

doi: 10.17586/2226-1494-2022-22-5-999-1006

УДК 539.378:677.494

## Эффект биений в одноосноориентированных полимерных материалах

Виктория Владимировна Головина<sup>1</sup>✉, Павел Павлович Рымкевич<sup>2</sup>,  
Ольга Васильевна Рымкевич<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup> Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург, 197198, Российская Федерация

<sup>1</sup> victoria\_gol@mail.ru✉, <https://orcid.org/0000-0002-2691-7680>

<sup>2</sup> romallaa@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9362-0561>

<sup>3</sup> Olga.Rymkevich@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-8926-4552>

### Аннотация

**Предмет исследования.** Исследованы упруго-релаксационные свойства одноосноориентированных полимерных материалов при динамическом режиме деформирования. Предложено теоретическое объяснение явления возникновения биений. Приведено экспериментальное подтверждение полученных теоретических результатов. **Метод.** Используя метод барьерной теории и применяя уравнение баланса числа переходов кластеров через энергетический барьер с учетом времени перехода, получено уточненное определяющее уравнение вязкоупругости полимерного материала. Экспериментальные исследования в динамическом режиме проведены методом свободных продольных малоамплитудных колебаний. **Основные результаты.** Для полимерного материала с учетом времени перехода кластера через энергетический барьер получено уточненное определяющее уравнение. Данное уравнение является дифференциальным уравнением второго порядка и допускает периодическое решение. Рассмотрено применение полученного уравнения к исследованию свободных продольных малоамплитудных колебаний в одноосноориентированных полимерных материалах. Показано, что решение уравнения допускает два близких комплексных корня, существование которых приводит к эффекту наблюдаемых биений. Получены соотношения между параметрами колебательного процесса и вязкоупругими характеристиками. Эксперимент показал, что у исследуемых полимерных материалов в определенном интервале нагрузок наблюдается сложная форма колебательного процесса, аналогичная явлению биений. Зависимость тангенса угла механических потерь, рассчитанного по основной частоте, от напряжения имеет острый максимум в интервале напряжений, где наблюдаются биения. По полученным теоретическим соотношениям и определенным экспериментально коэффициенту затухания и основной частоте определено время перехода кластера через энергетический барьер или время жизни кластера в данном энергетическом состоянии. Использование дополнительной информации, полученной в ходе экспериментов в статических режимах, позволило определить время релаксации для данного материала. Расчет на примере нити из полиэтилентерефталата показал, что теория согласуется с экспериментом. **Практическая значимость.** На основании экспериментальных данных, получаемых при исследовании свободных продольных колебаний, и решения уточненного определяющего уравнения можно определить необходимые вязкоупругие характеристики, что дает возможность прогнозировать динамические процессы деформирования в полимерных материалах.

### Ключевые слова

определяющее уравнение, вязкоупругость, высокоэластическая деформация, свободные продольные колебания, биения, одноосноориентированные полимерные материалы

**Ссылка для цитирования:** Головина В.В., Рымкевич П.П., Рымкевич О.В. Эффект биений в одноосноориентированных полимерных материалах // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2022. Т. 22, № 5. С. 999–1006. doi: 10.17586/2226-1494-2022-22-5-999-1006

## The beating effect in uniaxial oriented polymer materials

Victoria V. Golovina<sup>1</sup>✉, Pavel P. Rymkevich<sup>2</sup>, Olga V. Rymkevich<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup> Mozhaisky Military Aerospace Academy, Saint Petersburg, 197198, Russian Federation

<sup>1</sup> victoria\_gol@mail.ru✉, <https://orcid.org/0000-0002-2691-7680>

<sup>2</sup> romallaa@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9362-0561>

<sup>3</sup> Olga.Rymkevich@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-8926-4552>

© Головина В.В., Рымкевич П.П., Рымкевич О.В., 2022

**Abstract**

Elastic-relaxation properties of uniaxial oriented polymer materials under dynamic deformation mode are investigated. A theoretical explanation of the phenomenon of the occurrence of beats is proposed. Experimental confirmation of the obtained theoretical results is given. Using the barrier theory and applying the balance equation of the number of cluster transitions through the energy barrier, taking into account the transition time, a refined constitutive equation of the viscoelasticity of the polymer materials is obtained. Experimental studies in the dynamic mode were carried out by the method of the longitudinal low-amplitude oscillations. For a polymer material, taking into account the time of transition of the cluster through the energy barrier, a refined constitutive equation is obtained. The resulting equation is a second-order differential equation and admits a periodic solution. The application of the obtained equation to the study of free longitudinal low-amplitude oscillations in uniaxial oriented polymer materials is considered. It is shown that the solution of the equation admits two close complex roots, the existence of which leads to the effect of the observed beats. The relations between the parameters of the oscillatory process and viscoelastic characteristics are obtained. The experiment showed that the polymer materials under study have a complex form of the oscillatory process, similar to the phenomenon of beats, in a certain range of load. The dependence of the tangent of the mechanical losses angle calculated from the main frequency on the stress has an acute maximum in the stress range where beats are observed. According to the obtained theoretical ratios and experimentally determined attenuation coefficient and main frequency, the time of transition of the cluster through the energy barrier or the lifetime of the cluster in this energy state is determined. The use of additional information obtained during experiments in static modes made it possible to determine the relaxation time for this material. The calculation on the example of polyethyleneterephthalate (PET) filament showed that the theory is consistent with the experiment. Based on the experimental data obtained during the study of free longitudinal oscillations and the solution of the refined constitutive equation, it is possible to determine the necessary viscoelastic characteristics which makes it possible to predict dynamic deformation processes in polymer materials.

**Keywords**

constitutive equation, viscoelasticity, highly elastic deformation, free longitudinal oscillations, beating, uniaxial oriented polymers

**For citation:** Golovina V.V., Rymkevich P.P., Rymkevich O.V. The beating effect in uniaxial oriented polymer materials. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2022, vol. 22, no. 5, pp. 999–1006 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2022-22-5-999-1006

**Введение**

Метод продольных свободных колебаний — один из динамических методов исследования вязкоупругих свойств полимерных материалов, который наиболее близко отражает реальные условия эксплуатации. Из механики известно, что в системе с одной степенью свободы может быть только одна мода продольных колебаний [1–3]. Примером такой системы является гармонический осциллятор в виде груза, подвешенного на невесомой длинной нити при условии, что масса нити много меньше массы груза. Отметим, что в ряде работ [4–7] в ходе экспериментальных исследований одноосноориентированных полимерных материалов в динамических режимах наблюдался факт наличия не одной, а двух мод колебаний. В некоторых случаях их можно интерпретировать как биения. Заметим, что не ясно, откуда берется энергия возбуждения собственных колебаний после того, как амплитуда биений становится равной нулю. Например, подобные эффекты известны в физике — эффект Ганна [8] и в химии — эффект Белоусова–Жаботинского [9, 10].

Несовпадение теоретических предпосылок с экспериментальными данными при рассмотрении колебательных процессов в ориентированных полимерах также связано с их сложным и многообразным надмолекулярным строением. При этом в научных работах содержится мало сведений, относящихся к свободным колебаниям в полимерных системах. Несмотря на то, что попытки описать явление возникновения биений в ряде полимерных материалах проводились [5, 6, 11], окончательно достоверного и убедительного теоретического доказательства предложено не было.

Цель работы — теоретическое обоснование возникновения биений в одноосноориентированных полимерных системах в условиях динамической нагрузки. Также показать практическое применение результатов решения полученного уточненного определяющего уравнения полимерного материала.

**Определяющее уравнение полимерного материала с учетом времени перехода через потенциальный барьер**

Рассмотрим проблему теоретического описания возникновения биений в полимерных материалах с точки зрения барьерной теории [12–14]. В простейшем случае при наличии одного рабочего барьера (двухуровневая модель, рис. 1) определяющее уравнение для высокоэластичной части деформации имеет вид:

$$\tau_p \frac{d}{dt} \varepsilon_{вз}(t) + p(x) \varepsilon_{вз}(t) = q(x), \quad (1)$$

где  $\tau_p = \tau_0 e^{H^*}$  — внутреннее время релаксации, определяемое высотой энергетического барьера  $H$ ;  $\tau_0$  — константа времени релаксации для данного материала;  $\varepsilon_{вз} = \varepsilon - x$  — высокоэластическая часть деформации;  $\varepsilon$  — полная деформация;  $x = \varepsilon_{упр} = \frac{\sigma}{E_0}$  — упругая часть деформации;  $\sigma$  — напряжение;  $E_0$  — модуль упругости;  $p(x) = e^{\gamma x^2} + A e^{-\gamma x^2}$  и  $q(x) = q_0 \text{sh}(\gamma x^2)$  — вспомогательные функции;  $\gamma x^2$  — упругая энергия;  $\gamma$  — структурно-чувствительный коэффициент;  $q_0 = \frac{2m_0 A \delta}{1 + A} = \frac{2m_0 \delta}{1 + e^{-U^*}}$  — константа материала;  $A = e^{U^*}$  — больцмановский фактор;  $H^* = \frac{H}{T}$  и  $U^* = \frac{U}{T}$  — приведенные энергетические

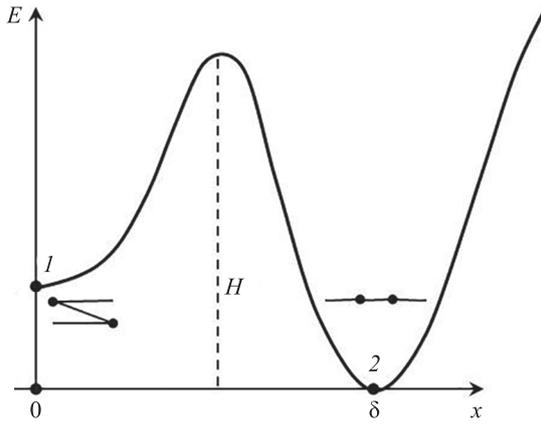


Рис. 1. Энергетическая диаграмма активных конформационных элементов в зависимости от размера кластера  $x$ .

- 1 — энергетическое состояние, соответствующее модели складчатой структуры в свернутом виде;
- 2 — энергетическое состояние, соответствующее модели складчатой структуры в распрямленном виде

Fig. 1. Energy diagram of active conformational elements depending on the cluster size  $x$ .

1 — the energy state corresponding to the folded structure model in the collapsed form; 2 — the energy state corresponding to the folded structure model in the straightened form

величины;  $T$  — абсолютная температура;  $m_0$  — число кластеров на единицу длины;  $\delta$  — квант деформации.

Отметим, что уравнение (1) — эволюционное уравнение первого порядка, которое носит релаксационный характер и к «биениям» не приводит. Необходимо обратить внимание на допущения [12–14], сделанные при выводе уравнения (1). Согласно допущениям, высокоэластическая составляющая деформации равна  $\epsilon_{вэ} = \delta(N_2 - N_2^0)$ , где  $N_2^0$  и  $N_2$  — число кластеров на единицу длины в состоянии 2 в начальный и текущий моменты времени. Тогда  $\epsilon_{вэ}$  определяется числом квантов деформации  $\delta$ , образующихся при переходах кластеров из состояния 1 в состояние 2 (рис. 1). Поэтому по физической сути уравнение (1) представляет собой уравнение баланса. Тогда для числа переходов из состояния 1 в состояние 2 при постоянном полном числе кластеров на единицу длины ( $N_0 = N_1 + N_2 = \text{const}$ ), меняющих свою конфигурацию, получим:

$$\frac{d}{dt}N_2(t) + P_{12}(t)N_2(t) + P_{21}(t)N_2(t) = N_0P_{12}(t), \quad (2)$$

где  $P_{12}(t)$  и  $P_{21}(t)$  — вероятности перехода в единицу времени  $t$  из состояния 1 в состояние 2 и наоборот, которые определяются приведенными высотами энергетических барьеров прямого  $H_{12}^*$  и обратного  $H_{21}^*$  переходов и, согласно принципу Больцмана, равны  $P_{12}(t) = \nu e^{-H_{12}^*}$  и  $P_{21}(t) = \nu e^{-H_{21}^*}$ ;  $\nu$  — частота подхода к барьеру.

Уравнение (2) получено в приближении, что временем перехода кластера, состоящего из макромолекул полимера, через энергетический барьер можно пренебречь. Другими словами, уравнение (2) локально во времени. Для большинства квазистатических процессов

данное условие выполняется, и уравнение (1) верно описывает процессы деформирования в полимерных нитях [12, 13, 15–18]. Но все же на перестройку кластера полимерного тела требуется определенное время  $\tau$ . С учетом этого времени уравнение (2) перестает носить локальный характер и превращается в дифференциально-разностное уравнение:

$$\frac{d}{dt}N_2(t) + P_{12}(t)N_2(t) + P_{21}(t - \tau)N_2(t - \tau) = N_0P_{12}(t - \tau).$$

Сдвинув шкалу времени на величину  $\tau$  и разложив в ряд числа заполнения  $\frac{d}{dt}N_2(t + \tau)$  по времени перехода  $\tau$ , получим в первом приближении уточненное уравнение (2) в виде:

$$\frac{d^2}{dt^2}N_2\tau + \frac{d}{dt}N_2 + (P_{12} + P_{21})N_2 = N_0P_{12}$$

или

$$\ddot{N}_2\tau + \dot{N}_2 + (P_{12} + P_{21})N_2 = N_0P_{12}. \quad (3)$$

Выполним с уравнением (3) аналогичные действия [13, 14] и получим для полимерного материала уточненное определяющее уравнение с учетом времени перехода кластера через энергетический барьер:

$$\ddot{\epsilon}_{вэ}\tau_p + \dot{\epsilon}_{вэ}\tau_p + p(x)\epsilon_{вэ} = q(x). \quad (4)$$

Уравнение (4) — уравнение второго порядка и, следовательно, допускает периодическое решение.

### Применение уточненного определяющего уравнения к исследованию свободных продольных малоамплитудных колебаний в полимерных материалах

Рассмотрим применение уравнения (4) к исследованию малоамплитудных продольных колебаний. На рис. 2 схематически изображен объект исследования.

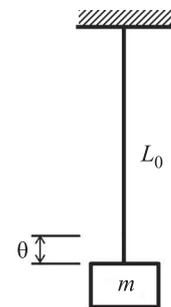


Рис. 2. Схема объекта исследования.

$L_0$  — длина изучаемого образца (база);  $m$  — масса подвешенного груза (нагрузка);  $\theta$  — изучаемая динамическая часть полной деформации

Fig. 2. Scheme of the investigation object.

$L_0$  is the length of the studied sample (base);  $m$  is the mass of the suspended load (load);  $\theta$  is the dynamic part of the total deformation under study

Представим полную деформацию в виде:  $\varepsilon = \varepsilon^p + \theta$ , где  $\varepsilon^p$  — равновесное значение полной деформации.

При этом  $\theta \ll \varepsilon^p$ . Аналогично упругую составляющую полной деформации можно записать как  $x = x^p + y$ , где  $y$  — упругая динамическая часть деформации. Тогда запишем уравнение движения тяжелого груза на длинной легкой нити:

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 y = 0, \quad (5)$$

где  $\omega_0$  — частота упругих колебаний имеет вид

$$\omega_0^2 = \frac{S_0 E_{\text{дин}}}{m L_0} = \frac{g}{L_0 x^p},$$

где  $S_0$  — площадь поперечного сечения образца;  $x^p = \frac{mg}{E_{\text{дин}}}$  — равновесная упругая часть деформации;  $E_{\text{дин}}$  — динамический модуль упругости.

Линеаризуем уравнение (4) по степеням  $y$ . При этом учтем, что  $\varepsilon_{\text{вз}} = \varepsilon - x = \varepsilon_{\text{вз}}^p + z$ , где  $z$  — динамическая часть высокоэластической деформации, а полная динамическая деформация может быть представлена как сумма динамических частей упругой и высокоэластической деформаций:

$$\theta = y + z. \quad (6)$$

Линеаризованное уравнение имеет следующий вид

$$\tau \tau_p \ddot{z} + \tau_p \dot{z} + pz - ky = 0, \quad (7)$$

где коэффициенты  $p = p(x^p) = \exp(\gamma(x^p)^2) + A \exp(-\gamma(x^p)^2)$  и  $k = k(x^p) = \frac{4\gamma^* x^p q_0 (1 + A)}{p(x^p)}$ .

Используя соотношение (6), исключим из уравнений (5) и (7) динамическую упругую деформацию  $y$  и получим систему двух линейных дифференциальных уравнений второго порядка, связанных друг с другом правыми частями:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta &= \omega_0^2 z \\ \tau \tau_p \ddot{z} + \tau_p \dot{z} + (p + k)z &= k\theta \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Первое уравнение системы (8) — уравнение колебаний для полной динамической деформации, второе — релаксационное колебательное уравнение для высокоэластической составляющей деформации с учетом инерционного слагаемого  $\tau \tau_p \ddot{z}$ . В первом уравнении левую часть вынуждает высокоэластичная часть динамической деформации  $\omega_0^2 z$ , во втором — высокоэластичная деформация возбуждается полной динамической деформацией  $k\theta$ .

Получим решения системы (8):

$$\theta = \theta_0 e^{\lambda t} \text{ и } z = z_0 e^{\lambda t},$$

где  $\lambda$  — комплексная частота.

Характеристическое уравнение системы (8) имеет вид

$$\tau \tau_p \lambda^4 + \tau_p \lambda^3 + (p + k + \tau \tau_p \omega_0^2) \lambda^2 + \omega_0^2 \tau_p \lambda + p \omega_0^2 = 0. \quad (9)$$

Уравнение (9) допускает решение двух близких комплексных корней. Отметим, что существование таких

решений может привести к эффекту наблюдаемых биений.

В предельном случае, если частоты равны, то коэффициенты затухания близки, и выражение (9) должно представлять собой полный квадрат наблюдаемых корней:

$$(\lambda^2 + 2\beta\lambda + \Omega_0^2)^2 = 0, \quad (10)$$

где  $\beta$  — коэффициент затухания обеих мод колебаний, близких по величине;  $\Omega_0$  — несущая частота при биениях (непосредственно наблюдаемая в ходе эксперимента).

Объединив уравнения (9) и (10), получим

$$\begin{aligned} \lambda^4 + 4\beta^2 \lambda^2 + \Omega_0^4 + 4\beta\lambda^3 + 2\Omega_0^2 \lambda^2 + 4\beta\lambda\Omega_0^2 &\equiv \\ \equiv \lambda^4 + \frac{1}{\tau} \lambda^3 + \left( \frac{p+k}{\tau \tau_p} + \omega_0^2 \right) \lambda^2 + \frac{\omega_0^2}{\tau} \lambda + \frac{p}{\tau \tau_p} \omega_0^2. \end{aligned} \quad (11)$$

Сопоставляя подобные множители равенства (11), приходим к следующим соотношениям:

$$\beta = \frac{1}{4\tau}, \quad (12)$$

$$\frac{\omega_0^2}{\tau} = 4\beta\Omega_0^2, \quad (13)$$

$$\left( \frac{p+k}{\tau \tau_p} + \omega_0^2 \right) = 4\beta^2 + 2\Omega_0^2, \quad (14)$$

$$\Omega_0^4 = \frac{p}{\tau \tau_p} \omega_0^2. \quad (15)$$

Из (12) и (13) следует, что

$$\Omega_0 = \omega_0. \quad (16)$$

С учетом (12) и (16) соотношение (15) примет вид:

$$\frac{p}{\tau_p} = \frac{\Omega_0^2}{4\beta}. \quad (17)$$

Из (14) с учетом (16) получаем, что

$$\frac{k}{\tau_p} = \beta. \quad (18)$$

Перемножив (17) и (18), получим  $\frac{pk}{(x^p)^2} = \frac{\Omega_0^2}{4}$  или с учетом принятых обозначений  $4\gamma x^p q_0 (1 + A) = \frac{\Omega_0^2}{4} \tau_p^2$ .

Таким образом, получая величины  $\beta$  и  $\Omega_0$  непосредственно из эксперимента, проводимого в динамическом режиме методом малоамплитудных продольных колебаний, можно определить такие параметры, как время релаксации  $\tau_p$  и время перехода через энергетический барьер  $\tau$ .

### Экспериментальная проверка полученных теоретических результатов

С целью проверки полученных в работе теоретических результатов выполним экспериментальные исследования упруго-релаксационных свойств одноосноориентированных полимерных нитей при динамическом режиме деформирования методом свободных

продольных малоамплитудных колебаний в сочетании с ползучестью. Измерения проведены на установке [19], в которой к образцу исследуемой полимерной нити сначала была приложена статическая нагрузка, обеспечивающая в нити процесс ползучести. Установлено, что интервал времени в 1 мин достаточен для максимальной реализации процесса ползучести изучаемых полимерных материалов, подготовки к записи колебаний и является рациональным с точки зрения длительности эксперимента. После выдержки образца под нагрузкой, в нем кратковременным импульсом ударного узла возбуждались свободные продольные колебания. С помощью датчика регистрировалась частота свободных продольных колебаний. Измерения выполнены с шагом нагрузки 0,5–1 Н в зависимости от исследуемого материала. Каждый образец подвергался только однократному испытанию. Все исследования проведены в изотермическом режиме при одинаковой для всех образцов температуре  $T = 293$  К.

Погрешность схемы регистрации свободных продольных колебаний не превышала 5 % при достоверности 0,95, что допустимо для устройств и машин, предназначенных для динамических испытаний. Значение случайной погрешности определено на основании статистической обработки данных в предположении, что измеряемые величины образуют совокупность независимых случайных величин, и тем самым подчиняются закону нормального распределения Гаусса. Границы доверительного интервала определены по  $t$ -распределению Стьюдента. Вычислено, что значение случайной погрешности в определении динамической составляющей деформации не превышает 6 % при доверительной вероятности, равной 0,95, что, в свою очередь, на порядок больше инструментальной, которая согласно классу точности прибора составила  $\Delta \epsilon_{\text{ин}} = 2 \cdot 10^{-4}$ .

В качестве объектов исследования выбраны синтетические нити, которые находят широкое применение в технике, имеют разное строение и обладают нелинейными свойствами, характерными для высокоориентированных полимеров: полиэтилентерефталат (ПЭТФ), синтетический высокопрочный материал (СВМ) и терлон (табл. 1).

Напряжение, действующее в образце, рассчитано по формуле:

$$\sigma = \frac{P\rho}{T} \cdot 10^3,$$

где  $P$  — нагрузка на образце;  $\rho$  — плотность материала;  $T$  — линейная плотность.

В ходе проведения экспериментов у рассматриваемых материалов в определенном диапазоне нагрузок наблюдалась сложная форма колебательного процесса,

связанная с появлением второй моды колебаний. Такого вида колебания можно рассматривать как модулированные по амплитуде колебания или как результат сложения двух колебаний одинаковой амплитуды и близких частот — биения. В настоящей работе эти колебания определены как биения.

В таблице приведены диапазоны напряжений и деформаций, внутри которых для исследуемых полимерных материалов появляются и исчезают биения.

На рис. 3 приведены типичные зависимости динамической части деформации  $\theta$  от времени  $t$  при различных значениях напряжения  $\sigma$  для ПЭТФ нити.

Из рис. 3 видно, как появляются (рис. 3, *b*), усиливаются, максимально проявляются (рис. 3, *c*), а затем ослабевают (рис. 3, *d*) и исчезают при некотором значении напряжения (рис. 3, *e*) наблюдаемые биения. Перед появлением биений на начальной стадии нагружения и после исчезновения биений при дальнейшем увеличении нагрузки наблюдаются только классические затухающие колебания (рис. 3, *a*, *e*). Колебания при различных значениях напряжения на этих стадиях отличаются только значением основной частоты  $\omega_1 = \Omega_0$  (рис. 4).

Выполнена обработка экспериментальных данных, полученных с помощью осциллографа. На основе осциллограмм построены зависимости основной и дополнительной частот от приложенного напряжения.

На рис. 4 приведены численные зависимости для нити ПЭТФ. Видно, что основная частота  $\omega_1$  монотонно уменьшается с увеличением приложенного к образцу напряжения как в области биений, так и вне ее.

При этом дополнительная частота  $\omega_2$  (рис. 4) зависит от напряжения только в области биений, вне этой области — зависимость несущественна.

Тангенс угла механических потерь, рассчитанный по основной частоте как  $\text{tg} \delta = \frac{\beta}{\Omega_0}$ , в зависимости от нагрузки имеет острый максимум в интервале напряжений, где наблюдаются биения. На рис. 5 приведена зависимость тангенса угла механических потерь  $\text{tg} \delta$  от напряжения  $\sigma$  для полимерной нити ПЭТФ.

Из рис. 4 и рис. 5 видно, что в интервале напряжений, где наблюдается сближение частот  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , тангенс угла механических потерь имеет острый максимум.

Устойчивость появления и исчезновения биений подтверждена экспериментальными проверками влияния различных внешних факторов и причин возбуждения второй моды колебаний. Так, для проверки достоверности наблюдаемых биений, проведены контрольные испытания в меняющихся условиях.

Изменение внутренних параметров (внутренних частот) установки путем ступенчатого догружения верхней платформы показало, что диапазон частот, внутри

Таблица. Области появления и исчезновения биений

Table. Areas of occurrence and disappearance of beats

Материал	Линейная плотность, текс	Напряжение $\sigma$ , МПа	Деформация $\epsilon$ , %
СВМ	29,4	390–520	0,40–0,50
Терлон	29,4	350–450	0,42–0,48
ПЭТФ	114	60–75	0,47–0,58

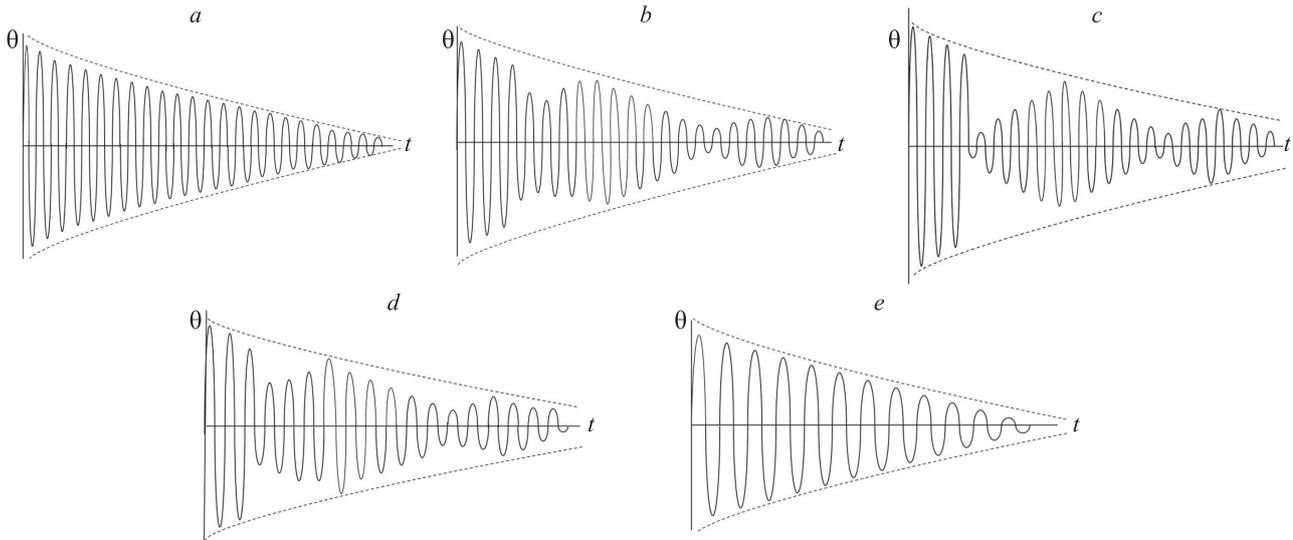


Рис. 3. Схематические зависимости динамической деформации  $\theta$  от времени  $t$  для нити полиэтилентерефталата при различных уровнях приложенного напряжения  $\sigma$ : 50 МПа (а); 60 МПа (б); 65 МПа (с); 70 МПа (д); 75 МПа (е)  
 Fig. 3. Schematic dependences of dynamic deformation  $\theta$  vs. time  $t$  for PET filament at different level of applied stress  $\sigma$ : 50 MPa (a); 60 MPa (b); 65 MPa (c); 70 MPa (d); 75 MPa (e)

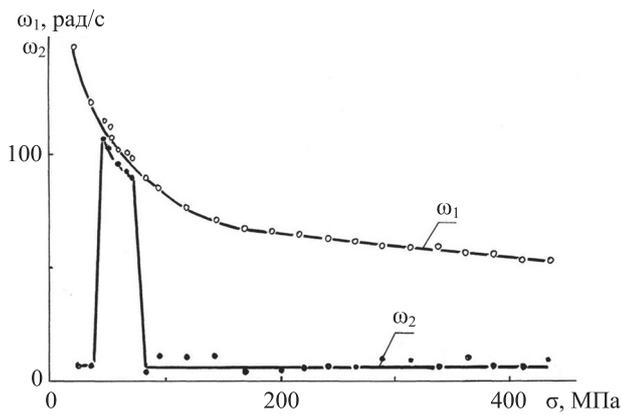


Рис. 4. Зависимости основной частоты  $\omega_1 = \Omega_0$  и дополнительной частоты биений  $\omega_2 = \Delta\omega$  от напряжения  $\sigma$  для нити полиэтилентерефталата  
 Fig. 4. Dependences of the main frequency  $\omega_1 = \Omega_0$  and the additional beat frequency  $\omega_2 = \Delta\omega$  vs. the stress  $\sigma$  for the PET filament

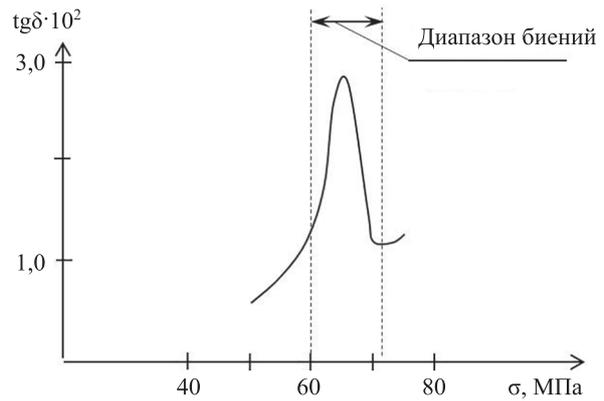


Рис. 5. Зависимость тангенса угла механических потерь  $\text{tg}\delta$  от напряжения  $\sigma$  для полимерной нити полиэтилентерефталата при температуре  $T = 293$  К  
 Fig. 5. Dependence of the tangent of the mechanical losses angle  $\text{tg}\delta$  vs. the stress  $\sigma$  for the PET filament at temperature  $T = 293$  К

которого наблюдались биения, не изменяется. Влияние вынужденных поперечных колебаний на характер наблюдаемого явления биения легко проверить, рассчитав частоту этих колебаний. При зажимной длине образца 0,2 м частота поперечных колебаний составляет около 7 рад/с, а при длине 0,1 м – 10 рад/с, что значительно ниже частоты свободных продольных колебаний, при которых появляются биения как для нити ПЭТФ (около 110 рад/с, рис. 4), так и для других нитей [5, 6]. При этом наложение на свободные продольные колебания нити внешних поперечных и крутильных колебаний показало, что биения продолжали наблюдаться в том же диапазоне деформаций, при котором они проявлялись при обычном испытании.

Также установлено, что статическое напряженно-деформированное состояние полимера, частота свободных колебаний и масса груза, подвешенного к нити, не влияют на характер наблюдаемых биений. Однако диапазоны частот, внутри которых появляются и исчезают биения, различны для полимерных материалов различного химического строения.

Таким образом, причина возникновения сложной формы колебательного процесса в виде наблюдаемых биений не связана с внешними источниками происхождения второй моды колебаний, а заключается в особенностях надмолекулярного строения изучаемых полимерных материалов.

### Применение полученных экспериментальных данных для вычисления параметров однобарьерной модели

Рассмотрим пример вычисления параметров однобарьерной модели для нити ПЭТФ.

1. Определим напряжение биения на основании рис. 3–5. Наиболее ярко биения наблюдаются при напряжении  $\sigma = 65$  МПа. При этом основная частота  $\Omega_0 = 92$  с<sup>-1</sup>, а тангенс угла механических потерь  $\text{tg}\delta = 2,81 \cdot 10^{-2}$ .

2. Определим коэффициент затухания:  $\beta = \Omega_0 \text{tg}\delta = 92 \cdot 2,81 \cdot 10^{-2} = 2,59$  с<sup>-1</sup>.

3. Из соотношения (17) выразим время релаксации  $\tau_p = \frac{4\beta p}{\Omega_0^2}$ .

Значение коэффициента  $p$  определим согласно разработанной методике по экспериментальным данным, полученным в режиме ползучести. Для ПЭТФ нити он составляет  $p = 8,1$  [14].

Тогда  $\tau_p = \frac{4 \cdot 2,59 \cdot 8,1}{92^2} = 0,01$  с, что согласуется с данными, полученными согласно методике в работе [14] из эксперимента, проведенного в статическом режиме.

4. Оценим время жизни кластеров в возбужденном состоянии  $\tau$  согласно выражению (12):  $\tau = \frac{1}{4\beta} = \frac{1}{4 \cdot 2,59} = 0,0965$  с  $\approx 0,1$  с.

Таким образом, получив из эксперимента коэффициент затухания и основную частоту, можно опреде-

лить введенную величину  $\tau$  — время перехода через энергетический барьер или время жизни кластера в данном энергетическом состоянии, а также величину времени релаксации для случая одного барьера.

### Заключение

В работе предложено теоретическое объяснение возможности наличия двух мод колебаний в полимерном материале на основе учета в уравнении баланса времени перехода кластеров из одного конформационного состояния в другое. На основе применения полученного уточненного определяющего уравнения к исследованию малоамплитудных продольных колебаний в полимерных материалах получены соотношения между параметрами колебательного процесса и вязкоупругими характеристиками. Показано, что у исследуемых полимерных материалов в определенном интервале приложенного напряжения наблюдается сложная форма колебательного процесса, аналогичная явлению биений. Для полиэтилентерефталатной нити приведены экспериментальные зависимости. Согласно экспериментальным данным и полученным соотношениям показан пример расчета времени жизни кластера в данном энергетическом состоянии и времени релаксации для нити из полиэтилентерефталата. Результаты обработки экспериментальных данных показали, что теория согласуется с экспериментом.

### Литература

1. Мандельштам Л.И. Лекции по теории колебаний. М.: Наука, 1972. 470 с.
2. Работнов Ю.Н. Элементы наследственной механики твердых тел. М.: Наука, 1977. 384 с.
3. Пальмов В.А. Нелинейная механика деформируемых тел: учебное пособие. СПб.: Изд-во Политехнического университета, 2014. 793 с.
4. Romanova A.A., Stalevich A.M., Rymkevich P.P., Gorshkov A.S., Ginzburg B.M. A new phenomenon — amplitude-modulated free oscillations (beatings) in loaded, highly oriented fibers from semicrystalline polymers // *Journal of Macromolecular Science. Part B: Physics*. 2007. V. 46B. N 3. P. 467–474. <https://doi.org/10.1080/00222340701257703>
5. Романова А.А. Математическое моделирование деформационных свойств синтетических нитей при динамическом нагружении: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Л., 1990. 231 с.
6. Горшков А.С. Динамическая вязкоупругость синтетических нитей в начальной стадии деформирования: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. СПб., 2004. 178 с.
7. Romanova A.A., Rymkevich P.P., Gorshkov A.S., Stalevich A.M. Dynamic relaxation of synthetic fibres // *Fibre Chemistry*. 2005. V. 37. N 4. P. 289–292. <https://doi.org/10.1007/s10692-005-0097-2>
8. Gunn J.B. Microwave oscillations of current in III-V semiconductors // *Solid State Communications*. 1963. V. 1. N 4. P. 88–91. [https://doi.org/10.1016/0038-1098\(63\)90041-3](https://doi.org/10.1016/0038-1098(63)90041-3)
9. Белоусов Б.П. Периодически действующая реакция и ее механизм // Автоволновые процессы в системах с диффузией: сборник научных трудов. Горький: Изд-во ГГУ, 1951, с. 76.
10. Жаботинский А.М. Концентрационные колебания. М.: Наука, 1974. 179 с.
11. Горшков А.С., Романова А.А., Рымкевич П.П., Сталевич А.М. Амплитудная модуляция ориентированных полимеров в началь-

### References

1. Mandelsham L.I. *Lectures on the Theory of Oscillations*. Moscow, Nauka Publ., 1972, 470 p. (in Russian)
2. Rabotnov Ju.N. *Elements of Hereditary Solid Mechanics*. Moscow, Nauka Publ., 1977, 284 p. (in Russian)
3. Palmov V.A. *Nonlinear Mechanics of Deformable Bodies*. St. Petersburg, Polytechnic University Publ., 2014. 793 p. (in Russian)
4. Romanova A.A., Stalevich A.M., Rymkevich P.P., Gorshkov A.S., Ginzburg B.M. A new phenomenon — amplitude-modulated free oscillations (beatings) in loaded, highly oriented fibers from semicrystalline polymers. *Journal of Macromolecular Science. Part B: Physics*, 2007, vol. 46B, no. 3, pp. 467–474. <https://doi.org/10.1080/00222340701257703>
5. Romanova A.A. *Mathematical modeling of the synthetic threads deformation properties under dynamic loading*. Dissertation for the degree of candidate of technical sciences, Leningrad, 1990, 231 p. (in Russian)
6. Gorshkov A.S. *Dynamic viscoelasticity of the synthetic threads at the initial deformation stage*. Dissertation for the degree of candidate of technical sciences. St. Petersburg, 2004, 178 p. (in Russian)
7. Romanova A.A., Rymkevich P.P., Gorshkov A.S., Stalevich A.M. Dynamic relaxation of synthetic fibres. *Fibre Chemistry*, 2005, vol. 37, no. 4, pp. 289–292. <https://doi.org/10.1007/s10692-005-0097-2>
8. Gunn J.B. Microwave oscillations of current in III-V semiconductors. *Solid State Communications*, 1963, vol. 1, no. 4, pp. 88–91. [https://doi.org/10.1016/0038-1098\(63\)90041-3](https://doi.org/10.1016/0038-1098(63)90041-3)
9. Belousov B.P. Intermittent reaction and its mechanism. *Autowave processes in systems with diffusion*. Gorky, State University of Gorky, 1951, pp. 76. (in Russian)
10. Zhabotinskii A.M. *Concentration Oscillations*. Moscow, Nauka Publ., 1974, 179 p. (in Russian)
11. Gorshkov A.S., Romanova A.A., Rymkevich P.P., Stalevich A.M. Amplitude Modulation of Oriented Polymers at the Initial Stage of Deformation. *Fiziko-himija polimerov: Sintez, svojstva i primenenie*, 2004, no. 10, pp. 111–112. (in Russian)

- ной стадии деформирования // Физико-химия полимеров: Синтез, свойства и применение. 2004. № 10. С. 111–112.
12. Rymkevich P.P., Romanova A.A., Golovina V.V., Makarov A.G. The energy barriers model for the physical description of the viscoelasticity of synthetic polymers: application to the uniaxial orientational drawing of polyamide films // *Journal of Macromolecular Science. Part B: Physics*. 2013. V. 52. N 12. P. 1829–1847. <https://doi.org/10.1080/00222348.2013.808906>
  13. Головина В.В. Моделирование и прогнозирование деформационных свойств полимерных текстильных материалов: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. СПб., 2013. 168 с.
  14. Рымкевич П.П. Разработка научных основ и методов прогнозирования термовязкоупругих свойств полимерных материалов текстильной и легкой промышленности: диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук. СПб.: СПбГУТД, 2018. 299 с.
  15. Головина В.В., Ляшенко В.А., Басенко В.Г., Рымкевич О.В. Прогнозирование механического поведения полимерных текстильных материалов с учётом их надмолекулярной структуры // *Известия высших учебных заведений. Технология легкой промышленности*. 2017. Т. 36. № 2. С. 36–40.
  16. Головина В.В., Макаров А.Г., Романова А.А., Рымкевич О.В. Моделирование и прогнозирование ползучести полимерных текстильных материалов методом барьерной теории // *Известия высших учебных заведений. Технология легкой промышленности*. 2018. Т. 41. № 3. С. 5–9.
  17. Горшков А.С., Макаров А.Г., Романова А.А., Рымкевич П.П. Моделирование деформационных процессов ориентированных полимеров на основе описания кинетики надмолекулярных структур, разделенных энергетическими барьерами // *Инженерно-строительный журнал*. 2013. № 9(44). С. 75–83. <https://doi.org/10.5862/MCE.44.10>
  18. Головина В.В., Шахова Е.А., Рымкевич П.П. Уравнение состояния полимерных нитей // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2020. Т. 20. № 6. С. 877–882. <https://doi.org/10.17586/2226-1494-2020-20-6-877-882>
  19. Горшков А.С., Сталевич А.М., Романова А.А., Рымкевич П.П. Устройство для определения динамических характеристик комплексных нитей. Патент на полезную модель RU33650U1. Бюл. 2003. № 30.
  20. Rymkevich P.P., Romanova A.A., Golovina V.V., Makarov A.G. The energy barriers model for the physical description of the viscoelasticity of synthetic polymers: application to the uniaxial orientational drawing of polyamide films. *Journal of Macromolecular Science. Part B: Physics*, 2013, vol. 52, no. 12, pp. 1829–1847. <https://doi.org/10.1080/00222348.2013.808906>
  21. Golovina V.V. *Modeling and Prediction of Deformation Properties of Polymer Textile Materials*. Dissertation for the degree of candidate of technical sciences. St. Petersburg, 2013, 168 p. (in Russian)
  22. Rymkevich P.P. *Development of Scientific Foundations and Prediction Methods for the Thermoviscoelastic Properties of Polymeric Materials in the Textile and Consumer Industry*. Dissertation for the degree of doctor of technical sciences. St. Petersburg, SPbSUITD, 2018, 299 p. (in Russian)
  23. Golovina V.V., Lyashenko V.A., Basenko V.G., Rymkevich O.V. Predicting the mechanical behavior of polymer textile materials taking into account their supermolecular structure. *Proceedings of the higher educational institutions. Light Industry Technology*, 2017, vol. 36, no. 2, pp. 36–40. (in Russian)
  24. Golovina V.V., Makarov A.G., Romanova A.A., Rymkevich O.V. Modeling and forecasting of the polymer textile creep by the barrier theory method. *Proceedings of the higher educational institutions. Light Industry Technology*, 2018, vol. 41, no. 3, pp. 5–9. (in Russian)
  25. Gorshkov A.S., Makarov A.G., Romanova A.A., Rymkevich P.P. Modelling of directed polymers deformation processes based on the description of the kinetics of supramolecular structures separated by energy barriers. *Magazine of Civil Engineering*, 2013, no. 9(44), pp. 75–83. (in Russian). <https://doi.org/10.5862/MCE.44.10>
  26. Golovina V.V., Shakhova E.A., Rymkevich P.P. Condition equation of polymer filaments. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2020, vol. 20, no. 6, pp. 877–882. (in Russian). <https://doi.org/10.17586/2226-1494-2020-20-6-877-882>
  27. Gorshkov A.S., Stalевич A.M., Romanova A.A., Rymkevich P.P. Device for determining the dynamic characteristics of complex threads. *Patent RU33650U1*, 2003. (in Russian)

## Authors

**Victoria V. Golovina** — PhD, Associate Professor, Associate Professor, Mozhaisky Military Aerospace Academy, Saint Petersburg, 197198, Russian Federation, [sc 17434019700](mailto:17434019700), <https://orcid.org/0000-0002-2691-7680>, [victoria\\_gol@mail.ru](mailto:victoria_gol@mail.ru)

**Pavel P. Rymkevich** — D. Sc., Associate Professor, Professor, Mozhaisky Military Aerospace Academy, Saint Petersburg, 197198, Russian Federation, [sc 6506856521](mailto:6506856521), <https://orcid.org/0000-0002-9362-0561>, [romallaa@yandex.ru](mailto:romallaa@yandex.ru)

**Olga V. Rymkevich** — PhD, Associate Professor, Mozhaisky Military Aerospace Academy, Saint Petersburg, 197198, Russian Federation, <https://orcid.org/0000-0001-8926-4552>, [Olga.Rymkevich@gmail.com](mailto:Olga.Rymkevich@gmail.com)

## Авторы

**Головина Виктория Владимировна** — кандидат технических наук, доцент, доцент, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург, 197198, Российская Федерация, [sc 17434019700](mailto:17434019700), <https://orcid.org/0000-0002-2691-7680>, [victoria\\_gol@mail.ru](mailto:victoria_gol@mail.ru)

**Рымкевич Павел Павлович** — доктор технических наук, доцент, профессор, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург, 197198, Российская Федерация, [sc 6506856521](mailto:6506856521), <https://orcid.org/0000-0002-9362-0561>, [romallaa@yandex.ru](mailto:romallaa@yandex.ru)

**Рымкевич Ольга Васильевна** — кандидат технических наук, доцент, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург, 197198, Российская Федерация, <https://orcid.org/0000-0001-8926-4552>, [Olga.Rymkevich@gmail.com](mailto:Olga.Rymkevich@gmail.com)

Статья поступила в редакцию 14.07.2022  
Одобрена после рецензирования 04.09.2022  
Принята к печати 29.09.2022

Received 14.07.2022  
Approved after reviewing 04.09.2022  
Accepted 29.09.2022



Работа доступна по лицензии  
Creative Commons  
«Attribution-NonCommercial»