

doi: 10.17586/2226-1494-2023-23-4-812-819

УДК 519.724.2; 621.391

## Метод пространственного мультиплексирования в многоантенных системах связи

Алексей Юрьевич Гришенцев✉

Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

AGrishentsev@yandex.ru✉, <https://orcid.org/0000-0003-1373-0670>

### Аннотация

**Введение.** Исследованы вопросы надежности системы связи с пространственным мультиплексированием. Повышение пропускной способности каналов радиосвязи за счет пространственного мультиплексирования является одним из наиболее востребованных и актуальных направлений современных исследований в области радиосвязи. Решение задачи пространственного мультиплексирования во временной области при многолучевом распространении сопряжено со значительным ростом размерности задачи и избыточными вычислениями. Детектирование во временной области затрудняет учет частотной зависимости амплитуды и фазы принимаемых сигналов, что в свою очередь снижает вероятность верного распознавания сигналов. **Метод.** При многолучевом распространении предложено решение задачи пространственного мультиплексирования в частотной области путем применения теоремы о свертке. Произведена оценка вероятности ошибки при использовании предлагаемого метода детектирования. Выполнена оценка устойчивости решения в зависимости от обусловленности матрицы амплитудно-фазовых параметров. Выведено математическое выражение для оценки верхней границы вероятности ошибки в субканале в зависимости от числа обусловленности матрицы амплитудно-фазовых параметров и спектральной плотности шума в физических каналах связи. Разработан алгоритм адаптивного формирования матриц амплитудно-фазовых параметров, позволяющий выбирать среди избыточного числа приемных антенн такие антенны, которые дают возможность повысить устойчивость детектирования за счет снижения числа обусловленности матрицы коэффициентов системы линейных уравнений. **Основные результаты.** Разработана теоретическая основа метода пространственного мультиплексирования в многоантенных системах связи. Предлагаемый метод позволяет повысить эффективность вычислений за счет снижения размерности задачи детектирования по сравнению с решением во временной области. Предложено решать задачи детектирования только на частотах, на которых ожидается прием полезного сигнала, что особенно полезно при узкополосных частотных и фазовых, ортогональных и биортогональных видах модуляции, часто используемых в многоантенных цифровых системах связи. Выведены соотношения, позволяющие дать оценку вероятности ошибки в субканале. Разработан алгоритм адаптивного формирования матриц амплитудно-фазовых параметров, позволяющий повысить устойчивость решения задачи детектирования. **Обсуждение.** Результаты исследований могут найти применение при разработке многоантенных систем связи с пространственным мультиплексированием.

### Ключевые слова

радиосвязь, пространственное мультиплексирование, многоантенные системы, метод пространственного кодирования сигнала, MIMO

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, проект тематики научных исследований № 2019-0898.

**Ссылка для цитирования:** Гришенцев А.Ю. Метод пространственного мультиплексирования в многоантенных системах связи // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2023. Т. 23, № 4. С. 812–819. doi: 10.17586/2226-1494-2023-23-4-812-819

## Method of spatial multiplexing in multi-antenna communication systems

Alexey Yu. Grishentsev✉

ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

AGrishentsev@yandex.ru✉, <https://orcid.org/0000-0003-1373-0670>

### Abstract

Reliability of the communication system with spatial multiplexing has been studied. Increasing the bandwidth of radio communication channels due to spatial multiplexing is one of the most popular and relevant areas of modern research in the field of radio communications. Solving the problem of spatial multiplexing in the time domain with multipath propagation is associated with a significant increase in the dimension of the problem and redundant calculations. Detection in the time domain makes it difficult to take into account the frequency dependence of the amplitude and phase of the received signals, which in turn reduces the probability of correct signal recognition. In multipath propagation, a solution to the problem of spatial multiplexing in the frequency domain is proposed by applying the convolution theorem. The probability of error is estimated when using the proposed detection method. The stability of the solution is estimated depending on the conditionality of the matrix of amplitude-phase parameters. The expression of the estimation of the upper bound of the error probability in the subchannel is derived depending on the number of conditionality of the matrix of amplitude-phase parameters and the spectral density of noise in physical communication channels. An algorithm for adaptive formation of matrices of amplitude-phase parameters has been developed which selects such antennas among an excessive number of receiving antennas allowing to increase the stability of detection by reducing the number of conditionality of the matrix of coefficients of a system of linear equations. The theoretical basis of the spatial multiplexing method in multi-antenna communication systems has been developed. The proposed method makes it possible to increase the efficiency of calculations by reducing the dimension of the detection problem in comparison with the solution in the time domain. It is proposed to solve the detection problem only at frequencies at which a useful signal is expected to be received, which is especially useful for narrow-band frequency and phase, orthogonal and biorthogonal types of modulation often used in multi-antenna digital communication systems. Expressions for estimating the probability of error in the subchannel are derived. An algorithm for adaptive formation of matrices of amplitude-phase parameters has been developed, which makes it possible to increase the stability of the solution of the detection problem. The research results are applicable in the development of multi-antenna communication systems with spatial multiplexing.

### Keywords

radio communication, spatial multiplexing, multi-antenna systems, Multiple Input Multiple Output, MIMO

### Acknowledgements

This work was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, passport of the State Assignment no. 2019-0898.

**For citation:** Grishentsev A.Yu. Method of spatial multiplexing in multi-antenna communication systems. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2023, vol. 23, no. 4, pp. 812–819 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2023-23-4-812-819

### Введение

Увеличение пропускной способности каналов связи является актуальной задачей [1]. Значительное внимание уделяется возможности увеличения полосы пропускания за счет пространственного мультиплексирования, называемого в международном сообществе MIMO (Multiple Input Multiple Output — множественный вход, множественный выход) по отношению к каналу связи [2]. Практика исследования и использования MIMO не оправдала в полной мере надежды, образовавшиеся в начале XXI века на принципиальное увеличение пропускной способности. Потому появившиеся в начале развития технологии MIMO ожидания и прогнозы можно назвать сверхоптимистичными. При этом технология MIMO прочно заняла свое место в повседневных задачах связи и продолжает развиваться. Существенной проблемой повышения пропускной способности MIMO является необходимость высокоточного определения характеристик канала связи при многолучевом распространении и необходимость большого числа вычислений в реальном режиме времени [3]. Остается нерешенной проблема динамической оптимизации конфигурации передающих и принимающих антенн [4–7]. Наиболее надежными [8] и потому

востребованными на сегодняшний день являются системы, использующие две передающие и две излучающие антенны с пространственным и поляризационным разделением, а также технология изменения диаграммы направленности за счет поворота фазы в антенне-решетке — так называемая схема Алмоути [9]. Отметим, что в условиях прямой видимости [10, 11] канал MIMO успешно используется в оптическом диапазоне волн, крайне высокочастотном и высокочастотном радиодиапазонах. Есть все основания полагать, что в условиях прямой видимости применение систем MIMO будет увеличиваться. А с ростом доступности скоростных вычислительных мощностей неизбежно увеличение пространственных субканалов в системах связи с отсутствием прямой видимости. В данном исследовании произведена разработка и анализ метода детектирования в частотной области многолучевых сигналов с пространственным мультиплексированием. Выведено выражение для расчета отношения сигнала к шуму в субканале, предложен метод оптимизационного выбора подмножества антенн для повышения устойчивости детектирования сигналов. Исследован канал связи с пространственным мультиплексированием, не исключающий применения временного, частотного и/или кодового разделения сигналов.

### Базовая модель пространственного мультиплексирования в многоантенных системах связи типа «точка-точка»

В качестве базовой модели [12] использована модель однолучевого распространения дискретного времени узкополосного канала ММО для систем связи типа «точка-точка»:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{\Psi} + \mathbf{\Omega}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{Y}$  — вектор (размера  $M_r$ ) принимаемого сигнала на каждой антенне;  $\mathbf{H}$  — матрица коэффициентов затухания сигнала размера  $M_r \times M_t$ ;  $\mathbf{\Psi}$  — вектор (размера  $M_t$ ) передаваемых сигналов с каждой антенны;  $\mathbf{\Omega}$  — вектор аддитивного шума размера  $M_r$ ;  $M_t$  и  $M_r$  — число передающих и принимающих антенн.

Для эффективного распознавания переданных сигналов на основе решения системы (1), а значит, пространственного мультиплексирования, необходимо иметь дополнительную информацию о состояниях каналов в приемнике (Channel State Information at the Receiver, CSIR) и в передатчике (Channel State Information at the Transmitter, CSIT) [13].

Параметры CSIR используем для решения задачи детектирования сообщений в приемнике. Наличие информации CSIT о канале связи на передающей стороне позволяет корректировать следующие характеристики излучения: диаграмму направленности антенн; мощность излучения; используемые сигнальные алфавиты; метод кодирования и временной зазор, препятствующий межсимвольной интерференции. На принимающей стороне информация CSIR дает возможность оптимизировать диаграмму направленности и частотную избирательность приемных устройств. Если процесс выбора оптимальных характеристик на передающей и/или принимающей стороне происходит в динамике с учетом текущего состояния канала связи, то канал связи — *адаптивный*.

В системах ММО для оптимального декодирования обычно применяют метод максимального правдоподобия [12, 14]. Существенный недостаток базовой модели (1) заключается в том, что не учитывается многолучевое распространение. Данное допущение снижает вычислительные затраты, но значительно ограничивает возможности, а значит, и область применения модели.

### Модель пространственного мультиплексирования в многоантенных системах связи при многолучевом распространении

При многолучевом распространении сложность модели канала связи с пространственным мультиплексированием значительно возрастает.

Каждый сигнал, принятый антенной с индексом  $m_r = 1 \dots M_r$ , выражается в виде уравнения:

$$y_{m_r}(t) = \sum_{m_t=1}^{M_t} \sum_{k=1}^{K_{m_r, m_t}} \alpha_{m_r, m_t, k} x_{m_t}(t + \Delta t_{m_r, m_t, k}) + n_{m_r}(t), \quad (2)$$

где  $\alpha_{m_r, m_t, k}$  и  $\Delta t_{m_r, m_t, k}$  — коэффициент затухания и время задержки при распространении  $k$ -го луча, от  $m_t$ -ой ан-

тенны к  $m_r$ -ой антенне;  $y_{m_r}$  и  $n_{m_r}(t)$  — сигнал и аддитивный шум принимаемый  $m_r$ -ой антенной;  $x_{m_t}$  — сигнал излученный  $m_t$ -ой антенной;  $K_{m_r, m_t}$  — число учитываемых лучей при распространении от  $m_t$ -ой антенны к  $m_r$ -ой антенне. В случае учета достаточного числа лучей  $k$ , компонент  $n_{m_r}(t)$  — является аддитивным белым гауссовым шумом (Additive White Gaussian Noise, AWGN) с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_{m_r}^2 = \frac{1}{2} N_0^{m_r}$ , принимаемый  $m_r$ -ой антенной;  $N_0^{m_r}$  — спектральная плотность мощности AWGN.

Учитывая, что при пространственном мультиплексировании используется множество  $m_t = 1 \dots M_t$  передающих антенн и множество  $m_r = 1 \dots M_r$  принимающих антенн совокупность выражений (2) образует систему уравнений:

$$\begin{cases} y_1(t) = \sum_{m_t=1}^{M_t} \sum_{k=1}^{K_{1, m_t}} \alpha_{1, m_t, k} x_{m_t}(t + \Delta t_{1, m_t, k}) + n_1(t) \\ y_{m_r}(t) = \sum_{m_t=1}^{M_t} \sum_{k=1}^{K_{m_r, m_t}} \alpha_{m_r, m_t, k} x_{m_t}(t + \Delta t_{m_r, m_t, k}) + n_{m_r}(t). \\ y_{M_r}(t) = \sum_{m_t=1}^{M_t} \sum_{k=1}^{K_{M_r, m_t}} \alpha_{M_r, m_t, k} x_{m_t}(t + \Delta t_{M_r, m_t, k}) + n_{M_r}(t) \end{cases} \quad (3)$$

Для решения системы уравнений (3) и определения  $x_{m_t}(t + \Delta t_{m_r, m_t, k})$  необходимо иметь набор параметров CSIR, характеризующих канал связи с пространственным разделением:  $\alpha_{m_r, m_t, k}$ ;  $\Delta t_{m_r, m_t, k}$ ; число лучей  $K_{m_r, m_t}$  при распространении сигнала  $x_{m_t}$  в субканале от  $m_t$ -ой антенны к  $m_r$ -ой антенне. Для решения (3) принимающая многоантенная система должна быть системой с памятью, чтобы была возможность детектирования переданных сигналов с учетом задержки распространения в различных лучах.

В общем случае  $\Delta t_{m_r, m_t, k}$  — время задержки распространения  $k$ -го луча сигнала  $x_{m_t}(t)$  в субканале ( $m_r, m_t$ ) является функцией от частоты и разности фаз  $\theta(S, M_t)$  сигналов, излучаемых различными антеннами из общего массива  $M_t$ , т. е.  $\Delta t_{m_r, m_t, k}(j\omega, \theta(S, M_t))$ ; и  $\alpha_{m_r, m_t, k}$  — коэффициенты затухания  $k$ -го луча сигнала  $x_{m_t}(t)$  в субканале ( $m_r, m_t$ ) является функцией от частоты и фазы, т. е.  $\alpha_{m_r, m_t, k}(j\omega, \theta(S, M_t))$ , где  $S$  — мощность применяемого сигнального алфавита. От разности фаз  $\theta(S, M_t)$  сигналов, излучаемых различными антеннами, зависит диаграмма направленности в случае использования массива антенн-решеток, что используется для блочного кодирования по схеме Алмоути [9]. Частотная зависимость параметров  $\Delta t_{m_r, m_t, k}$  и  $\alpha_{m_r, m_t, k}$  особенно актуальна для широкополосных и тем более сверхширокополосных систем связи. Здесь и далее по тексту:  $j^2 = -1$  — квадрат базисного нормированного вектора мнимой единицы;  $\omega = 2\pi f$  — круговая частота;  $f$  — частота сигнала;  $j\omega$  — комплексный параметр преобразования Фурье.

Сложность решения (3) во временной области при многолучевом распространении заключается в том, что при наличии  $\Delta t_{m_r, m_t, k} \neq 0$  для решения (3) в заданный момент времени  $t$  приходится совместно решать уравнения (3) в моменты времени  $t$  и  $t - \Delta t_{m_r, m_t, k}$ ,  $\Delta t_{m_r, m_t, k} \neq 0$ ,

что, в свою очередь, приводит к разрастанию размерности системы уравнений и необходимости значительных вычислительных затрат. При решении в частотной области системы (3) имеется возможность производить решение для заданных частот независимо от других частот, что может быть особенно полезно при частотном разделении сигналов, так как позволяет производить решение и детектирование сигналов только в той области спектра, в которой ожидается прием сигнала, при этом размерность системы линейных уравнений останется равной числу принимающих антенн  $M_r$ .

В многоканальных системах связи с многолучевым распространением для описания статистики флуктуаций традиционно используют распределение Релея или Накагами [12, 15], и такой подход действительно актуален для модели (1). В модели (3), при учете достаточного числа лучей, шумовая компонента соответствует каналу связи с аддитивным белым гауссовым шумом. Распределение Накагами также будет актуально для модели (3), в случае если остаются неучтенными лучи, средняя суммарная мощность которых будет оказывать значимое влияние на вид распределения [16].

### Модель пространственного мультиплексирования в частотной области при многолучевом распространении

Преобразование Фурье [17, 18] выражения (2) имеет следующий вид:

$$Y_{m_r}(j\omega) = \sum_{m_t=1}^{M_t} \sum_{k=1}^{K_{m_r, m_t}} \alpha_{m_r, m_t, k}(j\omega) \frac{1}{\sqrt{T}} \int_{t_0}^{t_0+T} x_{m_t} \times \\ \times (t + \Delta t_{m_r, m_t, k}(j\omega)) e^{-j\omega t} dt + \frac{1}{\sqrt{T}} \int_{t_0}^{t_0+T} n_{m_r}(t) e^{-j\omega t} dt, \quad (4)$$

где  $T = \tau + \Delta t_{\max}$  — период интегрирования;  $\tau$  — длительность сигнального символа;  $\Delta t_{\max} = \max(\Delta t_{m_r, m_t, k}(j\omega))$  — максимальное время задержки.

Применив теорему о задержке [18, 19] к выражению (4), получим:

$$Y_{m_r}(j\omega) = \sum_{m_t=1}^{M_t} \sum_{k=1}^{K_{m_r, m_t}} \alpha_{m_r, m_t, k}(j\omega) e^{-j\omega \Delta t_{m_r, m_t, k}(j\omega)} X_{m_t}(j\omega) + N_{m_r}(j\omega). \quad (5)$$

Введем обозначение для суммы амплитудных (коэффициентов затухания) и фазовых (время задержки) параметров многолучевого субканала  $m_t$  распространения сигнала  $x_{m_t}(t)$  от  $m_t$ -ой антенны к  $m_r$ -ой антенне:

$$\gamma_{m_r, m_t}(j\omega) = \sum_{k=1}^{K_{m_r, m_t}} \alpha_{m_r, m_t, k}(j\omega) e^{-j\omega \Delta t_{m_r, m_t, k}(j\omega)},$$

тогда выражение (5) примет вид:

$$Y_{m_r}(j\omega) = \sum_{m_t=1}^{M_t} \gamma_{m_r, m_t}(j\omega) X_{m_t}(j\omega) + N_{m_r}(j\omega). \quad (6)$$

Применив аналогичные (4)–(6) преобразования к каждому уравнению системы (3), получим:

$$\begin{cases} Y_1(j\omega) = \sum_{m_t=1}^{M_t} \gamma_{1, m_t}(j\omega) X_{m_t}(j\omega) + N_1(j\omega) \\ \dots \\ Y_{m_r}(j\omega) = \sum_{m_t=1}^{M_t} \gamma_{m_r, m_t}(j\omega) X_{m_t}(j\omega) + N_{m_r}(j\omega). \\ \dots \\ Y_{M_r}(j\omega) = \sum_{m_t=1}^{M_t} \gamma_{M_r, m_t}(j\omega) X_{m_t}(j\omega) + N_{M_r}(j\omega) \end{cases} \quad (7)$$

Полученная система (7) по форме аналогична системе уравнений (1), с тем отличием, что в случае системы (7) вместо матрицы коэффициентов затухания фигурирует  $\Gamma(j\omega) = (\gamma_{m_r, m_t}(j\omega))$  — матрица, для частоты  $\omega$  составленная из членов ряда преобразования Фурье комплексных амплитудно-фазовых коэффициентов размера  $M_r \times M_t$ . Обозначим матрицу  $\Gamma(j\omega)$  без указания зависимости от частоты, т. е.  $\Gamma$ , кроме случаев, где необходимо обратить дополнительное внимание на частотную зависимость матрицы  $\Gamma$ . Запишем (7) в матричном виде:

$$\Gamma \mathbf{X} = \mathbf{Y} - \mathbf{N}. \quad (8)$$

При условии неравенства нулю определителя  $\det(\Gamma) \neq 0$ , решение системы (8) будет иметь вид:

$$\mathbf{X} = \Gamma^{-1}(\mathbf{Y} - \mathbf{N}) = \Gamma^{-1}\mathbf{Y} - \Gamma^{-1}\mathbf{N}. \quad (9)$$

Решение (7) позволяет учесть энергию некоторого множества лучей при многолучевом распространении. По своей сути повышение отношения сигнал/шум за счет аддитивного учета энергии отдельных лучей при многолучевом распространении относится к технологии RAKE. В контексте решаемой задачи технология RAKE применяется для каждого субканала ( $m_r, m_t$ ).

### Оценка вероятности ошибки и устойчивости решения в частотной области

Из выражения (9) видно, что точность и возможность решения системы (8) определяется матрицей  $\Gamma$  и вектором  $\mathbf{N}$ . Выполним анализ влияния матрицы  $\Gamma$  и вектора  $\mathbf{N}$  на решение и вероятность ошибки. Канал связи, заданный системой уравнений (8), позволяет реализовать максимальное число субканалов мультиплексирования в том случае, если число принимающих антенн  $M_r$  больше или равно числу передающих антенн  $M_t$ , т. е.  $M_r \geq M_t$ . При условии  $M_r \geq M_t$  система (8) будет разрешима. Положим, что  $M_r = M_t$ , тогда число субканалов равно  $M_r = M_t$ .

Запишем матрицу  $\Gamma^{-1}(j\omega)$  комплексных амплитудно-фазовых коэффициентов в виде, удобном для дальнейших рассуждений:

$$\Gamma^{-1}(j\omega) = \begin{pmatrix} \beta_{1,1}(j\omega) & \dots & \beta_{1, M_r}(j\omega) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{M_r, 1}(j\omega) & \dots & \beta_{M_r, M_r}(j\omega) \end{pmatrix}, \quad (10)$$

где  $\beta_{m_r, m_t}(j\omega)$  — элементы матрицы  $\Gamma^{-1}$ .

В соответствии с (9) решение матрицы (10) определим выражением:

$$X_{m_i}(j\omega) = \sum_{m_r=1}^{M_r} \beta_{m_i, m_r}(j\omega)(Y_{m_r}(j\omega) + N_{m_r}(j\omega)). \quad (11)$$

Учитывая (10) и (11), произведем анализ влияния малого возмущения правой части системы уравнений (8) и матрицы  $\Gamma$  на устойчивость решения. Запишем выражение (9) в виде:

$$\bar{\mathbf{X}} + \Delta\mathbf{X} = \Gamma^{-1}(\mathbf{Y} + \mathbf{N}), \quad (12)$$

где  $\bar{\mathbf{X}}$  — вектор полезных сигналов, полученных в ходе решения (8);  $\mathbf{N} = (N_{m_r}(j\omega))$  — вектор возмущения правой части;  $\Delta\mathbf{X} = (N_{m_i}(j\omega))$  — вектор возмущения решения (8),  $\mathbf{Y} = (Y_{m_r}(j\omega))$  — вектор полезных сигналов принятых антеннами. Отметим, что возмущение правой части есть AWGN, в данном случае, при нулевом математическом ожидании, знак аддитивной компоненты не имеет значения (замечка для сравнения с (9)). Используя известное выражение [20], запишем отношение для оценки относительной погрешности:

$$\frac{\|\Delta\mathbf{X}\|}{\|\bar{\mathbf{X}}\|} \leq \chi(\Gamma) \frac{\|\mathbf{N}\|}{\|\mathbf{Y}\|}, \quad (13)$$

где  $\chi(\Gamma) = \|\Gamma\| \|\Gamma^{-1}\| \geq 1$  — число обусловленности матрицы  $\Gamma$ . В качестве нормы матриц и векторов в (13) и далее будем использовать евклидовы нормы, также называемые сферическими нормами. Применим для матрицы  $\Gamma$  норму по сумме квадратов элементов столбца, для матрицы  $\Gamma^{-1}$  норму по сумме квадратов элементов строки. Как известно, решение будет устойчивым, если число обусловленности  $\chi(\Gamma)$  близко по значению к единице [21].

Перепишем выражение (12) в виде, связывающем отношение энергии шума к энергии сигнала для частоты  $\omega$  на выходе антенно-фидерных устройств и в субканале:

$$\frac{1}{\chi^2(\Gamma(j\omega))} \frac{\sum_{m_r=1}^{M_r} |Y_{m_r}(j\omega)|^2}{\sum_{m_r=1}^{M_r} |N_{m_r}(j\omega)|^2} \leq \frac{\sum_{m_i=1}^{M_i} |\bar{X}_{m_i}(j\omega)|^2}{\sum_{m_i=1}^{M_i} |N_{m_i}(j\omega)|^2}. \quad (14)$$

Учитывая, что  $M_r = M_i$ , и произведя статистическое усреднение, можно сделать вывод, что отношение сигнала к шуму  $SNR_r(j\omega)$  на антеннах связано с отношением сигнала к шуму в субканалах  $SNR_t(j\omega)$  следующим образом:

$$\frac{SNR_r(j\omega)}{\chi^2(\Gamma(j\omega))} \leq SNR_t(j\omega). \quad (15)$$

Выражение (15) позволяет производить расчет вероятности ошибки в субканале при различных видах сигнального кодирования известными методами. Рассмотрим пример оценки вероятности ошибки в субканале при ортогональном кодировании.

### Оценка вероятности ошибки в субканале при ортогональном кодировании

В качестве примера решения задачи оценки вероятности ошибочного детектирования рассмотрим случай

использования для передачи сообщений элементов множества ортогональных сигнальных символов (сигнального алфавита мощностью  $S = 2^v$ ,  $v = 1, 2, 3, \dots$ ) априори известных на принимающей стороне  $\{\hat{x}_1(t), \hat{x}_2(t), \dots, \hat{x}_s(t), \dots, \hat{x}_S(t)\}$  и/или их частотных образов  $\{\hat{X}_1(j\omega), \hat{X}_2(j\omega), \dots, \hat{X}_s(j\omega), \dots, \hat{X}_S(j\omega)\}$ . Критерий правдоподобия [14, 22] для детектирования сигналов имеет вид:

$$\max_{m_i} \{p(X_{m_i}(j\omega) | \hat{X}_s(j\omega))\}, \quad (16)$$

где  $p(X_{m_i}(j\omega) | \hat{X}_s(j\omega))$  — функция условной плотности распределения вероятности, часто называемая функцией правдоподобия гипотезы о том, что передавался символ  $\hat{X}_s(j\omega)$  при данной фиксированной реализации сигнала  $X_{m_i}(j\omega)$ , определенного при решении (8). Отметим, что для использования множества  $\{\hat{x}_1(t), \hat{x}_2(t), \dots, \hat{x}_s(t), \dots, \hat{x}_S(t)\}$  при решении (16) необходимо выполнить выравнивание  $\hat{x}_s(t)$ ,  $s = 1, \dots, S$  по времени с  $\tau$  до  $T = \tau + \Delta t_{\max}$  дополнив  $\hat{x}_s(t)$  нулями длительностью  $\Delta t_{\max}$ , при этом произойдет выравнивание частотного разрешения для  $\hat{X}_s(j\omega)$  и  $X_{m_i}(j\omega)$ .

Не приводя подробности всех преобразований (подробный вывод имеется, например в [16, 23]), запишем выражение для оценки верхней границы вероятности ошибки ( $v$ -битового) символа в субканале:

$$P_{m_i} \leq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \left( 1 - \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^b e^{-0.5a^2} da \right)^{S-1} \right) \times \exp\left(-\frac{1}{2} \left( b - \sqrt{\frac{2E_{m_i}}{N_0^{m_i}}} \right)^2\right) db, \quad (17)$$

где  $a, b$  — добавленные аргументы интегральных выражений. Для вычисления (17) необходимое отношение энергии сигнала к односторонней спектральной плотности шума в субканале  $\frac{E_{m_i}}{N_0^{m_i}}$  можно выразить через аналогичное отношение на приемных антеннах в соответствии с выражением (14):

$$\frac{1}{\chi^2(\Gamma)} \frac{E_{m_r}}{N_0^{m_r}} \leq \frac{E_{m_i}}{N_0^{m_i}}. \quad (18)$$

В случае если ортогональные сигналы равновероятны, все вероятности ошибок на символ равновероятны, и возникают с вероятностью:  $\frac{P_{m_i}}{S-1}$ . Имеется  $C_g^v = \binom{v}{g}$  возможных реализаций, при которых из  $v$  переданных битов  $g$  приняты с ошибкой. Следовательно, среднее число ошибочных битов на  $v$ -битовый символ равно:

$$\sum_{g=1}^v g \binom{v}{g} \frac{P_{m_i}}{2^v - 1} = v \frac{2^{v-1}}{2^v - 1} P_{m_i}.$$

Средняя вероятность ошибки на бит в субканале  $m_i$ :

$$P_{m_i}^b = \frac{2^{v-1}}{2^v - 1} P_{m_i}.$$

Отметим, что в цифровых системах связи обычно используют критерий отношения энергии сигнала на бит  $E_{m_i}^b = \frac{1}{v} E_{m_i}$  к спектральной плотности мощности

шума  $N_0^{m_i}$ , т. е.  $\frac{E_{m_i}^b}{N_0^{m_i}}$ , в контексте рассматриваемого случая — в субканале.

**Алгоритм адаптивного формирования матриц амплитудно-фазовых параметров**

Линейную независимость векторов амплитудно-фазовых параметров, образующих матрицу  $\Gamma$  невозможно обеспечить за счет задержания и/или усиления сигнала. Линейная независимость векторов амплитудно-фазовых параметров может быть достигнута только за счет уникальной для каждой антенны конфигурации (амплитудной и фазовой) принимаемых лучей при многолучевом распространении. Кроме пространственной избирательности, за счет диаграммы направленности излучающих и приемных антенн, дополнительно для повышения линейной независимости векторов амплитудно-фазовых параметров можно использовать поляризационное разделение, которое является традиционным способом для многоантенных систем типа ММО [2]. Линейная независимость векторов амплитудно-фазовых параметров, образующих матрицу  $\Gamma(j\omega)$  на одной частоте, например  $\omega_1$ , не гарантирует линейную независимость тех же векторов на частоте  $\omega_2$  ( $\omega_1 \neq \omega_2$ ).

Для построения модели адаптивного формирования матриц амплитудно-фазовых параметров для частоты  $\omega$  зададим множество приемных антенн  $\mathbf{A} = \{a_1, a_2, \dots, a_q, \dots, a_{Q-1}, a_Q\}$ , где  $q = 1, \dots, Q$  — номера доступных антенн из множества  $\mathbf{A}$ , так что  $\text{card}(\mathbf{A}) > M_r$ , т. е. мощность множества доступных для использования приемных антенн больше числа  $M_r$ . Для каждой антенны из множества  $\mathbf{A}$  известен набор амплитудно-фазовых параметров  $\gamma_{q,m_r}(j\omega)$ . Тогда для каждой частоты сформируем матрицу  $\Gamma(j\omega)$ , обладающую минимальным значением числа обусловленности  $\chi(\Gamma(j\omega))$ . Алгоритм формирования основан на принципе выбора, для каждой необходимой при детектировании частоты  $\omega$ , матрицы  $\Gamma(j\omega)$  с наибольшим определителем, составленной из нормированных значений амплитудно-фазовых параметров:

$$\max \left\{ \frac{\det(\Gamma_v(j\omega))}{\|\Gamma_v(j\omega)\|^{M_r}} \right\} \rightarrow \Gamma(j\omega), v = 1, \dots, C_{\text{card}(\mathbf{A})}^{M_r}.$$

Предположим, что число доступных антенн равно  $\text{card}(\mathbf{A})$ . Сформируем массивы используемых антенн  $M_r$ . Число возможных матриц  $\Gamma_v(j\omega)$  вычислим как число сочетаний из  $\text{card}(\mathbf{A})$  по  $M_r$ , т. е.  $C_{\text{card}(\mathbf{A})}^{M_r} = \frac{\text{card}(\mathbf{A})!}{M_r!(\text{card}(\mathbf{A}) - M_r)!}$ . Учитывая, что в многоантенных системах с пространственным мультиплексированием преимущественно используется узкополосная модуляция, то практическая необходимость вычисления определителя ограничена заданным набором частот  $\omega$ . Оценим вычислительную сложность расчета определителя как  $O(M_r^3)$  а общее число вычислений —  $O(M_r^3)C_{\text{card}(\mathbf{A})}^{M_r}$ . При этом фактическая вычислительная сложность будет значительно ниже, так как формирование каждой новой матрицы можно получить заменой лишь одной строки, что позволяет использовать ранее

вычисленные результаты. Заметим, что сама задача вычисления определителя хорошо распараллеливается, что позволяет существенно ускорить расчеты. Для стационарных систем связи, с квазистационарным паттерном многолучевых трасс, поиск оптимальной антенной конфигурации необходимо производить относительно редко, в отличие от подвижных систем связи или систем с быстрым изменением паттерна многолучевых трасс, для которых поиск оптимальной антенной конфигурации может быть необходим относительно часто.

Предлагаемый алгоритм и метод использования дополнительных антенн ( $\text{card}(\mathbf{A}) - M_r$ ) не является обязательной частью детектирования в частотной области, а позиционируется как дополнительный инструмент, ориентированный на повышение устойчивости решения задачи детектирования. С другой стороны, используя аналогичный подход, можно увеличить число передающих антенн до числа большего чем  $M_r$ , адаптивно используя только те, которые позволяют минимизировать значение числа обусловленности при решении системы (7) на принимающей стороне.

В системах связи с пространственным мультиплексированием существует несколько устоявшихся подходов к определению информации о состоянии канала в приемнике (CSIR), на основе которого формируются векторы амплитудно-фазовых параметров для каждой антенны:

- на основе математического моделирования канала связи;
- на основе измерений характеристик канала связи производимых самой приемо-передающей системой;
- смешанный подход, основанный на моделировании и измерениях.

Наилучшие результаты удается получить с помощью измерений характеристик канала связи, производимых самой приемо-передающей системой, и на основе смешанного подхода, основанного на измерениях и моделировании [24].

**Численное моделирование канала связи с пространственным разделением и детектированием сигналов в частотной области**

В качестве численного моделирования выполним оценку вероятности ошибки в канале с пространственным мультиплексированием по четырем субканалам при использовании общего для всех субканалов ортогонального четырех символьного алфавита.

В таблице приведены характеристики матриц  $\Gamma$  и  $\Gamma^{-1}$ , имеющие значения для расчета вероятности ошибки. На основании численного моделирования построены графики (рисунок) средней вероятности ошибки по всем субканалам в зависимости от отношения сигнала к шуму на бит, для четырех различных значений числа обусловленности матрицы  $\Gamma$ . Моделирование произведено в среде MatLab<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> MathWorks — Makers of MatLab and Simulink — MatLab & Simulink. MathWorks. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.mathworks.com/> (дата обращения: 18.02.2023).

Таблица. Параметры численного моделирования  
Table. Numerical simulation parameters

Характеристика матриц	Рис. 1, <i>a</i>	Рис. 1, <i>b</i>	Рис. 1, <i>c</i>	Рис. 1, <i>d</i>
$ \det(\Gamma) $	1,000	0,21357	0,03415	0,00233
$\ \Gamma\ $	1,000	1,00800	0,99502	1,00505
$\ \Gamma^{-1}\ $	1,000	2,71739	3,12500	8,34937
$\chi(\Gamma)$ , дБ	1,000	2,73913	3,10943	8,39151

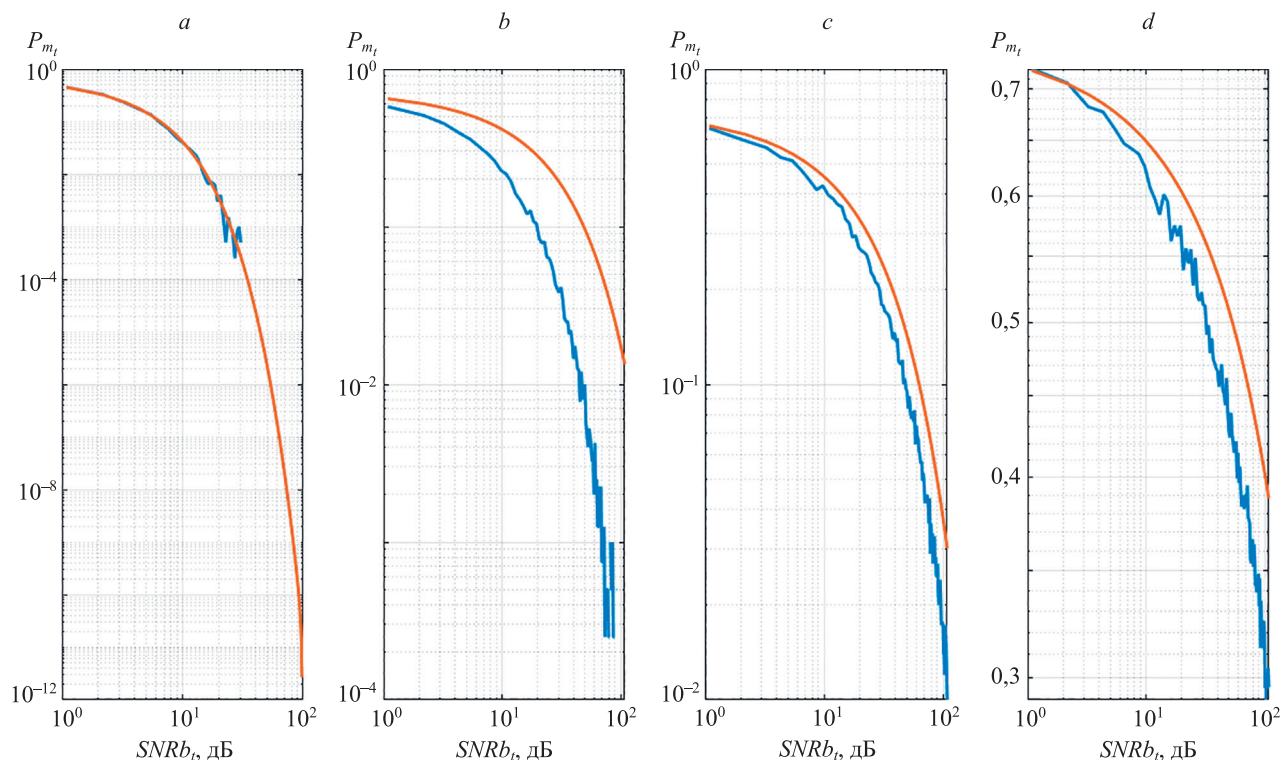


Рисунок. Моделирование вероятности средней статистической ошибки ( $P_{m_i}$ ) в субканалах в зависимости от отношения сигнала к шуму на бит ( $SNRb_i$ ) для четырех различных значений числа обусловленности матрицы  $\chi(\Gamma)$ : 1,000 (a); 2,73913 (b); 3,10943 (c); 8,39151 (d)

Теоретическая верхняя граница (красная линия) и результаты численного моделирования канала MIMO (синяя линия)

Figure. Modeling the probability of an average statistical error in subchannels vs. on the signal — to-noise ratio per bit for four different values of the matrix conditionality number:  $\chi(\Gamma)$ : 1.000 (a); 2.73913 (b); 3.10943 (c); 8.39151 (d).

Theoretical upper bound (red line) and results of numerical simulation of the MIMO channel (blue line)

Численное моделирование вероятности ошибки осуществлено с помощью разработанной модели MIMO канала с когерентным детектированием. Для каждой точки выполнена отправка 1 тыс. сообщений по четырем субканалам, поэтому усредненная статистика для каждой точки рассчитана по 4 тыс. значений. Полученные графики показали достаточно точную оценку верхней границы предложенным методом (17), (18).

### Заключение

Разработан метод решения задачи пространственного мультиплексирования в многоантенных системах

связи. Для многолучевого распространения предложено решение, реализуемое в частотной области, что позволяет значительно оптимизировать задачу детектирования за счет понижения ее размерности по отношению к решению во временной области. Выполнено исследование и анализ разработанного метода, выведено выражение для оценки вероятности ошибки в субканале многоантенной системы связи с пространственным разделением. Разработан алгоритм адаптивного формирования матриц амплитудно-фазовых параметров, что позволяет повысить устойчивость решения за счет оптимального использования увеличенного массива антенн.

## Литература

- Ипатов В. Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов. принципы и приложения. М.: Техносфера, 2007. 487 с.
- Слюсар В.И. Системы ММО: принципы построения и обработка сигналов // Электроника: наука, технология, бизнес. 2005. № 8. С. 52–58.
- Hu C., Dai L., Mir T., Gao Z., Fang J. Super-resolution channel estimation for mmWave massive MIMO with hybrid precoding // IEEE Transactions on Vehicular Technology. 2018. V. 67. N 9. P. 8954–8958. <https://doi.org/10.1109/tvt.2018.2842724>
- Xue C.-D., Zhang X.Y., Cao Y.F., Hou Z., Ding C.F. MIMO antenna using hybrid electric and magnetic coupling for isolation enhancement // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2017. V. 65. N 10. P. 5162–5170. <https://doi.org/10.1109/TAP.2017.2738033>
- Ратынский М.В. Адаптация и сверхразрешение в антенных решетках / 2-е изд. М.: Ленанд, 2022. 240 с.
- Bekkerman I., Tabrikian J. Target detection and localization using MIMO radars and sonars // IEEE Transactions on Signal Processing. 2006. V. 54. N 10. P. 3873–3883. <https://doi.org/10.1109/tsp.2006.879267>
- Хансен Р.С. Фазированные антенные решётки / 2-е изд. М.: Техносфера, 2012. 560 с.
- Богатырев В.А., Богатырев С.В., Богатырев А.В. Функциональная надежность вычислительных систем с перераспределением запросов // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2012. Т. 55. № 10. С. 53–56.
- Alamouti S.I. A simple transmitter diversity technique for wireless communications // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. 1998. V. 16. N 8. P. 1451–1458. <https://doi.org/10.1109/49.730453>
- Гришенцев А.Ю., Коробейников А.Г., Бондаренко И.Б. К вопросу о сверхразрешении чувствительных матриц // Журнал радиоэлектроники (электронный журнал). 2016. № 10. С. 12.
- Арслан Х., Чен Чж.Н., Ди Бендетто М. Сверхширокополосная беспроводная связь. М.: Техносфера, 2012. 640 с.
- Голдсмит А. Беспроводные коммуникации. М.: Техносфера, 2011. 904 с.
- Santamaria I., Elvira V., Via J., Ramirez D., Perez J., Ibanez J., Eickoff R., Ellinger F. Optimal MIMO transmission schemes with adaptive antenna combining in the RF path // Proc. of the 16<sup>th</sup> European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2008). 2008. P. 102–107.
- Тихонов В.И. Статистическая радиотехника / 2-е изд., перераб. и доп. М.: Радио и связь, 1982. 624 с.
- Nakagami M. The m-Distribution—A general formula of intensity distribution of rapid fading // Statistical Methods in Radio Wave Propagation: Proceedings of a Symposium Held at the University of California, Los Angeles, June 18–20, 1958. 1960. P. 3–36. <https://doi.org/10.1016/b978-0-08-009306-2.50005-4>
- Прокис Дж. Цифровая связь. М.: Радио и связь, 2000. 800 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / 9-е изд. М.: Айрис-пресс, 2010. 608 с.
- Дёч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования. М.: Наука, 1971. 228 с.
- Оппенгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов / 3-е изд, испр. М.: Техносфера, 2019. 1048 с.
- Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.: Наука, 1989. 432 с.
- Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А. Матрицы и вычисления. М.: Наука, 1984. 320 с.
- Кловский Д.Д. Теория передачи сигналов. М.: Связь, 1973. 376 с.
- Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / 2-е изд. М.: Вильямс, 2017. 1100 с.
- Deekshith P.K., Vinod S. Finite blocklength rates over a fading channel with CSIT and CSIR // Proc. of the 2018 IEEE International Conference on Communications (ICC). 2018. P. 1–7. <https://doi.org/10.1109/ICC.2018.8422087>

## Автор

**Гришенцев Алексей Юрьевич** — доктор технических наук, доцент, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, [sc 56321138400](https://orcid.org/0000-0003-1373-0670), <https://orcid.org/0000-0003-1373-0670>, [AGrishentsev@yandex.ru](mailto:AGrishentsev@yandex.ru)

## References

- Ipatov V.P. *Broadband Systems and Code Division of Signals. Principles and Applications*. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2007, 487 p. (in Russian)
- Slusar V. MIMO systems. construction and signal processing principles. *Electronics: Science, Technology, Business*, 2005, no. 8, pp. 52–58. (in Russian)
- Hu C., Dai L., Mir T., Gao Z., Fang J. Super-resolution channel estimation for mmWave massive MIMO with hybrid precoding. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2018, vol. 67, no. 9, pp. 8954–8958. <https://doi.org/10.1109/tvt.2018.2842724>
- Xue C.-D., Zhang X.Y., Cao Y.F., Hou Z., Ding C.F. MIMO antenna using hybrid electric and magnetic coupling for isolation enhancement. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2017, vol. 65, no. 10, pp. 5162–5170. <https://doi.org/10.1109/TAP.2017.2738033>
- Ratynskii M.V. *Adaptation and Superresolution in Antenna Arrays*. Moscow, Lenand Publ., 2022, 240 p. (in Russian)
- Bekkerman I., Tabrikian J. Target detection and localization using MIMO radars and sonars. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, vol. 54, no. 10, pp. 3873–3883. <https://doi.org/10.1109/tsp.2006.879267>
- Hansen R.C. *Phased Array Antennas*. Wiley, 2009, 580 p.
- Bogatyrev V.A., Bogatyrev S.V., Bogatyrev A.V. Functional reliability of computing systems with redistribution of inquiries. *Journal of Instrument Engineering*, 2012, vol. 55, no. 10, pp. 53–56. (in Russian)
- Alamouti S.I. A simple transmitter diversity technique for wireless communications. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 1998, vol. 16, no. 8, pp. 1451–1458. <https://doi.org/10.1109/49.730453>
- Grishentsev A.Y., Korobeinikov A.G., Bondarenko I.B. Studies on superresolution image sensor. *Journal of Radio Electronics*, 2016, no. 10, pp. 12. (in Russian)
- Arslan H., Di Benedetto M.-G., Chen Z.N. *Ultra Wideband Wireless Communication*. Wiley, 2006, 500 p.
- Goldsmith A. *Wireless Communications*. Cambridge University Press, 2005, 644 p.
- Santamaria I., Elvira V., Via J., Ramirez D., Perez J., Ibanez J., Eickoff R., Ellinger F. Optimal MIMO transmission schemes with adaptive antenna combining in the RF path. *Proc. of the 16<sup>th</sup> European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2008)*, 2008, pp. 102–107.
- Tikhonov V.I. *Statistical Radio Engineering*. Moscow, Radio i svjaz' Publ., 1982, 624 p. (in Russian)
- Nakagami M. The m-Distribution—A general formula of intensity distribution of rapid fading. *Statistical Methods in Radio Wave Propagation: Proceedings of a Symposium Held at the University of California, Los Angeles, June 18–20, 1958*, 1960, pp. 3–36. <https://doi.org/10.1016/b978-0-08-009306-2.50005-4>
- Proakis J.G. *Digital Communications*. New York, McGraw-Hill Book Co., 1989.
- Pismennyi D.T. *Higher Mathematics: Lecture Notes*. Moscow, Ajris-Press Publ., 2010, 608 p. (in Russian)
- Doetsch G. *Anleitung zum praktischen Gebrauch der Laplace-transformation und der Z-transformation*. Oldenbourg, 1967.
- Oppenheim A.V., Schaffer R.W. *Discrete-time Signal Processing*. Pearson, 2010, 1108 p.
- Samarskii A.A., Gulina A.V. *Numerical Computations*. Moscow, Nauka Publ., 1989, 432 p. (in Russian)
- Voevodin V.V., Kuznetsov Iu.A. *Matrices and Calculations*. Moscow, Nauka Publ., 1984, 320 p. (in Russian)
- Klovskii D.D. *Signal Transmission Theory*. Moscow, Svjaz' Publ., 1973, 376 p. (in Russian)
- Sklar B. *Digital Communications*. Pearson Education, 2009, 1164 p.
- Deekshith P.K., Vinod S. Finite blocklength rates over a fading channel with CSIT and CSIR. *Proc. of the 2018 IEEE International Conference on Communications (ICC)*, 2018, pp. 1–7. <https://doi.org/10.1109/ICC.2018.8422087>

## Author

**Alexey Yu. Grishentsev** — D.Sc., Associate Professor, Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, [sc 56321138400](https://orcid.org/0000-0003-1373-0670), <https://orcid.org/0000-0003-1373-0670>, [AGrishentsev@yandex.ru](mailto:AGrishentsev@yandex.ru)