin{cases} \hat{\theta}_1 = \hat{\omega}_1^2 + \hat{\omega}_2^2 + \dots + \hat{\omega}_q^2, \\ \hat{\theta}_2 = \hat{\omega}_1^2 \hat{\omega}_2^2 + \hat{\omega}_1^2 \hat{\omega}_3^2 + \dots + \hat{\omega}_{q-1}^2 \hat{\omega}_q^2, \\ \vdots \\ \hat{\theta}_q = \hat{\omega}_1^2 \hat{\omega}_2^2 \cdot \dots \cdot \hat{\omega}_q^2. \end{cases}$$

Аналогично найдем  $\hat{\Gamma}_i, i = \overline{1, q}$  для остальных каналов.

### Синтез закона управления

С учетом выражения (6) наблюдатель (5) может быть представлен как автономная модель

$$\dot{\Psi}_i = (\mathbf{G} + \mathbf{I} \zeta_i^T) \Psi_i. \quad (23)$$

Однако векторы состояния  $\Psi_i$  неизмеримы, потому что матрицы  $\zeta_i$  неизвестны. Выполним оценку векторов состояния возмущения  $\hat{\Psi}_i$  с помощью оценки векторов  $\hat{\zeta}_i$ , при этом применим следующее уравнение

$$\hat{\zeta}_i = \mathbf{h}_i^T \mathbf{M}_i^{-1},$$

где  $\mathbf{M}_i$  — решение уравнения

$$\mathbf{M}_i \hat{\Gamma}_i - \mathbf{G}\mathbf{M}_i = \mathbf{l}h_i^T,$$

где  $\hat{\Gamma}_i$  — оценка матриц  $\Gamma_i, i = \overline{1, q}$ .

Так как объект работает в условиях запаздывания, на основе фундаментального решения автономной модели (23) определим будущие значения вектора состояния наблюдателя

$$\boldsymbol{\psi}_i(t + \tau) = \exp\{(\mathbf{G} + \mathbf{l}\hat{\zeta}_i^T)\tau\}\boldsymbol{\psi}_i(t). \quad (24)$$

На основе уравнений (6) и (24) получим:

$$\hat{\delta}_i(t + \tau) = \hat{\rho}_i^T \boldsymbol{\psi}_i(t),$$

где  $\hat{\rho}_i^T = \hat{\zeta}_i^T \exp\{(\mathbf{G} + \mathbf{l}\hat{\zeta}_i^T)\tau\}$ .

Структуру настраиваемого регулятора определим в соответствии с принципом непосредственной компенсации:

$$\mathbf{U}(t) = -\hat{\delta}(t + \tau) = -\frac{1}{\mathbf{W}(s)} \hat{\delta}(t). \quad (25)$$

С учетом выражений (4) и (24) закон управления (25) можно записать

$$\mathbf{U}(t) = -\frac{1}{\mathbf{W}(s)} \hat{\delta}(t) = -\frac{1}{\mathbf{W}(s)} \begin{bmatrix} \hat{\delta}_1(t + \tau) \\ \vdots \\ \hat{\delta}_q(t + \tau) \end{bmatrix} = -\frac{1}{\mathbf{W}(s)} \begin{bmatrix} \hat{\rho}_1^T \boldsymbol{\psi}_1(t) \\ \vdots \\ \hat{\rho}_q^T \boldsymbol{\psi}_q(t) \end{bmatrix}.$$

Матричная передаточная функция  $\boldsymbol{\beta}^{-1}(s)$  является инверсией функции  $\boldsymbol{\beta}(s)$  уравнения объекта управления в виде соотношения вход-выход (3).

### Математическое моделирование

Приведем результаты численного моделирования, иллюстрирующие эффективность предложенного алгоритма оценивания частоты несмещенного гармонического сигнала с постоянными параметрами. Моделирование выполнено с помощью программной среды MATLAB Simulink.

Рассмотрим объект управления второго порядка с двумя входными и двумя выходными каналами

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}(s)[\mathbf{U}_\tau + \boldsymbol{\delta}],$$

где

$$\mathbf{W}(s) = \begin{bmatrix} \frac{3s^2 + 5s + 10}{s^2 + 2s + 1} & \frac{s^2 + 3s + 7}{s^2 + 2s + 1} \\ \frac{2s^2 + 2s + 1}{s^2 + 2s + 1} & \frac{s^2 + 5s + 3}{s^2 + 2s + 1} \end{bmatrix}, \tau = 1 \text{ с.}$$

Пусть возмущающее воздействие имеет вид:

$$\boldsymbol{\delta} = [2\sin(t) \quad 3\sin(2t)]^T.$$

Векторы  $\boldsymbol{\psi}_1$  и  $\boldsymbol{\psi}_2$  являются состояниями наблюдателей (5) со следующими параметрами:

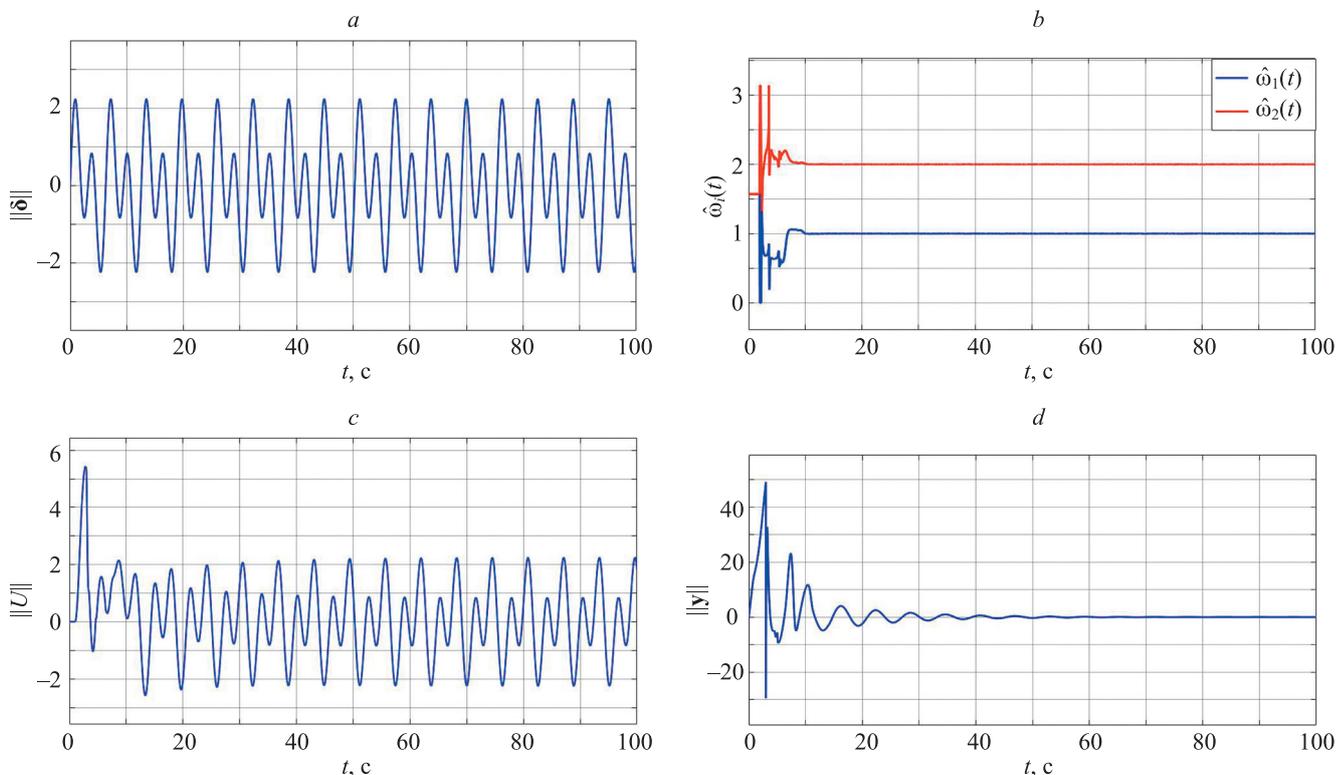


Рисунок. Временные диаграммы: возмущений  $\boldsymbol{\delta}(t)$  (a); оценки частот  $\hat{\omega}_1(t), \hat{\omega}_2(t)$  (b); сигнала управления  $\mathbf{U}(t)$  (c); переходные процессы для выхода  $\mathbf{y}(t)$  (d)

Figure. Time diagrams of disturbances  $\boldsymbol{\delta}(t)$  (a), frequency estimates  $\hat{\omega}_1(t), \hat{\omega}_2(t)$  (b), control signal  $\mathbf{U}(t)$  (c), transients for output  $\mathbf{y}(t)$  (d)

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -5 & -9 & -7 & -8 \end{bmatrix}, \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Параметр запаздывания для параметризации сигнала возмущения:  $d = 0,1$  с.

Параметры алгоритма DREM:  $\nu = 0,05$ ,  $\kappa_j = 1$ .

В результате моделирования сформирована временная диаграмма функции возмущения  $\delta(t)$  (рисунок, *a*), переходные процессы для оценки частот  $\hat{\omega}_1(t) = 1$ ,  $\hat{\omega}_2(t) = 2$  (рисунок, *b*) и для сигнала управления  $U(t)$  (рисунок, *c*). На рисунке, *d* продемонстрировано, что все переменные выходные системы асимптотически стремятся к нулю.

Графики переходных процессов демонстрируют ограниченность всех сигналов в системе (рисунок, *a-d*). Алгоритм управления (25) позволяет сохранить устойчи-

вость в многоканальных системах с входным запаздыванием в условиях внешних возмущений.

### Заключение

Предложена новая схема компенсации внешних возмущающих воздействий в многоканальных системах с входным запаздыванием в условиях внешних возмущений. Схема обеспечивает ограниченность всех сигналов в системе и сходимостью регулируемых переменных  $u$  к нулю. Предложен новый подход к идентификации частот мультиусиной сигнала. Показана экспоненциальная сходимость оценивания частот мультиусиной сигнала к истинными значениям. Подход может быть расширен в случае выбора объекта с неизвестными параметрами и запаздыванием, что возможно в качестве направления дальнейших исследований.

### Литература

- Bobtsov A., Kremlev A. Adaptive compensation of biased sinusoidal disturbances with unknown frequency // *IFAC Proceedings Volumes*. 2005. V. 38. N 1. P. 131–136. <https://doi.org/10.3182/20050703-6-CZ-1902.00022>
- Nikiforov V.O. Adaptive nonlinear servocompensation of unknown external disturbances // *IFAC Proceedings Volumes*. 1999. V. 32. N 2. P. 4506–4511. [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)56768-3](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)56768-3)
- Bobtsov A., Pyrkin A., Titov A., Kremlev A. Compensation of harmonic disturbance for nonlinear plant with parametric and functional uncertainty // *IFAC Proceedings Volumes*. 2011. V. 44. N 1. P. 1528–1533. <https://doi.org/10.3182/20110828-6-IT-1002.02324>
- Nikiforov V. Adaptive non-linear tracking with complete compensation of unknown disturbances // *European Journal of Control*. 1998. V. 4. N 2. P. 132–139. [https://doi.org/10.1016/S0947-3580\(98\)70107-4](https://doi.org/10.1016/S0947-3580(98)70107-4)
- Nikiforov V.O. Adaptive servocompensation of input disturbances // *IFAC Proceedings Volumes*. 1996. V. 29. N 1. P. 5114–5119. [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)58492-X](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)58492-X)
- Wang J., Vedyakov A., Vediakova A., Pyrkin A., Bobtsov A., Shavetov S. Output adaptive controller for a class of MIMO systems with input delay and multisinusoidal disturbance // *IFAC-PapersOnLine*. 2015. V. 48. N 11. P. 892–899. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2015.09.304>
- Olbrot A. Stabilizability, detectability, and spectrum assignment for linear autonomous systems with general time delays // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1978. V. 23. N 5. P. 887–890. <https://doi.org/10.1109/TAC.1978.1101879>
- Manitius A., Olbrot A. Finite spectrum assignment problem for systems with delays // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1979. V. 24. N 4. P. 541–552. <https://doi.org/10.1109/TAC.1979.1102124>
- Anderson R., Spong M. Bilateral control of teleoperators with time delay // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1989. V. 34. N 5. P. 494–501. <https://doi.org/10.1109/9.24201>
- Krstic M., Smyshlyaev A. Backstepping boundary control for first-order hyperbolic PDEs and application to systems with actuator and sensor delays // *Systems and Control Letters*. 2008. V. 57. N 9. P. 750–758. <https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2008.02.005>
- Bresch-Pietri D., Krstic M. Adaptive trajectory tracking despite unknown input delay and plant parameters // *Automatica*. 2009. V. 45. N 9. P. 2074–2081. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2009.04.027>
- Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Nikiforov V.O., Vedyakov A.A., Kolyubin S.A., Borisov O.I. Output control approach for delayed linear systems with adaptive rejection of multiharmonic disturbance // *IFAC Proceedings Volumes*. 2014. V. 43. N 3. P. 12110–12115. <https://doi.org/10.3182/20140824-6-ZA-1003.01787>
- Пыркин А.А., Бобцов А.А., Никифоров В.О., Колубин С.А., Ведяков А.А., Борисов О.И., Громов В.С. Компенсация полигар-

### References

- Bobtsov A., Kremlev A. Adaptive compensation of biased sinusoidal disturbances with unknown frequency. *IFAC Proceedings Volumes*, 2005, vol. 38, no. 1, pp. 131–136. <https://doi.org/10.3182/20050703-6-CZ-1902.00022>
- Nikiforov V.O. Adaptive nonlinear servocompensation of unknown external disturbances. *IFAC Proceedings Volumes*, 1999, vol. 32, no. 2, pp. 4506–4511. [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)56768-3](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)56768-3)
- Bobtsov A., Pyrkin A., Titov A., Kremlev A. Compensation of harmonic disturbance for nonlinear plant with parametric and functional uncertainty. *IFAC Proceedings Volumes*, 2011, vol. 44, no. 1, pp. 1528–1533. <https://doi.org/10.3182/20110828-6-IT-1002.02324>
- Nikiforov V. Adaptive non-linear tracking with complete compensation of unknown disturbances. *European Journal of Control*, 1998, vol. 4, no. 2, pp. 132–139. [https://doi.org/10.1016/S0947-3580\(98\)70107-4](https://doi.org/10.1016/S0947-3580(98)70107-4)
- Nikiforov V.O. Adaptive servocompensation of input disturbances. *IFAC Proceedings Volumes*, 1996, vol. 29, no. 1, pp. 5114–5119. [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)58492-X](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)58492-X)
- Wang J., Vedyakov A., Vediakova A., Pyrkin A., Bobtsov A., Shavetov S. Output adaptive controller for a class of MIMO systems with input delay and multisinusoidal disturbance. *IFAC-PapersOnLine*, 2015, vol. 48, no. 11, pp. 892–899. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2015.09.304>
- Olbrot A. Stabilizability, detectability, and spectrum assignment for linear autonomous systems with general time delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1978, vol. 23, no. 5, pp. 887–890. <https://doi.org/10.1109/TAC.1978.1101879>
- Manitius A., Olbrot A. Finite spectrum assignment problem for systems with delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1979, vol. 24, no. 4, pp. 541–552. <https://doi.org/10.1109/TAC.1979.1102124>
- Anderson R., Spong M. Bilateral control of teleoperators with time delay. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1989, vol. 34, no. 5, pp. 494–501. <https://doi.org/10.1109/9.24201>
- Krstic M., Smyshlyaev A. Backstepping boundary control for first-order hyperbolic PDEs and application to systems with actuator and sensor delays. *Systems and Control Letters*, 2008, vol. 57, no. 9, pp. 750–758. <https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2008.02.005>
- Bresch-Pietri D., Krstic M. Adaptive trajectory tracking despite unknown input delay and plant parameters. *Automatica*, 2009, vol. 45, no. 9, pp. 2074–2081. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2009.04.027>
- Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Nikiforov V.O., Vedyakov A.A., Kolyubin S.A., Borisov O.I. Output control approach for delayed linear systems with adaptive rejection of multiharmonic disturbance. *IFAC Proceedings Volumes*, 2014, vol. 43, no. 3, pp. 12110–12115. <https://doi.org/10.3182/20140824-6-ZA-1003.01787>

- монического возмущения, действующего на состояние и выход линейного объекта с запаздыванием в канале управления // Автоматика и телемеханика. 2015. № 12. С. 43–64.
14. Pyrkina A.A., Bobtsov A.A., Chepinskiy S.A., Kapitanyuk Y.A. Compensation of unknown multiharmonic disturbance for nonlinear plant with delay in control // IFAC Proceedings Volumes. 2010. V. 43. N 14. P. 481–486. <https://doi.org/10.3182/20100901-3-IT-2016.00065>
  15. Wang J., Vedyakov A.A., Vediakova A.O., Pyrkina A.A., Bobtsov A.A., Shavetov S.V. Output adaptive controller for a class of MIMO Systems with input delay and multisinusoidal disturbance // IFAC-PapersOnLine. 2015. V. 48. N 11. P. 892–899. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2015.09.304>
  16. Nikiforov V.O. Adaptive compensation of external disturbances // Control of Complex Systems: Preprint 125 / ed. by A.L. Fradkov, A.A. Stotsky. St. Petersburg: IPME, 1995. P. 34–40.
  17. Johnson C.D. Accommodation of external disturbances in linear regulator and servomechanism problems // IEEE Transactions on Automatic Control. 1971. V. 16. N 6. P. 635–644. <https://doi.org/10.1109/TAC.1971.1099830>
  18. Francis D.A., Wonham W.M. The internal model principle for linear multivariable regulators // Applied Mathematics and Optimization. 1975. V. 2. N 2. P. 170–194. <https://doi.org/10.1007/BF01447855>
  19. Nikiforov V.O. Adaptive servomechanism controller with an implicit reference model // International Journal of Control. 1997. V. 68. N 2. P. 277–286. <https://doi.org/10.1080/002071797223604>
  20. Никифоров В.О. Адаптивное и робастное управление с компенсацией внешних возмущений. СПб.: Наука, 2003. 282 с.
  21. Никифоров В.О. Наблюдатели внешних детерминированных возмущений I. Объекты с известными параметрами // Автоматика и телемеханика. 2004. № 10. С. 13–24.
  22. Нгуен Х.Т., Власов С.М., Пыркин А.А., Попков И.В. Новый алгоритм идентификации частоты синусоидального сигнала с постоянными параметрами // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2022. Т. 22. № 1. С. 18–24. <https://doi.org/10.17586/2226-1494-2022-22-1-18-24>
  23. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkina A. Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing // IEEE Transactions on Automatic Control. 2017. V. 62. N 7. P. 3546–3550. <https://doi.org/10.1109/TAC.2016.2614889>
  13. Pyrkina A.A., Bobtsov A.A., Nikiforov V.O., Kolyubin S.A., Vedyakov A.A., Borisov O.I., Gromov V.S. Compensation of polyharmonic disturbance of state and output of a linear plant with delay in the control channel. *Automation and Remote Control*, 2015, vol. 76, no. 12, pp. 2124–2142. <https://doi.org/10.1109/TAC.2016.2614889>
  14. Pyrkina A.A., Bobtsov A.A., Chepinskiy S.A., Kapitanyuk Y.A. Compensation of unknown multiharmonic disturbance for nonlinear plant with delay in control. *IFAC Proceedings Volumes*, 2010, vol. 43, no. 14, pp. 481–486. <https://doi.org/10.3182/20100901-3-IT-2016.00065>
  15. Wang J., Vedyakov A.A., Vediakova A.O., Pyrkina A.A., Bobtsov A.A., Shavetov S.V. Output adaptive controller for a class of MIMO Systems with input delay and multisinusoidal disturbance. *IFAC-PapersOnLine*, 2015, vol. 48, no. 11, pp. 892–899. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2015.09.304>
  16. Nikiforov V.O. Adaptive compensation of external disturbances. *Control of Complex Systems: Preprint 125*. Ed. by A.L. Fradkov, A.A. Stotsky. St. Petersburg, IPME, 1995, pp. 34–40.
  17. Johnson C.D. Accommodation of external disturbances in linear regulator and servomechanism problems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1971, vol. 16, no. 6, pp. 635–644. <https://doi.org/10.1109/TAC.1971.1099830>
  18. Francis D.A., Wonham W.M. The internal model principle for linear multivariable regulators. *Applied Mathematics and Optimization*, 1975, vol. 2, no. 2, pp. 170–194. <https://doi.org/10.1007/BF01447855>
  19. Nikiforov V.O. Adaptive servomechanism controller with an implicit reference model. *International Journal of Control*, 1997, vol. 68, no. 2, pp. 277–286. <https://doi.org/10.1080/002071797223604>
  20. Nikiforov V.O. *Adaptive and Robust Control with Compensation of the External Disturbances*. St. Petersburg, Nauka Publ., 2003, 282 p. (in Russian)
  21. Nikiforov V.O. Observers of external deterministic disturbances. I. Objects with known parameters. *Automation and Remote Control*, 2004, vol. 65, no. 10, pp. 1531–1541. <https://doi.org/10.1023/B:AURC.0000044264.74470.48>
  22. Nguyen Kh.T., Vlasov S.M., Pyrkina A.A., Popkov I.V. A new algorithm for the identification of sinusoidal signal frequency with constant parameters. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2022, vol. 22, no. 1, pp. 18–24. (in Russian). <https://doi.org/10.17586/2226-1494-2022-22-1-18-24>
  23. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkina A. Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, vol. 62, no. 7, pp. 3546–3550. <https://doi.org/10.1109/TAC.2016.2614889>

#### Авторы

**Нгуен Хак Тунг** — аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, <https://orcid.org/0000-0001-6430-1927>, [nguyenkhactunghvhq1994@gmail.com](mailto:nguyenkhactunghvhq1994@gmail.com)

**Власов Сергей Михайлович** — кандидат технических наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, [sc 55355689600](https://orcid.org/0000-0002-8345-7553), <https://orcid.org/0000-0002-8345-7553>, [smvlasov@itmo.ru](mailto:smvlasov@itmo.ru)

**Пыркин Антон Александрович** — доктор технических наук, профессор, профессор, декан факультета, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, [sc 26656070700](https://orcid.org/0000-0001-8806-4057), <https://orcid.org/0000-0001-8806-4057>, [a.pyrkin@gmail.com](mailto:a.pyrkin@gmail.com)

**Скобелева Александра Викторовна** — студент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, <https://orcid.org/0000-0002-1504-5856>, [skala.job@gmail.com](mailto:skala.job@gmail.com)

#### Authors

**Khac T. Nguyen** — PhD Student, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, <https://orcid.org/0000-0001-6430-1927>, [nguyenkhactunghvhq1994@gmail.com](mailto:nguyenkhactunghvhq1994@gmail.com)

**Sergey M. Vlasov** — PhD, Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, [sc 55355689600](https://orcid.org/0000-0002-8345-7553), <https://orcid.org/0000-0002-8345-7553>, [smvlasov@itmo.ru](mailto:smvlasov@itmo.ru)

**Anton A. Pyrkina** — D. Sc., Full Professor, Dean of Faculty, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, [sc 26656070700](https://orcid.org/0000-0001-8806-4057), <https://orcid.org/0000-0001-8806-4057>, [a.pyrkin@gmail.com](mailto:a.pyrkin@gmail.com)

**Aleksandra V. Skobeleva** — Student, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, <https://orcid.org/0000-0002-1504-5856>, [skala.job@gmail.com](mailto:skala.job@gmail.com)

Статья поступила в редакцию 18.03.2022  
Одобрена после рецензирования 20.05.2022  
Принята к печати 12.07.2022

Received 18.03.2022  
Approved after reviewing 20.05.2022  
Accepted 12.07.2022



Работа доступна по лицензии  
Creative Commons  
«Attribution-NonCommercial»