2 ФОТОНИКА И ОПТОИНФОРМАТИКА

УДК 535.2:621.373.8267

КОМПЛЕКСНАЯ ОГИБАЮЩАЯ ПРОИЗВОЛЬНОГО ОПТИЧЕСКОГО СИГНАЛА ДЛЯ ОПИСАНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИМПУЛЬСОВ С КОНТИНУУМНЫМИ СПЕКТРАМИ И РАЗЛИЧНЫМИ ЦЕНТРАЛЬНЫМИ ЧАСТОТАМИ В ПРОЗРАЧНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ СРЕДАХ

Ю.А. Шполянский

На основе формализма аналитического сигнала получено выражение для комплексной огибающей оптического излучения, составленного из импульсов с континуумными спектрами и различными центральными частотами. Показано, что само- и взаимодействие таких импульсов в нелинейной среде может быть описано одним уравнением для комплексной огибающей их суммарного поля при условии, что дисперсионная зависимость константы распространения от частоты вводится в уравнение в Фурье-пространстве непосредственно, а не в виде аппроксимации несколькими первыми членами ряда Тейлора.

Ключевые слова: континуум, сверхширокий спектр, фемтосекундный, сверхбыстрый, сверхкороткий, предельно короткий, огибающая, аналитический сигнал, взаимодействие, кросс-модуляция.

Введение

Для нелинейной оптики фемто- и аттосекундных импульсов важным и актуальным является вопрос выбора теоретических подходов, на основе которых строятся модели эволюции электромагнитного излучения в прозрачных средах. Фундаментальным для описания динамики квазимонохроматических световых импульсов был подход, основанный на рассмотрении комплексной огибающей их электрического поля [1–3]. Уравнения для огибающих позднее были обобщены на случай фемтосекундных импульсов с широкими, в том числе континуумными, спектрами, ширина которых сопоставима с центральной частотой [4, 5]. Эти уравнения успешно применяются для теоретического описания сверхуширения спектра в оптических волноводах [6] и объемных средах [7–9].

Однако корректность и целесообразность распространения подхода на основе комплексной огибающей на случай излучения с континуумным спектром, а также предельно коротких импульсов (ПКИ) из малого (меньше 10) числа колебаний поля [10] вызывала дискуссии с момента появления таких объектов. Изначально целью введения огибающей в радиофизике и оптике был анализ медленных по сравнению с периодом колебаний изменений комплексной огибающей длинных импульсов и уход от рассмотрения «быстрых» осцилляций электромагнитного поля. В случае ПКИ временной масштаб сопоставим с одним периодом колебаний, и введение огибающей не является необходимым. Поэтому параллельно развивался подход, связанный с рассмотрением эволюции непосредственно электрического поля (спектра) фемтосекундных импульсов. Уравнения для поля часто получают из полной системы уравнений Максвелла в приближении однонаправленного распространения излучения (отсутствие самоотраженной волны) [12–15]. Эти уравнения включают традиционные уравнения для огибающих как предельные случаи [12].

Полевые уравнения позволяют анализировать не только эволюцию одиночных импульсов с континуумными спектрами, но и взаимодействие таких импульсов, в том числе с разными центральными частотами [16], не требуя для этого какой-либо дополнительной модификации. При рассмотрении огибающих для описания взаимодействия импульсов используют системы связанных уравнений, соответствующих различным несущим частотам [1–3, 11]. В настоящей работе формализм аналитического сигнала [17] применен для получения комплексной огибающей оптического излучения с произвольным временным профилем, в том числе составленного из импульсов с континуумными спектрами и различными центральными частотами. Доказано, что такая огибающая позволяет рассчитывать само- и взаимодействие импульсов в рамках одного уравнения, как и в случае полевого подхода, при условии, что дисперсионная зависимость константы распространения от частоты вводится в уравнение для огибающей в Фурье-пространстве непосредственно, без традиционно используемого разложения в ряд Тейлора.

Комплексная огибающая оптического сигнала с произвольным временным профилем

Будем рассматривать эволюцию линейно поляризованного светового излучения в прозрачном одномодовом оптическом волноводе, считая структуру электрического поля E неизменной в поперечном направлении. В современных книгах и статьях по нелинейной оптике [1–5, 11] вывод уравнений для комплексной огибающей $\mathcal{E}$ стартует с представления электрического поля в виде

$$E(z,t) = \tfrac{1}{2}\mathcal{E}(z,t)\exp\left[i(\omega_0 t - k_0 z)\right] + к.с., \qquad (1)$$

где z – направление, вдоль которого распространяется излучение; t – время; ω_0 – частота, которую называют «несущей»; $k_0 = k(\omega_0)$; $k(\omega)$ – дисперсионная зависимость константы распространения от частоты ω; «*к.с.*» обозначает комплексное сопряжение. Появление (1) в учебниках обычно сразу сопровождается стандартной оговоркой, что огибающая $\mathcal{E}(z,t)$ характеризуется медленными изменениями на расстояниях z порядка длины волны $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$ и соответственно узким временным спектром по сравнению с ω_0. На самом деле при зафиксированном параметре ω_0 для любого физически значимого распределения электрического поля можно взаимно однозначно определить его комплексную огибающую, удовлетворяющую (1). Чтобы в этом убедиться, необходимо, кроме (1), иметь однозначную обратную процедуру расчета огибающей $\mathcal{E}$ для любого E.

Такая процедура следует из теории аналитического сигнала [17]. Рассмотрим произвольную вещественнозначную функцию времени $s(t)$, для которой существует преобразование Фурье. Функция $s(t)$ и ее частотный спектр $g(\omega)$ связаны соотношениями

$$g(\omega) = F\big(s(t)\big) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)\exp(-i\omega t)dt;\;\; s(t) = F^{-1}\big(g(\omega)\big) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} g(\omega)\exp(i\omega t)d\omega,$$

где ω – частота; F, F^{-1} – прямое и обратное преобразования Фурье. Далее имеем:

$$s(t) = \frac{1}{2\pi}\left[\int_{0}^{+\infty} g(\omega)\exp(i\omega t)d\omega + \int_{-\infty}^{0} g(\omega)\exp(i\omega t)d\omega\right] = a(t) + к.с. \qquad (2)$$

Здесь введена комплексная функция $a(t) = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{0}^{+\infty} g(\omega)\exp(i\omega t)d\omega = F^{-1}\left[H(\omega)g(\omega)\right]$ – аналитический сигнал [17], спектр которого построен из спектральных компонент функции $s(t)$ на частотах $\omega \ge 0$:

$$H(\omega)=\begin{cases}1, & \omega>0,\\ 1/2, & \omega=0,\\ 0, & \omega<0.\end{cases} \tag{3}$$

Для получения правой части (2) во втором интегральном слагаемом ω заменено на $-\omega$ и использовано свойство спектра вещественной функции: $g(-\omega)=g^*(\omega)$, где символ звездочки обозначает комплексное сопряжение. Сопоставляя (1) и (2), имеем:

$$\mathcal{E}(z,t)=2\exp[-i(\omega_0 t-k_0 z)]\cdot F^{-1}[H(\omega)G(z,\omega)], \tag{4}$$

где $G(z,\omega)=F(E(z,t))$. В частотной области формула (4) переходит в выражение для спектра комплексной огибающей

$$\mathcal{E}(z,\omega-\omega_0)=\int_{-\infty}^{+\infty}\mathcal{E}(z,t)\exp[-i(\omega-\omega_0)t]dt=2\exp(ik_0 z)\cdot H(\omega)G(z,\omega) \tag{5}$$

или, что то же самое,

$$\mathcal{E}(z,\omega)=2\exp(ik_0 z)\cdot H(\omega+\omega_0)G(z,\omega+\omega_0)\,. \tag{5'}$$

Таким образом, с точностью до множителя $2\exp(ik_0 z)$ частотный спектр огибающей получается из спектральных компонент электрического поля с неотрицательными частотами, сдвинутых влево на ω_0. Выражения (1), (4) взаимно однозначны, если спектр $\mathcal{E}(z,t)$ не содержит компонент на частотах $\omega<-\omega_0$.

Заметим также, что

$$A(z,t)=|\mathcal{E}(z,t)|=2\left|F^{-1}[H(\omega)\cdot F(E(z,t))]\right|, \tag{6}$$

т.е. модуль комплексной огибающей однозначно определяется значениями вещественной функции $E(z,t)$ и не зависит от в общем случае искусственного параметра ω_0. Функция $A(z,t)$ представляет собой обобщенную временную вещественную огибающую произвольного оптического сигнала $E(z,t)$ [17] (рис. 1).

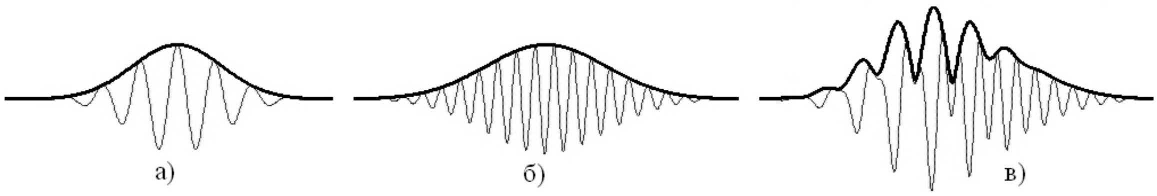

Рис. 1. Электрическое поле *E* (тонкая линия) и рассчитанная по формуле (6) вещественная огибающая *A* (жирная линия) для ПКИ на основной (а), удвоенной (б) частоте и суммы импульсов (а), (б), сдвинутых друг относительно друга по времени (в)

Выражения (4), (5) позволяют рассчитать комплексную огибающую и ее частотный спектр для произвольного оптического сигнала. Заметим, что в современной литературе по нелинейной оптике эти выражения практически не встречаются и не обсуждается процедура их получения. Без понимания этой процедуры нельзя сделать вывод о том, что формализм комплексной огибающей – это еще один эквивалентный способ описания вещественного электрического поля, не связанный с какими-либо ограничивающими предположениями на этапе введения огибающей. Кроме этого, без выражений (4), (5) нельзя изучать эволюцию сигнала сложной формы, когда вид огибающей не угадать (рис. 1, в). Универсальность понятия огибающей – одна из фундаментальных причин работоспособности подхода на ее основе в случае импульсов из малого числа колебаний светового поля, а также излучения суперконтинуума.

Уравнение для комплексной огибающей фемтосекундных импульсов со сверхширокими спектрами

При выводе уравнений для огибающей выражение (1) подставляют в уравнения Максвелла, дополненные уравнениями поляризационного отклика среды, или производные из них полевые уравнения и получают уравнения для огибающей. Взаимно однозначные соотношения (1), (4) позволяют преобразовать любое уравнение для поля в прозрачной среде в эквивалентное уравнение для комплексной огибающей с эквивалентными начальными и граничными условиями, а также восстановить $E(z,t)$ по рассчитанному $\mathcal{E}(z,t)$ при любом z. На этом этапе уравнения эквивалентны, и результаты, полученные на их основе, должны быть идентичны.

Различия между подходами появляются, когда в уравнении для огибающей используют не все слагаемые, получаемые при его выводе из полевого уравнения. Пренебрежение частью слагаемых имеет место практически всегда, так как исследователи стремятся уйти от рассмотрения быстрых эффектов, связанных с отдельными осцилляциями, следуя привычному представлению об огибающей. Генерация утроенных частот и их взаимодействие с излучением на основных частотах – пример эффекта, который традиционно игнорируется. Авторы работы [5] удерживают все слагаемые в уравнении для огибающей. Их уравнение повторяет выведенное в [12].

Для моделирования взаимодействия импульсов с континуумными спектрами и сильно различающимися центральными частотами необходимо точно описывать дисперсию оптической среды в очень широком спектральном диапазоне в области прозрачности. Этим свойством обладают уравнения для полей и спектров импульсов, которые, по сути, непосредственно включают линейный и нелинейный поляризационные отклики среды. В уравнениях для огибающих дисперсионная зависимость константы распространения от частоты обычно аппроксимируется первыми слагаемыми разложения в ряд Тейлора относительно «несущей» частоты, и область корректного описания дисперсионного отклика ограничена по построению. Однако и в уравнение для огибающей несложно эквивалентным образом ввести точный дисперсионный отклик среды в Фурье-пространстве, что делает уравнение применимым для описания как само-, так и взаимодействия фемтосекундных импульсов с континуумными спектрами. При этом сложность численного решения уравнения псевдоспектральными методами [3] не увеличивается.

Рассмотрим распространение интенсивного фемтосекундного импульсного излучения, в общем случае со сложным временным профилем и частотным спектром, ширина которого сопоставима или превышает центральную частоту. Будем предполагать, что спектральные компоненты импульса попадают в область прозрачности волновода и далеки от резонансных частот. Показатель преломления $n(\omega)$ оптических сред в области прозрачности часто может быть представлен в виде

$$n(\omega) = N_0 + \Delta n(\omega)\,,\ \Delta n(\omega) << N_0\,,\ N_0 = const(\omega)\,. \qquad (7)$$

Константа распространения связана с показателем преломления соотношением $k(\omega) = \omega n(\omega)/c$, где c – скорость света в вакууме.

Нелинейный отклик среды $P^{NL}(E)$ будем считать также нерезонансным:

$$\Delta n^{NL} << N_0\,, \qquad (8)$$

где Δn^{NL} – индуцированная нелинейная добавка к показателю преломления.

Предполагая, кроме (7), (8), неизменность поперечного распределения электрического поля и отсутствие самоотраженной волны, можно получить уравнение однонаправленной (в положительном направлении оси z) эволюции спектральной плотности электрического поля импульса в волноводе [10, 12–14]:

$$\frac{\partial G}{\partial z} = -i\frac{\omega}{c}n(\omega)G - \frac{2\pi}{cN_0}F\left(\frac{\partial P^{NL}(E)}{\partial t}\right). \tag{9}$$

В поле фемтосекундных импульсов из малого числа колебаний светового поля простейшей моделью нелинейного поляризационного отклика является модель безынерционной кубической нелинейности электронной природы:

$$P^{NL} = \chi E^3, \tag{10}$$

где χ – нелинейная кубическая восприимчивость сердцевины волновода.

Если условия (7), (8) имеют место и $\Delta n(\omega)$ плавно меняется с частотой, то сдвиг импульса как целого с групповой скоростью V^g происходит существенно быстрее, чем изменение его временного профиля. Поэтому целесообразен переход в сопровождающую систему координат с «запаздывающим» временем:

$$\tau = t - z/V^g = t - k'(\omega_0)z, \tag{11}$$

где

$$V^g = 1/k'(\omega_0),\ k'(\omega) = \frac{dk}{d\omega}.$$

Для частотного спектра замена (11) соответствует преобразованию

$$G_\tau = \exp[i\omega k'(\omega_0)z]G,$$

где нижний индекс τ обозначает соответствующие физические величины в сопровождающей системе координат. Для G_τ получаем уравнение

$$\frac{\partial G_\tau}{\partial z} = -i\frac{\omega}{c}[n(\omega) - n^g]G_\tau - \frac{2\pi}{cN_0}F\left(\frac{\partial P^{NL}(E_\tau)}{\partial \tau}\right). \tag{12}$$

В (12) введен групповой показатель преломления n^g:

$$n^g = \frac{c}{V^g},\ n^g = n(\omega_0) + \Delta n^g(\omega_0),\quad \Delta n^g(\omega) = \omega\frac{dn}{d\omega}.$$

Используя выражения (1), (5), получим эквивалентное (12) уравнение для комплексной огибающей. Для простоты изложения рассмотрим по отдельности линейную и нелинейную части уравнения (12). Такое разделение связано с тем, что линейная (дисперсионная) часть уравнения имеет более компактный вид в частотной, а нелинейная часть – во временной области. Линейная часть уравнения (12) имеет вид

$$\frac{\partial G_\tau}{\partial z} = -i\frac{\omega}{c}[n(\omega) - n_g]G_\tau. \tag{13}$$

Нелинейное уравнение во временной области записывается как

$$\frac{\partial E_\tau}{\partial z} = -\frac{2\pi}{cN_0}\frac{\partial P^{NL}(E_\tau)}{\partial \tau}. \tag{14}$$

Обе части могут быть формально объединены в одно уравнение применением преобразования Фурье к нелинейному уравнению и суммированием правых частей. Такая же структура уравнения сохраняется и для комплексной огибающей. Используя (4), (5), (11), из уравнения (13) получаем эквивалентное ему линейное уравнение для спектра огибающей в сопровождающей системе координат:

$$\frac{\partial \mathcal{E}_\tau(z,\omega-\omega_0)}{\partial z} = -i[k(\omega) - k_0 - k'(\omega_0)\cdot(\omega-\omega_0)]\mathcal{E}_\tau(z,\omega-\omega_0), \tag{15}$$

которое, как и (13), непосредственно инкорпорирует дисперсионную зависимость прозрачной среды произвольного вида $k(\omega) = \omega n(\omega)/c$, удовлетворяющую условию (7).

Уравнение (15) иногда фигурирует как промежуточное при выводе уравнений для огибающих (см., например, [3]), но обычно далее редуцируется. Точная зависимость $k(\omega)$ заменяется разложением в ряд Тейлора вокруг частоты ω_0, что позволяет получить простой аналог во временной области после применения обратного преобразования Фурье, в то время как для излучения со сверхшироким спектром, разумеется, корректнее рассматривать точный закон дисперсии среды, например, измеренный экспериментально.

Заметим, что техника разделения уравнений эволюции фемтосекундного излучения на линейную и нелинейную части сейчас общепринята при численном моделировании на основе метода расщепления по физическим процессам с применением быстрого преобразования Фурье для реализации линейного шага [3]. Линейные уравнения для спектра вида (13), (15) могут быть решены аналитически на каждом шаге по z. Трудоемкость компьютерных вычислений не различается для точной записи $k(\omega)$ и его разложения в ряд Тейлора. Поэтому смысл применения ряда Тейлора при численном моделировании эволюции фемтосекундного излучения псевдоспектральными методами полностью теряется.

Несложно убедиться, что нелинейное уравнение для электрического поля (14) с моделью отклика (10) после подстановки (1) переходит в эквивалентное уравнение для огибающей [12,5]:

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} = -\frac{3\pi\chi}{2cN_0}\left[\frac{\partial}{\partial \tau}\left(\mathcal{E}|\mathcal{E}|^2\right) + i\omega_0\mathcal{E}|\mathcal{E}|^2\right] -$$

$$-\frac{3\pi\chi}{2cN_0}\mathcal{E}^2\left[\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \tau} + i\omega_0\mathcal{E}\right]\exp\left(2i\left\{\omega_0\tau - [k_0 - \omega_0 k'(\omega_0)]z\right\}\right). \qquad (16)$$

Кроме экспоненциального множителя, вид нелинейных слагаемых в правой части (16) одинаков в стоячей и сопровождающей системах координат. Поэтому здесь и далее в нелинейных уравнениях нижний индекс τ опущен для краткости.

Покажем, что традиционно рассматриваемые в уравнениях для огибающих нелинейные слагаемые на основных частотах (первое слагаемое в правой части (16) при использовании модели нелинейности (10)) позволяют описывать не только самовоздействие одиночных импульсов в прозрачных средах, но и взаимодействие импульсов с широкими спектрами и различающимися центральными частотами. Для введения огибающей электрического поля взаимодействующих импульсов необходимо представление об огибающей оптического сигнала с произвольным временным профилем (взаимно однозначные выражения (1), (4)). Линейная часть уравнения для огибающей должна корректно описывать дисперсионный отклик прозрачной среды для всех гармоник сверхширокого, в общем случае несплошного (квазидискретного) спектра излучения. Этому требованию удовлетворяет правая часть (15).

Пусть спектры двух взаимодействующих импульсов не пересекаются (энергия компонент в области пересечения спектров мала для проявления нелинейных эффектов). Тогда можно определить некоторую граничную частоту Ω и считать, что компоненты с частотами $\omega < \Omega$ и $\omega > \Omega$ формируют, соответственно, первый и второй импульсы:

$$|\omega| \le \Omega: \ G_1(z,\omega) = G(z,\omega), \quad G_2(z,\omega) = 0;$$

$$|\omega| > \Omega: \ G_2(z,\omega) = G(z,\omega), \quad G_1(z,\omega) = 0; \qquad (17)$$

$$G(z,\omega) = G_1(z,\omega) + G_2(z,\omega),$$

где $G_1(z,\omega)$, $G_2(z,\omega)$ – спектральные плотности импульсов, $G(z,\omega)$ – суммарная спектральная плотность.

Будем считать ω_1, ω_2 «центральными» частотами спектров G_1, G_2. При выполнении (17) суммарное электрическое поле можно записать в виде

$$E(z,t) = \tfrac{1}{2}\mathcal{E}_1(z,t)\exp\{i[\omega_1 t - k_1 z]\} + \tfrac{1}{2}\mathcal{E}_2(z,t)\exp\{i[\omega_2 t - k_2 z]\} + к.с., \tag{18}$$

где $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$ – комплексные огибающие импульсов, полученные из $G_1(z,\omega)$, $G_2(z,\omega)$ по формуле (4), используя ω_1, ω_2 и $k_1 = k(\omega_1)$, $k_2 = k(\omega_2)$ вместо ω_0, k_0 соответственно.

Определим $\omega_0 = \tfrac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$ и перейдем в систему координат с «запаздывающим» временем (11). Сопоставив (1) и (18), с учетом (11) имеем:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 \exp\{i(\alpha_1 - \alpha_0)\} + \mathcal{E}_2 \exp\{i(\alpha_2 - \alpha_0)\},\ \alpha_j = \omega_j \tau - [k_j - \omega_j k'(\omega_0)]z, \quad j = 0, 1, 2. \tag{19}$$

Подставим (19) в нелинейное уравнение (16), пренебрегая последним слагаемым в правой части. Огибающая суммарного поля входит в уравнение в виде комплекса $\mathcal{E}|\mathcal{E}|^2$, который через огибающие отдельных импульсов расписывается в виде

$$\mathcal{E}|\mathcal{E}|^2 = \mathcal{E}_1\left(|\mathcal{E}_1|^2 + 2|\mathcal{E}_2|^2\right)\exp\{i(\alpha_1 - \alpha_0)\} + \mathcal{E}_2\left(|\mathcal{E}_2|^2 + 2|\mathcal{E}_1|^2\right)\exp\{i(\alpha_2 - \alpha_0)\} +$$
$$+ \mathcal{E}_1^2\mathcal{E}_2^* \exp\{i(2\alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_0)\} + \mathcal{E}_1^*\mathcal{E}_2^2 \exp\{i(2\alpha_2 - \alpha_1 - \alpha_0)\}. \tag{20}$$

Из последних двух слагаемых в правой части (20) видно, что нелинейное взаимодействие приводит к появлению новых спектральных компонент в области частот $|2\omega_1 - \omega_2|$, $|2\omega_2 - \omega_1|$. В зависимости от значений ω_1, ω_2 эти компоненты могут оказаться близкими или даже совпасть с по частоте с компонентами первого или второго импульсов. В таком случае эффективность их генерации может быть сопоставима с эффективностью фазовой само- и кросс-модуляции, определяемой первыми двумя слагаемыми в правой части (20), так как групповые скорости будут близки.

При изучении взаимодействия вместо огибающей суммарного поля традиционно рассматривают огибающие отдельных импульсов и получают для них систему связанных нелинейных уравнений по числу рассматриваемых импульсов [1–3, 11]. Слагаемыми на комбинационных частотах при этом обычно пренебрегают, так как (а) они содержат осциллирующие составляющие и (б) не ясно, к каким уравнениям их относить. В нашем случае это дает нелинейную часть системы в виде [3]

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathcal{E}_1}{\partial z} = -\dfrac{3\pi\chi}{2cN_0}\left\{\dfrac{\partial}{\partial \tau}\left[\mathcal{E}_1\left(|\mathcal{E}_1|^2 + 2|\mathcal{E}_2|^2\right)\right] + i\omega_1\mathcal{E}_1\left(|\mathcal{E}_1|^2 + 2|\mathcal{E}_2|^2\right)\right\}, \\ \dfrac{\partial \mathcal{E}_2}{\partial z} = -\dfrac{3\pi\chi}{2cN_0}\left\{\dfrac{\partial}{\partial \tau}\left[\mathcal{E}_2\left(|\mathcal{E}_2|^2 + 2|\mathcal{E}_1|^2\right)\right] + i\omega_2\mathcal{E}_2\left(|\mathcal{E}_2|^2 + 2|\mathcal{E}_1|^2\right)\right\}. \end{cases} \tag{21}$$

Из сказанного выше ясно, что такая система является заведомо менее общей, чем одно уравнение для огибающей суммарного поля, применение которого в случае фемтосекундных импульсов с континуумными спектрами не только корректнее, но и проще. Подстановка представления (18) в уравнение для электрического поля осуществлена в работе [16]. Константа распространения в полученном авторами уравнении для огибающей записана в виде бесконечного ряда Тейлора.

Еще одним важным недостатком перехода к системе уравнений является неоднозначность разбиения суммарного поля на импульсы, так как оно требует искусственного введения граничных частот, как это сделано в (17). Такое разбиение может быть корректным на входе в оптическую среду, но оказаться неправомерным по мере сверхуширения спектров импульсов. Комплексная огибающая суммарного поля (4) взаимно однозначна с электрическим полем (1) и перечисленных недостатков лишена.

Заключение

Приведены выражения для комплексной огибающей электрического поля оптического излучения с произвольной временной структурой, в том числе составленного из импульсов с континуумными спектрами и различными центральными частотами. Указано, что поле и его комплексная огибающая взаимно однозначны, поэтому подходы на их основе математически эквивалентны. Различия появляются, если в уравнениях для огибающих учитываются не все слагаемые, получаемые при их выводе из полевых уравнений. Приведенные выражения (4), (5) восполняют пробел, существующий в современной научной литературе, посвященной выводу уравнений для огибающих оптического излучения со сверхшироким спектром, так как в них необходимая процедура получения огибающей не обсуждается.

Показано, что само- и взаимодействие в прозрачной нелинейной среде импульсов со сверхширокими спектрами и различными центральными частотами может быть описано одним уравнением для комплексной огибающей их суммарного поля при условии, что дисперсионная зависимость среды вводится в уравнение в Фурье-пространстве непосредственно, а не в виде аппроксимации несколькими первыми членами ряда Тейлора. Такое уравнение является более точным, чем система уравнений для огибающих отдельных импульсов, обычно применяемая для анализа процесса их взаимодействия. Указано, что процедура введения огибающих отдельных импульсов в общем случае неоднозначна, так как их спектры могут сливаться и перекрываться в результате взаимодействия в нелинейной среде.

Автор признателен д.ф.-м.н., профессору С.А. Козлову и к.ф.-м.н. М.А. Бахтину за полезные обсуждения.

Литература

1. Шен И.Р. Принципы нелинейной оптики. – М.: Наука, 1989. – 560 с.
2. Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. – М.: Наука, 1988. – 312 с.
3. Агравал Г. Нелинейная волоконная оптика. – М.: Мир, 1996. – 323 с.
4. Brabec Th., Krausz F. Nonlinear optical pulse propagation in the single-cycle regime // Phys. Rev. Lett. – 1997. – V. 78. – № 7. – P. 3282–3285.
5. Genty G., Kinsler P., Kibler B., Dudley J.M. Nonlinear envelope equation modeling of sub-cycle dynamics and harmonic generation in nonlinear waveguides // Optics Express. – 2007. – V. 15. – № 9. – P. 5382–5387.
6. Dudley J.M., Genty G., Coen S. Supercontinuum generation in photonic crystal fiber // Rev. Mod. Phys. – 2006. – V. 78. – № 4. – P. 1135–1184.
7. Кандидов В.П., Голубцов И.С., Косарева О.Г. Источники суперконтинуума в мощном фемтосекундном лазерном импульсе при распространении в жидкости и газе // Квантовая электроника. – 2004. – Т. 34. – № 4. – С. 348–354.
8. Akozbek N., Trushin S.A., et al. Extending the supercontinuum spectrum down to 200 nm with few-cycle pulses // New Journal of Physics. – 2006. – V. 8. – № 9. – P. 177–188.
9. Serebryannikov E.E., Goulielmakis E., Zheltikov A.M. Generation of supercontinuum compressible to single-cycle pulse widths in an ionizing gas // New Journal of Physics. – 2008. – V.10. – № 9. – P. 093001 (1–19).
10. Brabec Th., Krausz F. Intense few-cycle laser fields: Frontiers of nonlinear optics // Rev. Mod. Phys. – 2000. – V. 72. – № 2. – P. 545–591.
11. Boyd W.R. Nonlinear Optics. –2 ed. – San Diego, CA: Academic, 2003. – 593 p.

12. Bespalov V.G., Kozlov S.A., Shpolyanskiy Yu.A., Walmsley I.A. Simplified field wave equations for the nonlinear propagation of extremely short light pulses // Physical Review A. – 2002. – V. 66. – P. 013811 (1–10).
13. Husakou A.V., Herrmann J. Supercontinuum generation of higher-order solitons by fission in photonic crystal fibers // Phys. Rev. Lett. – 2001. – V. 87. – № 20. – P. 203901 (1–4).
14. Kolesik M., Moloney J.V. Nonlinear optical pulse propagation simulation: From Maxwell's to unidirectional equations // Phys. Rev. E. – 2004. – V. 70. – № 3. – P. 036604 (1–11).
15. Bergé L., Skupin S. Few-Cycle light bullets created by femtosecond filaments // Phys. Rev. Lett.– 2008. – V.100. – № 11. – P. 113902 (1–4).
16. Бахтин М.А., Козлов С.А. // Оптика и спектроскопия. – 2005. – Т. 98. – № 3. – С. 470–475.
17. Gabor D. Theory of communication // J. IEE. – 1946. – V. 93 (pt. 3). – P. 429–457.
18. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. – М.: Наука, 1973. – 720 с.

Шполянский Юрий Александрович – Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат физ.-мат. наук, доцент, shpolyan@mail.ru